

COPIRELEM

Actes du

42^e COLLOQUE INTERNATIONAL

des formateurs de mathématiques
chargés de la formation des maîtres

Du
16 au 18 juin
2015
BESANÇON

**Former
et se former ...
Quelles ressources
pour enseigner
les mathématiques à l'école ?**



(Lm^B)

espe
FRANCHE-COMTÉ

UFC
UNIVERSITÉ
DE FRANCHE-COMTÉ



Ville de
Besançon



TEXAS
INSTRUMENTS

casden
BANQUE POPULAIRE



<http://www.colloquecopirelem.fr/>



ACTES

**42ème Colloque international des Professeurs
et des Formateurs de Mathématiques chargés
de la Formation des Maîtres**

Former et se former... Quelles ressources pour enseigner les mathématiques à l'école ?

BESANCON

ESPE de l'Université de Franche-Comté

site de Montjoux

16, 17 et 18 juin 2015

Colloque International



PRESENTATION DES ACTES

Ces actes se présentent sous la forme d'une brochure accompagnée d'un CD-Rom.

La brochure contient les textes intégraux des conférences de Jean-Luc DORIER et Audrey DAINA et de Maria G. BARTOLINI-BUSSI.

Le Comité Scientifique et la COPIRELEM regrettent que monsieur Patrick PICARD n'ait pas respecté ses engagements à écrire le texte de sa conférence et de son atelier.

La brochure contient les résumés des ateliers et des communications retenus pour publication par le Comité Scientifique.

Les comptes rendus complets des ateliers et des communications sont disponibles dans le CD.

SOMMAIRE

LISTE DES ATELIERS ET DES COMMUNICATIONS	P.6
LES COMITES SCIENTIFIQUE ET D'ORGANISATION	P.8
BILAN DU COMITE SCIENTIFIQUE	P.10
BILAN DU COMITE D'ORGANISATION	P.11
PRESENTATION DE LA COPIRELEM	P.12
REMERCIEMENTS	P.13
CONFERENCE D'OUVERTURE Une recherche sur l'utilisation des ressources dans le contexte de l'enseignement primaire genevois. AUDREY DAINA ET JEAN-LUC DORIER	P.15
CONFERENCE 2 Learning from the world : the teaching and learning of whole number arithmetic in the ICMi Study 23. MARIA G. BARTOLINI-BUSSI	P.39
LES ATELIERS	P.52
LES COMMUNICATIONS	P.67
LISTE DES PARTICIPANTS AU COLLOQUE	P.79
LISTE DES MEMBRES DE LA COPIRELEM 2014-2015	P.85

LISTE DES ATELIERS

A11	La structuration de l'espace aux cycles 1 et 2 de l'école primaire : étude en GS et CP	Groupe élémentaire IREM Besançon	P.53
A13	CaPriCo : des calculatrices en primaire et en collège	Gilles ALDON Jean-Pierre RABATEL	P.54
A14	De l'étude d'une situation de restauration de figure au cycle 3 à l'élaboration d'une ressource	Christine MANGIANTE-ORSOLA Annie SOLOCH	P.55
A15	Analyser une ressource de formation : exemple de la « situation des napperons »	Nicolas DE KOCKER Catherine TAVEAU Claire WINDER	P.56
A16	Les écrits provoqués en classe et en formation, une ressource qui mérite attention!	Jean-Claude RAUSCHER	P.57
A21	Les problèmes du Rallye Mathématique Transalpin, une ressource pour la formation des enseignants ?	Bernard ANSELMO Georges COMBIER Michel HENRY	P.58
A22	Quelles tâches pour travailler les caractéristiques des formes à la maternelle ?	Sylvia COUTAT Céline VENDEIRA-MARECHAL	P.59
A24	Construire le nombre à l'école maternelle : à partir de quelles situations en formation initiale ?	Sophie MAGAGNINI Catherine PAUTHIER Etienne TUFEL	P.60
A25	Ressources pour la résolution de problèmes et les apprentissages géométriques au cycle 2 : une approche spatiale des figures courbes et du cercle	Equipe ERMEL (ifé) Jacques DOUAIRE Fabien EMPRIN	P.61
A31	Quelles stratégies de formation pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques en M1 MEEF 1^{er} degré ?	Julia PILET Brigitte GRUGEON-ALLYS	P.62
A32	Matériels pédagogiques ayant inspiré ma (longue) carrière	Bernard BETTINELLI	P.63
A34	Élaboration d'un sujet d'évaluation de connaissances en Master MEEF	Valentina CELI Gwenaëlle GRIETENS Pascale MASSELOT Frédéric TEMPIER	P.64
A35	Simulateur Informatique de Classe pour la formation des enseignants : l'enseignement de la résolution de problèmes	Fabien EMPRIN Hussein SABRA	P.65
A36	Elaboration d'une ressource pour la formation en géométrie : les constructions à l'aide d'un gabarit de rectangle	Stéphane GINOULLAC	P.66

LISTE DES COMMUNICATIONS

C11	Le dispositif de formation continue Lesson Study : présentation d'un travail mené autour d'une leçon de numération en CE2	Valérie BATTEAU	P.68
C12	Un modèle de conception d'un jeu-situation	Laetitia ROUSSON	P.69
C13	Exemple d'utilisation dans des classes d'équerres spécifiques en forme de L	Erik KERMORVANT	P.70
C14	Evaluation diagnostique et gestion de l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques en M1 MEEF 1er degré	Julia PILET Brigitte GRUGEON-ALLYS	P.71
C15	Du présentiel vers la distance : changement de paradigme d'enseignement et déplacements des interactions, l'exemple de l'institut d'éducation de l'université de Cergy-Pontoise	Jean-Michel GELIS	P.72
C16	Quelles ressources pour enseigner en mathématiques et en EPS ? Le cas de deux professeurs des écoles stagiaires	Philippe LE BORGNE Mathilde MUSARD Maël LE PAVEN	P.73
C21	Problèmes arithmétiques de réinvestissement : une synthèse, des pistes	Catherine HOUEMENT	P.74
C22	Un logiciel de géométrie dynamique comme support d'une réflexion didactique professeurs-chercheur	Francine ATHIAS	P.75
C24	Difficultés pour enseigner à partir du monde réel comme ressource : comparaison franco-espagnole	Richard CABASSUT Irene FERRANDO	P.76
C25	La comparaison de situations emblématiques à l'Ecole à travers la dialectique de contrat-milieu, une ressource pour l'interdisciplinarité. Exemple sur la proportionnalité en maths et en EPS	Maël LE PAVEN Mathilde MUSARD	P.77
C26	Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles	Pascale MASSELOT Edith PETITFOUR Claire WINDER	P.78

COMITE SCIENTIFIQUE

Richard CABASSUT, Maître de Conférences, Laboratoire Interuniversitaire des Sciences de l'Education (LISEC), Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) Université de Strasbourg, IREM de Strasbourg, COPIRELEM, Président du Comité Scientifique.

Anne BILGOT, formatrice, ESPE de Paris, Université de Paris 4, Paris Sorbonne, IREM de Paris 7, COPIRELEM.

Lionel CHAMBON, formateur ESPE de l'Université de Franche Comté, responsable du Groupe Élémentaire de l'IREM de Franche Comté.

Nicolas DE KOCKER, formateur, ESPE de l'Université de Lorraine, COPIRELEM.

Philippe LE BORGNE, Maître de Conférences, ESPE de l'Université de Franche-Comté, Laboratoire de Mathématiques de Besançon, IREM de Franche-Comté.

Christine MANGIANTE, Maître de Conférences, Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML), ESPE Nord Pas de Calais, Université d'Artois, COPIRELEM.

Cécile OUVRIER-BUFFET, Professeur des Universités, GERPEF, ESPE de Reims, Université de Lorraine Champagne-Ardenne, Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR), COPIRELEM.

Arnaud SIMARD, Maître de Conférences, ESPE de l'Université de Franche-Comté, Laboratoire de Mathématiques de Besançon, IREM de Franche-Comté, COPIRELEM.

Claire WINDER, formatrice, ESPE de l'Université de Nice, COPIRELEM.

COMITE D'ORGANISATION

Arnaud SIMARD, Maître de Conférences, ESPE de l'Université de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté, COPIRELEM.

Jean-Marie DORNIER, PRAG, ESPE de l'Université de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté.

Philippe LE BORGNE, Maître de Conférences, ESPE de l'Université de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté.

Lionel CHAMBON, PRCE, ESPE de l'Université de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté.

Etienne TUFEL, PRAG, ESPE de l'Université de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté.

Bernard BLOCHS, PRAG, ESPE de l'Université de Franche-Comté.

Francine ATHIAS, PRAG, ESPE de l'Université de Franche-Comté.

Avec le concours de l'IREM de Franche Comté...

Bruno SAUSSEREAU, Maître de Conférences, Université de Franche-Comté, Directeur de l'IREM de Franche-Comté.

Mahdya DEDAYLE, secrétaire de l'IREM de Franche-Comté.

Et de l'ESPE de l'Université de Franche-Comté...

Jean-Robert BELLIARD, Maître de Conférences, Université de Franche-Comté, IREM de Franche-Comté, directeur adjoint de l'ESPE de l'Université de Franche-Comté attaché à la recherche, directeur de la FR-Educ.

Le 42^{ième} Colloque de la COPIRELEM est adossé à la structure FR-Educ et au Laboratoire de Mathématiques de Besançon UMR6623.

BILAN DU COMITE SCIENTIFIQUE

Dans la continuité du colloque de Mont-de-Marsan, la question du colloque de Besançon, « Former et se former... Quelles ressources pour enseigner les mathématiques à l'école primaire ? », interroge l'utilité, l'utilisabilité et l'usage des ressources dans la formation en mathématiques à l'école primaire.

La conception des ressources ainsi que leur utilisation sont très influencées par les habitudes culturelles qui masquent certaines questions et certains problèmes. Le comité scientifique a proposé trois conférences qui ont permis de se placer de différents points de vue et de dénaturaliser la réflexion sur les ressources. La conférence d'Audrey DAINA et de Jean-Luc DORIER a permis d'étudier l'usage par des enseignants de la ressource officielle unique, produite dans le contexte suisse. La conférence de Maria G. BARTOLINI-BUSSI a élargi le regard à l'exemple de la Chine et plus généralement, avec la mise en œuvre de l'étude internationale de l'étude ICMI sur l'enseignement et l'apprentissage du nombre entier à l'école primaire. Enfin la conférence de Patrick PICARD, avec l'exemple de la ressource Neopass@action, apporte le point de vue de la didactique professionnelle dans cette réflexion sur les ressources.

Le comité scientifique a examiné, avec rigueur et bienveillance, les propositions des dix-sept ateliers et des douze communications qui ont été proposés au colloque. Beaucoup de propositions ont été améliorées à la suite de cet examen, dont cinq substantiellement, et deux ont été refusées après des échanges avec les auteurs.

On notera que parmi les vingt-neuf propositions d'ateliers ou communications, six ont été proposées par des collègues de l'académie de Besançon. Ceci souligne le rôle important joué localement par le colloque, la reconnaissance et la diffusion des ressources de l'académie hôte.

A l'opposé deux conférences et trois ateliers ou communications ont impliqué des points de vue étrangers, ce qui valorise la dimension internationale du colloque.

Dans l'évaluation des conférences, des ateliers et des communications, parmi les avis exprimés, 44 % étaient très positifs, 34 % positifs, 18 % avis partagés, 2 % plutôt négatifs et 1 % négatifs, c'est dire que dans l'ensemble le programme scientifique a été apprécié.

Que le comité d'organisation du site de Besançon soit remercié pour la qualité de l'accueil, avec une mention particulière pour Arnaud Simard membre du comité scientifique et président du comité d'organisation, qui a assuré la liaison entre les deux comités avec une efficacité redoutable.

Pour terminer, que les membres du comité scientifique soient remerciés pour le travail d'étude des différentes propositions et le travail de relecture scientifique des textes proposés pour les actes.

Richard Cabassut

Président du comité scientifique

Maître de Conférences, Laboratoire Interuniversitaire des Sciences de l'Education (LISEC)

Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) Université de Strasbourg

IREM de Strasbourg, COPIRELEM.

BILAN DU COMITE D'ORGANISATION

Le 42^{ième} Colloque de la COPIRELEM s'est tenu dans les locaux de l'ESPE de l'Université de Franche-Comté sur le site Montjoux à Besançon. Les organisateurs du colloque ont bénéficié de la logistique et du soutien infailible de l'administration de l'ESPE, de l'Université de Franche Comté, de l'IREM de Besançon et du Laboratoire de Mathématique de Besançon.

Monsieur Jean-François CHANET, Recteur de l'Académie de Besançon, Monsieur Ollivier HUNAULT, Inspecteur Général chargé du premier degré, Monsieur Eric PREDINE, directeur de l'ESPE de l'Université de Franche-comté, Monsieur Bruno SAUSSEREAU, directeur de l'IREM de Franche-Comté et Monsieur Jean-Robert BELIARD, directeur de la FR-Educ ont accepté d'ouvrir ce colloque. Leur présence témoigne de l'impact d'un tel événement et de leur attachement à la formation des professeurs des écoles.

L'ensemble des personnels BIATSS et BIATOSS du site hôte a œuvré à un véritable succès de ce colloque et la COPIRELEM tient à les remercier au nom de tous les participants. Le colloque a accueilli 135 participants venus de toute la France (dont quatre personnes des Dom-Tom), mais aussi de Suisse, de Belgique, du Canada et d'Italie. Ce vaste public intervient principalement en formation initiale ou continue des professeurs des écoles en tant que PEMF, IEN, Enseignants-Chercheurs et Professeurs en ESPE.

L'évaluation du colloque par les participants reflète un contentement général concernant la qualité des intervenants et un avis unanime sur la qualité de l'accueil qui leur a été réservé.

Le programme du colloque a permis à chacun de participer à trois conférences plénières, trois ateliers parmi les 17 proposés (en trois plages) et deux communications parmi les 13 proposées (en deux plages).

Ce colloque a été placé sous le signe de la convivialité et du terroir...la vente de produits régionaux proposés pendant les pauses repas des midis a largement été plébiscitée. La soirée d'accueil organisée par la Mairie de Besançon dans les locaux de l'Hôtel de Ville, avec la présence surprise de la Chorale Universitaire, restera un moment fort qui a donné le ton au colloque.

Par tradition, la soirée festive du colloque de la COPIRELEM est un moment de partage qui permet de lier notre communauté et d'y accueillir les nouveaux. Le soleil bisontin a accompagné les « Math'jorettes » pour une croisière apéritive et surprise sur la boucle du Doubs pendant que le groupe « The Landing Stage Avenue » se préparait à animer une soirée dansante dans le restaurant « La Grange ».

Pour permettre son bon fonctionnement, le colloque a reçu le soutien financier et matériel de l'ESPE de l'Université de Franche Comté, du Laboratoire de Mathématique de Besançon, de la Région Franche-Comté, de la Ville de Besançon, de l'IREM de Besançon, de l'ADIREM, de Texas Instruments, de la CASDEN et de la MGEN.

Arnaud SIMARD

Maitre de Conférences, ESPE de l'Université de Franche Comté
Membre de l'IREM de Franche-comté, COPIRELEM

PRESENTATION DE LA COPIRELEM

La COPIRELEM, (Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire) a été créée en 1975. Elle regroupe vingt et un membres issus des différents IREM concernés par l'enseignement élémentaire. Tous ses membres sont des enseignants en ESPE chargés de la formation mathématique des professeurs d'école. Plusieurs sont engagés dans des recherches en didactique des mathématiques et sont invités à des colloques internationaux pour porter la voix de la COPIRELEM (EMF, ICMI,...).

La COPIRELEM s'investit à la fois dans des recherches sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire (enfants de 2 à 12 ans) et dans la formation des professeurs des écoles. Elle participe à la rédaction de documents sur des thèmes mathématiques communs à l'école et au collège avec la Commission Premier Cycle. Elle participe à la diffusion des recherches en didactique des mathématiques, en France et à l'étranger, auprès des formateurs de professeurs d'école.

La COPIRELEM produit des textes d'orientation (à la demande du Ministère, d'autres commissions IREM, des ESPE, etc.) sur des sujets en liaison, soit avec des thèmes mathématiques de la scolarité obligatoire (le calcul mental, les décimaux, la géométrie de l'école au collège), soit avec l'organisation de la formation des professeurs d'école (concours de recrutement, contenus de formation, etc.). Elle intervient également en formation des Inspecteurs de l'Education Nationale dans le cadre de l'Ecole Supérieure de l'Education Nationale (ESEN de Poitiers).

La COPIRELEM organise un colloque annuel depuis 1975. Chaque colloque accueille entre 100 et 150 personnes en insistant sur une dimension internationale. Les conférences plénières, les communications et les travaux en ateliers font l'objet d'une publication *les Actes du colloque*.

Chaque année, la COPIRELEM édite les annales du concours CRPE de l'année en cours avec ses propres corrigés et des compléments pour préparer le concours.

Principales publications

- ✓ *Les Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques* Cahors 91, Pau 92, Colmar 93, Angers 95, Rennes 96, Besançon 97
- ✓ *Les Cahiers du formateur (de professeurs d'école en didactique des mathématiques)* Perpignan 97, Tarbes 98, Aix 99, Agen 2000, Nancy 2001, Pau 2002.
- ✓ *Les Actes des colloques annuels de la COPIRELEM*
Paris 90, Nice 91, Besançon 92, Aussois 93, Chantilly 94, Douai 95, Montpellier 96, Saint Etienne 97, Loctudy 98, Limoges 99, Chamonix 2000, Tours 2001, La Roche sur Yon 2002, Avignon 2003, Foix 2004, Strasbourg 2005, Dourdan 2006, Troyes 2007, Bombannes 2008, Auch 2009, La Grande Motte 2010, Dijon 2011, Quimper 2012, Nantes 2013, Mont de Marsan 2014.
- ✓ *CONCERTUM : Carnet de route de la COPIRELEM* (ARPEME en 3 tomes).
- ✓ *Le calcul Mental à l'école primaire, ressources et formation* (ARPEME 2011).
- ✓ *Florilège* 2011, *Florilège* 2012 (ARPEME).
- ✓ *Préparation à l'épreuve écrite du CRPE* 2013 (ARPEME).
- ✓ *Annales des épreuves écrites du concours CRPE de 1997 à 2015* (ARPEME)

REMERCIEMENTS

En tant que responsable de l'organisation matérielle du 42ième Colloque de la COPIRELEM, je tiens à remercier toutes les personnes et les institutions qui ont permis et facilité ce travail de longue haleine.

En juin 2014 lorsque j'ai pensé organiser ce colloque je me suis tourné vers mes collègues et amis du Groupe Elémentaire de l'IREM de Franche-Comté : Jean-Marie Dornier, Philippe Le Borgne, Lionel Chambon, Etienne Tufel et Bernard Bettinelli. Leur enthousiasme et leur promesse d'aide m'ont conforté dans cette décision. Leurs promesses se sont concrétisées et je les en remercie sincèrement. J'associe mes collègues Francine Atthias et Bernard Blochs à ces remerciements.

Une fois acquise l'aide de mes collègues je me suis tourné vers Eric Prédine. En tant que directeur de l'ESPE, il a accueilli l'idée avec joie et n'a pas hésité une minute à engager des moyens humains et matériels pour la bonne tenue de ce colloque.

Christian Le Merdy, directeur du LMB et Jean-Robert Béliard, directeur de la FR-Educ ont également répondu présents. Ils ont apposé leur signature, engageant ainsi les laboratoires de recherche, sur les demandes de subventions. Le LMB a également participé financièrement à l'accueil des participants.

Fabrice Vandebrouck (ADIREM) et Bruno Saussereau (IREM de Franche-Comté) ont toujours soutenu la COPIRELEM et leur appui a été à la hauteur de mes attentes.

Le service restauration du site de l'ESPE Montjoux a mis toute sa bonne humeur pour recevoir les participants et son travail a été unanimement apprécié.

Je tiens également à remercier les différentes personnes qui ont contribué à la réussite de ce colloque : Sylvie Filet, Gaëlle Ruf, Didier Robert, Farida Djelkir, Chahir Kaddour, Thierry Liégeois, Laurence Blason, Myriam Raveski, Anne Saulnier, Mahdya Debayle (et sa Chorale), Suzy Nico, Stéphanie Djérioui et Christopher Langlois.

Un remerciement très spécial est adressé aux « Math'jorettes ». Je leur ai laissé le champ libre pour rendre la croisière drôle et surprenante...ça n'a pas raté, loin de là !

« L'aventure » COPIRELEM continue avec d'autres projets et d'autres colloques...l'engagement de ses membres est une source inépuisable de motivation intellectuelle et amicale.

Arnaud SIMARD

LES CONFERENCES

UNE RECHERCHE SUR L'UTILISATION DES RESSOURCES DANS LE CONTEXTE DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE GENEVOIS

Audrey DAINA

Chargée d'enseignement, HEP VAUD

Equipe DiMaGe

audrey.daina@hepl.ch

Jean-Luc DORIER

Professeur, université de Genève

Equipe DiMaGe

Jean-Luc.Dorier@unige.ch

Résumé

A Genève, et plus généralement en Suisse Romande, tous les enseignants du primaire utilisent une ressource officielle unique qui n'est pas un manuel au sens français, mais un recueil d'*activités*¹ rangées en grands thèmes, sans ordre préétabli. L'enseignant profite d'une grande liberté quant aux choix et à l'organisation des *activités*. Cependant, cette situation rend le travail de préparation particulièrement important. La recherche présentée analyse de quelle manière différents enseignants genevois choisissent, préparent et réalisent en classe une suite d'*activités* dans le cadre de l'enseignement de la notion d'aire. Elle s'appuie sur des entretiens et l'observation de cinq enseignants, de trois niveaux, sur toutes les séances d'une année sur ce thème. Les analyses ont été menées en croisant deux cadres théoriques : celui de la structuration du milieu (Margolinas 2002) et celui de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski 2002).

Afin de communiquer les résultats principaux de notre recherche, nous présentons tout d'abord le contexte, le cadre d'analyse ainsi que la méthodologie que nous exemplifions grâce à deux études de cas que nous présentons plus en détails.

I - INTRODUCTION

Cette contribution s'appuie sur la thèse d'Audrey Daina, dirigée par Jean-Luc Dorier, qui a été soutenue en juin 2013, à l'université de Genève, sous le titre : «Utilisation des ressources : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques - Cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois». Cette recherche aborde la vaste question de l'usage des ressources en lien avec le travail de l'enseignant hors classe (préparation) et dans la classe (interaction avec les élèves) dans le contexte particulier des classes genevoises. L'objectif est de décrire quels usages sont faits, par différents enseignants genevois, dans leurs pratiques ordinaires, des *moyens d'enseignement romands* (MER), la ressource officielle unique pour la Suisse romande. Que font les enseignants lorsqu'ils préparent leurs cours ? Comment construisent-ils la séquence qu'ils entendent proposer aux élèves ? Comment est ensuite gérée la réalisation des différentes *activités* de la séquence en classe ? Les pratiques observées sont-elles en adéquation avec ce que les concepteurs de cette ressource préconisent ?

Afin d'étudier ces différentes questions, il est utile de préciser le contexte socio-historique dans lequel la ressource a été conçue et est utilisée. En effet celui-ci permet de prendre conscience du statut de la ressource et de donner du sens aux interactions entre les différents acteurs du système.

¹ Nous utilisons le terme « activité », (que nous écrirons toujours en italique pour le distinguer de l'usage dans le cadre de la double approche, voir cadre théorique), comme un terme générique pour indiquer de manière générale à la fois ce que d'aucuns appellent des exercices, des situations-problèmes, des *activités* de recherche, etc. En effet, c'est le terme utilisé dans les MER et dans plusieurs manuels.

Aussi, à l'instar de Rocher (2007) nous pensons que le manuel scolaire doit être considéré comme un *système social*, qui n'a pas de « vie » tant qu'il ne se transforme pas en un objet d'action et d'interactions sociales. Sa durée de vie est d'ailleurs limitée, une fois que le manuel ne correspond plus aux attentes, il est archivé ou détruit, et n'a plus de valeur « en soi ». Les ressources sont donc sans cesse en mutation et évoluent en fonction des attentes de leur environnement social.

Dans cette optique, notre travail se situe dans la suite de la conférence de Briand et Ardit (2014), où le manuel apparaît au carrefour d'un réseau d'attentes et de demandes dont il est important d'avoir connaissance. Néanmoins, le contexte suisse romand étant sensiblement différent du contexte français, une première partie de notre travail consiste à le présenter, afin de mettre en évidence les enjeux sociaux et politiques qui sont constitutifs du système de ressource que nous allons étudier. Ceci nous permettra de mettre en évidence un réseau de contraintes et de marges de manœuvre au regard duquel nous pourrions ensuite interpréter les pratiques des enseignants.

La deuxième partie de cette contribution se centre sur les résultats de notre analyse des pratiques de cinq enseignants genevois. Après avoir brièvement présenté le dispositif de recherche ainsi que le cadre théorique nous décrirons la méthodologie en détaillant l'analyse de deux des cinq cas que nous avons observés. Enfin nous terminerons en élargissant à des résultats plus globaux. Dans la lignée du travail de Ardit (2011, 2012), un des objectifs de notre recherche est également de questionner l'adéquation des pratiques observées avec l'usage des MER et les attentes de leurs concepteurs.

II - LE CONTEXTE SUISSE ROMAND²

1 Présentation des moyens d'enseignement romand (MER)

A Genève comme dans tous les cantons suisses romands, les enseignants disposent, pour les mathématiques, de *moyens d'enseignement* officiels communs et unifiés. Pour tous les degrés de la scolarité obligatoire, ils sont réalisés sous mandat de la *Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin*³ (CIIP) et sont approuvés conjointement par tous les cantons romands en vue d'une introduction généralisée. Selon les documents officiels de la CIIP⁴, les MER doivent permettre de respecter les objectifs et les progressions d'apprentissage des plans d'études⁵ et garantir une harmonisation voulue par la *Convention scolaire romande* (CSR) sans pour autant conduire à une uniformisation. La collection actuellement utilisée date des années 1995-2002⁶ et était éditée par la *Commission Romande des Moyens d'Enseignement* (COROME).

Afin de comprendre les particularités de cette ressource, il est nécessaire de revenir sur l'histoire qui en est à l'origine. A l'occasion d'une communication dans le cadre de la COPIRELEM de 2012 (Ardit & Daina 2012) nous avons comparé les systèmes de ressource français et suisse et donné

² La Suisse Romande désigne la partie de la Suisse où l'on parle français, représentant environ 2 millions d'habitants sur les 8 de la Suisse, elle comprend 4 cantons en entier : Jura, Genève, Neuchâtel et Vaud et une partie de 3 autres : Berne, Fribourg et Valais.

³ Seul canton italophone de Suisse.

⁴ Consultés sur le site officiel de la CIIP : <http://www.ciip.ch/documents/showFile.asp?ID=4418> (le 10 juillet 2015)

⁵ Depuis que nous avons réalisé nos observations, le concordat HarmoS est entré en vigueur (août 2009) ce qui a impliqué différents changements, d'une part structurels (renumérotation des degrés scolaires de 1 à 8 pour le primaire) mais aussi au niveau des contenus (changement de plan d'études). Etant donné que les moyens d'enseignement n'ont pas encore été réédités (c'est en projet), nous avons choisi pour rédiger cette contribution de garder la numérotation en vigueur en 2008, qui est également celle utilisée dans les ressources COROME : 1E (moyenne section de maternelle) - 2E (grande section de maternelle) - 1P (CP) - 2P (CE1) - 3P (CE2) - 4P (CM1) - 5P (CM2) - 6P (6e).

⁶ La CIIP vient d'accepter le principe de la mise en route d'une nouvelle collection dont la parution devrait s'étaler entre 2017 et 2021.

une description détaillée du système suisse romand de ressources afin de mettre en évidence les différentes étapes et enjeux de conception du moyen d'enseignement romand. Nous ne reprenons ici que les points principaux.

La première édition des ouvrages COROME pour les mathématiques date de 1972 et naît d'une double nécessité: une volonté de coordination inter-cantonale de l'enseignement (des mathématiques mais plus largement de toutes les disciplines) et l'introduction dans le plan d'études de l'époque (CIRCE I) de la réforme dite des « maths modernes » (ibid, p. 2).

Etant donné qu'en Suisse la Constitution fédérale prévoit que chaque canton est souverain en matière d'éducation, on décompte 26 systèmes scolaires distincts qui doivent cohabiter. Le système de ressources suisse romand est donc complexe, car il est le fruit de diverses logiques cantonales et inter-cantonales.

L'analyse des moyens d'enseignement COROME demande donc de tenir compte de cette dimension « politique » qui joue comme une contrainte forte. Chaque étape de la création de ces ressources nécessite en effet une consultation auprès de chaque canton. Voici à titre d'exemple les différentes étapes de réalisation des Moyens d'enseignement (actuel).

- Une « conception d'ensemble » est d'abord rédigée par un groupe d'experts et de praticiens. Ce document est mis en consultation auprès des cantons et des associations professionnelles avant qu'il ne soit discuté et approuvé par COROME.
- COROME mandate ensuite les auteurs et le comité de rédaction. Pour les ouvrages 1-2 et 3-4, ces auteurs sont des enseignants, déchargés de leur classe pendant la période de rédaction. Des collaborateurs scientifiques didacticiens des mathématiques les conseillent. Pour les ouvrages 5-6 les auteurs sont professeurs formateurs dans une HEP ou collaborateurs scientifiques. Un groupe d'auteurs est chargé de rédiger les moyens pour deux degrés⁷.
- Leur travail achevé pour chaque canton, un délégué du département de l'instruction publique et un délégué des associations professionnelles sont chargés de lire le manuscrit et des séances de discussion sont organisées. (un ouvrage peut-être analysé pendant 60 heures de séance)⁸
- Les ouvrages sont ensuite mis à l'épreuve durant toute une année scolaire dans des classes pilotes dans les différents cantons.

Il faut compter trois ou quatre ans pour réaliser un moyen d'enseignement, « une lenteur qui tient au respect scrupuleux des règles du jeu démocratique » (Bettex, 1998, p.7). (Ibid., p. 3)

Comme le montre la description des différentes étapes de réalisation, Les MER sont le fruit d'un travail de collaboration qui doit être approuvé par toutes les instances qui chacune interviennent sur le fond et la forme. Les moyens doivent par exemple être compatibles avec l'ensemble des plans d'études. Ils ne peuvent donc être trop prescriptifs et nécessitent une ouverture.

Par ailleurs, les MER sont un instrument clé des réformes et des innovations en matière d'enseignement des mathématiques et plus que de simples ressources, ils ont le rôle de porteurs de l'innovation, notamment grâce au livre du maître qui décrit les choix didactiques et pédagogiques. Ils doivent introduire les changements et harmoniser les pratiques.

La collection actuellement utilisée est nettement marquée par une orientation socio-constructiviste, comme en témoignent certains des fondements qui sont présentés dans la conception d'ensemble, première étape de la réalisation des MER :

⁷ 1P-2P – Ging E., Sauthier M.H. & Stierli E. / 3P-4P – Danalet C., Dumas J-P., Studer C. & Villars-Kneubühler / 5P – Jaquet F. & Chastellain M. / 6P – Chastellain M.

⁸ Témoignage de M. Bettex, collaborateur scientifique au secrétariat général de la CIIP, Bulletin de la CIIP avril 1998)

- *Fondement 2 : L'action finalisée est source et critère du savoir. Ce savoir est le fruit d'une adaptation provoquée par les déséquilibres, les contradictions, les interactions vécus par les élèves engagés dans une situation didactique.*
- *Fondement 3 : L'enfant construit lui-même ses connaissances mathématiques à partir des éléments mis à sa disposition.*
- *Fondement 8 : Le livre du maître doit être conçu comme un ouvrage ressource et non comme un guide organisant une progression pas à pas.*

2 Un exemple : les MER 6P, focus sur le thème « aires et volumes »

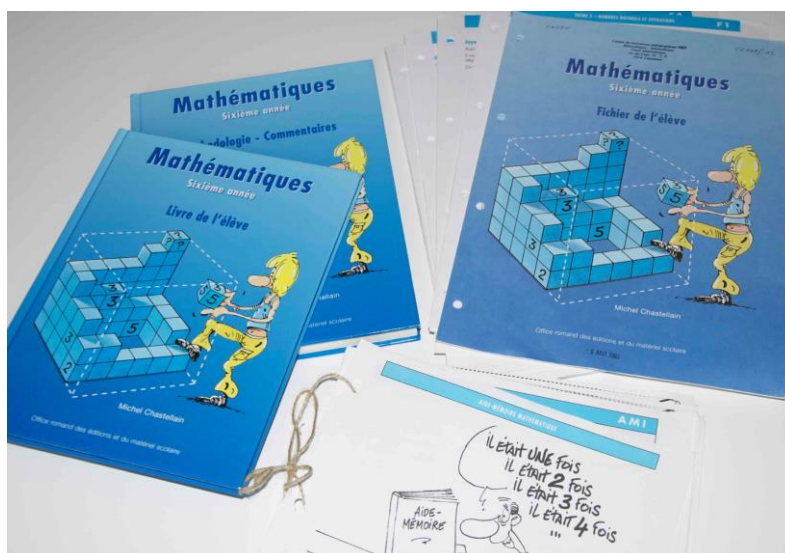


Figure 1 – Mathématiques 6P : le livre et le fichier de l'élève (accompagné de l'aide-mémoire) et le livre du maître intitulé « Méthodologie – Commentaires »

La version actuelle des MER 6P date de 2002. Le comité de rédaction était composé de Michel Chastellain (auteur) et deux membres experts.

Les *activités* dans le livre et dans le fichier de l'élève, ainsi que les commentaires du livre du maître, sont organisés selon neuf thèmes : repérage dans le plan et dans l'espace, nombres naturels et opérations, mesures, multiples et diviseurs, isométries, nombres rationnels et opérations, applications, surfaces et solides, aires et volumes.

Décrivons plus particulièrement ce qui se trouve dans le livre du maître. En ouverture de chaque thème, une introduction permet de présenter les objectifs pédagogiques, puis un plan du thème propose une organisation des *activités* selon les différents contenus et finalement un dernier chapitre présente l'approche méthodologique et didactique relatifs aux notions abordées. Notons qu'il existe des similitudes dans les textes d'introduction entre les deux degrés (5P et 6P) qui proposent une base commune qui est ensuite adaptée en fonction de la progression des contenus selon les degrés. Ainsi l'enseignant retrouve une continuité dans les propos d'introduction des thèmes entre les ressources de ces deux degrés.

Chaque *activité* proposée dans le livre ou le fichier de l'élève est ensuite commentée plus ou moins longuement.

Les descriptions et remarques dépendent du type de l'activité et de ses fonctions. On ne trouvera donc pas de plan commun à chacune des présentations, mais des commentaires spécifiques sur les buts poursuivis par l'activité, selon les intentions des auteurs. L'option de ne pas uniformiser les présentations demande une lecture complète des commentaires de l'activité, mais elle permet d'éviter de nombreuses répétitions, et surtout, elle confie au maître une plus grande responsabilité dans sa tâche d'appropriation de l'activité. (Livre du maître 6P, p. 9)

Il est bien précisé qu'il s'agit d'un ouvrage ressource.

Mathématiques 6ème est un « ouvrage ressource » qui propose des activités mais ne détermine pas l'ordre dans lequel elles peuvent être abordées. La planification du programme annuel est du ressort du maître, qui la détermine en fonction des caractéristiques de sa classe, des besoins de ses élèves, de ses conceptions didactiques et pédagogiques (LM 6P, p.12)

Nous retrouvons ici aussi la volonté de placer l'enseignant dans une position de décideur, avec une « grande responsabilité » par rapport à l'utilisation de la ressource. Celui-ci doit en effet « s'appropriier les différentes activités » pour ensuite faire ses choix. Cependant les MER 5P et 6P proposent une ligne directrice minimale pour la planification des activités, contrairement aux ouvrages des années antérieures qui ne donnent aucune indication. Le plan du thème, proposé en introduction de chaque thème, permet en effet une première organisation globale des activités en mettant en évidence « des cheminements possibles au sein du thème ». Il propose notamment des « points de départ » pour aborder les différentes notions.

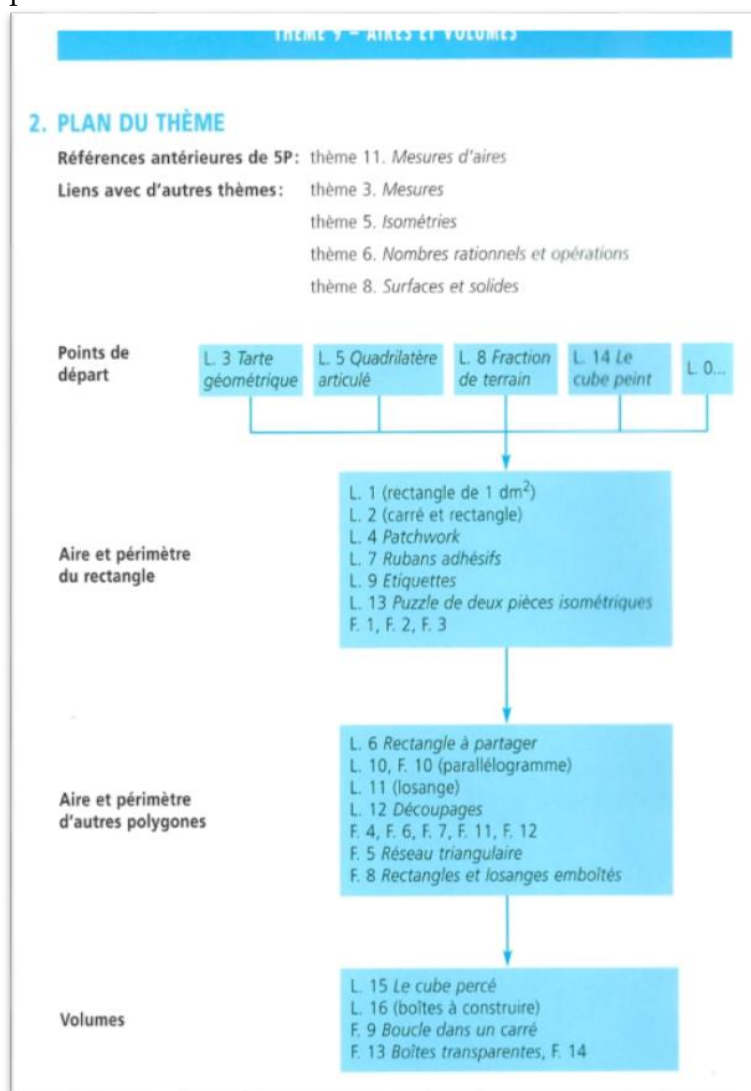


Figure 2 – Plan du thème « aires et volumes » en 6P (livre du maître)

3 Un exemple d'activité et analyse a priori

Après cette vue d'ensemble, afin d'avoir une idée plus précise du type d'activité proposé et les commentaires possibles, nous avons choisi de détailler la présentation de l'activité « Fraction de terrain » qui est proposée comme un des points de départ possible selon le plan du thème que nous venons de présenter.

8. Fraction de terrain

Le père Joseph a un terrain carré. Il le partage par trois cordes tendues passant par des sommets ou des milieux de côtés.

Un de ses fils, François, héritera de la partie grise du terrain.

Quelle fraction du terrain recevra-t-il ?

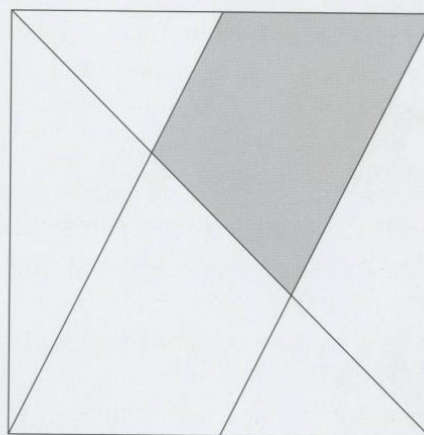


Figure 3 – Activité « fraction de terrain » (Livre de l'élève, p. 103)

La question principale de l'énoncé « Quelle fraction de terrain recevra-t-il ? », met en avant la notion de fraction, alors que la notion d'aire entre en jeu de manière indirecte dans la procédure pour résoudre la tâche : on cherche à établir un rapport entre les aires de la surface grisée et de la surface totale. Les connaissances à mettre en jeu ne sont donc pas indiquées explicitement dans l'énoncé.

Nous avons identifié trois techniques pour accomplir cette tâche :

La première se situe dans un cadre purement géométrique qui ne fait pas appel à une procédure de mesurage : décomposition-recomposition de la surface grisée pour la ramener à un quart identifiable du carré par comparaison directe. La comparaison peut se faire après découpage et recollement effectifs (ce qui implique l'usage de papier calque par exemple) ou mentalement. Voici un exemple de découpage, plusieurs sont possibles : La construction d'une ligne médiane verticale permet de visualiser quatre triangles isométriques et offre la possibilité de transformer le trapèze grisé en un triangle. Si nous nommons ces quatre triangles a ; b ; c ; d, on peut montrer par superposition que : $A(a)=A(b)$; $A(a)=A(c)$; $A(a)=A(d)$; $A(b)=A(c)$; $A(b)=A(d)$; $A(c)=A(d)$ donc les quatre parts sont d'aires égales et l'aire de la surface grisée représente donc $\frac{1}{4}$ de l'aire de la surface totale.	
La seconde technique implique un mesurage : choix d'une unité, pavage et mesure des aires des différentes surfaces. Une fois l'aire de la surface grisée et l'aire de la surface totale mesurées, le rapport s'établit entre les résultats numériques de la mesure. Ceci implique un changement de cadre (géométrie → numérique). Par exemple, on peut reproduire la surface sur un papier quadrillé comme ci-contre (le carré sur l'illustration mesurant 6 cm, il est facile de le reproduire sur un quadrillage): L'aire de la surface totale mesure 36 carré-unités L'aire de la partie grisée mesure 9 carré-unités (en faisant des approximations, mais ça marche !) La partie grisée représente donc $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$	
La dernière technique consiste à calculer les aires de la surface totale et de la surface grisée en appliquant des formules d'aire, puis d'établir un rapport entre les résultats numériques de la mesure comme ci-dessus. Cette dernière technique n'est cependant pas envisageable en 6P, car les élèves ne connaissent pas, à ce niveau, la formule de l'aire du trapèze. Elle est de toute façon complexe ici car la mesure des côtés et de la hauteur du trapèze sont problématiques, sauf à utiliser des approximations de mesures directes sur le dessin.	

C'est bien sûr la première technique qui est visée, comme cela est expliqué dans le livre du maître :

L'équivalence des aires est au cœur de ce problème.

Les procédures de calcul de l'aire de la partie grise à partir des mesures de ces côtés, les estimations visuelles, les tentatives de pavage ou de quadrillage se révèlent inefficaces dans cette situation. Il faut absolument faire appel à la décomposition, au partage, à la reconstitution des différentes parties.
(LM 6P, p.242)

Cependant, comme le montre notre analyse des procédures que nous venons de présenter, le choix des concepteurs de proposer une illustration du problème avec un carré qui mesure 6 cm a pour conséquence de ne bloquer aucune des procédures possibles, contrairement à ce que dit le livre du maître. Même si la troisième est en théorie inaccessible à ce niveau, la deuxième, dont la validité liée à l'approximation est douteuse, reste tout à fait accessible et même tentante dans certaines circonstances.

Sur un autre plan, cette tâche implique plusieurs adaptations de connaissances. Il s'agit donc d'une tâche complexe. Les élèves doivent reconnaître qu'il s'agit d'établir un rapport entre l'aire de la surface grisée et l'aire de la surface totale. Pour cela, ils doivent choisir une procédure parmi plusieurs. Quelle que soit la procédure qu'ils choisissent, l'introduction d'intermédiaires sera nécessaire : lignes de construction pour le découpage-recollement ; pavage ou reproduction sur un quadrillage pour la mesure à l'aide d'une unité. S'ils optent pour une stratégie de pavage et de mesure d'aire ou de calculs, ils seront confrontés au mélange des cadres numérique et géométrique.

4 Bilan de la première partie

Pour reprendre brièvement ce que nous venons de présenter, il est important de retenir que les MER proposent donc majoritairement des *activités* sous forme de « situations-problèmes » directement adressées à l'élève. Ils sont organisés sous forme d'un « recueil d'activités », les situations proposées sont indépendantes les unes des autres et ne suivent aucune hiérarchie ou classement selon des niveaux de difficulté. Ces *activités* ne sont commentées que partiellement dans le livre du maître, où l'on trouve aléatoirement des commentaires didactiques ou d'organisation de classe et parfois la solution au problème. Les différentes activités sont classées selon des thèmes généraux (mesure, figures, transformations). Aucun élément de cours n'est proposé parmi les différentes *activités* dans les fichiers ou les livres destinés aux élèves (si ce n'est dans l'aide-mémoire).

A l'inverse de la plupart des manuels scolaires (notamment français) qui proposent une organisation mathématique balisant ainsi un chemin que l'enseignant peut suivre pour orienter ses choix, les MER sont construits de manière à favoriser un enseignement différencié qui doit être organisé par l'enseignant selon le contexte de la classe. Ce choix nécessite cependant de la part des enseignants un travail de préparation bien spécifique. Ainsi on trouve dans les prescriptions du Département de l'instruction publique genevois (DIP) :

Enseigner les mathématiques, c'est mettre en place les conditions nécessaires pour que l'élève effectue ses propres apprentissages. [...] Le rôle de l'enseignant est de choisir des problèmes qui confèrent à l'élève une véritable responsabilité dans la construction de ses connaissances, d'interagir avec lui si nécessaire lors de la résolution en proposant des relances appropriées, d'établir les conditions favorables à une mise en commun de démarches et de solutions. (Les objectifs d'apprentissage de l'école primaire, section Mathématiques, p. 3)

Pour jouer ce rôle durant la classe, il semble donc que l'enseignant doit avoir fait en amont un travail de préparation important. Pourtant, ceci n'est pas explicité dans les prescriptions officielles et reste même souvent peu problématisé dans les MER qui sont très peu prescriptifs et donnent peu d'information sur les possibilités d'organisation des *activités*. Les entretiens que nous avons menés à l'occasion d'une recherche exploratoire début 2008 montrent que les enseignants eux-mêmes parlent peu de cet aspect de leur pratique. Finalement, peu de recherches ont abordé cette question.

Il nous paraît donc essentiel d'étudier les pratiques ordinaires en lien avec cette ressource de manière à rendre visible cette part essentielle du travail de l'enseignant. Notre recherche vise à

tenter de mettre en évidence de quelle manière les enseignants investissent la marge de manœuvre dont ils disposent dans l'usage des MER. Incidemment se pose la question de savoir si les MER sont utilisés en cohérence avec les attentes des concepteurs.

III - CADRE GENERAL DU TRAVAIL

Nous nous situons dans une étude de pratiques ordinaires et notre dispositif de recherche se base principalement sur les enregistrements vidéo du déroulement de la totalité de la séquence sur les aires, mais aussi sur des entretiens que nous avons réalisés au début et à la fin de la séquence avec chaque enseignant.

1 Choix du sujet

Nous avons choisi d'observer les pratiques enseignantes dans le cadre de l'enseignement de la notion d'aire pour des raisons liées à la problématique et à la méthodologie de notre recherche. Tout d'abord, la notion d'aire a fait l'objet de nombreuses recherches en didactique des mathématiques, notamment celles de Douady et Perrin-Glorian (1989) et Perrin-Glorian (1990), qui ont observé les difficultés des élèves dans les tâches de mesure et ont mis en place des ingénieries didactiques, qui proposent, entre autres, un travail sur la notion d'aire indépendamment de la mesure. Ces recherches ont largement diffusé dans la communauté francophone et le choix des *activités* proposées dans les MER témoigne de la prise en compte de ces résultats.

Par rapport à notre recherche ce sujet présente aussi l'intérêt d'intervenir dans le plan d'études et les MER des degrés 4, 5 et 6P. Par contre, dans ces trois niveaux, il concerne un temps relativement court de l'enseignement annuel.

2 Dispositif de recherche

Nous avons observé durant l'année scolaire 2008-2009, cinq enseignants dans deux écoles différentes de Genève.

Enseignant/e	Expérience	Séances observées
Monica 4P (école Village)	Enseignante expérimentée.	5 séances sur deux semaines (5h30 d'enregistrement)
Sophie 5/6P (école Village)	Enseignante en début de carrière	5 séances sur trois semaines (6h15 d'enregistrement)
Mathilde 6P (école Village)	Enseignante en début de carrière	5 séances sur trois semaines (6h30 d'enregistrement)
Claude 5P (école Ville)	Enseignant expérimenté	11 séances sur un mois (12h50 d'enregistrement)
Gabrielle 6P (école Ville)	Enseignante en début de carrière	3 séances sur deux semaines (3h30 d'enregistrement)

Tableau 1 – Caractéristiques des 5 enseignants observés

Dans chaque classe, le corpus suivant a été récolté :

- Un entretien avant la séquence, qui vise à faire expliciter à l'enseignant sa démarche de préparation.
- Observation en classe avec enregistrement vidéo des différentes séances de la séquence.
- Un entretien à la fin de la séquence. Durant cet entretien, nous revenons sur la préparation et la réalisation en classe de la séquence.
- Un « cahier témoin » avec toutes les *activités* réalisées durant la séquence.
- Deux cahiers d'élèves.
- Un entretien environ un an après l'observation pour chacune des trois enseignantes de 6P et 5/6P, durant lequel nous lui présentons nos débuts d'analyse pour confronter nos résultats à son interprétation et également pour avoir sa réaction dans ce processus « d'auto-confrontation » (entretien réalisé pour 3 des 5 enseignants).

Dans l'école Village, Sophie et Mathilde collaborent avec une troisième collègue, Claire, pour préparer et planifier l'enseignement en français, en mathématiques et en allemand. Nous avons assisté à leur séance de préparation commune sur le thème des aires qui a eu lieu environ un mois

avant le début des observations. Nous disposons d'un enregistrement audio de cette rencontre, ce qui a complété notre recueil de données pour ces deux classes.

3 Cadre théorique

Dans notre travail, nous voulions tenir compte, d'une part, de la complexité des pratiques enseignantes « ordinaires », et, d'autre part, de la difficulté à observer une dimension privée du travail de l'enseignant. Pour construire notre cadre théorique et notre méthodologie, nous avons ainsi pris appui sur les outils de la double approche ergonomique et didactique de Robert et Rogalski (2002) et sur les travaux de Margolinas (2002a) sur la structuration du milieu.

Le modèle de la structuration du milieu est issu de la théorie des situations de Brousseau (1988, 1996) et s'intéresse à mettre en évidence les phénomènes liés aux prises de décisions de l'enseignant dans l'action (Comiti, Grenier & Margolinas, 1995). L'idée de départ consiste à modéliser une situation de classe comme l'interaction entre un enseignant, des élèves et un milieu. Mais au lieu de ne regarder cette interaction que sur un niveau on introduit plusieurs niveaux imbriqués les uns dans les autres qui permettent de distinguer les effets de différentes postures à la fois des élèves (niveaux sous-didactiques, décrits par Brousseau) et de l'enseignant (niveaux sur-didactiques, apport de Margolinas).

Dans notre travail, nous nous sommes focalisés sur les niveaux sur-didactiques qui permettent de prendre en compte différents aspects du travail de l'enseignant et différents niveaux de contraintes dans la mise en scène des *activités*. Nous résumons ces niveaux dans le tableau suivant :

Type de situation	Niveau	Travail du professeur
Situation noosphérique	P ₊₃	Valeurs et conceptions génériques sur l'enseignement
Situation de construction	P ₊₂	Construction du projet didactique global (thème d'étude)
Situation de projet	P ₊₁	Projet didactique local (une leçon sur une notion)
Situation didactique	P ₀	Observation et régulation de l'activité des élèves

Tableau 2 – Les niveaux sur-didactiques dans la structuration du milieu

Sans rentrer dans les détails, disons que dans notre travail, le modèle de la structuration du milieu nous a permis de décrire le filtre au travers duquel l'enseignant est susceptible de prendre des décisions lors des moments de préparation, aussi bien que dans la classe, grâce à une analyse descendante :

Dans cette analyse on va tout d'abord considérer la façon dont le professeur est inséré dans son « milieu professionnel » au sens social du terme et quelles sont les valeurs qu'il privilégie dans celles qui sont caractéristiques de cette profession, à une époque donnée, dans un lieu donné. Quand on va examiner la façon dont il construit un thème mathématique, par exemple quand il choisit les documents sur lesquels il va s'appuyer, son interaction avec le milieu noosphérique conduit à considérer que certaines constructions sont plus légitimes [...] Le projet de leçon qu'il va construire est lui aussi conditionné par les choix opérés au niveau de la construction du thème [...] (Margolinas, 2005, p. 8)

Ceci nous conduit à formuler deux premières questions de recherche :

- Quelle cohérence observe-t-on au niveau des choix que font les enseignants dans les processus de préparation et de réalisation en classe ?
- Comment caractériser le rapport qu'entretiennent les enseignants avec la ressource ?

Le cadre de la double approche s'inscrit dans le contexte global de la *Théorie de l'Activité* développée à la suite des travaux de Vygotski et de Léontiev (Robert, 2015). Dans cette théorie, « l'activité est co-déterminée par le sujet et une situation dans laquelle il est engagé qui est

composée d'une tâche et d'un contexte » (Roditi, 2010 p. 203). La figure ci-dessous permet de se représenter l'activité de préparation des cours⁹.

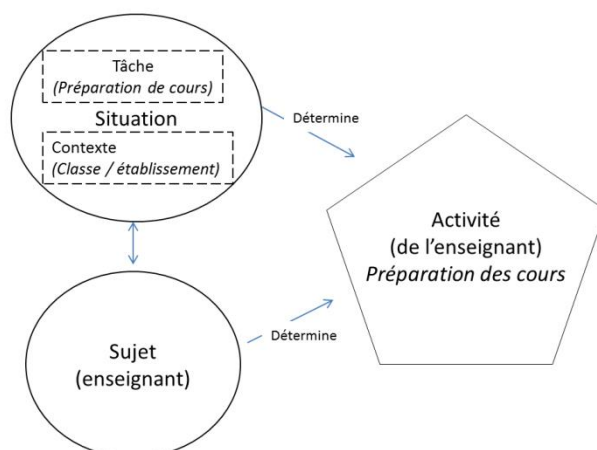


Figure 4 – L'activité de préparation des cours co-déterminée par le sujet et la situation

L'analyse des pratiques implique donc plusieurs niveaux :

Des analyses locales, à partir des déroulements en classe, sont nécessaires pour comprendre les activités potentielles des élèves et détecter des activités de l'enseignant ou de l'enseignante, mais ce sont des analyses plus globales qui permettent de compléter ces informations en reconstituant les fils conducteurs des choix et des décisions, instantanés ou préparés, c'est-à-dire les invariants ou les déterminants (Robert & Rogalski, 2002, p. 508).

Robert et Rogalski décrivent ainsi cinq composantes, qui sont prises en compte à différents niveaux de l'analyse des pratiques individuelles.

Deux premières composantes, cognitive et médiative, « sont relatives à ce que l'enseignant provoque effectivement comme activités des élèves, essentiellement en classe » (Robert, 2015).

- La composante cognitive concerne les choix de l'enseignant en matière de contenu : organisation des tâches, de leurs quantités, de leurs ordres, etc. Cette composante résulte de l'étude du projet préalable de l'enseignant (scénario).
- La composante médiative concerne les choix correspondants au déroulement en classe, relatifs au mode d'interaction entre l'enseignant et ses élèves : type d'intervention pour accompagner le travail de l'élève (prévue ou improvisée), modification des tâches, formes de travail imposées par l'enseignant.

La combinaison de ces deux composantes permet de reconstituer « la fréquentation des mathématiques qui est installée, ce qui est valorisé par les scénarios et leur accompagnement et ce qui pourrait manquer » (Robert & Rogalski, 2002, p. 514). Les composantes inférées à partir d'une ou de plusieurs séances de classe sont ensuite recomposées pour dégager des *logiques d'action*.

Les pratiques ne se réduisent pas à la somme des composantes, mais identifier certains effets des contraintes correspondant à chacune des composantes permet de reconstituer la cohérence des pratiques des enseignants, c'est-à-dire d'y retrouver des logiques d'action (consciente ou non) qui semblent guider les décisions de l'enseignant. (Chesnais, 2009, p. 21)

Cette analyse donne donc une description des activités de l'enseignant. Il reste à interpréter et dégager les déterminants de ces pratiques.

Dans cet objectif, trois autres composantes permettent de décrire le travail de l'enseignant selon différentes dimensions et « donnent accès à la manière dont l'enseignant intègre les déterminants

⁹ Roditi identifie dans son travail cinq classes d'activités (préparation, gestion, évaluation, coopération formation) qui viennent compléter le cadre théorique mais que nous n'avons pas repris en détail ici.

liés à son environnement professionnel, à son histoire, à ses propres représentations. » (Robert, 2015)

- La composante personnelle concerne les propres représentations du professeur en tant qu'individu particulier.
- La composante institutionnelle concerne ce que les pratiques doivent aux programmes, ressources (manuels), horaires, exigences de l'administration. Ces contraintes peuvent s'avérer contradictoires avec ce qu'aurait eu envie de faire l'enseignant.
- La composante sociale concerne ce que les pratiques doivent à la dimension sociale du métier d'enseignant : son inscription dans un établissement particulier, milieu social des élèves, collaborations entre collègues.

Ces trois composantes sont étudiées à partir des entretiens, de l'étude du contexte institutionnel, du contexte de l'établissement, de documents externes à la classe. Elles sont également inférées à partir des analyses de séquences (Chesnais, 2009).

Ceci nous permet de formuler deux autres questions de recherche :

- Quelles fréquentations des mathématiques sont valorisées, selon les scénarios et leurs déroulements locaux, par les différents enseignants ? Ces pratiques sont-elles compatibles avec les choix didactiques et pédagogiques des concepteurs des ressources ?
- Quelles hypothèses peut-on formuler concernant les composantes qui déterminent les pratiques des enseignants de notre étude ? Comment les ressources COROME déterminent-elles les pratiques observées ?

4 Des données brutes aux données élaborées pour l'analyse

Nous allons à présent décrire de quelle manière nous avons traité les données brutes récoltées (enregistrements vidéos et audios) afin de constituer notre corpus de données élaborées pour l'analyse. Une première étape concerne le traitement des enregistrements audio. Nous décrivons en second lieu de quelle manière nous avons reconstitué puis analysé le scénario proposé dans chaque classe (composante cognitive). Nous présentons ensuite quels sont les indicateurs que nous avons observés dans le déroulement afin de caractériser les pratiques de l'enseignant lors de la réalisation du scénario en classe (composante médiative). Finalement, nous donnons quelques éléments sur le traitement des données recueillies lors des entretiens.

4.1 Création de synopsis et processus de codage des enregistrements vidéo

La quantité d'enregistrements étant importante et la réalité de la classe complexe, une première phase du travail d'analyse a été de transformer ces données de manière à en faciliter la lecture et le traitement. Dans cet objectif, nous avons travaillé avec le logiciel *Transana* qui permet d'une part d'avoir en permanence sur le même écran la vidéo et une transcription totale ou partielle de ce que l'on y observe, et, d'autre part de coder et d'analyser les données.

A partir des transcriptions, nous avons réalisé un synopsis, un outil qui permet de concentrer les données observées dans la classe. Celui-ci « extrait des informations essentielles des transcriptions en fonction de critères et procède à une reformulation des éléments sélectionnés en fonction des objectifs de la recherche » (Schneuwly, Dolz & Ronveau, 2006).

Ce travail de traitement des données se caractérise notamment par un découpage de la réalité observée afin de rendre compte de l'activité de l'enseignant en classe. D'un point de vue méthodologique, nous nous référons à des travaux réalisés dans le cadre de la double approche (Roditi 2005, Chesnais 2009), qui proposent un découpage en « épisodes » et en « phases ». Ceci donne lieu à un découpage en *unités d'analyse* que nous codons ensuite sur *Transana* grâce à des marqueurs temps indiquant le début et la fin de chaque passage ainsi défini. Nous avons trois niveaux de découpage : la séance (unité la plus large qui correspond au temps accordé à l'enseignement des mathématiques lors de chacune de nos observations), l'épisode et la phase.

4.2 Codage en épisode et reconstitution du scénario

L'épisode correspond, dans notre cas, au temps consacré à la réalisation d'une *activité* des Moyens COROME ou une série de « tâches annexes ». Nous avons, en effet, remarqué que les enseignants proposaient, souvent en préparation, en prolongement ou en parallèle à une *activité* menée, des tâches annexes qu'il nous paraissait essentiel d'inclure dans le scénario. Ces tâches sont la plupart du temps proposées à partir d'une consigne orale et ensuite réalisées au tableau noir. La résolution de la tâche se fait majoritairement en commun, toute la classe participe.

Nous avons ainsi répertorié trois types d'épisodes de ce genre: *Tâches de préparation* ; *Tâches de prolongement* ; *Tâches parallèles*.

Le scénario est ensuite reconstitué à partir des vidéos, des transcriptions et du découpage proposé par le synopsis. Une première étape consiste à rétablir la chronologie de la séquence ce qui permet de mettre en évidence la suite des énoncés qui sont proposés aux élèves.

Une fois la liste des énoncés établie nous faisons une analyse *a priori* des tâches du scénario, c'est-à-dire en prenant une position en amont du déroulement en classe, selon la méthodologie développée par la double approche.

4.3 Codage en type de tâches : mise en évidence de l'itinéraire cognitif

L'analyse des scénarios a pour objectif de mettre en évidence l'*itinéraire cognitif* – c'est-à-dire «les contenus que l'enseignant choisit et leur organisation» (Chesnais 2009, p.20) – ainsi que la dynamique d'exposition des contenus (succession entre *activités* de recherche, d'entraînement, etc.).

Ainsi nous avons construit une typologie qui nous permet de donner une description des contenus mathématiques en jeu et de ce que le scénario proposé par l'enseignant a l'ambition de faire travailler. Au terme d'un travail d'analyse à la fois déductif, se basant sur les plans d'études, et inductif, à partir de l'analyse de chaque *activité* indépendamment les unes des autres, nous avons identifié sept types de tâches, que nous donnons de façon succincte dans le tableau ci-dessous (voir (Daina, 2013) pour plus de détail).

Codes	Type de tâches
T1	Comparer des aires
T2	Mesurer une aire à partir d'une unité.
T3	Appliquer une formule d'aire à une forme géométrique donnée.
T4	Trouver des polygones d'aire et/ou de périmètre donnés.
T5	Optimiser le partage ou recouvrement d'une surface en des surfaces d'aire(s) et/ou de forme(s) donnée(s).
T6	Construire un Tangram sous contrainte.
T7	Changer des unités de mesure d'aire.

Tableau 3 – Typologie des tâches relatives à la notion d'aire

Précisons que nous utilisons dans notre travail la notion de praxéologie de manière simplifiée. Il s'agit pour nous de créer un outil pour analyser les tâches et les catégoriser afin de mettre à jour tout le potentiel de travail mathématique contenu dans le scénario. D'un point de vue pratique, afin de mettre en évidence quel type de tâche est travaillé et pendant quelle durée nous avons codé nos épisodes (plus petites unité d'analyse) selon notre indicateur « Type de tâche ». Le résultat de ce travail de codage s'illustre par les *series keyword sequence map* que nous créons à partir de Transana. Il s'agit d'une carte qui montre pour chaque séquence comment se répartissent nos indicateurs. Nous donnerons un exemple plus bas dans la présentation des résultats.

4.4 Découpage en phase et codage d'indicateurs pour caractériser la composante médiative

Un épisode est ensuite découpé en phase. Nous reprenons cette méthodologie de Chesnais (2009) et définissons une phase selon « le mode de travail des élèves (travail individuel ou collectif), le mode d'intervention de l'enseignant (absente, collective ou passe dans les rangs et fait des interventions individuelles) et le sujet mathématique (une question d'un exercice, une question posée par l'enseignant ou par un élève, un énoncé de cours,...) » (Ibid, p. 110) Une phase correspond à l'unité d'analyse la plus petite. Le codage de chaque phase permet de donner des indications sur le contenu des interactions.

Voici une liste des différentes phases que nous avons identifiées :

- Introduction : il s'agit d'une phase qui concerne soit des éléments de contenu (par exemple aborder des questions de définitions qui ne concernent pas un énoncé particulier) soit des éléments d'organisation de l'*activité* (création de groupe de travail).
- Consigne : phase durant laquelle l'enseignant donne la consigne de l'*activité* ou de la tâche annexe.
- Mise en commun : nous avons choisi de regrouper sous ce terme les phases de mise en commun de procédures, de corrections, de bilans, etc.
- Réalisation en commun : phase durant laquelle une tâche est réalisée en commun au tableau noir, généralement sous la gestion de l'enseignant (phase typique des cours dialogués).
- Réalisation individuelle ou en groupe : phase durant laquelle la réalisation de la tâche est laissée à la charge des élèves, soit individuellement soit en groupe.
- Transition : changement d'*activité*, interruption extérieure.
- Aide-mémoire : phase durant laquelle des éléments présents dans l'aide-mémoire ou un document jugé équivalent sont présentés.

4.5 Analyse du déroulement d'une séance

Finalement, afin d'avoir un regard sur le déroulement local du scénario, nous avons choisi d'analyser pour chaque enseignant une séance particulière, choisie sur la base de l'analyse globale de la séquence. L'objectif de cette analyse est de mettre en évidence les choix de l'enseignant relatifs au déroulement d'une séance particulière. Ceci nous permet de caractériser la composante médiative (comment l'enseignant organise en classe les médiations entre les élèves et entre lui et les élèves (Robert & Rogalski, 2002)). Nous cherchons ensuite à généraliser ce que nous avons observé dans une séance par rapport à l'ensemble de la séquence en nous basant sur les résultats quantitatifs du codage sur *Transana*. A cette fin, nous avons également codé les épisodes selon les indicateurs suivants, qui témoignent de l'organisation sociale que nous observons majoritairement lors d'un épisode (l'épisode étant redécoupé si nécessaire pour affiner le codage)

com-ens	Partie commune de la séance, l'enseignant est face à la classe. C'est l'enseignant qui parle durant une très large majorité du temps. Les élèves n'interviennent que très ponctuellement pour répondre à une question ou pour demander un complément d'information.
com-él/ens*	Partie commune de la séance, l'enseignant est face à la classe. Il y a beaucoup d'échanges entre l'enseignant et les élèves cependant l'avancée de la discussion est menée par l'enseignant qui pose majoritairement des questions fermées dont la réponse va faire avancer son explication (à rapprocher du cours dialogué au sens de Hersant (2004)).
com-él/ens	Partie commune de la séance, l'enseignant est face à la classe, tous les élèves participent. Mise en commun, échange entre enseignant et élèves. Temps de parole plus ou moins partagé.
com-élèves	Partie commune de la séance, tous les élèves participent. Un ou plusieurs élèves passent devant la classe pour partager leur solution. Temps de parole plus important pour l'élève.
ind-ens. S/D	Le travail se fait individuellement et en silence, l'enseignant n'intervient pas ou que sur demande explicite des élèves.

ind-ens.passe	Le travail se fait individuellement et en silence, l'enseignant observe le travail des élèves, il interagit avec eux et fait des relances (privées ou publiques).
groupe	Le travail se fait par groupes de deux ou trois élèves, l'enseignant passe dans chaque groupe.

Tableau 4 – Codage selon l'organisation sociale

4.6 Compte rendu des entretiens

Nous avons également travaillé sur *Transana* pour le traitement des enregistrements audios des entretiens. Nous avons fait le choix de ne pas procéder à une transcription complète, mais à un compte-rendu qui représente un premier niveau d'interprétation des données. D'un point de vue méthodologique nous avons suivi les étapes suivantes :

- Écoutes des entretiens, transcription de quelques extraits.
- Production de notes d'observation qui permettent de faire des liens entre différentes parties des entretiens (et certains éléments observés lors des séances).
- Rédaction de comptes-rendus reprenant la narration des témoignages et la chronologie des événements.

Nous avons ensuite établi les *profils* des différents enseignants à partir des comptes-rendus. Ces *profils* présentent une synthèse des informations dont nous disposons pour chacun (voir le chapitre 3 pour les résultats des analyses). Ce point de vue a été complété par une analyse descendante en référence au cadre théorique de la structuration du milieu, dont nous ne parlons pas dans cette contribution.

IV - DEUX ETUDES DE CAS : SOPHIE ET MATHILDE

Nous allons à présent présenter quelques-uns des résultats de notre travail en nous centrant sur le cas de deux des enseignantes et en référence quasi exclusivement au cadre de la double approche, passant sous silence (pour des questions de place) l'éclairage de la structuration du milieu.

1 Eléments choisis du profil des deux enseignantes

Mathilde et Sophie travaillent dans la même école et l'année de notre observation elles enseignent respectivement dans une classe de 6P et de 5/6P (double degré). Depuis le début de l'année, elles collaborent pour élaborer une planification pour les 6P, dans différentes disciplines (mathématiques, allemand, français, etc.). Sophie prévoit ensuite seule le programme pour les 5P. Elles ont toutes deux obtenu une licence en sciences de l'éducation mention enseignement à l'université de Genève, respectivement en 2002 et 2004. Mathilde enseigne en 6P depuis trois ans. Sophie a principalement enseigné en 5P, c'est la première fois qu'elle a des 6P.

Nous avons assisté au rendez-vous durant lequel elles ont planifié, avec une troisième collègue (non observée) la séquence concernant le thème 9 : *Aires et volumes*. Cette rencontre a eu lieu un mercredi matin environ un mois avant le début de la réalisation de la séquence en classe. Pour ce thème, elles n'ont utilisé que les moyens COROME. Mathilde est la plus expérimentée du groupe ; l'année de notre observation c'est la troisième fois qu'elle a des 6P, c'est donc elle qui mène la discussion.

Lors de cette rencontre les enseignantes se basent sur le *Plan* du thème 9 et sur la liste des *activités* réalisées par Mathilde l'année d'avant, afin de décider de la liste des *activités* qu'elles vont proposer aux élèves dans les deux classes en parallèle. Elles calculent approximativement selon le nombre de périodes d'enseignement restantes avant les épreuves cantonales le nombre d'*activités* qui pourront être réalisées et font des choix en conséquence. Cette année, elles sont obligées d'aller « à l'essentiel », car elles sont en retard par rapport au programme. Le temps joue donc comme une contrainte forte dans l'organisation de la séquence.

L'analyse des échanges entre les enseignantes, lors de cette rencontre, montre qu'elles parlent peu des objectifs d'enseignement qui semblent implicitement connus et partagés. Lors du premier entretien, Mathilde explique que les objectifs restent implicites car, d'une part, elles savent ce qu'il

faut faire en 6P et, d'autre part, le plan du thème proposé dans les moyens COROME 6P est clair et sert de référence.

Par ailleurs, les enseignantes n'entrent pas dans une analyse très approfondie des *activités*. Les propos utilisés pour qualifier les différentes *activités* restent très superficiels : « celle-ci elle est sympa », « elle est bien car elle permet de travailler sur tous les polygones » ou « celle-ci est plus compliquée, elle demande un long temps de recherche ». Les raisons plus profondes qui justifient le choix de telle ou telle *activité* par rapport à la construction de la séquence restent implicites. A ce sujet, Mathilde précise lors de l'entretien que ses collègues lui font « confiance », elle base son choix d'une part sur la liste d'*activités* qu'elle a proposées les deux dernières années, qui est initialement le fruit d'une ancienne collaboration.

Il s'agit donc, dans cette première phase, de décider d'une liste d'*activités* et Mathilde précise qu'elle et ses collègues vont ensuite se « replonger » chacune de leur côté dans chacune des *activités* afin de voir « ce qu'il y a derrière » (quels sont les objectifs, les notions théoriques, les stratégies que peuvent mettre en place les élèves). Elle décrit cette étape comme une démarche plus individuelle qui ne peut se faire à trois.

Notons que ni Mathilde, ni Sophie ne gardent de trace écrite de ce travail de préparation, si ce n'est la liste des *activités* proposées et certains éléments de correction qu'elles notent directement au fil des exercices dans leur exemplaire personnel du livre de l'élève. On retrouve chez Sophie le même mode de fonctionnement que chez Mathilde concernant la préparation de l'enseignement, d'abord établir une liste d'*activités* puis préparer plus spécifiquement chaque séance. Sophie parle également de « confiance » ce qui montre l'importance de la collaboration et la place qu'elle tient dans la préparation, en comblant ce qui est ressenti comme un « manque » des moyens COROME.

Cependant, l'étude des propos de Sophie lors du dernier entretien nous permet de mettre en évidence que les objectifs des deux enseignantes sont en fait très différents. Pour Sophie les procédures numériques et notamment l'introduction des techniques de calcul d'aires pour les triangles, les parallélogrammes et les losanges représentent un enjeu important de la séquence, bien que ce ne soit pas au programme de 6P et que les moyens COROME précisent : « Tout au long de la sixième, on ne calcule donc pas encore l'aire d'un parallélogramme, d'un losange ou d'un triangle selon le modèle abstrait d'une opération de nombres réels ou d'une formule, on transforme ces figures en rectangles équivalents dont on maîtrise le calcul de l'aire. ». En effet, pour elle enseigner la notion d'aire implique forcément d'enseigner les formules de calcul d'aires. De plus, la formule du calcul d'aire pour le rectangle et le carré c'est, selon elle, quelque chose qui a déjà été abordé les années précédentes, donc il lui paraît important d'aller plus loin en introduisant les formules de calcul pour les autres polygones de manière à avancer le programme de l'année suivante, ce qu'elle juge comme un avantage pour les élèves. De son côté, Mathilde elle, considère que l'objectif principal concerne la compréhension de la notion d'aire et les formules de calcul pour le carré et les rectangles. Elle se base sur cet objectif minimal car elle sait que dans les épreuves cantonales, épreuve de référence que passent tous les élèves de 6P genevois, il n'y a jamais eu d'exercice qui demande plus au niveau de la notion d'aire.

Il y a donc, d'une part, une distance entre les objectifs des moyens COROME et du Plan d'études et les objectifs que se fixent Sophie et Mathilde. D'autre part, ces objectifs restant totalement implicites dans le travail de collaboration, ils ne sont pas partagés par les deux enseignantes. L'analyse des scénarios et de leur déroulement va permettre de voir de quelle manière vont évoluer les projets d'enseignement des deux enseignantes qui partent pourtant d'une même liste d'*activités*.

2 Bref aperçu des deux scénarios

Rappelons que Mathilde et Sophie ont toutes deux consacré 5 séances au thème 9 pour des durées totales quasi identiques de respectivement 6h30 et 6h15. Les schémas ci-dessous permettent d'avoir une vision globale des scénarios de Mathilde et de Sophie que nous allons commenter :

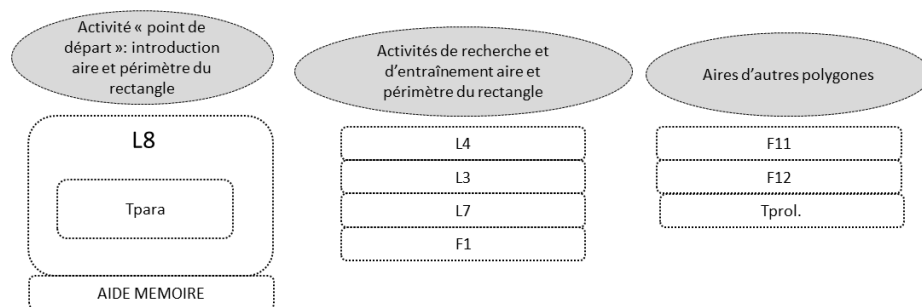


Figure 5 – Structure globale du scénario de Mathilde

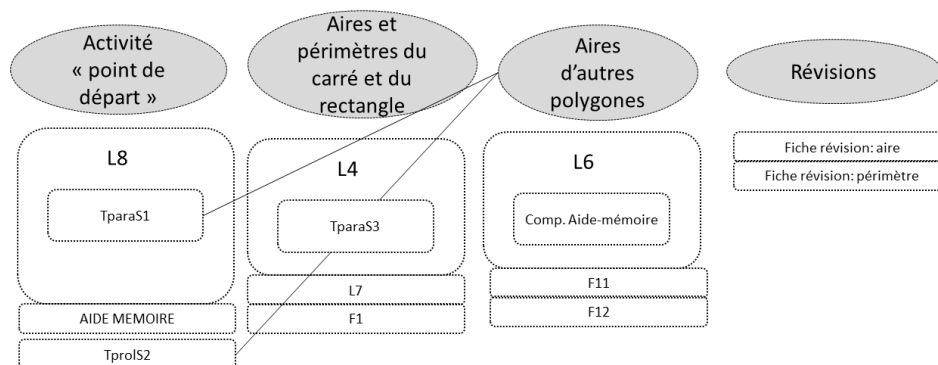


Figure 6 – Structure globale du scénario de Sophie

L'analyse *a priori* du scénario de Mathilde nous a permis de mettre en évidence une structure en trois parties : une séance introductive, trois séances consacrées à l'aire du carré et du rectangle et une séance d'introduction à l'aire d'autres polygones. Cette structure correspond au plan du thème proposé dans le livre du maître, si ce n'est que peu de temps est accordé à la troisième partie (1 séance).

L'analyse *a priori* du scénario de Sophie nous a permis de mettre en évidence une structure en quatre parties : une *activité* d'introduction, une série d'*activités* sur l'aire et le périmètre de carré et du rectangle, une série d'énoncés d'introduction à la mesure d'aires d'autres polygones réguliers et une séance de révision. La structure du scénario met en évidence que les *activités* COROME sont souvent mêlées à des tâches parallèles ce qui induit un scénario plutôt éclaté. Nous voyons par exemple que la première tâche parallèle est en fait en lien avec la deuxième partie du scénario (Figure 7).

Bien que Sophie et Mathilde partent du même projet commun, nous voyons bien comment ont évolué les deux scénarios. Alors que le départ est presque identique, l'écart se creuse au fil des séances. Il est pourtant intéressant de noter que dans les entretiens, Mathilde et Sophie ne semblent pas conscientes de ces différences et continueront sans doute à préparer une liste d'*activité* en commun l'année suivante.

Nous allons à présent nous intéresser au déroulement de la première séance dans les deux classes. Nous verrons que des tensions se font sentir dès l'introduction du thème et qu'il devient problématique pour Sophie de proposer une tâche qui ne porte pas les objectifs qu'elle s'est fixés.

3 Comparaison de la réalisation en classe de la première tâche et analyse plus globale des composantes médiative et cognitive

Le tableau ci-dessous synthétise la succession des phases durant la réalisation de l'*activité* COROME *Fraction de terrain* dans la classe de Sophie et de Mathilde.

Sophie		Mathilde	
Phases	Durée en minutes	Phases	Durée en minutes
Consigne	7	Consigne	3
Réalisation individuelle	6	Réalisation individuelle	10
Mise en commun	3	Mise en commun	7
Réalisation individuelle	3	Tâche parallèle	19
Mise en commun	8	Réalisation individuelle	39
Tâche parallèle (interruption)	5		
Mise en commun (reprise)	8		
Aide mémoire	4		
Tâches de prolongement	8		

Tableau 5 – Comparaison de la succession des phases pour Mathilde et Sophie

Nous voyons très clairement ici que, bien que la même *activité* ait été proposée aux élèves, sa gestion en classe est totalement différente entre les deux enseignantes, ce qui fait que l'activité des élèves n'est par conséquent pas du même type dans les deux classes.

Dans la classe de Mathilde le nombre de phases est limité. La consigne est très courte. Lors de la mise en commun, les interactions témoignent d'une discussion entre l'enseignante et les élèves, voire entre les élèves seuls qui ont une participation active dans l'avancée de la discussion. Mathilde gère ensuite au niveau individuel l'avancée du projet global à partir de ses interactions avec chaque élève. Le graphique ci-dessous offre un regard global sur la séquence, on peut y voir que cette première séance est représentative du mode de fonctionnement de Mathilde et correspond tout à fait à ce qu'elle témoigne de sa pratique dans les entretiens. En effet, il est important pour elle de laisser les élèves travailler de manière autonome, de les laisser « se débrouiller ». La mise en commun est un moment de discussion entre elle et ses élèves, les solutions sont partagées mais elle ne fait aucune validation à ce moment là. La correction de l'*activité* est gérée de manière individuelle et Mathilde se donne alors la possibilité de voir le travail de chaque élève.

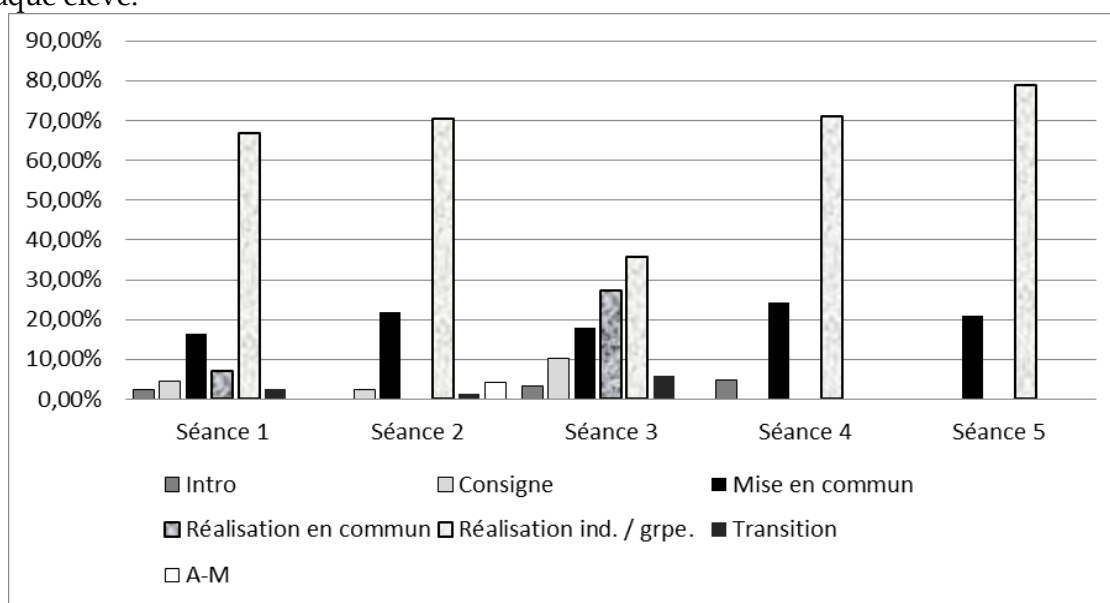


Figure 7 – Codage des phases dans la séquence de Mathilde

Dans la première séance de Sophie nous observons d'abord un temps de consigne plus long, qui entre en écho avec le souci exprimé par Sophie lors des entretiens de s'assurer que les élèves comprennent bien la consigne, et ne soit pas « bloqués » sans savoir « quoi faire ».

Il apparaît ensuite que les moments de mise en commun et de réalisation individuelle s'enchaînent très rapidement. Ceci est emblématique du mode de fonctionnement de Sophie qui a tendance à guider la réalisation de la tâche. En effet, elle insiste dans les entretiens sur l'importance

« d'avancer ensemble ». Aussi, contrairement à ce que nous avons pu observer dans la classe de Mathilde pour la séance 1, ici l'avancée du projet est gérée en collectif. Sophie contrôle globalement le travail des élèves en faisant régulièrement des mises en commun durant lesquelles, ils se mettent d'accord sur une stratégie de résolution qui va devenir commune : la décomposition-recomposition de la surface grisée.

Cependant, du fait de ce guidage de l'activité des élèves, la tâche est également déviée sur des tâches annexes proposées par Sophie. Ainsi elle oriente l'activité des élèves de manière à introduire des connaissances liées aux applications de formules pour calculer l'aire de parallélogrammes, triangles et losanges qui sont des objectifs centraux de son projet global. L'exemple ci-dessous permet d'illustrer l'introduction d'une tâche de prolongement qui montre bien de quelle manière le projet plus personnel de Sophie entre en tension par rapport au déroulement de la tâche principale qui ne sert alors plus que de support matériel pour introduire d'autres connaissances dans un enseignement frontal au tableau.

Dans la continuation de la mise en commun, l'enseignante demande aux élèves de prendre leur aide-mémoire qui présente les formules de calcul des aires du carré et du rectangle. Puis elle reprend un schéma réalisé lors de la mise en commun à propos de l' <i>activité</i> précédente qui se trouve au tableau.	
	S1-ca-Tprol-Consigne: calculer l'aire du triangle rectangle (reprise schéma <i>activité</i> précédente) Ens: je vais vous effacer un petit bout / [...]mon triangle ici / qui me donne l'aire de ce triangle ? / heu là vous savez parce qu'on l'a calculée avant ... on a dit que un triangle vaut quoi ? ... / 9 cm² / vous savez que c'est neuf parce qu'on l'a vu / mais je fais comment / je ne sais pas que ça vaut neuf / je vais même carrément vous changer / on va dire qu'il n'y a pas le trois / comment est-ce que je fais / pour faire l'aire de ce triangle ... je suis un peu embêtée ... / Karen?
La tâche est réalisée en commun, toute la classe participe.	

Tableau 6 – Exemple d'une tâche de prolongement

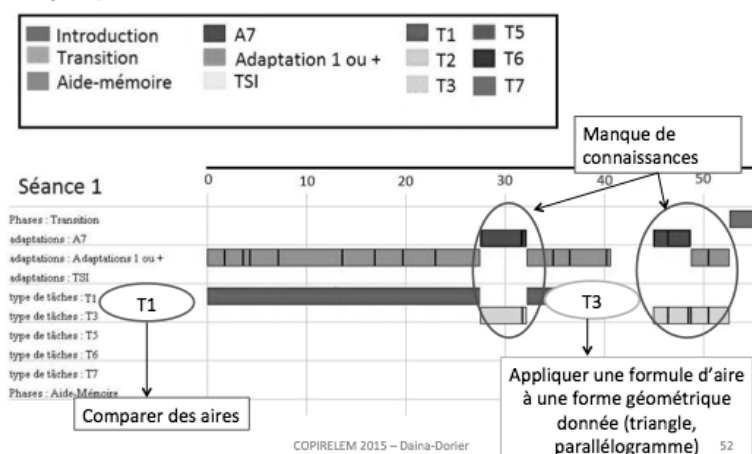


Figure 8 – Photo du tableau dans la classe de Sophie

Nous voyons bien ici que Sophie propose une tâche complémentaire, dans le prolongement du travail fait sur la première *activité*, de manière à aller « plus loin » par rapport aux objectifs prévus dans les moyens officiels (et l'aide-mémoire) et aborder le calcul de l'aire d'un triangle. Cette tâche est problématique car les élèves ont déjà la valeur qu'ils n'ont pas « calculée avant », comme le stipule Sophie, mais qu'ils ont obtenue grâce à un travail de déduction, de découpage/recollement des différentes surfaces du dessin. Elle va donc changer une donnée du problème. Sophie fait ici preuve d'improvisation, mais les choix qu'elle est amenée à faire sont fortement liés à sa conception du thème et à la manière dont elle a préparé son cours.

Ce mode de gestion a comme conséquence une perte du sens du problème original qui ne devient qu'un prétexte à l'introduction de mini tâches qui visent à introduire des techniques. Ceci pose également des problèmes au niveau de la construction d'un milieu qui puisse devenir significatif pour l'élève. Ceci peut s'observer au niveau de l'analyse de l'itinéraire cognitif proposé aux élèves lors de cette séance, que nous illustrons ci-dessous avec le *series keyword sequence map* réalisé à partir de Transana.

Sophie, séance 1



En début de séance, comme dans la classe de Mathilde, Sophie propose une tâche de type T1 et nous avons vu que deux techniques peuvent être mises en œuvre : la première purement géométrique, la deuxième qui implique une procédure de mesurage. Cependant, assez rapidement, Sophie propose des tâches annexes de types T3 qui viennent interrompre le travail sur la tâche de type T1. Ces tâches mettent en avant des techniques de mesure d'aire du triangle et du parallélogramme par décomposition-recomposition pour les ramener à un rectangle dans le but d'introduire la formule de calcul et se situent donc en rupture par rapport à ce que les élèves sont en train de faire. Les différents types de tâches sont introduits de manière déconnectée et les élèves manquent de connaissance pour réaliser effectivement les tâches proposées. Ce qui explique la nécessité d'un guidage de la part de l'enseignante. Les tensions que nous avons décrites sont ici bien visibles.

La graphique ci-dessous permet de resituer ces observations par rapport à l'ensemble de la séquence.

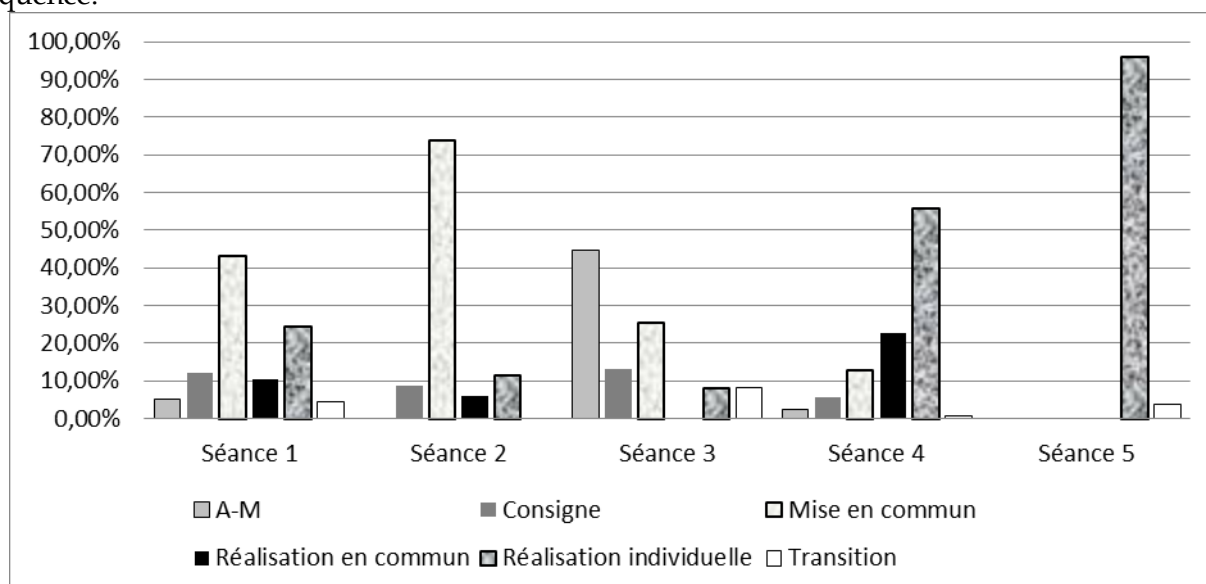


Figure 9 – Codage des phases dans la séquence de Sophie

Comme nous l'avons déjà mis en évidence dans l'étude du scénario, Sophie a organisé sa séquence en deux phases, la première est plus reliée au projet de Mathilde alors que la deuxième s'en distancie. Nous retrouvons dans ce graphique cette distinction entre deux moments distincts dans le scénario :

- Le premier (séances 1 à 3) se caractérise par des temps de mise en commun important et un temps de réalisation individuelle réduit. A la séance 3, 45% du temps est passé à commenter un complément

de l'aide-mémoire (un document qui présente les contenus théoriques succincts mais ne propose pas d'exercices pour l'élève).

- Le deuxième (séances 4 et 5) se caractérise par des temps de travail individuel plus longs.

Nous retrouvons donc ici une organisation de type : introduction des connaissances puis entraînement. Paradoxalement, les *activités* choisies dans le scénario de Sophie ne se prêtent pas, *a priori*, à un déroulement de ce type, car il s'agit de situations-problèmes. En fait, ces *activités* deviennent un prétexte et Sophie passe plus de temps à donner des explications ou discuter du problème (temps de mise en commun) qu'à laisser du temps aux élèves pour chercher effectivement la solution au problème.

Afin d'analyser plus en détail les interactions que ces deux enseignantes ont avec leurs élèves, nous allons à présent considérer la répartition du temps selon l'organisation sociale pour la séance 1 et pour la totalité de la séquence.

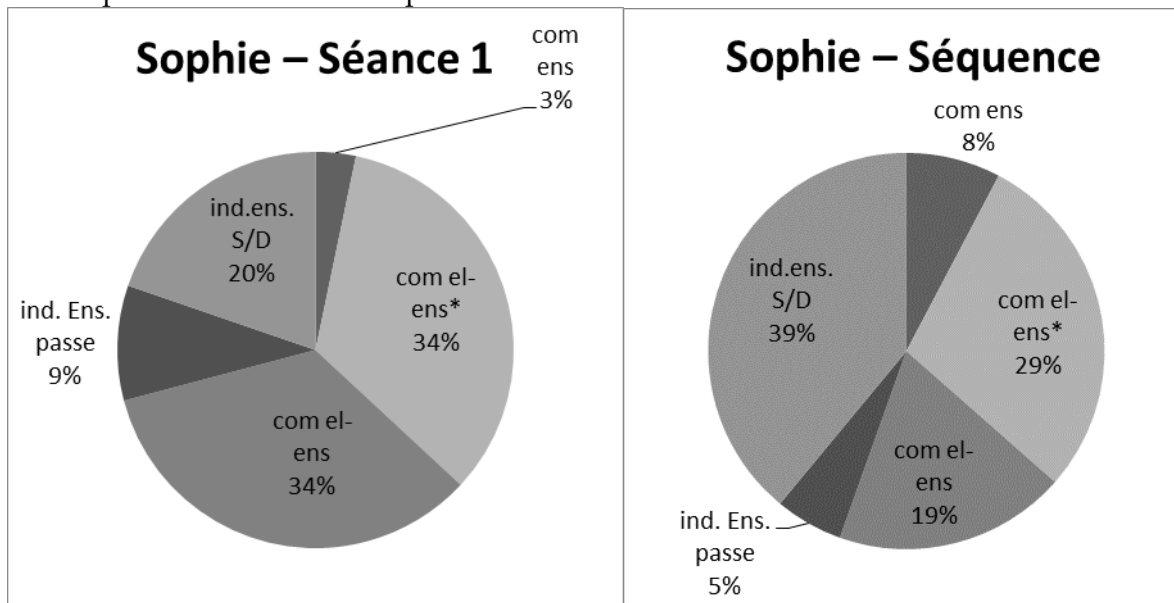


Figure 10 – Répartition du temps chez Mathilde selon l'organisation sociale dans la séance 1 et la totalité de la séquence

Dans la classe de Sophie, la première séance se caractérise par un temps de cours dialogué important (34%), ce qui confirme nos observations concernant le fait que la résolution des tâches est très guidée par l'enseignante et qu'elles deviennent prétexte à l'exposition de connaissances. Cependant, le temps d'interaction type cours dialogué est équivalent au temps de discussion avec un temps de parole partagé entre l'enseignante et les élèves (com, el-ens 34%). Ceci nous oblige donc à modérer notre observation et montre que les élèves sont malgré tout actifs dans ces moments de discussion. Le temps de travail individuel est cependant plus réduit que ce que nous pouvons observer dans la classe de Mathilde, ci-dessous.

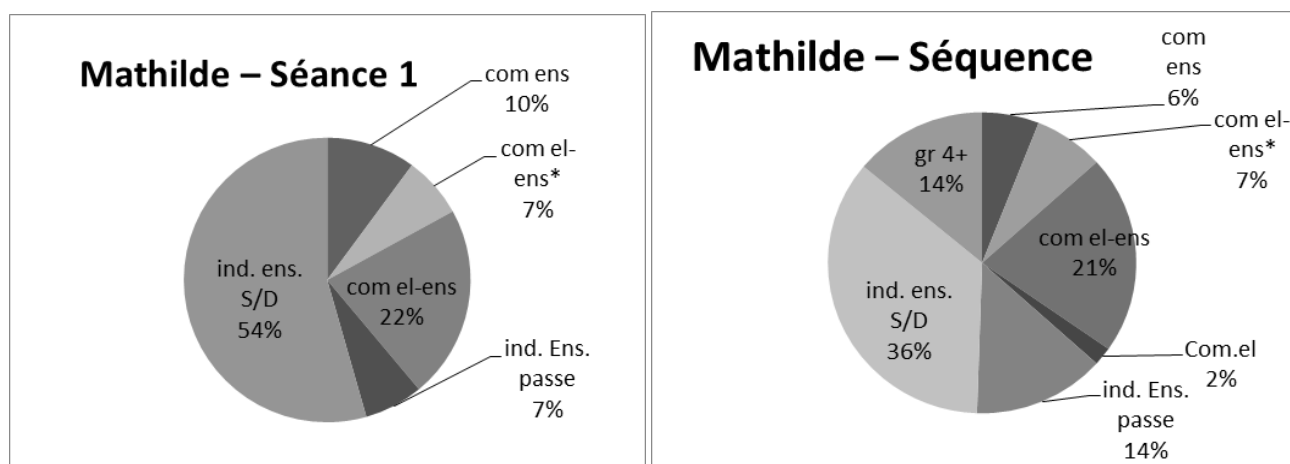


Figure 11 – Répartition du temps chez Sophie selon l'organisation sociale dans la séance 1 et la totalité de la séquence

Si nous comparons ces résultats concernant la totalité de la séquence dans la classe de Mathilde et de Sophie, nous pouvons voir que les différences, notamment au niveau du temps de travail individuel, se réduisent car, une fois les notions théoriques introduites, Sophie prévoit deux séances de travail sur des exercices.

Cependant si nous comparons la répartition au niveau des types de tâches proposés dans les deux classes nous retrouvons un écart au niveau des contenus. Comme nous pouvons le voir, Sophie axe principalement son projet sur trois types de tâches (T2, T7 et T3) qui sont directement destinés à entraîner des techniques numériques (mesurage, application de formules pour les calculs d'aires, changement d'unité). Alors que le type de tâches T5 est sous représenté par rapport à la classe de Mathilde. Le type de tâche « Optimiser le partage d'une surface en des surfaces d'aire(s) et/ ou de forme(s) donnée(s) » est lié à des problématiques autour de la notion d'aire et correspond à des situations-problèmes qui sont très présentes dans les MER.

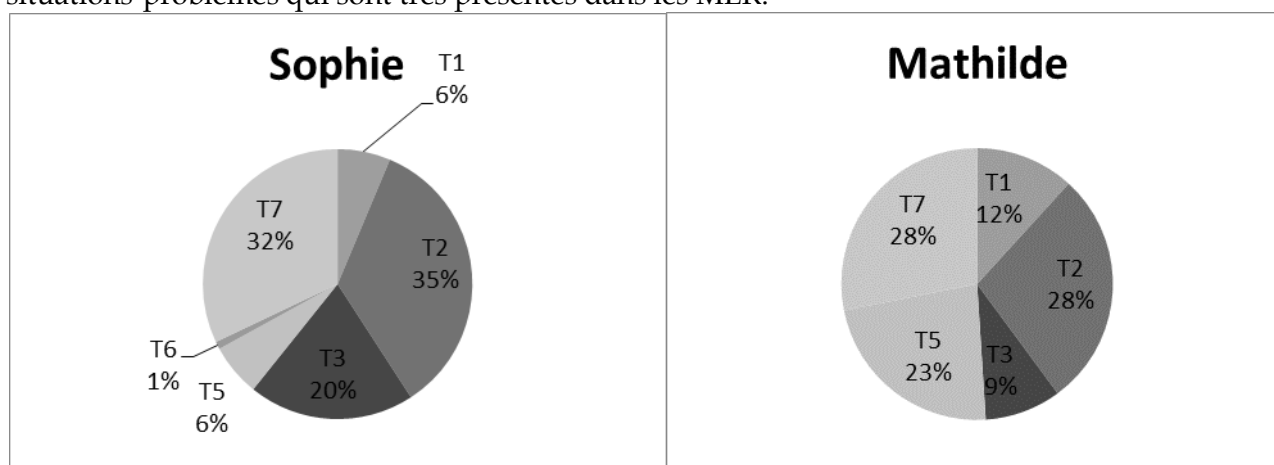


Figure 12 – Comparaison des répartitions des types de tâches entre Sophie et Mathilde

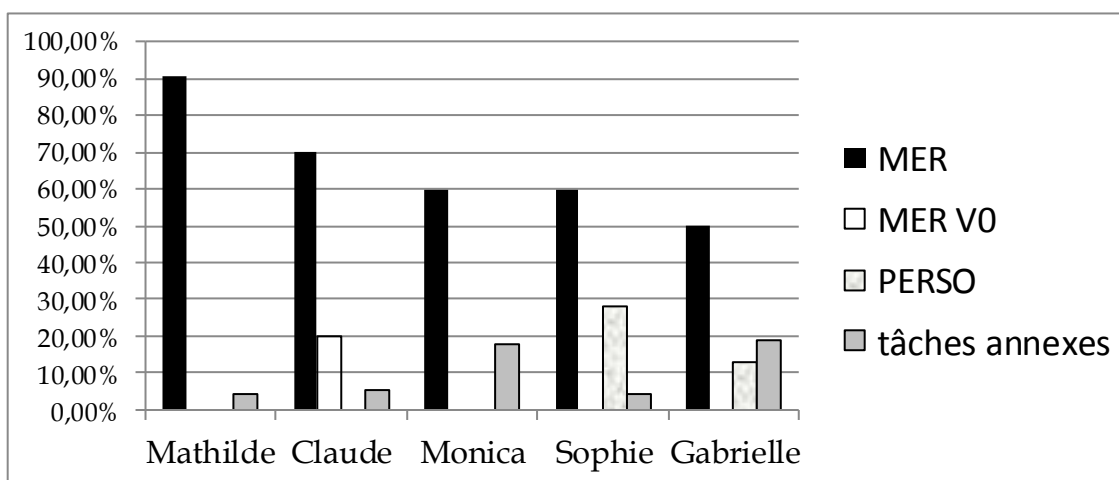
Nous pouvons donc observer une grande variabilité dans les pratiques de ces deux enseignantes, ce qui a pour première conséquence que l'activité des élèves n'est pas du tout la même dans la classe de Sophie que dans celle de Mathilde, bien que les mêmes *activités* soient proposées lors des deux premières séances. Ce qui questionne le plus reste que ces différences ne semblent pas être la conséquence de choix conscients des enseignantes, qui malgré leur différent mode de fonctionnement trouve un intérêt à préparer ensemble les séquences.

Nous allons maintenant donner quelques résultats globaux de la comparaison des cinq enseignants du dispositif.

4 Résultats globaux

Les résultats de nos analyses des observations faites dans les cinq classes que nous avons citées dans le dispositif, mettent en évidence une grande variabilité dans les pratiques des cinq enseignants, aussi bien au niveau des moments de préparation, que des habitudes de gestion de classe, bien qu'ils fassent tous référence aux ressources COROME. Dans ce sens, nos résultats concordent avec ceux de Ardit (2011, 2012).

En effet, si les enseignants disent tous utiliser principalement les MER, les observations en classe montrent que dans les faits, les élèves ne travaillent pas tous la majorité du temps sur des énoncés issus de ces ouvrages. En effet, alors que chez Claude et Mathilde cela représente presque la totalité du temps, pour Monica, Sophie et Gabrielle ce n'est plus que la moitié du temps. Le reste est partagé entre des tâches annexes et des énoncés tirés d'autres ressources. Les enseignants investissent donc différemment la marge de manœuvre dont ils disposent, ce qui implique bien sûr que l'activité des élèves n'est pas la même dans toutes les classes, malgré le fait que la même ressource soit distribuée à tous les élèves.



Nos analyses des pratiques enseignantes ont permis de mettre en évidence trois profils différents dans l'utilisation des ressources :

Des pratiques en adéquation avec les MER

Les deux enseignants qui utilisent le plus les MER en classe, Claude et Mathilde, sont ceux chez qui, nous observons des pratiques en adéquation avec ce que les concepteurs de cette ressource préconisent.

A ce stade de notre analyse, il semblerait que l'expérience, de bonnes connaissances mathématiques et didactiques et un intérêt pour les mathématiques jouent comme une composante personnelle déterminante pour Claude. Dans le cas de Mathilde, c'est plutôt la qualité de sa collaboration avec un collègue ainsi que sa conception des apprentissages et des élèves qui semblent être des composantes personnelles déterminantes. L'expérience joue également un rôle pour Mathilde, qui comme nous l'avons vu, affine son projet d'une année à l'autre.

Des pratiques qui entrent en tension avec les MER

Comme nous l'avons mis en évidence dans la première partie de notre texte, les MER ont un statut particulier dans le contexte genevois. Cette ressource fait partie des documents de référence qui définissent les attentes institutionnelles. Dès lors, il paraît évident que cette dernière joue comme une contrainte institutionnelle et sociale forte. En effet, tenir un discours qui irait à l'encontre des conceptions véhiculées par cette ressource serait indirectement se déclarer en non-conformité par rapport aux attentes institutionnelles. Pourtant, nombre d'enseignants n'adhèrent pas entièrement aux conceptions socio-constructivistes de l'apprentissage, ce qui génère dès lors des tensions et un

double niveau de discours. C'est ce phénomène que nous observons chez deux des enseignantes : Sophie et Monica.

Des pratiques qui se distancient des MER

Contrairement à Sophie et Monica qui semblent chercher malgré tout une adéquation avec la ressource officielle, dans le cas de Gabrielle nous voyons que cette composante n'est pas déterminante. Elle se distancie de cette ressource en prenant explicitement position contre certains choix des concepteurs qui ne lui conviennent pas. Le fait que Gabrielle n'ait pas suivi la formation officielle pour devenir enseignante explique certainement en partie ce fait, les MER jouant alors moins pour elle le statut de référence absolue.

V - CONCLUSION

Dans notre travail le fait que la Suisse romande ait adopté un système de ressource unique officielle véhiculant des choix pédagogiques forts joue un rôle central dans la façon dont nous avons appréhendé la question de l'appropriation de la ressource dans la préparation et la réalisation du travail en classe. Il n'en reste pas moins que notre travail montre de façon précise et parfois criante comment même avec une même ressource et une part de travail de préparation commune, deux enseignantes peuvent en arriver à mettre en scène des *activités* identiques qui vont générer un travail très différent des élèves. Ceci montre, s'il en était besoin que la variable « enseignant » est fondamentale dans le rapport que les élèves peuvent construire au savoir. Certes un travail de formation à l'usage des ressources peut pallier en petite partie ces différences, comme on le voit dans notre étude avec le cas extrême de Gabrielle, qui est la seule à ne pas avoir eu une formation initiale liée à l'usage de la ressource officielle. Toutefois, les différences restent encore importantes à formation et ressource égales !

VI - BIBLIOGRAPHIE

ARDITI S. (2011), *Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens*. Thèse de doctorat en didactique mathématiques. Université Paris Diderot.

ARDITI S. (2012), Manuels scolaires et pratiques des enseignants : des relations complexes. In S. Coppé & M. Haspekian (Ed.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques (année 2012)*. Paris : IREM Paris 7.

ARDITI S. & DAINA A. (2012), Manuels scolaires et pratiques des enseignants en France et en Suisse romande. *Actes du XXXIX^{ème} colloque COPIRELEM, Quimper, 20 – 22 juin 2012*.

ARDITI S. & BRIAND J. (2014), « Regards croisés de chercheurs, auteurs de manuels et formateurs. Utilisation effective de manuels scolaires par des professeurs des écoles. Pistes pour la formation. » *Actes du XXXI^{ème} colloque de la Copirelem, Mont-de-Marsan 2014*.

BROUSSEAU G. (1988), Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 309–336.

BROUSSEAU G. (1996), L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In R. Noirfalise & M-J Perrin-Glorian (Ed.), *Actes de la 8^{ème} Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. (pp.3–46). IREM de Clermont-Ferrand.

CHESNAIS A. (2009), *L'enseignement de la symétrie axiale en sixième dans des contextes différents : les pratiques de deux enseignants et les activités des élèves*. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot (Paris 7).

COMITI C., GRENIER D. & MARGOLINAS C. (1995), Niveaux de connaissances en jeu lors d'interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In G. Arsac (Ed.) *Différents Types de savoirs et leurs articulations* (pp. 91–127). Grenoble : La Pensée Sauvage.

DAINA A. (2013), *Utilisation des ressources: de la préparation d'une séquence à sa réalisation en classe de mathématiques. Cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois*. Thèse, FAPSE, Université de Genève.

DOUADY R. & PERRIN-GLORIAN M-J. (1989), Un processus s'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*. 20(4), 387–424.

HERSANT M. (2004), Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques, le cours dialogué, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies* 4(2), 241–258.

MARGOLINAS C. (2002), Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In J-L Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Ed.), *Actes de la 11^{ème} Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp. 141–157). Grenoble : La Pensée Sauvage.

PERRIN-GLORIAN M-J. (1989-1990), L'aire et la mesure. *Petit x*, 24, 5–36.

ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505–528.

ROBERT A. (2015), Une analyse qualitative du travail des enseignants de mathématiques du second degré en classe et pour la classe : éléments méthodologiques. In Y. Lenoir, & R. Esquivel (Ed.). *Procédures méthodologiques en acte dans l'analyse des pratiques d'enseignement : approches internationales*. (T.2, pp.373–400). Longueuil : Groupéditions Éditeurs.

ROCHER G. (2007), Le manuel scolaire et les mutations sociales. In M. Lebrun (Ed.). *Le manuel scolaire d'ici et d'ailleurs, d'hier à demain*. Québec : Presses de l'université du Québec.

RODITI E. (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques, entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris : L'Harmattan.

RODITI E. (2010), Le développement des pratiques enseignantes en mathématiques d'un professeur d'école : une étude sur dix années d'exercice. In M. Abboud-Blanchard & A. Flückiger (ed.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2010* (pp. 201–229). Paris : IREM et ARDM.

ROGALSKI J. (1982), Acquisition de notions relatives à la dimensionnalité des mesures spatiales (longueur, surface). *Recherches en didactiques des mathématiques*, 3(3), 343–396.

SCHNEUWLY B., DOLZ J. & RONVEAU C. (2006), Le synopsis : un outil pour analyser les objets enseignés. In M.-J. Perrin-Glorian & Y. Reuter (Ed.) *Les méthodes de recherche en didactiques* (pp. 175-189). Villeneuve d'Asc : Presses Universitaires du Septentrion.

Moyens d'enseignement romand 6P :

CHASTELLAIN M. (2002), *Méthodologie - commentaires. Mathématiques sixième année*. Neuchâtel : COROME.

CHASTELLAIN M. (2002), *Livre de l'élève. Mathématiques sixième année*. Neuchâtel : COROME.

CHASTELLAIN M. (2002), *Fichier de l'élève. Mathématiques sixième année*. Neuchâtel : COROME.

LEARNING FROM THE WORLD : THE TEACHING AND LEARNING OF WHOLE NUMBER ARITHMETIC IN THE ICMI STUDY 23

MARIA G. (MARIOLINA) BARTOLINI BUSSI
University of Modena and Reggio Emilia
(Italy)
bartolini@unimore.it

XUHUA SUN
University of Macau
(Macau – China)
xhsun@umac.mo

Résumé

In this presentation we summarize the ongoing process of the ICMI STUDY 23, from the launch of the Discussion Document in April 2014 to the Conference (held in Macau in June 2015). From the very beginning the study appeared as a world wide effort: the ten IPC members were appointed from the five continents, plenary speakers were chosen from three different cultures and professional experiences, participants were selected from as many contexts as possible and panels were constructed with the involvement of people from different cultural backgrounds. The Conference venue was chosen in Macau, as the meeting point of East and West some centuries ago. It is the first study launched by ICMI to address primary school teaching and learning. It is a challenge against the belief in universality of mathematics and didactics of mathematics which seems to be shared by many educators in the West, as if the theory and practice of teaching and learning mathematics might repel contexts and the findings of studies might be applied everywhere.

I - INTRODUCTION

Aim of this paper is to summarize some outcomes of the twenty-third study led by the International Commission on Mathematical Instruction (ICMI). The study address, for the first time, mathematics teaching and learning in primary school (and pre-school as well) for all, taking into account international perspectives including socio-cultural diversity and institutional constraints. Whole number is the core content area, which is regarded as foundational for later mathematics learning; its teaching and learning are thus very important due to larger impact for later mathematics knowing. The study was launched by ICMI at the end of 2012, with the appointment of two co-chairs (Maria G. (Mariolina) Bartolini Bussi and Xuhua Sun) and of the International Program Committee (IPC), which on behalf of ICMI is responsible for conducting the Study. The IPC of the ICMI Study 23 was: Maria G. (Mariolina) Bartolini Bussi, Sun Xuhua, Berinderjeet Kaur, Hamsa Venkat, Jarmila Novotna, Joanne Mulligan, Lieven Verschaffel, Maitree Inprasitha, Sybilla Beckmann, Sarah González, Abraham Arcavi (ICMI Secretary General), Ferdinando Arzarello (ICMI President), Roger E. Howe (ICMI liason).

II - THE PROCESS

1 The Discussion Document

In January 2014 (19-24) the IPC meeting took place in Berlin, at the IMU Secretariat, which generously supported the costs. The IPC members were welcomed by Prof. Dr. Jurgen Sprekels, director of the Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastic (WIAS, Berlin), and by the

ICMI President Prof Ferdinando Arzarello, who participated in the whole meeting. The meeting in Berlin took place in a productive and collaborative climate: a draft version of the Discussion Document was agreed and the Conference dates and venue were chosen. Five themes (each corresponding to a Working Group in the Conference) were identified :

The why and what of whole number arithmetic

Whole number thinking, learning, and development

Aspects that affect whole number learning

How to teach and assess whole number arithmetic

Whole numbers and connections with other parts of mathematics

Three plenary speakers were invited :

Ma Liping : *The theoretical core of Whole Number Arithmetic*

Brian Butterworth : *Low numeracy: from brain to education*

Hyman Bass : *Quantities, Numbers, Number names, and real number line*

Three plenary panels were identified :

Traditions in whole number arithmetic (chaired by Ferdinando Arzarello);

Special needs in research and instruction in whole number arithmetic (chaired by Lieven Verschaffel);

Whole numbers arithmetic and teacher education (chaired by Jarmila Novotna).

The text of the Discussion Document was widely disseminated at the beginning of April 2014, 15 months before the Conference. In the Discussion Document a special emphasis was given to the importance of cultural diversity and to the effects of this diversity on the early introduction of whole numbers. In order to foster the understanding of the different contexts where authors had developed their studies, each applicant for the Conference was required to include background information about this context. The different contexts will be discussed in the volume of the ICMI Study (Bartolini Bussi and Sun, in preparation).

2 The Conference (University of Macau, June 3-7, 2015)

The review and selection processes took place in December 2014 - January 2015. At the end more than 80 mathematics educators took part in the Conference, including the 10 IPC members, the 3 plenary speakers and some observers.

Thanks to generous support from the University of Macau, for the first time, this ICMI study was able to invite observers from non-affluent countries. The choice was to privilege CANP (Capacity & Networking Project, The Mathematical Sciences and Education in the Developing World) that is the major development focus of the international bodies of mathematicians and mathematics educators.

Hence, one representative for each of the following project was invited with a generous financial support of the University of Macau and ICMI:

- CANP1, Edi Math (Mali, 2011, with participants from across Sub-Saharan Africa)¹⁰;
- CANP2, Central America and the Caribbean (Costa Rica, 2012, with participants from Latin America and the Caribbean);
- CANP3, South East Asia (Cambodia, 2013, with participants from ASEAN);
- CANP4, East Africa (Tanzania, 2014, with participants from Tanzania, Kenya, Uganda and Rwanda);
- CANP5, Andean Region (Peru, to be held in 2016, with participants from Peru, Ecuador, Paraguay, Bolivia and Amazonian Brazil).

Some policy makers and observers from the Chinese area were also invited to join the Conference.

¹⁰ At the end the representative of CANP1 was not able to come because of visa problems.

The proceedings were carefully edited by Xuhua Sun, Berinderjeet Kaur and Jarmila Novotna and can be downloaded free¹¹.

III - SNAPSHOTS FROM THE CONFERENCE

1 Languages

The possibility to meet so many colleagues from different regions and with different linguistic backgrounds made the Conference, and especially the working groups a unique occasion to reflect of language differences in whole number arithmetic. It is naively shared that the teaching and learning of whole numbers is the same all over the world. Yet this statement is very quickly challenged when mathematics educators compare the different wording of whole numbers and of arithmetic operations in the different countries. It is not necessary to go out of Europe to find examples of number wording which may hint at or hinder arithmetic meaning. For instance, the reading of 184 is substantially different in English, French and German

English : one hundred eighty four

French : cent quatre-vingt quatre (with the memory of a base twenty system)

German : hundred vier und achtzig (with an inversion of tens and units similar to Dutch and Danish ones)

Learning to tell numbers is usually very demanding and requires the mastery of a lot of words and of some conventions. On the contrary, the Chinese wording is completely regular:

一 百 八 十 四

Fig. 1. Yī bǎi bā shí sì: *one hundreds eight tens four (ones)*

In the above cases everyday language and school language are the same (if one does not consider the case of immigrant pupils or minorities), hence there is no conflict between the school and the cultural identity of learners. But there are cases where the school language is different from everyday language. This is a common feature of countries with a colonial past, where the school system and the school language have been modeled on the Western traditions and languages. In the Conference there were reports about the situation in Algeria (Azrou, 2015) and in Tanzania (Sarungi, personal communication). In these cases the choice of different languages in everyday life and in school is related also to the construction of cultural identity (Barwell et al., in press).

2 Artefacts

The discussion on artefacts in whole number arithmetic started from the very beginning, in the panel on Tradition that was held on the first day. Two contributions were given by Bartolini Bussi (2015) and Sun (2015) to compare / contrast two different popular approaches to whole numbers practiced in the West and in China. The two approaches may be represented by two different artefacts: the *number line* (where numbers identify positions and jumps from one position to another) and the *suàn pán* (the Chinese bead abacus, where numbers are related to counting units by means of the place value conventions). Historic-epistemological analysis shows that the fortune of either approach is strongly related to the deep values of Western and Chinese mathematics, with emphasis on continuous vs. discrete quantities (see Jaworski et al., in press, for a summary). Hence the number line and the suàn pán are cultural artefacts that reveal valuable information about the society that made or used them and, when continuity between tradition and today's

¹¹ The proceedings are available at <http://www.umac.mo/fed/ICMI23/index.html>

practices is maintained, foster the students' cultural awareness of the role mathematics played in their society, that is their cultural identity.



Fig. 2. A floor number line



Fig. 3. The customized suànpan for the participants in the Conference

Many different artefacts were discussed in the Conference. They were taken from cultural traditions (as explained above) or designed by means of Information and Communication Technologies. An interesting artefact (with both physical and virtual realization) was presented as a result of an international cooperation between France and Italy: it is a duo of artefacts (*pascaline* and *e-pascaline*), constituted by a mechanical arithmetic machine (inspired by the instrument designed by Pascal in the 17th century) and its digital counterpart.

« The pascaline is an arithmetic machine composed of gears analogous to the famous machine, called Pascaline, invented by the French mathematician Blaise Pascal in 1642. It is a crucial tool in the history of European mathematics because it represents the first example of addition performed independently of the human intellect. [...] It provides a symbolic representation of the whole numbers from 0 to 999 and enables arithmetic operations to be performed. Each of the five wheels has ten teeth. The digits from 0 to 9 are written on the lower yellow wheels, which display units, tens and hundreds from the right to the left. When the units wheel (respectively the tens wheel)

turns a complete rotation clockwise, the right upper wheel (respectively the left upper wheel) makes the tens wheel (respectively the hundreds wheel) go one step forward. [...] We have designed the e-pascaline, a digital version of the pascaline, to build a complementary duo of artefacts in which each component adds value to the other [...]. The e-pascaline is not a simulation of the pascaline, as close as possible to the model, but is rather a separate artefact which is close enough to the physical one to enable students to transfer some schemes of use, but also different enough (in appearance or in behavior) to reduce components that have inadequate semiotic potential for mathematics learning » (Soury-Lavergne and Maschietto, 2015, pp. 372-3).



Fig. 4. The duo: pascaline (right) and e-pascaline (left)

In the working group, the case of this duo (pascaline and e-pascaline) was a prompt towards a discussion of the relationships between “real” and “virtual” manipulatives, to avoid the naive belief that a concrete manipulative may be substituted with a “virtual” copy without any consequence on the learning processes (see, for instance, the presentation of *The National Library of Virtual Manipulatives* in USA¹²). In the Conference, we collected several beautiful examples of “virtual” artefact (e. g. Kortenkamp¹³, Sinclair¹⁴ & Coles, 2015) and started the discussion about the consistency of them with the epistemological analysis of mathematical meanings.

3 Western and Chinese mathematics: the visit to the Ricci Institute

The comparison / contrast between the number line and the suànpan approaches hints at the differences between Western and Chinese mathematics. The Conference was held in the right place to encourage this discussion as Macau was the site of the Jesuit mission to China and Far East. Matteo Ricci was a pioneer of cultural relations between China and the West, and his appreciation of Chinese cultural and moral values enabled him to make China known to the West and the West to China.

The social program of the Conference offered the possibility to visit the Macau Ricci Institute and to listen to general presentation of the Jesuit activity in China and to a scientific presentation of Ricci’s activity in “translating” the first six books of Euclid’s Elements, given by Siu Man Keung from Honk Kong University (Siu, 2011). Matteo Ricci translated into Chinese Euclid’s Elements (in the Clavius version), with the help of a collaborator (XU Guang-qi). The translated text was published in 1607 and was given the title *The Source of Quantity*.

幾何原本

Fig. 5. Jǐhéyuán běn

¹² website : www.nvml.usu.edu

¹³ <http://www.facebook.com/PlaceValueChart>

¹⁴ website : touchcounts.ca

Euclid's Elements were different from traditional Chinese mathematics. Siu (2011) offers beautiful examples of the different thinking styles, the Euclid's one and the traditional Chinese one. They indicate a kind of incompatibility between each other so that it would be unnatural to force one into the mould of the other. However they also indicate an admirable attempt of Matteo Ricci and XU Guang-qi to synthesize Western and Chinese mathematics (Siu, 2011).

A well-known example is Pythagora's theorem or *gōu gǔ* (Dai and Cheung, 2015) that was known also by ancient Chinese mathematicians. Euclid's proof in the Elements is the 47 propositions of the first book of Elements (Heath, 1908, put in the order where it is possible to proof it drawing on the previous propositions in a deductive chain. On the contrary, the classical Chinese texts contain

« Multiple proofs to theorems and multiple approachese to the same problem so as to help the students when they need to apply the same principle to other similar problems. [...] [The different proofs] highlight the importance of applying known results (in this case the area of rectangles) to deduce some unknown facts (the Pythagora's theorem). Offering two proofs of the same problem help reinforce the understanding of the problem by looking into it from different perspectives. Students can be inspired by this way to actively look for other alternative approaches when they encounter mathematical problems in the future » (Dai and Cheung, 2015, p. 18-20).

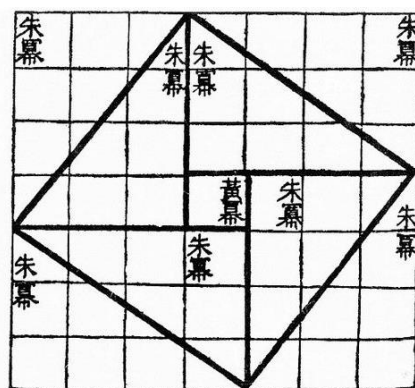


Fig. 6. The image of a classical Chinese proof of *gōu gǔ*, dating back to the first century BCE ¹⁵

Chinese geometrical proofs are full of hints towards measuring, dissecting and recomposing and using visual proofs. Another feature of traditional Chinese mathematical teaching is the use of colors: colors in the proofs of Pythagora's theorem appeared around 200 BC (about a millenium before color-printing techniques were available in China), by labeling each portion (in dissection) with the name of the color. This was a very useful teaching aid. It is worthwhile to mention that, in the West, the first attempt to use colors for educational advantage is credited to Byrne's edition of the first six books of Euclid's Elements (1847¹⁶).

4 Primary school teacher education and development

4.1 The Chinese model of « open classes »

In the Chinese region, especially in the urban areas, it is likely that primary school mathematics teachers are specialists; hence they deepen, in the pre-service education at universities, some issues about mathematical contents. The teacher development is further carried out in the school system, by means of an original interpretation of the model of the Japanese lesson study (Inprasitha et al. 2015), that in this paper is mentioned as « open classroom » or « to observe classroom ».

¹⁵ <http://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasures-zhoubi-suanjing>

¹⁶ <https://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/byrne.html>

观摩课

Fig. 7. Guān mó kè : *to observe classroom*

There are different types of open classrooms (Sun, Teo and Chan, 2015):

Open classes for outside audience

- > open-classes to publicly demonstrate new education ideas (e.g. new curriculum/textbook use and expert-level classroom instruction demonstrations),
- > open-classes for *research* purpose (e.g. research lessons for new thought, same content-different-approaches)
- > open-classes for *evaluation* purpose (e.g. recruitment, teacher-promotion, and teaching competitions).

The second type above (*same content – different approaches*) is connected to the ancient Chinese tradition of looking at the same problem from different perspectives (mentioned above). We shall reconsider it below.

Open-classes for internal audience

- > *single-cycle* open-classes for mentor-mentee training
- > *multiple-cycle* open-classes for mentor-mentee training, supported by the school-based mentor-mentee programme: co-planning, co-designing, co-teaching, co-reflecting.

The Chinese model of open classes has exploited the Chinese conception of teaching as a public activity with norms and structures that favour a *collaborative spirit*; has exerted a major influence in the *professional development* of teachers in China for many years; has played a major role in fostering *learning communities* within Chinese schools; has proven to be an effective way to induct new and inexperienced teachers into the teaching profession.

The basic idea is to design and to test a lesson in order to improve it. This way of working in the school system (with little support if any from the University, in contrast with the Japanese lesson study) is related to the cultural identity of the Chinese teachers. We may quote an example from (Trouche, 2015), in the report of a visit to a class of prospective teachers in Shanghai.

« A la question « pouvez-vous citer un mot chinois, relatif à l'enseignement des mathématiques, dont la traduction pose problème ?, la réponse des étudiants fut tout de suite le mot (fig. 8) qui demande, selon les étudiants, pou être « traduit », tout un developpement : « le processus de préparer une leçon sur le temps long, avec la volonté de la faire de mieuz en mieuz, avec la conviction que c'est un processus sans fin [...] et que c'est une responsabilité essentielle de l'eisegnant, qui doit se nourrir des interactions avec ses élèves et ses collègues » (Trouche, 2015)

磨課

Fig. 8. mó kè : *to clean the lesson*

Although the literal translation seems very simple, the true meaning, according to the Chinese students, refer to the complex process of multiple cycles, that takes place in the open classes.

4.2 The open class at the Hou Kong primary school

The experience of a research open-class was offered to the participants by the Hou Kong primary school in Macau, with two lessons, one about addition and one about subtraction. In this paper we report only the lesson about addition.

Research open-classes are a standard way of working in the Hou Kong School, where a very active Mathematics Research Group is established with the habit of multiple cycle for co-planning, co-designing, co-teaching, co-reflecting. The two of us observed two consecutive lessons of the same multiple cycle with the same teaching plan, the same teacher and different first grade classes. It was evident that some « small » but relevant changes had been designed and realized in order to have a smoother functioning and a better use of time. Between the two lessons (a ten days interval) meetings of the Hou Kong Mathematics Research Group have been realized in order to analyse and criticize the teaching plan and the videos of the lesson (co-reflecting). The Conference participants observed the second lesson only. The teaching plan was distributed in advance.

The structure of the lesson followed the classical scheme used in mainland China (Wang, 2013), with an additional short practice about the mental calculus skill (about 6 minutes in total, at the beginning and at the end of the lesson). The importance of speed in mental calculus is stated in the Standards (in both Macau and mainland China) and is realized controlling the speed with a timer (fig. 9).



Fig. 9. The timer

The core of the lesson was about different ways of calculating two digits addition with grouping and regrouping (grouping tens). The lesson was realized in the sport hall, with a classroom in the middle (with desks, a whiteboard, an interactive board) and seats for about 60 observers from the Conference and 20 observers from the school (including the members of the Mathematics Research Group, the principal, the English teachers for helping in translation). The whole lesson was video-recorded in order to be analysed again by the Hou Kong Mathematics Research Group. A short session of discussion was realized immediately after the lesson with the Conference participants.

The total time of the lesson was 40 minutes, but the core problem (the situation of the day) was carried out in about 15 minutes, as planned. A short summary of the general teaching plan and of the situation of the day follows.

4.3 The general teaching plan

Lesson Plan

School: Hou Kong Primary School

Grade one: Class A

Teacher: Miss Amanda

Subject: Mathematics

Date: 5th June, 2015

Time: 40 minutes

Teaching Topics: Addition within two digits numbers and one digit number (with regrouping)

Students' previous knowledge:

1. Addition and subtraction up to 20 ($11+2=13$, $13-2=11$)
2. Addition up to 20 (with regrouping) ($9+8=17$, $7+5=12$)
3. Subtraction up to 20 (with decomposition) $11-9=2$, $12-8=4$)
4. Addition and subtraction within tens ($40+20=60$, $70-50=20$)(without regrouping and decomposition)
5. Addition within tens and one digit number ($20+4=24$, $60+9=69$)(without regrouping and decomposition)
6. Addition with two digits numbers plus one digit number (without regrouping) ($25+2=27$)

7. Addition within two places (without regrouping) ($25+20=4$)

Learning objectives:

Knowledge acquired: Conceptualize and perform addition within two digits numbers and one digit number with regrouping in oral calculation.

Skill developed: Develop and train critical thinking and language skills.

Civic education:

1. Foster the spirit of co-operation and self-learning.
2. Experience the relationship of mathematics in daily life.

Common learning difficulties:

Pupils may have difficulties in moving the composition of numbers. The teacher can use the concept of « making 10 » to help them understand the composition of numbers.

Teaching aids:

Overhead projector (OHP), Multimedia, candies (boxes) (and other cards for further exercises).

The candy boxes are very interesting artefacts. Each small group of four pupils receives 4 candy boxes with 2 boxes of 10 candies, 1 box of 4 candies (and 6 empty places) and 1 box with 9 candies (and 1 empty place). In each box, the candies are put in 2 lines with 5 places each.

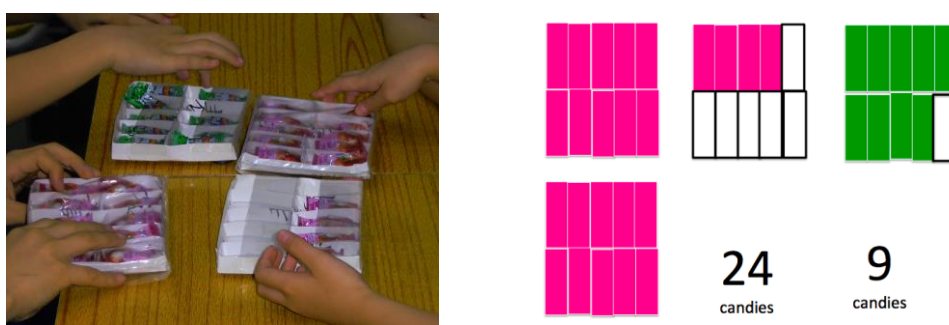


Fig. 10. The candy boxes

The empty spaces in the candy boxes have been arranged to foster different strategies to « make 10 », that is to get full boxes by moving some candies. The different colors in the boxes representing the first and the second addendum allow noticing what candies have been moved. A scheme of the candy boxes has been prepared also in the interactive white board: it was useful to represent in a different way the actions and operations made by pupils with the concrete boxes.

4.4 The detailed teaching plan for the situation of the day

Situation setting	a. Teacher gives a situation to the class. «There are many guests in our school today. So, Miss Amanda prepares some food for them. Class, can you help me count the food as fast as you can? »	15 minutes
Problem solving	a. Pupils work in groups. b. Provide some candies to each group and let them count.	
Group counting and sharing (communication, conceptualizing, inquiring)	a. T invites some group to report their finding about how to count the candies altogether. b. Give comments to the groups and use the multimedia to show three different ways to count the candies. The first way of putting candies altogether There are 24 candies on the left, and then there are 9 candies on the right. Next, encourage pupils to investigate and move 4	

	candies on the left and 6 candies on the right to « making 10 ». Finally, 30 candies plus 3 candies equals 33 candies altogether. The second way of putting candies altogether There are 24 candies on the left, and then there are 9 candies on the right. Next, encourage pupils to investigate and move 1 candy on the left and 9 candies on the right to « making 10 ». Finally, 23 candies plus 10 candies equals 33 candies altogether. The third way of putting candies altogether There are 24 candies on the left, and then there are 9 candies on the right. Next, encourage pupils to investigate and move 4 candies on the left plus 9 candies on the right equals 13 candies. Then, there is a « making 10 » in 13. Finally, 20 candies plus 13 candies equals 33 candies altogether.	
--	---	--

4.5 The process

The small group work is realized by pupils four by four, simply turning a little their chairs to face the two pupils in the back line. During the small group work, the teacher walks in the classroom to encourage pupils to count by « making 10 » in different ways. At the end, she calls the representatives of three groups to show their solutions on the magnetic whiteboard, explaining verbally their process. Three summary forms (already prepared by the teacher, drawing on the teaching plan analysis) are hung by the teacher in the whiteboard below the concrete solutions of the pupils (fig. 11).

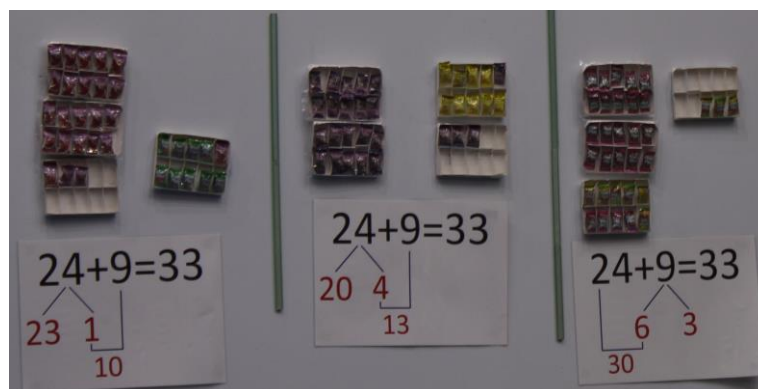


Fig. 11. One Problem Multiple Solutions (OPMS)

This problem is consistent with different issues in the Chinese culture of teaching. It may be defined (Sun, 2011) as One Problem Multiple Solutions (OPMS), within the general category of additive variation problems, as the same problem ($24+9$) is to be solved in different ways. Looking at the three solutions together foster pupils' attitude to look at the same problem according to different perspectives (see the general discussion in the section 3 above). Moreover, the general idea of « making 10 » refers clearly to the operations with the suàn pán.

4.6 A comment from a French participant

A comment of a French participant is reported.
Les classes ouvertes, une expérience singulière.

Nous avons aussi eu l'occasion d'assister à une « classe ouverte » dans une école. Lorsqu'on nous l'a proposée, nous n'imaginions pas que nous serions environ cinquante personnes à suivre tous ensemble une leçon sur l'addition pour une vingtaine d'élèves de 6 ans. Mais si ! Installés en cercle dans la salle de gymnastique, les bureaux d'élèves et les tableaux au milieu, nous avons pu observer les travaux de l'enseignante, très dynamique, et des élèves en uniforme attentifs et impliqués, le tout en chinois évidemment. Sans pouvoir comprendre les détails de l'interaction, nous avons bien saisi l'organisation très construite et précise de la séance, l'utilisation d'outils pédagogiques variés comme des boîtes de 10 bonbons [...] et la forte interaction de l'enseignante avec les élèves collectivement, individuellement ou lors du travail de groupe. Au premier regard l'aspect très programmé de la leçon, ne semble pas permettre une adaptation à la diversité des apprentissages et semble laisser certains élèves en difficulté. Il pourrait même, les solutions des calculs étaient déjà préparés et cachés, conduire les élèves à concevoir le travail mathématique comme la recherche de la réponse déjà prévue par l'enseignant. Cette préparation très réglée d'une leçon s'appuie cependant sur la mutualisation de l'expertise des enseignants d'une école, ou d'une circonscription, sur le long terme, et on peut aussi considérer qu'elle outille l'enseignant pour lui permettre d'ajuster la diversité des outils pédagogiques dont elle dispose, dans le feu de l'action. Cela invite à réfléchir à la question de la formation des enseignants et des ressources nécessaires pour construire un enseignement progressif et cohérent en ce qui concerne par exemple l'institutionnalisation des connaissances construites au cours d'une leçon, la formulation des conclusions et les traces écrites au tableau. Cela offrirait sûrement aux élèves une cohérence au cours de l'année et d'une année à l'autre, d'un enseignant à l'autre, favorable aux apprentissages (Soury-Lavergne, 2015).

IV - CONCLUDING REMARKS

We have selected some examples from the Conference which have the potential to address cultural relativism in mathematics education: is really the teaching and learning of whole numbers the same all over the world? Why is the number line so popular in the West and not in China? Are there different thinking styles in Chinese and Western traditions? How is primary school mathematics teacher education and development approached in different part of the world?

As participants in other ICMI studies, we believe that this study has some peculiar features:

- The preparation of a context form, to be filled by each participant, to give the background information of the study and/or its theoretical statements,
- The invitation to submit video-clips with papers, to exploit the effectiveness of visual data in the age of web communication,
- The participation of IPC members as authors and not only as organisers and co-leaders of working groups,
- The scientific support offered to authors in the revision of their papers,
- The economic support offered to authors from the University of Macau,
- The supported participation of CANP observers,
- The involvement of both the IMU President (Prof. Shigefumi Mori) and the ICMI President (Prof. Ferdinando Arzarello) in the preparation of the Conference.
- The possibility of observing open classes to come in touch with the Chinese model of teacher education and development,
- The possibility of visiting Macau Ricci Institute to discuss about the most famous attempt to make the Western and the Chinese Mathematics meet each other.

This collective international effort led us to the Macau Conference, as a product of the fruitful cooperation between mathematicians and mathematics educators, when, for the first time in the history of ICMI, the issue of whole numbers arithmetic in primary school was addressed.

We firmly believe that meeting other cultures is a way to get a deeper understanding of one's own. « This is not about comparative philosophy, about paralleling different conceptions, but about a philosophical dialogue in which every thought, when coming towards the other, questions itself about its own unthought. » (F. Jullien, 2006).

V - BIBLIOGRAPHIE

AZROU N. (2015), Spoken and written numbers in a post-colonial country: The case of Algeria, 44-51, in *Conference Proceedings of the ICMI Study 23: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*, Macau: University of Macau.

BARTOLINI BUSSI M. G. & SUN X. (in preparation) *Building the Foundation: Whole Numbers in the Primary Grades : The 23rd ICMI Study*.

BARTOLINI BUSSI M. G. (2015), The number line: A “western” teaching aid, 298-306, in *Conference Proceedings of the ICMI Study 23: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*, Macau: University of Macau.

BARWELL R. et al (in press), *Mathematics Education and Language Diversity: The 21st ICMI Study*

DAI C. & CHEUNG K. L. (2015), The Wisdom of Traditional Mathematical Teaching in China, in Fan L., Wong N.Y., Cai J., Li S. (eds.), *How Chinese Teach Mathematics. Perspectives from Insiders*, 3-42, Singapore: World Scientific Publishing Co.

HEATH T. L. (1908), *Euclid. The Thirteen Books of the Elements*, Cambridge University Press.

INPRASITHA M., ISODA M., WANG-IVERSON P. & YEAP B. H. (2015), *Lesson Study. Challenges in Mathematics Education*, Singapore: World Scientific Publishing Co.

JAWORSKI B., BARTOLINI BUSSI M. G., PREDIGER S. & NOVINSKA E. (in press), Cultural Contexts for European Research and Design Practices in Mathematics Education, *Proceedings of CERME 9*, Praha.

JULLIEN F. (2006), *Si parler va sans dire. Du logos et d'autres ressources*. Paris: Edition du Seuil.

SINCLAIR N. & COLES A. (2015), ‘A trillion is after one hundred’: Early number and the development of symbolic awareness, 251-259, in *Conference Proceedings of the ICMI Study 23: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*, Macau: University of Macau.

SIU M. K. (2011), 1607, a year of (some) significance: Translation of the first European text in mathematics – Elements – into Chinese, *Proceedings of the 6th European Summer University on the History and Epistemology in Mathematics*, 573-589.

SOURY-LAVERGNE S. & MASCHIETTO M. (2015), Number system and computation with a duo of artefacts: The pascaline and the e-pascaline, 371-8 in *Conference Proceedings of the ICMI Study 23: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*, Macau: University of Macau.

SOURY-LAVERGNE S. (2015) Après la conférence sur les premiers apprentissages scolaires des nombres, P. 4, *Bulletin de liaison de la CFEM*, juillet 2015.

SUN X.H. (2011), “Variation problems” and their roles in the topic of fraction division in Chinese mathematics textbook examples, *Educational Studies in Mathematics: Volume 76, Issue 1* (2011), Page 65-85.

SUN X. (2015), Chinese core tradition to whole number arithmetic, 140-8 in *Conference Proceedings of the ICMI Study 23: Primary Mathematics Study on Whole Numbers*, Macau: University of Macau.

- SUN X., TEO T. & CHAN T. C. (2015), Application of the Open-class Approach to Pre-service Teacher Training in Macau: A Qualitative Assessment,
<http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/02671522.2014.1002525#.Vdrnj7Kqqko>
- TROUCHE L. (2015), Enseigner les mathématiques à Shanghai, p. 7, *Bulletin de liaison de la CFEM*, février 2015.
- WANG J. (2013), *MATHEMATICS Education in China. Tradition and Reality*, Singapore: Cengage Learning.

LES ATELIERS

Seuls les résumés figurent sur ce fascicule. Les textes complets sont sur le CD joint.

LA STRUCTURATION DE L'ESPACE AUX CYCLES 1 ET 2 DE L'ÉCOLE PRIMAIRE : ÉTUDE EN GS ET CP

S'APPROPRIER, CRITIQUER ET DEVELOPPER UNE RESSOURCE SUR LA STRUCTURATION DE L'ESPACE AUX CYCLES 1 ET 2

Bernard BETTINELLI

Retraité & IREM de Franche Comté

b.bettinelli1@gmail.com

Lionel CHAMBON

ESPE de Franche-Comté & IREM de Franche Comté

lionel.chambon@univ-fcomte.fr

Jean-Marie DORNIER

ESPE de Franche-Comté & IREM de Franche Comté

jean-marie.dornier@univ-fcomte.fr

Philippe LE BORGNE

ESPE de Franche-Comté, Laboratoire de Mathématiques IREM de Franche Comté

UMR 6623 et Fr-Educ de l'ESPE de l'Université de Franche-Comté

philippe.leborgne@univ-fcomte.fr

Arnaud SIMARD

ESPE de Franche-Comté, Laboratoire de Mathématiques IREM de Franche Comté

UMR 6623 et Fr-Educ de l'ESPE de l'Université de Franche-Comté

COPIRELEM

arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Étienne TUFEL

ESPE de Franche-Comté & IREM de Franche Comté

etienne.tufel@univ-fcomte.fr

Résumé

Le texte rend compte d'un atelier présentant le travail conduit dans le cadre d'une recherche-action à l'IREM de Franche-Comté, sur le thème de la structuration de l'espace en cycles 1 et 2. Ce travail a pour but de proposer à des enseignants des classes GS / CP des activités portant sur le développement des processus de latéralisation et sur la structure gauche / droite en vue de conduire une étude comparative sur les apprentissages des élèves de ces deux niveaux sur ces notions.

Le lecteur trouvera dans ce texte : la description de la mise en situation vécue par les participants de l'atelier (situation de communication où il s'agit de reproduire une scène donnée sur une photographie) ; la présentation de plusieurs exemples de difficultés rencontrées par les élèves dans des classes de grande section et de CP ; la présentation de ressources élaborées par les auteurs (différents jeux pour le travail sur la structuration de l'espace en GS et en CP).

Exploitations possibles

Les professeurs des écoles trouveront dans ce texte des supports pour travailler en classe la structuration de l'espace (énoncés d'évaluations diagnostiques, jeux de cartes, ...)

Les formateurs trouveront dans ce texte des ressources aussi bien pour la formation initiale que pour la formation continue. Il peut les aider à construire une mise en situation pour faire éprouver les difficultés à communiquer par écrit des positions relatives d'objets. Il fournit également des exemples de difficultés ou d'erreurs d'élèves, ainsi que des supports pour la classe qui peuvent être analysés.

Mots-clés

Formation des professeurs des écoles, structuration de l'espace, repérage dans l'espace, situation de communication, jeu de cartes.

CAPRICO : CALCULATRICES EN PRIMAIRE ET EN COLLEGE

Gilles ALDON

PRAG, IFÉ-ENS DE LYON

S2HEP

Gilles.Aldon@ens-lyon.fr

Jean-Pierre RABATEL

Chargé d'étude, IFÉ-ENS DE LYON

Jean-Pierre.Rabatel@ens-lyon.fr

Résumé

Le texte rend compte d'un atelier présentant le travail conduit dans le cadre d'une recherche menée au cours de l'année 2014-2015, dont les objectifs étaient de tester des activités utilisant la calculatrice TI Primaire Plus™, d'en produire de nouvelles et d'en analyser les effets dans les classes sur l'apprentissage des mathématiques en cycle 3 (du CM1 à la sixième). Ce travail fait partie du projet CaPriCo (Calculatrices en Primaire et au Collège), coordonné par l'IFÉ - ENS de Lyon, qui regroupe 73 classes et environ 1900 élèves sur 10 sites pilotés par des groupes de l'IREM, d'ESPE ou des rectorats.

Le lecteur trouvera dans ce texte :

- une présentation du projet CaPriCo ;
- une présentation des spécificités de la calculatrice TI Primaire Plus™ (notamment des rétroactions offertes par son mode « exercice ») ;
- une description et une analyse de plusieurs activités pour la classe, testées par les participants de l'atelier (division euclidienne et soustractions itérées ; afficher un zéro de plus, ou un neuf de plus, dans l'écriture chiffrée d'un nombre entier ; trouver deux nombres dont le produit est 20, dans N, puis dans D) ;
- des propositions sur l'utilisation en classe de la calculatrice, notamment pour différencier le travail des élèves.

Exploitations possibles

Les professeurs des écoles et professeurs de mathématiques des cycles 3 et 4, ainsi que les formateurs intervenant dans la préparation au CRPE, trouveront dans ce texte des exemples d'activités mathématiques permettant de travailler notamment les contenus suivants : division euclidienne ; numération décimale ; différentes écritures d'un nombre décimal.

Les formateurs intervenant en formation initiale comme en formation continue (premier et second degrés) trouveront dans ce texte des supports à analyser, aussi bien dans le cadre d'une réflexion sur l'usage en classe des calculatrices que dans le cadre d'un travail sur les nombres aux cycles 3 et au cycle 4.

Mots-clés

Formation des professeurs des écoles, formation des enseignants de mathématiques, liaison Ecole-College, calculatrice, nombre décimal, rétroaction.

DE L'ETUDE D'UNE SITUATION DE RESTAURATION DE FIGURE AU CYCLE 3 A L'ELABORATION D'UNE RESSOURCE

Christine MANGIANTE-ORSOLA

MCF, ESPE LNF

LML

christine.mangiante@espe-lnf.fr

Annie SOLOCH

CPC, Circonscription de Valenciennes-Denain

annie.soloch@ac-lille.fr

Résumé

Cet article prend appui sur le travail mené par une équipe constituée d'acteurs aux statuts différents (chercheurs, inspecteur de l'éducation nationale, conseillers pédagogiques, enseignants maîtres formateurs, enseignants) qui ont pour projet commun la production de ressources pour l'enseignement de la géométrie à l'école primaire, et depuis septembre 2014 dans le cadre d'un LéA (Lieu d'éducation Associé à l'IFE). Cet article propose une analyse de ces ressources en vue de leur mise en œuvre dans une classe ordinaire et il interroge aussi les interactions créées entre deux "mondes" en présence, celui des chercheurs, défini par l'étude et la production de savoirs scientifiques et celui des enseignants, défini par l'action (Mangiante-Orsola C., 2014).

Une analyse détaillée d'une activité de restauration de figure est proposée pour illustrer cette approche de l'enseignement de la géométrie. Basée sur la prise en compte de l'évolution naturelle du regard que portent les enfants sur les figures (c'est-à-dire la manière dont ils appréhendent ces figures et les analysent), cette approche vise à proposer une progression susceptible d'accompagner les élèves dans ce changement de regard sur les figures.

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser tout formateur en mathématiques intervenant en formation initiale et continue sur l'enseignement de la géométrie.

L'approche proposée en géométrie par la restauration de figure permet à la fois d'analyser une ressource mais aussi de questionner ce qui peut faire obstacle à l'appropriation de la situation par les enseignants.

Mots-clés

Formation des enseignants, géométrie au cycle 3, restauration de figures, appréhension des figures.

ANALYSER UNE RESSOURCE DE FORMATION : EXEMPLE DE LA « SITUATION DES NAPPERONS »

Nicolas DE KOCKER

PESPE, ESPE de Lorraine

COPIRELEM

nicolas.dekocker@univ-lorraine.fr

Claire WINDER

PESPE, ESPE de Nice

COPIRELEM

claire.winder@unice.fr

Résumé

Le travail au sein de cet atelier avait pour but d'enrichir la réflexion sur l'appropriation et la conception de ressources mises à la disposition des formateurs.

Dans un premier temps, l'atelier a permis aux participants de s'approprier une « situation de formation » éprouvée (Peltier M-L., 2003), dans le cadre de stratégies basées sur l'homologie (Kuzniak, 1995). Le questionnement proposé à la suite a conduit à faire émerger les potentialités de la situation en termes de potentiels notionnels, pédagogiques et didactiques (Imbert J-L., Masselot P., Ouvrier-Buffet C. & Simard A., 2011), ou encore de motivation. La transposition de l'activité dans des manuels scolaires (Euromaths CE2-CM1-CM2, Hatier) a pu ensuite être étudiée. Enfin différents indicateurs ont été explicités en vue de s'approprier un cadre d'analyse de « situations de formation » en cours d'élaboration (Aubertin & Girmens, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015).

Exploitations possibles

La « situation des napperons » est une situation dont la robustesse a été déjà largement éprouvée tant en classe qu'en formation.

L'analyse proposée ici de sa mise en œuvre se situe à plusieurs niveaux.

L'article pourra déjà être utile à tout enseignant souhaitant faire vivre cette situation dans sa classe.

Plus largement, en formation initiale ou continue, il intéressera tout formateur souhaitant s'appuyer sur des situations d'homologie pour simultanément faire émerger des savoirs mathématiques et repérer des compétences d'ordre pédagogiques et didactiques.

Enfin, on peut pleinement envisager une exploitation en formation de formateur pour identifier comment, à l'aide de ce type de scénario, les enseignants peuvent être amenés à enrichir leur pratique professionnelle. A cet effet, ce texte utilise un cadre d'analyse de situations de formation permettant à tout formateur : 1. de porter un regard nouveau sur les situations de formation qu'il met en œuvre dans sa pratique professionnelle et 2. d'être outillé pour analyser les potentialités de situations de formation qu'il souhaite utiliser. En clarifiant les enjeux des situations de formation, ce cadre d'analyse permet à tout formateur de s'approprier plus aisément les ressources pour les formateurs.

Mots-clés

Symétrie axiale, géométrie à l'école, situation d'homologie, analyse d'une situation de formation.

LES ÉCRITS PROVOQUÉS EN CLASSE ET EN FORMATION, UNE RESSOURCE QUI MÉRITE ATTENTION

Jean-Claude RAUSCHER
Maître de Conférences retraité
IREM Strasbourg
jc.rauscher@wanadoo.fr

Résumé

Le but de l'atelier était de développer une réflexion sur les possibilités offertes par le recours à la production et l'exploitation d'écrits par les élèves (en l'occurrence de cycle 3 ou de début collège) ou par les étudiants (futurs PE) pour développer leurs connaissances. Pour cela, nous nous sommes basés sur l'analyse de cinq situations d'écrits provoqués qui ont été élaborées et expérimentées dans le cadre de travaux à l'IREM et à l'IUFM de Strasbourg (voir bibliographie). Il s'agissait de prendre connaissance de ces situations et de leurs effets, puis d'y repérer les fonctions de l'écrit qui leur donnaient leur efficacité. À ce sujet, en référence aux travaux de Raymond Duval (1995), une attention plus particulière a été portée à une fonction en général plus méconnue mais essentielle, la fonction de traitement de l'écrit, fonction qui permet d'envisager à la fois le développement de la pensée et des connaissances chez les élèves.

Exploitations possibles

Les supports retenus pour exemplifier des situations appelant des écrits proposées à des élèves et à des étudiants permet d'envisager des activités à mener en classe. Les analyses fines et la fonction de l'écrit mise en évidence dans le cadre de cet atelier méritent d'être exploitées et les exemples retenus donnent des pistes pertinentes d'utilisation au cours de la formation. De nombreuses références bibliographiques sont présentes dans le texte de l'atelier.

Mots-clés

Formation mathématique, écrits provoqués, fonctions de l'écrit, traitement de l'écrit, pratique écrite de l'écrit.

LES PROBLEMES DU RALLYE MATHEMATIQUE TRANSALPIN, UNE RESSOURCE POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS ?

Bernard ANSELMO

ESPE Lyon 1, IREM de Lyon, ARMT
bernard.anselmo@univ-lyon1.fr

Michel HENRY

IREM de Franche-Comté, ARMT
michel.henry@univ-fcomte.fr

Résumé

Depuis 20 ans, le Rallye Mathématique Transalpin, s'adresse aux élèves de 8 à 15 ans de différents pays. Il leur propose de résoudre par classe entière des problèmes « atypiques » sans aide de leur enseignant. Les énoncés produits, les productions recueillies, les analyses des résultats, mais aussi les récits d'expérimentation constituent une base de données importante, aussi bien d'un point de vue quantitatif que qualitatif, disponible pour la recherche et la formation en France et à l'étranger. L'atelier propose aux participants d'interroger cette ressource pour mieux la connaître, chercher comment et dans quels buts l'exploiter en formation.

Exploitations possibles

Ressource pour la classe, pour la formation, pour la recherche.
Dispositif de formation des maîtres.

Mots-clés

Rallye mathématique, ressource pour les enseignants, ressource pour les formateurs, dispositif de formation.

QUELLES TACHES POUR TRAVAILLER LES CARACTERISTIQUES DES FORMES A LA MATERNELLE ?

Sylvia COUTAT

Maître assistante, Université de Genève

Équipe DiMaGe

Sylvia.Coutat@unige.ch

Céline VENDEIRA-MARECHAL

Chargée d'enseignement, Université de Genève

Équipe DiMaGe

Céline.Marechal@unige.ch

Résumé

Dans le cadre d'une recherche débutée en 2013 autour de la reconnaissance de formes à la maternelle, l'article présente cinq tâches créées dans le but d'entrer dans ce qui est nommé par les auteurs (et explicité brièvement dans l'article) les caractéristiques des formes.

À cet effet, les choix didactiques sous-jacents sont présentés et pour chacune des cinq tâches, il est décrit la règle du jeu, les objectifs ainsi que les stratégies visées. Dans un deuxième temps il est présenté les premières analyses suite à la passation de ces cinq tâches dans des classes avec des élèves de 4 à 6 ans. Pour finir, quelques éléments qui ont émergé à partir des échanges avec les participants durant l'atelier sont intégrés.

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser tout formateur en mathématique intervenant en formation initiale et continue sur l'enseignement à l'école maternelle et plus particulièrement sur les formes.

Des activités sont proposées et analysées et peuvent aussi intéressées tout enseignant à l'école maternelle car le travail proposé vise des caractéristiques des formes (autres que les traditionnels carrés, rectangles, triangles et cercles). Cette reconnaissance des formes est travaillée à travers différents types de tâches et de registres.

Mots-clés

Reconnaissance formes en maternelle, caractéristiques des formes, différents registres, jeu de formes.

CONSTRUIRE LE NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE : À PARTIR DE QUELLES SITUATIONS EN FORMATION INITIALE ?

Sophie MAGAGNINI

IMF-PEMF, Ecole Maternelle J. Morel, Vesoul
ESPE de Franche-Comté
Groupe maternelle DSDEN 70
sophie.magagnini@ac-besancon.fr

Catherine PAUTHIER

PEMF, Ecole Maternelle J. Morel, Vesoul
ESPE de Franche-Comté
Groupe maternelle DSDEN 70
catherine.pauthier@ac-besancon.fr

Etienne TUFEL

Professeur de mathématiques
ESPE de Franche-Comté
IREM Besançon
etienne.tufel@univ-fcomte.fr

Résumé

Le texte rend compte d'un atelier qui, dans le contexte de la parution des nouveaux programmes de 2015 pour l'école maternelle, s'intéressait aux répercussions que les nouvelles préconisations d'enseigner l'itération de l'unité et les décompositions des nombres, en évitant le comptage-numérotage, devraient avoir dans les pratiques des enseignants, et proposait de réfléchir à des situations qui pourraient, dans ce contexte, être présentées et analysées avec des professeurs stagiaires.

Plus précisément, l'atelier visait à faire élaborer un glossaire illustré de mots-clés liés à la construction du nombre figurant dans les nouveaux programmes, en en proposant une signification mathématique (par un travail en groupe des participants), et en illustrant ces mots-clés par des situations de classe (par une discussion autour de séances filmées dans des classes).

Le texte rend compte du déroulement effectif de l'atelier, et propose une réflexion sur l'écart entre ce déroulement et le scénario initialement prévu par ses concepteurs.

Exploitations possibles

Les formateurs trouveront dans ce texte des éléments pour la construction d'un scénario de formation initiale sur la construction du nombre à l'école maternelle prenant en compte certaines des préconisations des nouveaux programmes de 2015.

Mots-clés

Formation des professeurs des écoles, construction du nombre à l'école maternelle, scénario de formation, programmes 2015.

RESSOURCES POUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ET LES APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES AU CYCLE 2 : UNE APPROCHE SPATIALE DES FIGURES COURBES ET DU CERCLE

Équipe ERMEL
IFÉ - ENS LYON

Henri-Claude ARGAUD
hargaud@gmail.com

Laura BARBIER
École de la Coucourde
barbier.laura26@gmail.com

Jacques DOUAIRE
LDAR
jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
ESPE de l'académie de Reims, URCA-CEREP
fabien.emprin@univ-reims.fr

Gérard GERDIL-MARGUERON
gerard.gerdil-margueron@orange.fr

Cyril VIVIER
École de Coinaud, St Rambert d'Albon
csm_vivier@yahoo.fr

Résumé

Les expériences spatiales constituent une composante essentielle de la construction des apprentissages géométriques de la GS au CE1. Mais comment analyser ces expériences ? Quelles relations avec l'enseignement de notions géométriques ? Quels apprentissages spécifiques du spatio-graphique ?

A partir de la résolution d'un problème de construction de figures courbes fermées, nous analyserons les apprentissages en jeu, les caractéristiques des différentes mises en œuvre, ainsi que les besoins des enseignants. Nous présenterons un éclairage sur des situations d'apprentissage permettant des expériences spatiales et nous interrogerons sur la pertinence d'une ressource en fonction des besoins des enseignants pour sa mise en œuvre identifiés dans le cadre de la recherche Ermel en cours.

Exploitations possibles

Formation initiale : création d'une ressource, situations didactiques.

Formation continue : apprentissages géométriques de la GS au CE1, le cas du cercle et plus généralement des figures courbes fermées.

Mots-clés

ERMEL, géométrie cycle 1 et 2, cercle, figures courbes fermées, espace spatio-graphique.

QUELLES STRATEGIES DE FORMATION POUR GERER L'HETEROGENEITE DES APPRENTISSAGES DES ETUDIANTS EN MATHEMATIQUES EN M1 MEEF 1^{ER} DEGRE ?

Julia PILET

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
julia.pilet@u-pec.fr

Brigitte GRUGEON-ALLYS

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

Résumé

L'importante hétérogénéité des étudiants de l'académie de Créteil se destinant aux métiers de professeurs des écoles nous a conduites à développer un dispositif de formation plus attentif à la diversité des profils des étudiants. L'objectif de l'atelier a été de permettre aux participants de s'approprier et d'analyser les outils à destination des formateurs que nous avons conçus et testés. Après avoir présenté le contexte, nous développons les deux temps principaux de l'atelier. Le premier concerne l'analyse de l'évaluation diagnostique des connaissances et compétences mathématiques des étudiants entrant en master MEEF premier degré que nous avons conçue. Le deuxième temps concerne l'analyse des situations de formation que nous avons conçues pour déstabiliser des conceptions erronées repérées dans l'évaluation diagnostique et construire celles attendues. Deux domaines mathématiques sont retenus : celui de la géométrie et celui des nombres (numération, entiers, décimaux et fractions).

Exploitations possibles

Cet atelier fournit des outils utiles aux formateurs soucieux de prendre en compte l'hétérogénéité des étudiants en formation initiale. Le dispositif de formation proposé permet de faire un état des lieux des connaissances et compétences des étudiants à l'entrée en master pour ensuite les prendre en compte dans l'organisation de la formation. Dans cet article sont présentés et analysés non seulement des exercices portant sur différents domaines des mathématiques conçus en vue d'une évaluation diagnostique mais aussi des situations utilisées en formation.

Mots-clés

Formation initiale, dispositif de formation, évaluation diagnostique, différenciation.

MATERIELS PEDAGOGIQUES AYANT INSPIRE MA (LONGUE) CARRIERE

Bernard BETTINELLI

Enseignant retraité

Ancien P.E.N. puis P.I.U.F.M.

b.bettinelli@gmail.com

Résumé

Certains matériels pédagogiques ont eu, pour moi, une importance capitale tout au long de ma carrière professionnelle et surtout entre les années de l'Ecole normale 1971-1990 où je ne m'occupais que de la formation initiale et continue des instituteurs, ainsi que de la préparation au Certificat d'Aptitude à l'Education des enfants et adolescents déficients ou Inadaptés (C.A.E.I.).

Ce fut pour moi l'occasion de chercher puis inventer des supports pédagogiques permettant aux enfants, même les plus démunis, de rentrer en communication directe avec les mathématiques, de les comprendre et, du coup, y prendre plaisir tout en découvrant des relations rendant leur environnement plus compréhensible à travers un regard nouveau.

Exploitations possibles

Appréhender les moyens de perception (visuels ou manipulatoires) dans l'apprentissage fondamental des mathématiques à travers divers supports : réglettes Cuisenaire, Graphes, Tangram, Moisson des formes, jeux de société...

Mots-clés

Matériel pédagogique, défis mathématiques, manipulation, graphes, géoplan, numération, abaques.

ÉLABORATION D'UN SUJET D'ÉVALUATION DE CONNAISSANCES EN MASTER MEEF

Valentina CELI

Maître de Conférences, ESPE d'Aquitaine,
Lab-E3D, Université de Bordeaux
valentina.celi@u-bordeaux.fr

Gwenaëlle GRIETENS

Formatrice, ESPE de Nantes
gwenaëlle.grietens@univ-nantes.fr

Pascale MASSELOT

Maître de Conférences, ESPE de Versailles, Université de Cergy-Pontoise
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Frédéric TEMPIER

Maître de Conférences, ESPE de Versailles, Université de Cergy-Pontoise
Laboratoire de Didactique André Revuz
frederick.templier@u-cergy.fr

Résumé

Dans le cadre du master MEEF, élaborer des sujets d'épreuves écrites est l'une des tâches du formateur. Même si les annales du CRPE constituent des ressources sur lesquelles il peut s'appuyer, le formateur est souvent amené à les adapter afin d'évaluer les connaissances didactiques attendues de ses étudiants (Briand, Chevalier, 2000).

À la suite d'une réflexion déjà engagée par la COPIRELEM (Briand, Peltier, 1995 ; Bonnet, Eysseric, Simard, 2007 ; Simard, Imbert, Masselot, Ouvrier-Buffet, 2011), nous avons proposé un outil d'analyse permettant de questionner le travail d'élaboration de sujets originaux et d'ouvrir sur une réflexion plus générale sur les contenus et modalités de formation (Peltier 1995).

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser tout formateur en mathématique intervenant en M1 ou M2 d'un master MEEF et tout concepteur de sujet de type CRPE. Une grille d'analyse est proposée. Cette grille permet d'une part, d'éclairer les manques et/ou les redondances d'un sujet, et d'autre part de concevoir des sujets à spectre large (concernant les connaissances didactiques attendues pour un futur professeur des écoles).

Mots-clés

Evaluation M1 et M2, MEEF, didactique des mathématiques, CRPE, sujets de concours, formateurs.

SIMULATEUR INFORMATIQUE DE CLASSE POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS : L'ENSEIGNEMENT DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES

Fabien EMPRIN

Maître de conférences, Université de Reims Champagne Ardenne

Cérep EA 4692

Fabien.emprin@univ-reims.fr

Hussein SABRA

Maître de conférences, Université de Reims Champagne Ardenne

Cérep EA 4692

Hussein.sabra@univ-reims.fr

Résumé

Nous avons développé un Simulateur Informatique de Classe (désigné par « SIC ») comme ressource pour la formation des enseignants. Pour la conception du SIC, nous avons défini un système de paramètres basé sur un modèle d'actions - rétroactions des élèves (Sabra et al., 2014). Le système de paramètres est étroitement lié à un cas particulier de situation d'enseignement : résolution d'un problème ouvert en mathématique intégrant un outil TICE.

La spécificité de cette ressource est qu'elle propose une situation entièrement contrôlée et reproductible de l'activité et des caractéristiques des élèves (Emprin 2011) ; elle permet aussi de recueillir des traces d'usages. Ce travail ouvre des nouvelles pistes de recherche en termes d'ingénierie de formation et ce en mettant en relation les pratiques simulées et les connaissances sur les pratiques réelles.

Exploitations possibles

Le simulateur informatique de classe (SIC) présenté dans ce texte constitue un outil pour la formation des enseignants, permettant de simuler la mise en œuvre d'une séance de résolution de problème ouvert de géométrie, avec un logiciel de géométrie dynamique.

Mots-clés

Simulateur informatique de classe, formation des enseignants, logiciel de géométrie dynamique, problème ouvert, géométrie au cycle 3, TICE.

ÉLABORATION D'UNE RESSOURCE POUR LA FORMATION EN GEOMETRIE : LES CONSTRUCTIONS A L'AIDE D'UN GABARIT DE RECTANGLE

Stéphane GINOULLAC

ESPE de l'Académie de Versailles

Laboratoire LMV (UVSQ)

Stephane.Ginouillac@uvsq.fr

Résumé

Nous proposons une situation pour la formation en géométrie, dans une perspective d'homologie-transposition, qui repose sur l'utilisation d'un gabarit de rectangle comme un instrument pour réaliser des problèmes de construction. Après une description de la situation proposée, ainsi que des questions et des ressources existantes qui l'ont inspirée, nous étudions certains éléments de transposition auxquelles elle peut donner lieu, d'ordre didactique (notamment la genèse instrumentale des instruments en géométrie) ou mathématique (par exemple la réactivation de savoirs de géométrie du collège ou la rédaction de programmes de construction). Nous présentons enfin une première expérimentation de cette situation qui a pu être menée en formation initiale et que nous décrivons à l'aide d'un modèle d'analyse de situations de formation, actuellement développé par la COPIRELEM.

Exploitations possibles

La situation proposée dans ce texte peut être exploitée en formation initiale de futur-e-s enseignant-e-s du premier degré aussi bien pour revoir des contenus géométriques que pour démarrer une réflexion sur les enjeux possibles de l'enseignement de la géométrie à l'école. Elle peut d'ailleurs être adaptée en formation continue comme moyen pour éclairer les enseignant-e-s expérimenté-e-s à propos ces enjeux didactiques. Par son lien direct avec les contenus géométriques abordés à l'école élémentaire, elle peut être adaptée pour être proposé dans des classes.

Mots-clés

Gabarit de rectangle, problèmes de constructions géométriques, artefacts et instruments de géométrie, stratégie d'homologie-transposition, formation initiale, formation continue, école élémentaire.

LES COMMUNICATIONS

Seuls les résumés figurent sur ce fascicule. Les textes complets sont sur le CD joint.

LE DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE LESSON STUDY : PRESENTATION D'UN TRAVAIL MENE AUTOUR D'UNE LEÇON DE NUMERATION EN CE2

Valérie BATTEAU

Doctorante

Haute École Pédagogique (HEP Vaud)

Suisse

Laboratoire Lausannois Lesson Study (3LS)

valerie.batteau@hepl.ch

Résumé

Dans cette communication, nous présentons un travail de recherche doctorale dont l'objet est d'étudier l'évolution des pratiques d'enseignants suisses, exerçant dans le primaire, dans le cadre d'un dispositif de formation continue en mathématiques : Lesson Study (LS). Ce dispositif de formation vise le développement professionnel des enseignants (Clivaz, 2015 ; Gunnarsdottir & Palsdottir, 2011 ; Lewis & Hurd, 2011 ; Yoshida & Jackson, 2011).

L'objectif de cette communication est de présenter le travail d'adaptation et de transformation par un groupe d'enseignants et de coachs d'une tâche mathématique comme moyen de développer les pratiques.

Dans le dispositif, le groupe mène une analyse du sujet mathématique, choisit une tâche, en réalise une analyse préalable et élabore un plan de leçon (adaptation de la tâche et déroulement de la leçon). Ensuite, l'un des enseignants enseigne la leçon devant les autres membres qui observent. Le groupe se retrouve alors pour analyser la leçon, l'améliorer et l'un d'entre eux ré-enseigne cette nouvelle leçon. Ce travail débouche sur la rédaction d'un plan de leçon diffusé sur Internet à disposition d'autres enseignants. Ce travail autour d'une leçon comporte un travail important autour de l'analyse de la ressource et de son enseignement en classe. Ce dispositif permet ainsi aux enseignants de travailler des gestes professionnels tels que la préparation, l'analyse, la transformation et l'adaptation d'une ressource.

Nous ancrons notre travail d'analyse des pratiques enseignantes dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002).

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser particulièrement des chercheurs puisqu'il présente l'analyse de la mise en œuvre d'un dispositif de formation continue – Lesson Study – à l'aide de la théorie de la double approche et de la théorie de l'activité.

Mots-clés

Lesson Study, double approche, théorie de l'activité.

UN MODELE DE CONCEPTION D'UN JEU-SITUATION

MISE EN OEUVRE DE CE MODELE LORS DE LA CONCEPTION DU JEU-SITUATION « A LA FERME » POUR L'APPRENTISSAGE DE L'ENUMERATION A L'ECOLE MATERNELLE

Laetitia ROUSSON

Professeur des Ecoles, Ecole La Rotonde Lapeyrouse-Mornay (Drôme)
Formateur en mathématiques, ESPE Académie de Grenoble (Antenne Valence)
Doctorante, Université Claude Bernard – Lyon 1
Laboratoire S2HEP (Sciences, Société : Historicité, Education et Pratiques)
laetitia.rousseau@hotmail.fr

Résumé

L'étude de jeux à but éducatif montre qu'il existe souvent deux extrêmes : d'un côté des situations d'apprentissage auxquelles est ajouté un habillage ludique souvent déconnecté de l'apprentissage ; de l'autre des jeux où les apprentissages sont limités. Il semble donc difficile de ne pas sacrifier le ludique aux apprentissages et inversement. C'est à ce niveau que se porte notre questionnement et plus précisément sur les conditions d'une articulation équilibrée entre le ludique et le didactique au moment du processus de conception. Nous introduisons le terme de jeu-situation pour définir cet objet situé entre une situation didactique (Brousseau, 1998) où les apprentissages sont prioritaires et un jeu où le ludique est prédominant.

Nous avons fait le choix de concevoir un jeu-situation numérique en nous basant sur une situation didactique pour l'apprentissage de l'énumération à l'école maternelle. Cette conception nous a permis d'identifier trois processus de statuts différents :

- la gamification, processus qui consiste au transfert des mécanismes du jeu à un autre domaine (Kim, 2000), ici à des situations d'apprentissage ;
- la transposition informatique, processus qui représente un « travail sur la connaissance qui en permet une représentation symbolique et la mise en œuvre de cette représentation par un dispositif informatique » (Balacheff, 1994) ;
- l'intégration, processus qui lie intrinsèquement les éléments didactiques et ludiques lors de la conception (Szilas et Sutter Widmer, 2009).

Ce travail nous laisse entrevoir la possibilité de créer un modèle de conception d'un jeu-situation que nous présentons dans cette communication.

Exploitations possibles

Ce travail de recherche porte sur la mise au point d'un jeu à usage didactique en classe de maternelle. Il peut être exploité en formation continue des enseignants.

Mots-clés

Jeu mathématique, énumération, logiciel, situation didactique.

EXEMPLE D'UTILISATION DANS DES CLASSES D'ÉQUERRES SPECIFIQUES EN FORME DE L

Erik KERMORVANT

PRAG, ESPE de Bretagne

erik.kermorvant@espe-bretagne.fr

Résumé

Cet article a pour but de présenter des expérimentations menées dans plusieurs classes de l'école élémentaire concernant l'utilisation de l'équerre. En tant qu'enseignant, j'ai pu constater qu'en 6^{ème}, beaucoup de mes élèves rencontraient des difficultés à tracer des droites perpendiculaires avec leur équerre. D'après les évaluations à l'entrée en 6^{ème} de 1999, seuls 64,1% des élèves savent tracer une perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné extérieur à la droite et 67,2 % des élèves y arrivent si le point appartient à la droite ; on peut alors se demander si ces taux de réussite relativement faibles sont dus aux difficultés notionnelles liées aux concepts d'angle droit et de perpendicularité (et à la façon dont ils sont enseignés) et/ou à la manipulation du matériel de tracé, en particulier les équerres utilisées dans les classes.

En formation continue à l'ESPE, le constat est le même concernant l'utilisation de l'équerre pour tracer des angles droits et tracer des droites perpendiculaires ; bon nombre d'enseignants du primaire me font part des difficultés de leurs élèves à utiliser correctement l'équerre.

Les équerres du commerce, utilisées en général dans les classes, cumulent plusieurs fonctions : contrôler ou construire des angles droits (ou d'autres angles fixés pour les élèves de 6^{ème}), tracer des traits droits, mesurer et, en association avec une règle, tracer des parallèles. Toutes ces fonctions sont présentes simultanément dès le début de l'utilisation de l'outil et permettent des usages détournés de l'artefact, dans un but d'économie gestuelle et conceptuelle. On peut se demander si la multiplicité des fonctions de certaines équerres ne risque pas de gêner la mise en place des schèmes d'utilisation de l'artefact, ce qui pourrait expliquer les difficultés rencontrées.

Partant de ce constat, la conception d'une équerre en forme de L a été réalisée et son utilisation dans plusieurs classes a été analysée, dans le cadre d'un stage de master 2 MEEF en classe de CE2, et dans une classe de CM2 chez des enseignants titulaires conscients des difficultés de leurs élèves. Les résultats obtenus dans ces classes sont présentés ici.

Exploitations possibles

Ce texte donne le résultat d'expérimentations d'un nouvel outil de construction des angles droits, l'Eker, outil réalisé à la suite d'une analyse fine des obstacles repérés concernant l'utilisation des équerres du commerce.

Il peut être proposé en formation initiale et continue pour amorcer une réflexion sur l'usage des outils de constructions dans le cadre des activités géométriques proposées à l'école primaire.

Mots-clés

Outil de construction, équerre, géométrie, cycle 3, instrumentalisation, instrumentation.

EVALUATION DIAGNOSTIQUE ET GESTION DE L'HETEROGENEITE DES APPRENTISSAGES DES ETUDIANTS EN MATHEMATIQUES EN M1 MEEF 1ER DEGRE

Brigitte GRUGEON-ALLYS

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

Julia PILET

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
julia.pilet@u-pec.fr

Résumé

Le projet ORPPELA¹⁷ présenté ici vise à gérer la très grande hétérogénéité des apprentissages mathématiques des étudiants de l'académie de Créteil en M1 MEEF 1^{er} degré et à permettre à des publics changeant d'orientation (titulaires de licences professionnelles, autres cursus non universitaires, emploi d'avenir professeur, etc.) de réussir leur formation. Nous avons conçu et mis en place un dispositif de formation s'appuyant sur une évaluation diagnostique automatisée des connaissances et compétences des étudiants (Grugeon 1997) à l'entrée en M1, dans quatre domaines mathématiques et des stratégies de formation adaptées aux besoins d'apprentissage repérés des étudiants (Grugeon et al. 2012, Pilet 2012).

Dans une première partie, nous présentons le test diagnostique en développant des éléments théoriques et méthodologiques sur lequel il est fondé, puis les résultats des étudiants de groupes de formation de l'ESPE de Créteil obtenus par traitement informatique (profil des étudiants et géographie cognitive de groupes). Nous précisons ensuite les choix didactiques pour adapter l'enseignement en fonction des besoins mathématiques et didactiques des étudiants afin de favoriser à la fois leur formation mathématique et professionnelle et leur autonomie.

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser toute personne (formateur, chercheur) travaillant sur la formation en mathématiques des futurs professeurs d'école.

Utilisé avec le texte de l'atelier A31, il donne des pistes pour organiser le travail en mathématiques et en didactique des mathématiques dans le cadre de la première année du MEEF 1^{er} degré, en lien avec la préparation de l'épreuve écrite du CRPE.

Mots-clés

Évaluation diagnostique, dispositif de formation, CRPE, gestion de l'hétérogénéité des étudiants.

¹⁷ Réalisé dans le cadre des Initiatives d'Excellence en Formations Innovantes (IDEFI) du Programme Investissements d'Avenir, Université Paris-Est met en œuvre le dispositif IDEA.

DU PRESENTIEL VERS LA DISTANCE : CHANGEMENT DE PARADIGME D'ENSEIGNEMENT ET DEPLACEMENTS DES INTERACTIONS

EXEMPLE DE L'INSTITUT D'EDUCATION DE L'UNIVERSITE DE CERGY-PONTOISE

Jean-Michel GELIS

Maître de conférences, université de Cergy Pontoise, France

Laboratoire EMA

jean-michel.gelis@u-cergy.fr

Résumé

Beaucoup d'institutions, en particulier de formation d'enseignants, développent des déclinaisons à distance de formations qu'elles assurent déjà en présentiel. Ces formations cherchent à s'adapter aux demandes des étudiants et sont encadrées par des enseignants déjà en charge du présentiel et néophytes à distance. C'est le mouvement de ces enseignants, qui passent du présentiel à la distance, qui nous intéresse ici. Nous l'étudions dans le contexte de l'université de Cergy-Pontoise, qui créa une modalité à distance de ses formations d'enseignants à la rentrée 2010. Le modèle pédagogique de la distance se fonde sur la résolution collaborative de situations-problèmes et des interactions fréquentes avec les enseignants (Jaillet, 2004). Dans notre contexte, le passage du présentiel à la distance se fait au prix d'un changement de paradigme entre les deux modalités d'enseignement, changement essentiellement dû à la dissociation des temps d'apprentissage et d'enseignement qui opère à distance. Dans cet article, nous cherchons à explorer ce changement de paradigme. Sur plan théorique tout d'abord, en montrant la rupture entre les cadres théoriques lors du passage du présentiel à la distance. Sur le plan des pratiques ensuite, sur des exemples, en montrant que ce passage induit des déplacements d'interactions, d'émergence de connaissances, de visibilité entre acteurs et de changement d'instance d'interaction. Notre terrain est constitué de la dizaine de collègues de mathématiques qui assurèrent les cours à distance en master de la formation de professeurs des écoles pour les années 2013-2014 et 2014-2015.

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser particulièrement tout formateur qui s'engage ou est déjà engagé dans un dispositif de formation à distance notamment pour la première année de master MEEF et la préparation au concours de recrutement des professeurs des écoles. Il met en évidence certaines ruptures théoriques et dans les pratiques de formation. Les exemples choisis dans la partie II s'appuient sur des situations de géométrie bien connues dans la formation en présentiel ce qui permet de bien éclairer ces ruptures.

Mots-clés

Formation à distance, résolution collaborative, situation problème, CRPE.

QUELLES RESSOURCES POUR ENSEIGNER EN MATHEMATIQUES ET EN EPS ?

LE CAS DE DEUX PROFESSEURS DES ECOLES STAGIAIRES

Philippe LE BORGNE

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
LMB (Laboratoire de Mathématiques de Besançon) – FR EDUC
PHILIPPE.LEBORGNE@UNIV-FCOMTE.FR

Maël LE PAVEN

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langues, Informatique, Arts, Didactiques,
Discours) – FR EDUC
mael.le_paven@univ-fcomte.fr

Mathilde MUSARD

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langues, Informatique, Arts, Didactiques,
Discours) – FR EDUC
mathilde.musard@univ-fcomte.fr

Résumé

La période d'entrée dans le métier enseignant est particulièrement délicate pour les professeurs stagiaires et peut s'apparenter à une période de « survie » (Perez-Roux & Lanéelle, 2013). Quelles ressources sont plus particulièrement mobilisées par les stagiaires ? Comment construisent-ils et mettent-ils en œuvre leurs situations d'apprentissage ? En nous appuyant sur l'approche comparatiste en didactique (Mercier, Schubauer-Leoni, et Sensevy, 2002), nous avons suivi un professeur des écoles stagiaires dans deux disciplines, les mathématiques et l'EPS. Le dialogue entre plusieurs chercheurs issus d'horizons scientifiques divers (didactique des mathématiques, didactique de l'EPS, sciences du langage) nous conduit à croiser les regards et à identifier les dimensions génériques et spécifiques des pratiques d'enseignement/apprentissage pour mieux comprendre en retour l'action didactique du stagiaire en mathématiques. Plusieurs types de données ont été recueillies en classe et hors la classe : a) des données d'entretiens semi-directifs ante-leçon ; b) des données d'observation issues d'enregistrements de deux leçons ; c) des entretiens d'auto-confrontation (EAC) simples. Les résultats montrent que les priorités de Bruno par rapport au modèle générique de Bucheton Soulé (2009) sont identiques dans les deux disciplines ; cependant les deux leçons sont assez contrastées. Lors de la leçon d'EPS, Bruno interagit régulièrement avec les groupes d'élèves et la classe entière et réussit à enrôler l'ensemble des élèves dans les situations d'apprentissage. Pendant la leçon de mathématiques, à partir du moment où les élèves doivent résoudre individuellement des problèmes plus complexes, Bruno a tendance à s'engager dans des aides individuelles et longues et ne semble ne pas réaliser la difficulté rencontrée par un certain nombre d'élèves.

Exploitations possibles

Ce texte intéressera les formateurs chargés d'accompagner l'entrée dans le métier des enseignants en formation dans la mesure où il permet notamment de dégager via l'analyse croisée de séances de mathématiques et d'EPS des genericités et des spécificités et d'envisager des perspectives pour aider les débutants à mieux prendre en compte les spécificités des mathématiques dans leur enseignement.

Mots-clés

Approche comparatiste, enseignant débutant, genericité, pratiques ordinaires, mathématiques, EPS.

PROBLEMES ARITHMETIQUES DE REINVESTISSEMENT : UNE SYNTHÈSE, DES PISTES

Catherine HOUEMENT

Enseignant-Chercheur, ESPE, Université de Rouen

LDAR (Laboratoire de Didactique André Revuz)

catherine.houdement@univ-rouen.fr

Résumé

2016 est l'année de nouveaux programmes pour l'école primaire. On peut raisonnablement penser que les problèmes ne seront pas absents des programmes de mathématiques, mais quelle place tiendront-ils ? La résolution de problèmes arithmétiques de réinvestissement sera-t-elle assumée comme partie prenante des apprentissages numériques ?

C'est sur ce thème que nous développerons une synthèse s'appuyant sur : nos travaux liés aux programmes et aux pratiques ordinaires (Coppé & Houdement 2002, 2010 ; Houdement 1999, 2003, 2009, 2011), le point de vue de psychologues s'intéressant aux mathématiques (Julo 2002), l'étude de pratiques culturelles (Bartolini Bussi & al. 2011), des travaux plus récents (voir Houdement 2015).

La finalité de cette contribution est de poser des balises pour les recherches, les ressources et la formation aux apprentissages numériques.

Exploitations possibles

Ce texte constitue un éclairage sur la résolution de problèmes arithmétiques, en associant des regards de psychologie des apprentissages et de didactique des mathématiques. Il revisite les problèmes arithmétiques avec la proposition d'une typologie.

Ce texte peut intéresser toute personne (formateur, chercheur, étudiant) travaillant sur la résolution de problèmes numériques ordinaires de la classe.

Mots-clés

Problème arithmétique, qualification, résolution de problèmes, types de problèmes.

UN LOGICIEL DE GEOMETRIE DYNAMIQUE COMME SUPPORT DE REFLEXION DIDACTIQUE PROFESSEURS-CHERCHEUR

Francine ATHIAS

Formatrice, ESPE Besançon

ADEF

francine.athias@univ-fcomte.fr

Résumé

Cette communication présente un travail de recherche, qui prend appui sur l'introduction d'un logiciel de géométrie dans le cadre d'un stage de formation continue et dans une classe de cycle 3. Nous nous intéressons au rôle que peut avoir un environnement dynamique pour construire ou réactiver des connaissances géométriques, que ce soit au cours des échanges entre les professeurs et le chercheur ou entre le professeur et les élèves. Le déroulement des séances est analysé à l'aide du modèle du jeu (Sensevy 2011).

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser tout formateur souhaitant élaborer des situations de formation en géométrie plane avec l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.

Mots-clés

Constructions géométriques, formation des enseignants, géométrie au cycle 3, logiciel de géométrie dynamique.

DIFFICULTES POUR ENSEIGNER A PARTIR DU MONDE REEL COMME RESSOURCE : COMPARAISON FRANCO-ESPAGNOLE

Richard CABASSUT

Formateur, Université de Strasbourg

LISEC - Université Paris 7

richard.cabassut@unistra.fr

Irene FERRANDO

Formatrice, Universidad de Valencia

Departamento de didáctica de las matemáticas

irene.ferrando@uv.es

Résumé

Nous présentons une recherche exploratoire sur les représentations d'acteurs de l'école primaire (stagiaires, professeurs, formateurs ...) par rapport à l'enseignement de la modélisation. Un questionnaire a été adressé à des enseignants français et espagnols sur différentes variables (conditions institutionnelles, expérience, formation, conditions d'enseignement, conception des mathématiques et de la modélisation, difficultés d'enseignement...). Nous présentons ici la problématique, les cadres théoriques et méthodologiques et les premiers résultats de cette recherche. L'analyse des réponses permet de préciser les difficultés rencontrées dans cet enseignement quant au temps, à l'organisation de la leçon, à l'évaluation, à la prise en compte des élèves, à l'environnement ... L'analyse en classes permet de dégager des types d'enseignants, ce qui permet d'interroger la conception de la formation et des ressources sur l'utilisation de problèmes issus du monde réel. En contrastant les conditions institutionnelles (notamment entre la France et l'Espagne) on interroge également la spécificité des difficultés rencontrées.

Exploitations possibles

Cette communication donne des informations intéressantes sur la manière dont les différents acteurs de l'école abordent la modélisation dans leur enseignement en mathématiques, en interrogeant la spécificité des difficultés rencontrées ou non, en regard des contraintes institutionnelles (notamment entre la France et l'Espagne) ou de leurs conceptions de l'enseignement.

Mots-clés

Modélisation, démarche d'investigation, conceptions des enseignants, problème ouvert.

LA COMPARAISON DE SITUATIONS EMBLEMATQUES A L'ECOLE A TRAVERS LA DIALECTIQUE DE CONTRAT-MILIEU, UNE RESSOURCE POUR L'INTERDISCIPLINARITE. EXEMPLE SUR LA PROPORTIONNALITE EN MATHEMATIQUES ET EN EPS

Maël LE PAVEN

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langages, Informatique, Arts, Didactiques, Discours) – EA 4661
mael.le_paven@univ-fcomte.fr

Mathilde MUSARD

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langages, Informatique, Arts, Didactiques, Discours) – EA 4661
mathilde.musard@univ-fcomte.fr

Résumé

S'interroger sur le processus d'équilibration contrat/milieu (Sensevy, 2011) revient à se questionner sur la façon dont les résistances que le second oppose au premier conduisent l'élève à (ré)élaborer un système stratégique déjà-là. Le milieu doit alors être suffisamment prégnant pour confronter les élèves au problème et rétroactif pour fournir des éléments nécessaires à la construction des stratégies efficaces.

Ainsi, le milieu de la situation du tangram (Brousseau, 1998) fournit aux élèves des éléments concrets d'identification des échecs occasionnés par les (fréquentes) stratégies « additives » grâce aux rétroactions (phase de contrôle). Par comparaison de ces stratégies et de celles mises en œuvre par les élèves dans le cadre d'une situation en EPS (« mini-haies »), proposée par Piasenta (1988) et visant à acquérir une foulée de course efficace, cette étude vise à établir la façon dont la proportionnalité peut être travaillée par le professeur en mathématiques et en EPS en la référant aux expériences vécues par les élèves dans les deux disciplines.

En s'appuyant sur l'analyse de ces situations connues de nombre de spécialistes de chacune des deux disciplines, sur les productions des élèves et sur les régulations du professeur, la recherche menée montre comment l'étude comparative de la dialectique contrat/milieu permet d'appréhender la proximité de jeux de savoirs et épistémiques (Sensevy, op. cit.) à un niveau de généralité heuristique sur le plan interdisciplinaire.

Il s'agit alors d'engager des perspectives de réflexion sur des situations emblématiques d'acquisitions à rapprocher afin d'ouvrir des pistes de travail sur l'interdisciplinarité, tant sur le plan scientifique (enjeu pour les approches comparatistes en didactique notamment) que sur le plan professionnel (travail de l'interdisciplinarité en classe avec les élèves sollicitant des notions transversales).

Exploitations possibles

Ce texte peut intéresser tout formateur engagé dans projet interdisciplinaire mathématiques et EPS. Les auteurs fournissent une situation que l'on peut qualifier de référence en EPS, les « mini-haies » à partir de laquelle des liens peuvent être tissés avec la notion de proportionnalité en mathématique. Cette communication propose également des analyses de situations dans le cadre de l'action conjointe en didactique.

Mots-clés

Interdisciplinarité, théorie de l'action conjointe en didactique, proportionnalité.

PRÉSENTATION D'UN CADRE D'ANALYSE DE SITUATIONS DE FORMATION DES PROFESSEURS DES ÉCOLES

Pascale MASSELOT

UCP – Institut de l'éducation
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Édith PETITFOUR

ESPE de Lorraine
Laboratoire de Didactique André Revuz
edith.petitfour@univ-lorraine.fr

Claire WINDER

ESPE de Nice
claire.winder@free.fr

Résumé

Dans le domaine de la formation en mathématiques des Professeurs des Écoles, les réflexions menées notamment par la COPIRELEM, depuis plus de trente ans, ont conduit à l'élaboration de documents à destination des formateurs des Professeurs des Écoles (COPIRELEM, 2003). Les changements de contexte institutionnel ont bouleversé les conditions et les formats de la formation initiale et continue. La création de nouveaux modules de formation d'enseignants adaptés à ces contraintes s'est alors avérée nécessaire. En nous appuyant sur les travaux de Houdement (1995) et Kuzniak (1995) portant sur les stratégies de formation et la définition des « savoirs utiles pour enseigner » (Houdement, 2013), nous avons développé un cadre d'analyse de situations de formation que nous présentons dans cette communication. En interrogeant les potentialités des situations, l'utilisation de ce cadre pour les présenter vise à favoriser ultérieurement l'appropriation par les formateurs des ressources de formation dans le but de les adapter aux contraintes imposées.

À cette étape de son élaboration, le cadre se structure en cinq paliers d'étude permettant de caractériser les activités de formation en fonction de leur nature, du positionnement du formé et des connaissances convoquées (mathématiques, didactiques, pédagogiques). L'utilisation potentielle de ce cadre est illustrée par l'analyse de situations de formation (Aubertin & Girmens, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015).

Exploitations possibles

Ce texte propose un cadre d'analyse de situations de formation permettant à tout formateur :

1. de porter un regard nouveau sur les situations de formation qu'il met en œuvre dans sa pratique professionnelle
2. d'être outillé pour analyser les potentialités de situations de formation qu'il souhaite utiliser. En clarifiant les enjeux des situations de formation, ce cadre d'analyse permet à tout formateur de s'approprier plus aisément les ressources pour les formateurs.

Mots-clés

Ressource pour les formateurs, grandeurs et mesure à l'école, homologie.

LISTE des INSCRITS au XXXXII Colloque de la COPIRELEM

ALDON	Gilles	gilles.aldon@ens-lyon.fr
AMIOT	Marie-Pierre	marie-pierre.amiot@ac-besancon.fr
ANSELMO	Bernard	bernard.anselmo@univ-lyon1.fr
ARGAUD	Henri-Claude	hargaud@gmail.com
ARTHAUD	Isabelle	gery.arthaud@laposte.net
ATHIAS	Francine	francine.athias@univ-fcomte.fr
AUBERTIN	Jean-Claude	jclaub@gmail.com
AUBRY	Isabelle	aubry.pi@wanadoo.fr
BARBIER	Laura	barbier.laura26@gmail.com
BARTOLINI	Maria	mariagiuseppina.bartolini@unimore.it
BATTEAU	Valérie	valerie.batteau@hepl.ch
BATTON	Agnès	agnes.batton@u-cergy.fr
BECK	Vincent	vincent.beck@univ-orleans.fr
BELLIARD	Jean-Robert	jrbellia@univ-fcomte.fr
BENAT	Guy	guybenat@orange.fr
BERGEAUT	Jean-François	jean-francois.bergeaut@univ-tlse2.fr
BERROUILLER	Cécile	cecile.berrouiller@univ-amu.fr
BETTINELLI	Bernard	b.bettinelli1@gmail.com
BILGOT	Anne	anne.bilgot@espe-paris.fr
BILLY	Christophe	christophe.billy@univ-tlse2.fr
BLOCHS	Bernard	b.blochs@evhr.net
BOLOGNINI	Mireille	mireille.bolognini@ac-nancy-metz.fr

BONNET-PHILIP	Brigitte	brigitte.bonnet-philip@ac-montpellier.fr
BORDAZ	véronique	veronique.bordaz@ac-grenoble.fr
BRACONNÉ-MICHOUX	Annette	amichoux@noos.fr
BREYNAT	Anne-Catherine	anne-cathe.breynat@ac-grenoble.fr
BRISAC	Jessica	jessica.brisac@espe-paris.fr
BUENO-RAVEL	Laetitia	laetitia.bueno-ravel@espe-bretagne.fr
CABASSUT	Richard	richard.cabassut@unistra.fr
CARATY	Corinne	CCARATY@editions-hatier.fr
CARRARD	Christian	christian.carrard@hepl.ch
CASTEL	Frédéric	frederic.castel@univ-reims.fr
CELI	Valentina	valentina.celi@espe-aquitaine.fr
CHAMBON	Lionel	lionel.chambon@univ-fcomte.fr
COLOMBAT	Hubert	h-colombat@ti.com
COUDERETTE	Michèle	michele.couderette@univ-tlse2.fr
COUDERT	Aline	aline.coudert@unilim.fr
COURCELLE	Bruno	bruno.courcelle@univ-bpclermont.fr
COUTAT	Sylvia	sylvia.coutat@unige.ch
DAINA	Audrey	audrey.daina@gmail.com
DANOS	Pierre	pierre.danos@univ-tlse2.fr
DAURIAC	Philippe	philippe.dauriac@univ-bpclermont.fr
DE CONINCK	Brigitte	brigittedeconinck@hotmail.com
DE KOCKER	Nicolas	nicolas.dekocker@univ-lorraine.fr
DEHAYE	Renaud	renaud.dehaye@univ-lorraine.fr

DORIER	Jean-Luc	Jean-Luc.Dorier@unige.ch
DORNIER	Jean-Marie	jmdornie@univ-fcomte.fr
DOUAIRE	Jacques	jacques.douaire@wanadoo.fr
DRAPEAU	Anne	ag.drapeau@laposte.net
DULRADJAK	Jean-Christophe	jcdul@lagoon.nc
EMPRIN	Fabien	fabien.emprin@univ-reims.fr
EYSSERIC	Pierre	pierre.eysseric@univ-amu.fr
FAVERO	Stéphanie	sfavero@hotmail.fr
FRUCHON	Cédric	cedric.fruchon@univ-tlse2.fr
GAGNEUX	Hélène	helene.gagneux@univ-orleans.fr
GASTAL	Sophie	sophie.gastal@ac-montpellier.fr
GATEAU	Agnès	agnesgateau@gmail.com
GELIS	Jean-Michel	jean-michel.gelis@u-cergy.fr
GEORGES	Joëlle	joelle.georges@ac-reims.fr
GERDIL-MARGUERON	Gérard	gerard.gerdil-margueron@orange.fr
GINOUILAC	Stéphane	stephane.ginouillac@uvsq.fr
GIRMENS	Yves	yves.girmens@free.fr
GRANDPERRIN	Hervé	herve.grandperrin@ac-besancon.fr
GRIETENS	Gwenaëlle	gwenaelle.grietens@univ-nantes.fr
GRISONI	Pascal	pascal.grisoni@u-bourgogne.fr
GROSSELIN	Aurélie	aurelie.grosselin@univ-reims.fr
GRUGEON-ALLYS	Brigitte	brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr
GUINCHARD	Carole	carole.guinchard@ac-besancon.fr

GUISSET	Philippe	philippe.guisset@orange.fr
HENRY	Michel	michel.henry@univ-fcomte.fr
HENRY	Sylvie	sylvie.henry@u-bordeaux.fr
HERAULT	Françoise	herault.francoise@orange.fr
HOUEMENT	Catherine	catherine.houdement@univ-rouen.fr
HUNAUT	Ollivier	ollivier.hunault@education.gouv.fr
JAECK	Corinne	corinne.jaeck@espe.unistra.fr
JAFFROT	Michel	michel.jaffrot@orange.fr
KERMORVANT	Erik	erik.kermorvant@aliceadsl.fr
LE BORGNE	Philippe	philippe.leborgne@univ-fcomte.fr
LE PAVEN	Maël	mael.le_paven@univ-fcomte.fr
LEQUEUX	Claire	claire.lequeux-combes@u-cergy.fr
LOPPE	Marie	marie.loppe@hotmail.com
MAGAGNINI	Sophie	sophie.magagnini@ac-besancon.fr
MANGIANTE	Christine	christine.mangiante@espe-lnf.fr
MARECHAL	Céline	celine.marechal@unige.ch
MASSELOT	Pascale	PMasselot@aol.com
MAURIN	Claude	maurindesmaures@wanadoo.fr
MAYENSON	Jean-Baptiste	jeanbaptiste.mayenson@espe-paris.fr
MAZARD	Philippe	philippe.mazard@univ-nc.nc
MEINIER	Stéphane	smeinier@gmail.com
MIDELET	Alain	alain.midelet@univ-reims.fr
MODESTE	Simon	simon.modeste@univ-montp2.fr

MONOD	Jean-Daniel	jean-daniel.monod@hispeed.ch
MOREL	Camille	camillemoreltavaux@gmail.com
MULET-MARQUIS	Céline	Celine.MM@free.fr
MUSARD	Mathilde	mathilde.musard@univ-fcomte.fr
NIGON	Cécile	cecile.nigon@univ-lyon1.fr
LOUDIN	Christine	christine.oudin@univ-reims.fr
PASTEUR	Cyril	cyril.pasteur@ac-besancon.fr
PAUL	Emmanuel	emmanuel.paul@education.gouv.fr
PAUTHIER	Catherine	catherine.pauthier@ac-besancon.fr
PELAY	Nicolas	npelay@gmail.com
PETITFOUR	Edith	edith.petitfour@univ-lorraine.fr
PICARD	Patrick	patrick.picard@ens-lyon.fr
PILET	Julia	julia.pilet@u-pec.fr
RABATEL	Jean-Pierre	jean-pierre.rabatel@ens-lyon.fr
RAUSCHER	Jean-Claude	jc.rauscher@wanadoo.fr
RICHARD	Patricia	patricia.richard@u-cergy.fr
ROUSSON	Laetitia	laetitia.rousseau@hotmail.fr
SABRA	Hussein	hussein.sabra@univ-reims.fr
SANSONETTI	joseph	joseph.sansonetti@wanadoo.fr
SERVAT	Emmanuelle	emmanuelle.servat@espe-paris.fr
SIMARD	Arnaud	arnaud.simard@univ-fcomte.fr
SIMONOT	Elisabeth	babette.simonot@hotmail.fr
SOLOCH	Annie	annike.soloch@orange.fr

SORT	Carine	carine.sort@wanadoo.fr
SOUMAN	Denis	denis.souman@univ-lorraine.fr
STEF	André	andre.stef@univ-lorraine.fr
STIERLI	Elisabeth	elisabeth.stierli-cavat@hepl.ch
TAVEAU	Catherine	catherine.taveau@espe-aquitaine.fr
TEMPIER	Frédéric	frederick.tempier@univ-poitiers.fr
TISSERAND	Ludovic	tisserand.ludovic@club-internet.fr
TROUILLOT	Eric	eric.trouillot@wanadoo.fr
TUFEL	Etienne	etienne.tufel@univ-fcomte.fr
URBANY	Christelle	christelle.urbany@univ-reims.fr
VATERKOWSKI	Anne-Laure	an.laure@cegetel.net
VIVIER	Cyril	csm_vivier@yahoo.fr
VOISIN	Samuel	samuel.voisin@unicaen.fr
WINDER	Claire	claire.winder@free.fr
ZUCCHETTA	Hélène	helene.zucchetta@univ-lyon1.fr
ZUCCHETTA	Jean-François	jean-fancois.zucchetta@univ-lyon1.fr

MEMBRES DE LA COPIRELEM 2014-2015

BATTON	Agnès	UCP - ESPE Académie de Versailles
BILGOT	Anne	ESPE Académie de Paris
BILLY	Christophe	ESPE Toulouse Midi-Pyrénées
BUENO-RAVEL	Lætitia	ESPE de Bretagne
CABASSUT	Richard	ESPE Académie de Strasbourg
CELI	Valentina	ESPE d'Aquitaine
DANOS	Pierre	ESPE Toulouse Midi-Pyrénées
DE KOCKER	Nicolas	ESPE de Lorraine
EYSSERIC	Pierre	ESPE Académie d'Aix-Marseille
GIRMENS	Yves	ESPE Académie de Montpellier
GRIETENS	Gwenaëlle	ESPE Académie de Nantes
GRISONI	Pascal	ESPE Académie de Dijon
MANGIANTE	Christine	ESPE Lille Nord de France
MASSELOT	Pascale	UCP - Institut d'Education - ESPE Académie de Versailles
PETITFOUR	Edith	ESPE de Lorraine
SIMARD	Arnaud	ESPE de l'Université de Franche-Comté
TAVEAU	Catherine	ESPE d'Aquitaine
TEMPIER	Frédéric	UCP - Institut d'Education - ESPE Académie de Versailles
WINDER	Claire	ESPE Académie de Nice
ZUCCHETTA	Hélène	ESPE Académie de Lyon

Titre :	Actes du 42 ^{ième} Colloque de la COPIRELEM BESANCON les 16, 17 et 18 Juin 2015
	Former et se former... Quelles ressources pour enseigner les mathématiques à l'école ?
Auteurs :	Conférenciers, orateurs de communication et animateurs d'atelier du Colloque, COPIRELEM
Mots-Clefs :	Formation des enseignants, didactique des mathématiques, ressources, situation de formation, école maternelle, logiciels
Dépôt légal :	Juin 2016
Nombre de pages :	Pages A4 et CD-Rom joint
Editeur :	ARPEME
ISBN :	978-2-917294-12-3
EAN :	9782917294123
Public Concerné :	Formateurs de mathématiques chargés de la formation des professeurs des écoles
Résumé :	Cette brochure contient les textes complets des conférences de Audrey Daina, Jean-Luc Dorier et Maria G. Bartolini Bussi ainsi que les résumés des ateliers et communications du colloque. Le CD-Rom joint contient l'intégralité des textes.
Prix :	15 euros (+4 euros de frais d'envoi)

LA STRUCTURATION DE L'ESPACE AUX CYCLES 1 ET 2 DE L'ÉCOLE PRIMAIRE : ÉTUDE EN GS ET CP.

S'APPROPRIER, CRITIQUER ET DEVELOPPER UNE RESSOURCE SUR LA STRUCTURATION DE L'ESPACE AUX CYCLES 1 ET 2.

Bernard BETTINELLI

Retraité & IREM de Besançon
b.bettinelli1@gmail.com

Lionel CHAMBON

ESPE de Franche-Comté & IREM de Besançon
lionel.chambon@univ-fcomte.fr

Jean-Marie DORNIER

ESPE de Franche-Comté & IREM de Besançon
jean-marie.dornier@univ-fcomte.fr

Philippe LE BORGNE

ESPE de Franche-Comté
Laboratoire de Mathématiques & IREM de Besançon,
UMR 6623 et Fr-Educ de l'ESPE de l'Université de Franche-Comté
philippe.leborgne@univ-fcomte.fr

Arnaud SIMARD

ESPE de Franche-Comté
Laboratoire de Mathématiques & IREM de Besançon,
UMR 6623 et Fr-Educ de l'ESPE de l'Université de Franche-Comté
COPIRELEM
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Étienne TUFEL

ESPE de Franche-Comté & IREM de Besançon
etienne.tufel@univ-fcomte.fr

Résumé :

Peu de travaux s'intéressent à la question de la structuration de l'espace en termes de ressources pour l'enseignant, même si on peut s'appuyer sur une bibliographie intéressante. Domaine transversal en rapport étroit avec d'autres domaines (temps, langage, motricité et rapport au corps...), il constitue néanmoins un lieu d'apprentissage qui convoque de réelles compétences et permet l'appréhension du monde dans une perspective de modélisation.

Le travail conduit depuis deux années repose sur une recherche-action qui a pour but de proposer à des enseignant(e)s des classes GS / CP des activités portant sur le développement des processus de latéralisation et sur la structure gauche / droite en vue de conduire une étude comparative sur les apprentissages des élèves de ces deux niveaux sur ces notions.

La recherche nous conduit à évaluer la dimension progressive des apprentissages dans ce domaine en croisant une double dimension didactique et développementale.

I - INTRODUCTION, OBJECTIFS ET DEROULEMENT DE L'ATELIER

Cet atelier envisage de restituer un travail conduit depuis deux années à l'IREM de Franche-Comté sur le thème de la structuration de l'espace en cycles 1 & 2. Ce travail a donné lieu à l'élaboration d'un recueil de situations à destination des enseignants de GS-CP.

Le travail proposé aux participants se déroule en trois phases, détaillées ci-après.

Une situation de communication

Lors de l'atelier, une première mise en situation conduit les participants à vivre une situation de communication dont l'objectif est de mettre en évidence la complexité du domaine d'étude. En effet, plusieurs paramètres sont à prendre en compte pour l'enseignant, comme l'articulation des apprentissages appartenant à différents domaines d'activité (domaine du langage, agir avec son corps, découvrir le monde notamment), ou encore l'hétérogénéité des niveaux de développement de chacun des élèves auxquels les activités proposées doivent s'adapter.

Un travail autour de l'observation de productions d'élèves

Un certain nombre d'exemples de difficultés rencontrées par les élèves dans des classes de grande section et de CP (traces écrites d'évaluations, extraits de vidéos) sont ensuite examinés.

Un moment de partage et un début d'analyse des ressources produites par le groupe IREM

Quelques ressources élaborées par notre groupe sont enfin présentées puis analysées à la fois comme ressources pour l'enseignant et comme ressources pour la formation. Lors de cette dernière phase, l'objectif est de partager avec les participants une partie des ressources produites par le groupe, de discuter la viabilité de celles-ci et d'envisager éventuellement des aménagements possibles.

II - MISE EN SITUATION DANS UNE SITUATION DE COMMUNICATION

1 Pourquoi une situation de communication ?

Nous cherchons ici à rendre explicites certaines connaissances mises en œuvre dans une activité de reproduction d'une scène à partir d'une maquette. Il s'agit d'une construction à partir d'objets et de sujets playmobil®, matériel familier pour les enfants de cet âge. Les tâches proposées visent à faire en sorte que les connaissances mobilisées soient rendues explicites au cours de l'activité propre des participants, de façon à ce qu'elles émergent dans l'atelier comme des éléments centraux à prendre en compte dans notre étude. Cette mise en situation s'inspire de Masselot & Zin (2008).

2 Description de la situation de communication

Pour chacune des phases de la situation, les participants à l'atelier sont répartis en trois groupes :

- les émetteurs, au nombre de six, rédigent les messages qui sont transmis aux récepteurs ;
- les récepteurs, au nombre de six, reconstituent les scènes et essaient de s'auto-analyser ;
- les « observateurs » repèrent les prises d'indices, les procédures ainsi que les erreurs, les difficultés, les imprécisions.

Le but est de faire reproduire par les récepteurs la scène représentée par une photographie vidéo-projetée devant les participants émetteurs et observateurs. Bien sûr, les participants récepteurs quittent la pièce pendant que la photographie est vidéo-projetée.

La scène est constituée pour nous – concepteurs de la situation – de trois personnages que nous appelons « personnage jaune », « personnage avec une valisette », « personnage avec un chapeau », ainsi que d'une chaise et d'une table ronde.



La situation se décline en deux variantes qui se déroulent successivement : dans une première phase, trois récepteurs doivent mimer la scène à partir d'un message élaboré par trois émetteurs. Pour cela le matériel est fourni : une table ronde, une chasuble jaune, une chaise, une valisette, un chapeau.

Dans une seconde variante, les trois autres récepteurs doivent reconstituer la scène avec le matériel à partir d'un message fourni par trois autres émetteurs.

Une fois la distribution des rôles effectuée, les récepteurs sortent, les émetteurs reçoivent des transparents. La consigne aux émetteurs est écrite au tableau.

Activité des émetteurs :

La consigne donnée aux émetteurs est la suivante : « Voici une configuration d'objets. Vous devez écrire un message (sur les supports distribués de type transparents pour rétroprojecteur) à des personnes qui ne voient pas la configuration d'objets afin qu'elles puissent la réaliser en mime ou la reproduire avec les playmobils©. Votre message ne doit pas contenir de dessin ni de schéma. »

On peut limiter le nombre de phrases autorisées dans les messages, choix qui n'a pas été fait lors de cet atelier.

Activité des observateurs :

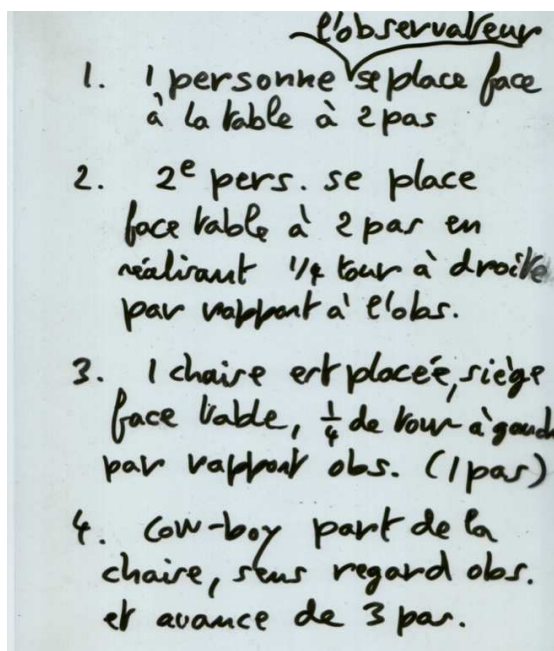
La consigne donnée aux observateurs est la suivante : « Une fois que les émetteurs auront écrit leur message, nous allons faire entrer un groupe de trois collègues afin qu'ils représentent la scène. Nous vous demandons autant que possible de relever dans la réalisation les procédures mises en œuvre ainsi que les erreurs, les difficultés, les imprécisions. »

Activité des récepteurs :

Le matériel à disposition est présenté et proposé aux deux groupes de récepteurs. Le premier groupe doit réaliser la configuration en mime et le second groupe doit reproduire la situation avec les playmobils©.

3 Messages élaborés par les participants et réalisation des scènes

3.1 Message du premier groupe d'émetteurs et réalisation par les récepteurs



Ce premier message exprime la description de la scène de façon structurée en privilégiant le point de vue d'un observateur situé face à « la table », qui s'avère être le personnage jaune sur la photographie. Viennent ensuite le placement relatif d'un deuxième personnage (dont on peut penser qu'il s'agit du personnage à la valisette puisque l'autre est désigné comme « cow-boy » et donc désigne celui portant un chapeau), celui de la chaise puis celui du personnage avec un chapeau. On remarque l'utilisation de plusieurs critères permettant le positionnement des sujets / objets par rapport au couple observateur / table : des critères de distances mesurées en pas (sans doute à l'échelle des personnages), des critères d'orientation diachroniques des personnages par rapport à l'observateur : tous les personnages/objets sont dans un premier temps supposés être naturellement le regard tourné dans la même direction que le personnage jaune, puis, dans un second temps, ils sont orientés par rapport au personnage jaune à l'aide d'une rotation (quart de tour à gauche par rapport à l'observateur et « sens regard observateur » pour le personnage à chapeau). Le positionnement fait même appel à une action de déplacement (« Cow-boy part de la chaise »).

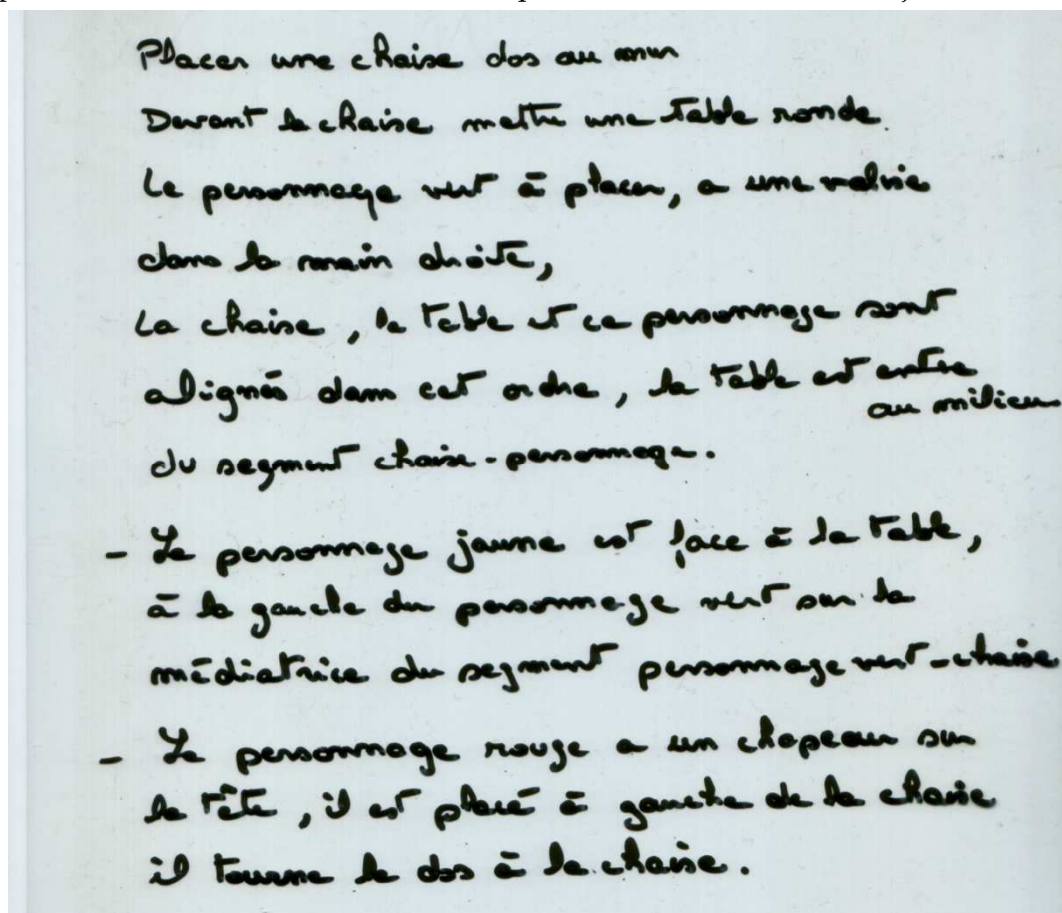
Le groupe récepteur de ce message réalise la scène de la manière suivante :



La scène représentée semble immédiatement « différente » de l'originale de la part des participants de l'atelier. La réalisation en mime met en scène les personnages et les objets sans ambiguïté. Si le personnage qui a une valisette est bien dans l'axe chaise-table et au bon endroit, il est retourné. Il y a en effet une ambiguïté sur le « quart de tour à droite » par rapport au personnage jaune... cette ambiguïté se répercute sur le positionnement de la chaise puis sur celui du personnage au chapeau.

3.2 Message du deuxième groupe d'émetteurs et réalisation par les récepteurs

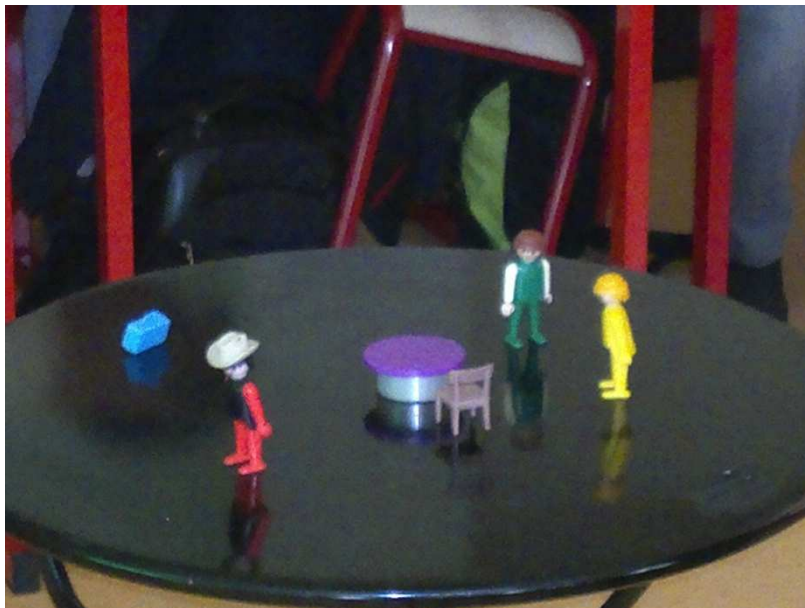
Dans le second message ci-dessous, on voit facilement que les participants de l'atelier ont choisi une stratégie différente consistant à décrire la scène en partant de la chaise « dos au mur » face à la table ronde. Ensuite le groupe a cherché à identifier le personnage qui tient une valisette dans un alignement avec les objets chaises et table dans un ordre. Une modélisation géométrique « la table est au milieu d'un segment » permet de fournir des indications métriques d'écartement entre les objets.



A noter que la valisette pour le groupe ne suffit pas à discriminer le personnage qui est désigné comme « le personnage vert ». Le recours au cadre géométrique permet de situer le personnage jaune sur la médiatrice du segment « chaise, personnage vert ». Il est implicite que le personnage jaune « face à la table » regarde de fait dans la direction de la table. La dernière indication concernant le personnage qui a un chapeau donne un repérage du sujet par rapport à la chaise qui semble elle aussi orientée implicitement.

A noter encore une fois la redondance liée au fait que le personnage rouge possède un chapeau (le chapeau, la chasuble jaune et la valisette ont été présentées au groupe avant de conduire cette expérience).

Le groupe récepteur de ce message réalise la scène de la manière suivante :



La réalisation avec le matériel de la description à partir du second message est également non congruente avec la photographie. L'alignement entre la chaise, la table et le personnage « vert » (qui ne porte pas de valisette) n'est pas respectée. On peut remarquer que l'utilisation de la modélisation géométrique n'apporte guère de clarification.

4 Synthèse

4.1 *Les remarques des participants relativement à la situation vécue et/ou observée*

Soulignons que la discussion s'effectue par rapport aux deux productions ci-dessus mais également aux productions (non exploitées dans la situation de communication) d'autres groupes de participants à l'atelier qui ont joué le jeu de produire eux aussi quelques formulations.

On note un certain nombre d'implicites figurants dans les messages. Ces implicites sont partagés par les membres du groupe émetteur (du moins se sont-ils mis d'accord dessus). Ces implicites ne sont pas communiqués aux récepteurs qui n'y ont alors pas accès, ce qui rend les messages incomplets et inopérants. Par exemple un groupe numérote les personnages 1 et 2 (sans autre précision). Un autre groupe élabore un message avec un personnage appelé « l'observateur » : les émetteurs s'en aperçoivent au moment de la transmission aux récepteurs et précisent oralement que ce personnage est le playmobil© jaune ! Notons également que l'orientation des sujets et objets est, elle aussi, implicite. Si on comprend que, pour une personne, être « face à une table », c'est avoir le regard dans la direction de la table, le fait qu'une chaise soit « face à une table » invite aussi à interpréter la scène selon laquelle une personne assise sur cette chaise serait « face à la table ». Un participant remarque que les discussions au sein d'un groupe sont beaucoup plus claires que les messages transmis ce qui illustre la difficulté du passage à l'écriture des messages.

On remarque également la difficulté d'orienter les objets les uns par rapport aux autres sans faire abstraction de l'environnement : faire un « quart de tour » par rapport à l'observateur... n'est pas sans ambiguïté. Dans le premier message, le fait que tous les personnages/objets soient supposés être le regard tourné dans la même direction que le personnage jaune est également implicite et donc ambiguë.

Cette ambiguïté en rapport aux choix possibles des repères est discutée par les participants : par rapport à quoi se repère-t-on ? La table pour un groupe, la table n'étant pas orientée, et le mur pour l'autre groupe. Le mur est annoncé comme décor mais il est possible quand même de construire la scène en prenant un repère intégrant le mur. Pour les auteurs de la situation, le décor est là pour simplifier l'environnement de la scène centrale mais bien entendu cela reste implicite ! Ceci illustre la difficulté de la transmission d'une tâche de description de l'espace : on cherche à décrire l'espace, mais pas tout l'espace.

Il est possible que quelques paramètres extérieurs à la situation représentée aient influencé certains groupes. C'est le cas semble-t-il de la présence de la table qui a été placée dans la salle pour permettre la réalisation de la première représentation par les récepteurs. Il semble que la présence de cette table focalise le regard d'un premier groupe. Pour ce groupe, la table est l'élément central du repérage dans la situation. Notons cependant que la présence du chapeau et de la valisette n'est pas un inducteur performant pour discriminer les personnages.

Une participante remarque que la « réalisation » pour un élève peut se traduire par une « reproduction à l'identique » de la scène vue par un observateur devant la photographie vidéo-projetée et que ceci peut poser des difficultés pour faire émerger le sens du vocabulaire lié aux orientations relatives. Ainsi « à droite du playmobil® jaune » peut devenir à gauche du tableau, le playmobil® étant de face, de même que l'expression « à droite de la table » peut avoir un sens alors que la table ronde est par nature un objet non orienté.

On remarque également que les critères de validation peuvent s'effectuer à partir d'une mise en scène de la maquette orientable « comme sur la photographie » mais parfois seule une photographie du résultat obtenu permet de se convaincre de la validité de la réponse.

Il faut noter aussi le recours au vocabulaire géométrique produit naturellement par certains participants comme « quart de tour » ou « segment » (une solution évoque le mot « médiatrice »). Il est remarquable de s'apercevoir que ce recours n'a pas été efficace.

4.2 Principaux éléments de synthèse

Le retard pris dans la réalisation de cette situation prouve sa complexité. Deux raisons principales peuvent expliquer ce constat :

- les participants semblent démunis face à la précision souhaitée de leur description. Le décor uni, en carton vert, sur la photographie ne fait référence à aucune orientation, mais certains groupes cherchent tout de même des éléments extérieurs ;
- des choix très différents apparaissent pour exprimer les relations spatiales identiques (exemple : un groupe parle de segment lorsqu'un autre évoque des alignements).

Notons que le passage d'une photo à l'espace 3D présente une difficulté – y compris pour des adultes.

Dans tous les cas, il semble primordial de souligner l'hétérogénéité des façons d'analyser la scène : modes de repérage différents, relations spatiales décrites différemment, longue discussion orale pour se mettre d'accord et un passage à l'écrit qui n'est pas simple.

Les difficultés de ce type de mise en situation – à savoir décrire une scène ou la reproduire à partir de sa description dans une situation de communication – se situent également au niveau de la dévolution de la tâche aux élèves ou ici aux participants (des implicites persistent malgré tout : décrire une scène implique-t-il de donner tous les détails de couleurs ? Reconstituer une scène à l'identique implique-t-il de garder les rapports de distances ?).

4.3 Remarques sur le rôle de la situation de communication

La situation précédente illustre la richesse des situations de communication en matière de formation à destination d'un public en formation initiale ou en formation continue. Celles-ci permettent de dégager de multiples variables en jeu dans le domaine de la construction de l'espace et les difficultés inhérentes à l'élaboration d'un projet d'enseignement cohérent. Les discussions sur les implicites toujours présents quel que soit le support utilisé permettent de situer la représentation de l'espace comme inscrite dans des tâches de modélisation très complexes. Mais ces choix, en termes de modélisation, sont d'accès difficiles pour les élèves. Ils s'appuient sur un panel important de connaissances ainsi que sur bon nombre de savoirs de nature culturelle (rappelons dans notre exemple la position d'une chaise devant une table).

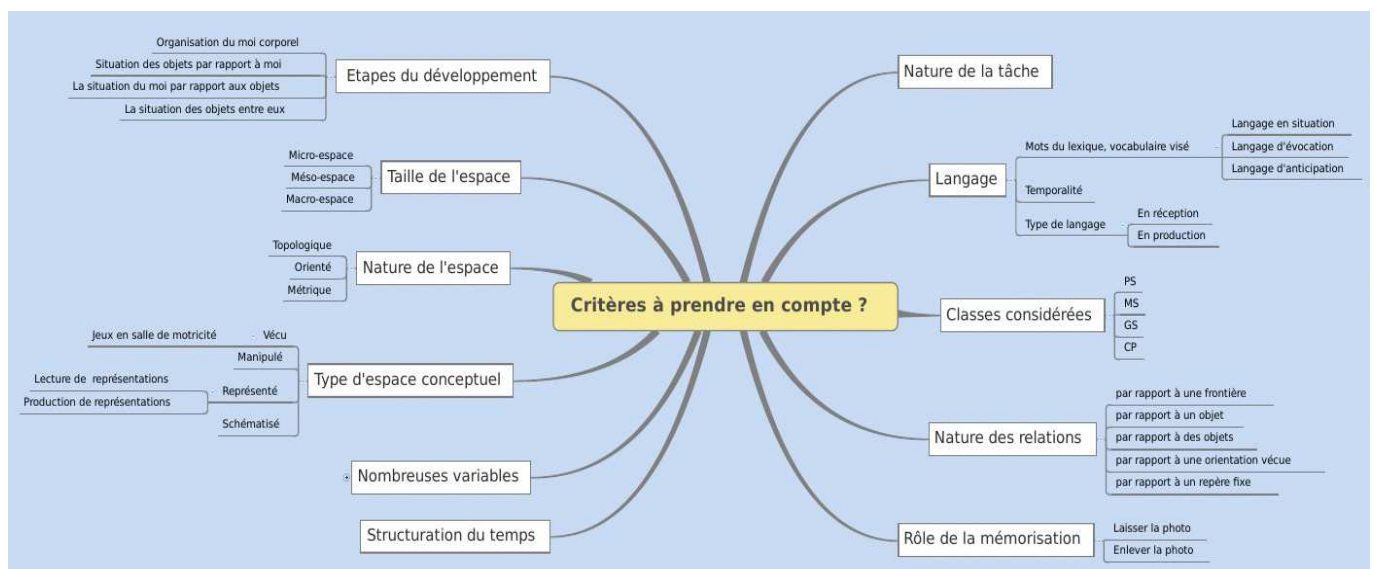
La didactique des mathématiques fournit un grand nombre de situations basées sur des situations de communication écrites (messages) car dans ce cas la précision attendue peut souvent se formuler à l'écrit. Ce dispositif est très utilisé dans les situations où le mot juste, le plus précis, le plus rigoureux apparaît comme le seul moyen d'établir l'accord et de savoir, sans ambiguïté, de quoi on parle. La validation dans ce cas s'effectue par comparaison à l'objet initial. Il apparaît assez difficile dans notre domaine de transposer la situation de communication proposée lors de l'atelier pour des élèves de cycle 2. Le passage de l'écrit à la manipulation est très délicat à ce niveau de la scolarité. Des situations qui conduisent les élèves à s'appuyer sur l'oral semblent plus adaptées. De plus, l'ambiguïté liée au fait que l'attente de l'enseignant est une certaine description de la situation de départ mais n'est pas exactement la reproduction de la scène du départ rend la gestion de la situation très délicate.

Au sens où les situations de communication ont pour but de « provoquer l'action et la formulation dans des situations expérimentales précises (à des fins d'enseignement et/ou de recherche) » (Balacheff & al, 1981), la situation présentée est donc surtout porteuse de potentialités pour faire émerger la nature de la tâche « reproduire une scène avec des objets orientés les uns par rapport aux autres » dans le cadre de formations dispensées à des adultes.

4.4 Modéliser l'espace : les critères à prendre en compte

L'espace dans lequel l'enfant se situe se transforme en un espace impersonnel au cours de sa vie et de sa scolarité. L'enfant devient capable de se détacher de l'action pour concevoir les représentations et utiliser le langage pour décrire et mémoriser. C'est à partir de l'évolution de ce rapport à l'espace (qui reste très liée au développement personnel de l'enfant) que sa confrontation à des tâches de modélisation semble appropriée. Toutes les fonctions cognitives peuvent être alors mobilisées pour faire de l'espace un espace de travail évolutif : langage (oral mais aussi écrit), mémoire, praxie, raisonnement, perception, fonctions exécutives (planification des actions).

C'est dans ce cadre qu'une carte heuristique des critères à prendre en compte pour travailler sur l'espace à l'école est établie et est proposée aux participants.



III - EXEMPLES DE DIFFICULTES ILLUSTRÉES PAR L'EXPERIENCE EN CLASSES

Dans la partie « *Faire l'expérience de l'espace* », les programmes de 2015 pour le cycle 1 évoquent la place de l'enseignant : « *L'enseignant favorise ainsi l'organisation de repères que chacun élabore, par l'action et par le langage, à partir de son propre corps afin d'en construire progressivement une image orientée* ».

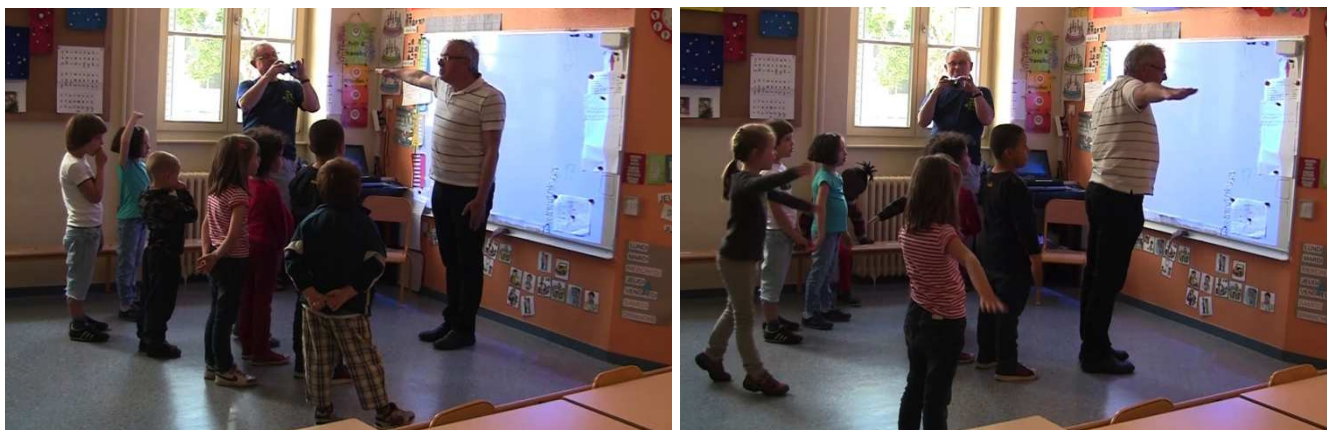
La construction du schéma corporel est une étape essentielle du développement de l'enfant. Elle se fait grâce aux expériences vécues et est liée au développement de la motricité et à celui de l'affectivité.

L'orientation corporelle est également essentielle. L'enfant va pouvoir observer que les parties de son corps ont une orientation précise et commencer à acquérir la latéralité par le biais d'expériences multiples (les deux mains sont différentes, la chaussure gauche ne convient pas au pied droit, ...).

Lors de notre recherche-action nous avons proposé à des enseignant(e)s des classes GS / CP des activités portant sur la latéralité (processus de latéralisation qui permet à l'enfant de s'orienter dans l'univers qui l'entoure) et sur la structure gauche / droite. Or il n'y a que très peu de ressources sur le sujet et le thème est peu présent dans les programmes. Les évaluations diagnostiques et les séances en classes que nous avons conduites ont révélé certaines difficultés des élèves. Le visionnage de courts extraits de séances de classe permettent de les faire apparaître aux participants.

1 Extrait vidéo 1 : la décentration en question

Dans une classe de GS, l'enseignant lève un bras sur le côté devant les élèves (il fait face aux élèves) et leur demande quel est le bras qu'il lève. Puis il se retourne en gardant le même bras levé sur le côté (il est désormais de dos par rapport aux élèves) et demande quel est désormais le bras levé.



De nombreux élèves indiquent que le nom du bras levé change. La question de la décentration apparaît nettement. Elle était évoquée dans les programmes de 2008 de la maternelle le : « [...] *Les élèves parviennent à se situer par rapport à des objets ou à d'autres personnes, à situer des objets ou des personnes les uns par rapport aux autres ou par rapport à d'autres repères, ce qui suppose une décentration pour adopter un autre point de vue que le sien propre* ».

2 Extrait vidéo 2 : besoin du choix d'un repère

Les participants analysent une vidéo tirée d'une séance de classe en CE1 issue du travail proposé par Dornier & Coqueret (2009, p. 91). Cette vidéo porte sur la construction de repères chez l'enfant. Comme l'évoquent les auteurs dans leur article, l'élève doit construire un repère et adhérer à un consensus lorsqu'il réalise la tâche avec ses camarades ». Il s'agit de construire des repères pour reproduire, dans un espace vide (le préau), les positions respectives des élèves dans l'espace organisé (la classe).

Lors de la première mise en commun portant sur les procédures de résolution du problème posé, les enfants discutent entre eux de la pertinence de leur placement et il apparaît nettement que les élèves n'envisagent pas de la même manière la position du tableau (comme repère absolu).



Les auteurs précisent que « [...] l'adhésion à un repère commun (tableau ou fenêtre de la classe par exemple) nécessite le consensus. Cet obstacle entraîne une déstabilisation car, si l'élève dispose de son propre repère, il doit parfois l'abandonner pour adopter le point de vue collectif ».

Les échanges lors de l'atelier portent alors sur les prises d'indices nécessaires pour se repérer ou pour repérer des objets entre eux, les différents types de repères possibles à considérer ainsi que sur l'importance du besoin de faire émerger avec les élèves la nécessité de choisir collectivement un même repère.

IV - EVALUATION DIAGNOSTIQUE

Lors de l'atelier, nous présentons enfin une analyse d'évaluations diagnostiques proposées à des classes de GS et de CP. Les quatre exercices de ces évaluations diagnostiques sont présentés en Annexe 1. Les points clés observés dans les productions écrites récupérées dans des classes de GS (deux classes de Besançon) et de CP (deux classes de Besançon) sont ainsi mis en évidence.

1 Élèves testés, exercices et résultats

1.1 Elèves testés : 2 classes de GS – 2 classes de CP.

Les résultats, exercice par exercice, sont donnés dans le tableau ci-dessous, ils seront commentés dans les paragraphes suivants.

L'une des deux classes de GS a vécu une séance antérieure avec l'un des membres du groupe sur le thème gauche-droite. Les résultats sur deux des quatre exercices diffèrent beaucoup entre ces deux classes.

1.2 Exercice 1

La consigne était : « Entoure les photos où le personnage tient le seau dans la main droite ».

Nous considérons qu'il y a réussite si les élèves obtiennent 3 réponses justes ou 2 réponses justes sans avoir entouré de main gauche. La réussite à cet exercice est faible même en CP.

Interprétation possible

Cet exercice est le seul où le mot lié à la latéralité (« droite ») apparaît dans la consigne elle-même. Ce mot est-il bien compris des élèves hors du contexte de sa propre latéralité ou de l'écriture ? Nous notons également la difficulté du changement de repère, et la complexité des comparaisons puisqu'il y avait plusieurs photos.

1.3 Exercices 2 et 3

Le taux de réussite à l'exercice 2 est faible.

Le test de Khi-deux montre que c'est sur cet exercice que les résultats semblent être les plus corrélés au niveau de classe (test significatif à 0,1 %).

L'intérêt est de comparer ces réussites à celles de l'exercice 3. Cet exercice qui semble proche de l'exercice 2 en termes de compétences, est bien mieux réussi par les élèves, tant au niveau CP qu'au niveau GS.

Hypothèse

Il y a ici une seule photo avec trois personnages, ce qui induit une comparaison simultanée des positionnements des bras, à la différence de l'exercice 2 où il y a trois photos du même personnage. Il semble que cela influe sur les procédures de résolution. On voit la sensibilité de la réussite à des variables didactiques qui ne sont pas forcément évidentes à percevoir au premier abord.

1.4 Exercice 4

Cet exercice n'est pas facile à analyser. La corrélation entre les résultats et le niveau ne semble pas significative, à la différence des trois autres exercices (khi-deux quasi nul).

Il n'y a pas non plus de corrélation claire avec les résultats des élèves aux autres items, alors qu'on observe des coefficients de corrélation faiblement voire significativement positifs entre les exercices 1, 2 et 3.

Ceci semble s'interpréter comme le fait que l'exercice était situé au-delà des capacités des élèves. On note également que l'espérance de succès dû au hasard est ici de 33 % (il y avait 3 réponses possibles). Les taux de réussite ne sont guère supérieurs et pourraient donc être entièrement expliqués par le hasard.

Si on analyse la tâche proposée, il faut ici considérer l'orientation relative entre deux personnages, ce qui diffère des exercices précédents. Il y a en plus la difficulté classique due aux différents angles de prise de vue.

Remarque

Les GS qui se trompent entourent majoritairement la seule photo où les personnages sont de face, alors que chez les CP, l'erreur majoritaire est la photo en haut à gauche.

2 Différence entre les deux classes de GS testées

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats par classe.

	effectifs	% réussite ex1	% réussite ex2	% réussite ex3	% réussite ex4
Classe GS filmée	13	26	33	53	73
Classe GS témoin	15	36	8	54	8

Une des deux classes avait été filmée avant le test papier dans le cadre d'une évaluation en situation. Dans cette évaluation les élèves ont été amenés à s'exprimer et à débattre sur le fait de savoir si deux élèves levaient ou non le même bras, et ceci non pas sur fiche mais en situation avec leur propre corps (« espace vécu »). On peut constater une très forte réussite à l'exercice 4, particulièrement difficile, et à l'exercice 2, par rapport à la classe GS « témoin ». Étonnamment, il n'y pas de meilleure réussite pour l'exercice 3.

Les tests de Khi-deux sont très significatifs pour l'exercice 4, et assez significatifs pour l'exercice 2 : ils permettent de ne pas infirmer l'hypothèse d'un effet-classe, malgré les effectifs testés assez faibles.

2.1 Hypothèse

La séance d'évaluation a pu à la fois :

- générer de l'apprentissage notamment grâce à la validation ;
- rendre la consigne plus compréhensible, en particulier pour l'exercice 4. En effet lors de la situation précédente, pour valider, les élèves venaient se mettre côte à côte. Il est possible que lors de la passation la maîtresse ait évoqué cette validation lors de la consigne.

3 En conclusion

- Les compétences de latéralisation sont loin d'être assurées même pour les CP et doivent être travaillées.
- Des mises en situations sont certainement un puissant vecteur d'apprentissage.
- Les représentations planes du type « photo » sont très loin d'être « transparentes » pour les élèves, notamment lorsque celles-ci doivent être mises en correspondance.
- Plus généralement les variables didactiques des situations sont nombreuses, complexes et pas forcément toutes bien élucidées. Il serait intéressant de poursuivre ces évaluations voire de les mutualiser entre différents groupes de travail, ou d'en faire un objet d'étude à part entière, au vu des champs d'exploration possibles.

V - EVALUATIONS BOITES – PARCOURS

A la suite de ces discussions, nous présentons l'évaluation diagnostique individuelle sur la structure gauche / droite pour des élèves de GS / CP autour de six items de passation (cf. Annexe 2).

Trente passations individuelles ont été réalisées dans deux écoles de Besançon : 16 élèves de CP-CLIS de l'école Pierre Brossolette et 14 élèves CP-CE1-CLIS de l'école de l'Helvétie.

A partir de ces évaluations individuelles filmées, nous analysons avec les participants de petits extraits courts et significatifs. Ils permettent de dégager quelques difficultés ou réussites d'élèves sur les situations de communication, les descriptions de photos, ou encore les déplacements dans l'espace réel en suivant un plan.

Ils confortent notre position sur les difficultés des élèves à maîtriser certaines compétences spatiales et notamment celles liées au vocabulaire spatial de la latéralité : gauche / droite. Ils montrent la difficulté des élèves à appréhender les relations gauche / droite sur des représentations comme les photos.

1 Analyse succincte de l'item 4 : les parcours

La réussite à l'item 4 lors des déplacements dans l'espace réel en suivant un plan est à noter. Il ressort une grande réussite des élèves dans les deux écoles (12 élèves sur 16 à l'école Pierre Brossolette et 12 élèves sur 14 à l'école de l'Helvétie). Cela peut s'expliquer par :

- l'aspect dynamique des déplacements ;
- le repérage qui s'effectue de proche en proche pour la prise des repères successifs lors de la lecture du plan ;
- l'absence du vocabulaire, du langage spatial en situation. Un participant relève : « il n'y a pas de langage ici ! ». En effet, il n'est pas nécessaire de verbaliser et de mobiliser le langage (lexique et indicateurs spatiaux) pour réussir la tâche proposée.

Quelques rares difficultés d'élèves sont brièvement évoquées (relier en ligne droite les feuilles de couleurs, ne pas contourner correctement la feuille verte).

Masselot & Zin (2008) évoquent pour la réalisation des parcours d'après un plan que « [...] la continuité du mouvement induit une prise d'indices relativement simple dès lors que le démarrage est correct, le repérage se faisant de proche en proche. Les notions de gauche, droite, entre, devant, derrière, dessus (dessous) sont travaillées sans vocabulaire ».

2 Analyse succincte de l'item 6 : les boîtes

Les difficultés des élèves à maîtriser les compétences spatiales liées au vocabulaire spatial de la latéralité : gauche / droite sont très présentes et plus particulièrement dans l'une des deux écoles.

La consigne était « Tu vas devoir lui faire trouver le chapeau à coup sûr, sans montrer, en une seule phrase. », « A coup sûr » étant utilisé ici pour signifier aux élèves « sans qu'il n'y ait de hasard, sans qu'il n'y ait de la chance dans la recherche du chapeau ». Trois courts extraits vidéo sont proposés aux participants.

Certains élèves montrent la position de la cachette et ne parviennent pas à produire un message verbal, trop tenté par le geste « physique ».

Un participant évoque une difficulté : dans la première vidéo, « les deux élèves (émetteur / récepteur) ne sont pas orientés complètement de la même manière par rapport aux boîtes. Cela entraîne une difficulté quant au message à produire. Si on mettait les deux élèves côte à côte, est-ce que ce ne serait pas plus facile ? ».

Néanmoins, pour certains élèves cela demeure un jeu de hasard (« il est dans une des quatre boîtes...à toi de trouver ! ») sans comprendre l'enjeu même de la tâche.

L'utilisation ou non du langage est primordiale. En ZEP, notre expérience est très peu réussie alors qu'elle l'est beaucoup plus dans la classe de centre-ville. Il ressort que les élèves de l'école Pierre Brossolette ne mobilisent pas ou peu le vocabulaire gauche / droite et jamais de façon conjointe avec les indicateurs spatiaux haut / bas. Les élèves de l'école de l'Helvétie donnent quant à eux fréquemment des consignes verbales permettant de trouver « à coup sûr » le chapeau (du type « en haut et à gauche »).

Les deux documents proposés dans les annexes 3 et 4 condensent les différentes propositions des élèves. Ils font l'objet d'une discussion avec les participants de l'atelier.

VI - PRESENTATION ET ANALYSE DES TROIS RESSOURCES

Le groupe de travail de l'IREM de Franche-Comté a produit un ensemble de ressources sous la forme de quinze jeux dont quatre sont adaptés du travail de l'IREM de Toulouse (2011). Parmi ces jeux, sept sont mis en situation à partir de consignes orales à donner éventuellement en salle de motricité, et huit se présentent sous la forme de jeux de cartes ou de photos. Pour une raison de temps, nous avons fait le choix de proposer aux participants de l'atelier de travailler sur trois jeux de cartes ou de photos : le jeu des « paires », « les scénettes » et « les descriptions de photos ». Pour alléger ce compte-rendu, nous avons choisi de mettre en Annexe 5 une ressource complète (le jeu des « paires ») et de ne donner à voir que la fiche descriptive des deux autres jeux accompagnée d'exemples de cartes-photos (Annexes 6 et 7).

Ces ressources ont été proposées à une équipe d'enseignants dans un double objectif :

- identifier la viabilité des ressources en termes de situation d'apprentissage. Pour cela, nous avons tenté de repérer les compétences des élèves avant la mise en place de phases didactiques utilisant ces ressources ; nous prévoyons un second repérage l'année prochaine une fois ces ressources expérimentées¹.
- engager un dialogue (avec les enseignants) susceptible d'améliorer les ressources en regard des utilisations qu'ils en auront faites.

1 Description rapide des trois ressources

1.1 Des ressources fonctionnant sur les mêmes principes

Chacune des ressources fonctionne sur un principe identique : un jeu de cartes-photographies qu'il s'agit de classer, d'apparier. Ensuite ces cartes sont le prétexte à des activités de description verbale, de

¹ Bien sûr, nous savons bien que la dimension développementale jouera un rôle important dans les progrès obtenus chez les élèves.

construction avec du matériel, de jeu de Memory, d'activités de loto. Toutes les activités sont élaborées à partir de matériel playmobil®.

Dans chacun des cas la dévolution doit permettre l'appropriation du matériel par les élèves. Il s'agit de faire découvrir les objets représentés et de procéder à une première activité de classement. Moment important, cette phase consiste autant à permettre les premières observations et descriptions utiles pour différencier les cartes-photographies, qu'à identifier les relations spatiales en jeu et à les identifier à l'aide de formulations adaptées. L'objectif est bien d'utiliser le vocabulaire des repères spatiaux pour modéliser des situations, en reproduisant une scène, en repérant des positions identiques vues sous un autre angle, etc.

Chacun des jeux consiste à proposer des activités de classement toujours accompagnées d'une argumentation verbale, à la fois pour une appropriation du vocabulaire clairement énoncé par l'enseignant, mais aussi pour laisser aux élèves la possibilité d'argumenter. Le dialogue peut permettre également de mesurer la conviction de l'élève et de la stabiliser. Dans chacun des cas, les ressources proposées permettent la mise en place de situations de communication entre élèves ou groupes d'élèves : une description verbale étant donnée, retrouver la carte-photographie lui correspondant.

1.2 Le jeu des paires

Le jeu est élaboré à partir de cartes-photographies sur lesquelles figurent un personnage, un cheval, un panier, non forcément réunis sur la même carte. Le personnage lève le bras droit ou gauche, il est debout ou assis, de dos ou de face ; le cheval est lui aussi de dos ou de face ; le panier est situé à droite ou à gauche des deux autres sujets (voir les cartes en Annexe 5). La variété des cartes s'appuie sur les différentes combinaisons possibles selon l'orientation des sujets les uns par rapport aux autres. A noter que pour toute situation représentée sur une carte, une autre carte existe présentant la même situation vue « de dos ». Ainsi ce jeu permet la mise en correspondance, dans une activité construite d'appariement, de situations identiques représentées depuis un autre point de vue.

1.3 Le jeu des scénettes

Le jeu des scénettes (Annexe 6) reprend l'idée de la situation vécue par les participants à l'atelier. Une représentation 2D sur une carte-photographie d'une scène étant donnée, l'élève (ou les élèves en groupe) doit (doivent) la reconstituer avec du matériel. La reproduction peut aussi s'effectuer sous la forme de dessin. Il est possible également de partir de scènes produites avec du matériel pour retrouver des photographies qui les représentent. On propose dans ce cas un travail spécifique sur les vues de dessus.

1.4 Le jeu des descriptions de photos

Les photos représentent des assemblages d'objets ou de personnages orientés ou non dans différentes positions les uns par rapport aux autres (Annexe 7). Une des difficultés provient du nombre d'éléments présents sur ces photos. Il peut y avoir deux éléments : un playmobil® orange et une chaise ; trois éléments : un playmobil® orange, une chaise et un cône de chantier ; quatre éléments en ligne : un playmobil® orange, un petit playmobil® vert et blanc, un arbre et un cône de chantier. Le jeu consiste ici à reconstruire avec le matériel la scène représentée sur la photo, ou bien à retrouver la photographie à partir d'une scène représentée. Il est prévu dans ce jeu de donner accès aux élèves à du matériel de la classe (chaises, casquettes, cône, chaise, etc.) et de leur fournir des personnages playmobil® ou des figurines.

2 Travail en atelier des participants et analyse-discussion autour des ressources proposées

2.1 Mise en activité

Les participants sont groupés en ateliers (5 groupes de 5). Une ressource parmi les trois ressources est distribuée à chaque groupe.

Consigne :

« Voici des situations utilisables en formation initiale comme en formation continue. Analysez ces ressources en regard : des programmes/compétences, de l'adaptation au niveau des élèves (analysez pour cela les variables didactiques), de la place du langage, de l'évolutivité de la ressource, ce qu'il est possible d'amender, d'aménager, de compléter. ». Plus largement, les participants sont invités à nous fournir un peu toutes leurs remarques... dans les 40 minutes qui restent pour cet atelier.

La question de l'analyse en regard des programmes est écartée, d'une part par manque de temps, d'autre part eu égard aux changements de programmes annoncés pour la rentrée suivante. L'ensemble des discussions produites mettent en perspective l'aspect « ressource » des documents à analyser.

2.2 Les remarques des participants

Les situations permettent-elles de faire entrer les élèves dans un travail de modélisation ?

Quelles sont les finalités de ces activités ? En effet le travail sur les relations spatiales nécessite que l'élève entre dans le contrat de la modélisation. Pour un élève l'activité qui consiste à décrire des situations représentées peut paraître comme une tâche mettant en jeu bien d'autres compétences que les compétences spatiales : utiliser la perception visuelle, mémoriser des scènes, repérer certains critères (non forcément spatiaux) pour rassembler des photos. Si cette difficulté est bien présente lorsque l'on se situe dans une perspective d'apprentissage, il nous semble important de comprendre aussi l'enjeu d'acculturation nécessaire, lié à ce type d'apprentissage. En effet les situations proposées, si elles sont construites par l'enseignant, ont aussi l'avantage d'être facile à mettre en place dans un projet d'enseignement long en s'appuyant sur les acquis des élèves.

Hiérarchiser les compétences

Certains participants soulignent l'importance du premier classement qui va orienter toute l'activité et qui permettra de hiérarchiser les compétences spatiales en jeu lors d'une situation d'apprentissage. Noter encore que le classement dans l'activité « description » peut à la fois se situer dans la dévolution comme dans un moment d'évaluation. De ce point de vue le mot « classement » est sans doute trop fort pour figurer dans la consigne proposée aux élèves : prévoir plutôt « peux-tu mettre ensemble des cartes qui vont ensemble et dire pourquoi ? »

Le travail avec des cartes-photographies

La difficulté du travail avec les jeux de cartes provient du fait qu'il impose un travail de repérage à partir de représentations en « 2D » alors que les situations représentées sont en « 3D ». Les ressources ne prévoient pas (en tout cas pas de façon « clef en main ») de recourir au matériel représenté sur les photos et ce serait important d'avoir toujours en parallèle la possibilité de recréer, ou de valider des réponses à partir du matériel.

VII - CONCLUSION

Cet atelier avait pour objectif d'illustrer la complexité de la question de la construction de l'espace au début du cycle 2 (Grande Section de maternelle et Cours Préparatoire). Le travail conduit par le groupe IREM « élémentaire » de l'IREM de Franche-Comté s'est confronté à cette complexité, tant dans l'identification des apprentissages en jeu dans le domaine, que dans la difficulté à élaborer des ressources pouvant être proposées aux enseignants.

Alors que l'apprentissage de l'espace mobilise chez l'enfant l'ensemble des fonctions cognitives, ce travail a permis d'identifier la multiplicité des critères et des variables qui entrent dans l'élaboration de situations d'enseignement. La situation d'enseignement se doit de prendre en compte les connaissances initiales des élèves et nécessite donc des évaluations diagnostiques fines. Elles doivent permettre d'investir différents types d'espace (micro, méso, macro) et prendre en compte la nature de la modélisation attendue (représentation matérielle, relatée, schématisée...). Un rôle central doit être

accordé au langage qui sera la pierre angulaire permettant à l'élève d'entrer dans la modélisation. Le recours au langage dans les exemples de vidéos présentées dans l'atelier est de ce point de vue éclairant. Enfin la dimension temporelle est une dimension qui doit être prise en compte car la structuration de l'espace est à inscrire dans le développement de l'enfant, sur plusieurs cycles.

L'enjeu de modélisation ne peut être dévolu facilement dans une situation d'apprentissage. Nous avons privilégié l'acculturation à la résolution de problèmes spatiaux à partir de jeux. Les jeux proposés peuvent être répétés en jouant sur les variables. Durant ces activités, le repérage des connaissances doit être central.

Nous avons choisi des ressources très ouvertes en privilégiant l'idée d'une possible « conception de la ressource à partir de son usage » qui permettrait, avec le retour des enseignants, une adaptation de ces ressources. Le travail engagé est encore en cours et la suite donnera des indications sur la viabilité de ces ressources dans les classes.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

BALACHEFF N., GUILLERAULT M., LABORDE C. (1981). Situations expérimentales de communications en mathématiques, *Langage et Société*, **17.1**, 30-34.

DORNIER J-M., COQUERET M. (2009). On ne retrouve pas sa place ! De l'espace vécu à l'espace appréhendé au cycle 2, *Grand N*, **83**, 85-95.

IREM DE TOULOUSE (2011). Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycles 1 et 2. Volume 2 : Géométrie, IREM de Toulouse, UTM, IUFM Midi-Pyrénées.

MASSELOT P., ZIN I. (2008). Exemple d'une situation de formation pour aborder la structuration de l'espace aux cycles 1 et 2, in *Actes du XXXIVème colloque COPIRELEM 2007*, IREM de Champagne-Ardenne.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2015). Programme de l'école maternelle, BO hors-série n°3 du 19 juin 2008.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2015). Programme de l'école maternelle, BO spécial n°2 du 26 mars 2015.

ANNEXES

Annexe 1 : Les quatre exercices des évaluations diagnostiques

Exercice 1 : Entoure les photos où le personnage tient le seau dans la main droite.



Exercice 2 : Entoure les photos où le personnage lève le même bras.



Exercice 3 : Entoure les personnages qui lèvent le même bras.



Exercice 4 : S'agit-il de la même scène ? Une photo ne représente pas la même scène que les deux autres... laquelle ?



Annexe 2 : Evaluation diagnostique GS / CP

Item 1 : L'enseignant présente les trois photos ci-dessous sur la table. « *Décris les photos ci-dessous. Les photos représentent-elles la même scène ?* »

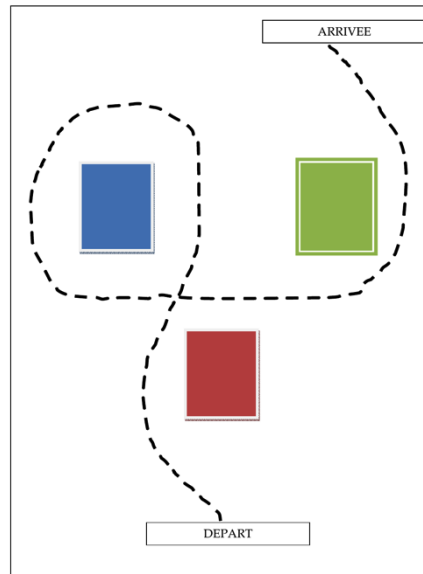


Item 2 : L'enseignant présente un personnage et un seau. « *Place le seau dans la main droite du personnage* ».

Item 3 : L'enseignant présente un personnage et un panier. Il place le personnage au centre de la table, de dos par rapport à l'élève. Il présente alors la photo suivante. « *Reconstitue la scène qui est sur la photo. Attention, tu n'as pas le droit de toucher au personnage* ».



Item 4 : L'enseignant dispose au sol trois rectangles de couleur (un rouge, un bleu, un vert) et il matérialise un départ et une arrivée (voir plan). Il propose le plan à l'élève et décrit avec lui le rapport entre le plan et la réalité. « *Suis le parcours représenté sur le plan* ».



Item 5 : L'enseignant constitue la scène suivante en vrai matériel.



Il présente alors les photos suivantes. « A quelles photos correspond la scène que tu as en face de toi ? Attention, il peut y en avoir plusieurs ».



Item 6 : L'enseignant présente quatre boîtes d'allumettes collées entre elles comme sur la photo ci-dessous. Il demande à un élève de cacher un objet dans une des boîtes, puis de décrire à un autre élève (qui n'a pas vu où l'objet est caché) la position de l'objet en une seule phrase et sans montrer.



Annexe 3 : École Pierre Brossolette (16 élèves)

Élève	Cachette	Consigne	Remarques
Arnaud CLIS Élève handicapé (autiste)	En haut à droite	Il montre les boîtes du dessus « En haut dans la première colonne »	Polel trouve
Polel CP	En bas à gauche	« Dans les boîtes en bas »	Océane trouve avec de la chance
Océane CP	En haut à droite	« Une des deux boîtes ici... » (en montrant du doigt)	Sarah ne trouve pas « On aurait pu dire : tu pourrais prendre une des deux boîtes là »
Sarah CP	En haut à gauche	« Le chapeau est caché sur le côté »	Enzo ne trouve pas
Enzo CP	En bas à droite	Il montre du doigt l'emplacement : « là »	
Walid CLIS Élève handicapé moteur	En haut à gauche	« J'arrive pas » « Il est caché là » (en désignant du doigt)	
Zaccarhia CP	En bas à droite	« Dans une des cases en bas »	Walid ne trouve pas (il cherche en haut)
Nasmije CP	En bas à droite	« Dans une de ces quatre boîtes » (Jeu de hasard)	Margharita choisit une des cases du haut mais ne trouve pas
Margharita CP	En haut à gauche	« Dans une des boîtes qui sont en haut »	Lorenzo trouve avec de la chance
Lorenzo	En bas à droite	« Un des deux » [...] « En bas »	Bilal trouve avec de la chance
Bilal CP	En haut à gauche	« Dans deux boîtes en haut »	Azzedin ne trouve pas
Azzedin CP	En bas à droite	« A côté de droite »	Chloé ne trouve pas
Chloé CP	En haut à gauche	« Il est à gauche »	Mathilde trouve avec de la chance
Mathilde CP	En haut à droite	« Là » (elle montre et elle ouvre elle-même)	C'est Mathilde qui ouvre la boîte elle-même !
Kilian CP	En bas à gauche	« Il est en dessous »	Sam ne trouve pas
Sam CP	En haut à gauche	« Dans une boîte au-dessus dans un côté qui est là ou là »	Kilian ne trouve pas

Annexe 4 : École de l'Helvétie (14 élèves)

Élève	Cachette	Consigne	Remarques
Daphnée CP	En bas à droite	« C'est en bas à droite »	Réussite de Myriam
Myriam CP	En haut à droite	« En haut à droite »	Réussite de Lionel (adulte)
Jean CP	En haut à droite	« Elle est à gauche, dans une des cases... en haut »	Anthony ouvre la case en haut à gauche, mais le chapeau était en haut à droite
Anthony CP	En haut à gauche	« En fait, il est en haut à gauche »	Réussite de Clotilde
Clotilde CP	En bas à gauche	« Il est en bas à gauche »	Réussite de Julie : « Nous à l'école on a les flèches (et elle fait signe des deux côtés avec les mains) »
Julie CP	En haut à gauche	« En haut à gauche »	Réussite de Lionel (adulte)
Lilia CP	En haut à gauche	« C'est à gauche »	César trouve mais avec de la chance (il ouvre en haut), mais pas d'indication haut/bas
César CP	En bas à droite	« A droite » Louise : « je sais pas les deux »	Louise choisit finalement en bas et gagne « Gagné ! »
Louise CP	En bas à gauche	« C'est à gauche » Jamed : « non, parce qu'elle a pas dit si c'est en haut ou en bas » Louise : « en bas »	Réussite de Jamed
Jamed CP	En haut à droite	« Le chapeau il est en haut à droite »	Réussite de Raphaël
Raphaël CP	En bas à gauche	« En bas à gauche »	Réussite de Charlotte
Charlotte CE1	En haut à droite	« Je l'ai mis dans un casier qui est en haut... du côté gauche »	Paul suit la consigne et ne trouve pas
Paul CE1	En bas à gauche	« En bas à droite »	Léa suit la consigne et ne trouve pas
Léa CE1	En haut à droite	« Il est à gauche en haut » Reformulation après échec : « à droite en haut »	Lionel (adulte) suit la consigne et ne trouve pas le chapeau « mince c'était à droite »

Annexe 5 : Jeu des « Paires »

Niveau : Grande section ou CP

Objectifs

- Travailler le vocabulaire spatial : gauche, droite, à gauche de, à droite de, à la gauche de, à la droite de, ...
- Repérer des objets (orientés ou non) les uns par rapport aux autres dans le micro-espace.

Matériel

Cartes photos : (30 cartes)

- Lot 1 : Un personnage seul debout qui lève la main droite ou la main gauche. Vue de face ou de dos. 4 cartes.
- Lot 2 : Un personnage seul assis qui lève la main droite ou la main gauche. Vue de face ou de dos. 4 cartes.
- Lot 3 : Un personnage avec un panier à droite ou à gauche. Vue de face ou de dos. 4 cartes.
- Lot 4 : Un cheval avec un panier à gauche ou à droite. Vue de face ou de dos. 4 cartes.
- Lot 5 : Un personnage avec un cheval, à droite ou à gauche, les deux dans le même sens ou tête bêche. Vue de face ou de dos. 6 cartes.
- Lot 6 : Un personnage avec un cheval, à droite ou à gauche, le personnage lève la main droite ou la main gauche. Vue de face ou de dos. 8 cartes.

Déroulement

Appropriation et classement

- **Classement** : Les cartes sont proposées à un groupe d'élèves. La consigne est « classer ces photos ». Laisser un élève classer les cartes, puis lui faire expliciter son classement ou bien faire trouver ses critères de classement par les autres élèves. On peut envisager différents classements :
 - **classement 1** : personnage debout, personnage assis, personnage avec un panier, personnage avec un cheval, cheval avec un panier ;
 - **classement 2** : prise de vue de face, prise de vue de dos ;
 - **classement 3** : à droite du personnage, à gauche du personnage ;
 - **classement 4** : paires de même scène (une carte vue de face, une carte vue de dos).
- **Description 1** : Le maître décrit une carte, l'élève doit la trouver.
- **Description 2** : Deux groupes de deux élèves. Toutes les cartes sont posées sur la table. Un élève tire une carte, il la décrit et son partenaire essaie de trouver la paire correspondante (seconde vue).
- **Intrus** : un lot de cartes est présenté à un élève (exemple : 4 cartes où le personnage tient un objet dans sa main droite et une carte où l'objet est dans la main gauche). L'élève doit déceler l'intrus et justifier son choix.

La « pastille » : Le maître colle une pastille derrière une carte trésor. Il la décrit. L'élève doit la retrouver dans un lot de cartes visibles. Validation en retournant la carte pour voir s'il y a la pastille.

- **Variante** : le rôle du maître peut être dévolu à un élève.

Jeu des paires : distribution d'un même nombre de cartes à chaque joueur et constitution d'une pioche. Pour la progressivité de la difficulté, on prendra de plus en plus de lots de cartes. Tour à tour chaque joueur jette les paires de cartes représentant la même scène vue de face et de dos. S'il n'a pas de paires, il demande à un joueur la carte qu'il lui manque, si ce dernier ne la possède pas, il pioche. Tant qu'il constitue des paires il rejoue. Le premier joueur qui n'a plus de cartes a gagné.

- **Variante** : chaque paire abattue rapporte un point, le gagnant est celui qui a le plus de points.

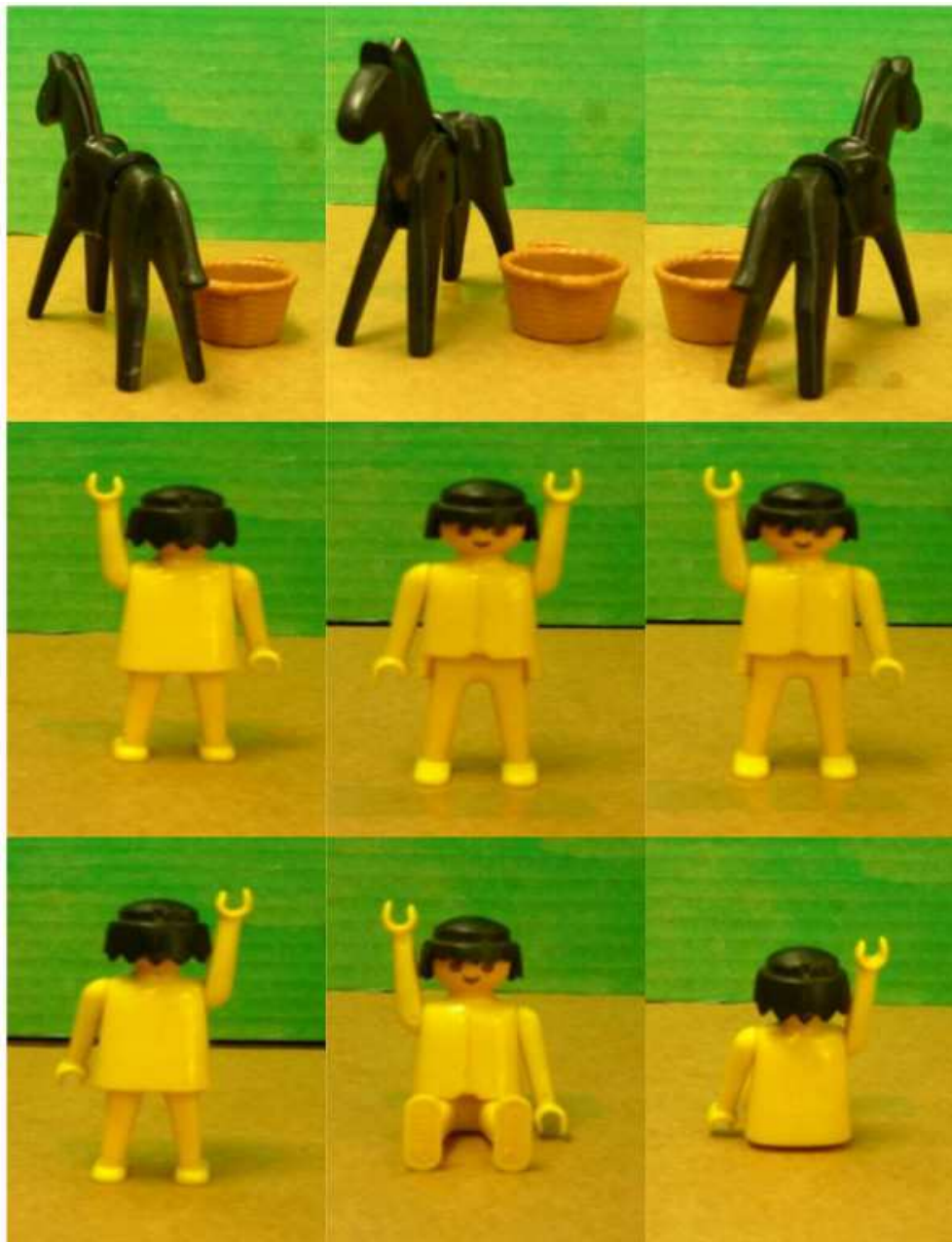
Memory : Il faut deux jeux de cartes strictement identiques. Les cartes sont retournées : chacun, à son tour, retourne deux cartes. Si elles sont identiques le joueur gagne la paire. Sinon il les retourne face cachée et c'est au joueur suivant de jouer. Jeu difficile avec ces lots de cartes.

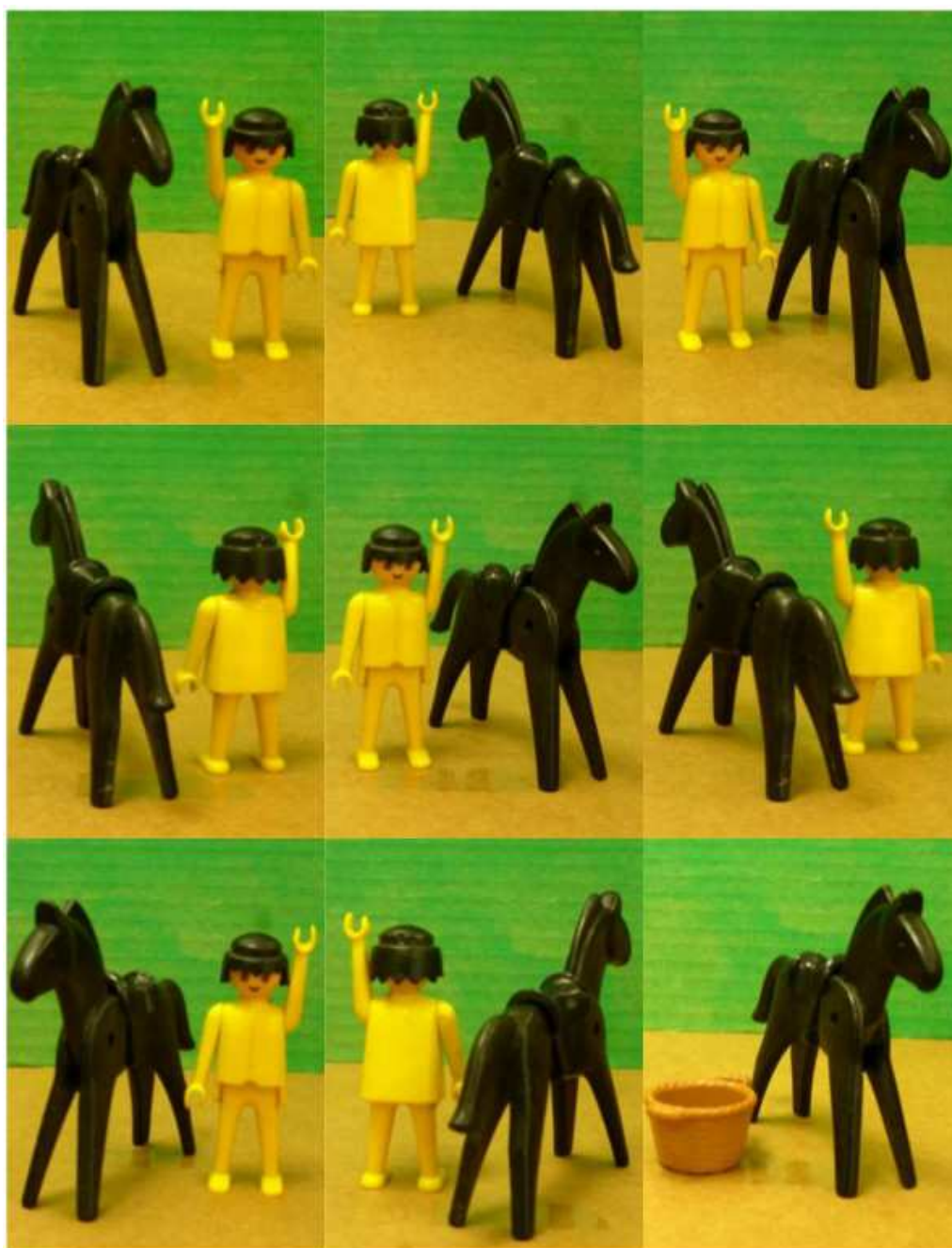
Jeu du « Loto des dos » : Un meneur de jeu possède toutes les cartes en vue de face. (Le meneur de jeu peut être l'enseignant). Les cartes en vue de dos sont distribuées aux joueurs. Tour à tour, le meneur tire au hasard une carte, la décrit ou la montre. Le joueur qui possède la même scène abat la carte. Le gagnant est celui qui a abattu toutes ses cartes.

- **Remarque** : pour aider les élèves à valider les propositions, on peut constituer au préalable un affichage avec les cartes accolées par paires qui représentent la même scène.

Variables des jeux

- Nombre de cartes. Nombre de lots.
- Présence du cheval ou non.
- Nombre de joueurs







Annexe 6 : « Les scénettes »

Objectifs

- Travailler le vocabulaire spatial : gauche, droite, à la gauche de, à la droite de, ...
- Travailler les repères spatiaux.
- Repérer des objets orientés les uns par rapport aux autres dans le micro-espace.

Matériel

Cartes photos :

Pour les GS

- Personnage qui lève la main gauche, le cheval est à sa gauche.
- Personnage qui lève la main droite, le cheval est à sa gauche.
- Personnage qui lève la main droite, le cheval est à sa droite.



Exemple de carte-photo

Pour les CP

- Deux personnages, un jaune un noir. Le personnage jaune tient un seau dans la main gauche et à sa droite, le personnage noir a un bracelet rouge au poignet droit. Vue de face et vue de dos. 2 photos.
- Deux personnages, un jaune un noir. Le personnage jaune tient un seau dans la main gauche et à sa gauche, le personnage noir a un bracelet rouge au poignet droit. Vue de face.
- Deux personnages, un jaune un noir. Le personnage jaune tient un seau dans la main droite et à sa gauche, le personnage noir a un bracelet rouge au poignet gauche. Vue de face.
- Deux personnages, un jaune un noir. Le personnage jaune tient un seau dans la main droite et à sa gauche, le personnage noir a un bracelet rouge au poignet gauche. Vue de dos.
- En face et à la gauche du cheval un personnage jaune tient un seau dans la main droite. (*)
- En face et à la droite du cheval un personnage jaune tient un seau dans la main droite.
- En face et à la droite du cheval un personnage jaune tient un seau dans la main gauche.
- En face et à la gauche du cheval un personnage jaune tient un seau dans la main gauche.
- Une photo vue du dessus : En face et à la gauche du cheval un personnage jaune tient le seau dans la main droite (même scène que la photo (*)).

Déroulement

Appropriation et classement :

- **Classement** : Les scènes sont proposées à un groupe d'élèves. La consigne est « classer ces photos ». Laisser un élève classer les cartes. Puis lui faire expliciter son classement ou bien faire trouver ses critères de classement par les autres élèves. Le classement attendu est : « Un personnage avec un cheval, deux personnages avec un cheval, deux personnages ».
- **Description** : L'enseignant décrit une scène, l'élève doit la trouver.

La « pastille » : L'enseignant colle une pastille derrière une photo. Toutes les photos sont exposées. Il décrit la photo où se cache la pastille. Les élèves doivent la trouver et valider en retournant la photo.

- **Variante** : Deux équipes de deux joueurs, une pastille à coller par équipe. Les trois (les quatre ou les sept) photos sont exposées devant tous les joueurs. A tour de rôle les équipes de deux jouent. Un des deux joueurs cache la pastille derrière une photo et doit faire deviner la photo choisie à son partenaire en 20 secondes maximum, en ne commentant que la scène prise en photo. L'équipe qui totalise le plus de points en un temps donné gagne.

La vue de dessus : Exposer les photos avec les deux personnages et le cheval. Montrer la photo vue de dessus. Retrouver à quelle scène elle correspond.

Reconstruction d'une scène : Décrire une des photos tirée au hasard et essayer de la faire reconstruire (avec le même matériel) à son partenaire. Le message est oral. La reconstruction peut également se faire sous forme de dessins ou de schémas sans le matériel.

Ainsi, la reconstitution de scènes peut se faire :

- avec le matériel playmobil©,
- avec des schémas ou des dessins,
- en grandeur nature avec un bracelet rouge, un seau et deux élèves (on peut également envisager un cheval représenté... ou un déguisement).
- l'enseignant peut également proposer de « prendre la même photo » ce qui suggère la reconstruction de la scène ainsi que le placement de l'appareil photo.

Les « différences » : Le maître expose deux photos issues du lot « deux personnages ». La consigne est « donnez les différences et les ressemblances » (jeu des 7 différences). Le jeu peut évoluer en un jeu émetteur-récepteur (reconnaissance d'une scène dans un groupe de scènes ressemblantes).

Variables des jeux

- Nombre de personnages sur la photo.
- Personnages orientés ou non.
- Prises de vues différentes ou non.

Annexe 7 : « Les descriptions de photos »

Objectifs

- Travailler le vocabulaire spatial : gauche, droite, entre, au milieu, ...
- Repérer des objets les uns par rapport aux autres dans le micro-espace.

Matériel

Plusieurs séries de photos d'assemblages d'objets ou de personnages orientés ou non dans différentes positions les uns par rapport aux autres :

- avec 2 éléments (16 photos) : un playmobil© orange et une chaise,
- avec 3 éléments (9 photos) : un playmobil© orange, une chaise et un cône de chantier,
- avec 4 éléments en ligne (8 photos) : un playmobil© orange, un petit playmobil© vert et blanc, un arbre et un cône de chantier,
- avec 4 éléments dans des configurations variées (10 photos) : un playmobil© orange, un playmobil© bleu portant une casquette blanche, une chaise et un cône de chantier.

Du matériel de la classe (une chasuble orange, une chasuble bleue, une chasuble verte, une casquette blanche, un cône, une plante verte, une chaise, des cubes en bois, des jetons, des bouteilles d'eau, des tubes de colle, ...) et des playmobils© ou des figurines.

Déroulement

Faire jouer librement les élèves pour s'approprier et découvrir le matériel.

Activité 1 : Classement

Les cartes sont proposées à un groupe d'élèves. La consigne est « classer ces photos ». Laisser un élève classer les cartes. Puis lui faire expliciter son classement ou bien faire trouver ses critères de classement par les autres élèves.

Activité 2 : Construction

Montrer une photo à un élève et lui demander de placer les éléments comme sur la photo. Plus précisément, la consigne peut être la suivante : « Je te donne la photo, place les objets pour pouvoir refaire la même photo. » En guise de validation, on peut faire prendre la photo pour voir si on voit la même chose.

Activité 3

Un assemblage d'objets est proposé à un élève ou à un groupe. Il faut trouver la photo qui correspond à l'assemblage montré.

Activité 4 : (le jeu du paravent)

Un élève choisit une photo et décrit ce qu'il voit à un groupe de 3 ou 4 élèves. Le groupe d'élèves doit placer les différents objets en respectant les indications données. Les élèves vérifient avec la photo (on peut également essayer de prendre la photo).

Activité 5 : (en salle de motricité)

Un élève tire au hasard une photo et doit reconstituer la même scène en vraie grandeur avec des élèves et du matériel adapté (chaise, caquette blanche, chasubles orange, bleue et verte, cône, plante verte).



CAPRICO : CALCULATRICES EN PRIMAIRE ET EN COLLEGE

Gilles ALDON

PRAG, IFÉ-ENS DE LYON

S2HEP

Gilles.Aldon@ens-lyon.fr

Jean-Pierre RABATEL

Chargé d'étude, IFÉ-ENS DE LYON

Jean-Pierre.Rabatel@ens-lyon.fr

Résumé

Le projet CaPriCo fédère un ensemble d'actions réalisées dans les IREM de Lyon, Bordeaux, Reims, Paris, Marseille et en lien avec les ESPÉ de ces académies. Environ soixante-dix enseignants participent à ce projet dans des classes qui ont été équipées de la calculatrice TI Primaire Plus™.

A l'IFÉ, les projets FaSMEd (Formative Assessment for Math and Sciences Education) et le projet MaDyp (Mathématiques Dynamiques en primaire) sont au cœur du dispositif.

Le projet FaSMEd s'intéresse au rôle de la technologie dans les pratiques d'évaluation formative et pose la question de la place des rétroactions de la calculatrice dans le processus d'auto-évaluation. Les ressources construites sont analysées à l'aulne de la transposition méta-didactique (Arzarello & al., 2014).

Le projet MaDyp s'intéresse aux environnements de mathématiques dynamiques qui permettent aux élèves de manipuler directement les représentations d'objets mathématiques, d'explorer un environnement riche dans lequel les objets ont un comportement cohérent avec le savoir mathématique et de développer des stratégies de résolution de problèmes qui sont validées localement et globalement par l'environnement. Dans ce cadre, l'articulation entre artefacts matériel et numérique est particulièrement explorée.

L'atelier présenté lors des journées de la COPIRELEM à Besançon s'est appuyé sur une recherche menée au cours de l'année 2014-2015 dont l'objectif était de tester des activités utilisant la calculatrice TI Primaire Plus™, en particulier celles publiées dans les manuels Hatier (2014), d'en produire de nouvelles et d'en analyser les effets dans les classes sur l'apprentissage des mathématiques en cycle 3 (du CM1 à la sixième). Ce projet CaPriCo (Calculatrices en Primaire et au Collège) regroupe 73 classes et environ 1900 élèves sur 10 sites pilotés par des groupes de l'IREM, d'ESPÉ ou des rectorats. La coordination du projet a été réalisée par l'IFÉ – ENS de Lyon¹.

¹ Institut Français de l'Éducation – École Normale Supérieure de Lyon

Après une présentation du projet et des cadres d'analyses, les participants de cet atelier ont été amenés à tester les fonctionnalités de la calculatrice puis à prendre connaissance, à travailler et à analyser des ressources produites par le projet et à confronter leurs analyses et leurs critiques aux réalisations effectives dans les classes. Ce compte-rendu prend en compte les analyses produites dans le projet et les discussions entre les participants provoquées par les activités de l'atelier.

I - PRÉSENTATION DU PROJET

Le projet CaPriCo

Les calculatrices au cycle 3 sont peu utilisées dans l'enseignement primaire et les résistances à leur utilisation relèvent de différents facteurs liés à la fois à la représentation de l'enseignement des mathématiques des professeurs de primaire et aux conceptions sociales ou personnelles des relations de la calculatrice à l'apprentissage du calcul (Assude, 2007). En particulier la confrontation entre les apprentissages de techniques opératoires qui peuvent être perçues comme les bases des apprentissages du calcul et l'usage de la calculatrice qui semble rendre caduque ces apprentissages, constitue un frein à l'intégration des calculatrices pour l'apprentissage et les relègue à un rôle de vérification sans intentions spécifiques d'enseignement. Ces résistances peuvent provenir du fait que les enseignants ne perçoivent pas toujours les possibilités offertes par les calculatrices pour étayer l'apprentissage du calcul.

« L'apprentissage du calcul assisté par une calculatrice (puis par un ordinateur) doit donc être pensé dans sa complémentarité avec celui des autres moyens de calcul. Il serait absurde que l'école n'apprenne pas aux élèves à se servir d'outils qui sont à leur disposition dès qu'ils ont franchi le seuil de la classe. Il serait tout aussi aberrant de se priver des possibilités qu'offrent ces outils pour enrichir le travail mathématique des élèves. Mais, il serait irresponsable de ne pas voir les dangers que peut comporter une utilisation aveugle de ces machines. » (Charnay, 2004, p. 69)

Dans ces conditions le projet CaPriCo s'intéresse à l'introduction d'une calculatrice dans des classes de cycle 3 et a cherché à mettre en évidence les activités susceptibles de favoriser un apprentissage de la numération et du calcul dans ces classes. Dans les différents sites du projet, des questions spécifiques ont été mises à l'étude et ont contribué au travail global du projet.

Dans l'Ain, les expérimentations ont porté sur la sélection d'activités dans les deux brochures Hatier (Charnay & Treffort, 2014 ; Anselmo & Combiér, 2014) particulièrement adaptées pour construire des connaissances et des compétences inscrites dans les programmes, en particulier relatives au développement des compétences en calcul mental. Une question importante du travail de cette équipe a été de préciser la gestion de ces situations dans les classes.

L'ESPÉ d'Aquitaine, partenaire de ce projet, se pose la question générale de l'usage des TICE et de sa pertinence pour aborder la numération.

L'ESPÉ de Reims en collaboration avec l'IREM de Reims met à l'épreuve les possibilités de la calculatrice dans des recherches de problèmes ouverts.

Sur les sites de Lyon et de Grenoble le travail s'appuie sur des projets existants : le projet FaSMEd (Formative Assessment for Math and Sciences Education) s'intéresse au rôle de la technologie dans les pratiques d'évaluation formative (Panero & Aldon, 2015) ; dans la suite du projet MaDyp, les enseignants du LéA MaCaRhon s'intéressent à l'articulation entre artefacts matériel et numérique, en particulier l'articulation entre la calculatrice, le logiciel et les activités papier-crayon, aux objectifs de l'enseignant et la manière dont les élèves répondent à ces scénarios pédagogiques (Soury-Lavergne & Calpe, 2012, Calpe & al. 2014, Voltolini, 2014).

L'IREM de Paris 7 a travaillé sur l'intégration de la calculatrice dans les pratiques des enseignants et sur l'enseignement de la numération avec la calculatrice. De quelles façons les professeurs intègrent-ils la calculatrice en classe ? La calculatrice permet-elle de travailler la numération, notamment les unités de numération (unités, dizaines, centaines...) ? Quelle articulation entre la calculatrice et le papier-crayon ?

Enfin, les circonscriptions de l'Académie de Rouen impliquées dans le projet posent la question de l'intégration de la calculatrice dans les enseignements à travers des situations d'apprentissage sur les fractions et le calcul mental, tout en développant l'autonomie des élèves et la mise en œuvre d'une différenciation pédagogique.

II - LES SPECIFICITES DE LA CALCULATRICE

Dans cet atelier, nous nous sommes appuyés principalement sur deux activités développées et analysées dans le cadre du projet mettant en jeu les spécificités de la calculatrice TI Primaire Plus™. Avant de détailler ces activités et les questions et discussions qu'elles ont suscitées avec les participants de l'atelier, nous présentons plus précisément les spécificités de cette calculatrice TI Primaire Plus™ et en particulier celles qui seront utilisées dans les activités. Au cours des exposés et discussions de chaque thème, tous les participants ont été invités à repérer les apports concernant les sujets suivants dénommés fils rouges pour permettre une première analyse et production de résultats. Ces apports sont intégrés dans les descriptions et commentaires de l'atelier.

- Valeur ajoutée de la TI : quels sont les éléments qui permettent d'attester d'une différence dans le travail mathématique des élèves avec l'usage d'une autre calculatrice dans la même activité, ou l'activité réalisée sans calculatrice ?
- Limites et bug : lister les limites d'utilisation de la calculatrice et les éventuels bug.
- Intégration dans les pratiques des enseignants : lister les différentes façons d'utiliser la calculatrice.

1.1 Présentation générale de la calculatrice

La présentation des spécificités de la calculatrice TI Primaire Plus™ s'est effectuée au cours de manipulations et d'explorations libres, individuellement ou à plusieurs, en s'appuyant sur le mode d'emploi fourni avec la calculatrice. Les explorations ont été suivies d'échanges qui ont porté sur les éléments particuliers de cette calculatrice et de l'émulateur :

- la francisation complète de la machine,

- les touches permettant de passer d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et inversement,
- l'émulateur,
- la touche simplification de fractions,
- la touche opérateur,
- la touche division euclidienne,
- le mode exercice.

La francisation de la machine

Les touches et en particulier le séparateur décimal représenté par une virgule sont en français tout comme les messages proposés par la machine à l'écran. Cette spécificité contribue à atténuer les résistances sociales à l'introduction de la machine dans la classe : le langage embarqué est le même que celui qui est employé dans les leçons de mathématiques.

Les touches de changement d'écriture

Il est possible de rentrer une fraction sous la forme numérateur puis dénominateur. La touche F->D (Fraction vers Décimal) transforme une fraction écrite de cette façon en une écriture décimale (ou écriture à virgule) affichant 10 chiffres après la virgule (le calcul interne se faisant avec 14 chiffres), suffisant pour faire apparaître les périodes de quelques fractions (Figure 1).

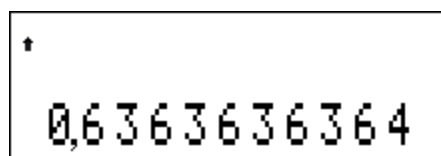


Figure 1 : effets de la touche F->D sur 7/11.

La touche D->F transforme, elle, une écriture décimale sous la forme d'une fraction éventuellement simplifiable. Un affichage sur l'écran de la calculatrice signale que la fraction obtenue est irréductible ou peut être simplifiée. La touche « Simplification de fraction », notée « Simp » permet de simplifier une fraction étape par étape et permet de mettre en évidence le facteur commun utilisé dans la simplification.

L'émulateur

L'émulateur, réplique projetable de la calculatrice, est utilisable avec un vidéoprojecteur ou un TNI, et comporte en plus de l'affichage de la calculatrice un historique d'utilisation des touches (Figure 2). Cet historique peut être utilisé par les élèves en complément des calculs et résultats affichés à l'écran et permet au professeur de laisser la trace de la suite de touches nécessaires à une certaine opération.

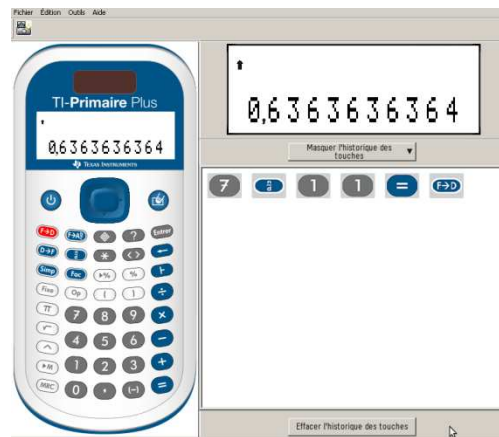


Figure 2 : émulateur de la calculatrice et historique des touches.

Par ailleurs, la calculatrice est livrée avec une affiche. Elle est certes statique, figée, et présente moins d'intérêt que l'émulateur pour un travail dynamique, mais dans une classe, elle peut avoir un rôle non négligeable de mémoire et peut rejoindre les autres affichages, par exemple pour contribuer à la mémorisation des touches et fonctionnalités utilisées et maîtrisées. Elle peut aussi servir à rappeler très rapidement les fonctionnalités à utiliser avec des aimants ou des post-it, sans avoir besoin de projeter l'émulateur.

La touche « Opérateur »

La touche « Opérateur » (Op) est certainement une touche du mode classique de la calculatrice des plus intéressantes mais aussi des moins intuitives. Elle permet d'itérer une opération par un nombre (addition, soustraction, multiplication, division ou division euclidienne). Cette fonctionnalité, comme quelques autres, nécessite un apprentissage de sa mise en œuvre car son utilisation requiert d'autres manipulations que d'appuyer seulement sur la touche.

Utilisation dans les situations de classe

Une fois cette étape franchie, les échanges portent sur les situations de classe et les types d'exercices pouvant solliciter avec pertinence cette fonctionnalité :

- produire et utiliser les algorithmes de production de suites régulières de nombres,
- produire et utiliser un répertoire additif, multiplicatif, soustractif,
- utiliser des procédures de calcul réfléchi,
- préparer la division.

Historique des calculs

Une autre fonctionnalité de la machine consiste en sa mémoire des calculs réalisés. Il est ainsi possible sur la calculatrice de remonter dans l'historique des calculs. Cette fonctionnalité présente aussi bien sur la calculatrice que sur l'émulateur constitue un apport non négligeable de la calculatrice pour montrer

les calculs précédents réalisés et les résultats obtenus, mais aussi pour permettre au professeur d'analyser la démarche employée.

La touche division euclidienne



Enfin, la touche représentée par la potence (ci-contre) permet de trouver le quotient et le reste dans la division euclidienne de deux entiers positifs. Il est possible d'utiliser cette touche dans la « programmation » d'une itération. Par exemple, convertir 123456 secondes en heures, minutes et secondes peut se réaliser comme illustré sur la figure 3.

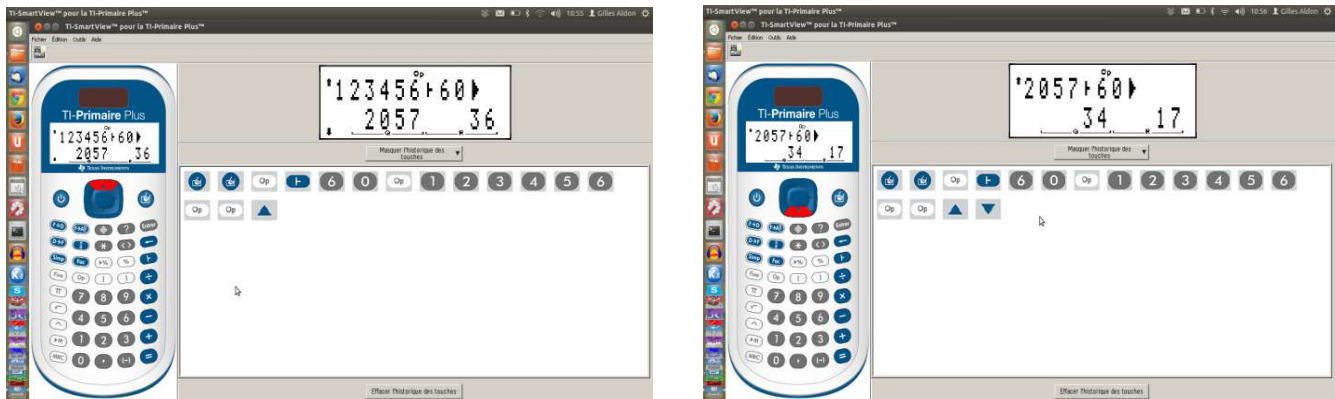


Figure 3 : conversion en heures/minutes/secondes en combinant les touches « Op » et « division euclidienne ».

Présentation du mode exercice

Cependant, la véritable spécificité de cette calculatrice réside dans le mode « exercice ». Dans ce mode, il est possible de « demander » à la calculatrice le nombre de solutions d'une équation ou d'une inéquation dont certains éléments sont inconnus. Ces éléments inconnus peuvent être des termes ou des facteurs d'une expression algébrique ou les opérations utilisées. Enfin, le domaine de validité de ces expressions peut-être l'ensemble de nombres naturels, noté N , l'ensemble des nombres décimaux, noté D ou l'ensemble des nombres rationnels positifs, noté Q^+ . Les deux touches « ? » et « * » représentent respectivement un nombre inconnu ou une opération inconnue. Par exemple, l'affichage $? + 5 = 4$ provoque le message « 0 solution » lorsque l'ensemble de référence est N et « 1 solution » dans D .

Cependant, toute expression algébrique ne peut pas être écrite et une expression qui n'est pas prévue par la calculatrice provoque l'écriture du message « Expression impossible » qui peut être source de confusion pour les élèves : l'expression est mathématiquement correcte mais impossible à interpréter par la calculatrice.

De la même façon, le « ? » représente un nombre inconnu mais dans une expression du type « $? \times ? = 10$ », les deux symboles peuvent représenter des nombres différents. Il est nécessaire de préciser dans les consignes données aux élèves que « ? » tout comme « * » d'ailleurs, désigneront tout nombre ou tout opérateur effacé à chercher.

² En fait, bien sûr, un sous-ensemble fini des ensembles N , D et Q^+ .

De même, le nombre de solutions affiché distingue l'ordre des nombres, ainsi $2 \times 3 = 6$ et $3 \times 2 = 6$ apparaissent comme deux solutions à la « question » « $? \times ? = 6$ ». Quand les élèves ont compris cela, ils systématisent et organisent très souvent leurs résultats en intégrant cette donnée.

Même si la calculatrice est simple et intuitive, il est important de noter le nécessaire travail d'instrumentation qui doit être piloté par les enseignants pour permettre aux élèves d'interpréter correctement les rétroactions de la machine et pour maîtriser la syntaxe des différentes touches.

Discussion sur les apports de la calculatrice

Lors d'un travail en classe en numération ou recherche de problème par exemple, les apports des spécificités de cet outil qui viennent d'être décrites favorisent les échanges entre élèves qui, grâce à la projection et à l'action directe sur l'émulateur (sur le TNI ou sur le clavier de l'ordinateur) peuvent aisément montrer à la classe les stratégies suivies et/ou les résultats obtenus, remonter dans les calculs précédents à l'aide des flèches, etc.

En tenant compte des remarques précédentes dans la présentation du mode « exercice », cet outil apparaît comme très fécond pour poser des problèmes et faire réfléchir à la construction des nombres et aux opérations. Par exemple, l'activité suivante (Figure 4) tirée du manuel Hatier CM1/CM2 (page 21) propose d'utiliser le mode « exercice » dans N pour trouver quels opérateurs remplacent les étoiles.

EXERCICE 2 Trouver les deux opérations (1) N

■ Retrouve les opérations (+ ou -) de ces calculs en utilisant le mode EXERCICE.
Écris les solutions que tu as essayées et entoure celles qui sont justes.

$6 * 2 * 4 = 8$		$8 * 2 * 6 = 12$	
$10 * 3 * 8 = 15$		$8 * 2 * 6 = 4$	
$7 * 8 * 9 = 6$		$8 * 2 * 6 = 0$	
$12 * 7 * 5 = 10$		$8 * 2 * 6 = 16$	
$9 * 7 * 8 = 8$		$15 * 7 * 8 = 16$	

Figure 4 : retrouver les opérations.

Le travail est réalisé en groupes ; une personne conduit le travail dirigé en utilisant le mode exercice qui permet de donner le nombre de solutions attendues. Les autres membres du groupe utilisent le mode calculatrice et recherchent les solutions. L'animateur du groupe peut vérifier les réponses en utilisant ou pas sa calculatrice. S'il l'utilise, la calculatrice validera ou invalidera les réponses au fur et à mesure qu'elles seront proposées.

Cet exercice pose la question de l'intérêt et des limites de ces deux modes de la calculatrice TI. L'utilisation du mode exercice ne garantit pas que les élèves vont véritablement s'engager dans une démarche réflexive et de recherche. En effet, comme ces exercices ne présentent qu'un petit nombre de solutions et que les variables sont peu nombreuses, les élèves peuvent tout à fait rentrer les réponses au

hasard et utiliser le mode exercice de la calculatrice pour vérifier leur réponse, répéter l'opération autant de fois que nécessaire pour parvenir à une solution juste sans avoir à aucun moment réfléchi au sens de ce qu'ils écrivaient. L'importance de la situation proposée et en particulier du milieu de cette situation imaginé par l'enseignant apparaît ici comme crucial pour permettre aux élèves de rencontrer les connaissances mathématiques visées. Les rétroactions du milieu, incluant celles de la calculatrice, pour être fécondes ne doivent pas masquer les connaissances mathématiques sous-jacentes.

III - DES ACTIVITES AVEC LA CALCULATRICE

Les activités de découverte proposées dans l'atelier

Les activités de découverte accompagnée de l'atelier ont permis une prise en main rapide des usages de certaines des fonctionnalités décrites dans la première partie à l'aide de l'émulateur. Elles ont été proposées en lien avec les activités de découverte testées par les enseignants dans les classes, et en particulier, la première phase de découverte libre de la machine qui s'avère importante pour familiariser les élèves avec les touches intuitives de la calculatrice et s'interroger sur les touches « nouvelles ». De courts exercices facilitent ensuite la prise en main de la calculatrice.

Premières activités

Programmer $Op = -78$.

Partir du nombre 858.

En utilisant un certain nombre de fois Op va-t-on arriver à zéro ? Ou s'en approcher ?

Combien de calculs seront nécessaires pour arriver à zéro ou s'en rapprocher le plus possible ?

Cette activité fait fonctionner la possibilité d'itérer un calcul mais aussi introduit la possibilité d'une approche de la division euclidienne par soustractions successives. L'affichage à l'écran donne finalement le quotient et le reste (Figure 5). Mais les élèves ont-ils vraiment conscience que cet affichage est le résultat d'une division ?

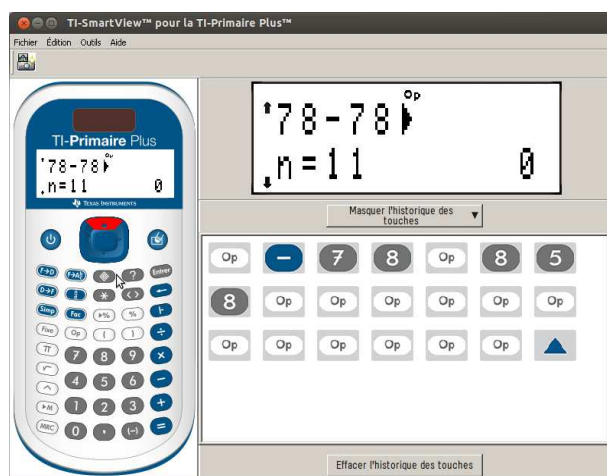


Figure 5 : l'opérateur « Op » avec des soustractions itérées et la division euclidienne.

En combinant les deux fonctionnalités division euclidienne et Opérateur il est possible d'amener les élèves à prendre conscience du concept mathématique sous-jacent. Par exemple, si un groupe d'élèves travaille avec « Op » et l'autre avec la division euclidienne, la confrontation des résultats de chacun des groupes, notamment grâce à la remontée dans les calculs de l'itération, devrait permettre de mettre en relation les deux stratégies en les explicitant et de faire émerger le concept sous-jacent.

D'autres fonctionnalités sont intéressantes pour travailler la numération au cycle 3 et la reprendre au collège, comme la simplification ou la décomposition de fractions, ou le passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et réciproquement.

Deux activités

Les deux activités présentées dans la suite ont fait l'objet d'une discussion dans l'atelier, notamment pour faire émerger les connaissances mathématiques travaillées et les apports de la calculatrice dans ces activités. Ces activités ont été expérimentées en classe dans cette première année de travail du projet CaPriCo.

La première est tirée du manuel Hatier CM1-CM2 (Activité 13) et propose de construire une suite d'opérations permettant d'ajouter (obtenir) un 0 (de plus) (resp. un 9) dans l'écriture décimale d'un nombre (Figure 6). Cette activité se partage en deux exercices qui se répondent mutuellement et qui mettent en jeu les mêmes compétences.

EXERCICE 1 Un 0 de plus

Dans cet exercice, tu peux utiliser les touches $+$ $=$ et les touches chiffres.

● Tape le nombre de départ.

● À chaque étape, essaie d'obtenir un nouveau nombre qui comporte autant de chiffres que le nombre précédent, mais qui s'écrit avec un 0 de plus (et un seul). Écris ton calcul dans la flèche et le nombre obtenu dans la case.

354	→		→	
4 267	→		→	
5 078	→		→	
38 506	→		→	
405 603	→		→	

EXERCICE 2 Un 9 de plus

Dans cet exercice, tu peux utiliser les touches $-$ $=$ et les touches chiffres.

● Tape le nombre de départ.

● À chaque étape, essaie d'obtenir un nouveau nombre qui comporte autant de chiffres que le nombre précédent, mais qui s'écrit avec un 9 de plus (et un seul). Écris ton calcul dans la flèche et le nombre obtenu dans la case.

354	→		→	
4 267	→		→	
5 978	→		→	
38 596	→		→	
495 693	→		→	

Figure 6 : un 0 de plus, un 9 de plus.

Cet exercice a pour objectif principal de travailler la connaissance des nombres, de connaître et d'utiliser la valeur positionnelle des chiffres. On peut s'interroger sur l'utilité de la calculatrice, notamment dans le premier exercice qui consiste à additionner un nombre, opération qui pourrait se faire mentalement. Par contre, l'utilisation de la calculatrice dans le deuxième exercice semble plus pertinente avec l'usage de la soustraction et l'apparition des 9. Il paraît ainsi pertinent de proposer ensemble ces deux exercices, le premier permettant de s'approprier la consigne et le second de faire fonctionner les connaissances mathématiques en jeu. Néanmoins, l'usage de la calculatrice peut être laissée à l'initiative des élèves en

fonction de leurs besoins, constituant par la même un outil de différenciation, sans que l'enseignant ne s'interdise, dans le cadre de son dispositif pédagogique plus général, d'autoriser ou non son usage en fonction de l'activité et/ou des élèves concernés.

La seconde activité a été imaginée à partir des rétroactions de la calculatrice dans le mode « exercice ». En effet, et comme indiqué dans le paragraphe sur les fonctionnalités de la calculatrice, la « réponse » renvoyée par la calculatrice à la question « $? \times ? = 20$ » dans l'ensemble des naturels est : 6 solutions ; en effet, les couples (1,20), (2,10), (4,5), (5,4), (10,2) et (20,1) sont solutions. En revanche, la même question dans l'ensemble $\mathbb{D}$ donne comme réponse : « Infinité de solutions ». Mais quelle est cette infinité de solutions ?

En partant de ces idées, le professeur a imaginé la situation suivante pour sa classe de sixième :

Une égalité : $? \times ? = 20$

Dans l'ensemble des entiers $\mathbb{N}$

- Trouve trois couples solutions vérifiant cette égalité, composés de deux nombres entiers.
- Vérifie tes réponses en utilisant la calculette.
- Existe-t-il d'autres solutions ?

Dans l'ensemble des décimaux $\mathbb{D}$

- Trouve trois couples solutions vérifiant cette égalité, composés d'un nombre entier et d'un nombre qui ne l'est pas.
- Vérifie tes réponses en utilisant la calculette.
- Existe-t-il d'autres solutions ?
- Trouve trois couples solutions vérifiant cette égalité, composés de deux nombres non entiers.
- Vérifie tes réponses en utilisant la calculette.
- Existe-t-il d'autres solutions ?

Après le choix d'un premier facteur

Si l'on décide d'un premier facteur, est-il toujours possible de trouver le second facteur pour que l'égalité $? \times ? = 20$ soit vérifiée ?

Explorer et trouver des nombres qui peuvent être entrés comme premier facteur pour que l'égalité $? \times ? = 20$ soit vérifiée.

L'intérêt de l'usage de la calculatrice dans cette situation réside dans un premier temps dans la possibilité de laisser résoudre en autonomie ces différentes questions. Si les premières questions sont facilement résolues, les élèves de sixième explorent l'infinité des solutions de l'équation dans $\mathbb{D}$ et se rendent compte qu'il est finalement difficile de trouver un premier facteur. Lors de l'expérimentation, ils ont développé des stratégies variées, s'appuyant notamment sur les solutions entières (pour certains

couples (x,y) , si (x,y) est un couple de solutions dans les entiers, alors $(x/2, 2x)$ ou $(x/10, 10x)$ est un couple de solutions avec $x/2$ ou $x/10$ non entier).

La résolution de ce problème a aussi permis de mettre en évidence que le fait de calculer pour produire une solution n'équivaut pas à tester en mode exercice si le 3 est accepté. En effet, certains élèves ont calculé $20/3$ pour obtenir le deuxième facteur et proposé comme solution $(6,6667 ; 3)$ alors qu'en mode exercice le facteur 3 était refusé. Les rétroactions de la calculatrice ont pu susciter les questionnements et favoriser une démarche mathématique et l'étude des différences entre nombre entier et nombre décimal.

A partir de la même situation mathématique, une activité a également été développée en CM2 avec un énoncé différent s'attachant plus à explorer les multiplications d'entiers $? \times ? = n$:

Pour les nombres de 21 à 60 puis de 61 à 100,
- Quel est le nombre qui a le plus de produits ?
- Quels sont les couples de solutions ?

A l'école primaire, l'objectif est de travailler les décompositions d'un nombre entier en produit de deux ou plusieurs facteurs, les diviseurs d'un nombre et de proposer une première approche du concept de nombre premier. La calculatrice amène immédiatement les élèves à se poser la question des 6 solutions, alors qu'ils n'en identifient que 3 lorsqu'ils travaillent sur ardoise. Mais surtout la calculatrice permet de se poser facilement la même question pour 36 (9 solutions) puis de chercher quel est le nombre entre 1 et 20 qui a le plus de produits différents. La calculatrice ne répond plus directement mais est un outil important pour organiser et mener une recherche et la généraliser aux nombres jusqu'à 100 : quel est le nombre qui a le plus de produits différents ? Quels sont les couples solutions ? Dans les stratégies de recherche, les caractères de divisibilité deviennent un outil efficace pour la résolution et pas seulement un résultat à apprendre.

Au final, bien que partant de la même situation mathématique, le travail mené en CM2 n'est pas un sous-ensemble du travail en 6^{ème} et la 6^{ème} n'est pas une révision du CM2. Il s'agit plutôt d'une exploration mathématique, à chaque niveau, avec les outils et connaissances propres à chaque élève, d'un champ de problèmes généré par une même question et par l'affichage par la machine de la rétroaction sur le nombre de solutions.

Ces deux propositions d'activités ouvrent des pistes à explorer pour développer les usages de la calculatrice à l'articulation école-collège. Il s'avère que la calculatrice peut être utilisée non seulement comme un outil de calcul mais aussi comme une aide pour poser des problèmes. Mais plus largement, lorsque la calculatrice est mise à disposition des élèves, elle peut s'avérer un outil utile pour participer à un processus d'évaluation formative. Les expérimentations faites en classe et qui ont été discutées lors de l'atelier reposent sur le principe de l'évaluation formative s'articulant autour de trois moments cruciaux :

- la prise d'information : où en sont les élèves ? Que savent-ils ? Quelles connaissances sont mobilisables et mobilisées ?
- l'analyse de l'information en regard des compétences visées ;
- le retour de cette analyse pour adapter l'enseignement aux besoins de chaque élève, et pour chaque élève d'avoir la possibilité d'adapter son apprentissage.

Dans chacun de ces moments la technologie peut jouer un rôle pour faciliter le travail du professeur et différencier le travail des élèves.

Dans la gestion de la classe entière, les questionnements renvoyés par les rétroactions constituent une base de discussion et participent ainsi aux moments de prise d'informations auprès des élèves.

Dans des phases de remédiation, dans les expérimentations faites à Lyon, la calculatrice a été utilisée en s'appuyant notamment sur les rétroactions fournies dans le mode exercice. La gestion de l'hétérogénéité a été facilitée par la possibilité de laisser des élèves travailler sur la calculatrice pendant que le professeur pouvait apporter une aide personnelle à des élèves en difficulté. Et, au contraire, elle a pu être utilisée avec des élèves en difficulté parce qu'elle permettait de proposer des exercices pour lesquels les élèves pouvaient oser proposer des réponses et des stratégies que la calculatrice, par ses rétroactions, permettait de valider ou d'invalidier. La calculatrice permet à l'enseignant de repérer des difficultés qu'il n'aurait pas pu voir dans un travail ordinaire papier/crayon comme il a été constaté dans les expérimentations faites dans les classes dans ces expérimentations portant sur l'usage de la calculatrice pour l'évaluation formative.

IV - CONCLUSION

Même si, comme avec tout artefact numérique, la syntaxe nécessaire à la communication avec la machine demande un apprentissage, même si certaines rétroactions de la machine demandent à être explicitées pour être correctement interprétées, les apports de la calculatrice pour l'enseignement de la numération au cycle 3 ont été mis en évidence dans des situations de classe et remarqués dans les discussions de l'atelier. L'usage de la calculatrice nécessite une prise en main du fait de sa complexité (relative) en regard des calculatrices habituelles. Pour les élèves en particulier une activité de découverte s'avère indispensable. Les problèmes sur les cas limites, inhérents à l'usage d'artefacts numériques ne doivent pas empêcher l'utilisation dans les cas les plus généraux.

Les « fils rouges » de l'atelier ont permis de mettre en évidence une certaine valeur ajoutée de cette calculatrice en particulier liée au mode « exercice » où la calculatrice apparaît non seulement comme un outil de calcul mais aussi un support ou un moyen pour poser des problèmes.

La calculatrice est perçue également comme un moyen de motiver les élèves dans différentes activités de la classe : dans des situations d'aide personnalisée ou d'évaluation formative, pour donner confiance et permettre aux élèves d'oser, dans les temps de calcul mental, pour une appropriation des tables et un approfondissement de la connaissance des nombres.

Les observations dans les classes de CM2 montrent assez clairement que l'usage de la calculatrice peut aussi être un révélateur pour le professeur de lacunes ou d'incompréhensions des concepts mathématiques sous-jacents. La calculatrice ne fait pas la situation mais est un élément important du milieu de l'élève et en ce sens peut être considérée comme un apport pour la construction de situations d'apprentissage fécondes.

V - BIBLIOGRAPHIE

ANSELMO, B., COMBIER, G. (2014). *Mosaïques : Fiches d'activités pour la calculatrice Texas Instruments 6ème-5ème*. Paris : Hatier.

ASSUDE, T. (2007). Changements et résistances à propos de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement des mathématiques au primaire. *Informations, Savoirs, Décisions et Médiations (ISDM)*, **29**.

ARZARELLO, F., ROBUTTI, O., SABENA, C., CUSI, A., GARUTI, R., MALARA, N., & MARTIGNONE, F. (2014). Meta-Didactical Transposition: a theoretical model for teacher education programmes, in A. CLARK-WILSON, O. ROBUTTI, & N. SINCLAIR (EDS.) *The Mathematics Teacher in the Digital Era*, 347-372. Springer Netherlands.

CALPE, A., RABATEL, J.-P., ZUCCHETTA, J.-F., & SOURY-LAVERGNE, S. (2014). Explorer les patrons du cube : de l'intérêt des représentations à l'aide de logiciels de mathématique dynamique, in *Actes du XLème colloque COPIRELEM. Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspectives*, IREM des Pays de Loire.

CHARNAY, R. (2004) Des calculatrices à l'école primaire ? Oui ? Non ? Pourquoi ? Comment ? *Grand N*, **74**, 67-75.

CHARNAY, R., TREFFORT, L. (2014). *Mosaïques : Fiches d'activités pour la calculatrice Texas Instruments CM1-CM2*. Paris : Hatier.

PANERO, M., ALDON, G. (2015). How can technology support effective formative assesment practices ? A preliminary study, in *Proceedings of International Conference on Technology in Mathematic Teaching*, Faro, juin 2015.

SOURY-LAVERGNE S., CALPE A., (2012). Mathématiques dynamiques pour l'école primaire et Mallettes de ressources, in ALDON, G. (dir.) *Actes des journées mathématiques de l'IFE*, 130-135, Lyon, juin 2012.

VOLTOLINI, A. (2014) Un duo d'artefacts virtuel et matériel pour accompagner la genèse instrumentale du compas, in *Conférence TICE 2014*, Béziers, novembre 2014.

DE L'ETUDE D'UNE SITUATION DE RESTAURATION DE FIGURE AU CYCLE 3 A L'ELABORATION D'UNE RESSOURCE

Christine MANGIANTE

MCF, ESPE LNF

LML

christine.mangiante@espe-lnf.fr

Annie SOLOCH

CPC, Circonscription de Valenciennes-Denain

annie.soloch@ac-lille.fr

Résumé

Cet atelier prend appui sur le travail mené par une équipe constituée d'acteurs aux statuts différents (chercheurs, inspecteur de l'éducation nationale, conseillers pédagogiques, enseignants maîtres formateurs, enseignants) qui ont pour projet commun la production de ressources pour l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Ce travail s'inscrit depuis septembre 2014 dans le cadre d'un LÉA (Lieu d'éducation Associé à l'IFE). Il prolonge une recherche menée dans le Nord Pas de Calais qui a développé depuis une quinzaine d'années une approche de la géométrie à l'école élémentaire. Cette étude a fait l'objet de plusieurs publications (Mangiante-Orsola C., Perrin-Glorian M.J., 2014, Perrin-Glorian M. J., Godin M., 2014). Cet atelier vise à interroger les interactions créées entre deux "mondes" en présence, celui des chercheurs, défini par l'étude et la production de savoirs scientifiques et celui des enseignants, défini par l'action (Mangiante-Orsola C., 2014).

I - INTRODUCTION

Cet atelier prend appui sur le travail mené dans le cadre de la circonscription de Valenciennes-Denain par une équipe multi-catégorielle (chercheurs, inspecteur de l'éducation nationale, conseillers pédagogiques, enseignants maîtres formateurs, enseignants) qui cherche à concevoir et à évaluer des ressources pour l'enseignement de la géométrie au cycle 3. Ce projet s'inscrit dans la continuité d'une recherche qui a débuté il y a une quinzaine d'années dans le Nord-Pas-de-Calais et qui a développé une approche de la géométrie à l'école élémentaire ayant fait l'objet de plusieurs publications (Perrin-Glorian, Godin, 2014). Basée sur la prise en compte de l'évolution naturelle du regard que portent les enfants sur les figures, c'est-à-dire la manière dont ils appréhendent ces figures et les analysent, cette approche vise à proposer une progression susceptible d'accompagner les élèves dans ce changement de regard sur les figures. Depuis quelques années, nous explorons la question de la diffusion dans l'enseignement ordinaire de situations conçues par la recherche (Mangiante-Orsola, 2014, Mangiante-Orsola, Perrin-Glorian, 2014) et le travail mené dans le cadre de la circonscription de Valenciennes-Denain vise justement à interroger les conditions d'adaptabilité de ces situations à l'enseignement ordinaire.

Dans le cadre de cet atelier, notre intention était de partager avec les participants nos analyses et les questions que nous nous posons. Une première mise en activité a été proposée. Elle avait pour but d'amener les participants à caractériser l'approche de l'enseignement de la géométrie à laquelle nous nous référons. Suite à ce préalable, ont été présentés les dispositifs de travail et de recherche tels qu'ils ont été conçus au sein même de notre équipe. Puis, les participants ont été invités à faire l'analyse a priori d'une situation d'enseignement que nous avons rapprochée de notre analyse a posteriori. Enfin, une discussion à propos de l'adaptabilité à l'enseignement ordinaire des ressources conçues a clos l'atelier.

II - CARACTERISATION DE L'APPROCHE DEVELOPEE

1 Restaurer des figures

Les participants ont été mis une première fois au travail. Pour chaque binôme, il s'agissait dans un premier temps de restaurer plusieurs figures et pour chacune d'elles de faire correspondre dans un tableau les différentes actions réalisées sur le matériel avec les notions géométriques en jeu (les documents distribués aux participants sont joints en annexes 1 et 2).

Dans un second temps, les participants, regroupés par quatre, ont été amenés à effectuer une synthèse et à répondre à la question : « Restaurer ou reproduire ? Qu'est-ce que ça change pour les élèves ? Qu'est-ce que ça change pour les enseignants ? Qu'est-ce que ça change pour l'enseignement de la géométrie ? ».

Le choix de ces figures (disponibles en annexe 1) a été opéré en fonction des différents niveaux de difficulté qu'elles pouvaient présenter.

- Les figures 1 et 1 bis se différencient principalement par le choix de l'amorce et par le choix des instruments. La bande de papier est interdite pour la figure 1 tandis qu'elle est autorisée pour la figure 2. En effet, le carré de la figure 1 propose le grand carré (qui forme les contours extérieurs de la figure) en tant qu'amorce. Il est nécessaire de prolonger les côtés du petit carré et de vérifier que les droites ainsi tracées coupent les côtés du carré extérieur en leur milieu. Le carré de la figure 1 bis propose, quant à lui, le petit carré (intérieur) en tant qu'amorce. Dans ce cas, il est nécessaire de vérifier que les sommets du petit carré sont les milieux de segments avant de prolonger les côtés du carré amorce.

- Restaurer la figure 2 nécessite de tracer des diagonales et de reporter la longueur de la diagonale la plus courte pour pouvoir tracer le carré intérieur. La restauration repose sur la propriété suivante : les diagonales d'un carré ont la même longueur. La figure se termine par un report de longueurs. Les sommets sont communs. Pour cette activité, la bande de papier est interdite.

- Pour restaurer la figure 3, il faut tracer les diagonales du carré proposé en amorce et de tracer ensuite les arcs de cercle. Le point est vu ici comme intersection de deux lignes.

- Prolonger des segments et joindre les points constituent les actions essentielles pour restaurer la figure 4. On aborde le concept de points et celui de droites : un point est obtenu comme intersection de droites, et une droite est, soit vue comme prolongement d'un « trait » tracé, soit définie par deux points.

2 Interroger les hypothèses issues de la recherche

Cette première mise en activité a été suivie d'échanges entre les participants autour des questions précédemment posées.

Du côté de la tâche de l'élève, plusieurs éléments ont été relevés par les participants :

- Lors d'une activité de reproduction de figure, l'élève a la liberté d'utiliser tous les instruments de géométrie disponibles en classe et de choisir, parmi plusieurs possibles, l'ordre des tracés à effectuer pour reproduire la figure modèle. Ainsi, la reproduction n'impose pas un point de départ. L'élève doit repérer des éléments de la figure nécessaires au tracé (points, lignes).

- Dans le cadre de la restauration de figure, le choix de l'amorce est très important dans la mesure où il va avoir des incidences sur le travail des élèves. La marge de manœuvre de l'élève y est limitée, l'espace de recherche est plus restreint. L'amorce implique une orientation de la figure qui reste libre lors de la reproduction. L'orientation de l'amorce par rapport au modèle peut être un élément perturbateur pour les élèves qui considèrent que la position du modèle dans la feuille est un élément du modèle. De même, la restauration fixe des dimensions (utilisation ou non-utilisation d'un agrandissement ou d'une réduction). Les exemples du petit carré et du grand carré de l'annexe 1 montrent que les propriétés requises ne sont pas identiques. L'amorce oblige à une certaine exploration de la figure. La restauration offre un point de départ qui induit ou interdit des procédures. Les élèves sont amenés à se focaliser sur certaines propriétés géométriques incontournables telles que les égalités de longueurs, les alignements, le milieu. Ceci sous-entend une capacité à conjecturer différentes propriétés. Ces propriétés sur la figure à restaurer sont utilisées comme outil de construction. Les élèves vont donc chercher des propriétés sur le modèle et les réinvestissent sur la figure à restaurer. Les élèves ne sont pas habitués à chercher des

informations sur le modèle, à y effectuer des tracés. Lors des activités de reproduction, les élèves utilisent toujours les propriétés qu'ils connaissent. Il y a un changement de regard qui n'est pas mobilisé avec la reproduction de figures. La restauration amène les élèves à passer d'une vision « de dimension 2 à une vision de dimension 1 puis 0 ». Une figure peut ainsi être décomposée en sous-figures. L'amorce choisie va de pair avec le choix des instruments qui s'avèrent être des variables didactiques sur lesquelles l'enseignant peut s'appuyer. L'intérêt de la restauration est lié à la possibilité de s'appuyer sur un certain nombre de contraintes sur les instruments. Il est possible, par exemple, d'interdire le report des longueurs comme pour la figure 4. Plusieurs éléments peuvent être donnés dans l'amorce pour contraindre l'utilisation d'un instrument particulier. Ainsi, l'amorce donnée peut avoir une incidence sur le nombre et le choix des tracés à effectuer. Par ailleurs, les instruments mis à disposition peuvent permettre à l'élève de "transporter" des éléments de la figure (morceaux de surfaces-lignes correspondant aux bords d'un gabarit...etc.).

A propos des différences apportées au travail (ou à la tâche ?) de l'enseignant, des avantages et des difficultés ont été pointés par les participants.

- En ce qui concerne la reproduction, il est souvent difficile (voire impossible) pour l'enseignant de prendre connaissance des procédures utilisées par chacun des élèves.
- La restauration de figures, quant à elle, permet de répondre plus précisément à des objectifs précis de l'enseignant. Elle permet de cibler et de mobiliser des connaissances géométriques. La restauration permet à l'enseignant de sélectionner les instruments et de choisir le tracé d'une amorce. Elle oblige l'enseignant à analyser les tâches des élèves, à anticiper les procédures de ceux-ci. La restauration implique un changement de regard sur les figures chez l'enseignant comme chez les élèves. La restauration lui permet de limiter les actions sur le matériel attendues et de faciliter l'observation du travail de ses élèves (même si cela reste toujours difficile). L'enseignant doit réfléchir également à des orientations possibles des figures afin que les élèves ne soient pas tentés d'effectuer de simples translations. Les participants ont également soulevé des questions en lien avec l'étayage. Une réflexion mériterait d'être apportée aux aides à envisager chez les élèves en difficulté au démarrage de l'activité ou en cours de séance. La verbalisation en termes géométriques est complexe. Une des intervenantes a indiqué qu'il y a en fait trois figures dans la restauration : la figure-modèle, l'amorce et la figure manquante. Une manière possible d'aider les élèves est de leur montrer ou de mettre l'accent sur les éléments manquants. La validation de la production d'élève peut aussi poser problème. En effet, des participants s'interrogent sur l'identification et la définition d'une marge d'erreur acceptable. De plus, comment un enseignant peut convaincre un élève certain de sa réussite que sa production n'est pas conforme ? Le fait de proposer la figure-modèle sous la forme d'un calque est un élément de validation intéressant. C'est un argument pour convaincre les enseignants qui sont arrêtés sur la nécessité d'effectuer des tracés précis. Le papier calque permet de varier l'épaisseur du trait. Cet élément permet d'évacuer cette question qui peut être à l'origine d'une réelle résistance de la part des enseignants.

Pour l'enseignement de la géométrie, les activités de restauration interrogent les progressions envisagées d'ordinaire. En effet, le papier quadrillé est en général, utilisé dans un premier temps avant le papier pointé ou le papier uni. Des outils particuliers comme le calque s'avèrent être indispensables. En effet, en ce qui concerne la validation, les élèves convaincus d'avoir réussi malgré des erreurs, acceptent de remettre en cause ce qu'ils ont fait par l'utilisation d'un calque. De plus, la restauration met en scène des propriétés de géométrie qui sont élémentaires mais qui ont toutefois du mal à être mises en œuvre dans l'enseignement ordinaire. Il peut s'agir par exemple des propriétés suivantes : « Par deux points, il ne passe qu'une seule droite » ou « Un segment est porteur d'une droite. ». Cela les rend nécessaires et opérationnelles.

Ainsi, l'approche de l'enseignement de la géométrie à laquelle nous nous référons induit de nombreux changements tant du côté de l'élève que du côté du maître. La diffusion des situations produites dans ce cadre est à questionner et c'est précisément l'un des enjeux de notre travail au sein de notre LéA.

III - PRESENTATION DU LÉA DE VALENCIENNES-DENAIN

1 La production de ressources à l'interface de la recherche et de l'enseignement ordinaire

Depuis quelques années, nous cherchons à interroger les moyens à mettre en œuvre pour favoriser la diffusion dans l'enseignement ordinaire de l'approche développée dans le Nord Pas de Calais. En effet, si les situations produites sont bien accueillies par les enseignants, force est de constater qu'elles sont souvent difficiles à mettre en œuvre ou ne suffisent pas à modifier durablement leurs pratiques.

En septembre 2013, nous avons eu l'opportunité de travailler avec la circonscription premier degré de Valenciennes-Denain. Notre équipe est constituée d'acteurs aux statuts différents (chercheurs, inspecteur de l'éducation nationale, conseillers pédagogiques, enseignants maîtres formateurs, enseignants) et ensemble nous travaillons à l'élaboration de ressources pour l'enseignement de la géométrie au cycle 3. Si nous sommes rassemblés autour d'une finalité commune, il faut néanmoins souligner qu'au moment de l'élaboration du projet les priorités des uns et des autres n'étaient pas nécessairement partagées : aux objectifs de recherche des chercheurs sont venues se greffer ceux de l'IEN et de son équipe de formateurs de terrain (à savoir dynamiser l'enseignement de la géométrie dans la circonscription).

Comment tenir compte des priorités des uns et des autres ? Comment penser les dispositifs de travail et de recherche ? Quelle articulation prévoir entre les deux ? Ce sont ces questions que nous allons à présent aborder.

2 Modalités de travail fixées au sein du LéA

C'est l'équipe restreinte - constituée des chercheurs et formateurs de terrain - qui pilote le dispositif. Le processus de production de ressources est organisé selon le principe suivant : chercheurs et formateurs élaborent ensemble des versions provisoires de la ressource que les enseignants maîtres formateurs testent eux-mêmes dans leur classe pour ensuite les proposer aux enseignants de la circonscription dans le cadre de la formation continue. Ces derniers vont à leur tour pouvoir tester les situations proposées dans leur classe mais nous avons prévu de les accompagner. Ainsi, la conception des ressources rédigées par les formateurs est organisée selon des boucles itératives de façon à produire des séquences d'enseignement adaptées, utiles et diffusables dans l'enseignement ordinaire. Des séances se déroulant dans les locaux de la circonscription alternent avec des séances dans les écoles visant à expérimenter la ressource produite.

Dans ce but, plusieurs étapes ont été fixées. Au cours de l'année précédant notre entrée dans le réseau des LéA, des séances ont été testées dans les classes des maîtres formateurs associés au projet. Cette année (2014-2015), nous avons rédigé un document de travail présentant une séquence que des enseignants de la circonscription (bénéficiant de temps de formation continue) ont mis en œuvre dans leur classe accompagnés par les formateurs du LéA¹. Pour les années suivantes, nous envisageons de poursuivre le travail de conception et d'évaluation de ressources tout en élargissant notre réflexion (il s'agira d'inscrire nos situations dans une progression à l'année) pour à terme rédiger et diffuser une ressource dont tout enseignant de cycle 3 pourrait éventuellement s'emparer.

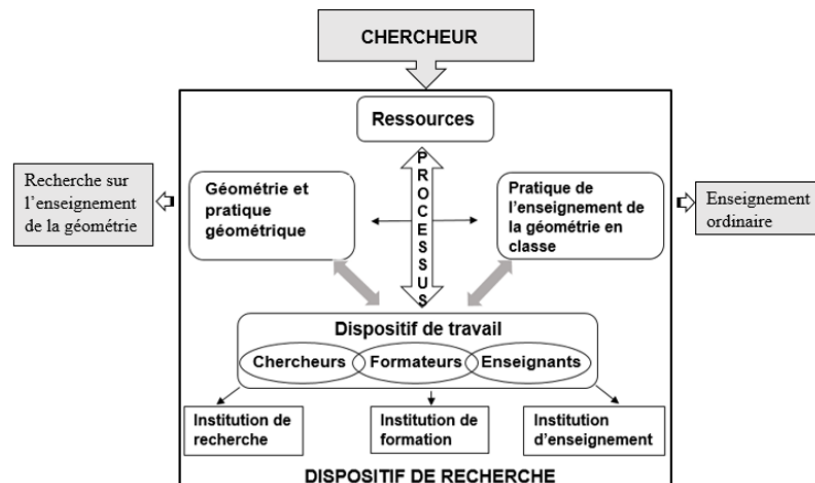
3 Articulation entre dispositifs de travail et de recherche

Au-delà de la production de ressources, notre projet revêt des objectifs de recherche. Le schéma n°1 vise à éclairer nos choix méthodologiques. Au cœur de notre dispositif, se trouve un espace de travail, créé par les acteurs eux-mêmes, c'est-à-dire les chercheurs, les formateurs et les enseignants², situé entre

¹ Cet accompagnement visait notamment à aider les enseignants à prévoir des activités préalables et à adapter la situation en fonction de leur niveau de classe (du CE2 au CM2) et du niveau de leurs élèves.

² Les intersections entre ces trois catégories d'acteurs sont non vides puisque certains chercheurs interviennent dans la formation et que certains formateurs sont aussi enseignants.

différentes institutions - institution de recherche (laboratoires de recherche), de formation (ESPE LNF) ou d'enseignement (la circonscription et plus largement l'académie).



Apparaissent aussi sur ce schéma d'autres éléments : la géométrie et la pratique géométrique ainsi que la pratique de l'enseignement de la géométrie avec lesquels chacun des acteurs entretient des relations différentes en partie marquées par son statut.

Notre position, en tant que chercheur, dans le dispositif de travail n'est pas facile à définir. Parce que nous participons à l'élaboration de la ressource, nous sommes à l'intérieur du dispositif de travail mais parce que notre recherche vise à étudier ce même dispositif nous sommes aussi amenées à nous situer à l'extérieur. Cette considération d'une position du chercheur extérieure au dispositif de travail, nous permet de clarifier les différentes positions que nous occupons et le statut de nos différentes analyses. Nous positionner à certains moments à l'extérieur du dispositif, nous permet de considérer sur un même plan notre propre point de vue (en tant que chercheur travaillant sur l'enseignement de la géométrie) et celui des autres catégories d'acteurs. Cela nous permet, en tant que spécialistes de la discipline (alors que les enseignants de primaire ne le sont pas) de mieux prendre en compte leurs priorités et les questions qui les préoccupent réellement dans le cadre du travail commun de production de ressources.

4 Précisions à propos du cadre théorique et de la méthodologie

Notre démarche est celle d'une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource (Perrin-Glorian, 2011) qui propose de penser les rapports entre recherche et enseignement non de façon descendante, comme une transmission de la recherche vers l'enseignement mais comme une adaptation aux pratiques ordinaires, beaucoup plus dialectique entre ces deux pôles. Tout en restant dans le cadre de l'ingénierie didactique (Brousseau), l'IDD vise néanmoins à prendre davantage en compte la question des rapports avec le terrain. En effet, même si la situation est validée du point de vue de la recherche (c'est-à-dire lorsqu'on a vérifié qu'elle permet de faire émerger certaines connaissances chez les élèves), elle n'est pas forcément validée pour sa diffusion dans l'enseignement ordinaire. L'IDD suppose de considérer simultanément deux niveaux de questionnement avec des objectifs différents : un premier niveau pour tester la validité théorique des situations (i.e. : leur capacité à produire les connaissances attendues et dégager les choix fondamentaux, incontournables relativement au savoir visé de l'ingénierie) ; un deuxième niveau pour étudier l'adaptabilité des situations à l'enseignement ordinaire dans la perspective d'une évolution des pratiques des enseignants.

Les choix méthodologiques que nous avons faits nous conduisent à préciser notre cadre théorique. Parce que notre dispositif met en présence des groupes d'acteurs qui ont des statuts différents, nous devons prendre en compte dans nos analyses ce qui est négocié par les acteurs, pourquoi...etc. Empruntant la notion de monde aux travaux de Beguin (2005), nous considérons le monde des chercheurs défini par l'étude et la production de savoirs scientifiques et celui des enseignants défini par l'action (ces deux mondes existant indépendamment des acteurs). La notion de monde correspond à un certain système de

référence, un certain arrière-plan à partir desquels chacun se saisit d'une réalité tangible. Chaque arrière-plan est construit par et pour l'action par les acteurs ce qui fait dire à Beguin que ce monde est construit et orienté. Et chaque individu se situe à l'intérieur de ce monde, s'y positionne de manière singulière et construit ainsi peu à peu son expérience. Le monde des chercheurs et celui des enseignants existent indépendamment des acteurs. Ceux-ci peuvent ne pas toujours se situer dans le même monde, ils peuvent être mobiles voire avoir un pied dans chacun des deux mondes. C'est le cas lorsqu'ils cherchent à se mettre à la place d'acteurs situés dans un autre monde... ou du moins à prendre en compte leur « point de vue ». Si le monde de l'enseignement est orienté vers l'action, cela n'empêche pas la réflexion. Quant au chercheur, il est amené à faire des propositions utiles pour l'enseignement.

La considération de ces deux mondes nous permet de préciser nos questions : comment ces deux différents mondes interagissent-ils ? Quelle est la position et le rôle des formateurs ? Est-il possible de construire un monde commun à tous ? Qu'est-ce que cela nous apprend à propos des conditions d'élaboration d'une ressource tenant compte à la fois du « point de vue » des enseignants et de celui des chercheurs ?

IV - ANALYSE D'UNE SITUATION DE RESTAURATION DE FIGURE

Afin d'amener les participants à questionner le travail mené au sein de notre LÉA, nous leur avons présenté la situation de restauration de figure qui a fait l'objet de l'expérimentation en classe prévue par notre dispositif et nous leur avons demandé de faire l'analyse a priori de la situation : côté élève tout d'abord (Quelles sont les procédures attendues chez les élèves et les difficultés qu'ils peuvent rencontrer ?) puis du côté des enseignants ensuite (Quelles indications donner aux enseignants ?).

Dans ce paragraphe, nous évoquerons les analyses a priori et a posteriori des activités du côté des élèves. Les analyses côté enseignant, fruit des échanges avec les enseignants, les formateurs lors de nos séances de formation en circonscription puis avec les participants au colloque, seront présentées dans la cinquième partie.

La situation de restauration évoquée porte sur une figure qui présente des alignements mais pas d'angle droit (les documents relatifs à cette situation sont disponibles en annexe 2).

Le déroulement de la situation prévoit quatre phases au cours desquelles il est demandé aux élèves de restaurer la figure modèle mais l'amorce donnée ainsi que les instruments mis à disposition diffèrent d'une phase à l'autre.

Voici les différentes phases prévues par la situation. Pour chacune, nous présentons un extrait du document distribué aux enseignants, des éléments de l'analyse a priori effectuée par les participants ainsi que quelques éléments d'analyse a posteriori suite aux observations réalisées dans les classes.

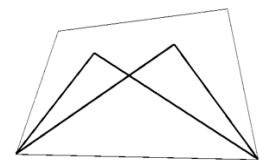
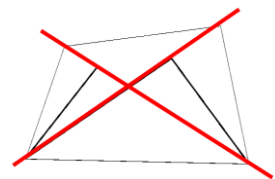


Figure modèle



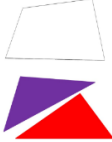
Propriétés
de la figure modèle

Phase 1 : Réaliser un assemblage par superposition / chevauchement puis tracer les contours des gabarits.

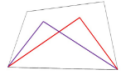
Extrait du document distribué aux enseignants lors des séances de formation continue en circonscription.

Phase 1

Amorce et gabarits



Procédure attendue



Procédure attendue :

- Placer un gabarit
- Tracer son contour
- Faire de même avec l'autre gabarit

Éléments de l'analyse a priori

Au cours de cette première phase, les élèves ont à leur disposition les deux grands triangles sous forme de gabarits, ils doivent tout d'abord les positionner pour retrouver la figure modèle et ensuite organiser les tracés : placer un gabarit, tracer, placer l'autre gabarit, tracer. Ici, certains élèves peuvent avoir des difficultés à organiser la réalisation des tracés mais justement ces difficultés sont dues à la nécessité de se représenter mentalement des parties cachées par la superposition des gabarits et c'est précisément ce qui est visé ici.

Éléments de l'analyse a posteriori

Certains élèves font se chevaucher les deux gabarits avant de les placer sur la figure-amorce, d'autres tracent les contours formés par la figure composée des deux triangles en partie superposés, puis tracent le segment manquant.

D'autres enfin tracent le contour d'un triangle, enlèvent le gabarit, puis tracent le contour du deuxième triangle (procédure attendue).

Nous relevons chez certains élèves une absence de recours à la figure modèle (pas de prise d'information). Beaucoup ont des difficultés à placer les deux gabarits (les élèves voient les 3 triangles juxtaposés mais pas les deux triangles qui se chevauchent). Certaines procédures sont approximatives (tracé sans utilisation des gabarits).

Le placement des gabarits n'est pas facile pour certains élèves qui les intervertissent et pour d'autres (plus nombreux) qui s'interdisent de placer le second gabarit au-dessus du premier déjà correctement placé.

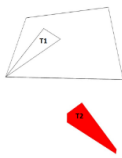
Dans certaines classes, des élèves ont, dès cette première phase, tracé des diagonales mais ils ne savent pas nécessairement placer les gabarits à partir de celles-ci.

Phase 2 : Commencer à prendre en compte certains alignements en utilisant le fait que certains côtés des triangles sont portés par une même droite.

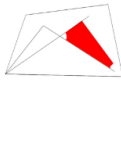
Extrait du document distribué aux enseignants lors des séances de formation continue en circonscription.

Phase 2

Amorce et gabarits



Procédure attendue



Procédure attendue :

- Prolonger les côtés du premier triangle
- Placer le gabarit grignoté
- Tracer le troisième côté du second triangle

Éléments de l'analyse a priori

Dans cette deuxième phase, l'un des deux petits triangles est donné. Pour compléter la figure, les élèves doivent placer le gabarit grignoté du second petit triangle. Pour cela, ils doivent utiliser leur règle et prolonger les côtés du triangle T1. Or, ce n'est pas dans leurs habitudes de prolonger des traits au-delà de ce qui est nécessaire et de gommer ensuite "ce qui dépasse". De plus, lorsque les élèves placent le gabarit grignoté, ils doivent faire attention à ses deux côtés en même temps. Cela ne peut pas être fait dans un seul mouvement, c'est comme lorsque les élèves doivent prêter attention aux deux côtés de l'équerre lorsqu'ils tracent une perpendiculaire. Soulignons le fait que dans cette deuxième étape, les élèves sont tenus de prolonger les côtés du triangle, mais rien ne les oblige à voir que ces côtés sont portés par les diagonales du quadrilatère.

Éléments de l'analyse a posteriori

Les procédures erronées observées sont les suivantes : Certains élèves, ne percevant pas les alignements, cherchent à placer le gabarit sur l'amorce sans avoir préalablement prolongé les côtés du petit triangle déjà tracé. Nous observons des tentatives de juxtaposition entre le triangle tracé et le gabarit rogné.

D'autres prennent en compte les alignements de manière partielle en prolongeant un seul des côtés du petit triangle présent sur l'amorce. Ensuite, ils tracent le troisième côté avec ou sans aide du gabarit. Le fait que le gabarit soit rogné (absence d'angles) rend probablement le recours à la superposition du gabarit sur la figure-modèle plus difficile et par là peut gêner la prise en compte des alignements.

D'autres encore, prolongent les deux côtés du petit triangle mais tracent le troisième côté sans utilisation du gabarit (donc dimensions inexactes).

Phase 3 : Prendre en compte les diagonales (alignement de segments et de points)

Extrait du document distribué aux enseignants lors des séances de formation continue en circonscription.

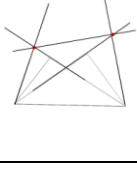
Éléments de l'analyse a priori

Phase 3

Amorce et gabarits



Procédure attendue



La taille de l'amorce est réduite par rapport à la figure modèle.

Procédure attendue :

- Prolonger les côtés du cadre et ceux des triangles afin d'obtenir deux points d'intersection
- Joindre les points ainsi obtenus

Il s'agit dans cette troisième phase de restaurer le quadrilatère à partir des deux triangles et le début des côtés du quadrilatère (les élèves doivent restaurer les deux sommets du haut). Signalons que cette étape est la plus importante dans la mesure où les élèves doivent prendre en compte les diagonales. Certains élèves peuvent avoir déjà remarqué cette propriété mais rien ne les y obligeait dans les étapes précédentes.

Éléments de l'analyse a posteriori

La plupart des élèves commencent par prolonger les deux côtés latéraux du quadrilatère. Le côté manquant est tracé pour certains élèves par recours à la perception (estimation à l'œil plus ou moins précise), pour d'autres par tentative de mesurage (notamment par report d'espace entre deux doigts), pour d'autres encore par réajustement suite à une première vérification avec le calque

Les (nombreuses) difficultés rencontrées par les élèves lors de cette phase ont probablement plusieurs origines.

Cette phase constitue un saut important. Alors que les tâches attendues des élèves lors des deux premières phases relevaient d'une vision des figures en termes de lignes (vision droites), réussir la troisième phase suppose d'analyser la figure en termes de lignes mais aussi de points (vision points). En effet, pour tracer le côté manquant les élèves ont besoin de deux points (deux sommets du quadrilatère). Cela suppose de prolonger des lignes, de voir des points comme intersection de lignes puis de prolonger des lignes pour obtenir des points. Peut-être faudrait-il prévoir pour les élèves de CE2 d'effacer les sommets des triangles afin de les inciter à prolonger leurs côtés.

Trouver les points nécessaires pour tracer le troisième côté nécessite de planifier des étapes dans la mise en œuvre de la procédure et certains élèves (comme dans toute activité de résolution de problèmes) ont bien du mal à les identifier. Ici, beaucoup d'élèves ne savent pas ce qu'ils doivent chercher, n'ont pas conscience qu'il faut prolonger des lignes pour trouver des points, que c'est l'intersection de ces droites

qui leur permettra de déterminer des points (point encore vu pour beaucoup davantage comme un sommet que comme l'intersection de deux droites).

En outre, la tentation des élèves de reporter des longueurs est très forte. L'absence de gabarit n'incite pas les élèves à repartir sur la figure-modèle et encourage probablement les élèves à se contenter de procédures hasardeuses. Le fait que les triangles constituent des lignes fermées est aussi une cause possible de difficulté : en effet, prolonger les côtés des triangles suppose de voir ces figures non plus comme le contour d'une surface mais comme un réseau de lignes.

Enfin, signalons qu'une modification est introduite dans le contrat puisqu'il faut ici restaurer le quadrilatère et non les triangles.

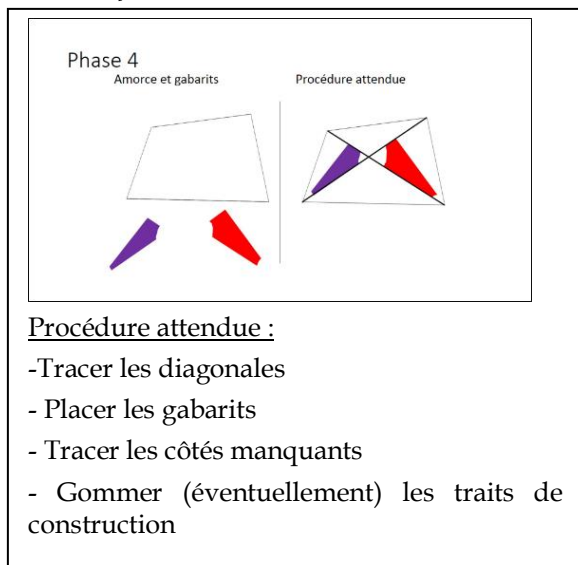
Phase 4 : Prendre en compte les diagonales (alignement de segments et de points)

Extrait du document distribué aux enseignants lors des séances de formation continue en circonscription.

Éléments de l'analyse a priori

Cette dernière étape vise à réinvestir ce qui a été découvert par les élèves au cours des trois premières phases. Les élèves ont à leur disposition les gabarits grignotés des deux petits triangles et ils doivent en tracer les contours. Pour cela, ils doivent commencer par tracer les diagonales du quadrilatère pour pouvoir ensuite placer les gabarits et obtenir les côtés manquants.

Les élèves peuvent ensuite gommer les traits de construction.



Éléments de l'analyse a posteriori

Cette dernière phase nécessite de réinvestir les connaissances acquises à propos de la figure dans les trois phases précédentes. Certains élèves n'ont pas été capables de remobiliser ces connaissances et n'ont pas perçu qu'il fallait commencer par tracer les diagonales pour pouvoir ensuite placer les gabarits (ou n'ont tracé qu'une seule diagonale). D'autres ont encore été freinés dans la mise en œuvre d'une procédure efficace par l'absence de recours à la prise d'informations sur la figure modèle et par voie de conséquence des difficultés à identifier les gabarits.

Évoquons enfin quelques réactions plus générales des participants à propos de cette situation.

L'analyse a priori nécessite une vision d'ensemble des quatre phases. Il est en effet difficile de faire une analyse a priori d'une activité sans connaître les autres. Une appropriation préalable de chaque étape est importante pour comprendre la progression choisie. En effet, les procédures mises en œuvre peuvent dépendre en partie des étapes précédentes. Certains participants ont en fait travaillé en commun et analysé ensemble et successivement les 4 étapes, ce qui ne correspondait pas à la consigne donnée mais s'est révélé plus efficace. L'analyse s'en est trouvée facilitée.

La première phase vise une représentation mentale des parties cachées par la superposition des gabarits. Les deux premières phases relèvent d'une vision des figures en termes de lignes (vision droites) mais la deuxième phase ne nécessite pas l'utilisation des diagonales du quadrilatère. C'est à partir de la troisième phase que les élèves ont besoin des diagonales. Elle suppose de plus de la part des élèves une analyse de la figure en termes de lignes mais aussi de points (vision points).

D'autres questions sont soulevées à propos de la situation dans son ensemble : Que retiennent les élèves à l'issue des quatre phases ? Quelle institutionnalisation l'enseignant doit-il prévoir ? Quels sont les mots attendus et quelle trace écrite ? Autant de questions qui conduisent à interroger les indications à donner à l'enseignant, la manière dont il s'est approprié la situation proposée et les obstacles éventuellement rencontrés.

V - QUESTIONNER CE QUI PEUT FAIRE OBSTACLE À L'APPROPRIATION DE LA SITUATION PAR LES ENSEIGNANTS

L'appropriation par les enseignants de situations issues de la recherche ne va pas de soi, tout particulièrement lorsque les propositions qui leur sont faites sont éloignées de leurs pratiques ordinaires. Les analyses réalisées lors de précédentes expérimentations (Leclercq, Mangiante-Orsola 2014) nous ont conduits à préciser nos choix. Ceux-ci portent à la fois sur l'adaptabilité de la situation elle-même à l'enseignement ordinaire et sur l'accompagnement prévu (c'est-à-dire la séance de formation continue, le document distribué et le suivi des enseignants par les formateurs).

Afin d'interroger ces choix, nous prendrons appui dans cette partie, sur l'avis des participants à propos de ce qui peut faire obstacle à l'appropriation de la situation par les enseignants que nous rapprocherons des observations issues du suivi des enseignants et nous rendrons compte des échanges qui ont eu lieu dans notre atelier à propos des indications à donner à ces derniers³.

La situation proposée aux enseignants a été conçue avec une double intention : du côté des élèves, il s'agissait d'enrichir peu à peu la connaissance des élèves sur cette figure (cf. partie IV) et du côté des enseignants, il s'agissait de les amener à remettre en cause leurs conceptions à travers d'une part l'analyse a priori menée lors de la séance de formation et d'autre part l'observation de leurs élèves. Dans cette perspective, il nous semblait important de présenter aux enseignants une situation " facile à mettre en œuvre " et leur " donnant à voir les procédures et les difficultés des élèves ". Examinons successivement ces deux aspects.

1 Une situation " facile à mettre en œuvre "

Parmi les situations de restauration produites par la recherche, certaines prévoient l'usage de différents instruments possibles dont le choix est laissé aux élèves. Cela suppose pour l'enseignant d'analyser les procédures mises en œuvre, de les mettre en relation avec les savoirs géométriques en jeu et surtout d'être capable de gérer au moment de la mise en commun l'exposé, la comparaison voire la confrontation de ces procédures. Nous faisons le choix ici de libérer en partie l'enseignant de ce travail d'analyse en organisant en amont l'évolution des procédures. En effet, le déroulement en étapes de la situation fixe le jeu sur les variables didactiques (que sont ici le choix de l'amorce et celui des instruments).

Comme nous l'avions prévu, le caractère répétitif des phases de travail a facilité la dévolution de la tâche aux élèves. Néanmoins, l'analyse des enregistrements vidéo et des carnets de suivi soulève de nouvelles questions dont nous avons commencé à débattre au sein du groupe restreint. Nous avons étudié les grands moments de l'activité de l'enseignant relatifs aux processus de dévolution, de régulation, d'institutionnalisation.

Une première question se pose à propos *du processus de dévolution* : jusqu'où aller dans l'analyse de la figure modèle ? Nous relevons en effet différentes façons de la présenter aux élèves : certains enseignants se contentent de l'exposer (sur une affiche collective, sur le TBI) sans autre commentaire mais la plupart en font une analyse (plus ou moins complète) avec les élèves. Parmi eux, certains vont jusqu'à la mise en évidence de différents triangles (« des grands et des petits »), d'autres semblent ne pas vouloir aller au-delà de quelques indications (et l'on peut se demander si cela ne peut pas bloquer les élèves dans une première analyse incomplète de la figure). Nous nous sommes interrogés au sein de

³ Rappelons ici que nous avons posé deux questions aux participants : « Quelles sont les procédures attendues chez les élèves et les difficultés qu'ils peuvent rencontrer ? » et « Quelles indications donner aux enseignants ? ».

notre groupe de travail à propos des indications à donner aux enseignants. Faut-il leur dire que mener l'analyse de la figure avec les élèves " tue le problème " alors que certains enseignants estiment qu'une analyse collective systématique la figure modèle permet d'installer de bonnes habitudes : « *quand on travaille en géométrie, il faut toujours commencer par analyser la figure qu'on a sous les yeux* ». Peut-être faut-il alors convenir avec ces enseignants de laisser progressivement plus d'autonomie aux élèves par rapport à cette première phase de travail ?

D'autres questions se sont posées au sein du groupe de travail à propos de la régulation : quels sont les moyens d'étayage ? Plus généralement, comment aider un élève "bloqué" ? Un participant de l'atelier soulève une autre question : comment convaincre l'élève certain de sa réussite que sa production n'est pas conforme ? Comment aider l'élève à se rendre compte de ses erreurs ? L'utilisation du papier calque avec variation possible de l'épaisseur du trait est un élément de réponse possible mais, encore faut-il que les enseignants sachent quand et comment l'utiliser. Or, nous avons constaté que certains oublièrent de le mettre à disposition ou au contraire le laissait trop souvent à disposition des élèves. Nous avons aussi relevé des moyens d'étayage que nous n'avions pas prévus. Certains enseignants demandent à leurs élèves de faire le tour de la figure ou de suivre certaines lignes droites avec leur doigt, d'autres leur suggèrent de revenir sur les tracés effectués lors de la phase précédente. Lors de l'étape 3, un enseignant donne à certains élèves une ficelle de manière à ce qu'il puisse repérer des alignements sur la figure modèle (côté d'un triangle et sommet du quadrilatère) ou encore pointe les éléments manquants (par exemple, toujours lors de l'étape 3, repérer qu'il faut trouver deux points pour pouvoir tracer le côté manquant). Ce qui semble aussi poser problème dans certaines classes, c'est la gestion de l'avancée du groupe. Un enseignant nous dit que si nous n'avions pas été là, il aurait distribué le matériel de la phase suivante aux élèves qui ont terminé. Oui, mais alors comment mener les institutionnalisations intermédiaires ? Faut-il prévoir d'autres organisations du travail possibles dans notre document ou insister au contraire sur l'importance des mises en commun collectives ? Cela reste à discuter.

De manière générale, les questions liées au processus d'institutionnalisation sont nombreuses. Conscients des difficultés pouvant être rencontrées par les enseignants, nous avons prévu dans notre document une rubrique " les mots pour le dire " mais force est de constater que nos indications se sont révélées insuffisantes.

Nous avons notamment constaté que deux enseignants n'avaient pas mené de mise en commun (l'un d'entre eux estimant qu'il est inutile de faire une mise en commun puisqu'il s'agit d'une " étape de recherche "). Mais, plus généralement nous avons relevé chez les enseignants suivis des faiblesses en terme de gestes professionnels : les procédures erronées servent rarement de leviers d'apprentissage, au mieux, l'enseignant simule des erreurs pour faire réagir les élèves et la plupart du temps, les mises en commun se limitent à la présentation par un élève de la procédure attendue (c'est davantage une correction qu'une mise en commun). De plus, certaines formulations restent imprécises. Solliciter les élèves pour qu'ils viennent présenter leur procédures ne suffit pas, il appartient à l'enseignant d'étayer ces formulations et de gérer les échanges au sein de la classe pour que peu à peu d'autres élèves s'en emparent. Faut-il donc prévoir dans notre document des indications à donner aux enseignants en termes de gestes professionnels ? Et si oui, à quel moment et sous quelle forme ?

Des participants estiment de plus qu'il manque à notre document des indications pour aider les enseignants à organiser une dernière phase d'institutionnalisation qui reviendrait sur les quatre phases de la situation. Que doivent retenir les élèves ? Quelle institutionnalisation à l'issue du déroulement prévu ? Il conviendrait de le préciser.

2 Une situation qui permet aux enseignants de mieux observer les procédures de leur élèves pour à terme remettre en questions leurs représentations

Nous avons fait le choix de concevoir une situation que nous supposons " déclenchante ", c'est-à-dire susceptible d'amener les enseignants à faire évoluer leurs représentations à propos de l'enseignement de la géométrie et de ses enjeux. Dans ce but, nous avons choisi de mener de façon collective une analyse a priori au cours de la séance de formation continue et cherché à faciliter l'observation des élèves. Or, cette observation ne va pas de soi. Si les enseignants en ressentent le besoin encore faut-il prévoir une

organisation du travail adapté : lors des entretiens, certains enseignants se disent frustrés car ils auraient souhaité pouvoir observer un seul élève de manière à pouvoir mieux comprendre son cheminement de la première à la dernière phase. Nous avons cherché avec eux des solutions : faut-il organiser le travail par demi-classe ? Sous forme d'ateliers ? Mais, dans ce cas, comment mener les phases de mise en commun ? Des propositions leur ont été faites que nous reprendrons probablement dans une nouvelle version de notre document. Au-delà des moyens requis à l'observation, se pose la question de ce qu'il convient d'observer. L'analyse a priori menée dès la première séance de formation continue a été complétée par une analyse a posteriori lors de la deuxième séance dans le but d'affiner les indications à donner aux enseignants à travers la ressource.

Ainsi, à l'issue de cette première année d'expérimentation avec les enseignants, nous nous interrogeons. La situation permet-elle vraiment de faire comprendre les choix qui sous-tendent notre approche ? Est-elle suffisamment représentative de la démarche ? Il est difficile de répondre à ces questions à ce stade de notre travail. Néanmoins, les modifications apportées par les enseignants au cours de la préparation et de la mise en œuvre de cette situation nous permettent d'avancer quelques premiers éléments de réponse.

Certains enseignants n'ont pas perçu le rôle joué par le changement de taille du modèle dans la phase 2. Ils n'ont pas compris (ou ont oublié) que cela permettait d'éviter le report de longueur. On peut aussi se demander si ceux qui ont mené une analyse collective de la figure ont bien perçu l'objectif de la situation. Mais, d'autres modifications témoignent d'une appropriation tout à fait pertinente de la part des enseignants. Citons par exemple le choix d'ajouter un gabarit intrus afin d'obliger les élèves à placer chaque gabarit sur la figure modèle afin d'identifier ceux à utiliser ou encore l'usage de la ficelle évoqué plus haut pour repérer des alignements.

Toujours pour mieux cerner ce qui caractérise notre approche, certains participants de l'atelier suggèrent de prévoir une activité préalable au cours de laquelle les élèves auraient à reproduire puis à restaurer une figure de manière à mieux pointer les différences entre ces deux tâches et de mieux mettre en évidence l'apport de la restauration de figures à la fois pour les élèves et pour les enseignants.

3 Des situations isolées⁴ plutôt qu'une progression

Une conséquence du choix d'une situation " déclenchante " est le fait de ne pas proposer de progression annuelle. Mais, nous estimons que l'approche proposée était trop éloignée des pratiques usuelles pour nous permettre de nous limiter à des adaptations du projet global de l'enseignant. Nous avons besoin de l'amener à observer, assez finement, ce qui se joue lors d'une restauration de figure. Néanmoins, force est de constater que même si nous avons explicité les raisons de notre choix, la demande de la part des enseignants (et notamment des EMF) de penser une progression à l'année reste forte. Nous avons donc décidé de travailler l'année prochaine à des repères pour une progression. A terme, il s'agira de s'interroger pour rendre plus lisibles les liens entre nos propositions et les programmes, entre nos propositions et les progressions des enseignants. Cette dernière remarque nous conduit à poser une question plus générale (exprimée par certains participants) : Qu'est-ce qui peut inciter un enseignant " ordinaire " à adhérer à cette démarche ? Au-delà d'un apport de connaissances sur l'enseignement de la géométrie, la séance de formation visait justement à présenter un certain nombre d'arguments susceptibles de convaincre les enseignants de la pertinence de notre approche. Regarder les enjeux de la géométrie à plus long terme, en pointant certaines difficultés rencontrés par les élèves au collège, permet de légitimer une prise en charge plus progressive du changement de regard attendu des élèves sur les figures. Nous avons aussi prévu de donner la parole aux EMF qui ont ainsi pu exprimer leur propre point de vue à propos de la démarche. La mise en activité des enseignants via l'analyse a priori de la situation devait aussi les aider à s'engager dans notre projet.

⁴ Nous avons proposé deux situations : celle étudiée ici et une autre visant à installer un certain contrat didactique avec les élèves. Cette situation 0 n'est pas présentée ici.

Des participants estiment qu'il pourrait être judicieux de partir de "manques" dans les évaluations pour enrôler les enseignants. Nous avons étudié des productions d'élèves mais prendre appui sur leurs propres évaluations serait probablement plus convaincant.

Un autre participant interroge : « est-ce qu'il y a des éléments pour faire comprendre aux enseignants l'importance du passage d'une dimension à l'autre c'est-à-dire le passage d'une vision surface à une vision lignes et points ? Est-ce qu'il faut autre chose pour faire comprendre l'importance de ce passage ? » Nous avons déjà donné des arguments aux enseignants prenant appui sur l'évolution naturelle du regard des élèves sur les figures et sur les difficultés que certains peuvent rencontrer au collège. Néanmoins, nous avons (peut-être) laissé penser aux enseignants que notre approche proposait des activités plus complexes (il suffit de repenser à certaines activités de restaurations parfois difficiles pour les enseignants eux-mêmes⁵...) alors qu'au contraire il s'agit de mieux les accompagner dans un changement de regard sur les figures. Nous devons poursuivre notre réflexion, trouver le moyen de faire en sorte que les enseignants ne voient pas la situation proposée comme quelque chose qui vient s'ajouter à leur progression usuelle mais comme le moyen de mieux prendre en charge ce passage d'une vision à l'autre.

VI - CONCLUSION

Au terme de cette première année, les résultats obtenus sont nécessairement partiels et ne portent que sur certains aspects de notre projet mais nous avons pu tester une situation dans une quinzaine de classes. Tout au long de ce processus d'élaboration et d'expérimentation, les différents membres du groupe ont été amenés à croiser leurs analyses afin de vérifier à la fois que les situations étaient valides du point de vue théorique, c'est-à-dire capables de produire les connaissances attendues mais aussi de tester leur adaptabilité à l'enseignement ordinaire dans la perspective d'une évolution des pratiques des enseignants participants au projet. Ce travail a permis d'initier plusieurs équipes pédagogiques de la circonscription à notre approche de l'enseignement de la géométrie.

Nous envisageons de poursuivre notre travail de conception et d'évaluation de ressources avec ces mêmes enseignants (au moins) l'année prochaine selon plusieurs pistes.

Il s'agira tout d'abord d'optimiser le document produit l'année dernière et le travail mené au sein de cet atelier devrait nous permettre d'enrichir notre réflexion à propos des indications à donner aux enseignants.

Nous chercherons également à mieux cerner ce qui caractérise notre approche. En effet, nous devons trouver le moyen de poser les questions les plus fondamentales possibles pour que les enseignants puissent relier nos propositions à leur propre pratique et ne voient pas la situation proposée comme quelque chose à côté de leur progression usuelle en géométrie.

Enfin, nous envisageons d'élargir notre réflexion, c'est-à-dire d'inscrire nos situations dans une progression à l'année pour à terme rédiger et diffuser une ressource dont tout enseignant de cycle 3 pourrait éventuellement s'emparer.

⁵ Cf. figure 4 lors de la première mise en activité

VII - BIBLIOGRAPHIE

ANSELMO B., BRACONNE-MICHOUX A., GROS D., ZUCCHETTA H. (2013). *La géométrie plane du cycle 3 au collège, trois modules de formation* IREM de Lyon.

<http://math.univ-lyon1.fr/irem/spip.php?rubrique137> consulté le 26 février 2016.

BEGUIN, P. (2005). Concevoir pour les genèses professionnelles. Dans P. Rabardel & P. Pastré (Éd.), *Modèles du sujet pour la conception ; dialectiques, activités, développement* (p. 31-52). Toulouse: Octarès.

BRACONNE-MICHOUX A., ZUCCHETTA H. (2010). Formation continue en géométrie au cycle 3 : une entrée par les problèmes. *Atelier A5 in Actes du XXXVIème Colloque de la COPIRELEM*, Auch 2010.

DUVAL R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, Strasbourg, *Repères IREM N°17*.

http://www.univ-irem.fr/exemple/reperes/articles/17_article_119.pdf consulté le 26 février 2016

DUVAL R., GODIN M. (2005), Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Revue Grand N°76*, p. 7-27.

http://www-irem.ujf-grenoble.fr/revues/revue_n/fic/76/76n2.pdf consulté le 26 février 2016.

LECLERCQ R, MANGIANTE-ORSOLA C (2014). Étude d'un dispositif articulant production de ressources et formation continue en géométrie : quels effets sur les pratiques des enseignants ? *Actes du XLème colloque de la COPIRELEM*, Nantes 2014

MANGIANTE-ORSOLA C. (2014). Une étude du processus d'appropriation par des enseignants de situations produites par la recherche pour l'enseignement de la géométrie, *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*. Année 2013.

MANGIANTE-ORSOLA C., PERRIN-GLORIAN M.J. (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres. *Actes du XLIème colloque de la COPIRELEM*, Mont de Marsan 2014, 57-80.

PERRIN-GLORIAN M.J., GODIN M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments vers leur caractérisation par des énoncés. *Math-école n°222*, p. 26-36.

VIII - ANNEXES

ANNEXE 1

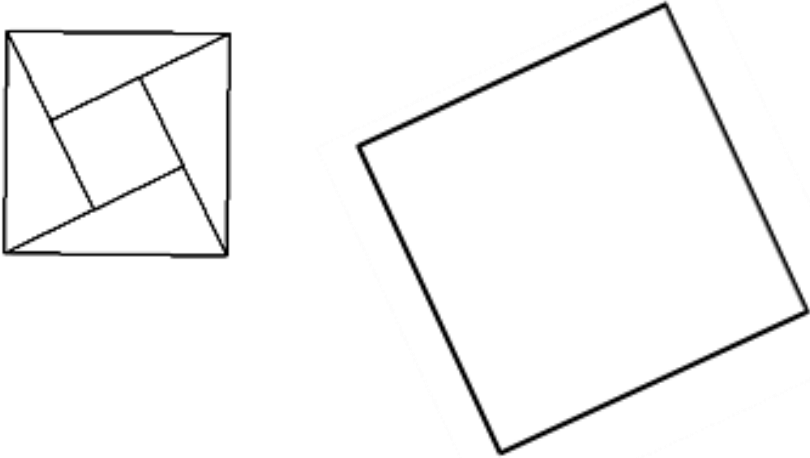
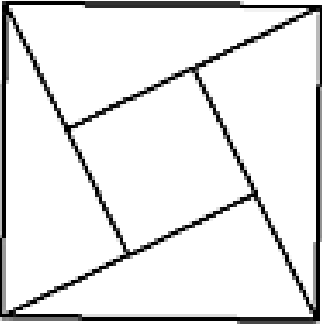
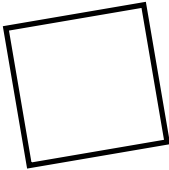
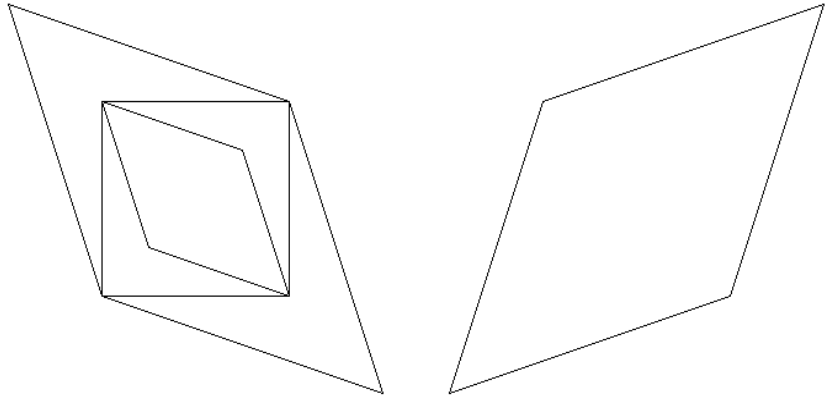
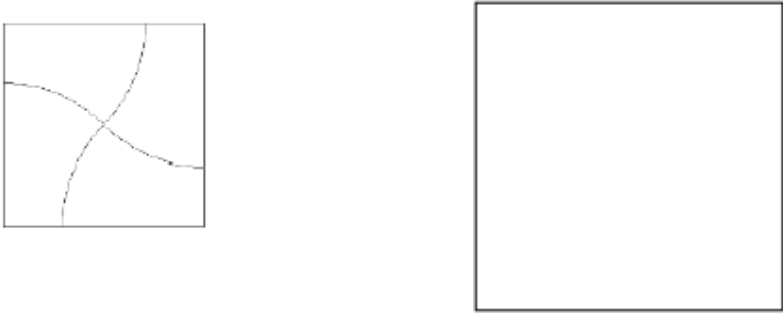
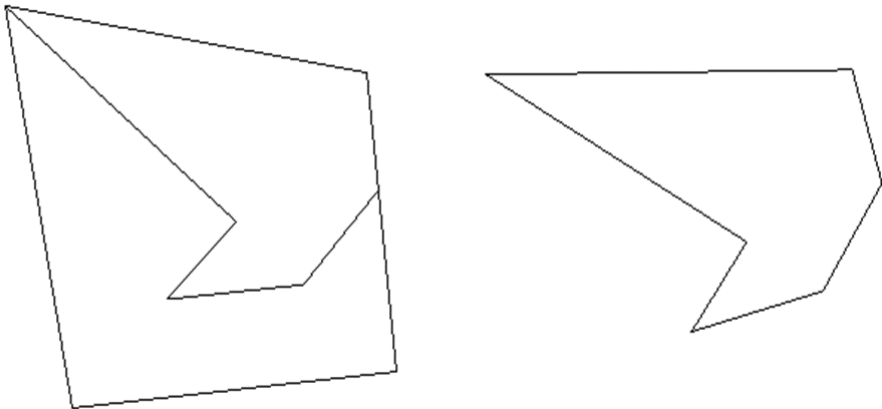
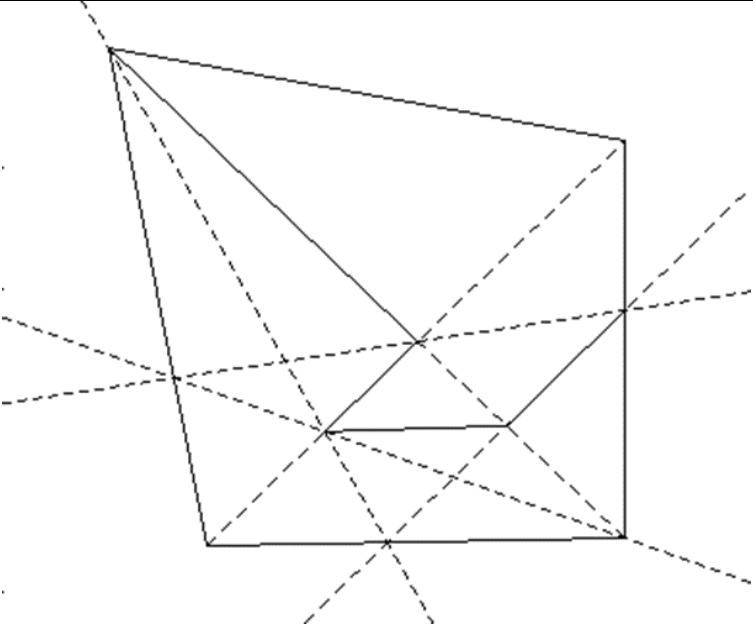
Figure 1		Figure 1bis	
		 	
Actions sur le matériel	Notions en jeu	Actions sur le matériel	Notions en jeu
• Prolonger les côtés • Vérifier que les droites ainsi tracées coupent les côtés du carré extérieur en leur milieu • Trouver les milieux des côtés • Joindre des points (milieu, sommet)	• Les côtés sont portés par des droites et on peut toujours prolonger une droite • Milieu d'un segment • Droite définie par deux points • Carré défini par un réseau de droites	• Vérifier que sommets du petit carré sont les milieux de segments • Prolonger les côtés du carré amorce • <u>Reporter des longueurs</u> • Identifier 4 points • Joindre ces 4 points (sommets du grand carré)	• Les côtés sont portés par des droites et on peut toujours prolonger une droite • Milieu d'un segment • Droite définie par deux points • Carré défini par un réseau de droites

Figure 4		Alignements	
			
Actions sur le matériel	Notions en jeu	Actions sur le matériel	Notions en jeu
• Tracer les diagonales • Reporter la longueur d'une diagonale (la plus courte) • Tracer le carré • Reporter des longueurs	• Diagonales d'un losange • Les diagonales d'un carré ont même longueur • Sommets communs	• Tracer les diagonales d'un carré • Tracer des arcs de cercle	• Point = intersection de deux lignes • Pour définir un cercle : un point (centre) et la distance (rayon)
• Trois losanges tels que : Les diagonales sont portées par les mêmes droites. • Les points d'intersection des diagonales de chaque losange confondus ; les diagonales du petit losange sont les demi-diagonales du grand losange ; le losange « moyen » a deux sommets communs avec le petit losange et deux autres sommets communs avec le grand losange.		• Le centre du carré sert ensuite comme point de repère des extrémités des rayons des huitièmes de cercles dont les centres sont les sommets du carré.	

	
• Prolonger des segments • Joindre des points	• On aborde le concept de points et celui de droites : un point est obtenu comme intersection de droites, et une droite est soit vue comme prolongement d'un « trait » tracé, soit définie par deux points (aspect plus difficile pour les élèves).
• Reconnaissance de différents alignements : certains traits sont à prolonger mais d'autres alignements sont à repérer par la connaissance de trois points. La validation peut être faite grâce à deux alignements supplémentaires. Ces mêmes alignements permettent aussi de terminer la construction par deux méthodes différentes. • Dans le cas de cette figure, les alignements de points ne présentent pas tous les mêmes difficultés selon qu'il s'agit de prolonger un trait existant ou de créer une droite passant par deux points. Plusieurs démarches sont possibles dans la mesure où certains alignements sont indépendants les uns des autres. La figure à compléter est légèrement tournée par rapport à l'original pour éviter des procédures s'appuyant sur une reconnaissance de parallélisme (faite en glissant éventuellement la règle).	

ANNEXE 2

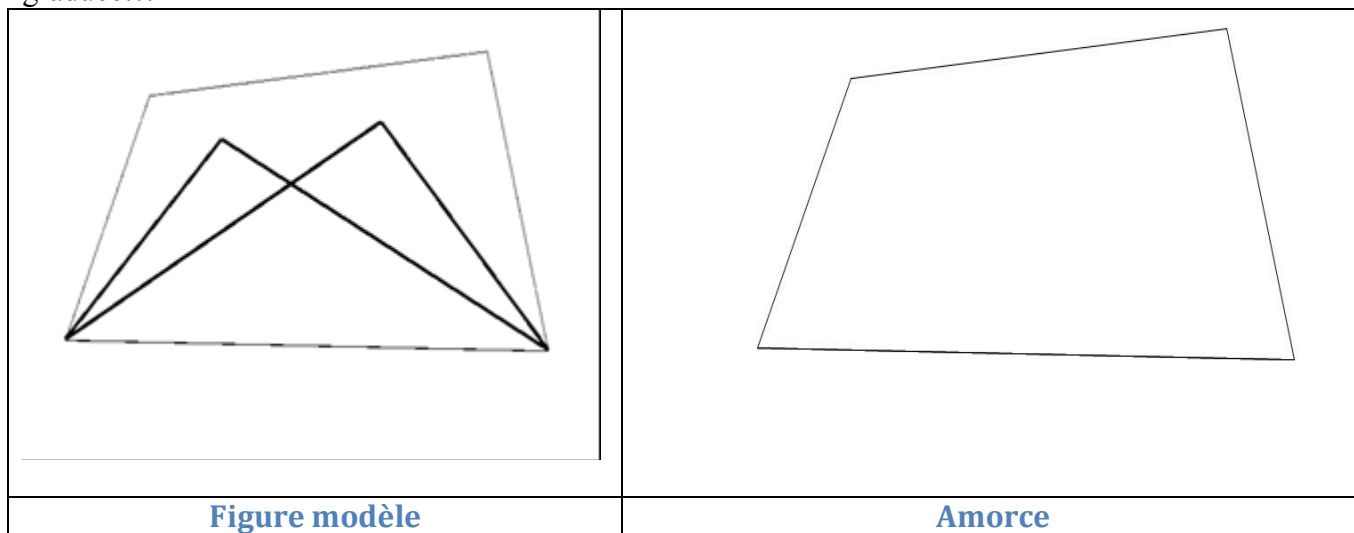
Situation n°1**Objectif d'enseignement**

Amener les élèves à prendre en compte les propriétés d'une figure (ici il s'agit d'alignements).

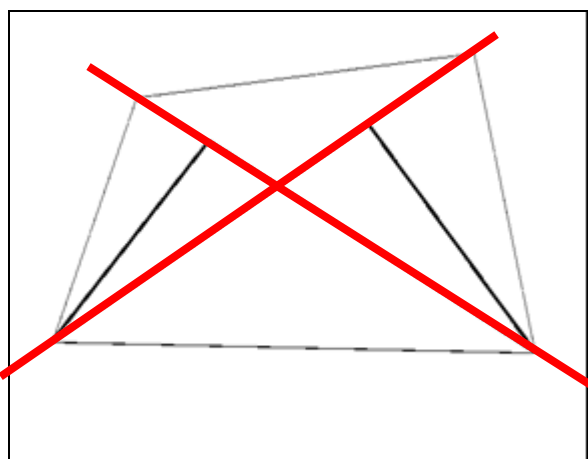
Objectif de formation

Donner la possibilité aux enseignants d'observer comment on peut amener les élèves à exercer leur regard et découvrir les propriétés d'une figure en jouant sur les instruments mis à disposition.

Remarque : nous utilisons le mot « instrument » au sens large : bande de papier, gabarit, règle non graduée...



Analyse de la figure : nous avons choisi une figure qui présente des **alignements** mais pas d'angle droit.

**Matériel à disposition**

- Une règle non graduée (bande cartonnée rigide éventuellement plastifiée)
- Des gabarits (ceux situés en annexe)

Remarque : laisser la règle non graduée à disposition des élèves mais ne pas donner d'indication à propos de son utilisation.

Quelques indications à propos du déroulement

Il s'agit dans cette séance de proposer aux élèves de restaurer la même figure quatre fois. A chaque étape, les instruments mis à disposition sont différents. Lors des deux premières étapes, les élèves disposent de

deux gabarits dont ils doivent tracer les contours. Lors de la troisième étape, ils vont devoir prolonger les contours des gabarits (c'est pourquoi une règle non graduée est à leur disposition).

Adaptations possibles :

- Pour faciliter les tracés, on pourra organiser le travail en binôme (l'un tient, l'autre trace) et/ou agrandir les figures et les gabarits.
- Le choix et le nombre de gabarits peuvent être modifiés. On veillera néanmoins à limiter progressivement les informations portées par les gabarits pour amener les élèves à prélever davantage d'informations sur la figure modèle.



Donnez les consignes, distribuez le matériel puis ...
OBSERVEZ VOS ELEVES

Attention : il est important de prévoir une mise en commun après chacune de ces quatre phases.

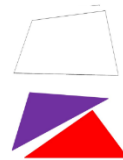
Phase 1 : Réaliser un assemblage par superposition puis tracer les contours des gabarits.

Les élèves doivent tout d'abord positionner les gabarits pour retrouver la figure modèle. Ils doivent ensuite organiser les tracés : placer un gabarit, tracer, placer l'autre gabarit, tracer. Ici, certains peuvent avoir des difficultés à organiser la réalisation des tracés mais justement ces difficultés sont dues à la nécessité de se représenter mentalement des parties cachées par la superposition des gabarits et c'est précisément ce à quoi nous voulons entraîner les élèves.

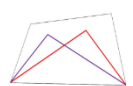
Observations réalisées en classe

Phase 1

Amorce et gabarits



Procédure attendue



Les mots pour le dire...

Deux gabarits superposés.
Tracer les contours.

Phase 2 : Commencer à prendre en compte certains alignements : utiliser le fait que certains côtés des triangles sont portés par une même droite.

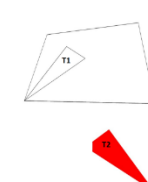
Pour compléter la figure, les élèves doivent placer le gabarit grignoté. Pour cela, ils doivent utiliser leur règle et prolonger les côtés du triangle T1. Or, ce n'est pas dans leurs habitudes de prolonger des traits au-delà de ce qui est nécessaire et de gommer ensuite "ce qui dépasse". De plus, lorsque les élèves placent le gabarit grignoté, ils doivent faire attention à ses deux côtés en même temps. Cela ne peut pas être fait dans un seul mouvement, c'est comme lorsque les élèves doivent prêter attention aux deux côtés de l'équerre lorsqu'ils tracent une perpendiculaire.

Remarque : Dans cette deuxième étape, les élèves sont tenus de prolonger les côtés du triangle, mais rien ne les oblige à voir que ces côtés sont portés par les diagonales du quadrilatère.

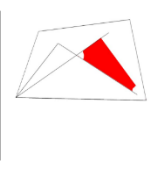
Observations réalisées en classe

Phase 2

Amorce et gabarits



Procédure attendue



Les mots pour le dire...

Un gabarit à positionner.
Prolonger les côtés du triangle pour pouvoir positionner le gabarit.

A faire remarquer absolument :

Les côtés des triangles sont situés sur une même droite.

Phase 3 : Prendre en compte les diagonales (alignement de segments et de points)

Il s'agit ici de restaurer le quadrilatère à partir des deux triangles et le début des côtés du quadrilatère (les élèves doivent restaurer les deux sommets du haut).

Remarque : cette étape est la plus importante dans la mesure où les élèves doivent prendre en compte les diagonales. Certains élèves peuvent avoir déjà remarqué cette propriété mais rien ne les y obligeait dans les étapes précédentes.

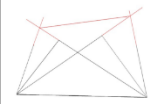
Observations réalisées en classe

Phase 3

Amorce et gabarits



Procédure attendue



Les mots pour le dire...

Prolonger les côtés

Points d'intersection

Sommets, diagonales du quadrilatère

A faire remarquer absolument

Les points d'intersection obtenus sont les sommets du quadrilatère

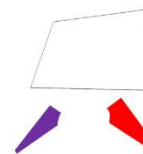
Phase 4 : Prendre en compte les diagonales (alignement de segments et de points)

Il s'agit ici de tracer les deux triangles : pour cela, les élèves doivent commencer par tracer les diagonales du quadrilatère pour pouvoir ensuite placer les gabarits et obtenir les côtés manquants.

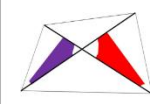
Les élèves peuvent ensuite gommer les traits de construction.

Phase 4

Amorce et gabarits



Procédure attendue



Les mots pour le dire...

Deux gabarits à positionner.

A faire remarquer absolument

Il faut tracer les diagonales du quadrilatère.



Ces quatre étapes ont pour objectif d'amener l'élève à exercer son regard sur la figure. A chaque étape, il devra, à partir d'un agencement de gabarits tracer le contour des formes situées à l'intérieur du quadrilatère « cadre ». Le prolongement de segments et la perception de l'alignement se révèlent déterminantes pour la réussite des tracés attendus.



Reproduction ou restauration de figures, qu'est-ce que cela change pour l'élève ?

Dans le cas d'une activité de **reproduction** de figure, l'élève a généralement la liberté d'utiliser tous les instruments de géométrie disponibles en classe et de choisir parmi plusieurs possibles l'ordre des tracés à effectuer pour reproduire la figure modèle.

Dans le cas d'une activité de **restauration** de figure, la marge de manœuvre de l'élève est limitée. Les instruments à disposition ont été sélectionnés par l'enseignant et l'amorce donnée restreint le nombre et le choix des tracés à effectuer.

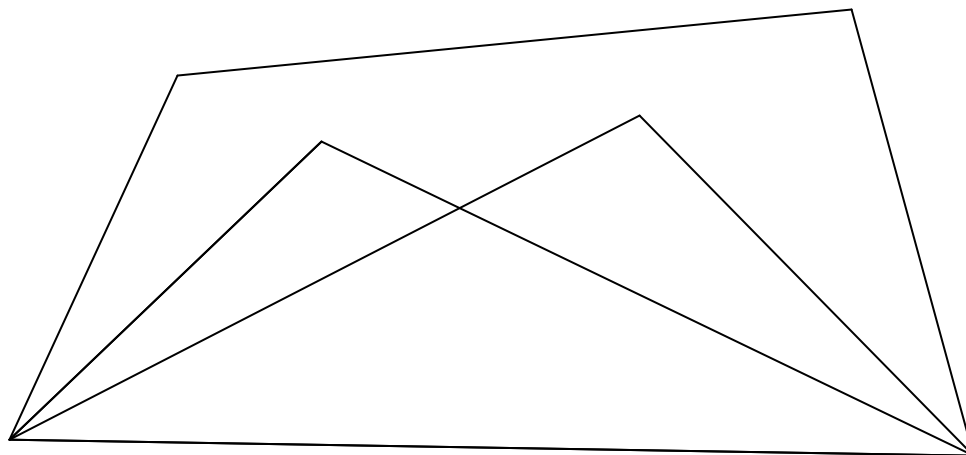
Reproduire ou restaurer, qu'est-ce que cela change pour l'enseignant ?

Dans le cas d'une activité de **reproduction** de figure, il est souvent difficile (voire impossible) pour l'enseignant d'avoir connaissance des procédures utilisées par chacun des élèves.

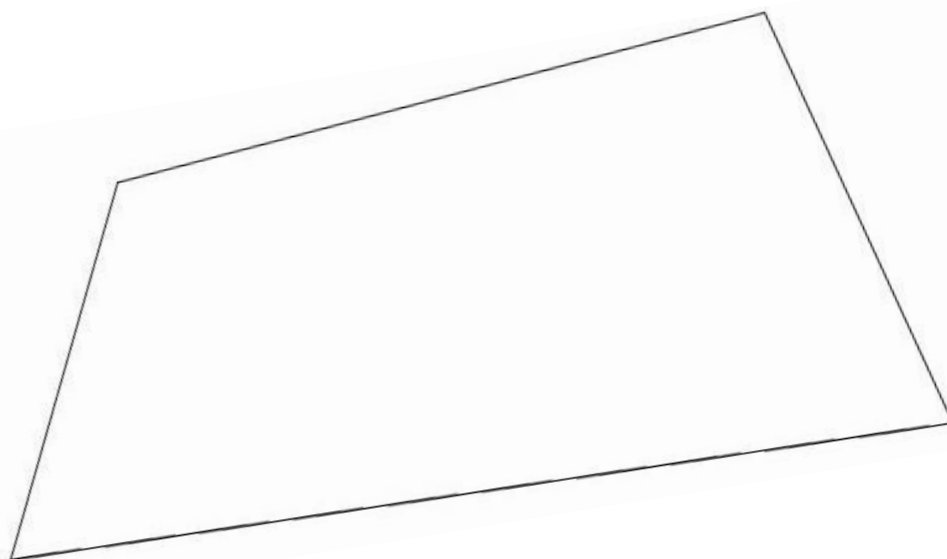
Dans le cas d'une activité de **restauration** de figure, l'enseignant a fixé les instruments disponibles et l'amorce est déjà tracée. Cela lui permet de limiter les actions sur le matériel attendues et de faciliter l'observation du travail de ses élèves.

Document élève - Situation 1

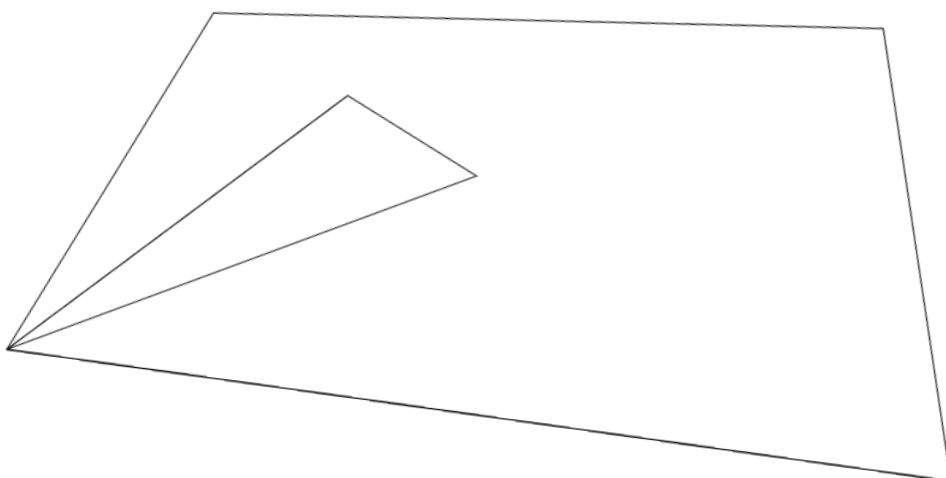
Figure modèle.



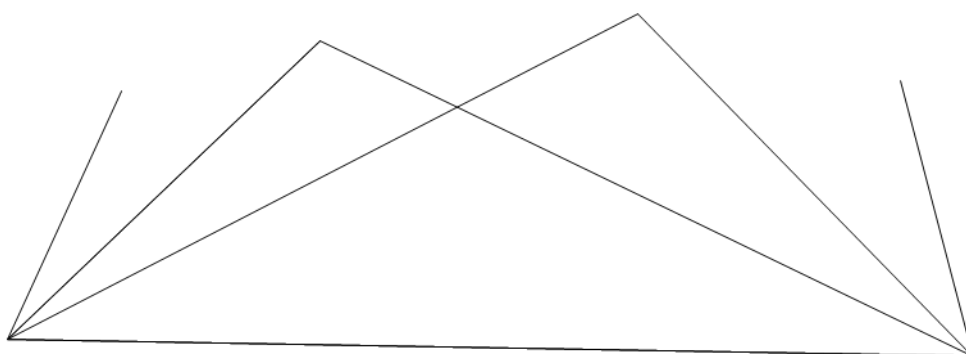
----- ✂
Phase 1 : Complète la figure ci-dessous à partir de la figure modèle. Pour cela, tu utiliseras les gabarits donnés. Une règle non graduée est aussi à ta disposition.



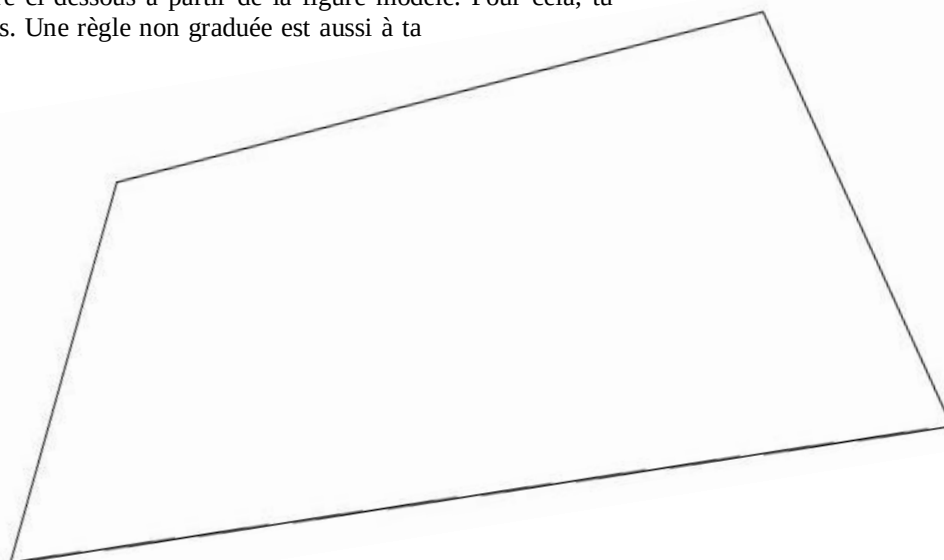
Phase 2 : Complète la figure ci-dessous à partir de la figure modèle. Pour cela, tu utiliseras le gabarit donné. Une règle non graduée est aussi à ta disposition.

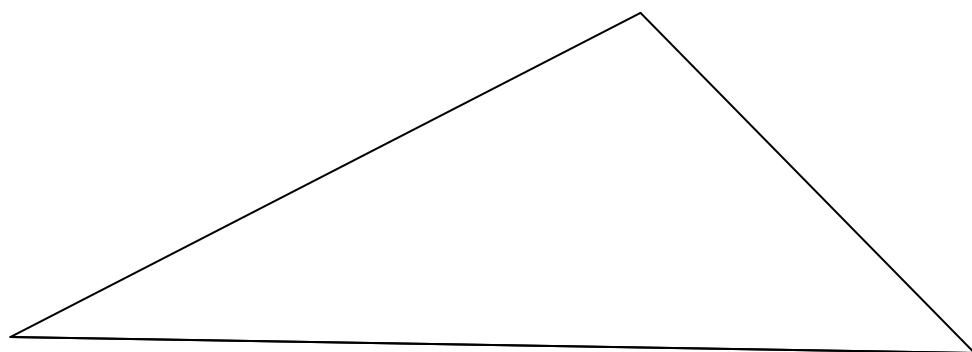
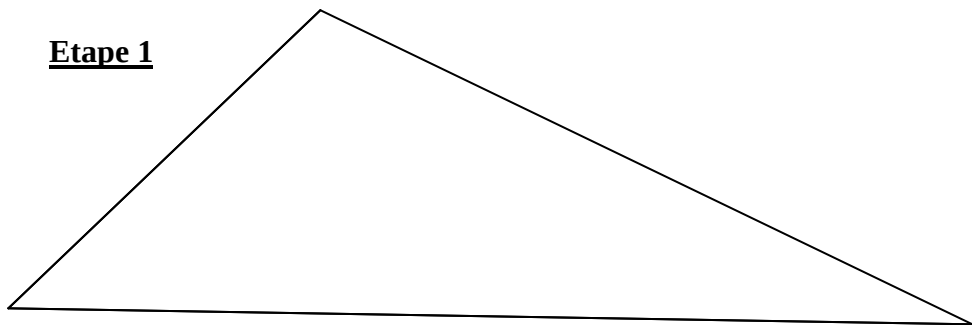
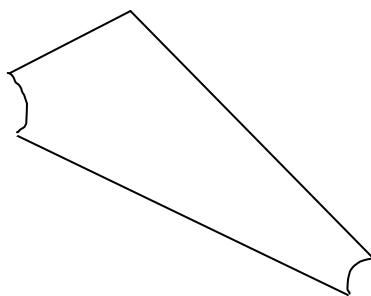
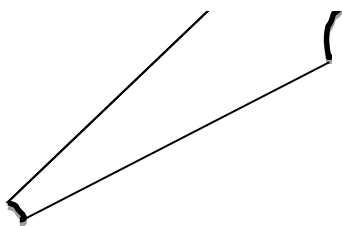
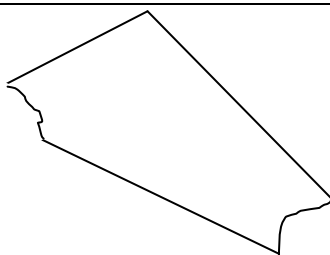


----- ✂
Phase 3 : Complète la figure ci-dessous à partir de la figure modèle. Une règle non graduée est à ta disposition.



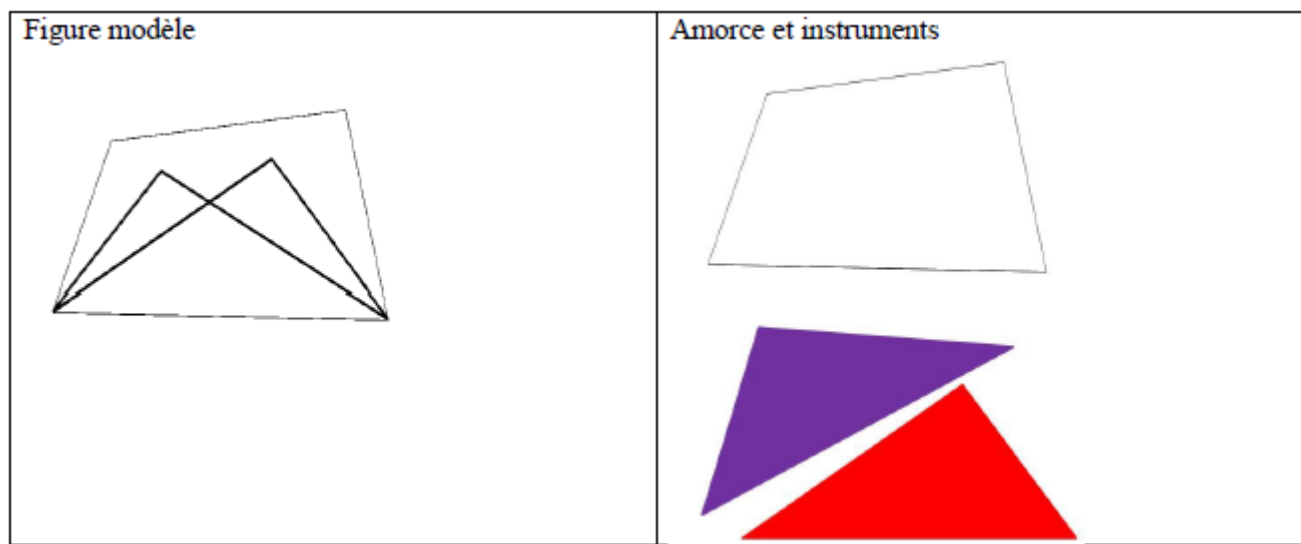
----- ✂
Phase 4 : Complète la figure ci-dessous à partir de la figure modèle. Pour cela, tu utiliseras les gabarits donnés. Une règle non graduée est aussi à ta disposition.



Etape 1**Etape 2****Etape 4**

Annexe 3

Phase 1

**Variables didactiques :**

Gabarits de couleurs différentes ① ou non ② / faces différenciées ③ ou non ④

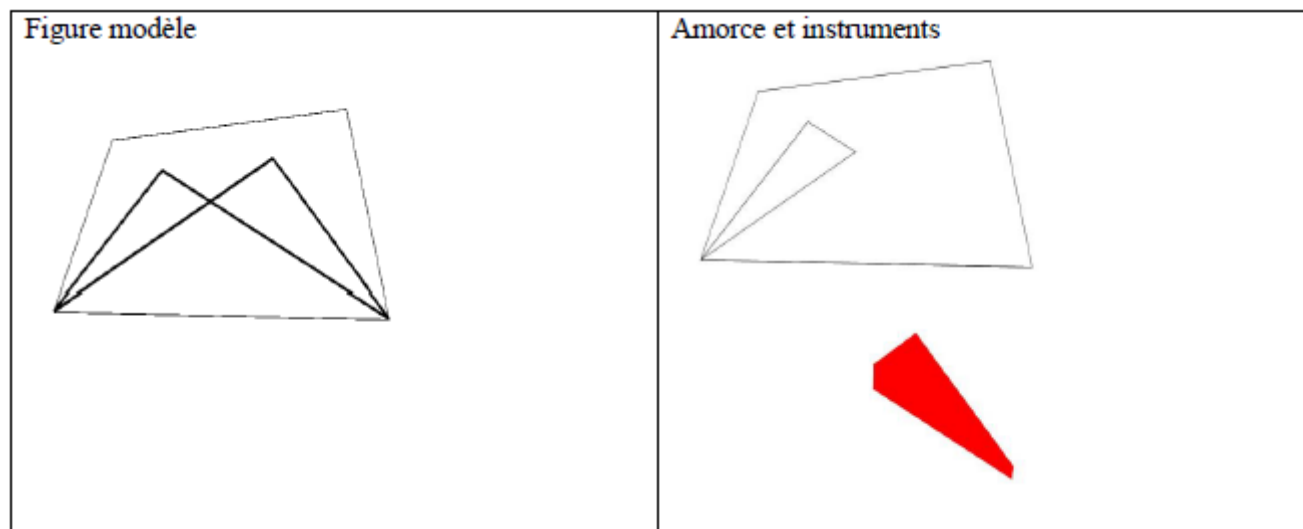
Modèle à la même taille ⑤ ou non ⑥

Modèle sur la même feuille ⑦ ou séparé ⑧

Présence de gabarit(s) intrus, même base que les deux autres triangles ⑨

Procédures observées	Difficultés rencontrées	Aides / adaptations apportées	Mots pour le dire
● Pas de prise d'information sur le modèle ● Procédure approximative (tracé sans utilisation des gabarits). ● Organisation : - Faire se chevaucher les deux gabarits avant de les placer sur la figure-amorce. - Tracer des contours formés par la figure composée des deux triangles superposés, puis tracé du segment manquant - Tracer le contour d'un triangle, enlever le gabarit, puis tracer le contour du deuxième triangle ● Tracé des diagonales mais ne savent pas placer les gabarits à partir de celles-ci ● Tracé des contours avec prise d'information préalable sur le modèle	- Difficulté à placer les deux gabarits (les élèves voient les 3 triangles juxtaposés mais pas les deux triangles qui se chevauchent) - Difficulté à superposer un gabarit avec un autre déjà correctement placé - Inversion des deux gabarits ②④	→ Etayage → Surligner le côté du quadrilatère sur lequel vont se reposer les deux triangles. → ⑨ → Etayage + dire que les pièces peuvent se chevaucher. → Etayage + rappel de la nécessité de revenir sur la figure-modèle.	Les gabarits se chevauchent. Un gabarit a deux faces. Un morceau d'un côté d'un triangle est caché. Le mot « diagonale » peut apparaître mais n'est pas attendu à ce stade.

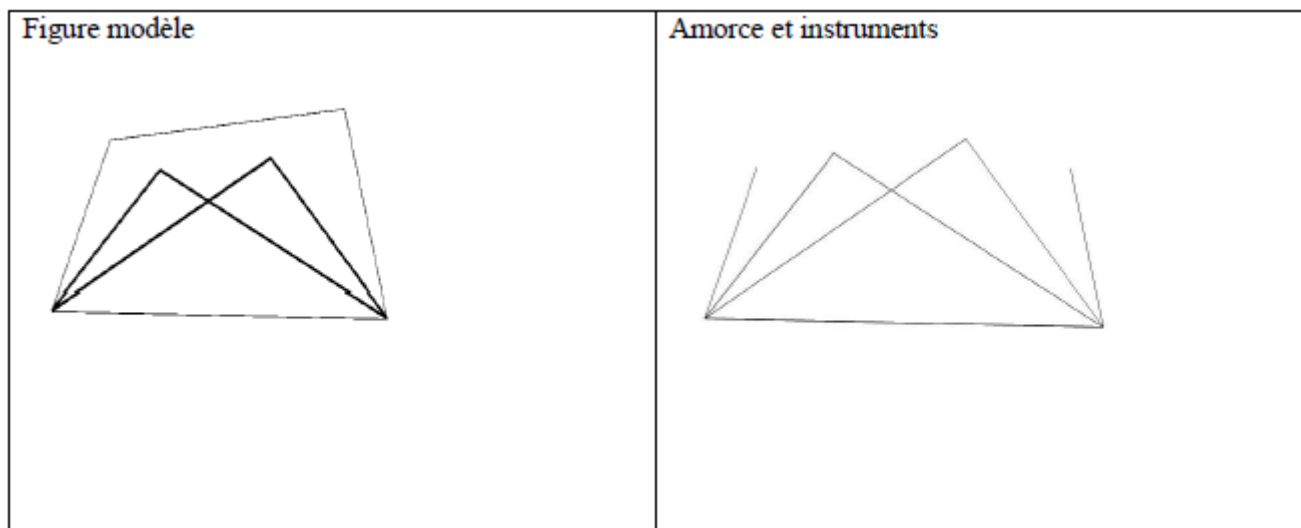
Phase 2

**Variables didactiques :**

Modèle à la même taille ① ou non ②

Modèle sur la même feuille ③ ou séparé ④

Procédures observées	Difficultés rencontrées	Aides / adaptations apportées	Mots pour le dire
● Pas de perception des alignements : utilisation du gabarit seul (donc placement incorrect sur l'amorce) Tentative de juxtaposition entre le triangle tracé et le gabarit rogné. ● Perception partielle des alignements : la figure est terminée au hasard (sans utilisation du gabarit) après avoir prolongé un seul des traits ● Perception partielle des alignements (2) : utilisation du gabarit après avoir prolongé un seul des deux traits (donc placement du gabarit imprécis) ● Perception des alignements : prolongement des deux traits mais sans utilisation du gabarit (donc dimensions inexactes) ● Perception des alignements (2) : procédure attendue : prolonger les deux traits et placer le gabarit	Inversion dans les gestes : tracer avant de placer le gabarit au lieu de placer le gabarit, puis tracer. Il faut tracer deux traits pour pouvoir placer le gabarit. Le fait que le gabarit soit rogné (absence d'angles) qui empêche la superposition sur la figure-modèle. Traduire l'alignement perçu par un tracé à la règle.	→ Etayage qui doit amener l'élève à s'interroger sur les raisons pour lesquelles on ne peut tracer directement le contour du gabarit. → Interactions entre les élèves → Mise en commun intermédiaire pour comprendre qu'en l'absence de sommet, on a besoin des côtés du gabarit pour le placer (faire verbaliser ce qui manque pour clarifier ce qu'on cherche). → Etayage → Etayage	Un angle visible et deux angles grignotés. Absence de sommet. Il faut deux côtés pour poser le gabarit. Prolonger un trait / un côté du triangle Tracer pour poser sur... Les côtés des triangles sont situés sur une même droite.

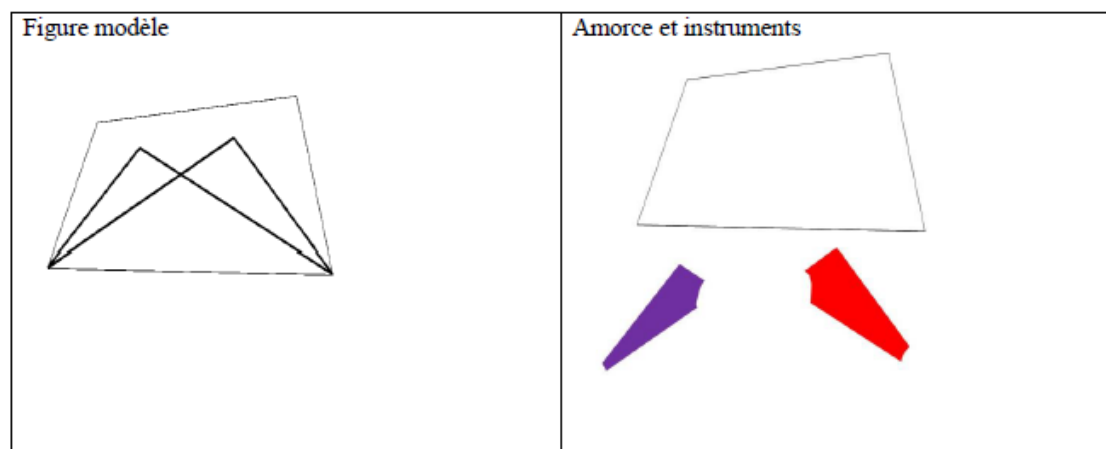
Phase 3**Variables didactiques :**

Modèle à la même taille ① ou non ②

Modèle sur la même feuille ③ ou séparé ④

Procédures observées	Difficultés rencontrées	Aides / adaptations apportées	Mots pour le dire
● Seuls les deux côtés latéraux sont prolongés. Le côté manquant de la figure est tracé après : - Estimation (plus ou moins précise) - Mesure par rapport à la taille du modèle - Réajustement par rapport à ce qui a été observé lors de la phase de vérification avec le calque - Superposition de l'amorce avec le modèle ● Prolongement des deux côtés latéraux, puis tracé du quatrième côté en s'appuyant sur la perception, puis prolongement des côtés des triangles et réajustement. ● Procédure attendue : perception des alignements (diagonales) et des sommets à l'intersection des diagonales et des côtés latéraux prolongés.	L'absence de gabarit n'incite pas les élèves à repartir sur la figure-modèle. Les élèves se contentent de procédures hasardeuses Le fait que les triangles constituent des lignes fermées n'incite pas les élèves à prolonger les côtés. Les élèves ne savent pas ce qu'ils doivent chercher. Il faut prolonger des lignes pour trouver des points. Il faut envisager une intersection de droites pour un point. Ce point est vu comme un sommet et non comme l'intersection de deux droites. Ces actions sont à faire dans un ordre précis.	→ Etayage → Utilisation de la ficelle pour repérer des alignements → Rappel du contrat didactique et notamment qu'on ne peut pas se fier qu'à la perception → Etayage pour clarifier ce qu'on cherche : les deux points (activité intermédiaire autorisant les reports de longueur ?)	→ « On ne peut pas faire confiance à nos yeux. L'œil n'est pas un outil géométrique. » → Deux points sont nécessaires pour déterminer / tracer une droite. → Un point peut s'obtenir par l'intersection de deux droites. → Les côtés des triangles sont portés par ces deux droites.

Phase 4 – Réinvestissement de la phase 3



Variables didactiques :

Modèle à la même taille ① ou non ②

Modèle sur la même feuille ③ ou séparé ④

Procédures observées	Difficultés rencontrées	Aides / adaptations apportées	Mots pour le dire
● Difficulté à placer les gabarits sur le modèle ● Pas de perception des alignements, utilisation seul(e) des gabarits ● Perception partielle des alignements (une diagonale) ● Procédure attendue : tracé des diagonales avant de placer les gabarits	Comprendre qu'il faut tracer les diagonales pour pouvoir placer les gabarits Inverser des gabarits ou des tracés réalisés avec un seul gabarit.	→ Etayage → Retour sur le travail réalisé en phase 2 pour tracer avant de placer les gabarits → Retour sur le travail réalisé en phase 3 pour trouver les diagonales	Il faut tracer des diagonales : un segment qui joint deux sommets qui ne se suivent pas (ou non consécutifs). Un segment est porté par une droite. Les diagonales sont les supports des côtés des triangles <i>ou</i> les côtés des triangles sont posés sur les diagonales.

ANALYSER UNE RESSOURCE DE FORMATION : EXEMPLE DE LA « SITUATION DES NAPPERONS »

Nicolas DE KOCKER

PESPE, ESPE de Lorraine

COPIRELEM

nicolas.dekocker@univ-lorraine.fr

Claire WINDER

PESPE, ESPE de Nice

COPIRELEM

claire.winder@unice.fr

Résumé

Le travail au sein de cet atelier avait pour but d'enrichir la réflexion sur l'appropriation et la conception de ressources mises à la disposition des formateurs.

Dans un premier temps, l'atelier a permis aux participants de s'approprier une « situation de formation » éprouvée (Peltier M-L., 2003), dans le cadre de stratégies basées sur l'homologie (Kuzniak, 1995). Le questionnement proposé à la suite a conduit à faire émerger les potentialités de la situation en termes de potentiels notionnels, pédagogiques et didactiques (Imbert J-L., Masselot P., Ouvrier-Buffet C. & Simard A., 2011), ou encore de motivation. La transposition de l'activité dans des manuels scolaires (Euromaths CE2-CM1-CM2, Hatier) a pu ensuite être étudiée. Enfin différents indicateurs ont été explicités en vue de s'approprier un cadre d'analyse de « situations de formation » en cours d'élaboration (Aubertin & Girmens, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015).

Les réflexions menées, notamment par la COPIRELEM depuis plus de trente ans, dans le domaine de la formation en mathématiques des enseignants du premier degré, alliées à la nécessité de leur diffusion, ont conduit à la production d'un grand nombre de documents à destination des enseignants du premier degré ainsi qu'à l'intention de leurs formateurs¹. En outre, la plus grande partie de ces documents ont été produits dans des contextes institutionnels, des conditions et des formats de formations différents de ceux que nous connaissons aujourd'hui. En effet « la mastérisation a assujéti la formation professionnelle au moule des maquettes de master, imposées par chaque université » (Houdement ; 2013 ; p. 23-24), ce qui semble notamment avoir pour conséquence la transformation de la « logique de formation à un métier unique (si on occulte la diversité des terrains sur lesquels il s'exerce et qui engage d'autres spécificités : maternelle ou élémentaire, milieux reconnus difficiles....) qui prévalait dans les instituts en une logique de certification » (ibid). Il nous a alors semblé nécessaire de créer de nouveaux outils qui permettraient aux utilisateurs de ces ressources, de mieux appréhender et de s'approprier de manière plus fidèle aux intentions des concepteurs, les enjeux de formation sous-jacents.

¹ On peut citer plus particulièrement :

- *Documents pour la Formation des Professeurs des Écoles en Didactique des Mathématiques* (de 1991 à 1997) ;
- *Cahiers pour le Formateur* (1999 à 2005), rédigés suite à des stages de formation des formateurs organisés par la COPIRELEM avec le soutien des IUFM ;
- *Concertum* (2003) présentant une sélection d'articles déjà publiés dans différentes brochures issues de manifestations organisées par la COPIRELEM et qui rend compte de l'évolution des questions soulevées par l'enseignement des mathématiques à l'école ;
- *Actes des Colloques* (rédigés tous les ans à partir de 1974) ;
- *Annales des sujets de mathématiques des concours de recrutement* (avec corrigés et compléments didactiques) à partir de 1992 ;
- *Calcul mental à l'école primaire* (2012) ainsi qu'une clé USB « Géométrie » (2014), dont la diffusion est assurée par l'ARPEME.

Cet atelier s'inscrit dans la continuité de ceux présentés lors du précédent colloque COPIRELEM (Aubertin & Girmens, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015). Il présente un exemple de situation de formation et cherche à éclairer le travail du formateur lors de la conception d'un module de formation en s'appuyant sur le cadre d'analyse de situations de formation élaboré par la COPIRELEM et explicité dans ce même colloque lors d'une communication (C26) également proposée par la COPIRELEM.

Une « situation² de formation » est pour nous une situation impliquant des étudiants ou stagiaires et des formateurs au sein d'une institution de formation (ESPE par exemple). Elle consiste en un ensemble d'activités proposées par le formateur et construites autour d'une activité « amorce ». Un « module de formation » peut intégrer plusieurs situations de formation. Le scénario de l'atelier visait à amener les participants à envisager successivement différents niveaux de lecture des activités proposées.

Dans un premier temps, il s'agissait de faire vivre une activité qui a déjà plusieurs fois été mise à l'épreuve, aussi bien en formation que dans le cadre de la formation de formateurs, pour permettre aux participants de se l'approprier. Cette activité n'est pas l'objet principal de l'atelier donc le nombre de phases de cette situation de formation a été réduit.

Dans un deuxième temps, en s'appuyant sur ce premier travail, les participants ont été amenés à identifier « à chaud » les potentialités de cette activité particulière proposée dans le cadre d'une formation de professeurs d'école.

La réflexion s'est ensuite prolongée par l'analyse de situations de formation de ce type dans le but de se donner des indicateurs pour éclairer les choix qu'il est possible de faire en tant que formateur parmi des ressources existantes ou lors de la conception de nouvelles ressources.

Nous considérons que cette activité ne constitue qu'un prétexte, une amorce, un « déclencheur », pour aider les enseignants (ou les futurs enseignants) à s'approprier des savoirs de différentes natures. Pour le formateur, il nous semble nécessaire d'éclairer d'une part, ce qu'il pourra « institutionnaliser » à différents niveaux à la suite de la mise en œuvre de ce scénario, et d'autre part, la manière de penser son intégration dans un processus plus large de formation. Pour cela nous avons cherché à ne pas en rester à l'analyse de l'activité elle-même en proposant un cadre pour analyser toute « situation de formation ».

I - ETAPE 1 : ACTIVITE MATHEMATIQUE

Cette mise en activité prend appui sur une situation de formation qui a été présentée lors de stages de formation de formateurs de professeurs d'école en didactique des mathématiques organisées par la COPIRELEM (Stage de formation Besançon 1997, Séminaire de formation des nouveaux formateurs Pau 2000) et qui a fait l'objet de publications (Peltier, 1998, 2003). Le déroulement qui figure en Annexe 1 est extrait de (Peltier, 2003). Les adaptations spécifiques à l'atelier sont précisées dans ce qui suit.

1 Phase de recherche

1.1 Dévolution : napperon possédant un axe de symétrie (exemple 1)

Le « napperon » ci-après (Figure 1) est vidéoprojeté.

Consigne : Vous devez reproduire le napperon qui est affiché. Pour cela vous devez effectuer tous les pliages que vous jugez nécessaires, puis, sans déplier, vous devez effectuer tous les découpages que vous jugez nécessaires, enfin vous déplierez et comparerez votre réalisation avec le modèle. S'il y a conformité, vous avez « gagné », sinon, vous conservez votre réalisation, sans la froisser, sans la jeter, pour pouvoir l'étudier et vous recommencez avec un autre papier.

² Nous utilisons ici le mot « situation » au sens de (Brousseau, 2010) : « Une situation est caractérisée dans une institution par un ensemble de relations et de rôles réciproques d'un ou de plusieurs sujets (élève, professeur, etc.) avec un milieu, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Le milieu est constitué des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation. Le sujet détermine une certaine évolution parmi des états possibles et autorisés de ce milieu, vers un état terminal qu'il juge conforme à son projet. (...) ». La situation permet de « comprendre » les décisions du professeur et des élèves, erronées ou appropriées. »

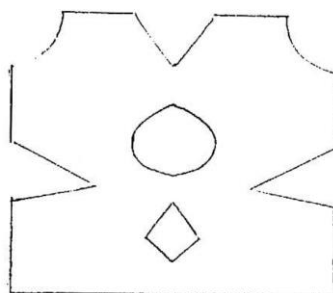


Figure 1. Premier napperon à reproduire (cf Annexe 2 - exemple 1)

La réussite est rapide et permet une bonne dévolution de la tâche sans qu'il soit besoin de préciser les critères de réussite.

1.2 Napperons possédant plusieurs axes de symétrie (exemples 3, 7)

Un deuxième napperon (Figure 2) est projeté en conservant une vignette du précédent. Nous procédons de la même manière par la suite afin que les participants, travaillant à des rythmes différents, puissent toujours visualiser le napperon qu'ils cherchent à reproduire.



Figure 2. Deuxième napperon à reproduire (cf Annexe 2 - exemple 3)

Les critères de réussite sont précisés : un napperon sera considéré comme « conforme » au modèle si les formes géométriques des découpes sont respectées ainsi que leur nombre, leurs positions relatives, leur orientation.

Lorsque nous menons cette activité en formation, les stratégies sont nombreuses et variées :

- certains identifient rapidement le nombre d'axes de symétrie et font des pliages en conséquence ;
- d'autres plient seulement en deux et essaient de reproduire les découpes sur ce pliage en deux ;
- d'autres sont encore plus déroutés et effectuent un premier pliage en deux ou quatre, découpent certaines parties ouvrent et, oubliant la contrainte imposée par la consigne, complètent les découpages sur la feuille dépliée.

Lors de l'atelier, même s'il avait bien été précisé qu'on pouvait faire autant d'essais qu'on le souhaitait et que de nombreuses feuilles carrées étaient à disposition, tous les participants ont cherché à réussir du premier coup et ne se sont pas autorisés à faire des erreurs pour ensuite les corriger. Beaucoup se sont appuyés sur une reproduction à main levée du modèle affiché pour repérer les axes et isoler le motif minimum.

Avec le troisième napperon proposé Figure 3, comportant 4 axes de symétrie, les premières difficultés apparaissent. Lors du dépliage, certains napperons sont bien différents du modèle. Les erreurs peuvent porter sur la forme des découpes, leur nombre, leurs positions relatives, ou encore leur orientation. C'est le cas dans le napperon produit par un participant de l'atelier où les triangles ont leurs sommets principaux orientés vers l'extérieur du carré (voir Figure 3).

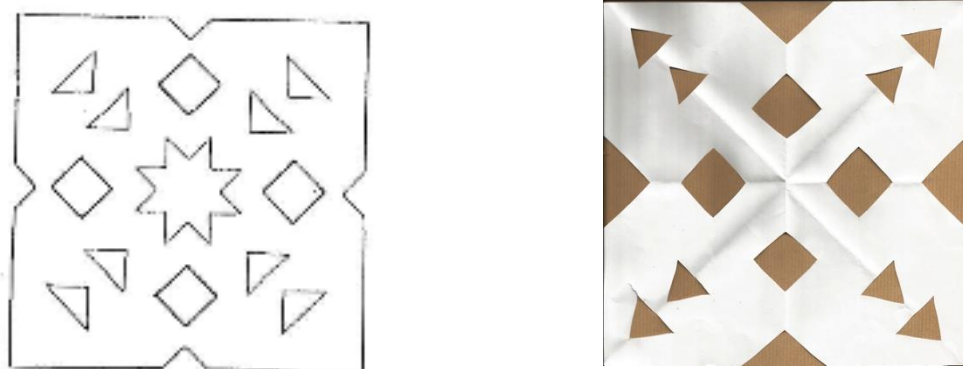


Figure 3. Troisième napperon à reproduire (cf Annexe 2 – exemple 7) et une production incorrecte

La principale difficulté réside dans la réalisation de l'étoile centrale. Dans le napperon présenté en Figure 4, l'étoile souhaitée se retrouve en effet partagée en quatre morceaux aux quatre sommets du carré : les découpes sur le napperon plié n'ont pas été faites au centre du carré, même si elles correspondent au motif minimum requis.

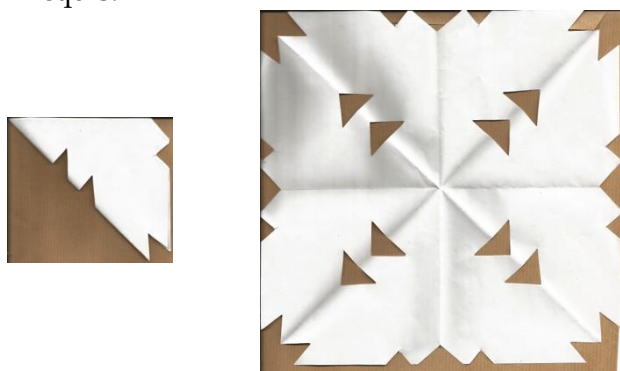


Figure 4. Deuxième production incorrecte

Une photocopie de l'Annexe 2 représentant l'ensemble des napperons est ensuite distribuée aux participants qui éprouvent des difficultés. C'est là une première forme de différenciation car elle permet de dessiner les axes et d'extraire le motif minimum sur une reproduction disponible du napperon demandé. Aucun participant n'utilisera cette possibilité.

1.3 Différenciation : Napperon rond

Un dernier napperon plus complexe est proposé aux participants les plus rapides pour permettre aux autres de terminer l'activité. Il est présenté Figure 5.

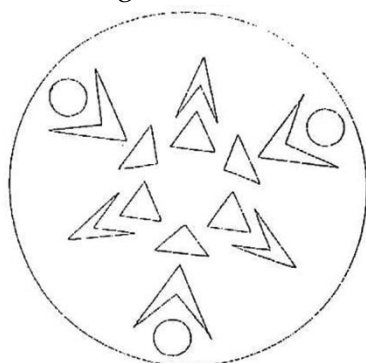


Figure 5. Quatrième napperon à reproduire (cf Annexe 2 – exemple 8)

2 Mise en commun des productions

Même si la totalité des stagiaires n'a pas obtenu un résultat satisfaisant pour le troisième napperon (Figure 3), une mise en commun des différentes stratégies utilisées, qu'elles aient abouti ou non, et des productions correspondantes est faite à partir des productions erronées qui relèvent de types différents.

Lors de cette mise en commun, les participants proposent deux types de stratégies :

- Repérer les axes de symétries, déterminer un domaine fondamental dans lequel se trouve le motif minimum, déterminer le pliage à effectuer pour obtenir ce domaine fondamental (voir Figure 6), puis positionner le papier plié de manière à pouvoir exécuter les découpes en fonction du motif identifié dans le domaine fondamental. Cette stratégie est efficace et experte.

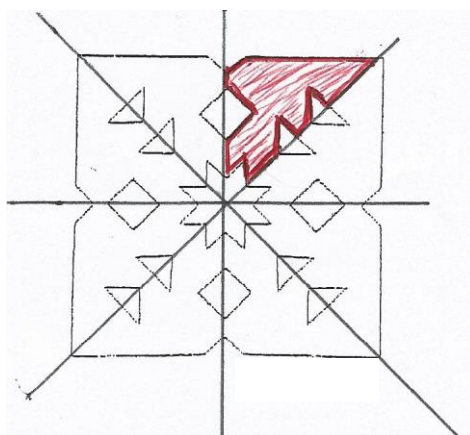


Figure 6. Une stratégie experte

- Identifier les découpes qui se répètent, plier en fonction du nombre de répétitions, découper des moitiés ou des quarts de motifs à partir de l'analyse des répétitions. Cette stratégie peut être efficace, mais dans de nombreux cas, les participants ont tellement fait tourner le papier plié que les découpes qui devraient se trouver au centre se trouvent sur les bords et vice versa comme dans l'exemple présenté Figure 4.

Les productions correspondantes sont étudiées collectivement. Pour celles qui ne sont pas conformes au modèle, les erreurs sont repérées et analysées (nombre de découpes, place des découpes, positions relatives, forme, orientation).

En formation d'enseignants (et conformément au scénario présenté dans l'Annexe 1), l'activité se conclut par une mise en évidence des connaissances mathématiques utilisées en acte dans les phases de recherche. Une deuxième étape de la situation de formation (« Synthèse/Point de vue mathématique ») est consacrée à l'institutionnalisation des connaissances mathématiques explicitées lors de la synthèse³. De même le scénario de l'Annexe 1 met en évidence une troisième étape présentant une analyse didactique et pédagogique (« Synthèse/Point de vue didactique » et « Transfert à l'école élémentaire »), ainsi qu'une « Conclusion » (étape 4) portant sur les caractéristiques de l'apprentissage par la résolution de problèmes.

Pour cet atelier s'adressant à des formateurs, nous avons fait le choix de ne pas mettre en œuvre ces étapes, mais de faire réaliser par les participants une analyse mathématique, didactique et pédagogique de l'activité mathématique.

II - ANALYSE DE L'ACTIVITE MATHÉMATIQUE

1 Mise en activité

Les participants travaillent de nouveau en groupe et sont invités à répondre à la consigne suivante : Dégagez les potentiels de cette situation pour une formation d'enseignants (initiale ou continue).

³ Certains participants ont d'ailleurs souligné la difficulté pour le formateur à faire émerger ces connaissances.

Pourquoi choisiriez-vous de faire vivre cette situation ? Dans quel but ? Chaque groupe présente ses choix dans un cadre imposé (une feuille A4 maximum).

Les différents potentiels peuvent être regroupés en trois catégories :

Potentiels notionnels

En formation initiale tout particulièrement mais aussi en formation continue, les notions mathématiques visées par cette activité concernent essentiellement la symétrie axiale : la notion d'axe de symétrie, certaines propriétés de la symétrie axiale (conservation des formes, des alignements, des angles), ainsi que les propriétés de symétrie de certaines figures « simples » (les médianes et les diagonales sont axes de symétrie du carré ; les diagonales sont axes de symétrie du losange ; le triangle isocèle possède un axe de symétrie ; le demi-cercle possède un seul axe de symétrie ; le cercle possède une infinité d'axes de symétrie qui sont ses diamètres ; une droite est symétrique par rapport à une droite qui lui est perpendiculaire). Un lien peut également être établi entre symétrie axiale et symétrie centrale puisque lorsqu'une figure admet exactement deux axes de symétrie perpendiculaires, leur point commun est centre de symétrie.

Potentiels pédagogiques et didactiques

En formation initiale ou continue, une situation telle que celle proposée peut permettre d'engager une discussion sur les notions d'enjeux et d'objectifs. Elle peut également servir de base à l'introduction de concepts de didactique des mathématiques (situation problème, variable didactique, dévolution, validation, rétroaction, théorème en acte, connaissances/savoirs ...). On peut en effet s'intéresser :

- aux consignes : façon de présenter la consigne ainsi que le napperon à réaliser, vocabulaire employé ;
- au choix des contraintes ici pliage puis découpage ;
- au choix des variables didactiques⁴ : nombre d'axes de symétrie, forme du napperon, choix des découpes notamment ;
- au rôle de l'anticipation dans la réalisation de la tâche ;
- au rôle de la manipulation dans l'apprentissage ;
- au statut de l'erreur en lien avec la démarche essai-erreur.

Le lien avec les programmes est également mis en évidence et les thèmes de « résolution de problème », « recherche en groupe » et « différenciation » sont mis en avant. La nécessité d'une analyse *a priori* approfondie et de la création d'une fiche de préparation peut être soulignée.

Autres potentiels

Le potentiel de motivation de cette situation peut également être pointé, ce qui conduit à s'intéresser :

- à la notion de consistance d'un problème ;
- à l'enrôlement dans la tâche ;
- au caractère attractif de la situation.

Conclusion

Ce travail d'analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique mené dans l'atelier fait ainsi apparaître trois types de « *savoirs utiles pour enseigner* » (Houdement 2013, pp.12) :

Le **savoir mathématique** correspond aux mathématiques nécessaires à l'enseignant pour préparer, réguler et évaluer sa séance et ses élèves.

Le **savoir didactique** (...) nourri par les recherches en didactique sur les mathématiques du primaire (...) a vocation à être théorique mais (...) une transposition est nécessaire pour rendre accessible en centre de formation

⁴ Les participants ont en particulier souligné que certains choix de variables ne disqualifiaient pas la procédure erronée.

des « savoirs utiles » (...).

Le savoir pédagogique ou « savoir d'expérience » (Portugais, 1995) (...) se caractérise par son oscillation entre deux pôles, l'un théorique mais parfois très éloigné de la pratique future des étudiants (...), l'autre proche du sens commun et de la pratique (...) mais privée de l'adaptabilité d'un modèle plus théorique.

(Houdement 2013, pp. 12-13)

2 Exemples d'exploitation de la situation des napperons en formation

Le travail précédent est complété dans cet atelier par la présentation d'exploitations de la situation des napperons en formation.

2.1 En M1- Master MEEF (ESPE de Nice – Centre de Draguignan)

En formation avec les étudiants de M1, la mise en activité se déroule selon le modèle présenté : la succession des reproductions suivie d'une mise en commun portant sur les stratégies et les procédures utilisées.

Les connaissances sur la symétrie mises en acte implicitement pendant les phases d'action (et analysées dans le paragraphe ci-dessus), sont alors explicitées en contexte.

Puis une institutionnalisation mathématique portant sur la symétrie axiale et ses propriétés est réalisée.

Par ailleurs le formateur revient avec ses étudiants sur le rôle de l'erreur ainsi que celui de la manipulation.

Ce travail est prolongé par une nouvelle activité : une analyse de production d'élèves qui débouche notamment sur la mise en évidence d'obstacles à l'apprentissage de la symétrie.

2.2 En M2- Master MEEF (ESPE de Lorraine – Centre d'Epinal)

En formation avec des stagiaires de M2, cette activité permet de dégager un certain nombre d'éléments de didactique des mathématiques en lien avec les gestes professionnels : le rôle de l'anticipation, le rôle de l'erreur, le rôle de la manipulation, la validation, la gestion du temps (Peltier, 2003).

Elle sert d'introduction à un module de géométrie et constitue une situation-problème en géométrie au même titre que l'activité des « feuilles qui coulissent » (ERMEL, 2006) qui pourra être présentée par la suite.

3 En stage de formation continue premier degré en cycle 3 (IUFM de Nice – Centre de Draguignan)

En formation continue, la mise en activité se déroule comme présenté dans l'atelier.

Elle est suivie d'une analyse pédagogique et didactique conduisant à une réflexion sur une transposition dans la classe. Les stagiaires sont en effet invités à identifier les variables didactiques de la situation puis à proposer une mise en œuvre de cette activité dans leur niveau d'enseignement en spécifiant le déroulement, la(les) consigne(s), les modèles de napperons retenus, la(les) trace(s) écrite(s) envisagée(s). En guise d'illustration des productions d'élèves de CE2 sont présentées (Peltier, 2000-2001).

III - ETUDE DE LA TRANSPOSITION DE L'ACTIVITE MATHEMATIQUE DANS UN MANUEL SCOLAIRE

On trouve dans la collection Euromaths en cycle 3 (Euromaths CE2, 2012 ; Euromaths CM1, 2009 ; Euromaths CM2, 2009), des séances qui concernent spécifiquement la situation des napperons. On trouvera en Annexe 6 la présentation de la place de l'activité des napperons dans le travail sur la symétrie du CE1 au CM2 dans cette collection.

Dans cette nouvelle partie de l'atelier, il s'agissait d'étudier comment les auteurs de la collection Euromaths avaient transposé l'activité des napperons dans le cadre de la rédaction de manuels au sein d'une progression de cycle. Plus particulièrement il s'agissait d'appréhender la manière dont les auteurs avaient choisi de faire évoluer les variables de l'activité de découverte des napperons pour travailler la symétrie au cycle 3.

Par manque de temps cette phase de l'atelier n'a pas pris toute la place qui lui était dévolue au départ, mais nous présentons ci-dessous quelques éléments d'analyse.

Une analyse détaillée des fichiers (Annexes 3, 4 et 5) et livres du maître de CE2, CM1, CM2 permet de dégager les variables suivantes :

- le nombre d'axes de symétrie (de un à quatre) ;
- les formes à découper (triangles quelconques, triangles isocèles, triangles rectangles, triangles isocèles rectangles, carrés, rectangles, losanges, cercles, demi-cercles) ;
- la position des découpes des formes (sur le pli ou sur le bord) ;
- la position des axes de symétrie (médianes ou diagonales du carré) ;
- la présentation du napperon modèle (l'objet ou une représentation) ;
- la situation (présentation du napperon et recherche ou identification des découpes nécessaires) ou la situation « retournée » (anticiper le résultat de la découpe pour retrouver le napperon) ;
- les modalités de validation.

Le tableau ci-après présente leurs valeurs dans les différents niveaux de la collection au cycle 3.

	CE2	CM1	CM2
<i>Nombre d'axes de symétrie</i>	1	2	4
<i>Position des axes de symétrie</i>	L'axe de symétrie est une médiane du carré.	Les axes de symétrie sont les deux médianes du carré.	Les axes de symétrie sont les médianes et les diagonales du carré.
<i>Formes à découper</i>	triangles isocèles ; demi-cercles ; carrés.	triangles isocèles ; triangles isocèles rectangles ; cercles ; carrés ; losanges.	triangles isocèles rectangles ; triangles rectangles ; carrés ; rectangles.
<i>Position des découpes</i>	D'abord sur le bord puis sur le pli.	Sur les plis et les bords.	Sur les plis et les bords.
<i>Présentation du napperon</i>	Napperon agrandi + représentation sur fichier	Napperon agrandi + représentation sur fichier.	Napperon agrandi + représentation sur fichier.
<i>Situation ou situation « retournée »</i>	1- Présentation du napperon et identification du pliage. 2- Présentation du napperon et recherche des découpes.	1- Présentation du napperon et identification du pliage. 2- Présentation du napperon et recherche des découpes.	1- Présentation du napperon et recherche des découpes. 2- Associer à la découpe le napperon correspondant.
<i>Modalités de validation</i>	1- Ouverture des napperons pliés. 2- Confrontation au modèle en s'appuyant sur les critères de réussite.		1- Confrontation au modèle en s'appuyant sur les critères de réussite. 2 - Réalisation effective du pliage et des découpes.

IV - MISE EN PERSPECTIVE

Dans cette partie, nous cherchons à mettre en évidence les potentialités de formation de la situation mise en œuvre en utilisant le cadre d'analyse élaboré par la COPIRELEM (Guille-Biel Winder, Petitfour,

Masselot, 2015), dont la présentation a fait l'objet d'une communication dans ce colloque (Communication C26). Après l'avoir rapidement évoqué, nous présentons une analyse de la situation de formation.

1 Explicitation du cadre

Le cadre d'analyse d'une situation de formation prend en compte l'ensemble des activités proposées par le formateur. Il a pour objectif de clarifier les potentialités de formation d'une situation pour pouvoir les adapter à un public choisi dans le contexte de contraintes de formation imposées. À terme, il s'agit de permettre aux utilisateurs de ces ressources de mieux appréhender et de s'appropriier les enjeux de formation sous-jacents. Il contribue ainsi à clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre, enjeux liés à des objectifs de formation mathématiques, didactiques ou pédagogiques.

Le cadre d'analyse d'une situation de formation prend en considération les différentes activités successivement proposées en :

- caractérisant chaque activité en fonction de sa nature ;
- en explicitant pour chacune d'entre elles le positionnement du formé (élève ou enseignant) ;
- en explicitant pour chacune d'entre elles les connaissances convoquées (mathématiques, didactiques ou pédagogiques).

La structure retenue est sous forme de « paliers emboîtés » : chaque palier correspond à une mise à distance, mettant en jeu des connaissances mathématiques et/ou didactiques et/ou pédagogiques, à partir de l'étude du palier précédent. Le passage d'un palier n à un palier $n + 1$ s'accompagne : soit d'un changement de positionnement du formé (d'élève à enseignant ou d'enseignant à chercheur avec parfois des intermédiaires), soit d'une mise à distance dans un positionnement donné en lien avec le degré de décontextualisation (en acte, explicité en contexte, décontextualisé) des connaissances.

Le cadre est présenté dans le tableau ci-dessous.

Paliers	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Activité mathématique	Elève	<i>Utilisées en acte puis explicitées en contexte</i>		
1	Analyse réflexive de l'activité mathématique. Synthèse mathématique	Elève Enseignant	<i>Décontextualisées</i>	<i>En acte</i>	
2	Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique	Enseignant		Gestes professionnels, connaissances, <i>explicités en contexte</i>	
3	Analyse réflexive de l'analyse didactique	Enseignant		<i>Décontextualisées</i>	
4	Problématisation d'une question professionnelle	Chercheur			

La structure *ne témoigne pas d'une chronologie* : par exemple il est envisageable de proposer une formation en entrant par une activité amorce de niveau 2, mais il faudra revenir à des niveaux antérieurs, voire faire des allers-retours entre différents niveaux. De même, on peut ne pas « pousser » l'analyse jusqu'au bout... selon le public et le moment de la formation...⁵

En revanche nous faisons l'hypothèse qu'il n'est pas possible d'exploiter une situation à un palier $n + 1$ si les formés ne possèdent pas les acquis correspondants du palier n . Pour réaliser une activité se situant à un palier $n + 1$, le formé doit en effet faire appel à des connaissances relatives aux paliers précédents.

Nous présentons dans ce qui suit l'application de ce cadre à une exploitation possible de la situation des napperons.

2 Analyse des potentialités de la situation des napperons

Dans la « situation des napperons », nous pouvons en effet distinguer des activités de natures différentes qui induisent (implicitement ou explicitement) des positionnements spécifiques (attendus du formateur) de la part du formé dont ce dernier peut ou non être conscient. Dans cet atelier nous avons également mis en évidence la potentialité de la « situation des napperons » en terme de types de « savoirs utiles pour enseigner » (Houdement, 2013).

L'activité « amorce » consiste en la réalisation des napperons (étape 1). Il s'agit d'une activité mathématique composée de la consigne avec les différents napperons à réaliser, des mises en commun successives et des synthèses locales. Dans cette activité, les formés ont un positionnement élève face à la tâche mathématique. La notion de symétrie axiale, les propriétés de la symétrie axiale, les axes de symétrie de figures usuelles sont utilisés en acte par le pliage effectif ou évoqués (images mentales d'expériences déjà réalisées) puis explicités en contexte lors des moments de formulation. Cette activité « amorce » se situe donc au palier 0.

Dans un deuxième temps (étape 2), le formateur organise une analyse réflexive de l'activité mathématique qui conduit à une synthèse sur les contenus mathématiques et donc à une décontextualisation des connaissances mathématiques. Le formé a un positionnement élève puisqu'il vérifie ses connaissances mathématiques propres. Dans cette phase des connaissances didactiques sont aussi utilisées en acte : utilisation des essais, réajustements (nécessaires à la résolution d'un problème de géométrie) ; explicitation des obstacles rencontrés (attendus ou provoqués). Ces connaissances en actes initient le changement de positionnement du formé vers une position d'enseignant puisque celui-ci met en perspective les apprentissages des élèves. L'étape 2 se situe au palier 1.

L'analyse des conditions de mise en œuvre de l'activité mathématique se situe au palier 2 car correspond à une analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique (étape 3). Elle place le formé dans une posture enseignant. Les connaissances didactiques et pédagogiques sont explicitées en contexte :

- choix des valeurs des variables : nombre, orientation, positions relatives des découpes, position des axes, nombre d'axes ; contraintes ; consignes successives ; ordre des consignes, ... ;
- explicitation de ce qui est mis en évidence et de ce qui est « laissé de côté » ;
- prise en compte des obstacles (difficultés prévisibles) ; aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel moment) ;
- modes de validation retenus ; prise en charge de la validation ;
- mise en évidence de la possibilité de réajustement ;
- gestion des mises en commun : choix des productions, ordre des interventions ;
- rôle de l'enseignant : ce que l'enseignant dit, fait dire, laisse dire... ce qu'il retient, oublie, met en valeur... ; comment il organise la prise de parole, en fonction de quels critères...
- la gestion de l'hétérogénéité (différenciation par le volume de la tâche, par les aides apportées).

⁵ Pour d'autres analyses de situations, on pourra se référer au compte-rendu de l'atelier C26 de ce colloque ainsi qu'à (Guille-Biel Winder, Petitfour, Masselot & Girmens, 2015 ; Aubertin & Girmens, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015).

L'analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique précédente (étape 4) correspond à une décontextualisation des connaissances des niveaux précédents et se situe donc au palier 3 : progression sur la symétrie axiale; enjeux des programmes ; variables didactiques spécifiques à la symétrie ; mais également rôle de l'expérience, rôle de l'erreur et conception sur le traitement de l'erreur ; conceptions d'apprentissage... Ainsi l'analyse se présente comme un questionnement sur les pratiques de classe (situations d'apprentissage spécifiques, gestes professionnels, ...), ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou de plusieurs contenus (programmes, progressions, ...) ou sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (types de tâches, variables didactiques liées à certains types de tâche ...). Elle nécessite toujours un positionnement enseignant du formé.

Enfin, la problématisation d'une question professionnelle en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique permettrait un positionnement de « chercheur » notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse de cette question et d'en inférer des résultats. Elle se situerait alors au palier 4.

Le tableau donné en Annexe 7 propose une présentation synthétique de l'analyse réalisée. Tel qu'il est théoriquement présenté dans cette analyse, le parcours de formation apparaît donc « ascendant » comme le schéma Figure 7 le représente :

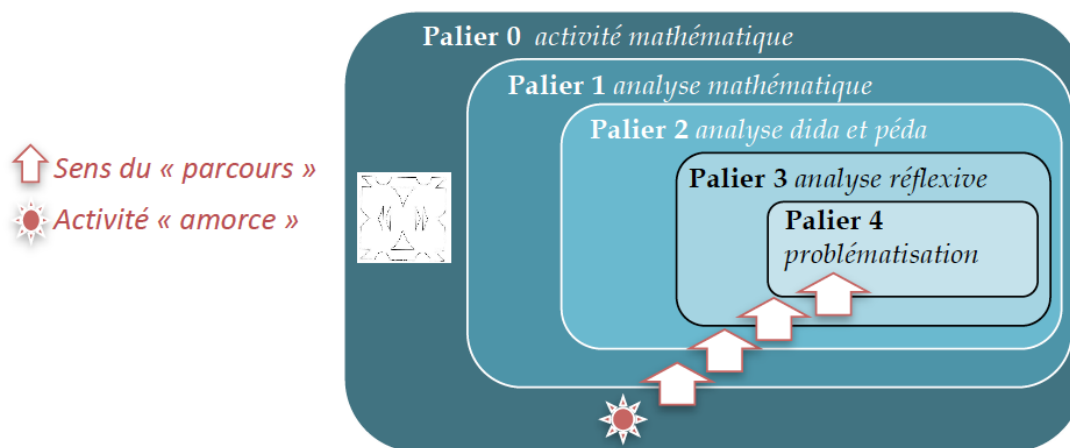


Figure 7. Schéma du parcours théorique de formation

Dans l'exploitation effective de la situation réalisée en M1-MEEF à Draguignan, les paliers 2 et 3 sont seulement abordés, et celle réalisée en M2-MEEF à Epinal s'arrête au palier 2.

Le parcours de formation peut également prendre en charge une recontextualisation des différents savoirs dans des prolongements de la situation, comme c'est le cas lorsqu'il est envisagé de réaliser cette activité en classe (formation continue cycle 3 à Draguignan) ou lorsque le formateur fait analyser la transposition de la situation dans un manuel ou une collection (ce qui a été proposé dans l'atelier). Dans ce cas, le schéma du parcours pourrait être celui de la Figure 8.

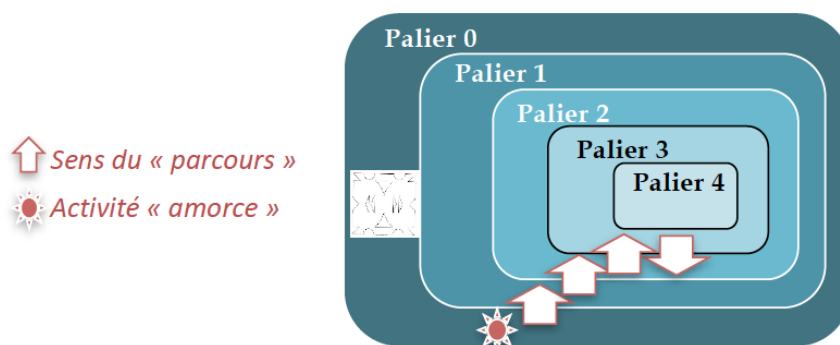


Figure 8. Schéma du parcours de formation proposé dans l'atelier

Le formateur peut également recontextualiser le savoir en mettant en place une nouvelle situation de formation, par exemple une analyse de productions d'élèves, créant ainsi des « parcours de formation » que l'on pourrait schématiser comme suit (Figure 9).

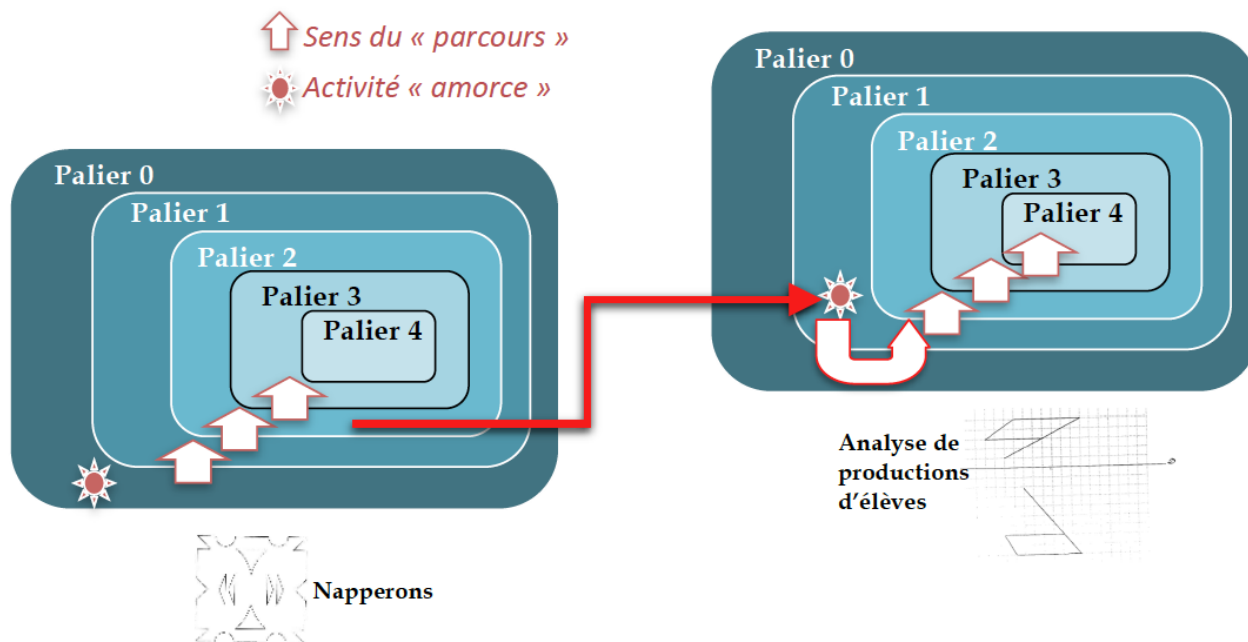


Figure 9. Schéma d'un troisième parcours de formation

V - CONCLUSION

La situation des napperons est riche en ce qu'elle permet de nombreuses exploitations en formation initiale ou continue en s'adaptant au public, au moment et à la durée de la formation. Que ce soit au niveau mathématique, didactique ou pédagogique le formateur peut utiliser la situation des napperons comme situation de référence pour illustrer différents concepts. L'idée de l'atelier est de proposer un cadre d'analyse des activités pour permettre à l'utilisateur de faire des choix éclairés. Ce cadre est exemplifié sur la situation des napperons. Les participants vivent succinctement cette situation avant de l'analyser avec de plus en plus de recul.

Le cadre d'analyse élaboré a tout d'abord permis de mettre en évidence les différents degrés d'exploitation possibles de la situation des napperons, du point de vue des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques. Les stagiaires ont pu alors constater la richesse de cette situation de formation, même si son utilisation a pu faire débat. Ce cadre d'analyse, présenté dans la communication C26 de ce colloque, semble être adapté aux situations s'inscrivant dans le cadre d'une stratégie de formation par homologie-transposition.

Par ailleurs, l'utilisation du cadre d'analyse a conduit les participants de l'atelier à des échanges plus pointus sur l'identification des potentialités de la situation au regard des besoins supposés des futurs professeurs d'école. Ceci semble confirmer que les indicateurs retenus dans le cadre proposé pourraient être reconnus par le formateur comme pertinents pour choisir sciemment la ressource étudiée. Le travail d'analyse de situations de formation initié lors du colloque COPIRELEM de Mont-de-Marsan se poursuit au regard d'autres situations de formation.

VI - BIBLIOGRAPHIE

AUBERTIN J-C. & GIRMENS Y. (2015). Une situation d'homologie-transposition : le solide caché. *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM Mont-de-Marsan 2014*, IREM de Bordeaux.

BROUSSEAU G. (2010) *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998)*. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf.

DANOS P., MASSELOT P., SIMARD A. & WINDER C. (2015). Analyser une ressource de formation : exemple de la situation des annuaires. *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM Mont-de-Marsan 2014*, IREM de Bordeaux.

ERMEL (2006). Les feuilles qui coulisent. *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes*, Hatier, 230-235

GUILLE-BIEL WINDER C., PETITFOUR E., MASSELOT P., GIRMENS Y. (2015). Proposition d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles. *Actes du Colloque EMF2015 Tipaza*.

HOUEMENT C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note d'habilitation à diriger des recherches. Université Paris Diderot – Université de Rouen.

IMBERT J-L., MASSELOT P., OUVRIER-BUFFET C., SIMARD A. (2011). Quelles modalités de contrôle des connaissances dans la formation en mathématiques des professeurs d'école ? *Actes du XXXVII^e Colloque COPIRELEM La Grande Motte 2010*, ARPEME.

KUZNIAK A. (1995). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Actes du XXI^e Colloque COPIRELEM Chantilly 1994*.

MANGIANTE-ORSOLA C. & PETITFOUR E. (2015). L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM Mont-de-Marsan 2014*, IREM de Bordeaux.

PELTIER M-L (1998). Le napperon. *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques (tome 6)*. IREM PARIS 7. 59-66.

PELTIER M-L (2000-2001). Le napperon - Un problème pour travailler la symétrie axiale. *Grand N* 68. Irem de Grenoble. 17-27.

PELTIER M-L (2003). « Le napperon » - Un problème pour travailler la symétrie axiale. *Concertum, Carnets de route de la COPIRELEM (tome 2)*. ARPEME. 161-172.

PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2009). *Euromaths CM2* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.

PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2009). *Euromaths CM1* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.

PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2010). *Euromaths CE2* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.

PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2012). *Euromaths CE1* Fichier & Livre de l'enseignant, Hatier.

PETITFOUR E. (2014). Enseignement de la géométrie à des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux *Actes du XL^e Colloque COPIRELEM Nantes 2013*, IREM de Nantes.

VII - ANNEXE 1

Le « napperon » - Un problème pour travailler sur la symétrie axiale, Peltier M-L. (2003)

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Besançon 1997.

1 Description de l'activité

Les stagiaires doivent reproduire un "napperon" en papier qui est affiché au tableau. Il est précisé que ce napperon doit être réalisé en pliant une feuille de papier et en découpant tout ce que l'on souhaite, puis de déplier et de comparer avec le modèle. Une contrainte est imposée : les stagiaires doivent effectuer tous les pliages souhaités avant de découper puis tous les découpages souhaités avant de déplier le napperon.

2 Analyse

2.1 Les variables de la situation

Le choix des découpes du napperon est très important. En fonction de ce choix, la réflexion pourra être centrée :

- sur les positions relatives des différentes découpes et sur des questions d'orientation
- sur la forme des découpes : celles-ci peuvent être choisies de telle sorte que l'exécutant utilise implicitement des « théorèmes en acte »⁶ relatifs à l'existence d'axe(s) de symétrie dans certaines figures pour obtenir le résultat souhaité. Par exemple pour obtenir une découpe ayant la forme d'un triangle isocèle, on coupe perpendiculairement au pli, ce qui revient à appliquer la propriété suivante « dans un triangle isocèle l'axe de symétrie est également hauteur ».

Le nombre d'axes de symétrie du napperon est également une variable à étudier :

- Un seul axe rend la tâche trop aisée pour être proposée en formation (Annexe 2- exemple 1)
- Le choix de deux axes est intéressant dans la mesure où le degré de complexité est raisonnable et le temps est assez facile à gérer (Annexe 2- exemples 2, 3)
- Le cas de 4 axes, également intéressant, peut être choisi pour travailler sur les axes de symétrie des polygones usuels. (Annexe 2- exemples 4, 5, 6, 7).
- Celui de 6 axes (Annexe 2- exemple 8) nécessite un pliage en trois qui permet de proposer la situation en tant que prolongement aux stagiaires les plus rapides.

Le fait de laisser apparents ou non les plis du modèle, d'introduire des plis parasites, ou de les supprimer complètement peut avoir une incidence sur les stratégies des stagiaires dans la mesure où ils sont des indices pertinents ou non à prendre en compte.

Une photocopie du modèle pour chaque stagiaire est souhaitable de manière à permettre une analyse individuelle précise, mais cette reproduction du modèle doit être de dimension différente de celle des feuilles qui seront distribuées pour être découpées afin d'éviter le recours au décalquage des découpes sur le modèle.

2.2 Les critères de conformité au modèle

Les réalisations seront considérées comme conformes au modèle lorsque les éléments suivants auront été respectés :

- le nombre de pliages
- le nombre de découpes
- la forme des découpes
- les positions relatives des différentes découpes

⁶ Notion empruntée à G.VERGNAUD

- l'orientation des découpes.

2.3 Les procédures envisageables

- Identification du nombre d'axes de symétrie et réalisation des pliages associés, repérage des éléments à découper.
- Pliage en deux quel que soit le nombre d'axes de symétrie et reproduction des découpes sur ce pliage en deux.
- Pliage en deux ou en quatre puis reproduction par découpage sur le papier ainsi plié de toutes les découpes du modèle complet.
- Pliage en deux ou en quatre, découpes de certaines parties, dépliage et rectification sur la feuille dépliée.

2.4 La validation

La validation se fait par confrontation visuelle au modèle. Bien évidemment les réalisations obtenues ne sont pas superposables au modèle. Ce qui doit être respecté, comme il a été indiqué ci-dessus, ce sont les formes géométriques des découpes, leur nombre, leurs positions relatives, leur orientation.

Il est nécessaire de proposer des modèles tels que les stagiaires puissent décider tout seuls s'ils ont ou non réussi, il est donc important que les erreurs éventuelles soient visibles et pour cela il importe de choisir des napperons avec des découpes de formes différentes et en nombre différent sur chacun des axes et sur deux côtés consécutifs du carré.

2.5 La prise en compte des essais et des erreurs

Les essais erronés sont intéressants à conserver. Ils ont plusieurs fonctions.

- La première, tout à fait fondamentale, est de permettre à son auteur de mener une réflexion et une analyse fine des effets d'un découpage sur un papier plié en 2, en 4, ou en 6. L'erreur peut alors être un point de départ pour affiner la réflexion : en analysant l'effet de telle découpe sur le papier déplié, le stagiaire fera des hypothèses sur les modifications à effectuer pour obtenir le résultat souhaité⁷. L'erreur acquiert ainsi un statut positif, voisin du statut qu'elle a dans la recherche.
- Une seconde fonction provient du fait que chaque réalisation, ayant été obtenue par pliage, admettra au moins un axe de symétrie. Il sera donc possible dans une seconde partie du travail de mettre en évidence les axes de symétrie des différents napperons, de faire des constats sur le motif minimum à conserver dans chaque cas pour obtenir le napperon complet en appliquant à ce motif les symétries axiales mises en évidence.

3 La synthèse et l'institutionnalisation

La synthèse portera à la fois sur les aspects mathématiques et didactiques.

Point de vue mathématique

Notion d'axe de symétrie d'une figure plane.

Éléments de symétrie des figures usuelles (triangle isocèle, losange, rectangle, carré, demi-cercle, cercle, etc.)

Lien entre symétrie axiale et symétrie centrale : lorsqu'une figure admet deux axes de symétrie et deux seulement, ces axes sont perpendiculaires et leur point commun est un centre de symétrie de la figure.

⁷ Ainsi par exemple, si un stagiaire effectue une découpe en forme de demi-cercle sur un bord du papier plié en quatre au lieu de l'effectuer sur un pli, il constate en ouvrant qu'il n'obtient pas les cercles souhaités mais des demi-cercles sur les bords du napperon. Lors de l'essai suivant le stagiaire prend en compte la position du cercle à découper par rapport au pli effectué, donc à l'axe de symétrie concerné.

Point de vue didactique

Le rôle de l'anticipation : l'anticipation est nécessaire pour répondre à la consigne et effectuer le découpage demandé.

Le rôle de l'erreur : dans cette situation, le rôle positif de l'erreur est mis en évidence. En effet, c'est bien souvent en analysant une production erronée qu'il est possible de prévoir ce qu'il faudrait faire pour obtenir tel ou tel résultat.

La validation : elle est ici en partie à la charge du stagiaire.

La notion de théorème en acte. Donnons deux exemples.

-Pour obtenir une découpe ayant la forme d'un triangle isocèle, le stagiaire découpe perpendiculairement au pli. Il utilise ici en acte une propriété relative au triangle isocèle : « l'axe de symétrie d'un triangle isocèle est également hauteur du triangle ».

-Pour obtenir un carré à partir d'un pliage en quatre, le stagiaire découpe en formant un angle de 45° , il utilise ici implicitement la propriété relative au carré : « les diagonales du carré sont axes de symétrie et bissectrices des angles ».

Le rôle des manipulations en géométrie. Il est clair que pour la majorité des stagiaires que les manipulations en géométrie ont pour rôle de permettre aux élèves de se constituer un lot d'expériences. Il est nécessaire de rappeler cependant que ces expériences ne pourront être mobilisées que si elles ont été décrites au moment de l'action et surtout évoquées après avoir été menées, de manière différée et sans retour à la manipulation. Mais les manipulations ont d'autres fonctions qu'il est nécessaire de mettre en avant : elles peuvent servir de support à l'anticipation, ce qui est le cas dans cette situation du napperon, elles peuvent également permettre une forme de validation pragmatique à l'école élémentaire.

La gestion du temps : le temps pour réaliser correctement la tâche est très variable. Il est donc nécessaire de prévoir des prolongements, ici d'autres napperons, pour les plus rapides afin de gérer convenablement le temps de la séance et l'hétérogénéité du groupe.

Transfert à l'école élémentaire

Une adaptation de cette situation est envisagée pour des élèves de classes de cycle 2 et 3. L'article de Peltier (2000-2001) est distribué. Le rôle des variables didactiques est alors mis en avant. L'activité des élèves au cours de cette situation est étudiée.

Une première phase de manipulation libre permettant l'entrée dans l'activité est nécessaire pour pouvoir dévoluer la tâche de reproduction aux élèves. Dans cette phase d'accumulation d'expériences, la main travaille, mais l'esprit est peu sollicité. Au moment de l'observation de leurs réalisations, certains élèves peuvent développer une activité de pensée en cherchant à justifier les constats qu'ils peuvent faire, mais cette activité n'est pas à proprement parler requise pour réaliser la tâche demandée.

Dans la deuxième phase, lorsqu'il s'agit de reproduire le modèle, l'esprit est mobilisé en même temps que la main. L'enfant développe une réelle activité cognitive, il anticipe son action, il la prévoit, la manipulation sert à réaliser matériellement cette anticipation et à la valider. C'est dans cette deuxième phase que l'on peut parler d'activité mathématique.

Pour prendre tout son sens dans une progression sur la symétrie axiale, la situation présentée ici, devra être adaptée à la classe dans laquelle elle sera proposée et devra bien sûr être suivie de nombreux exercices d'entraînement et de nouveaux problèmes avant de donner lieu à des exercices d'évaluation qu'il sera d'ailleurs judicieux de différer dans le temps. Ce n'est pas en effet après une seule rencontre avec une notion qu'il est possible de savoir si les élèves se sont appropriés certaines propriétés de cette notion. Il faudra de même attendre que d'autres notions aient été étudiées, pour évaluer la capacité des élèves à reconnaître par eux-mêmes des situations relevant de la symétrie axiale et à les traiter correctement.

4 Conclusion

Pour conclure cette séance, le formateur revient sur la notion de problème et sur l'activité mathématique. Les points suivants sont mis en avant.

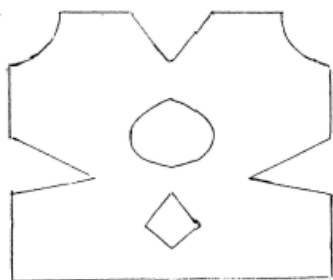
Faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes en développant un raisonnement. Pour que cette activité cognitive puisse avoir lieu le problème doit vérifier certaines caractéristiques⁸ notamment :

- Le problème doit mettre en jeu la connaissance (la notion, la technique) dont l'apprentissage est visé. Ici, une reproduction conforme au modèle du napperon nécessite la reconnaissance de l'existence d'un ou plusieurs axes de symétrie, et l'utilisation de ces axes comme droite de pliage.
- Le problème doit être "consistant", c'est à dire que la réponse ne doit pas être évidente sinon ce serait simplement un exercice d'entraînement. Dans l'activité proposée, c'est le choix du modèle pour le niveau de classe déterminé qui assurera la consistance.
- L'élève doit pouvoir s'engager dans la résolution avec ses connaissances antérieures, mais il doit aussi avoir à chercher pour les adapter et les faire évoluer. La phase initiale de manipulation libre permet aux élèves de s'engager dans la tâche de reproduction, mais les critères de conformité au modèle le conduisent à éprouver ses connaissances et éventuellement à les faire évoluer.
- La validation doit être le plus possible à la charge de l'élève (on parle d'auto-validation). Dans la situation du napperon, cette auto-validation est assurée pour un grand nombre d'élèves. Mais pour certains autres élèves, le professeur devra jouer son rôle de médiateur en questionnant l'élève de manière à le guider vers les bonnes questions.
- Le problème doit pouvoir servir de référence pour la notion et pour la classe. Cet aspect me paraît très important à souligner. En effet, s'il est nécessaire de penser l'enseignement en prenant en compte l'hétérogénéité des élèves et en prévoyant de différencier certaines tâches, une différenciation a priori au moment où les élèves vont avoir à travailler sur une notion nouvelle (ou reprise d'une année antérieure), à construire certaines de ses propriétés ou à se les approprier, serait très regrettable et il serait dommageable d'exclure certains élèves des situations censées permettre de construire du sens et d'hypothéquer ainsi toutes possibilités ultérieures de faire appel à cette situation pour mobiliser la mémoire de tous les élèves. Par ailleurs, il me semble important que chaque élève ait à chaque fois "sa chance" sur l'étude d'une nouvelle notion et n'ait pas à subir son éventuelle image d'élève faible ou en difficulté⁹ avant même d'avoir été confronté au problème posé.

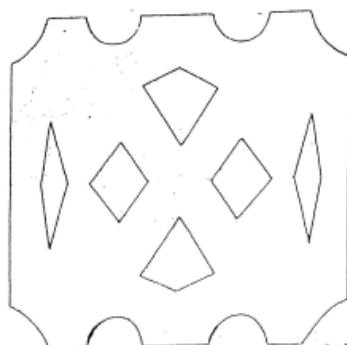
⁸ Ces caractéristiques ont été mises en évidence par R. DOUADY, RDM.7.2. La pensée sauvage (1987).

⁹ « L'effet Pygmalion » a été mis en évidence par plusieurs chercheurs, notamment ROSENTHAL et JACOBSON (1975). Les prédictions négatives des enseignants sur certains de leurs élèves se vérifieraient d'autant plus qu'elles seraient "attendues" et par certains aspects construites par les enseignants eux-mêmes. On pourrait dire que certains enfants se conformeraient à l'image que l'enseignant leur renvoie.

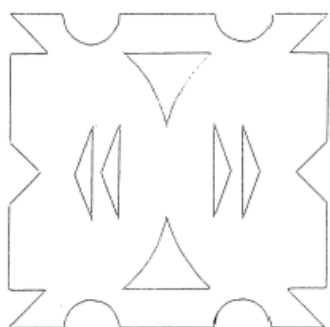
VIII - ANNEXE 2



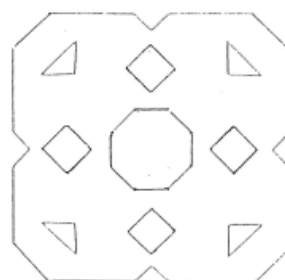
exemple 1



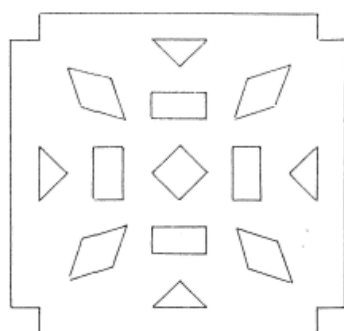
exemple 2



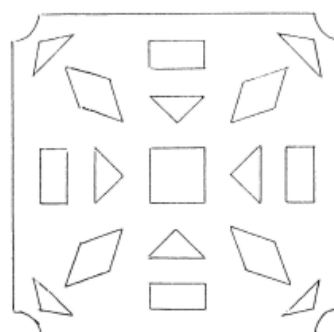
exemple 3



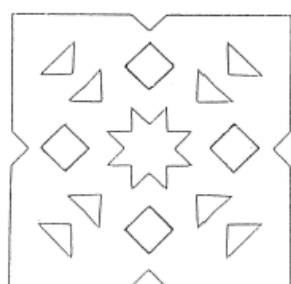
exemple 4



exemple 5



exemple 6



exemple 7



exemple 8

IX - ANNEXE 3 : EXTRAITS-EUROMATHS CE2 (2010)

Axes de symétrie d'une figure

Objectif : anticiper l'effet d'un découpage sur du papier plié.

Fiche
LP

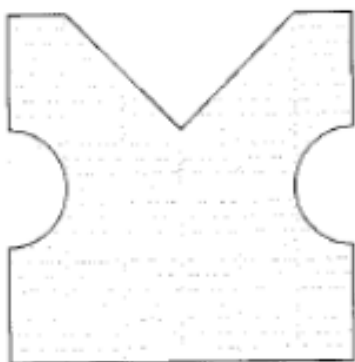
ACTIVITÉ PRÉPARATOIRE : pliages et découpages.

DÉCOUVERTE

1 Dans un carré de papier plié en deux, Alice a fait des découpes pour réaliser des napperons.

Les côtés du carré de papier sont bordés de rouge.

Quel napperon, une fois ouvert, sera identique au modèle ?
Note ta prévision, puis vérifie en réalisant les pliages et les découpages.



Modèle



A



B

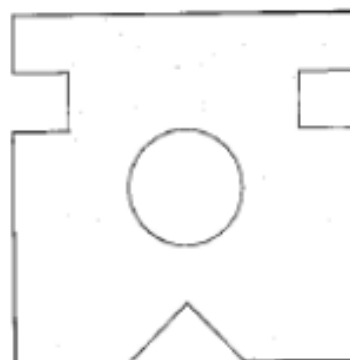


C



Quand on plie une figure en deux et que les deux parties se superposent exactement, le pli est un axe de symétrie.

2 Prends un carré de papier de côté 12 cm. Par pliage et découpage, réalise un napperon qui ressemble au napperon D. Pour vérifier regarde le nombre de découpes, leurs formes et leurs positions respectives. Tu peux faire plusieurs essais.



D

3 Trace les axes de symétrie de tous les napperons que tu as réalisés.

X - ANNEXE 4 : EXTRAITS - EUROMATHS CM1 (2009)

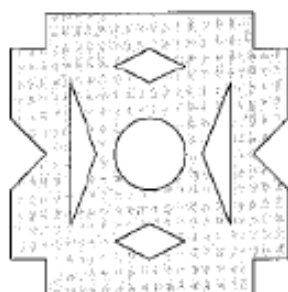
69

Symétrie par rapport à un axe

Activité préparatoire de découverte : Revoir différentes manières de faire des pliages en deux, en quatre, en huit (pliage rosace, pliage accordéon). Proposer aux élèves de faire des découpages de leur choix dans du papier plié et faire commenter les réalisations en rappelant ce qu'est un axe de symétrie.

Découverte

1. Dans des carrés de papier pliés en quatre, Théo a effectué des découpes pour réaliser des « napperons ». Les côtés des carrés sont bordés de rouge, le centre du carré est marqué par le point vert (sauf quand il a été découpé).



Modèle



A



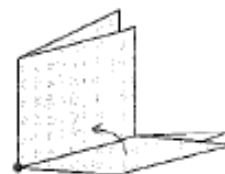
B



C



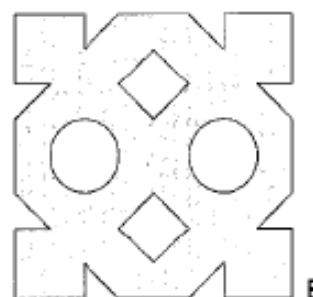
Pliage en deux



Pliage en quatre (rosace)

Parmi les napperons pliés A, B et C, quels sont ceux qui, une fois ouverts, ressembleront au modèle ? Note tes prévisions puis vérifie en réalisant les pliages et les découpes.

2. Voici un nouveau napperon. Prends un carré de papier de 15 cm de côté. Par pliage et découpage, construis le napperon E. Pour vérifier, regarde le nombre de découpes, leurs formes et leurs positions respectives. Tu peux recommencer plusieurs fois.



E



Une figure a un axe de symétrie si, quand on la plie suivant cet axe, les deux parties sont superposables.

3. Trace les axes de symétrie de tous les napperons que tu as réalisés.

XII : ANNEXE 5 : EXTRAITS - EUROMATHS CM2 (2009)

46

Symétrie par rapport à un axe

Découverte

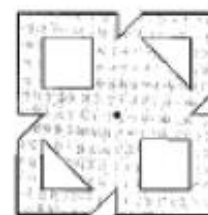
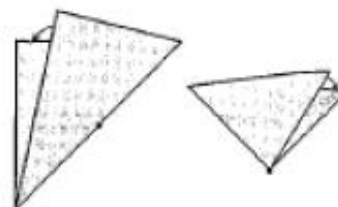
1. Leïla a plié un carré de papier en quatre selon les diagonales, puis elle a effectué des découpes pour réaliser un « napperon ». Les côtés du carré sont bordés de rouge, le centre du carré est marqué par un point vert (sauf s'il a été découpé).

En dépliant le carré de papier, Leïla a obtenu ce napperon.

Prends un carré de papier de 16 cm de côté.

Par pliage et découpage, construis un napperon semblable en plus grand à celui de Leïla.

Conserve les essais qui n'ont pas abouti.



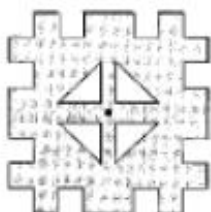
2. Théo a lui aussi confectionné un napperon, mais il a plié son carré de papier en huit. Pour cela, il l'a plié d'abord en quatre selon les diagonales, puis en deux en superposant les sommets du carré. Il a effectué les découpes que l'on voit sur la figure H.

Lequel des trois napperons A, B, C va-t-il obtenir en dépliant son papier ?

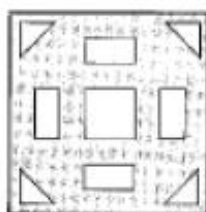
Note ta prévision puis vérifie-la en réalisant les pliages et les découpes.



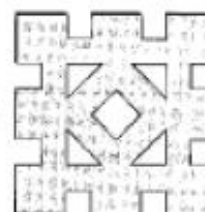
A



B



C



3. Trace les axes de symétrie de tous les napperons que tu as réalisés.

Exercices

1

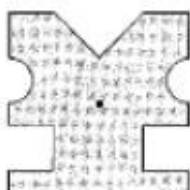
Dans un carré de papier plié en deux, dont les côtés sont bordés de rouge, Alice a effectué les découpes que tu vois sur la figure I.

Quel napperon obtiendra-t-elle lorsque le papier sera déplié ?

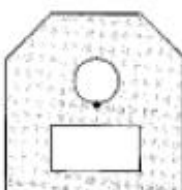
Note ta prévision, puis vérifie-la en réalisant les pliages et les découpes.



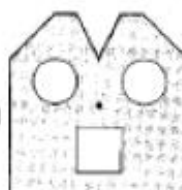
S



T



U



XI - ANNEXE 6

L'activité des napperons dans la progression de la collection Euromaths sur la symétrie du CE1 au CM2

CE1 (Euromaths 2012)	CE2 (Euromaths 2010)	CM1 (Euromaths 2009)	CM2 (Euromaths 2009)
<u>Découverte de la symétrie</u> <i>Découvrir l'effet d'un découpage sur un papier plié une ou plusieurs fois.</i> <i>Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié en deux.</i> <i>Repérer un axe de symétrie.</i>	<u>Découverte de la symétrie</u> <i>Re-découvrir l'effet d'un découpage sur un papier plié.</i> Les napperons <i>Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié.</i> <i>Identifier les axes de symétries d'une figure plane.</i> Exercices de renforcement <i>Rechercher les axes de symétries d'une figure plane.</i> <i>Utilisation du papier calque.</i>	<u>Découverte de la symétrie</u> <i>Re-découvrir l'effet d'un découpage sur un papier plié.</i>	Les napperons <i>Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié.</i> <i>Identifier les axes de symétries d'une figure plane.</i> <i>Tracer les axes de symétrie d'une figure plane</i> Exercices de renforcement <i>Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié.</i> <i>Identifier les axes de symétrie d'une figure plane.</i>
		Les napperons <i>Anticiper l'effet d'un découpage sur un papier plié.</i> <i>Identifier les axes de symétries d'une figure plane.</i> Exercices de renforcement <i>Identifier les axes de symétrie d'une figure plane.</i>	Axes de symétrie de figures usuelles <i>Identifier les éventuels axes de symétrie d'une figure plane</i>
<u>Tracés</u> <i>Compléter un dessin ou une figure par symétrie par rapport à un axe sur quadrillage (axe horizontal ou vertical).</i>	<u>Symétrie sur quadrillage (1 seul axe)</u> <i>Construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe (horizontal ou vertical).</i> <i>Vérification par pliage ou en utilisant un transparent.</i>	<u>Compléter une figure par rapport à un axe de symétrie</u> <i>Construire le symétrique d'une figure par rapport à un axe (horizontal, vertical ou oblique), ou à deux axes, sur quadrillage ou sur papier blanc en utilisant le calque.</i>	<i>Savoir qu'une figure qui admet au moins un axe de symétrie se superpose à elle-même après retournement et réciproquement.</i> <i>Identifier les éléments symétriques d'une figure admettant un axe de symétrie.</i>
			<u>Transformer une figure par symétrie par rapport à un axe</u> <i>Aspect transformation de la symétrie axiale (sur papier quadrillé ou blanc)</i> <i>Utiliser les propriétés locales de la symétrie.</i> <i>Prendre des repères pour construire la figure symétrique d'une figure donnée.</i>

XII - ANNEXE 7

Présentation synthétique des potentialités de la situation des napperons

L'activité « amorce » est repérée par une étoile.

Palier	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	 Activité mathématique Phases d'action, de validation, de formulation (décomposition des connaissances mobilisées au cours des différents temps : analyse du modèle, recherche des axes de symétrie du modèle, lien avec le pliage, « forme » des trous, axes de symétrie, comment « donner les coups de ciseaux »...).	Elève	<i>Utilisées en acte puis explicitée en contexte</i> Notion de symétrie axiale. Axes de symétrie de figures usuelles et propriétés de la symétrie axiale utilisés <i>en acte</i> par le pliage effectif ou évoqué (images mentales d'expériences déjà réalisées) <i>puis explicités en contexte</i> .		
1	Analyse réflexive de l'activité mathématique du palier 0. Comment vous avez fait ? Synthèse mathématique.	Elève Il vérifie ses connaissances propres. Enseignant Il met en perspective les apprentissages des élèves.	Décontextualisées. Définition mathématique de la symétrie axiale. Eléments de symétrie des figures usuelles (triangle isocèle, losange, rectangle, carré, demi-cercle, cercle, ...) Et aussi statut du pliage... et du découpage. Lien entre symétrie axiale et symétrie centrale.	En acte. Explicitation des obstacles rencontrés (attendus ou provoqués). Utilisation des essais.	Pas de connaissances pédagogiques car le formé n'est pas en situation d'enseignement (évoquée ou vécue).
2	Analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique. Analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou possible) de l'activité du palier 0. Comment vous a-t-on fait travailler ?	Enseignant Il analyse les conditions de mise en œuvre.		Explicitées en contexte Choix des valeurs des variables : analyse des modèles, contraintes, consignes successives, ordre des consignes, ... Explicitation de ce qui est mis en évidence et de ce qui est « laissé de côté » : ce que l'enseignant dit, fait dire, laisse dire... ce qu'il retient, oublie, met en valeur, ... Prise en compte des obstacles (difficultés prévisibles). Aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel	

			moment). Modes de validation retenus (et prise en charge de la validation). Mise en évidence de la possibilité de réajustements. Gestion des mises en commun : choix des productions, ordre des interventions. Organisation de la prise de parole par l'enseignant, identification de critères, ... Gestion de l'hétérogénéité (différenciation).
3	<i>Analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique du palier 2.</i>	<i>Enseignant.</i>	Décontextualisées Variables didactiques spécifiques au travail sur la symétrie. Symétrie à l'école primaire, progression. Rôle de l'expérience. Rôle de l'erreur en résolution de problème. Conceptions sur le traitement de l'erreur. Conceptions de l'apprentissage.
4	<i>Problématisation d'une question professionnelle en lien avec le palier 3.</i>	<i>Chercheur.</i>	Enseignement de la géométrie à des élèves dyspraxiques visuo-spatiaux (Petifour, 2014).

LES ÉCRITS PROVOQUÉS EN CLASSE ET EN FORMATION, UNE RESSOURCE QUI MÉRITE ATTENTION !

Jean-Claude RAUSCHER
Maître de Conférences retraité
IREM Strasbourg
jc.rauscher@wanadoo.fr

Résumé

Le but de l'atelier était de développer une réflexion sur les possibilités offertes par le recours à la production et l'exploitation d'écrits par les élèves (en l'occurrence de cycle 3 ou de début collège) ou par les étudiants (futurs PE) pour développer leurs connaissances. Pour cela, nous nous sommes basés sur l'analyse de cinq situations d'écrits provoqués qui ont été élaborées et expérimentées dans le cadre de travaux à l'IREM et à l'IUFM de Strasbourg (voir bibliographie). Il s'agissait de prendre connaissance de ces situations et de leurs effets, puis d'y repérer les fonctions de l'écrit qui leur donnaient leur efficacité. À ce sujet, en référence aux travaux de Raymond Duval (1995), une attention plus particulière a été portée à une fonction en général plus méconnue mais essentielle, la fonction de traitement de l'écrit, fonction qui permet d'envisager à la fois le développement de la pensée et des connaissances chez les élèves.

Préambule

Au cours de mon parcours de professeur de mathématiques en collège, d'animateur à l'IREM de Strasbourg, de formateur et d'enseignant chercheur à l'IUFM de Strasbourg, la prise en considération de la place de l'écrit dans les apprentissages des élèves ou des étudiants a constitué un fil rouge dans mes travaux tant dans le domaine du numérique que dans le domaine de la géométrie. Ces travaux furent souvent menés en équipe et j'ai eu en particulier le plaisir et la chance d'en mener certains avec mes collègues, Alain Kuzniak et Robert Adjage. Cet atelier m'a permis de continuer à développer encore ce fil rouge avec les sympathiques et actifs participants et aussi à prendre un peu de recul par rapport aux travaux réalisés dans le passé et à essayer d'en faire une synthèse.

I - POURQUOI CET ATELIER ?

Cet atelier était destiné à développer une réflexion sur les possibilités offertes par le recours à la production et l'exploitation d'écrits pour développer les connaissances des élèves et des étudiants. La motivation à le proposer partait d'un quadruple constat. D'abord j'ai eu le sentiment, dans ma carrière de formateur, que cette ressource était vraiment peu exploitée dans les pratiques des enseignants. Il est vrai, et c'était là mon deuxième constat, que les instructions ou recommandations officielles qui pointent cette ressource comme moteur d'apprentissage en mathématiques sont rares. Ensuite, par rapport aux travaux de recherche, les ingénieries élaborées dans ce domaine ne sont pas facilement transposables dans les pratiques quotidiennes des enseignants. Enfin, un constat majeur pour moi, le plus crucial peut-être, fut que, si les instructions et les travaux de recherches se réfèrent à des fonctions très importantes de l'écrit (communication, mémoire, objectivation), ils ignorent en général la fonction de traitement de l'écrit. Prenons par exemple le document d'application des programmes de mathématiques de 2002 (Ministère de la jeunesse, de l'Education nationale et de la Recherche, 2002, p. 9), qui est ce que l'on peut trouver de plus précis pour évoquer les écrits pouvant étayer les apprentissages en mathématiques. Il évoque trois types d'écrits :

- « - Les écrits de type « recherche » correspondant au travail privé de l'élève pour mener sa recherche.
- Les écrits destinés à être communiqués et discutés qui peuvent prendre des formes diverses (affiches, transparents...). Ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation tout en sachant que,

le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées.

- Les écrits de référence élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe. »

Dans cette présentation, on peut repérer les types de situations définies dans la théorie des situations (Brousseau G., 1998) pour conduire graduellement les élèves à préciser les connaissances utilisées pour résoudre un problème. Le premier type d'écrit accompagne la situation d'action où les élèves sont en recherche. Les « écrits destinés à être communiqués et discutés » correspondent à une situation de formulation pour préparer une situation de validation. Enfin par « écrits de référence », on peut comprendre des phases de décontextualisation et d'institutionnalisation.

On retrouve ces dimensions dans nombre de travaux de recherche qui prennent en compte, non seulement les écrits terminaux par lesquels les élèves communiquent leurs démarches et leurs résultats à l'enseignant, mais aussi tout le travail d'élaboration étayé par des écrits intermédiaires destinés à être relus individuellement ou communiqués aux pairs de la classe. L'écriture y apparaît globalement comme étayant une marche vers des processus de conceptualisation, de validation ou encore de décontextualisation des savoirs dans la communauté constituée par la classe. Pour cela, les fonctions principales, attribuées aux écrits des élèves, sont principalement la fonction d'objectivation, la fonction de communication et la fonction de mémoire. On pourrait citer à ce propos les travaux autour de la pratique des narrations de recherches (Chevalier, 1993), les dispositifs menant les élèves à produire « Le journal des fractions » (Sensevy, 1996), « Les bilans de savoir » (Butlen, Pézard, 2003) ou encore des « Écrits réflexifs » (Rauscher, 2006A).

Ce qui est à souligner, c'est que les travaux précédents se centrent en premier lieu sur les idées véhiculées par les écrits. Ces idées peuvent être communiquées, débattues, reformulées. Mais ils ne s'appuient pas sur la fonction de traitement de l'écrit pointée par Duval (2000, p. 135) : « Pour l'apprentissage des mathématiques, il est crucial de passer à une production écrite qui utilise les possibilités cognitives spécifiques d'organisation et de contrôle qu'offre la représentation visuelle [car écrite] du discours. ». Par cette fonction de traitement, l'accent est mis en premier lieu sur « comment c'est dit » plutôt que sur « ce qui est dit ». Il s'agit là d'une considération qui enrichit le potentiel cognitif du recours aux productions écrites.

Le but de l'atelier fut donc de permettre aux participants de découvrir ou de faire part de possibilités offertes par le recours à des productions écrites d'élèves ou d'étudiants, de repérer les fonctions de l'écrit alors en jeu et, en particulier, de souligner la fonction de traitement de l'écrit rarement explicitement évoquée dans les pratiques.

Le travail s'est basé sur la prise en considération de productions écrites d'élèves et d'étudiants réalisées dans le cadre de cinq expériences (menées dans le cadre de mes travaux de recherche). Je commencerai donc par présenter succinctement ces expériences. Par la suite, je décrirai le travail auquel étaient appelés les participants, ses résultats, puis, comme dans l'atelier, je ferai une synthèse à propos des fonctions de l'écrit rencontrées dans ces cinq travaux de recherche. Et avant de conclure, j'évoquerai les effets et les perspectives qu'a suscités l'atelier chez les participants.

II - LES CINQ SITUATIONS D'ÉCRITS PROVOQUÉS

1 Évaluation de l'évolution de la notion de nombre décimal par la production d'écrits réflexifs individuels en 6^{ème} (voir document annexe I)

Dans le cadre d'une classe de 6^{ème}, il s'agissait d'évaluer les effets de modalités d'enseignement concernant l'acquisition de la notion de nombre décimal. En référence aux travaux de Raymond Duval (1995) sur les registres, les activités proposées aux élèves avaient pour but de faire dépasser aux élèves le simple traitement algorithmique des calculs et de favoriser la conceptualisation des nombres décimaux (Rauscher, 2002). Pour développer une évaluation partagée entre l'enseignant et les élèves (Rauscher, 2006), ces derniers ont eu à effectuer mentalement dix additions et soustractions de nombres décimaux,

puis à revenir sur leur action en se prononçant sur la complexité de ces calculs. Trois mois plus tard, après enseignement, les élèves ont eu à reprendre leurs productions initiales pour en décrire les erreurs.

2 Reprise d'écrits de résolution d'un problème de comparaison de mélanges en CM1/CM2 (voir document annexe 2)

Dans le cadre de l'initiation à la notion de proportionnalité menée dans une classe de CM1/CM2, notre projet initial était d'utiliser les écrits de résolution produits par les élèves à propos de plusieurs problèmes de comparaison de mélanges comme base de débats en classe. Mais, dans cette entreprise, nous nous sommes heurtés au fait que les écrits, majoritairement incomplets ou incompréhensibles, n'étaient pas immédiatement utilisables pour cela. Néanmoins, ces écrits témoignaient de pensées balbutiantes qui méritaient d'être prises en compte. Dans ce but, nous avons réorienté le projet initial. Au lieu de faire travailler les élèves directement sur les procédures de résolution, nous avons mis en place un dispositif de comparaisons de leurs écrits initiaux qui permettait d'attirer leur attention sur la structure des écrits produits. Pour cela, nous avons choisi de centrer les élèves sur les écrits initialement produits à propos d'un problème qui ne nécessitait pas de travail heuristique important pour être résolu et, qu'à juste titre, les élèves avaient estimé « facile » (Rauscher, 2006B).

3 Transmission de messages en géométrie en 6^{ème} (voir document annexe 3)

Un des enjeux des apprentissages en géométrie (Rauscher, 1993 et IREM de Strasbourg, 2013) est de décrire une figure et aussi, plus précisément, de donner son programme de construction. Le scénario mis en œuvre ici dans le cadre d'une classe de 6^{ème} avait pour but d'atteindre cet objectif en deux phases. La première prend appui sur une activité classique dite « figures téléphonées » pour faire produire des écrits destinés à rendre possible la reproduction d'une figure par un autre élève qui ne voit pas la figure décrite. Très souvent, les élèves arrivent à reproduire la figure en devinant des informations qui ne figurent pas dans le message initial. C'est en général à ce stade, que les enseignants, découragés par la qualité des messages proposés par les élèves, reprennent la main, soit en livrant des messages corrects, soit en faisant semblant d'exécuter les messages rédigés par les élèves pour en montrer les manques ou les inexactitudes. Mais les élèves montrent alors peu d'attention : le contrat qui était d'arriver à reproduire la figure à partir du message reçu est après tout rempli quelle que soient les qualités de ces messages ! Pour notre part, dans une deuxième phase de travail, nous nous sommes au contraire appuyés sur les défauts et l'hétérogénéité de ces messages pour en faire un objet d'observation pour les élèves. Nous les avons engagés dans une réflexion sur la qualité d'un échantillon d'écrits initiaux avant qu'ils ne rédigent un nouveau texte. Le but, proposé aux élèves, n'était plus de reproduire la figure mais un message complet du point de vue des informations essentielles à donner. Les deux figures étaient choisies pour leur parenté du point de vue des enjeux principaux : dans la figure 1, il s'agissait de pouvoir définir l'obtention de la « pointe » (par exemple par intersection des diagonales d'un carré) et dans la figure 2, il s'agissait de repérer le centre du demi-cercle et son rayon. Cette situation a aussi été reprise de nombreuses fois dans des classes de fin d'école primaire (CM1/CM2).

4 Un problème de modélisation proposé à des CM1/CM2 (voir document annexe 4)

Le « Problème du géant » est un problème de Fermi : ancré dans le réel, pas de nombres dans l'énoncé, problème ouvert nécessitant de faire des hypothèses et de les valider. Ce problème a été proposé à des élèves de CM1/CM2 pour les initier à une pratique de modélisation. En rupture avec ce qui se pratique habituellement dans les classes, le projet était ambitieux. Notre hypothèse majeure, largement validée (Adjage, Rauscher, 2013), était qu'une pratique consistant à partager et à reprendre des écrits de pairs, tout au long de la séquence, aiderait les élèves à développer une solution intégrant les modalités du processus de modélisation. Ici nous nous centrons sur la dernière séance de travail où les élèves, avant de reprendre la rédaction d'une solution, avaient à comparer des textes de résolution précédents lacunaires : même si on pouvait y déceler quelques indices de compréhension de la solution du problème, ils ne permettaient pas de dire s'ils témoignaient de l'appropriation d'un raisonnement complet. Seule la capacité des élèves, à expliciter les éléments et les articulations d'un raisonnement rigoureux, permettrait de témoigner des progrès dans la compréhension de la démarche de

modélisation. Pour favoriser ces progrès, les textes à observer avaient été choisis car on pouvait trouver, dans leur réunion, la quasi-totalité des éléments d'un raisonnement rigoureux. Même les textes les plus incomplets apportaient des contributions qui ne figuraient pas nécessairement dans les autres textes.

5 Un problème de géométrie de 4^{ème} proposé à des étudiants PE (voir document annexe 5).

L'exercice que nous avons intitulé « Charlotte ou Marie qui a raison » (Hachette Cinq sur Cinq 4^{ème} 1998, p. 164) est un exercice qui a été proposé à des étudiants préparant le CAPE dans le cadre d'un dispositif de formation qui, sur un temps bref, tente de sensibiliser les étudiants à la diversité des approches de la géométrie. Les étudiants devaient résoudre le problème et exprimer leurs difficultés et incertitudes. Leurs réponses et leurs déclarations nous montraient des approches et des connaissances très variées de leur part. Un retour réflexif, sur un panel sélectionné de leurs productions, leur était alors proposé. Ce retour permettait alors, non seulement de revenir sur les savoirs en question, mais surtout de les sensibiliser à l'existence de différents paradigmes géométriques en jeu (Kuzniak, Rauscher, 2003 et 2004).

III - LE TRAVAIL D'ANALYSE DEMANDÉ

J'ai fait le choix, dans la conduite de l'atelier, de ne pas faire d'entrée un exposé théorique sur les fonctions de l'écrit, exposé qui aurait pu servir de repère pour analyser les situations d'écrits provoqués présentés. Un des buts de l'atelier était de laisser une place au recueil des visions *a priori* des participants dans ce domaine, puis d'amener les apports théoriques qui permettraient de développer les réflexions en fonction de ces représentations initiales. Le travail demandé aux participants s'est, pour cela, déroulé en trois phases.

1 Première phase : « Description et analyse des situations »

Dans une première phase intitulée « *Description et analyse des situations* », les participants ont pris connaissance des cinq situations appelant des écrits provoqués chez les élèves telles qu'elles sont présentées dans les documents annexes. Contrairement aux lecteurs de ce compte rendu d'atelier qui viennent de lire le paragraphe II, les participants ne disposaient d'aucune information sur les motivations qui m'avaient amené à proposer aux élèves ou étudiants ces situations provocantes. Ces présentations ne comportaient pas non plus de productions écrites d'élèves. Au-delà de la prise de contact avec ces situations, il s'agissait, pour les participants, de faire une analyse *a priori* de ce qu'ils y voyaient, eux, comme usages et intérêts possibles. Pour cela, la question posée était la suivante : *Après avoir effectué la tâche proposée, dites quelle exploitation des productions vous envisageriez et dans quel but ?* Cette procédure me permettait de recueillir leurs représentations sur l'usage possible d'écrits provoqués. D'un point de vue pratique, dans un premier temps, les participants ont lu l'ensemble des cinq présentations. Ensuite, par groupe de trois ou quatre, chaque groupe s'est attaché plus précisément à l'une de ces situations avec pour mission de rendre compte de leur analyse à l'ensemble des participants.

2 Deuxième phase : « Analyse de productions d'élèves ou d'étudiants »

Dans une deuxième phase, intitulée « *Analyse de productions d'élèves ou d'étudiants* », les participants ont pris connaissance des écrits qui avaient été sélectionnés et exploités avec les élèves ou les étudiants dans chacune des cinq situations expérimentales. Chaque groupe retrouvait la situation dont il s'était occupé dans la première phase et avait à répondre aux deux questions suivantes : « *Que nous apprennent ces écrits ? Quelle exploitation envisageriez-vous de ces écrits et dans quel but ?* ». Comme dans la première phase, chaque groupe avait à rendre compte de son analyse.

Ces deux premières phases ont largement permis d'entamer la réflexion et la discussion avec l'ensemble des participants. Enfin, dans la deuxième phase, j'ai eu l'occasion de décrire chaque fois les contextes et les déroulements de ces expériences.

3 Troisième phase : « Comparaison des cinq expériences, similitudes et différences »

Les deux premières phases ayant permis aux participants de connaître les différentes expériences et de partager leurs visions, la troisième phase avait pour but d'approfondir la réflexion à propos des fonctions de l'écrit en jeu dans ces situations. Pour cela, j'ai appelé à un travail de classement des cinq situations pour relever les similitudes et les différences quant aux fonctions de l'écrit utilisées pour favoriser les apprentissages. Cela m'a donné l'occasion de faire une synthèse et, en particulier, de donner des précisions sur la fonction moins connue de traitement sur laquelle s'appuient plusieurs de ces situations et le passage d'une « posture orale à l'écrit » à une « posture écrite à l'écrit ».

IV - ANALYSE DES SITUATIONS PAR LES PARTICIPANTS

Quelles étaient alors les représentations *a priori* des participants relativement à l'utilité du recours aux écrits provoqués dans les cinq situations ? Globalement, de façon implicite ou explicite, les fonctions classiques de communication, de mémoire et d'objectivation ont été évoquées à juste titre. En revanche, la fonction de traitement de l'écrit n'est pas apparue d'emblée. Détaillons cet aperçu global.

Un premier trait à relever est que les collègues ont été très sensibles à la mine de renseignements sur les élèves que donnent ces écrits aux enseignants. Par exemple, « *Ces écrits nous donnent accès aux conceptions spontanées des élèves* » (situation 2, comparaison des mélanges) ; ou encore « *Ils nous montrent que le vocabulaire expert est parfois présent, mais les descriptions sont incomplètes* » (situation 3, transmissions de messages en géométrie).

Un deuxième trait est qu'ils soulignent, surtout par rapport aux situations 1 et 5, la prise de distance par rapport aux savoirs en jeu que provoque, chez les élèves, le passage par l'écrit. L'un des participants l'évoque de la façon suivante : « *Les écrits comme support de réflexion métacognitive, posture incontournable pour décontextualiser les savoirs, pour passer de l'activité au savoir* ». Ainsi, dans la première situation, c'est la « *décentration du travail de l'élève de la tâche qui lui est proposée* » qui est évoquée. Dans la cinquième situation, la confrontation des réponses des étudiants doit amener à la « *distinction entre la géométrie perceptive et la géométrie déductive* ».

De façon générale, c'est *a priori* la possibilité d'organiser des débats en confrontant les productions qui est soulignée. Mais pourtant, dans les cas des situations 2, 3 et 4, les participants, prenant connaissance des écrits réellement produits par les élèves, concluent à l'impossibilité de les utiliser pour une confrontation alimentant les débats. C'est sur ce point que j'ai été amené à m'opposer à l'opinion des participants, en me référant aux expériences menées. Pour illustrer cette opposition, prenons le cas de la situation très exemplaire des comparaisons de mélanges, cas d'ailleurs similaire à la situation 4 (le problème du géant) que je ne développerai donc pas ici.

Le groupe qui a analysé les écrits produits dans cette situation dit qu'ils montrent que « *le langage est déficitaire chez les élèves pour expliciter leur raisonnement, le défendre, l'abandonner* ». Mais en l'occurrence, c'est aussi la complexité de la tâche proposée aux élèves qui est soulignée à juste titre : « *L'écrit est difficilement compréhensible par un lecteur car c'est dû à la situation qui traite d'une relation entre grandeurs et d'une relation entre nombres* ». C'est alors un retour à la situation initiale qui est prôné avec un débat sans recours aux écrits des élèves : « *Ces écrits sont difficilement exploitables car une argumentation sérieuse nécessite la reprise de la situation de départ* ». Alors, des productions écrites utilisables ou pas ? Pour notre part, dans le travail mené alors avec les élèves (Rauscher, 2006A), nous étions aussi très proches d'un abandon de l'exploitation de ces écrits très balbutiants. Nous avons alors décidé de demander aux élèves de comparer les qualités et les défauts de six textes relatifs à l'exercice qui était le plus facile à leurs yeux et où les justifications étaient, sinon complètes, en tout cas plus fournies. Ces textes, chacun incomplet, ont été choisis car on pouvait trouver dans leur réunion la quasi-totalité des éléments d'un raisonnement rigoureux. Le but de la séance était annoncé aux élèves : il s'agit en fin de compte de rendre les argumentations plus compréhensibles et complètes. Le travail de comparaison a d'abord été mené par binômes avec production écrite des remarques. Une mise en commun, dirigée par la maîtresse, au tableau, a permis de dégager les défauts et les qualités des différentes productions soumises aux élèves. À la fin de la séance, après la récréation, nous avons demandé aux élèves de répondre le plus

complètement possible à la question du problème et obtenu des textes argumentés complets pour la plupart des élèves. Que s'est-il passé ? La confrontation à la diversité des productions de leurs camarades oblige les élèves à changer de posture par rapport à l'écrit et à se décentrer pour analyser les différentes structures de ces productions. Ces élèves mettent le texte en questions, repèrent la présence ou l'absence d'éléments pertinents, relèvent des imprécisions, font des propositions d'amélioration ; bref, ils s'engagent dans une pratique écrite de l'écrit. Le travail de comparaison des textes est déterminant pour amener les élèves à considérer les éléments et les articulations d'un raisonnement complet. Par la suite, en reprenant le travail de rédaction, les textes se complètent, les sous-entendus se font plus rares. À ce sujet, nous avons entendu une élève dire à sa voisine : « *Mais la maîtresse n'est pas bête, elle comprendra sans que tu parles du deuxième mélange.* ». La voisine a répondu : « *Il faut faire comme si elle n'avait pas compris.* ». Et les productions finales montrent que les élèves ont réussi à développer, en fin de compte, des argumentations complètes et cohérentes dont j'ai présenté des exemples dans l'atelier (Rauscher, 2006A et B). C'était la première fois, dans mes recherches, que je proposais explicitement un tel procédé recourant à la comparaison d'écrits sélectionnés pour initier les élèves au traitement de l'écrit. On retrouve un scénario semblable dans la situation n°4 du problème de modélisation du Géant (Adjage, Rauscher, 2013). Là aussi, les participants n'ont *a priori* pas suggéré d'utiliser les textes des élèves, bien incomplets à leurs yeux, pour une confrontation ; tout comme dans la situation n° 3 de la transmission de messages décrivant des figures géométriques. En l'occurrence, le groupe, qui s'est occupé de cette situation, a bien évoqué l'utilisation de ces textes, mais non pas pour les mettre en parallèle à des fins de comparaison, pour en repérer les qualités et défauts, mais pour les mettre en débat au cas par cas pour en souligner les manques « *en faisant construire étape par étape les programmes proposés* ».

On constate donc bien que les participants, sensibles à juste titre à d'autres fonctions, n'ont pas évoqué la possibilité de s'appuyer sur les textes produits par les élèves pour enclencher un travail de traitement de leurs écrits. Ce qui, comme nous l'avons exposé dans le paragraphe I (« Pourquoi cet atelier ? »), n'était pas pour nous surprendre. Ce fait s'est confirmé par le classement par les participants des cinq situations où sont apparus des classements qui se référaient surtout aux tâches en jeu. Par exemple : « *Il y a des écrits de communication indispensables à la réussite de la tâche (situation n° 3), des écrits de démonstration (situation n° 5) et des écrits utiles pour accéder aux procédures de résolution (situation n° 4)* ».

V - LES FONCTIONS DE L'ÉCRIT EN JEU DANS LES CINQ SITUATIONS

À la suite des présentations de chaque groupe, j'ai pu montrer la conduite des expériences en faisant apparaître, dans les faits, la prise en compte de cette fonction dans certains cas et résumer succinctement les résultats obtenus. Le moment était venu de compléter mes propos en proposant une synthèse dressant un panorama des fonctions en jeu dans les cinq situations expérimentées.

1 Point commun et différence

Les écrits des cinq situations ont pour visée commune « *une prise de conscience de quelque chose qui prend alors le statut d'objet* » (Duval 1995, p.24). Ces écrits ont donc une fonction d'objectivation. Mais nous distinguerons les cas où il s'agit en premier lieu d'une objectivation de la forme des écrits, des cas où il s'agit directement d'une objectivation des savoirs en jeu.

Dans cette dernière catégorie, nous plaçons les écrits relatifs à l'exercice « Charlotte et Marie », pour lesquels c'est immédiatement la prise de conscience des différents paradigmes en géométrie qui est visée. Nous y rangeons aussi les écrits relatifs aux calculs sur les décimaux où les élèves sont amenés à objectiver les traitements dans les différents registres d'écriture des nombres. Nous opposons ces deux situations aux situations où il s'agit d'objectiver non pas immédiatement les savoirs en jeu mais d'abord la forme des écrits en jeu. Dans le cas des « comparaisons de mélanges », dans le cas du « problème du géant », ainsi que dans le cas des « messages téléphonés », les textes incomplets sont comparés afin de produire un texte de validation complet dans les deux premiers cas et un programme de construction complet dans le dernier. Quel est l'intérêt essentiel de cette approche par objectivation de la forme des

écrits ? C'est de permettre aux élèves de passer d'une pratique orale de l'écrit à une pratique écrite de l'écrit.

2 Pratique orale de l'écrit et pratique écrite de l'écrit

C'est dans la situation « comparaison de mélanges » que notre attention a été attirée par l'incomplétude formelle que revêtaient des raisonnements produits par des élèves relativement à une comparaison de proportions sur un cas qu'ils pensaient bien maîtriser. Les élèves communiquaient par écrit ce qu'ils voulaient dire comme ils l'auraient fait à l'oral, laissant implicites des éléments importants du raisonnement. À ce sujet, Raymond Duval (2000) nous rend attentifs à la différence entre une pratique « orale » de l'écrit où l'on écrit comme on parle (mais sans interlocuteur immédiat) et une pratique « écrite » où le texte est repris et travaillé. Il précise : « *Pour l'apprentissage des mathématiques, il est crucial de passer à une production écrite qui utilise les possibilités cognitives spécifiques d'organisation et de contrôle qu'offre la représentation visuelle [car écrite] du discours* ». Cette pratique écrite de l'écrit, Tanguay (2005) la décrit dans le cas de texte de démonstrations comme étant : « *faite de pauses, de retour sur les propositions déjà énoncées, de réaménagements et simultanisations (pour rapprocher des propositions ou blocs de propositions non contigus dans le texte), de recul, d'appréhension globale (pour saisir certains éléments de macro-organisation) ; bref, de réflexion. Toutes choses que ne permet pas cette « linéarisation de la pensée » (Duval 2001, p.191) imposée par une pratique orale du texte, faite de fluence, de séquentialité, d'irréversibilité. À travers une telle « pratique écrite de l'écrit », l'élève produit le texte de démonstration, non plus à des fins de communication, mais pour en contrôler et la validité et l'absence de lacunes.* » Il cite encore (Duval 2000, p. 146) : « *Écrire devient alors une pratique qui libère les élèves des contraintes temporelles et socio-interactionnelles immédiates et leur permet de se centrer sur la preuve formelle* ». L'accent est mis en premier lieu sur « comment c'est dit » plutôt que sur « ce qui est dit ». Il s'agit là d'une pratique essentielle si l'on veut que les élèves puissent appréhender le caractère objectif et structuré que doit avoir une justification ou un raisonnement en mathématiques.

Cette pratique écrite de l'écrit n'est pas exercée spontanément par les élèves d'où, dans les trois situations, une initiation à ce travail par la mise en commun d'écrits sélectionnés. Dans le cas de la situation « comparaison de mélanges », nous avons précisément choisi un raisonnement qui était à portée des élèves. Il ne s'agit pas d'un étayage de l'heuristique. Duval et Egret (1989) ont développé cette approche dans le domaine de l'apprentissage de la preuve formelle en géométrie en misant sur le contrôle de l'écrit par les graphes (donc en jouant en sur la mise en parallèle de deux registres).

3 Retour sur les utilisations plus classiques des productions écrites

Par contraste et pour mieux comprendre la différence, revenons sur les deux autres situations, dans lesquelles c'est l'objectivation des connaissances et savoirs en jeu qui est visée. Dans le cas de « Charlotte et Marie », ce n'est pas la forme des écrits qui est prise en compte mais leurs contenus. On joue là sur les comparaisons, non pas pour repérer des incomplétudes, la présence ou l'absence d'articulations ou d'éléments pertinents, mais pour rendre compte de différentes démarches et finalement prendre conscience des différents paradigmes en géométrie. Dans le cas des calculs sur les décimaux, les élèves sont appelés à formuler les traitements dans les différents registres de représentation des nombres décimaux. Nous sommes là dans un schéma plus connu de travaux de recherche où l'écriture apparaît comme étayant une marche vers des processus de conceptualisation, de validation ou encore d'institutionnalisation des savoirs dans la communauté constituée par la classe. Dans cette catégorie, évoquons quelques travaux. Dans les « Narrations de recherche » (Chevalier, 1993), les élèves ont à objectiver leur propre action de recherche par description des démarches et des impasses et la mise en commun des écrits a pour but de développer les idées de recherche et enclencher les processus de validation. Dans « Le journal des fractions » (Sensevy, 1996), c'est l'émergence d'une mémoire de la classe et un accroissement de l'épaisseur épistémologique du travail des élèves qui sont visés par un jeu de questionnement écrit partagé par rapport au contenu en jeu. Dans les « Bilans de savoir » (Butlen et Pézard, 2003), c'est une évolution des degrés de décontextualisation et de généralisation chez chaque élève qui est visée par des résumés et des confrontations de ce qui a été appris et de ce qui est à retenir formulés par écrit par les élèves. Pour ma part, j'ai tenté de promouvoir l'objectivation des savoirs et connaissances en jeu par des « Écrits réflexifs » (Rauscher, 2006A) qui demandent du recul par rapport à

une tâche première. Comme par exemple de classer des exercices en "faciles/difficiles" et de justifier ce classement. Tous ces travaux précédents se centrent donc en premier lieu sur les idées véhiculées par les écrits. Ces idées sont communiquées, débattues, éventuellement reformulées. Ils ne s'appuient pas sur la fonction de traitement de l'écrit pointée par Duval.

VI - EFFETS ET PERSPECTIVES ÉVOQUÉS PAR LES PARTICIPANTS

Lors des échanges que j'ai eus tout au long de l'atelier et dans une, hélas brève, discussion finale, les participants se sont révélés très sensibles à la possibilité de s'appuyer sur des écrits provoqués pour enseigner. Pour certains, il s'agissait là de la découverte d'une ressource que la diversité des cinq situations leur a montré. Quelques témoignages de pratiques personnelles ont pu être échangés. Des enseignants du primaire ont évoqué le jeu du portrait en géométrie. D'autres envisagent de faire des liens entre les apprentissages en mathématiques et en langue. Un formateur qui m'a fait parvenir ses réflexions après le colloque par écrit s'est trouvé conforté dans l'idée de pratiques de métacognition mais a fait part d'un changement de perspective amené par le travail dans l'atelier : *« J'ai déjà utilisé des écrits mais en restant au premier niveau, en prenant à ma charge (même si cela se faisait dans l'interaction) la réflexion métacognitive au lieu d'en laisser la charge aux apprenants comme tu nous l'as fait faire. Je gérais le niveau métacognitif toujours à l'oral et non à l'écrit comme tu l'as fait émerger »* Et cela lui donne de nouvelles perspectives : *« Au lieu d'amener moi-même les éléments structurants (mes objectifs de formation) à partir du matériau recueilli, je chercherai à faire émerger de façon adidactique (question indirecte sur la validité, l'efficacité, l'efficience, les valeurs sous-jacentes...), par les apprenants eux-mêmes, les savoirs qui sont au cœur de mon objectif »*. Quelques indices montrent aussi que la possibilité de recourir à la fonction de traitement de l'écrit est envisagée et bien comprise. L'un des participants souligne la *« différence entre exploiter les écrits recueillis à l'oral et l'exploitation par confrontation d'écrits »* et définit bien le travail de traitement que permettent ces procédures en pointant *« les écrits, comme lieu de confrontation entre ce qu'on voulait dire, ce que d'autres ont compris de ce que l'on a dit, ce que l'on pense avoir dit, ce qu'on dirait une autre fois »*. Une piste de réflexion est d'ailleurs lancée par un autre participant qui se demande *« si on ne pourrait pas aussi avoir une pratique écrite de l'oral »*, ouvrant là les questions importantes de la spécificité et de l'articulation de l'oral et de l'écrit.

On voit là qu'un travail de réflexion a été amorcé dans l'atelier qui suit certainement son cheminement chez tout un chacun dans son contexte professionnel.

VII - CONCLUSION

Ce travail de réflexion à poursuivre peut porter certainement sur toutes les fonctions de l'écrit qui ont été rencontrées dans l'atelier et sur lesquelles on peut tabler pour développer les connaissances des élèves, comme nous l'avons vu dans les situations présentées (nombres décimaux, modélisation, proportionnalité, géométrie). Mais en conclusion, je pense qu'au-delà des connaissances mathématiques atteintes, il est utile de souligner un enjeu important qu'on peut viser en s'appuyant sur des écrits provoqués : le développement de la capacité de penser des élèves. En l'occurrence, ce développement passe dans nos exemples par une initiation à la fonction de traitement de l'écrit en passant d'une posture orale de l'écrit à une posture écrite de l'écrit. Il s'agit là d'une initiation souvent ignorée mais tellement essentielle pour le développement de la capacité de penser des élèves. Cette idée est énoncée par Duval (1995) de la façon suivante : *« Les registres constituent les degrés de liberté dont un sujet peut disposer pour s'objectiver à lui-même une idée encore confuse, un sentiment latent, pour exploiter des informations ou simplement pouvoir les communiquer à un interlocuteur »*. En l'occurrence, la langue naturelle écrite constitue un registre qu'il est important d'apprendre à traiter. On peut reconnaître cette idée dans le dernier projet de socle commun de connaissances dans la rubrique *« Des langages pour penser et communiquer »* : *« L'élève s'exprime à l'écrit pour raconter, décrire, expliquer ou argumenter de façon claire et organisée. Lorsque c'est nécessaire, il reprend ses écrits pour rechercher la formulation qui convient le mieux et préciser ses intentions et sa pensée. »* (J.O. du 2-4-2015) Nous pouvons ici, avec les participants de l'atelier, et fort de nos expérimentations dans ce domaine, évoquer la comparaison d'écrits provoqués comme

une piste féconde pour cet apprentissage, comme le décrit si bien notre collègue en évoquant les idées fortes qu'il a retenu de l'atelier : *« les écrits, comme lieu de confrontation entre ce qu'on voulait dire, ce que d'autres ont compris de ce que l'on a dit, ce que l'on pense avoir dit, ce qu'on dirait une autre fois »*. Sans en faire un procédé systématique, ce genre de travail de comparaisons d'écrits où l'accent est mis en premier lieu sur « comment c'est dit » plutôt que sur « ce qui est dit » contribuerait à développer les capacités de penser, et en particulier de saisir la nature des raisonnements en mathématiques. Il peut trouver facilement ses moments dans toutes les perspectives pédagogiques en mathématiques (je pense par exemple aux « parcours d'études et de recherches ») et s'intègre facilement dans les pratiques.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie situation 1 « Additions et soustractions de décimaux »

RAUSCHER J.-C. (2002). Le rôle de l'écrit dans les travaux numériques au début du collège, *Repères – IREM*, **48**, 85-108.

RAUSCHER J.-C. (2006A). Écrire en mathématiques pour situer et négocier les écarts. Un outil d'évaluation partagé. In Hélot et al. (Eds.) *Écarts de langue, écarts de culture*, Frankfurt am Main : Peter Lang, 87-102.

Bibliographie situation 2 « Comparaisons de mélanges »

RAUSCHER, J.-C. (2006B). Dire ou écrire ? Activités d'écritures réflexives dans une situation de résolution de problèmes de proportions dans une classe d'élèves de 9/10 ans, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **volume 11**, IREM Strasbourg, 75-102.

Bibliographie situation 3 « Transmission de messages en géométrie »

PLUVINAGE F., RAUSCHER J.-C. (1986). La géométrie construite mise à l'essai, *Petit x*, **11**.

RAUSCHER J.-C. (1993). L'hétérogénéité des professeurs face à des élèves hétérogènes. Le cas de l'enseignement de la géométrie au début du collège, *Thèse USHS*, IREM de Strasbourg.

IREM DE STRASBOURG (2013). Une action de formation continue dans le domaine de la géométrie (pp 81-84) Écrire pour comprendre et apprendre les mathématiques (pp 85-91). In *Brochure « Marie-Agnès Egret et l'enseignement des mathématiques »*, IREM, Strasbourg.

Bibliographie situation 4 « Un problème de modélisation : le pied du géant »

RAUSCHER J.-C., ADJIAGE R., BELIAEVA T. (2010). Modélisation et écrits réflexifs : des outils pour apprendre ? Réflexion à partir d'une expérimentation en CM2. In *Actes du XXXVI^{ème} colloque COPIRELEM*, Auch 2009. *L'enseignement des mathématiques à l'école : où est le problème ?* (CEDEROM) ARPEME, Paris.

ADJIAGE R., RAUSCHER J.-C. (2013). Résolution d'un problème de modélisation et pratique écrite de l'écrit, *Recherches en didactiques des mathématiques*, **volume 33/1**, 9-39.

RAUSCHER J.-C., ADJIAGE R. (2014). Espaces de travail et résolution d'un problème de modélisation, *Revista Latino americana de Investigación en Matemática Educativa*, **V 17**, 41-64, (ou encore : *Actes en ligne -Laboratoire Turing-Université de Montréal*, turing.scedu.umontreal.ca/etm/documents/Actes-ETM3.pdf).

Bibliographie situation 5 « Un exercice de géométrie, Marie ou Charlotte : qui a raison ? »

KUZNIAK A., RAUSCHER J.-C. (2003). Autour de quelques situations de formation en géométrie pour les professeurs d'école, in *Actes du XXIX^{ème} colloque COPIRELEM*, IREM des Pays de la Loire.

KUZNIAK A., RAUSCHER J.-C. (2004). Formation des PE1 et anamnèse géométrique, in *Actes du XXX^{ème} colloque COPIRELEM*, IREM.

CASTELA C., CONSIGLIERE L., GUZMAN I., HOUEMENT C., KUZNIAK A., RAUSCHER J.-C. (2006). Paradigmes géométriques et géométrie enseignée au Chili et en France : une étude comparative de l'enseignement de la géométrie dans les systèmes scolaires chiliens et français. *Cahier DIDIREM spécial 6*, IREM Paris 7.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. **Volume 11**, 175-193.

KUZNIAK, A., RAUSCHER, J.-C. (2011). How do Teachers' Approaches on Geometrical Work relate to Geometry Students Learning Difficulties? *Educational studies in Mathematics*. **77/1**, 129-147.

Bibliographie générale

BROUSSEAU G. (1998). Théorie des Situations Didactiques, *La pensée sauvage*, Grenoble.

BUTLEN D., PÉZARD M. (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques* **23/1**, 41–78.

CHEVALIER A. (1993). Un nouveau type d'exercices scolaires. *Petit x* **33**, 71–79.

DUVAL R. (1995). Sémiosis et pensée humaine. Bern : Peter Lang.

DUVAL R. (2000). Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 20(2) 135–170.

DUVAL R. (2001). *Écriture et compréhension : Pourquoi faire écrire des textes de démonstration par les élèves ?* In Barbin E., Duval R., Giorgiutti I., Houdebine J., Laborde C. (Eds.) Produire et lire des textes de démonstration (pp. 183-206). Paris : Ellipses.

DUVAL R., ÉGRET M.A. (1989). Comment une classe de quatrième a pris conscience de ce qu'est une démarche de démonstration. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg* 2 41–64.

IREM DE PARIS (2002). Expériences de narration de recherche en mathématiques, *ACL - Les éditions du Kangourou, IREM de Paris, Paris, 2002*.

LEGROS, D., PUDELKO, B. (2000). J'écris, donc j'apprends ? in *Cahiers pédagogiques n°388-389* Paris : CRAP, 12-15.

PRESSIAT A. (2001). L'écrit en mathématiques au collège, in Colomb J. et Martinand J-L. (eds) *Eléments pour une didactique comparée. Langue écrite, graphismes et constructions des savoirs, INRP, collection Documents et travaux de recherche en éducation, Paris*, 61-95.

SAUTER M. (1998), Narration de recherche : une nouvelle pratique pédagogique, *Repères – IREM* , **30**, 9-21

SENSEVY G. (1996). Le temps didactique et la durée de l'élève. Étude d'un cas au cours moyen : le journal des fractions. *Recherche en Didactique des Mathématiques* **16/3**, 7–46.

TANGUAY D. (2005). Introduction. In Tanguay D. (Ed.) In Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec GDM 2005, Montréal : UQAM. 1-4.

VYGOTSKI L. (1934). *Pensée et langage*. Rééd. 2002. Paris : La Dispute.

IX - ANNEXE 1 : SITUATION 1 « ADDITIONS ET SOUSTRATIONS DE NOMBRES DÉCIMAUX »

Phase de travail 1 : document pour description et analyse de la situation

Une classe de 6^{ème}. Dix calculs (calcul mental) sur addition/soustraction de nombres décimaux en début d'année scolaire.

5 additions :	5 soustractions :
a : $15,7 + 23$	f : $15,7 - 6$
b : $0,7 + 0,3$	g : $2,3 - 1,7$
c : $0,2 + 0,03$	h : $0,48 - 0,3$
d : $0,40 + 0,5$	i : $5 - 0,4$
e : $1,8 + 0,25$	j : $1,7 - 0,05$

Les élèves avaient à :

- Calculer mentalement.
- Classer les calculs en "faciles/difficiles" et justifier ce classement.

Ils avaient ensuite la possibilité de modifier les réponses initiales (avec une autre couleur).

Phase de travail 2 : document pour analyse des productions des élèves

Productions des élèves en septembre :

Voici comment, en septembre, les élèves ont jugé les questions (chaque « x » correspond à un exercice signalé par un élève selon le cas comme facile ou difficile) :

	Facile	Difficile
a : $15,7 + 23 = 38,7$	xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx (18)	xx(2)
b : $0,7 + 0,3 = 1$	xxxxxxxxxxxxxxxxxxxx(17)	x(1)
d : $0,40 + 0,5 = 0,9$	xxxxxxxxxxxx(11)	(0)
c : $0,2 + 0,03 = 0,23$	xxxxxxxxxxx (10)	x(1)
e : $1,8 + 0,25 = 2,05$	xxxxxxx(7)	x(1)
f : $15,7 - 6 = 9,7$	xxxxxxx(7)	xxxxxx(6)
i : $5 - 0,4 = 4,6$	xxxxx(5)	xxxxxxx(8)
h : $0,48 - 0,3 = 0,18$	xxxx(4)	xxxxx (5)
g : $2,3 - 1,7 = 0,6$	x(1)	xxxxxxxxxxxxx (12)
j : $1,7 - 0,05 = 1,65$	x(1)	xxxxxxxxxxxxxxxx(13)

Quelques justifications en septembre :

- 1 : Ce calcul est facile parce que je peux faire le calcul sans le poser dans ma tête.
 2 : $0,40 + 0,5$ facile car il suffit d'additionner 40 et 5 et que ça se fait facilement !
 3 : $15,7 + 23$ et $15,7 - 6$ sont des calculs faciles parce qu'on n'a pas à se soucier du chiffre qui est après la virgule
 4 : Les calculs faciles sont ceux où il y a de petits nombres comme $0,7 + 0,3 = 1$ et $0,40 + 0,5 = 0,45$, mais que les calculs comme $2,3 - 1,7 = 1,4$ et $5 - 0,4 = 4,96$ sont plus difficiles parce que les nombres sont un peu plus grands
 5 : $0,7 + 0,3 = 10$ $5 - 0,4 = 0,1$ $0,2 + 0,03$, ces deux additions et cette soustraction sont faciles parce qu'il y a des zéros devant et un chiffre derrière et parce que les zéros ne comptent pas. $0,48 - 0,3 = 0,51$ et $15,7 + 23 = 17,6$ sont des opérations difficiles parce qu'il n'y a pas beaucoup de 0, avec plus de 0 ça serait un peu moins difficile

Productions des élèves en janvier :

En janvier, les élèves ont été soumis aux dix mêmes calculs. Ils avaient à nouveau à calculer mentalement. Puis chaque élève retrouvait sa production initiale de septembre (sans annotations du professeur). Sans avoir connaissance des résultats corrects, il devait repérer ses erreurs et les expliquer par écrit et donner enfin sa réponse finale.

Voici les scores de réussite pour chaque calcul en septembre et en janvier. Les calculs sont rangés dans l'ordre décroissant des réussites des réponses finales de début d'année.

Effectif présent aux deux tests : 26 élèves.	Score de réussite en Septembre 1 ^{ère} réponse	Score de réussite en Septembre 2 ^{ème} réponse	Score de réussite en Janvier 1 ^{ère} réponse	Score de réussite en Janvier 2 ^{ème} réponse
a : $15,7 + 23 = 38,7$	22	24	24	25
f : $15,7 - 6 = 9,7$	18	21	23	23
b : $0,7 + 0,3 = 1$	17	18	21	21
c : $0,2 + 0,03 = 0,23$	14	16	24	24
d : $0,40 + 0,5 = 0,9$	8	12	22	25
h : $0,48 - 0,3 = 0,18$	9	11	22	23
i : $5 - 0,4 = 4,6$	10	10	19	21
e : $1,8 + 0,25 = 2,05$	7	10	18	19
g : $2,3 - 1,7 = 0,6$	4	7	11	14
j : $1,7 - 0,05 = 1,65$	6	6	17	19

Quelques explications en janvier :

- 1 : Cette fois j'ai plus réfléchi
 2 : C'était difficile
 3 : C'est facile quand il suffit de poser dans sa tête
 4 : Au premier trimestre, j'ai fait $0,2 + 0,03 = 0,05$ et non 0,23
 5 : Pour $0,2 + 0,03$, j'ai additionné le 2 au 3
 6 : Pour $0,2 + 0,03$, j'ai fait la faute, j'additionnais les dixièmes et les centièmes
 7 : Pour $1,8 + 0,25$ j'ai fait 2,5 mais si on réfléchit le 5 est en fait 5/100 donc la réponse est 2,05

ANNEXE 2 : SITUATION 2 « COMPARAISONS DE MÉLANGES »

Phase de travail 1 : document pour description et analyse de la situation

Mise en parallèle d'exercices de comparaisons de mélanges du type :

On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec un verre d'eau

N°1 

On mélange dans une grande cruche ces trois verres de sirop de grenadine avec deux verres d'eau

N°2 

Quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?

Les problèmes proposés avec cette présentation étaient les suivants (le 1^{er} nombre désigne le nombre de verres d'eau, le 2^{ème} celui de sirop) :

	Problème 1	Problème 2	Problème 3	Problème 4
1 ^{er} mélange	1 pour 2	2 pour 1	2 pour 2	2 pour 2
2 ^{ème} mélange	2 pour 3	4 pour 2	3 pour 3	3 pour 2

Les élèves avaient à désigner dans cette série :

- Les problèmes qui leur paraissaient faciles et les problèmes qui leur paraissaient difficiles
- À justifier leurs appréciations.

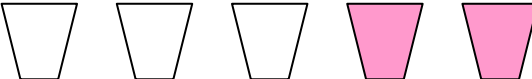
Phase de travail 2 : document pour analyse et exploitation des écrits produits

Problème n°4 :

On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec deux verres d'eau

N°1 

On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec trois verres d'eau

N°2 

Quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?

Les textes produits à propos du problème n°4 :

Le problème 4 est :

Réponse 1 : plutôt facile car il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine au 2^{ème} mélange, tandis qu'au 1^{er} mélange, il y a deux verres d'eau et 2 verres de grenadine donc c'est sûr.

Réponse 2 : plutôt facile car le 1^{er} mélange est égaux, ça a le même goût.

Réponse 3 : le plus facile car le 1^{er} mélange a deux verres d'eau et de grenadine.

Réponse 4 : plutôt facile car il y a 2 verres d'eau et 2 verres de grenadine donc on sent encore la grenadine et au 2^{ème} mélange il y a 3 verres d'eau et 2 verres de grenadine alors maintenant on ne sent plus le goût alors c'est le premier mélange qui sent la grenadine.

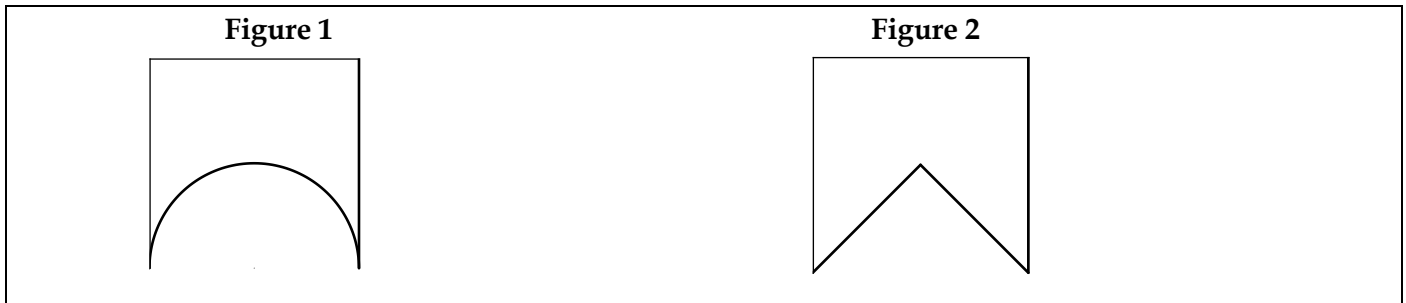
Réponse 5 : le plus facile parce qu'au 1^{er} mélange, il y a deux verres d'eau et deux verres de grenadine. Au 2^{ème} il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine.

Réponse 6 : le plus difficile car il y a moins de grenadine que de l'eau alors plus d'eau

ANNEXE 3 : SITUATION 3 « TRANSMISSION DE MESSAGES EN GÉOMÉTRIE »

Phase de travail 1 : document pour description et analyse de la situation

Partition de la classe en deux groupes, chaque groupe se voyant distribué respectivement l'une des deux figures suivantes :



Consigne pour chaque élève :

- 1) Reproduire cette figure à l'identique.
- 2) Rédiger un message afin qu'un camarade de l'autre groupe puisse la reproduire à son tour.
- 3) Possibilité pour le récepteur de transmettre des questions écrites à l'émetteur

Phase de travail 2 : document pour analyse et exploitation des écrits produits

Messages produits relatifs à la figure 1 :

Message 1 :

Tracer 2 parallèles de 4,1cm d'écartement. Tracer 1 perpendiculaire aux 2 parallèles (4,1cm. Faire un demi-cercle de rayon 4,1 cm entre les deux parallèles. Précision écrite à la fin de la séance : le centre du rayon est sur la droite imaginaire. C'est le milieu.

Message 2 :

- Tracer un segment AB de 4 cm.
- Tracer une perpendiculaire à [AB] passant par B de 4,1cm. Puis nommer [BC].
- Tracer une perpendiculaire à [AB] passant par A. Puis nommer [AD].
- Après, prendre la moitié de DC puis tracer avec le compas.

Message 3 : Trace un segment de 4 cm. Et nomme le [AB]. Trace un autre segment [BC]. [AB] et [BC] sont consécutifs. Fait un autre segment [AB]. [AB] et [AE] sont consécutifs. Trace un demi-cercle de 2 cm.

Message 4 : Faire un carré de longueur 4 cm puis faire un demi-cercle sur l'un des côtés du carré et de rayon 2 cm et gommer juste le côté où tu as tracé le demi-cercle.

Message 5 : Former un carré en laissant le côté du bas libre, mesurant 4,1 cm. Tracer un demi-cercle du côté bas libre.

Travail des élèves :

Relever individuellement ce qui manque et ce qu'il y a de bien dans ces messages. Après synthèse collective de ces remarques, écrire un nouveau message.

X - ANNEXE 4 SITUATION 4 « UN PROBLÈME DE MODÉLISATION : LE PIED DU GEANT »

Phase de travail 1 : document pour description et analyse de la situation



Figure. – Le pied du géant

Photographie copiée de <http://www.problempictures.co.uk/>, avec l'aimable autorisation des auteurs
Enoncé :

Cette photo a été prise dans un parc d'attraction en Angleterre. On y aperçoit une partie de la jambe d'un géant. Quelle est la taille de ce géant ? Justifiez.

Phase de travail 2 : document pour analyse et exploitation des écrits produits

Texte 1 : J'ai fait $1,80 \times 7 = 12,60$ m. J'ai pris 1,80 car c'est la taille d'un homme et j'ai 7 car un homme rentre 7 fois dans le géant. Et après j'ai fait $1,80 \times 7 = 12,60$ m. Le géant mesure 12,60 m

Texte 2 : Comment je fais ? Je sais que la taille d'un bonhomme c'est 1,80 m et je sais que si je prends un objet qui va à la moitié du mollet et que je le reporte, ça fera 6 fois ma taille donc ça va faire pareil pour le géant.
La résolution du problème : $1,80 \times 6 = 10,80$.

Texte 3 : Il faut d'abord voir sur la photo et voir jusqu'où vont les hommes sur la jambe du géant et ça va jusqu'au mi-mollet donc on imagine qu'on est le géant et on prend un objet qui va jusqu'à la moitié d'un mollet puis après qu'on s'est choisi un objet jusqu'au demi mollet on regarde combien de fois il rentre dans le géant (nous) et ça donne pour tout le monde environ 6 et 7.
Réponse du problème : $6 \times 1,80 = 10,80$ m. Le géant fait 10,80 m.

Texte 4 : Nous avons repris le problème or on a trouvé le mi-mollet.

L'objet : l'homme 1,80 m

Calcul :

$$1,80 \times 6 = 10,80$$

$$1,80 \times 7 = 12,60$$

Le géant mesure entre 10,80 et 12,60.

XI - ANNEXE 5 : SITUATION 5 « UN EXERCICE DE GÉOMÉTRIE, CHARLOTTE OU MARIE : QUI A RAISON ? »

Phase de travail 1 : document pour description et analyse de la situation

1° Pourquoi peut-on affirmer que le quadrilatère $OELM$ est un losange ?

2° Marie soutient que $OELM$ est un carré. Charlotte est sûre que ce n'est pas vrai. Qui a raison ?

Les étudiants PE avaient à répondre aux deux questions et aussi en 3, à exprimer leurs éventuelles difficultés ou incertitudes.

Phase de travail 2 : document pour analyse et exploitation des écrits produits

Réponses de l'étudiant A

- 1) $OELM$ est un losange car : ses quatre côtés sont égaux
ses angles sont droits
ses diagonales se coupent en formant des angles droits
- 2) Marie a raison c'est un carré, puisque en plus d'être un losange, $OELM$ a ses diagonales de même longueur, $OELM$ est un losange particulier.
- 3) Incertitude sur la longueur (OL). Est-elle égale à EM ? J'ai supposé que oui.

Réponses de l'étudiant B

- 1) $OELM$ est un losange car ses quatre côtés sont de même longueur.
- 2) $4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$ $5,6^2 = 31,36$
Donc $ML^2 + LE^2 = ME^2$
Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle MEL n'est pas rectangle en L. Donc les droites (ML) et (LE) ne sont pas perpendiculaires. Donc $OELM$ n'est pas un carré. Donc Charlotte a raison.
- 3) Ici le dessin accompagnant l'exercice peut paraître trompeur.

Réponses de l'étudiant C

- 1) Le quadrilatère $OELM$ est un losange car $OE=OM=ML=EL=4$ cm
car $OE \parallel ML$ et $OM \parallel EL$
- 2) $OELM$ est un carré si les diagonales EM et OL ont même longueur et se coupent en leur milieu.
 $OL = 5,6$ cm et donc OL se coupent en leurs milieux. Il s'agit d'un carré.
- 3) Lors de la démonstration
Définition des caractéristiques des différents quadrilatères.

Réponses de l'étudiant D

1) Les 4 côtés du quadrilatère OELM ont la même mesure. Ce quadrilatère peut de ce fait n'être qu'un carré ou un losange, or un carré est un losange.

2) Les deux ont raison, Marie et Charlotte. En effet, c'est un carré, or un carré est un losange.

3) Prouver qu'une figure est un carré, un losange, ... alors que cela vous semble évident.

Savoir classer les quadrilatères dans des familles, avec leurs particularités.

Réponses de l'étudiant E

1) OELM est un losange car ses côtés successifs sont égaux deux à deux.

2) Si OELM est un carré, alors MEL est un triangle rectangle en L. Selon le théorème de Pythagore on aurait alors, $ME^2 = ML^2 + LE^2$ $ML^2 + LE^2 = 16 + 16 = 32$

$ME^2 = 32$ $ME = \sqrt{32} = 5,66$

L'angle ELM n'est donc pas un angle droit.

Par conséquent, OELM n'est pas un carré et c'est Charlotte qui a raison.

3) Les incertitudes que j'ai rencontrées concernent les caractéristiques du losange, les propriétés qui permettent d'affirmer qu'il s'agit d'un losange.

LES PROBLEMES DU RALLYE MATHEMATIQUE TRANSALPIN, UNE RESSOURCE POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS ?

Bernard ANSELMO

ESPÉ Lyon 1, IREM de Lyon, ARMT
bernard.anselmo@univ-lyon1.fr

Michel HENRY

IREM de Franche-Comté, ARMT
michel.henry@univ-fcomte.fr

Résumé

Depuis 20 ans, le Rallye Mathématique Transalpin, s'adresse aux élèves de 8 à 15 ans de différents pays. Il leur propose de résoudre par classe entière des problèmes « atypiques » sans aide de leur enseignant. Les énoncés produits, les productions recueillies, les analyses des résultats, mais aussi les récits d'expérimentation constituent une base de données importante, aussi bien d'un point de vue quantitatif que qualitatif, disponible pour la recherche et la formation en France et à l'étranger. L'atelier propose aux participants d'interroger cette ressource pour mieux la connaître, chercher comment et dans quels buts l'exploiter en formation.

I - LE RALLYE MATHEMATIQUE TRANSALPIN

Le Rallye mathématique transalpin (RMT) est une confrontation entre classes, pour des élèves de 8 à 15-16 ans, dans le domaine de la résolution de problèmes de mathématiques. Il est organisé par une association internationale à but non lucratif, « l'Association Rallye Mathématique Transalpin » (ARMT). Elle se fixe comme objectif « de promouvoir la résolution de problèmes pour améliorer l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques ».

Cette association est organisée en sections réparties dans différents pays d'Europe (Belgique, France, Italie, Luxembourg, Suisse) mais aussi hors d'Europe (Argentine).

1 Bref historique

En 1996, le rallye mathématique Romand, créé en 1993, s'ouvre à des classes italiennes. Ainsi naît le RMT. Il ne concerne alors que des classes de l'enseignement primaire. Dans les années suivantes il s'ouvre à d'autres niveaux de classes du collège, s'étend à d'autres régions et d'autres pays dont la France. En 2001 près de 1500 classes participent déjà au 9^e RMT et l'effectif des classes participantes n'a depuis cessé de croître pour dépasser aujourd'hui les 4000 classes inscrites.

Parallèlement, l'ARMT organise chaque année depuis 1998 une rencontre internationale qui réunit les représentants de différentes sections autour d'un thème de travail : « Qu'est-ce qu'un problème ? » (Bourg en Bresse 2004) ou « le RMT et la formation des maîtres » (Sienne 2014).

2 Les épreuves

Le RMT propose des épreuves de résolution de problèmes par classes entières, réparties en huit catégories, des degrés 3 à 10 (du CE2 à la seconde). Il est organisé dans chaque section selon des modalités similaires : la décision de participer au concours est prise conjointement par la classe et le maître, après une épreuve d'essai organisée par l'enseignant à partir des sujets d'anciennes épreuves mis à disposition par l'association. Le rallye se déroule ensuite en trois épreuves. Les deux premières s'adressent à toutes les classes et se déroulent au cours du premier et du second trimestre. La dernière, la finale, s'adresse aux classes qui ont obtenu les meilleurs résultats.

Les épreuves se déroulent en 50 minutes, hors de la présence du maître titulaire. La responsabilité de l'organisation de recherche est laissée à la classe. Elle doit produire une solution unique pour chacun des problèmes.

L'évaluation des copies (attribution des points de 0 à 4) est faite par l'équipe régionale responsable, à partir d'une analyse *a priori* commune des problèmes, conduite lors de leur élaboration.

3 Une ressource pour la classe, la recherche et la formation

Les problèmes du RMT font tous l'objet d'une analyse *a priori* des contenus mathématiques, de la tâche de l'élève, complétée par une description des critères d'attribution des points.

Après la passation de chaque épreuve, une synthèse des premiers résultats donne pour chaque problème une « moyenne » de points par catégorie, sur l'ensemble des classes de toutes les sections, ainsi que la répartition de ces points selon les critères 0, 1, 2, 3 et 4.

Pour certains problèmes, des analyses *a posteriori* sont conduites à partir des productions d'élèves archivées dans chaque section. Elles permettent d'identifier les procédures adoptées par les élèves lors de la résolution, les difficultés, les obstacles, les erreurs récurrentes, le niveau de construction des concepts mathématiques. Elles fournissent parfois quelques idées d'exploitation didactique des problèmes à l'intention des enseignants qui voudraient les insérer dans le parcours d'apprentissage de leur classe.

L'ensemble de ces données est regroupé dans une banque de problèmes, encore actuellement en préparation¹, où tous les sujets sont accessibles par familles de tâches, par concepts mathématiques avec un système de mots-clés pour s'y orienter.

II - EXPLOITER UN PROBLEME DU RMT POUR LA FORMATION

Les participants de l'atelier se sont prêtés à suivre le début d'un dispositif de formation destiné aux enseignants du cycle 3 et construit autour d'un problème du RMT. Ce dispositif a été illustré à partir d'un problème donné, mais il pourrait être repris avec d'autres problèmes tirés de la banque du RMT.

1 Le dispositif de formation

1.1. Les objectifs

Outre des objectifs notionnels portés par le problème choisi, la formation vise des objectifs didactiques liés à la conception et à la conduite d'un enseignement par résolution de problèmes. Ces objectifs sont proposés aux participants sur la forme suivante :

- conduire une analyse *a priori* d'un problème pour pouvoir ensuite mieux observer les élèves au travail ;
- conduire une analyse *a posteriori* pour définir les objectifs de la mise en commun et la conduire en l'appuyant sur les productions d'élèves.

1.2. Le déroulement prévu

La formation prévue sur trois heures s'organise en quatre temps suivis chacun d'un temps d'échanges entre participants et d'éventuels apports du formateur.

1. Résolution experte du problème par les participants.

¹ On peut consulter la version en développement à l'adresse suivante : <http://www.projet-ermitage.org/ARMT/bd-armt.html>

Ils travaillent individuellement ou par groupe de deux et doivent identifier les connaissances mathématiques mises en jeu.

2. Analyse *a priori*

Elle est conduite par les participants réunis en groupe de 4 et guidés par un certain nombre de questions :

- Quelles sont les procédures de résolution, exactes ou erronées, que peuvent utiliser les élèves pour résoudre ce problème ?
- Quelles sont les difficultés que les élèves sont susceptibles de rencontrer ?
- Quelles sont les erreurs possibles ?
- Quelles sont les origines possibles de ces erreurs ?

3. Analyse de copies d'élèves

Chaque groupe reçoit des copies d'élèves (une quinzaine) et en effectue un classement en vue de conduire ensuite en classe une mise en commun des productions.

4. Bilan

Il s'agit d'explorer différentes mises en commun possibles en listant les éléments de synthèse susceptibles de s'en dégager, les modalités selon lesquelles elles pourraient être menées et d'envisager les éventuels prolongements qui pourraient leur être donnés.

1.3. Analyse du dispositif

On peut essayer d'interroger les potentialités de ce dispositif en utilisant le modèle d'analyse de situations de formation présenté, à ce 42^{ème} colloque, par Pascale Masselot, Edith Petitfour et Claire Winder (communication C26). Il est structuré en cinq paliers d'études qui caractérisent les activités de formation selon leur nature, le positionnement du formé et les connaissances convoquées.

Dans cette structure, la phase 1 de la formation se situerait d'abord au palier 0, celui de l'activité mathématique où les participants placés en position d'élèves ont un problème à résoudre, puis au palier 1, celui d'analyse réflexive de l'activité où, en tant qu'enseignants, ils échangent sur les connaissances mathématiques mises en jeu.

Les phases 2 et 3 où les participants prennent le statut d'enseignant pour anticiper l'activité des élèves, analyser des productions et envisager leur exploitation pourraient se situer au palier 2, celui de l'analyse didactique et pédagogique. La phase 4, celle du bilan, dans laquelle les formés en confrontant leurs propositions interrogent leur pratiques, pourrait être catégorisée dans le palier 3 du modèle, celui de l'analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique.

Ainsi le dispositif de formation apparaît potentiellement riche d'autant plus qu'on imagine facilement comment il pourrait se prolonger au palier 5 du modèle, celui dans lequel le participant prend la posture de chercheur pour questionner plus avant une problématique qui se dégage de la formation.

2 La tarte de Mamie Lucie

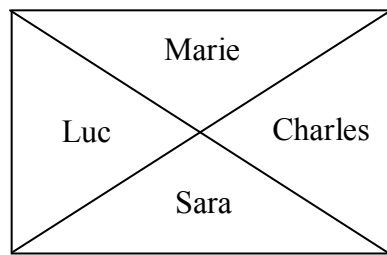
Le problème sur lequel les participants de l'atelier ont travaillé est un problème tiré du 22^e RMT qui a été proposé en 2014 aux élèves de catégories 4, 5 et 6 c'est-à-dire en France de CM1, CM2 et de sixième.

En voici l'énoncé :

LA TARTE DE MAMIE LUCIE

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

2.1 Résolution par les participants

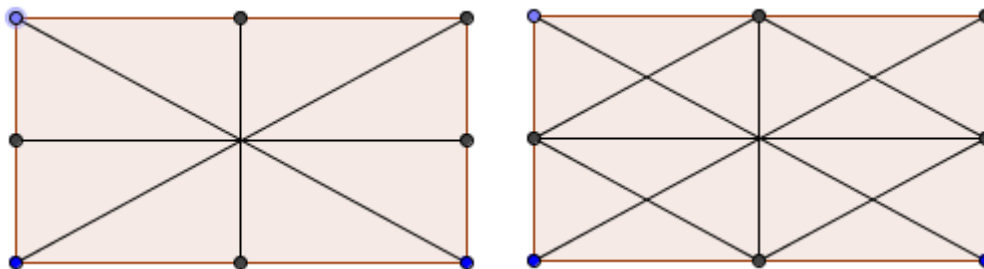
Le problème a été résolu par certains en utilisant les propriétés des axes de symétries du rectangle qui le partagent en quatre rectangles superposables puis celle des diagonales du rectangle qui partagent les rectangles obtenus en deux triangles de même aire. D'autres ont fait appel à la propriété de chacune des médianes d'un triangle qui le partage en deux triangles de même aire.

Ils ont identifié dans ce problème les connaissances sous-jacentes liées à la notion d'aire et aux propriétés géométriques du rectangle. Ils ont remarqué qu'elles seraient souvent mobilisées en acte par les élèves et parfois utilisées de façon plus explicite, par exemple dans un calcul d'aire. Il est à noter qu'à ce moment de l'atelier, la question de la généralité de la preuve n'a pas été soulevée.

2.2 Analyse a priori

Les participants à l'atelier ont anticipé un certain nombre de procédures correctes ou erronées que les élèves pourraient mettre en œuvre.

- Interprétation uniquement visuelle :
 - o les triangles de Marie et Sara ont une base plus grande donc leur aire est plus grande ;
 - o les triangles de Luc et Charles sont plus grands car ils sont plus hauts.
- Mesure et formule de l'aire du triangle ; erreurs de mesures ou de calcul ou d'approximation.
- Découpage en huit ou en seize morceaux (pavage unité) puis comptage d'unités dans chaque part.



- Découpage avec ou sans utilisation du calque : reproduction du triangle de Luc puis découpage et superposition sur le triangle de Marie.
- Utilisation d'un quadrillage puis comptage du nombre de carrés.

- On a partagé équitablement en quatre donc chacun à $\frac{1}{4}$.

Les participants à l'atelier ont répertorié les difficultés liées à la compréhension de la notion de partage (équitable ou non), à celle de la notion d'aire (en se limitant par exemple à une comparaison de surfaces par superposition), celles liées à la notion de précision (des découpages, des quadrillages, des mesures ...). Cette dernière interrogation amène à questionner le choix des variables didactiques (dimensions du rectangle représentant le gâteau, rectangle explicitement à l'échelle ou non...).

On peut remarquer qu'à ce stade les participants n'ont pas explicitement cité parmi les difficultés, celle qui consiste à identifier la grandeur en jeu dans ce problème quand on parle de quantité de tarte.

2.3 Analyse des productions

Les participants à l'atelier se sont vu distribuer, par groupe de quatre, une vingtaine de productions d'élèves de 6^{ème} de la section de Franche-Comté (voir annexe 1). Ils ont reçu pour consigne de les classer en vue de conduire ensuite une mise en commun autour de ces productions.

Les critères de classement n'ont pas été les mêmes entre les groupes, voire même au sein d'un même groupe. Si certains se sont davantage intéressés aux procédures mises en œuvre par les élèves, d'autres se sont attachés aux justifications apportées ou à la nature des arguments donnés pour répondre au problème.

Un autre critère de classement possible a été dégagé dans l'analyse *a posteriori* menée sur deux-cent-huit copies par la section RMT de Franche-Comté (voir annexe 2) : celui du niveau de maturité géométrique, d'une géométrie perceptive à une géométrie instrumentée et du saut épistémologique du dessin à la figure.

Ceci conduit à envisager un classement en deux catégories :

A - travail sur le dessin géométrique, découpages, pliages, coloriages, mesures de longueurs et d'angles, calculs de périmètres et d'aires ;

B - rapport à la figure comme objet abstrait représenté par le dessin : référence explicite ou implicite à une propriété géométrique du rectangle, raisonnement généralisable à tout rectangle, comparaison d'aires par application de la formule générale, calcul littéral.

Une grille de classement peut être alors proposée :

A0 - Incompréhension du problème, affirmation simple, par exemple : les parts sont égales parce que chacun a reçu $\frac{1}{4}$ du gâteau.

A1 - Découpage du dessin donné, recompositions style puzzle et superpositions des assemblages pour faire des comparaisons.

A2 - Tracés sur le dessin donné, par exemple des médiatrices et constatations visuelles (égalité des triangles rectangles), coloriages ou autres explications.

A3 - Mesures de longueurs sur le dessin donné et calculs approximatifs

A3a : des périmètres et réponse : « les parts sont inégales » ;

A3b : des aires (formule de l'aire du triangle) et réponse : « les parts sont égales » ;

A3c : mesure des angles au sommet des triangles isocèles et réponse : « les parts sont inégales ».

B1 - Raisonnement sans reproduction du dessin : les bases sont inégales, donc les périmètres sont différents, réponse : « les parts sont inégales »

B2a - Dessin d'un rectangle quelconque et tracés des médiatrices, égalité des triangles rectangles « car ils ont les mêmes côtés », réponse : « les parts sont égales »

B2b - Les triangles rectangles sont égaux, chacun a donc reçu $\frac{2}{8}$ de la tarte.

B3 - Calcul littéral des aires sans mesure : le rectangle a pour côtés L et l et la part des filles a pour aire $L \times l / 2$ et celle des garçons $l \times L / 2$, d'où « les parts sont égales ».

III - DISCUSSION ET PROLONGEMENTS

Les différences apparues dans les critères de classement ont amené les participants à réinterroger le choix des variables didactiques effectué dans la présentation du problème : celui de donner la figure ou non ou celui de proposer un énoncé contextualisé (partage d'une tarte) plutôt que de choisir un énoncé « mathématique », du type : « voici un rectangle partagé en 4 parties, ont-elles la même aire ? », moins porteur d'ambiguïté. Sur ce dernier point, l'importance de la modélisation dans l'activité mathématique a été mise en avant pour argumenter en faveur d'une présentation contextualisée.

La difficulté à sélectionner des productions en vue d'organiser une mise en commun en classe a été aussi soulignée. Elle renvoie aux choix des critères de classement et donc aux objectifs que l'enseignant pourrait fixer à cette mise en commun. La richesse du problème permet plusieurs pistes d'exploitation didactique qui apparaissent après une analyse que, dans une classe ordinaire, l'enseignant n'est peut-être pas en mesure de mener seul. En ce sens, les pistes fournies dans la banque de problèmes de l'ARMT (voir annexe 3) peuvent s'avérer être une aide utile.

De même en formation, l'analyse croisée des productions d'élèves sur le problème de « la tarte de Mamie Lucie » peut amener à des considérations :

- d'ordre général sur les situations de recherche :
 - la diversité des démarches utilisées par les élèves ;
 - l'inventivité des élèves ;
 - leur difficulté à expliquer leurs démarches par écrit ...
- sur l'enseignement des grandeurs :
 - la confusion entre aire et périmètre ;
 - le fait que les élèves utilisent majoritairement la mesure ;
 - le constat que l'enseignement des grandeurs va peut-être souvent trop vite vers la mesure sans prendre suffisamment de temps pour installer le concept...
 - la nécessité d'un passage par des manipulations, pavages et conservations-comparaisons de longueurs, angles et aires, avant d'introduire des mesures ;
- sur l'enseignement de la géométrie :
 - le passage d'une géométrie perceptive du dessin à une géométrie du dessin instrumenté, avec la règle et le compas comme porteurs de propriétés géométriques puis passage de la géométrie du dessin à la géométrie des figures par la reconnaissance de propriétés communes et enfin des éléments de déductions et de preuves.

Une présentation en ligne de la banque de problèmes a suivi ce débat. Elle a montré comment le dispositif de formation pouvait être prolongé avec d'autres problèmes du même type qui peuvent être rapidement identifiés et faire l'objet d'expérimentation en classe. Elle a montré aussi comment, par différentes, entrées des dispositifs similaires pouvaient être construits sur d'autres thématiques.

IV - CONCLUSION

L'atelier a permis de présenter un dispositif de formation des maîtres construit autour d'un problème du RMT et d'en montrer les potentialités.

D'autres dispositifs utilisent aussi des problèmes du RMT. En formation initiale, ils consistent par exemple à interroger les conceptions des mathématiques des étudiants stagiaires en leur faisant vivre des épreuves de rallye. En formation continue ils peuvent amener les enseignants à réfléchir sur l'apprentissage par résolution de problèmes ou le travail des élèves en collaboration.

Depuis longtemps le formateur sait qu'il peut trouver de précieuses ressources dans les rallyes mathématiques. Il dispose aujourd'hui d'un outil performant pour y accéder : la banque de problèmes du RMT.

V - BIBLIOGRAPHIE

CHARNAY R. (2006). Potentialités et limites des problèmes du RMT, *Actes des journées d'études sur le rallye mathématique*, vol. 6, GRUGNETTI L., JACQUET F., MEDICI D., RINALDI G. (EDS.), 15-24.

DANOS A., MASSELOT P., SIMARD A., WINDER C. (1994). Analyser une ressource de formation : « exemple de la situation des annuaires », in *Actes du XXXI^e colloque COPIRELEM*, IREM d'Aquitaine.

HOUEMENT C. (2003). Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré, in *Carnets de route de la COPIRELEM, Concertum, Dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques*, ARPEME, 23-32.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1996). *Autour des stratégies utilisées pour former les maitres du premier degré en mathématiques*. Recherches en didactique des mathématiques, 16/3, La pensée sauvage, Grenoble, 89-322.

LE BORGNE P. (2003). Des rallyes pour faire des mathématiques autrement, in *Actes du XXX^e colloque COPIRELEM*, IREM de Marseille, 419-448.

VI - SITOGRAPHIE

Association Rallye Mathématique Transalpin : <http://www.armtint.org/>

Banque de problèmes du RMT (en développement) : <http://www.projet-ermitage.org/ARMT/bd-armt.html>

Association RMT section de l'Ain: <http://arma01.fr/rallye/>

Le RMT en Franche-Comté : <http://www.apmep.fr/-Rallye-Mathematique-Transalpin-RMT>

ANNEXE 1 (PRODUCTIONS D'ELEVES)

6FC6032

22^e RMT

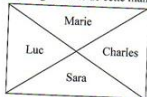
Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

On a fait :

$$1 \div 4 = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$0,25 \times 4 = 1$$

C'est Sara et Marie qui ont raison car on partage un gâteau en 4 = $1 \div 4 = \frac{1}{4} = 0,25$.

Les enfants auront $\frac{1}{4}$ du gâteau.

6FC6008

22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

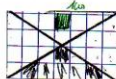
Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



Marie et Sarah ont raison
ils ont tous la même part

6FC6045

22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :

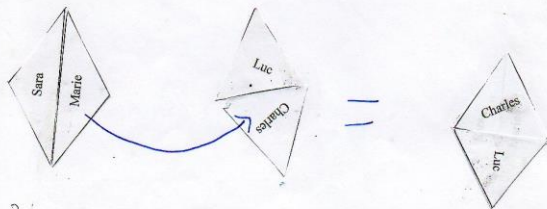


Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Sara et Marie ont raison car, quand on superpose les parts de Charles et de Luc sur les parts Sara et Marie, on observe qu'elles se superposent parfaitement !



6FC6178

22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Se sont Marie et Sara qui ont raison.

Si on coupe le rectangle en longueur et en largeur on voit apparaître 8 rectangles identiques, de même taille et qu'on superpose.

orange : part de Charles

rose : part de Marie

vert : part de Sara

jaune : part de Luc



6FC608622^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



Si on coupe le rectangle en 4 et qu'on se recoupe en 4 on voit que chacun des enfants a $\frac{1}{4}$ du gâteau. Donc se sont Sara et Marie ont raison.

6FC618022^e RMT

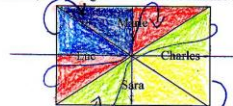
Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

On coupe la part de Luc et Charles en 2 parties égales par les axes de symétrie du rectangle. Les 2 parts de Luc et on les superpose sur celle de Marie et on fait pareil avec celle de Charles et Sara. Donc c'est Sara et Marie qui ont raison.

6FC621122^e RMT

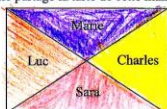
Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :

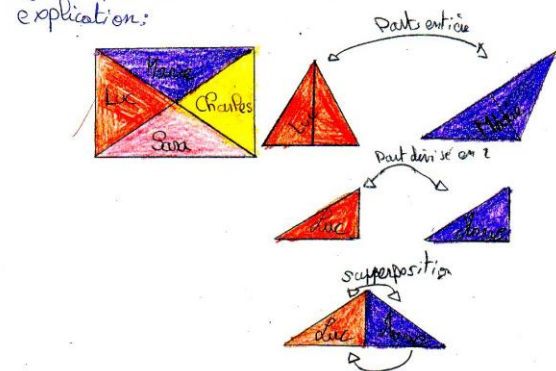


Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Sara et Marie ont raison car si on divise par deux symétriquement leurs parts, elles se superposent avec la symétrique de Charles et Luc.

**6FC6029**22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

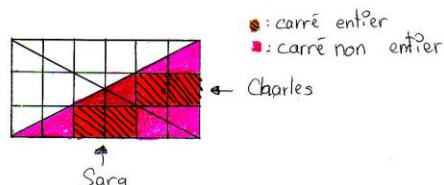
Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



- Sara a deux carré entier Charles aussi en a deux
- Sara a deux carré non entier qui peuvent s'assembler et Charles aussi.
- Alors c'est Sara et Marie qui ont juste en disant qu'ils ont la même quantité de tarte.

6FC6088

22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

on fait $2,8 \times 2 + 3,1 = 8,7$ la part de luc et charles fait $8,7$ cm.
 On fait $2,8 \times 2 + 4,8 = 10,4$ la part de Sara et Marie fait $10,4$ cm.
 C'est luc et charles qui ont raison car la part de marie et sara est de $10,4$ cm et celle de luc et charles $8,7$ cm donc la part de marie et sara est plus grande donc c'est luc et charles qui ont raison.

6FC6016

22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :

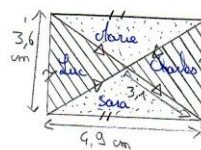


Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Nous vous présentons la tarte de Mamie Lucie pour vous montrer que Luc et Charles ont raison :



$$\begin{array}{r} \text{Marie} = 3,1 \text{ cm} \\ + 4,9 \text{ cm} \\ + 3,1 \text{ cm} \\ + 3,1 \text{ cm} \\ \hline 11,1 \text{ cm} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Luc} = 3,6 \text{ cm} \\ + 3,1 \text{ cm} \\ + 3,1 \text{ cm} \\ + 3,1 \text{ cm} \\ \hline 9,8 \text{ cm} \end{array}$$

Vos calculs seront présentés grâce à Marie et Luc car ils n'ont pas les mêmes morceaux. (Luc = morceau de gauche et Marie = morceau haut, en haut). Mais nous aurions pu aussi prendre Sara et Charles. Si on mesure les périmètres de Luc et Charles, ils ont un plus petit morceau que Sara et Marie.

6FC6144

22^e RMT

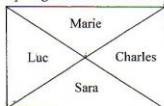
Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



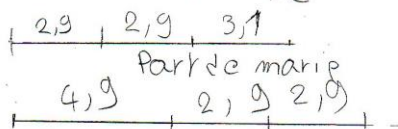
Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Luc et Charles ont raison car si on évalue les mesures en formant une droite on voit que Marie et Sara ont une plus grande portion de tarte.

Parce que



6FC6103

22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Je calcule le périmètre de chaque part de tarte.

Marie	Luc	Sara	Charles
2,4	2,8	2,4	2,8
+2,4	+2,6	+2,4	+2,6
+4,6	+2,6	+4,6	+2,6
10	8	10	8

Luc et Charles ont raison.

Explication : j'ai calculé le périmètre de chaque part de tarte. Luc et Charles le périmètre est égal à 8 cm. Sara et Marie le périmètre est égal à 10 cm. donc Luc et Charles ont une plus petite part de tarte.

6FC6092

22° RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ? Marie et Luc ont raison.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



Hauteur $\times$ (base : 2) = aire du triangle isocèle

Luc et Marie: $1,5 \times (5 : 2) = 3,75 \text{ cm}^2$

Luc et Charles: $2,5 \times (3 : 2) = 3,75 \text{ cm}^2$

Toutes les parts ont la même aire.

6FC6010

22° RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

C'est Luc et Charles ont raison. On a fait base fois hauteur et on a divisé par 2.

$$\begin{array}{r} 3,1 \\ \times 2,5 \\ \hline 155 \\ + 620 \\ \hline 7,75 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4,9 \\ \times 1,5 \\ \hline 245 \\ + 490 \\ \hline 7,35 \end{array} \quad \begin{array}{l} 7,35 \div 2 = 3,675 \\ 7,75 \div 2 = 3,875 \end{array}$$

6FC6147

22° RMT

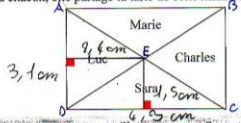
Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

$(4,9 \times 1,5) : 2 = 3,675$ l'aire du triangle EDC est de $3,675 \text{ cm}^2$

$(3,1 \times 2,5) : 2 = 3,875$ l'aire du triangle AED est de $3,875 \text{ cm}^2$

6FC6014

22° RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



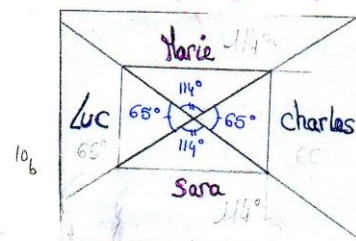
Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Luc et Charles ont raison. Car on a reproduit le dessin et mesurer les angles, il y a une différence de mesure.

Les parts ne sont pas égales. Donc Marie et Sara ont les plus grosses parts.



6FC608522^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Le rectangle a deux diagonales qui se coupent et forment le milieu du rectangle. Le milieu du rectangle est aussi le milieu des deux diagonales. Ce qui pourrait faire 4 parts égales mais ces triangles n'ont pas la même mesure de base car les bases des 4 triangles (les 4 parts) sont les longueurs et largeurs du rectangle. Donc c'est Luc et Charles qui ont raison.

6FC609122^e RMT

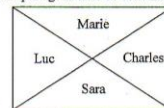
Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :

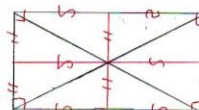


Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Si on trace les médiatrices des côtés du gâteau on obtient des rectangles identiques, ce qui prouve qu'il ont eu la même part donc Sara et Marie ont raison.

**6FC6083**22^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Sara et Marie ont raison car si on la coupe en 8 toutes les parts sont égales. Luc a deux huitièmes et tous ses frères et sœurs aussi.

6FC619322^e RMT

Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Pour calculer l'aire d'un triangle on fait : base $\times$ hauteur $\div 2$.

Pour les parts de Marie et Sara on fait : longueur $\times$ la moitié de la largeur $\div 2$.

Pour les parts de Luc et Charles on fait : longueur $\times$ la moitié de la longueur $\div 2$.

Donc Marie, Luc, Sara et Charles ont tous les mêmes parts.

**6FC6159**22^e RMT

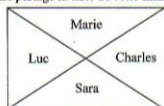
Épreuve II

mars-avril 2014 ©ARMT2014

6. LA TARTE DE MAMIE LUCIE (Cat. 4, 5, 6)

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Si, par exemple, la largeur du rectangle fait 6 cm et la longueur 10 cm, et comme le rectangle découpé par les diagonales fait 4 triangles isocèles alors la hauteur du triangle de Luc ou Charles fait 5 cm et base $\times$ hauteur $(6 \times 5) = 30$. Comme la largeur du rectangle fait 6 cm la hauteur du triangle fait 3 cm et base $\times$ hauteur $(3 \times 10) = 30$. Sara et Marie ont donc raison.

ANNEXE 2 (ANALYSE DES COPIES DE 6^{EME} DE FRANCHE-COMTE)

Classement selon la grille en deux catégories A et B.

	Incompréhension	Travail sur le dessin					Raisonnements sur la figure			
	A0 4 parts égales	A1 perceptif	A2 tracés	A3a périmètres	A3b aires	A3c angles	B1 bases et périmètres	B2a égalités de triangles	B2b partages en triangles	B3 Calculs d'aires
Total	56	28	33	33	43	3	2	5	3	2
%	27%	14%	16%	16%	21%	1%	1%	2,5%	1,5%	1%
% regroupés	27%	67%					6%			

Attribution des points RMT, de 0 à 4 : 201 copies.

Moyenne en Franche-Comté : 1,35

Points	0	1	2	3	4
Nombres de copies	123	1	11	15	51
En pourcentages	61%	0,5%	5,5%	7,5%	25,5%

Critères :

- 4 Réponse correcte (Sara et Marie ont raison) avec justifications claires (découpage / pliage ou dessin d'une trame et explications, ou encore calculs utilisant la formule de l'aire d'un triangle).
- 3 Réponse correcte avec découpage ou trame mais explications incomplètes.
- 2 Réponse correcte avec découpage ou trame, mais sans explications, ni calculs.
- 1 Découpage ou dessin de la trame mais sans réponse ou seulement l'affirmation que les parts de Sara et Marie sont identiques ainsi que les parts de Luc et Charles sans explication.
- 0 Incompréhension du problème ou réponse fondée sur les périmètres des parts, celles des filles ayant un périmètre plus grand que celles des garçons.

ANNEXE 3 (EXTRAIT DE LA BANQUE DE PROBLEMES DU RMT)

La tarte de Mamie Lucie**Identification**

Rallyes: 22.II.06 ; catégories: 4, 5, 6 ; domaines: GP

Familles:

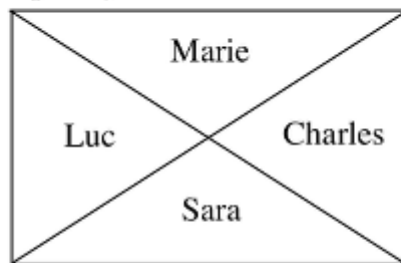
Résumé

Montrer qu'un rectangle partagé par ses deux diagonales donne quatre parties de même aire.

Enoncé

Mamie Lucie a préparé une tarte au chocolat de forme rectangulaire pour le goûter de ses petits-enfants : Luc, Charles, Sara et Marie.

Pour donner une part à chacun, elle partage la tarte de cette manière :



Luc et Charles ne sont pas contents parce qu'ils pensent que Sara et Marie ont reçu les deux plus gros morceaux. Sara et Marie affirment que chacun a reçu la même quantité de tarte.

Qui a raison ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

Tâche de résolution et savoirs mobilisés

- S'assurer (éventuellement) que les parts des deux filles sont égales, ainsi que les parts des deux garçons.
- Comparer ensuite une part d'une fille et une part d'un garçon :

Sans faire appel aux calculs d'aire, imaginer et/ou dessiner une trame sur la figure en traçant les médianes du rectangle, ce qui permet d'observer un « pavage » de la figure en 8 triangles rectangles, constater qu'ils sont égaux et en tirer l'égalité des parts, formées chacune de deux de ces triangles. Par mesures prises sur le dessin, se référer à la formule de l'aire d'un triangle et l'appliquer judicieusement.

L'utilisation de la formule fait intervenir la hauteur du triangle, qui n'est pas marquée ici mais qu'il faudra tracer. Ce segment divise une part triangulaire en deux triangles rectangles (du pavage précédent). En remarquant les liens (moitié et double) entre les côtés de l'angle droit de ces triangles rectangles, les côtés du rectangle (tarte), les « bases » et « hauteurs » des parts, on en déduit que les mesures nécessaires au calcul des aires à comparer sont les mêmes. Sans cette constatation, l'imprécision des mesures peut conduire à des aires différentes.

Préalablement à la prise de mesures, il s'agit de se convaincre que, si le périmètre se calcule par une addition des mesures des côtés, le calcul de l'aire exige une multiplication des mesures.

Il faut aussi se rendre compte qu'une simple compensation qualitative (plus long mais moins large) ne suffit pas pour s'assurer de l'égalité des parts.

Mots-clés

rectangle, diagonale, triangle, équivalence, partage, aire, périmètre, mesure,

Résultats

Points attribués sur 2125 copies de 21 sections

22.II.06

Points attribués	0	1	2	3	4	Nb. classes	moy
Cat 4	272 (51%)	105 (20%)	22 (4%)	36 (7%)	97 (18%)	532	1.21
Cat 5	236 (42%)	87 (16%)	47 (8%)	54 (10%)	133 (24%)	557	1.57
Cat 6	450 (43%)	132 (13%)	96 (9%)	101 (10%)	257 (25%)	1036	1.6
Total	958 (45%)	324 (15%)	165 (8%)	191 (9%)	487 (23%)	2125	1.49

Selon les critères déterminés lors de l'analyse a priori :

- **4 points:** Réponse correcte (Sara et Marie ont raison) avec justifications claires (découpage / pliage ou dessin d'une trame et explications, ou encore calculs utilisant la formule de l'aire d'un triangle)
- **3 points:** Réponse correcte avec découpage ou trame mais explications incomplètes
- **2 points:** Réponse correcte avec découpage ou trame, mais sans explications, ni calculs
- **1 point:** Découpage ou dessin de la trame mais sans réponse
 - ou seulement l'affirmation que les parts de Sara et Marie sont identiques ainsi que les parts de Luc et Charles sans explication
- **0 point:** Incompréhension du problème ou réponse fondée sur les périmètres des parts, celles des filles ayant un périmètre plus grand que celles des garçons.

Procédures, obstacles et erreurs relevés

(Sur 124 copies de la section SR)

- Quelques rares copies font état explicitement de l'égalité des parts des deux filles, ainsi que les parts des deux garçons. (par superposition, visuelle ou manipulatoire, ou par symétries axiales ou centrales suivant les niveaux). Dans la grande majorité des cas, cette égalité semble admise implicitement et c'est celle des parts d'une fille et d'un garçon qui est au centre des réflexions.

- 38 copies sur 124 (31%) font apparaître les deux médiatrices des côtés du rectangle qui le « pave » en huit triangles rectangles, permettant une comparaison directe.

Exemple : *Explications : Comme vous pouvez le constater j'ai coupé les tranches en deux (les deux médiatrices sont dessinées) et ça fait des triangles rectangles et chaque tranche ont les mêmes triangles rectangles sauf qu'ils sont pas de la même manière alors chaque enfant ont la même quantité de tarte.* - 6 (5%) explications concluent à l'égalité par « compensation » qualitative.

Exemple : *... Celles de Marie et Sara sont plus larges et celles de Luc et Charles sont plus longues donc ils ont la même part. C'est Sara et Marie qui ont raison.*

- 33 (27%) des copies font apparaître les mesures des côtés des parts et le calcul du périmètre, et concluent que la part des filles est plus grande.
- 15 copies (12%), de catégorie 6 en majorité, présentent des produits de mesures. 12 d'entre elles se rapportent clairement à la formule de l'aire du triangle (une base et la hauteur correspondante sont mesurées). La conclusion dépend de la précision des mesures et, évidemment de la formule appliquée.
- On trouve encore quelques procédures par découpages, tentatives de pliages et recouvrements ou recherches d'autres unités, qui en général ne concluent pas à l'égalité des parts : 11 (9%) copies.
- Finalement, il y a 21 (17 %) copies blanche ou non rendues.

Exploitations didactiques

Sur un thème aussi essentiel que la détermination de l'aire d'un triangle, le problème de La tarte de Mamie Lucie offre de multiples possibilités d'exploitations :

- la confrontation entre une procédure par pavage ou par la recherche d'unités d'aire « non-conventionnelle » et la procédure par calcul d'un produit de mesures,
- le lien entre l'aire d'un rectangle et celle des deux triangles rectangles qui le composent,
- l'affrontement direct du conflit aire-périmètre,
- l'imprécision des mesures de longueur prises à la règle et ses effets sur le calcul des aires,
- l'approche de raisonnement déductifs à propos de la partition d'un rectangle par ses diagonales et médiatrices, des mesures des longueurs et des aires des huit triangles rectangles.

Pour aller plus loin

Bibliographie

Jaquet. F. : 2014 *A propos de triangles* In *Math-Ecole* 222 pp

QUELLES TACHES POUR TRAVAILLER LES CARACTERISTIQUES DES FORMES A LA MATERNELLE ?

Sylvia COUTAT

Maître assistante, Université de Genève

Équipe DiMaGe

Sylvia.Coutat@unige.ch

Céline VENDEIRA-MARECHAL

Chargée d'enseignement, Université de Genève

Équipe DiMaGe

Celine.Marechal@unige.ch

Résumé

Dans le cadre d'une recherche débutée en 2013 autour de la reconnaissance de formes à la maternelle, nous présentons cinq tâches créées dans le but d'entrer dans ce que nous nommons (et explicitons brièvement dans l'article) les caractéristiques des formes.

Nous présentons à cet effet, les choix didactiques sous-jacents et pour chacune des cinq tâches nous décrivons la règle du jeu, les objectifs ainsi que les stratégies visées. Dans un deuxième temps nous décrivons nos premières analyses suite à la passation de ces cinq tâches dans des classes avec des élèves de 4 à 6 ans. Pour finir, nous intégrons quelques éléments qui ont émergé à partir des échanges avec les participants durant l'atelier.

I - ORIGINE ET ETAT DE LA RECHERCHE

A l'origine, trois chercheurs en didactique des mathématiques se sont regroupés afin de concevoir des tâches autour de la reconnaissance de formes au cycle 1. Pour les deux chercheuses genevoises il s'agissait de compléter les tâches existantes dans les moyens d'enseignement suisses romands et pour le troisième, Nicolas Pelay de l'association Plaisir Math¹ d'investiguer la part du ludique dans les tâches. C'est ainsi que nous avons débuté notre réflexion en 2013 afin de concevoir des tâches ludiques sous forme de jeu autour de la reconnaissance de formes pour les élèves de 3-6 ans.

1 Première étape – une typologie de tâches

La première étape de notre recherche a été présentée lors du colloque de la Copirelem 2014 à Mont de Marsan (Coutat & Vendaiera, 2015a). Il s'agissait de la réalisation d'une typologie de tâches nous permettant d'analyser et répertorier la diversité (non exhaustive) des tâches disponibles sur le marché français et suisse romand relativement à la reconnaissance de formes au cycle 1. Pour rappel, nous présentons en quelques lignes notre typologie de tâches, nécessaire à la compréhension de notre atelier.

Notre typologie originelle se compose de six types de tâches différents :

- T1: Identification de formes géométriques simples
- T2: Appariement de 2 formes simples
- T3: Recouvrement d'une surface
- T4: Reproduction géométrique à partir d'un modèle
- T5: Tri de formes géométriques simples
- T6: Construction géométriques avec contraintes

¹ <http://www.plaisir-maths.fr/>

Cette typologie a évoluée au cours de notre recherche et n'est, en l'état, pas définitive. Nous ne développons toutefois pas cet aspect dans cet article. Dans le cadre de notre atelier, nous ne faisons référence qu'à deux types de tâches (T2 et T5).

1.1 Type de tâches T2 - Appariement de deux formes simples (non assemblée avec d'autres)

Voici un exemple issu du manuel *Pour comprendre les mathématiques GS*. Il s'agit de la tâche « Trouver l'objet » à la page 51. Le matériel consiste en des blocs logiques (ou autres formes planes), des feuilles avec, pour chacune, le contour d'une des formes.

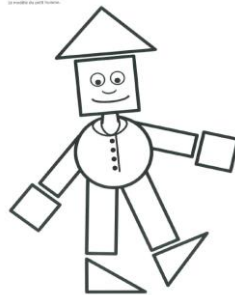


Les feuilles sont sur la table face cachée, les blocs logiques dans un panier.

À tour de rôle un élève choisi une feuille et cherche la forme correspondante dans le panier. La validation se fait par superposition.

1.2 Type de tâches T5 - Tri de formes géométriques simples (non assemblée avec d'autres)

L'exemple proposé est tiré de *Vers les math PS* et la tâche s'intitule « Il était un petit bonhomme » (page 94). Il s'agit de l'étape 2, d'une tâche plus globale, visant à reconstituer le « petit bonhomme ». Cette étape demande de trier des formes simples parmi un ensemble de formes en papier avec la consigne de chercher tous les ronds, puis tous les triangles et enfin tous les carrés.

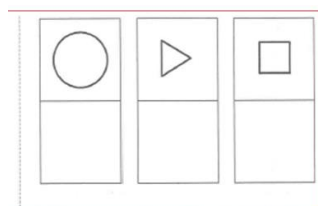


1.3 Enrichissement de la typologie avec les registres d'ostensifs

Notre typologie a très vite été mise en défaut, car malgré le classement des tâches recensées en type de tâches et sous-types de tâches (voir l'article de la Copirelem 2014), il s'avère que des tâches bien distinctes les unes des autres sont pourtant classées dans un même sous-type de tâches. Concrètement, notre typologie ne nous renseigne pas sur les différents systèmes de signifiants accessibles et utilisables par les élèves. C'est pourquoi il nous est apparu nécessaire de l'enrichir à l'aide de la notion d'objets ostensifs, présentée par Bosch et Chevallard (1999), en créant ainsi trois registres d'ostensifs :



Registre « manipulatoire »



Registre graphique

Le mot « carré » à l'oral ou à l'écrit

Registre discursif

2 Deuxième étape – quelle vision de la forme chez les élèves ?

La deuxième étape est celle que nous présentons dans cet atelier. Il s'agit d'un nouvel enrichissement de notre typologie de tâches selon la vision que porte l'élève sur la forme. Cette étape est liée au constat de la présence du type de tâches T1 (Identification de formes géométriques simples) dans toutes les activités analysées. T1 semble donc être un prérequis pour entrer dans tout type de tâches de reconnaissance de formes. Il faut en effet « identifier des formes géométriques » avant de pouvoir les trier (T5) ou les appairer à d'autres (T2). Il en découle que ce type de tâche T1 n'a plus de raison d'être car il s'agit surtout de s'intéresser à la vision que porte les élèves sur les formes.

A cet effet, nous nous appuyons sur les travaux de Duval (2005) concernant le changement de regard sur les figures. Selon Duval, la vision première porte sur la surface de la forme, ce qu'il nomme la vision 2D. Pourtant la géométrie théorique considère les sous-éléments des figures géométriques, les droites et segments, éléments 1D et les points, éléments 0D dans son axiomatique. Il semblerait qu'il y ait « une priorité cognitive des figures 2D sur les figures 1D » (Ibid., p.7).

Les tâches proposées dans les classes de maternelle, relativement à la reconnaissance de formes, sont quasi exclusivement centrées sur une vision de la forme à travers sa surface. Or, nous postulons que le passage à une vision plus experte, à partir des éléments qui la composent réseaux de droites et de sommets, est possible et même souhaitable chez des jeunes élèves en vue de la suite de leur scolarité. C'est pourquoi, le travail que nous visons tend à rendre plus familière une vision 1D voir 0D des formes géométriques dès la maternelle.

La suite de l'article est destinée à l'explicitation de cette deuxième étape et l'accent mis sur ce que nous nommons, et explicitons dans la suite de l'article, les caractéristiques des formes.

3 Troisième étape – harmoniser ludique et didactique

Le dernier aspect que nous n'avons pas encore abordé et qui donnera lieu à d'autres publications est à l'origine du travail collaboratif des trois chercheurs. Il repose sur la réflexion autour de l'équilibre à trouver entre la part du ludique et du didactique dans les tâches créées.

II - POURQUOI PARLE-T-ON DE CARACTÉRISTIQUES DES FORMES PLUTÔT QUE DE PROPRIÉTÉS ?

En Suisse romande, le Plan d'Etude (PER) distingue clairement « formes » et « figures ». Au cycle 1 les élèves s'appuient sur un espace physique où « la forme est liée à la perception d'ordre visuel d'un objet », puis, au cycle 2, sur un espace conceptualisé où les objets sont représentés par des figures, comme objets « immuables et idéals » qui « existent indépendamment des représentations (dessins, croquis...) qui en sont faites » (CIIP, 2010, p.14).

Au vu de cette description, il manque, selon nous, un niveau intermédiaire et essentiel décrit dans ce passage du cycle 1 au cycle 2 qui ne serait pas encore au niveau théorique des objets géométriques et donc de leurs propriétés, ni uniquement à une vision globale de la forme. Nous appelons **caractéristiques des formes**² cet état intermédiaire où l'accent est mis sur les éléments qui composent les formes, sans s'apparenter encore aux propriétés des figures. Ce point constitue le cœur de notre recherche. Un travail sur les caractéristiques des formes est envisageable avec de jeunes élèves et est d'ailleurs souhaitable afin d'anticiper la rupture décrite dans l'enseignement de la géométrie entre le cycle II et le cycle III puis le collège où le raisonnement et la déduction priment et nécessitent une maîtrise des figures géométriques.

² Nous intégrons un niveau intermédiaire par rapport aux travaux de didactique des mathématiques qui présentent pour la plupart trois types de géométrie rencontrée de l'école primaire jusqu'au collège /Université : géométrie de type perceptive liée à un espace physique puis une géométrie liée aux figures dans un espace physico-géométrique enfin une géométrie interne aux mathématiques dans un espace abstrait. Selon les auteurs différentes appellations sont utilisées et d'autres niveaux sont ajoutés. Pour davantage d'informations, le lecteur peut se référer aux recherches suivantes : Braconne-Michoux, 2008, Houdement & Kuzniak, 1998, Parzysz, 2003

III - PRESENTATION DES TACHES

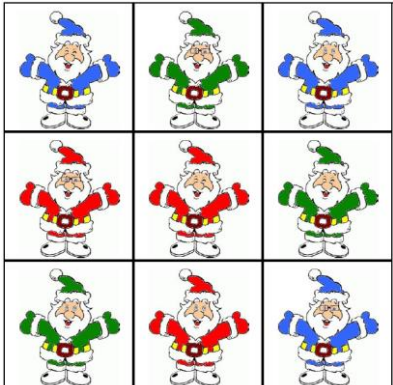
Dans la partie suivante nous décrivons l'ensemble des tâches discutées lors de l'atelier. Nous indiquons, pour chacune, la règle du jeu, les objectifs ainsi que les stratégies visées. Pour chacune des tâches créées nous sommes attentives à diversifier les ostensifs que ce soit pour le type de tâches T2 (« appariement de deux formes simples ») comme T5 (« tri de formes géométriques simples »).

1 Devine laquelle j'ai choisie³

Les deux joueurs possèdent chacun une planche de jeu avec neuf images ainsi que neuf cartes représentant les images figurant sur la planche. Chaque joueur choisi une image parmi ces cartes. Il la conserve cachée. A tour de rôle les joueurs posent une question pour trouver l'image de son adversaire. On ne doit répondre aux questions que par oui ou non. En fonction des réponses, les joueurs suppriment sur leur planche certaines images⁴ jusqu'à ce qu'il n'en reste plus qu'une seule. Le premier joueur qui trouve l'image correspondant à la carte de son adversaire gagne.

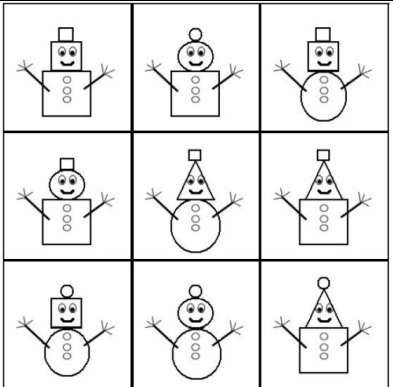
Trois types de planches sont disponibles : Père Noël, Bonhomme de neige et Formes géométriques. Chaque type de planches se décline en une variété de planches possibles. Dans ce qui suit nous ne présentons qu'un ou deux exemplaires par type de planches.

1.1 Un exemple de planche Père-Noël

	Objectif(s) : Cette première planche ne contient aucun enjeu géométrique, elle nous assure que les règles du jeu sont comprises et que les élèves saisissent que lorsque l'on répond affirmativement à une question, cela implique de garder les cartes concernées par la question et sinon de les éliminer. Stratégie(s) visée(s) : Choisir un des critères liés au bonhomme de neige (couleur, lunettes, yeux) qui permette de poser une question dont la réponse sera soit oui, soit non. Conserver les images ayant le critère demandé si la réponse est positive et les éliminer si la réponse est négative.
--	---

La planche Père Noel ne travaille pas du tout la reconnaissance de formes géométriques, c'est pourquoi nous ne pouvons pas l'associer à un type de tâche de notre typologie.

1.2 Un exemple de planche Bonhomme de neige

	Objectif(s) : Cette planche fait travailler la reconnaissance du rond, du carré et du triangle, ainsi que la nécessité d'affiner le questionnement soit par le biais du repérage dans le plan (haut/bas/...) soit en nommant les parties du bonhomme (chapeau, tête ou corps) soit encore en demandant le nombre de fois qu'apparaît la forme dans l'image. Stratégie(s) visée(s) : Choisir une forme à questionner puis compléter (dans la même question ou une suivante) par un autre critère permettant d'affiner et réduire les images possibles (repérage dans le plan, parties du bonhomme (chapeau, tête ou corps) ou encore le nombre de fois où est la forme est présente dans l'image).
---	---

³ Les règles de ce jeu sont similaires à celles du « qui est-ce » que l'on trouve dans le commerce.

⁴ Le matériel est conçu afin que les élèves puissent barrer les cases avec un stylo effaçable.

Les planches Bonhomme de neige permettent un travail sur la reconnaissance de formes géométriques. Toutefois elles peuvent être résolues sans utiliser ce que nous nommons les caractéristiques de formes. En effet, l'emploi des termes carré, triangle et cercle (en lien avec la perception d'ordre visuel que les enfants en ont) est suffisante pour résoudre la tâche. Les différentes planches Bonhomme de neige n'impliquent donc pas de manière automatique une réflexion sur les éléments qui composent ces formes.

1.3 Deux exemples de planches Formes géométriques

 9	 10	 11
 12	 13	 14
 15	 16	 17

Objectif(s) : Ce type de planches vise un travail sur le nom de certaines formes géométriques les plus connues. Dans certains cas (ici pour 9-13-14-15 et 17), les élèves n'ont pas de termes pour décrire les formes. Dans ce cas, ils peuvent l'associer à un objet quotidien connu (par exemple à une maison pour 9). Toutefois, il est envisageable que certains utilisent des caractéristiques des formes : présence ou non de côtés « droits », le nombre de côtés pour les polygones ou le caractère convexe ou non de la forme. Cette tâche nécessite la mise en place d'un vocabulaire commun.

Stratégie(s) visée(s) : Choisir le nom d'une forme connue ou sa ressemblance à un objet du quotidien ou une caractéristique (ou un mixte de plusieurs de ces trois possibilités comme « ça ressemble à un triangle avec deux pointes en bas » pour le 13) qui permette de poser une question dont la réponse sera soit oui, soit non. Conserver les images ayant l'information demandée si la réponse est positive et les éliminer si la réponse est négative.

Les planches Formes géométriques visent un travail mixte entre perception globale (avec soit l'utilisation d'un vocabulaire commun connu, soit l'utilisation d'une ressemblance à un objet du quotidien) et caractéristiques des formes.

1.4 Type de tâches

Une analyse des trois tâches présentées selon notre typologie de tâches donne lieu à du T5 « tri de formes géométriques simples » lorsqu'il s'agit de poser une question relativement à un ensemble de forme ou à un critère d'un ensemble de formes, puis lorsqu'il s'agit d'éliminer ou conserver les images du plan de jeu. Le traitement de la question s'appuie sur le type de tâche T2 car il s'agit d'analyser dans quelle mesure l'information interrogée par la question (forme ou caractéristique) s'apparie ou non avec l'image choisie. Les registres mis à disposition ici sont les mêmes pour les deux joueurs bien que l'ordre dans lequel ils sont mobilisés n'est pas identique selon que l'on pose ou réponde aux questions. Il s'agit des registres graphique (images sur les planches) et discursif (dans la verbalisation des questions et réponses).

2 Des familles à construire

A partir d'une collection de formes manipulables (entre 9 et 16 formes suivant le degré de difficulté souhaité⁵), l'élève doit construire des familles (nombre de familles imposé ou non). Une fois les familles construites, l'élève doit justifier ses choix.

⁵ Échantillon de forme en annexe 1

Ces formes sont découpées dans un disque en carton rigide (le cercle ne favorise aucune orientation particulière). Ce matériel permet d'appréhender la forme soit à partir du gabarit (la surface pleine qui la définit) soit à partir de sa partie évidée (nommé un pochoir). Pour l'activité des familles à construire, nous pouvons choisir de présenter aux élèves l'un ou l'autre de ces deux supports.

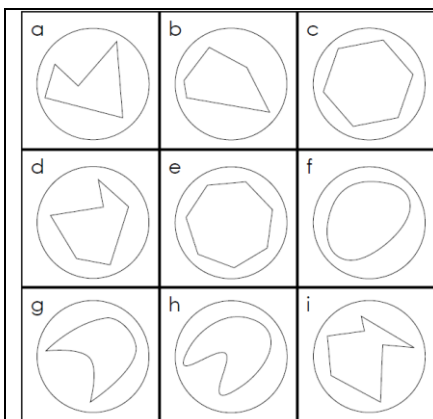


Figure 4 : formes pour « Des familles à construire »

Objectif(s) : Cette tâche vise un travail sur les caractéristiques des formes. Elle permet également de faire émerger un lexique commun qui pourra être réinvesti dans d'autres tâches.

Stratégie(s) visée(s) : Choisir une première pièce et identifier une caractéristique (nombre de sommets ou convexité ou courbe). Choisir parmi les autres pièces celles qui possèdent la même caractéristique. Une fois la famille construite recommencer avec une nouvelle pièce ou une nouvelle caractéristique.

Prendre les pièces les unes après les autres et les mettre ensemble si elles partagent une caractéristique commune, sinon les mettre dans des familles distinctes. Si cela donne trop de familles (plus de 3 ou 4), essayer de regrouper les formes restantes dans des familles déjà existantes en élargissant les caractéristiques.

Pour résoudre cette tâche, l'élève doit trier des formes qu'il peut manipuler, en se basant sur des ressemblances globales ou à des caractéristiques. Il s'agit du type de tâche T5 associé au registre d'ostensif 1 « manipulateur ».

3 Retrouve la bonne forme

3.1 Première variante en autonomie

Cette tâche reprend la collection de formes présentée en annexe 1 (entre 9 et 16 formes selon le degré de difficulté souhaité). Les pièces évidées sont placées dans une boîte et les pièces pleines sont disposées sur une table éloignée. L'élève prend une pièce dans la boîte. Il peut la regarder et la manipuler, puis, sans l'emmener avec lui, il doit aller chercher la pièce pleine correspondante sur la table éloignée. La pièce pleine ramenée par l'élève est validée si elle s'encastre dans la pièce évidée choisie. L'élève marque alors 1 point. Le but est de gagner un maximum de point. Il est possible d'autoriser plusieurs allers-retours entre les pièces évidées et les pièces pleines, la seule contrainte étant que lorsque l'élève ramène une pièce avec lui il ne peut plus la changer. Les allers-retours permettent donc à l'élève de vérifier les caractéristiques de sa forme (notamment si plusieurs se ressemblent) afin d'effectuer son choix définitif.



Objectif(s) : Ce jeu vise la mémorisation d'une forme qui s'appuie sur une ou plusieurs caractéristiques spécifiques à la forme.

Stratégie(s) visée(s) : Identifier dans la pièce disponible une ou plusieurs caractéristiques spécifiques (nombre de côtés, de sommets, lignes courbe, droite, convexe ou non, ...). Mémoriser ces caractéristiques pour identifier la forme cherchée parmi les pièces disposées sur la table.

Pour résoudre cette tâche, l'élève doit identifier une forme et la mémoriser en utilisant une mémorisation globale ou en s'appuyant sur une (ou plusieurs) de ses caractéristiques. Il doit ensuite aller chercher la forme évidée correspondante pour les appairer. Il s'agit du type de tâche T2. Le registre « manipulateur » est ici investi.

3.2 Deuxième variante - jeu de communication

Le matériel présenté précédemment est repris, mais cette fois la tâche s'adresse à deux joueurs. L'élève 1 prend un disque évidé de la boîte sans que l'élève 2 ne le voie. L'élève 1 donne des informations à l'élève 2 pour que ce dernier aille chercher la pièce pleine correspondant au disque évidé. Une fois que la pièce pleine est choisie, elle ne peut plus être changée. Si elle s'insère correctement dans le trou du disque les élèves marquent 1 point. Le but est de gagner un maximum de points.



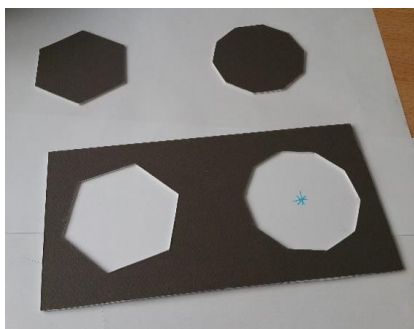
Objectif(s) : Ce jeu de communication implique l'explicitation des caractéristiques exhaustives de chaque forme choisie, ou du moins suffisantes par rapport à l'ensemble des formes disponibles.

Stratégie(s) visée(s) : Le premier élève identifie dans le disque évidé une ou plusieurs caractéristiques spécifiques (nombre de côtés, de sommets, lignes courbe, droite, convexe ou non, ...). Il communique ces caractéristiques pour que le deuxième élève identifie la forme cherchée parmi les pièces disposées sur la table.

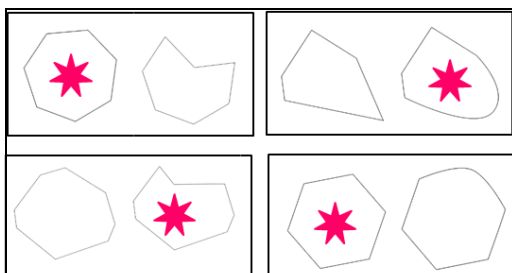
Cette tâche est très similaire à la tâche précédente. Toutefois la communication entre les deux joueurs implique une formulation explicite des caractéristiques. Les types de tâches impliqués sont les mêmes que dans la version du jeu en autonomie, l'ostensif « manipulateur » est complété par l'ostensif du registre discursif.

4 Jeu de l'étoile

La collection de formes est la même que pour les jeux précédents mais le matériel est différent. Deux formes⁶ différenciées par une seule caractéristique (nombre de côtés ou convexité ou côtés courbes, etc...) sont découpées dans une planche de carton rectangulaire. Le matériel est conçu comme un puzzle. Les formes peuvent donc se détacher laissant place à un espace vide, mais avec un fond. Lorsque l'élève enlève les deux pièces de sa planche, il les donne à son adversaire et découvre une étoile sous l'une d'entre elles (en bleu dans l'image ci-dessous). Là où se situe l'étoile correspond la forme que l'élève doit décrire oralement à son camarade (sans geste ni dessin). Suite à la description faite, l'élève qui a en sa possession les deux formes pleines doit donner celle correspondant à la description. Si cette dernière s'encastre dans l'espace où se situe l'étoile, c'est gagné, les élèves marquent 1 point. Le but est de gagner un maximum de point.



⁶ On pourrait imaginer le même travail avec plus de formes mais il faut être très vigilant à ce qu'il n'y ait qu'une caractéristique visée par planche.



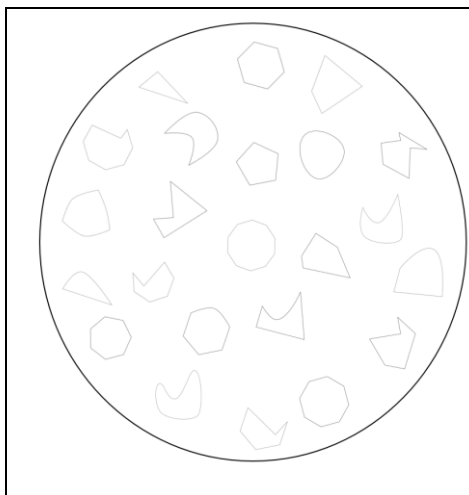
Objectif(s) : Identifier la caractéristique qui permet de discriminer les deux formes présentes sur la planche (par exemple la convexité pour les planches de gauche, un côté courbe pour les planches de droite). Verbaliser cette caractéristique avec un lexique commun ou du moins suffisamment clair pour que le camarade comprenne de quelle forme il s'agit.

Stratégie(s) visée(s) : Le premier élève identifie entre les deux pièces la caractéristique qui permet de différencier les deux pièces (nombre de côtés, de sommets, lignes courbe, droite, convexe ou non, ...). Il communique cette caractéristique pour que le deuxième élève identifie la forme associée à l'étoile parmi les 2 pièces disponibles.

Cette activité vise spécifiquement un travail sur les caractéristiques, les deux formes proposées doivent être identifiées à travers leurs caractéristiques. Le registre « manipulatoire » est utilisé ainsi que le registre discursif pour expliciter la caractéristique spécifique.

5 Jeu Lyncéforme

La collection de formes utilisée est toujours la même. Un grand nombre de ces formes sont reproduites aléatoirement sur un grand plateau de jeu circulaire. Chaque forme reproduite possède son double découpé dans un matériel transparent selon la même échelle et déposé dans un petit sac. Chaque joueur possède un pion. Une pièce découpée est piochée dans le sac et placée sur la table. Les élèves ne peuvent pas la toucher. Dès qu'un élève pense avoir trouvé son double sur le plateau, il y dépose son pion et le jeu s'arrête aussitôt. L'élève valide son choix en plaçant la pièce sur la forme choisie du plateau. La transparence de la forme permet de s'assurer de la superposition exacte. Si les deux formes correspondent, l'élève gagne la pièce. Dans le cas contraire il est éliminé pour ce tour et le jeu reprend avec les joueurs restants. Le but du jeu est d'obtenir un maximum de pièces.



Objectif(s) : Ce jeu permet à l'élève d'être dans un intermédiaire entre perception globale de la forme et caractéristiques des formes. Toutefois, le jeu sur les variables didactiques (si on se trompe on ne peut plus jouer jusqu'à la prochaine forme / nombre conséquent de formes sur le plateau / ressemblance entre beaucoup de formes du plateau) force les élèves à se centrer davantage sur les caractéristiques des formes afin d'être certains qu'il s'agisse de la bonne.

Stratégie(s) visée(s) : Identifier dans la pièce choisie une ou plusieurs caractéristiques spécifiques (nombre de côtés, de sommets, lignes courbe, droite, convexe ou non, ...). Sélectionner parmi les formes du plateau celle qui possède les mêmes caractéristiques.

Dans cette tâche, il s'agit d'apparier deux formes (T2) en s'appuyant sur une identification par les caractéristiques plus efficace qu'une identification globale car plus précise étant donnée la proximité visuelle de certaines formes. Le registre « manipulatoire » est présent mais peu disponible, la validation se fait dans le registre graphique.

IV - ANALYSE DES TACHES EN CLASSE

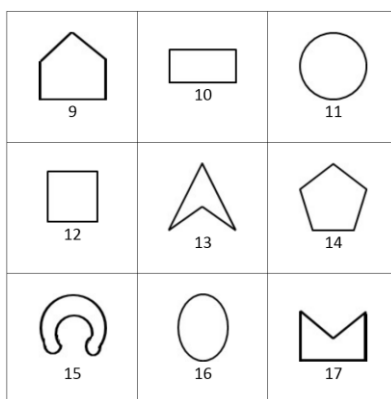
Dans cette partie nous présentons nos premières analyses suite à la passation de ces cinq tâches dans 6 classes avec des élèves de 4 à 6 ans. Cette première passation avait pour ambition de tester les tâches en situation. Chaque participant a, durant l'atelier, testé 3 des 5 tâches.

1 Devine laquelle j'ai choisie

1.1 Planche Bonhomme de neige

Comme nous l'avons déjà indiqué pour cette planche, la reconnaissance de forme se fait par une perception globale de la forme et non sur les caractéristiques. Cette procédure est effectivement la plus adaptée. Cette tâche implique un travail de repérage. Les élèves doivent situer à quelle partie du corps correspond la forme dont ils parlent. Deux grandes procédures de repérage ont été observées : se référer aux différentes parties du corps de manière absolue (est-ce qu'il a une tête ronde ?), ou de manière relative (est-ce que dessus il y a un carré ?). Dans la majorité des cas c'est le premier cas de figure que les élèves adoptent. En début de partie une petite minorité d'élèves n'utilise pas de repérage du tout (est-ce que c'est carré ?) mais ces questions sont rapidement complétées car l'adversaire demande des précisions.

1.2 Planches Formes géométriques



Les élèves procèdent d'abord par perception globale soit en identifiant les formes par ressemblance à un objet connu (une maison pour la 9, une flèche pour la 13, un pont pour la 15 et un œuf pour la 16) soit en donnant son nom lorsque celui-ci est su (carré, triangle, rectangle, rond, losange). Deux élèves sur 25 ont introduit les caractéristiques des formes dans leurs questions (« est-ce qu'il y a des pointes en haut », « est-ce qu'il y a un pic sur ta forme ? », « est-ce que ta forme est plate en bas ? », « est-ce que c'est pointu ? »). Nous constatons dans ces cas, que lorsque les élèves utilisent ces formulations dans les échanges, l'adversaire (ou les adversaires dans le cas de binôme) les reprennent naturellement par la suite. Nous avons également constaté des blocages, alors le jeu s'arrête. Enfin, dans certains cas des élèves cherchent à dessiner les formes en l'air avec leurs doigts.

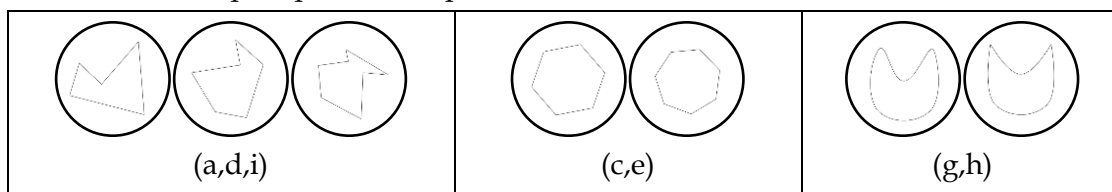
2 Des familles à construire

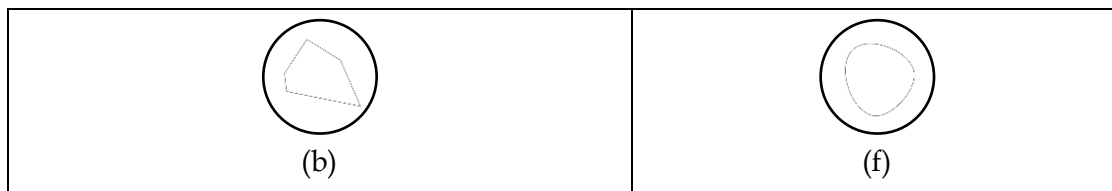
Cette tâche vise un travail sur les caractéristiques des formes. La formulation des critères qui déterminent les familles établies par les élèves est complexe, voire absente, en particulier chez les plus jeunes élèves.

Les élèves associent en général les formes suivantes :

- (a, d, i) en justifiant « la famille des coins » ; « la famille des grandes pointes »,
- (c,e) en justifiant « elles se ressemblent » ; « les petits droits »,
- (g,h) en justifiant « c'est les mêmes formes » ; « des fers à cheval » ; « des sourires » ; « c'est deux têtes avec des oreilles », « pointues et arrondies ».

Les formes b et f semblent plus problématiques.





Parfois (f) est associée à (g,h) avec comme justification « elles vont presque ensemble » ; « la famille des arrondis », « des bouts de ronds » ; « la famille des ronds ». Certains élèves associent plutôt (f) à (c,e) en expliquant « ce sont des formes qui existent » ; « les ronds » et « les presque ronds ».

Parfois (b) est associé à (a,d,i) car « elles n'existent pas » ; « c'est la famille des pics » ; « des montagnes » ; « la famille des pointus ». D'autres élèves associent (b) à (c,e) en expliquant que « c'est la famille des côtés », « la famille des petites pointes ».

Les élèves de 4-5ans (MS) parviennent à faire des familles intéressantes mais rencontrent beaucoup de difficultés dans l'explicitation de leurs critères de choix : « elles se ressemblent » ; « ce sont les mêmes » ; « parce que » ; « des trous » ; « des montagnes ». Ils sont principalement attachés à l'aspect global des formes en cherchant une ressemblance de celles-ci avec des objets identifiables dans leur quotidien.

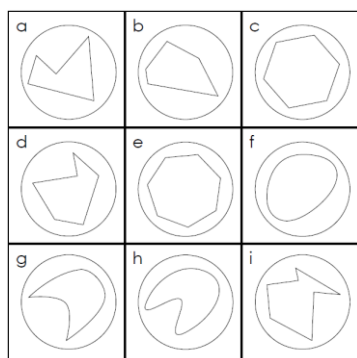
Avec des élèves de 5-6 ans (GS) le vocabulaire est davantage développé et quelques justifications par les caractéristiques des formes émergent dans un langage courant : « les pics » ou « des pointes » (en référence tantôt aux angles aigus tantôt aux angles obtus) ; « des grands droits » (en référence à la longueur des côtés) ; « des arrondis » (en référence aux formes courbes vs rectilignes).

Nos observations en classe ont permis de mettre en évidence que le nombre de familles autorisées (3 ou plus) influence le travail des élèves, tout comme les formes mises à disposition. Il faut savoir adapter le nombre de familles autorisé selon les formes disponibles pour s'assurer un travail sur les caractéristiques et l'émergence d'un vocabulaire lié aux caractéristiques.

Certaines expressions langagières qui ont émergées dans cette tâche ont été réinvesties dans les tâches suivantes (pics, pointes).

3 Retrouve la bonne forme

3.1 Première variante en autonomie



Nous avons principalement testé cette configuration de jeu avec les 9 pièces de la tâche Des familles à construire. Dans cette première variante les élèves travaillent en autonomie sans avoir à expliciter leurs critères de choix. Nous avons donc peu d'informations. Certaines erreurs récurrentes (entre a et d et c et e) nous laissent penser que la stratégie favorisée par les élèves est d'abord l'identification par perception globale, car c'est possible et efficace la plupart du temps. Si l'on souhaite un travail sur les caractéristiques il faut augmenter la collection de formes et proposer des formes visuellement proches afin de rendre nécessaire l'identification des caractéristiques des formes.

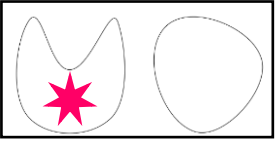
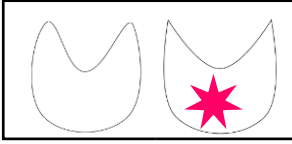
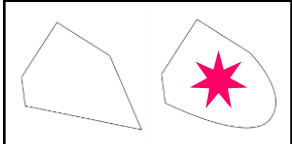
3.1 Deuxième variante - jeu de communication

Cette tâche s'est avérée plus complexe que nous l'avions prévu. Tout d'abord, le passage par la verbalisation est difficile, mais fonctionne quand même relativement bien selon les duos d'élèves formés. Ensuite, comme l'émetteur ne voit pas l'ensemble de la collection, mais qu'il pioche une seule forme, les informations qu'il donne à son camarade peuvent parfois être insuffisantes. Pour finir, les informations données sont principalement axées sur la ressemblance de la forme à un objet du quotidien et non sur ses caractéristiques. Le problème qui en découle, c'est qu'il s'agit de perceptions personnelles qui ne sont pas toujours partagées. La perception non partagée est renforcée par l'orientation de la forme parfois différente par les deux élèves (exemple avec le pont ou le sourire).

Nous avons tout de même observé quelques échanges intéressants qui nous confortent dans notre projet, mais qui nous demande toutefois de revoir un certain nombre de variables dans ce jeu avant de le présenter une nouvelle fois en classe.

4 Le jeu de l'étoile

Cette tâche est proche de la tâche précédente, mais vise, pour chaque planche, un travail spécifique sur une seule caractéristique. Pour certaines planches les élèves ont pu s'en sortir sans utiliser les caractéristiques des formes, mais en se basant sur l'aspect global de la forme (comme le montre le premier des exemples ci-dessous). Cependant dans la majorité des cas, les élèves ont utilisé des caractéristiques des formes, même si le vocabulaire employé est « informel ». Ce qui importe, c'est que les termes choisis soient partagés avec le second joueur. Malheureusement, ce n'est pas toujours le cas. Par exemple, certains élèves utilisent « pics » et « pointes » pour désigner des angles plus petits ou proches de l'angle droit alors que d'autres utilisent les mêmes termes pour les angles plus grands que l'angle droit ou proches de l'angle plat.

 La dent ; le sabot ; un pantalon ; une empreinte ; une fleur.	 Celle qui a des pointes ; deux pointes et c'est rond ; c'est comme un chat avec des oreilles pointues.	 3 pointes et un rond ; 1 trait penché, un trait penché et un rond en bas
--	---	---

La convexité est très peu exploitée. Quelques rares élèves ont introduit le terme « trou » s'y référant. Le jeu de l'étoile est selon nous riche et il permet un contrôle de l'enseignant sur les caractéristiques travaillées, ainsi que sur le vocabulaire utilisé par les élèves.

5 Le Lyncéforme

Cette dernière tâche a été peu testée en classe. Nos premières observations sont plutôt positives, bien que de nombreux aspects en lien avec l'organisation sociale et le matériel restent à (re)penser. Le lyncéforme se rapproche de la tâche Retrouve la bonne forme en autonomie, mais avec une plus grande collection de formes (23 formes actuellement) dont certaines très ressemblantes entre elles. La compétition entre les joueurs est à double tranchant. Elle a tendance, dans un premier temps du jeu, à presser les élèves en les forçant à se baser sur la perception globale des formes. Suite à plusieurs échecs avec cette stratégie, certains élèves arrêtent de se presser en optant pour davantage de précision dans la recherche de la forme à trouver les amenant à discriminer certaines formes selon ses caractéristiques. Cependant la verbalisation de leurs critères de reconnaissance n'est pas contrainte dans ce jeu, nous n'avons donc pas toujours accès à leur stratégie. Lorsque des explicitations émergent spontanément, ou sur demande, on constate que les élèves basent leurs arguments de réussite ou d'échec en se basant sur des caractéristiques des formes. Actuellement, nous observons cette tendance à ne plus se presser et à entrer dans une démarche davantage axée sur les caractéristiques des formes chez les élèves les moins jeunes (5-6 ans).

6 Réflexion autour de l'exploitation du matériel présenté pour la formation

Le temps à disposition pour discuter de la formation a été fortement restreint. De ce fait, nous n'avons pu que survoler la question de l'exploitation des cinq tâches créées pour la formation. Nous nous sommes ciblées sur la tâche « Devine laquelle j'ai choisie ? » en mettant en évidence l'évolution des différentes planches de jeux comme une possibilité de travailler avec les étudiants sur les variables didactiques. De plus, en proposant aux étudiants de créer leur propres planches de jeux, cela les oblige à réfléchir au type de caractéristiques (uniquement géométrique ou mathématique ou autre (couleur, présence/absence d'objets)) ainsi qu'à leur nombre selon les objectifs visés par la tâche. Les participants

se sont donc mis d'accord sur le fait que l'utilisation de ce jeu pourrait être riche dans le cadre de la formation même si, a priori, il ne semble pas avoir l'impact souhaité (travail sur les caractéristiques des formes) avec les élèves.

V - BILAN ET PERSPECTIVES

L'atelier a été riche en discussions. Il en ressort que les tâches proposées ont bien un intérêt que ce soit pour travailler avec les élèves en classe ou avec les étudiants en formation. L'idée qu'il existe une étape intermédiaire entre une perception globale des formes et le travail sur les propriétés géométriques n'a pas été remise en question.

Au début de notre atelier nous avons fait la demande aux participants d'être le plus réactif possible. Notre projet étant au stade de développement, c'est maintenant que nous devons modifier nos tâches et poursuivre notre travail d'expérimentation dans les classes. Une fois l'étape suivante lancée, à savoir fournir le matériel aux enseignants afin qu'ils l'utilisent de manière autonome en classe, il sera moins évident de modifier sans cesse les tâches. De ce fait, de nombreux questionnements ont été soulevés et de nouvelles propositions de modifications de tâches ou de création de tâches ont été proposées. Nous les pointons ci-dessous :

Considérations générales

- Selon l'un des participants, il serait opportun d'ajouter un registre d'ostensif supplémentaire qui serait entre le 1 (objets concrets manipulables) et le 2 (représentation graphique des objets), à savoir une photographie des objets. Cette nouvelle vision permet une représentation de la manipulation avant sa schématisation. Une autre possibilité évoquée par un participant serait d'utiliser le mime, ce qui pourrait introduire un nouveau registre d'ostensif également.
- Selon un autre participant, il semble que comme le nombre est un concept en construction chez les élèves de 3 à 6 ans, il n'est pas opportun de recourir à la caractéristique « nombre de côté » qui n'est pas maîtrisée par les élèves de maternelle. Le travail sur la caractéristique autour du nombre de côtés peut même perturber l'apprentissage du nombre et du comptage.

Considérations sur les tâches présentées

- Concernant la tâche Des familles à construire, un participant suggère, une fois les catégories de familles terminées et explicitées, de proposer une nouvelle forme. Cela permet de mettre à l'essai la classification des élèves. Ainsi, soit la forme s'ajoute à une famille déjà existante, soit il faut en créer une nouvelle, voire revoir sa classification initiale. Cela suscite donc de nouvelles réflexions chez les élèves autour des caractéristiques des formes.
- Les questions et réponses des participants par rapport à la tâche « Devine laquelle j'ai choisie ? » vont dans le sens des résultats obtenus à partir de nos observations, c'est-à-dire que la logique sous-jacente (interprétation des réponses) est complexe pour de jeunes élèves et que cette tâche n'est réalisable que dès la GS. De plus, si l'on souhaite que les élèves soient sur les caractéristiques des formes, cette tâche n'est pas optimale.

Nouvelles tâches possibles

- Pour empêcher l'élève d'utiliser sa perception globale, mais le forcer à entrer dans une démarche sur les caractéristiques des formes, on pourrait bander les yeux des élèves. Ainsi, seul le toucher peut être utilisé.

Toutefois, si nous n'avons pas conçus de tâches de ce type, c'est parce qu'elles sont foisonnantes dans les ouvrages pédagogiques dont nous avons fait la recension pour la Copirelem 2014. Ainsi, il est possible d'en sélectionner quelques-unes dans la palette existante.

Concernant la suite de notre travail, nous prévoyons de poursuivre nos investigations en classe avec des élèves dès la rentrée scolaire 2015-2016. Pour ce faire, nous travaillons actuellement afin de peaufiner nos tâches au regard des retours qui nous ont été fait et en créer d'autres. Une fois que notre palette de tâches sera stabilisée, nous pourrions passer à l'étape suivante qui consiste à fournir le matériel aux enseignants afin qu'ils l'utilisent de manière autonome en classe. Cela a pour objectif de tester la viabilité de nos tâches en classe et parallèlement dans des animations avec l'association Plaisir Math. La dernière phase étant de développer une mallette autour de la reconnaissance de formes géométriques. Cette dernière serait autant adaptée pour la classe qu'à des animations mathématiques. A cet effet, un parcours plus ou moins balisé pour les professionnels sera proposé, permettant de cibler les tâches pertinentes à proposer aux élèves ou enfants parmi un ensemble vaste de possibilités.

Ce balisage sera fait selon plusieurs critères que nous décrivons ci-dessous :

- Le type de tâches (pour l'instant uniquement T2 « appariement de deux formes simples » et T5 « tri de formes géométriques simples ») ;
- La vision souhaitée de la forme : perception globale ou selon les caractéristiques des formes ;
- Les registres d'ostensif disponibles ;
- La part du ludique et du mathématique dans les tâches.

Au regard de ces considérations, nous ne pouvons que conclure en constatant que notre projet en est à un stade relativement embryonnaire. De ce fait, nous concluons avec « à suivre... » et au plaisir de vous revoir, peut-être, pour de nouveaux épisodes lors de la prochaine Copirelem.

BIBLIOGRAPHIE

BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-123.

BRACONNE-MICHOUX A. (2008). *Evolution des conceptions et de l'argumentation en géométrie chez les élèves : paradigmes et niveaux de Van Hiele à l'articulation CM2- 6ième*. Thèse de doctorat de l'université Paris Diderot.

COUTAT, S., VENDEIRA, C. (2015a). Quelle ressource pour la reconnaissance de forme en maternelle ? in *Acte du XXXI^e colloque COPIRELEM*, IREM de Bordeaux.

COUTAT, S., VENDEIRA, C. (2015b). Des pointes, des pics et des arrondis en 1P-2P, *Math-École* 223, 14-19.

DUVAL, R. (2005), Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1998). Réflexion sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maîtres. *Grand N*, 64, 65-78.

PARZYSZ B. (2003). Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1. *Carnet de route de la COPIRELEM*, tome 2, 107-125.

CONFERENCE INTERCANTONALE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE DE LA SUISSE ROMANDE ET DU TESSIN (CIIP) (2010). *Plan d'étude Romand, 1er cycle, Mathématiques et Science de la nature. – Sciences humaines et sociale*, CIIP.

Références des manuels

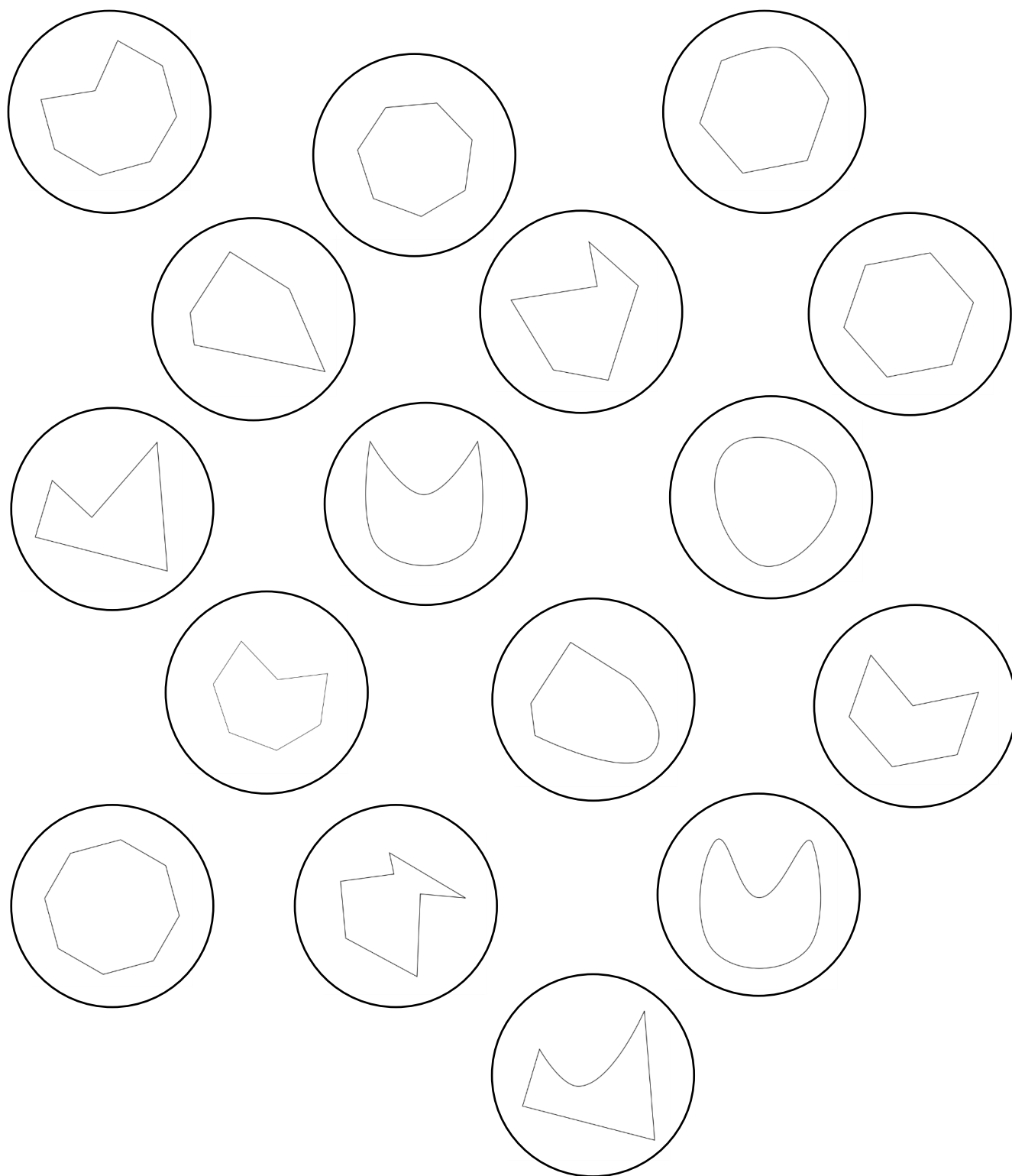
DEBU P., PEYNICHOU D., TRUANT D. (2002-a). *Collection Pour comprendre les mathématiques, découvrir le monde GS, Guide pédagogique*, Paris : Hachette.

DEBU P., PEYNICHOU D., TRUANT D. (2002-b). *Collection Pour comprendre les mathématiques, découvrir le monde GS, Fichiers*, Paris : Hachette.

DUPREY G., DUPREY S., SAUTENET C. (2011-a). *Vers les maths Maternelle Petite Section*, Schiltigheim : ACCES.

DUPREY G., DUPREY S., SAUTENET C. (2011-c). *Vers les maths Maternelle Grande Section*, Schiltigheim : ACCES.

ANNEXE 1 – ECHANTILLON DE LA COLLECTION DE FORMES



CONSTRUIRE LE NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE : À PARTIR DE QUELLES SITUATIONS EN FORMATION INITIALE ?

Sophie MAGAGNINI

IMF-PEMF, Ecole Maternelle J. Morel, Vesoul
ESPE de Franche-Comté
Groupe maternelle DSDEN 70
sophie.magagnini@ac-besancon.fr

Catherine PAUTHIER

catherine.pauthier@ac-besancon.fr
PEMF, Ecole Maternelle J. Morel, Vesoul
ESPE de Franche-Comté
Groupe maternelle DSDEN 70

Etienne TUFEL

etienne.tufel@univ-fcomte.fr
Professeur de mathématiques
ESPE de Franche-Comté
IREM Besançon

Résumé

La question de la construction du nombre à l'école maternelle s'inscrit dans un contexte particulier : celui de la parution de nouveaux programmes applicables à la rentrée 2015. Ces derniers s'appuient sur diverses approches théoriques pour faire découvrir les nombres et leurs utilisations. Progressivement, les élèves sont confrontés à de nombreuses situations impliquant des activités pré-numériques et numériques. Les préconisations d'enseigner l'itération de l'unité et les décompositions des nombres, en évitant le comptage-numérotage, vont modifier la manière de parler du nombre chez les enseignants. Comment accompagner cette évolution dans le cadre de la formation initiale ? Quelles situations proposer pour une mise en œuvre dans les classes des professeurs stagiaires ?

L'atelier visait à élaborer un glossaire illustré de mots-clés liés à la construction du nombre figurant dans les nouveaux programmes, en en proposant une signification mathématique (par un travail en groupe des participants), en explorant les préconisations des programmes 2015 (par un exposé oral des intervenants) et en illustrant ces mots-clés par des situations de classe (par une discussion autour de séances filmées dans des classes).

I - INTRODUCTION

Cet écrit restitue la réflexion d'un collectif de travail constitué de formateurs¹ occupant diverses fonctions : maîtres-formateurs et professeur de mathématiques d'une ESPE (tuteurs des professeurs stagiaires) et conseillers pédagogiques de circonscriptions (chargés du suivi des titulaires débutants). Les membres des groupes maternelle² et mathématiques³ du département de la Haute-Saône ont alimenté les échanges et problématisé des questions professionnelles partagées.

¹ C. Ivance, PEMF ; V. Goutte, CPC Lure ; M-P. Amiot, CPC Gray ; G. Ferrand, CPC Vesoul 2.

² Sous la responsabilité de E. David, IEN Lure.

³ Sous la responsabilité de C. Lhôte, IEN Luxeuil.

1 Des constats sur les séances observées dans les classes des débutants

1.1 Le point de vue des formateurs

Du point de vue des formateurs, lors des visites en classe, les activités observées relèvent essentiellement du dénombrement et de l'acquisition de la suite orale des mots nombres.

- Le moment collectif des rituels est repéré par les enseignants débutants comme une activité mathématique quotidienne : il s'agit de dénombrer les absents, les présents, les filles, les garçons... Ces moments contribuent à la construction des premiers savoirs et savoir-faire (par exemple, être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots nombres avec le pointage des élèves). La procédure de comptage-numérotage est le plus souvent sollicitée.
- C'est aussi le cas lors de la réalisation de nombreuses fiches et dans les activités nombreuses autour de la réalisation d'albums à compter. Il est fréquent de proposer la fiche du 6, du 7, puis du 8..., pour lesquelles les élèves doivent notamment constituer des collections de cardinal donné.
- Nous avons observé une place grandissante de la bande numérique utilisée dans les situations où le comptage-numérotage est sollicité.
- Des situations, conduites en atelier, permettent une « manipulation » d'objets pour réaliser une collection dont le cardinal est donné. Beaucoup de débutants (et d'enseignants expérimentés) que nous avons observés semblent démunis pour proposer des situations susceptibles de poser réellement problème à leurs élèves, et pour identifier précisément ce qu'ils veulent leur faire apprendre. Certains l'expriment ainsi « il manque des étapes entre la manipulation et la réalisation de fiches par l'élève. »
- La mise en œuvre de situations problèmes, par exemple destinées à faire émerger l'intérêt du recours au nombre, est assez rare. Les débutants qui essaient sont, selon nos observations, seulement ceux qui maîtrisent à la fois la tenue de classe et les contenus mathématiques.

1.2 Le point de vue des débutants

Nous avons souhaité recueillir, par le biais d'un questionnaire (cf. annexe 1) la parole de professeurs stagiaires débutants exerçant en classe maternelle : parmi ceux que nous avons interrogés, certains sont en service complet (PES 1), d'autres à mi-temps dans le cadre de l'alternance du master 2 MEEF. Le nombre réduit de réponses (une dizaine) ne constitue pas un matériau de recherche. Nous avons cependant choisi de relater les propos présents dans tous les questionnaires ; ceux-ci nous semblent en effet constituer des éléments intéressants pour alimenter la réflexion des formateurs.

- À la question « Quelles activités mathématiques autour des nombres avez-vous mises en place ? », tous mentionnent le moment des rituels lors du regroupement collectif en début de matinée.
- À la question « Qu'est-ce qui vous a posé problème lors de la mise en œuvre d'une situation ? », ils répondent en convoquant des problèmes de gestion, d'organisation du groupe classe : matériel, répartition des rôles, organisation de l'espace de la classe. La dimension matérielle semble primer sur un déroulement pédagogique élaboré.
- À la question « Quelles ressources avez-vous utilisées ? », ils répondent en citant les ouvrages de la collection *Vers les Maths* (Duprey, Duprey et Sautenet, 2011) et des sites académiques. Les programmes 2008 ne sont pas évoqués. Deux enseignants exerçant en grande section ont essayé de mettre en œuvre des situations extraites de la collection *Découvrir le monde avec les mathématiques* (Valentin, 2004) et de l'ouvrage de l'équipe ERMEL (2005) en mentionnant des difficultés de mise en œuvre.

La question : « Comment donner du sens à certaines situations ? » a aussi été posée dans certaines réponses, en lien avec la signification du nombre pour un enfant de trois ans. La difficulté à prendre en compte des différences d'acquisitions entre les élèves a également été mentionnée.

2 Des choix de formateurs

Ces constats nous ont conduits à chercher à prendre appui sur le travail réel des débutants. Dans le cadre de la formation initiale, nous avons identifié des leviers susceptibles de leur permettre de s'approprier des situations d'apprentissage autour de la construction du nombre, puis de les mettre en œuvre avec suffisamment de repères (théoriques, issus des programmes, en lien avec la posture et les gestes de l'enseignant, et enfin avec les réactions des élèves qui seront anticipées) pour se sentir en sécurité dans la mise en œuvre en classe.

Nous les avons exprimés ainsi :

- Permettre aux enseignants d'être au clair sur les définitions des mots-clés utilisés dans les programmes pour construire le nombre, en faisant référence à l'activité de l'élève. Exemple : quelle signification donner à l'expression « l'itération de l'unité » ?
- Présenter aux enseignants une analyse des programmes 2015, en identifiant les influences des recherches en didactique des mathématiques sur les préconisations qui sont formulées pour la construction des savoirs pré-numériques et numériques, et en relevant des éléments de progressivité tout au long du cycle 1.
- Proposer des situations d'apprentissage dans toutes les sections y compris la petite section relevant des familles de situations suivantes : situations fonctionnelles, situations rituelles, situations de jeux, situations d'apprentissage construites spécifiquement par l'enseignant pour faire faire des mathématiques. Ces situations sont mises en œuvre dans un contexte d'enseignement avec du matériel ordinaire. Certaines se proposent de faire évoluer la situation des rituels en situation de construction du nombre (avec un objectif mathématique). Elles tentent « d'illustrer » les mots-clés mathématiques sélectionnés.
- Conduire les séances de formation en ayant le souci d'employer un langage « modélisant » correct au niveau de la formulation mathématique et de nature à favoriser la réflexion des élèves.

Ces trois leviers constituent l'objet de l'atelier.

Pour aborder ces éléments dans le cadre de l'atelier, nous avons choisi d'élaborer un glossaire illustré qui articule les programmes 2015, les savoirs mathématiques, les situations de classes. Le tableau ci-dessous, tracé sur une grande affiche en kraft, a servi de support et a été complété au cours de l'atelier.

Glossaire illustré pour construire le nombre à l'école maternelle		
Mots-clés et propositions de définitions	Préconisations des programmes 2015	Situations de classes repères

II - UNE MISE EN SITUATION POUR ÉLABORER UN GLOSSAIRE

À la lecture des nouveaux programmes, nous avons éprouvé, au sein de nos groupes de travail, le besoin de nous mettre au clair sur les termes mathématiques employés. Ainsi, pour certains d'entre nous, la formulation « itération de l'unité » n'était pas connue, même si la procédure était identifiée. Cette mise au point s'est avérée utile et féconde car elle a suscité des discussions sur les pratiques de classe et la manière de procéder adoptée par de jeunes élèves. Cette démarche nous a paru transférable lors de l'atelier pour proposer une mise en situation permettant d'échanger et de confronter des points de vue.

1 Se mettre d'accord sur une définition : travail de groupes

1.1 Consigne donnée

Donner une définition de chaque mot-clé (ou expression) ; elle devra être acceptable au niveau des savoirs mathématiques et compréhensible pour les acteurs : formateurs, enseignants débutants et expérimentés.

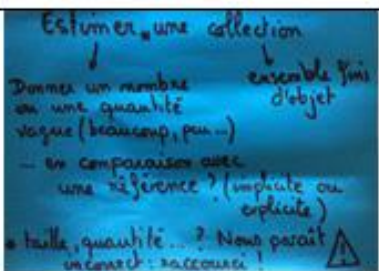
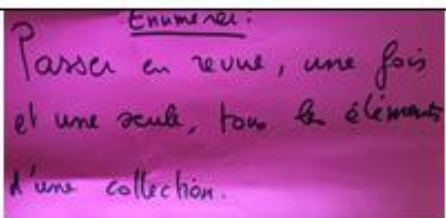
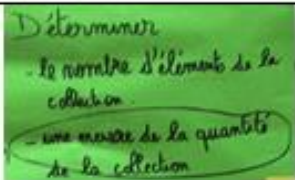
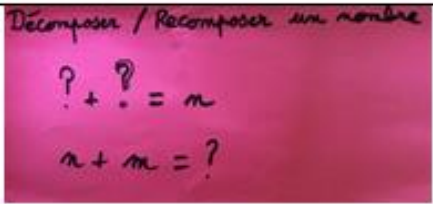
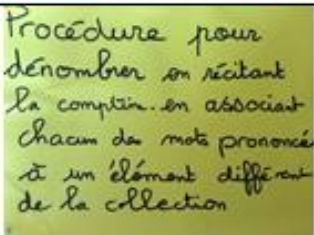
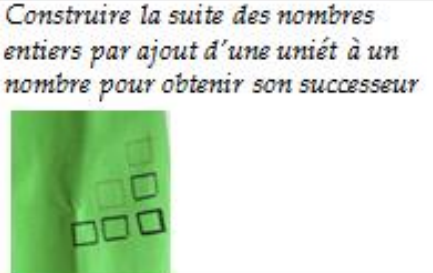
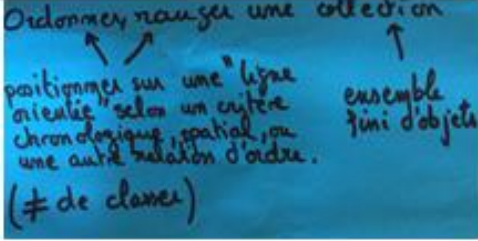
1.2 Échange dans les groupes

Les quatre groupes d'environ six à huit participants ont chacun eu à définir deux mots-clés. Cette activité a suscité des discussions parfois vives au sein des groupes constitués de formateurs de statuts différents. Les formulations de trois mots-clés que nous avons proposées ont posé problème et ont été corrigées :

- « Itérer un nombre » a ainsi été reformulé en « Itération de l'unité » ;
- « Estimer une collection » est devenu « Estimer une quantité » ;
- « Comparer des collections » a été reformulé en « Comparer des collections du point de vue de la quantité ».

1.3 Définitions proposées

Le tableau ci-dessous présente les propositions recueillies au cours de l'atelier.

Estimer une quantité		Enumérer	
Comparer des collections, des quantités		Dénombrer	
Décomposer un nombre (Recomposer)		Comptage Numérotage	
Itération de l'unité		Ordonner, ranger une collection	

Retour sur les définitions données

À la suite de cet atelier, plusieurs observations peuvent être faites sur les définitions produites par les participants.

- Les définitions sont formulées de différentes manières : certaines sous forme d'un schéma, d'autres par une phrase courte commençant par un verbe d'action ; d'autres enfin utilisent des flèches pour signifier la distinction entre les mots.
- La consigne donnée a été respectée. Les définitions proposées sont :
 - acceptables au niveau des savoirs mathématiques. Leur lecture n'a pas suscité de controverse.
 - compréhensibles pour les acteurs. Nous avons depuis eu l'occasion de proposer ces définitions à d'autres formateurs, à des enseignants exerçant à l'école maternelle (n'ayant pas participé à l'atelier) qui les ont comprises. Il reste à les tester auprès des enseignants débutants.

2 Proposer une idée de situation en lien avec les mots clés : travail de groupes (suite)

2.1 Situations proposées par les participants

Estimer une quantité	Combien de feuilles sur un arbre ? Légumes au coin cuisine/marché : combien ? ⁴	Enumérer	Les boîtes d'allumettes (Briand, Loubet et Salin 2004) et les situations dérivées. Distribution de matériel.
Comparer des collections du point de vue de la quantité.		Dénombrer	Boîtes à trésor : proposer de dénombrer les objets contenus dans une telle boîte (diversité des objets).
Décomposer un nombre. Recomposer	Boîte à œufs en carton (6 ou 12 emplacements) partiellement remplies : à partir de 2 œufs, combien d'œufs ajouter pour avoir 6 œufs ?	Comptage Numérotage	Compter les présents.
Itération de l'unité	« Je mets 3 objets dans une boîte noire, j'en ajoute un et je ferme la boîte : combien y-a-t-il d'objets dans la boîte ? ».	Ordonner, ranger une collection	?

2.2 Retour sur les situations proposées

Les situations proposées sont de deux types :

- celles issues de travaux de recherche, partagées par les formateurs de mathématiques à l'ESPE. Elles constituent des outils très souvent utilisés en formation initiale.
- celles issues de l'environnement proche du jeune élève.

Plusieurs mots-clés n'ont pas été illustrés par une situation.

⁴ Formulations utilisées par les participants et non explicitées

3 Nos propositions de définitions

Nous indiquons ci-dessous des propositions que nous avons construites dans notre groupe de travail, et que nous avons en partie reformulées suite à l'atelier. Le lecteur pourra se référer au texte écrit par Emprin et Emprin (2010) pour quelques éléments d'illustration supplémentaires qui peuvent être apportés en formation.

Estimer une quantité	Donner une valeur approximative de cette quantité. Cette valeur peut être un terme non numérique (beaucoup, peu), un nombre, voire une marque de comparaison avec une autre collection (autant que, plus, moins...)	Enumérer une collection	Parcourir l'ensemble de la collection en désignant ses éléments l'un après l'autre (du doigt, du regard, par pointage) sans en oublier et sans désigner deux fois le même.
Comparer deux collections du point de vue de la quantité.	Établir laquelle des deux collections contient le plus grand nombre d'objets en utilisant des procédures numériques ou non-numériques.	Dénombrer une collection	Déterminer le nombre d'éléments de la collection ou une mesure d'une collection. Plusieurs procédures sont possibles.
Décomposer un nombre (Recomposer)	Séparer les unités formant ce nombre en deux (ou plus) parties dont les cardinaux sont le résultat de la décomposition. <i>Exemple : « quatre, c'est deux et encore deux. »</i>	Comptage Numérotage	Procédure de dénombrement d'une collection qui consiste à réciter la suite des mots-nombres en même temps que l'on énumère les éléments d'une collection. C'est la procédure « traditionnelle » qui diffère de la procédure de dénombrement dite par itération.
Itération de l'unité	« Toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres » (Programmes 2015, BO du 26 mars 2015). <i>Exemple : 3 perles, et encore une perle, cela fait 4 perles.</i>	Ordonner, ranger une collection reformulé en Utiliser le nombre pour désigner un rang, une position	Ordonner et numéroté chaque élément d'une collection de manière à pouvoir ensuite repérer les objets de la collection selon la numérotation. La relation d'ordre choisie peut être liée à une grandeur. <i>Exemple : ranger une collection de baguettes selon leur taille.</i>

4 Se mettre d'accord : possible ou impossible ? De quel point de vue se placer ?

En proposant cette situation de recherche de définitions, nous souhaitons susciter les échanges au sein du groupe et contribuer par l'activité de chaque groupe à « se mettre au clair » sur des définitions. Cet objectif a été atteint. Pourtant, nous n'avons pas conscience de prendre un risque. Nous avons ressenti une certaine insécurité face à des postures de « spécialistes disciplinaires ». Celles-ci sont légitimes au regard de la fonction occupée et des préoccupations de didacticiens soucieux de se référer aux travaux

de recherche. Nous l'avons compris *a posteriori*. Sur le moment, nous étions quelque peu déstabilisés, d'autant plus que la consigne incitait à travailler dans une perspective d'inter-métiers de formateurs et en direction des enseignants débutants et polyvalents du premier degré.

Dans les programmes 2015, les définitions n'apparaissent pas telles quelles. Elles sont formulées à travers l'activité des élèves. Des indications sur le rôle de l'enseignant et sur les composantes d'une situation complètent le propos. Le paragraphe « dénombrer », rappelé ci-dessous, peut illustrer ce procédé. Une définition du dénombrement ne figure pas en tant que telle. C'est l'activité de dénombrement qui est caractérisée par le biais de préconisations basées sur des travaux de recherche.

« Dénombrer »

Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaître, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée (l'enfant doit comprendre que montrer trois doigts, ce n'est pas la même chose que montrer le troisième doigt de la main). Ultérieurement, au-delà de cinq, la même attention doit être portée à l'élaboration progressive des quantités et de leurs relations aux nombres sous les différents codes. Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant un à la quantité précédente (ou en enlevant un à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de un dans la suite des noms de nombres ou de leur écriture avec des chiffres. Pour dénombrer une collection d'objets, l'enfant doit être capable de synchroniser la récitation de la suite des mots-nombres avec le pointage des objets à dénombrer. Cette capacité doit être enseignée selon différentes modalités en faisant varier la nature des collections et leur organisation spatiale car les stratégies ne sont pas les mêmes selon que les objets sont déplaçables ou non (mettre dans une boîte, poser sur une autre table), et selon leur disposition (collection organisée dans l'espace ou non, collection organisée-alignée sur une feuille ou pas). »

III - PRENDRE CONNAISSANCE DES PROGRAMMES 2015

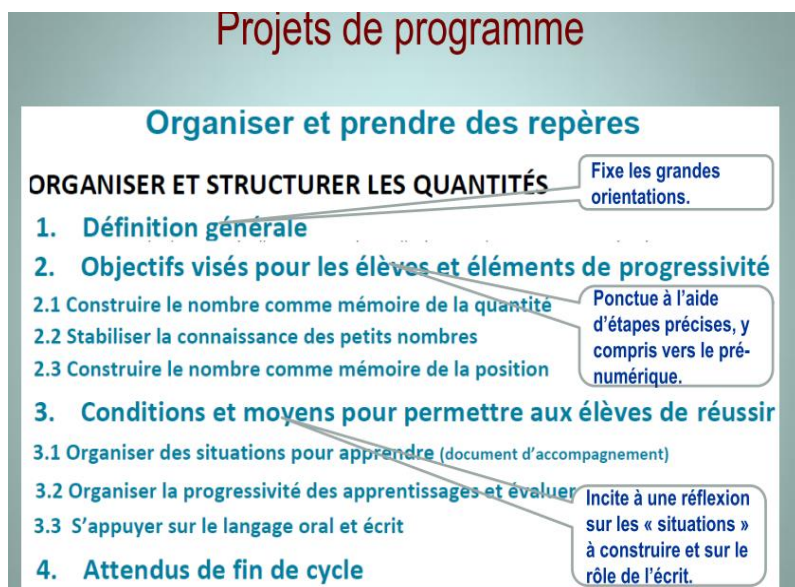
1 Des éléments sur les programmes 2015 : des projets de programmes à leur publication

La loi de refondation crée un cycle unique de la petite à la grande section, fondamental pour la réussite de tous. Le conseil supérieur des programmes publie en deux versions, dès juillet 2014, un projet de programme et recommandations soumis à l'avis des équipes enseignantes au mois d'octobre 2014 et aux analyses des chercheurs. La version longue⁵ consacre plus de huit pages à la construction du nombre. Deux contributions nous semblent intéressantes à mentionner en formation : R. Brissiaud⁶ analyse le contenu en ces termes : « une avancée significative par rapport aux programmes 2002 et 2008 » et propose certaines modifications. Joël Briand⁷ analyse l'architecture du texte de la manière suivante :

⁵ Projet de programmes : version longue http://cache.media.education.gouv.fr/file/Organismes/32/4/CSP-Projet_de_programme-recommandations_337324.pdf

⁶ Article publié dans le café pédagogique du 28 septembre 2014, consulté en mars 2016 : http://www.cafepedagogique.net/lemensuel/lenseignant/primaire/maternelle/Pages/2014/155_2.aspx#a2

⁷ Diaporama de l'intervention de J. Briand de novembre 2014, consulté en mars 2016 : <http://www.ia72.ac-nantes.fr/ecole-maternelle/le-jeu-pedagogique-les-24-heures-de-la-maternelle/3eme-edition-jouer-on-en-fait-tout-un-monde-/du-jeu-aux-situations-d-apprentissage-de-quelles-mathematiques-parlons-nous-a-l-ecole-maternelle-s-agit-il-de-mathematiques--858393.kjsp>



D'autres contributions peuvent être consultées sur le site du Conseil Supérieur des Programmes⁸. La version définitive des programmes est publiée en mars 2015, applicable à la rentrée 2015.

2 Des commentaires sur les nouveaux programmes

Nous mentionnons ci-dessous des éléments d'analyse des programmes qu'il nous semble utile de présenter en formation initiale.

2.1 Ceux du professeur de mathématiques à l'ESPE

Le contexte de mise en place

Les concepteurs des nouveaux programmes les ont voulus plus détaillés et plus précis que ceux de 2008 sur le sujet pour eux essentiel de la construction du nombre. Le texte des nouveaux programmes est plus long : environ 1 400 mots à comparer aux 800 mots des programmes de 2002 et aux 400 mots des programmes de 2008.

Les auteurs ont souhaité cadrer davantage ces apprentissages :

- en précisant le point de départ des apprentissages : ce que savent (et ne savent pas) les élèves au début de l'année de grande section ;
- en délimitant une frontière claire entre la construction des compétences qui relèvent du cycle 1 et celles dévolues à l'école primaire : « Cette construction [du cycle 1] ne saurait se confondre avec celle de la numération et des opérations qui relèvent des apprentissages de l'école primaire. ». Cette mise en garde a pour objectif d'éviter une dérive vers la « primarisation » de l'école maternelle.

Comment faire apprendre ?

De manière générale, les nouveaux programmes insistent sur les modalités d'apprentissage spécifiques à l'école maternelle que sont le jeu et les activités de recherche. Les apprentissages mathématiques s'inscrivent donc dans ce cadre. Deux modalités en particulier nous semblent importantes :

- Les jeux symboliques, jeux de société, jeux à règles sont des vecteurs privilégiés dans le domaine de la construction du nombre en particulier par l'adaptation des jeux de société traditionnels bien connus, voire par la mise en place de jeux créés spécialement pour l'apprentissage ;

⁸ <http://www.education.gouv.fr/cid82307/le-conseil-superieur-des-programmes-contributions-des-experts-sollicites-par-les-groupes-charges-de-l-elaboration-des-projets-de-programmes.html>, consulté en mars 2016.

- Les situations où les élèves sont confrontés à un problème leur permettent de prendre progressivement conscience du pouvoir que la maîtrise des nombres leur donne sur la situation proposée, en même temps qu'ils donnent sens et permettent la construction des premiers nombres.

Les contenus du nouveau programme spécifiques au domaine des nombres

- En premier lieu, le titre de ces programmes concernant le nombre, à savoir « Découverte des nombres et leurs utilisations » et la déclinaison des compétences attendues en fin de cycle en deux catégories qui sont l'utilisation des nombres d'une part et l'étude des nombres d'autre part, peuvent être interprétés selon le cadre de la **dialectique outil/objet** (Douady 1986). Selon Régine Douady, tout savoir mathématique est à la fois un outil qui s'élabore en résolvant des problèmes pour lesquels il est adapté (c'est l'aspect « utilisation des nombres » : les nombres outils pour résoudre des problèmes sur les quantités...), et un objet qui est travaillé pour lui-même (c'est l'aspect « découverte des nombres »). La relation entre ces deux modalités du savoir mathématique est faite des allers-retours successifs entre l'une et l'autre lors du travail mathématique, allers-retours permettant une synergie des apprentissages. Si, par exemple, un élève devient capable de trouver directement le successeur d'un nombre (« après dix, c'est onze »), ce « savoir-objet » peut devenir un « savoir-outil » pour résoudre le problème de la quantification d'une collection de dix jetons préalablement dénombrée par l'élève à laquelle il vient d'être ajouté un jeton, résolution qui n'implique plus nécessairement le dénombrement complet de tous les jetons de la nouvelle collection et qui permet d'élaborer une procédure plus efficace et moins coûteuse.
- Le deuxième point saillant de ces nouveaux programmes est l'importance donnée aux compétences dites de « décomposition-recomposition » des nombres, et en particulier l'importance donnée à la notion de **successeur** d'un nombre dans le contexte cardinal, à savoir, par exemple, que 2 perles et encore 1 perle, cela « fait » 3 perles, ou que 4 doigts, c'est 3 doigts et encore 1 doigt, ou encore que « 4 et encore 1, cela fait 5 »...

On reconnaît là une procédure de dénombrement et une façon « arithmétique » de faire construire le nombre largement défendue par Rémi Brissiaud (Brissiaud, 2007). Les programmes de 2015 déconseillent d'ailleurs explicitement l'utilisation de la procédure « traditionnelle » du « comptage-numérotage » pour dénombrer une collection d'objets (qui consiste à pointer successivement chaque objet en même temps que l'on dit la suite des mots-nombres et de s'arrêter sur le dernier mot-nombre prononcé), procédure qui présente le risque de laisser croire que ce mot-nombre ne s'applique qu'au dernier objet pointé et non à la collection toute entière. Les programmes précisent : « ...la quantité n'est pas la caractéristique d'un objet mais d'une collection d'objets... ».

Toujours selon R. Brissiaud (2007), pour dénombrer une collection déplaçable, une procédure plus adéquate que le comptage-numérotage et qui pourrait être appelée « comptage-gigogne », est de dire « un et un cela fait deux », puis « deux et (encore) un cela fait trois », ... en même temps que l'on groupe deux objets, puis que l'on rapproche un nouvel objet du groupe déjà compté, ... jusqu'à épuisement de tous les éléments de la collection considérée. Progressivement les relations de décompositions plus complexes viennent enrichir la connaissance des nombres ; par exemple « six, c'est trois et encore trois » (en lien avec les constellations du dé), ou « cinq et deux, cela fait sept » en lien avec les doigts de la main... Ainsi met-on l'accent, de manière non formalisée en cycle 1, sur les relations arithmétiques entre les premiers nombres.

- On peut par ailleurs relever que le contexte ordinal n'est pas abandonné : les élèves doivent toujours apprendre à utiliser le nombre pour repérer la position d'un objet dans une « file » ; dans ce contexte le comptage-numérotage reste une procédure pertinente.
- Le dernier point que nous soulignons en formation est l'importance accordée aux activités de dénombrement à partir de situations concrètes et « problématiques ». Les programmes préconisent de faire varier la forme, la taille, la nature et l'aspect déplaçable ou non des collections que l'on va comparer, égaliser, dont on va communiquer la quantité... La notion d'énumération d'une collection, que Joël Briand (2000) a étudiée et qui selon lui faisait partie des « implicites » voire des

« impensés » des programmes, (c'est-à-dire les connaissances implicites nécessaires à la construction de notions mathématiques mais jamais repérées et nommées en tant que telles), fait son apparition dans le texte des nouveaux programmes. Précisons que l'énumération d'une collection est la capacité à pointer successivement sans oubli ni répétition tous les objets d'une collection. Cette compétence qui intervient dans la mise en correspondance terme à terme et surtout dans le dénombrement, mérite elle-même une véritable construction ; l'accent donné par les nouveaux programmes aux activités concrètes nous semble favoriser les activités d'apprentissage de procédures d'énumération.

En conclusion, les nouveaux programmes 2015 du cycle 1 concernant « l'étude des nombres et leur utilisation » précisent, détaillent et explicitent les bases et les activités nécessaires selon leurs auteurs à une véritable construction du nombre.

2.2 Ceux des maîtres-formateurs

La première partie des programmes explicite des modalités spécifiques d'apprentissage aux jeunes enfants et propose des repères pour les équipes enseignantes pour construire un travail commun.

« Une école qui organise des modalités spécifiques d'apprentissage »

L'équipe enseignante :

- *définit une progressivité des enseignements sur le cycle :*
- *construit des ressources et des outils communs afin de faire vivre aux enfants cette progressivité ;*
- *constitue un répertoire commun de pratiques, d'objets et de matériels (matériels didactiques, jouets, livres, jeux) ;*
- *propose au fil du cycle un choix de situations et d'univers culturels à la fois variés et cohérents. »*

La question de la construction du nombre relève d'une réflexion d'équipe. Elle peut être abordée en articulant les quatre points définis ci-dessus.

Un travail autour **d'une progression** qui tient compte des élèves, du contexte d'enseignement et qui s'appuie sur les éléments donnés dans les programmes est à conduire.

- Importance de mettre en place des activités de manipulation afin d'amener l'élève à comparer et à estimer des collections, en préalable au dénombrement.
- Construction d'une progression :
 - jusqu'à 4 ans : activités sur les nombres de 1 à 5 dont manipulation, décomposition, recombinaison, reconnaissance et observation de collections sous diverses représentations ;
 - après 4 ans : mêmes activités sur les nombres jusqu'à 10.
- Pas d'introduction précoce de l'écriture chiffrée.
- Construction d'une suite numérique orale ressource (liste des mots-nombres stable, ordonnée...) induisant de nombreuses situations d'apprentissage et activités autour des comptines numériques, présentées de façon progressive.

Le choix des situations de classe présentées en formation initiale s'avère alors déterminant. La manière dont elles sont analysées en feront (ou pas) un réel outil de formation : utile et utilisable par les enseignants débutants.

IV - PROPOSER ET ANALYSER DES SITUATIONS DE CLASSE

1 Le choix des situations de classe

1.1 *Nos critères*

Nous avons pris appui sur les programmes 2015. Ces derniers donnent un certain nombre de repères concernant l'activité mathématique des élèves : ce qu'ils sont capables de faire (« à leur arrivée à l'école maternelle, ils discriminent des petites quantités... ») et les compétences visées sous forme de comportements observables. Les gestes, la posture de l'enseignant sont également explicités. Il nous a paru intéressant de mettre en relation l'activité des élèves et celle de l'enseignant par le biais de séances filmées en classe.

Les remarques des étudiants (cf. partie I paragraphe 2. 1) nous ont incités à proposer des situations familières qu'ils ont déjà observées et, pour la plupart, conduites dans leur classe. Notre choix de formateurs était de partir de l'existant, du travail réel, pour tenter de mettre en évidence les connaissances, les procédures utilisées par les élèves de la toute petite section à la grande section lors de situations rituelles ou fonctionnelles et de situations de jeux. Certaines se proposent de faire évoluer la situation des rituels (objet culturel) en situation pour construire le nombre (objet mathématique).

Les vidéos que nous proposons en formation et que nous avons utilisées pendant l'atelier « illustrent » en quelque sorte les mots clés mathématiques sélectionnés. Le matériel utilisé est disponible dans la plupart des classes. Le maître-formateur conduit la séance en ayant le souci d'employer un langage « modélisant » correct au niveau de la formulation mathématique et favorisant la réflexion des élèves.

1.2 *Les situations proposées*

Le tableau ci-dessous recense les situations que nous avons prévu de présenter au cours de l'atelier.

N°1	Estimer une quantité, comparer des collections de cubes	En toute petite section et petite section	En atelier	
N°2	Comptage numérotage : Comptons les absents	En toute petite section et petite section	En collectif Lors des rituels	
N°3	Dénombrer Compter les points d'un jeu : « vider les caisses »	En moyenne section	En collectif	
N°4	Décomposer, recomposer les nombres de 1 à 6 avec des jetons et un dé.	En grande section	En atelier	
N°5	Ordonner, ranger S'asseoir sur les bancs dans l'ordre d'arrivée en classe <i>Cette situation n'a pas été présentée, faute de temps</i>	En grande section	En collectif	

2 L'utilisation de la vidéo pour analyser les situations

2.1 Lors de l'atelier

Après une présentation rapide par le maître formateur qui a conduit la séance, les participants ont visionné les situations. La consigne donnée était : « *En quoi cette situation peut-elle illustrer le mot-clé correspondant et constituer un outil en formation initiale ?* ».

Un document du type de celui qui est retranscrit ci-dessous a permis à l'enseignante, lors des arrêts sur image et lors de l'échange avec les participants, d'explicitier les choix faits lors de la mise en œuvre de la situation en classe.

Exemple, pour la situation n°1 : « Estimer une quantité, comparer des collections de cubes et constituer une collection équipotente à une collection donnée », en classe de TPS/PS.

PHASES	RÉFÉRENCE AUX PROGRAMMES 2015	ACTIVITÉS PROPOSÉES	ACTIVITÉS DE L'ENSEIGNANTE
1 - Manipulation libre		Manipulation libre pendant le temps d'accueil	Observation des activités spontanées des élèves : Quelles constructions ? Tentatives de dénombrement ? Interactions entre les élèves : copie de certaines constructions ?
2- Comparaison par estimation	<i>L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale (plus, moins, pareil,</i>	Comparaison des quantités de deux collections construites par l'enseignante : « Y a-t-il	Validation des comparaisons de collections, verbalisation

	<i>beaucoup, pas beaucoup).</i>	<i>beaucoup ou pas beaucoup de jetons ? Est-ce pareil ? ; où y en a-t-il le plus ou le moins ? ... ».</i>	
3- Construction par estimation	<i>L'enfant fait d'abord appel à une estimation perceptive et globale (plus, moins, pareil, beaucoup, pas beaucoup).</i>	Construction d'une collection par les élèves répondant à un critère énoncé par l'enseignante : notions beaucoup/pas beaucoup ; pareil et plus ou moins qu'une collection témoin.	Validation des constructions de collections, verbalisation , Solliciter les interactions entre les élèves et les inciter à valider les constructions de leur pair.
4- Réalisation d'une collection équipotente à une collection témoin	<i>La production d'une collection de même cardinal qu'une autre est une activité essentielle pour l'apprentissage du nombre.</i>	Construction d'une collection équipotente à une collection témoin (1 à 3 éléments) présentée sous différentes formes : - cubes dispersés - cubes empilés - cubes alignés écartés - cubes alignés « joints »	Validation des constructions de collections, verbalisation . Solliciter les interactions entre les élèves et les inciter à valider les constructions de leur pair. Observations des procédures utilisées : estimation globale, perceptive, correspondance terme à terme, décomposition (un, et encore un et encore un, ...) dénombrement, ...
5- Réalisation d'une collection équipotente à une collection vue puis « cachée »	<i>Progressivement, il passe de l'apparence des collections à la prise en compte des quantités.</i>	Observation d'une collection de 1, 2, ou 3 cubes. Cette dernière est ensuite cachée ; les élèves doivent construire une collection équipotente. Cubes empilés puis alignés.	Observations des procédures utilisées → cf. ci-dessus Aide à la verbalisation des procédures : <i>Comment as-tu fait ?</i>

Nous avons procédé de la même manière pour toutes les vidéos présentées.

Les remarques des participants ont essentiellement porté sur la nature de la tâche et sur les procédures susceptibles d'être mises en œuvre :

- pour la situation 1 : importance du lexique utilisé par l'enseignante : seule une terminologie juste et précise permet à l'élève de réaliser la tâche demandée (le mot *combien* utilisé par l'enseignante dans cette situation induit une procédure numérique et court-circuite une estimation perceptive des quantités).
- Pour la situation 2 : l'expression de la quantité en utilisant les doigts permet-elle réellement la construction du nombre ?
- Pour la situation 3 : les trois cubes ne sont pas dénombrés, la quantité est perçue immédiatement, par reconnaissance visuelle (subitizing)
- Pour la situation 4 : les élèves étaient-ils en situation de décomposer le nombre ou de mémoriser la partie cachée de la constellation du dé reproduite avec des jetons ?

L'échange à propos des potentialités d'utilisation de ces vidéos en formation n'a pas réellement eu lieu. La manière dont nous avons utilisé les vidéos a posé problème ; nous en proposons une analyse ensuite.

2.2 L'analyse de l'utilisation de la vidéo

Celle qui a été faite à la suite de l'atelier

Nous pensions qu'il n'était pas utile de proposer une grille d'analyse de la vidéo (nous l'aurions fait en situation de formation initiale). C'était une erreur. Nous avons considéré que les phases précédentes

de l'atelier permettraient d'interpréter les situations et de comprendre les choix de l'enseignante en rapport avec l'activité des élèves. Cela n'a pas été le cas.

Nous souhaitions aborder la question « en quoi ces situations peuvent-elles constituer un matériau dans le cadre de la formation initiale ? ». Les interventions des participants ont porté sur les procédures mathématiques. Nous avons ressenti ce décalage. Vu le nombre réduit d'interventions, nous pouvons présumer que les participants l'ont ressenti, eux aussi. Nous ne sommes pas parvenus à faire de ces vidéos un réel outil de formation de formateurs.

Celle qui a été faite à la suite de la conférence du 18 juin 2015 de P. Picard⁹ pendant le colloque, intitulée « Construire des ressources à partir du travail réel des enseignants, l'expérience de la plateforme Néopass@ction¹⁰ »

Cet éclairage nous a permis de compléter notre analyse en explorant les conditions pour faire de la vidéo un outil de formation.

Lors de sa conférence du 18 juin 2015, P. Picard a présenté une diapositive intitulée « La vidéo, un outil efficace en situation formative ? », sur laquelle figuraient les réactions suivantes :

- « C'est toujours intéressant d'avoir une situation de classe »
- « Mais c'est pas un modèle »
- « Moi je ne montre pas les vidéos comme ça »
- « Il faut une grille d'analyse »
- « On peut avoir un pseudo-consensus en formation mais la vidéo permet de lever des ambiguïtés. Ou pas ... »
- « Une vidéo vaut par les débats qu'elle génère ».

Ces remarques nous ont semblé faire écho à des questions que nous nous étions posés et que peut-être des participants s'étaient également posés.

Si le choix des situations s'appuyait sur le « principe » énoncé par P. Picard : « Former, c'est d'abord comprendre la complexité du travail réel (comprendre l'écart entre « ce qu'il y a à faire » et « ce qu'on fait réellement »), l'analyse des vidéos aurait gagné à « faire surgir les dilemmes du travail réel, en confrontant l'activité des débutants et celles des chevronnés ». C'est une piste à exploiter.

La démarche proposée pour tirer parti de l'observation en référence à l'analyse de l'activité aurait pu être mise en œuvre pour analyser les vidéos. Dans sa conférence, P. Picard a suggéré les pistes suivantes :

1. Décrire les faits observés le plus précisément possible...
2. Prendre le risque d'interpréter les comportements du maître.
3. S'interroger sur les conflits de critère et sur les dilemmes rencontrés.
4. Rechercher quelles alternatives s'offraient à lui, argumenter en explicitant les savoirs et les valeurs mobilisés (s'efforcer de sortir de l'implicite des doxas pédagogiques et des normes didactiques décontextualisées).

Nous aurions pu extraire des éléments des vidéos de natures différentes : des photos, des paroles d'élèves, de l'enseignante afin de scénariser les situations proposées en choisissant une entrée et une seule. S'interroger sur le moment clé, « remarquable », des situations proposées : qu'est-ce que j'ai envie que les enseignants débutants observent, retiennent ? Pourquoi l'ai-je choisi ? Ce questionnement de formateurs aurait ouvert d'autres perspectives d'analyse et placé le maître-formateur en situation de partage de questionnement, de « lever le voile¹¹ » en quelque sorte.

⁹ Note des relecteurs : Aucune référence puisque le conférencier n'a pas respecté ses engagements et n'a transmis aucun texte pour les actes...

¹⁰ <http://neo.ens-lyon.fr/neo>

¹¹ En lien avec les travaux de l'équipe de recherche ESCOL (Education Scolarisation) - CIRCEFT (Centre International de Recherche « Culture, Education, Formation, Travail ») sur la construction des inégalités scolaires

Nous avons depuis identifié « des pris sur le vif » qui nous paraissent significatifs dans les situations proposées :

N°1	Estimer une quantité, comparer des collections de cubes	Mettre en parallèle les situations 1 et 2 en identifiant une procédure d'élève visée lors des rituels et utilisée dans la situation 2 → utilité des situations rituelles	 Une élève essaie de dénombrer la collection de cubes en plaçant un doigt sur chacun des cubes.
N°2	Comptage numérotage : Comptons les absents		
N°3	Dénombrer Compter les points d'un jeu : « vider les caisses »	Mettre en relation ce que dit l'élève : « il y a un cube, il y a encore un cube, ça fait deux et encore un cube, ça fait trois cubes » et ce que fait l'enseignante. Identifier les références didactiques.	
N°4	Décomposer, recomposer les nombres de 1 à 6 avec des jetons et un dé.	Mettre en évidence la difficulté d'une élève qui continue à compter les points du dé pour dénombrer : ce qu'elle fait « dans sa tête », quels sont les signes qui l'indiquent. Ce que l'enseignante lui dit. Comment les repères liés à la position des jetons peuvent aider à la mémorisation ?	En quoi cet outil peut venir compléter l'activité et l'orienter vers la décomposition du nombre ? 

V - CONCLUSION

Cet atelier contribuait à alimenter la réflexion des formateurs sur la question de la construction du nombre à l'école maternelle. La parution des nouveaux programmes, les commentaires de divers chercheurs ont constitué un de nos sujets d'échanges. L'élaboration du glossaire à partir de mots-clés (énumérer, estimer une quantité, dénombrer...) a permis de proposer une signification mathématique acceptable et d'explorer les préconisations des programmes 2015. La question du choix des situations en formation initiale était centrale. Notre parti pris de formateur était de prendre appui sur le travail réel des débutants. Cette posture, après analyse, nécessite de donner l'opportunité aux participants à l'action de formation de comprendre le point de vue adopté. Nous n'avons pas été assez explicites. Avec le recul, nous pouvons le formuler de la manière suivante : proposer une situation mathématique en petite section pour un débutant : « quel est le problème ? ». L'utilisation de la vidéo, dès le début de l'atelier, aurait peut-être permis de rendre les situations filmées « utilisables » par chaque formateur quel que soit son domaine de compétences. La tâche de l'atelier aurait pu consister à proposer des scénarios pour utiliser les vidéos en formation initiale en s'appuyant sur les préconisations des programmes et en abordant la question de la situation mathématique à l'école maternelle.

Cette démarche favorise une dynamique d'action et peut être transférable avec les professeurs stagiaires. Aussi, il nous semble important de recueillir et d'analyser du matériau issu des classes des débutants : comportement d'élèves (moments filmés ou photos), des paroles de l'enseignant, des traces écrites intermédiaires.

Cette posture est complémentaire avec les travaux en didactique qui visent comme le dit J. Briand « à s'approprier des situations consistantes et à les faire fonctionner en partageant de l'intérêt avec les élèves ».

Nous nous référons ainsi aux dialogues fondamentaux décrits par R. Brissiaud (2007) en petite section « Donne-moi deux jetons comme ça ; un et encore un » en montrant deux doigts », aux situations d'action, de formulation développées par C. Margolinas et F. Wozniak (2012) et aux situations d'apprentissage par adaptation (Briand, Loubet et Salin, 2011) qui nous ont permis en tant qu'enseignants en maternelle de faire évoluer des pratiques parfois trop enfermées dans des programmations calquées et des fiches formelles afin de privilégier l'activité cognitive et langagière des jeunes élèves.

La partie des programmes « apprendre à l'école maternelle en lien avec le développement du jeune enfant : apprendre en jouant, en réfléchissant et en résolvant des problèmes, en s'exerçant, en se remémorant et en mémorisant » nous incite à proposer une approche commune aux différents domaines d'apprentissage. Les situations langagières mais aussi mathématiques (axe de travail affirmé dans le cadre de la refondation de l'Education prioritaire)¹² permettent à ce niveau de la scolarité de construire des habitudes cognitives et langagières et de réduire ainsi les inégalités scolaires (Bautier, 2006).

VI - BIBLIOGRAPHIE

- BAUTIER E. (dir) (2006). *Apprendre à l'école, apprendre l'école*, Lyon : Éd. de la Chronique sociale.
- BRIAND J. (2000). Enseigner l'énumération en moyenne section, *Grand N* n°66, 7-22.
- BRIAND J., LOUBET M., SALIN M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques à la maternelle*, Hatier.
- BRISSIAUD R. (2007). *Premiers pas vers les maths. Les chemins de la réussite à l'école maternelle*, Retz.
- DOUADY R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, R.D.M. 7.2, Grenoble : La pensée sauvage.
- DUPREY S., DUPREY G., SAUTENET C., (2011). *Vers les maths PS, MS, GS*, Accès Editions.
- EMPRIN, F., EMPRIEN, F. (2010). Premières compétences pour accéder au dénombrement, in *Le nombre au cycle 2*, collection « ressources pour faire la classe », 23-34, Scéren (CNDP – CRDP) Chasseneuil-du-Poitou.
- EQUIPE ERMEL (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes Grande Section*, Hatier.
- MARGOLINAS C., WOZNIAK F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle*, Bruxelles : De Boeck.
- VALENTIN D. (2004). *Découvrir le monde avec les mathématiques*, Hatier.

Les vidéos sont disponibles sur demande : sophie.magagnini@ac-besancon.fr

¹² Référentiel pour l'Education prioritaire <http://eduscol.education.fr/cid76446/referentiel-pour-l-education-prioritaire.html>

VII - ANNEXE 1

Questionnaire à destination des enseignants débutants - Construction du nombre**1/Quelles activités mathématiques autour des nombres avez-vous mises en place dans votre classe ?****2/À partir d'une situation que vous avez mise en œuvre (en dehors des rituels), pouvez- vous compléter différents éléments d'analyse ?****Descriptif :****Ce qui vous semble avoir fonctionné et pourquoi ?****Ce qui vous a posé problème ?****3/Quelles ressources avez-vous utilisées tout au long de l'année ?****5/ Quelles sont les difficultés éprouvées par certains élèves pour construire le nombre que vous avez pu identifier ?****6/ Quels besoins en formation ?**

RESSOURCES POUR LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES ET LES APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES AU CYCLE 2 : UNE APPROCHE SPATIALE DES FIGURES COURBES ET DU CERCLE¹

Équipe ERMEL
IFÉ - ENS LYON

Henri-Claude ARGAUD
hargaud@gmail.com

Laura BARBIER
École de la Coucourde
barbier.laura26@gmail.com

Jacques DOUAIRE
LDAR
jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
ESPE de l'académie de Reims, URCA-CEREP
fabien.emprin@univ-reims.fr

Gérard GERDIL-MARGUERON
gerard.gerdil-margueron@orange.fr

Cyril VIVIER
École de Coinaud, Saint Rambert d'Albon
csm_vivier@yahoo.fr

Résumé

Les expériences spatiales constituent une composante essentielle de la construction des apprentissages géométriques de la GS au CE1. Mais comment analyser ces expériences ? Quelles relations avec l'enseignement de notions géométriques ? Quels apprentissages spécifiques du spatio-graphique ?

A partir de la résolution d'un problème de construction de figures courbes fermées, nous analyserons les apprentissages en jeu, les caractéristiques des différentes mises en œuvre, ainsi que les besoins des enseignants. Nous présenterons un éclairage sur des situations d'apprentissage permettant des expériences spatiales et nous interrogerons sur la pertinence d'une ressource en fonction des besoins des enseignants pour sa mise en œuvre identifiés dans le cadre de la recherche Ermel en cours.

I - PRÉSENTATION DES PROBLÉMATIQUES ET DEROULEMENT DE L'ATELIER

La recherche actuelle de l'équipe ERMEL (Ifé) analyse les compétences spatiales et géométriques que les élèves de l'école primaire de la GS au CE1 peuvent construire. Elle vise donc la production de connaissances et la production de ressources pour les enseignants et les formateurs ainsi que l'étude de l'appropriation de ces ressources.

¹ Compte rendu s'appuyant sur les notes de Catherine Breynat et de Véronique Bordaz, CPC dans la Drôme que nous remercions vivement.

Dans cet atelier nous précisons des contributions d'expériences spatiales à la construction des connaissances géométriques. Cette intervention s'inscrit en continuité avec les précédentes aux colloques COPIRELEM de Nantes (Argaud & al. 2014, Douaire J., Emprin F. 2014) et de Mont-de-Marsan (Douaire J., Emprin F. 2014).

Nous présenterons une expérimentation en cours : la résolution d'un problème de production de figures courbes fermées constituées de quatre pièces (quart de cercle ou d'ellipse). L'identification des figures différentes permet aux élèves de développer et de formuler des critères d'analyse des formes géométriques.

Déroulement de l'atelier :

Après une brève présentation des recherches de l'équipe puis du problème proposé, les participants résolvent le problème et explorent les questions qu'il soulève, tant mathématiques que portant sur les apprentissages. Puis, les enjeux de trois phases importantes de cette situation sont successivement analysés, à partir de montages courts de séquences filmées dans plusieurs classes de CP et de CE1, avec une discussion après chacune des présentations : la première porte sur la phase de résolution du problème ; la seconde concerne les mises en commun qui suivent ces phases de production ; la troisième concerne la phase d'appropriation du problème.

Nous avons préféré présenter ces séquences dans cet ordre, avec la phase d'appropriation en dernier, afin que les participants à l'atelier, familiarisés avec la situation par les phases précédentes puissent plus pertinemment s'interroger sur des choix d'organisation.

Une brève synthèse abordera enfin l'explicitation des besoins des enseignants, la production de ressources et leur appropriation.

II - RÉOLUTION DU PROBLÈME PAR LES PARTICIPANTS

Chaque participant, par groupes de 4 ou 5, dispose d'un lot de 16 cartes : 4 quarts de petit cercle, 4 quarts de grand cercle et 8 quarts d'ellipse.

Le grand axe de l'ellipse est le diamètre du grand cercle. Le petit axe de l'ellipse est le diamètre du petit cercle.

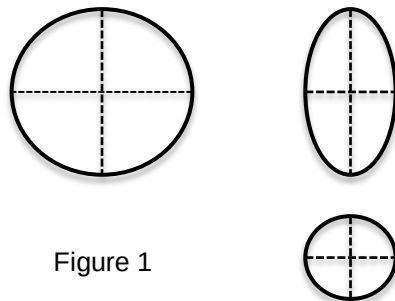


Figure 1

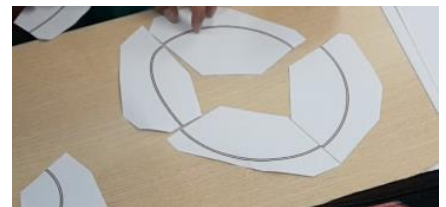


Figure 2

Chaque participant doit produire, sur calque ou par transparence, le maximum de figures fermées différentes formées avec quatre de ces cartes. Puis des comparaisons se font au sein des groupes.



Figure 3 : Quelques productions des participants.

Les échanges en grand groupe permettent de soulever plusieurs questions tant sur le problème mathématique que sur les dispositifs didactiques possibles, notamment :

- celles liées aux tracés : impact de l'épaisseur des traits,
- celles liées au respect des contraintes : quelle tolérance sur la continuité est acceptable si une courbe est fermée ? Quelle précision des points de liaison ? Peut-on superposer des arcs ?
- celles liées à l'identification des pièces et des solutions : faut-il identifier les arcs par un numéro ?

Ces échanges conduisent à préciser les consignes d'assemblage : « on n'accepte que les figures qui ont des assemblages bord à bord ». Ce choix de présentation progressive des consignes est celui fait en classe de CP ou de CE1 : les règles d'assemblage y sont présentées progressivement, afin d'en garantir l'appropriation.

Certaines interrogations portent sur les procédures de comparaison : Quelles sont les capacités des élèves de CP ou de CE1 pour distinguer un cercle d'une autre figure courbe fermée (un « presque cercle ») ? Quel recours à la superposabilité comme procédure de validation pour cette question ?

D'autres questions concernent les savoirs visés : quelles peuvent être les contributions de cette situation à la connaissance du cercle ?

Ce sont notamment ces questions que cet atelier propose d'éclairer.

III - ÉTUDE DE MISES EN ŒUVRE EN CP ET CE1

Cette partie, au cœur de l'atelier, propose l'étude de trois moments du déroulement de cette situation dans des classes de CP et de CE1² :

1. La première recherche de solutions, sitôt la consigne comprise par les élèves ;
2. La mise en commun qui suit cette phase de résolution ;
3. La phase de dévolution.

Les séances ont été filmées dans les mois ou les semaines qui précèdent le colloque. Pour chacune des phases, un montage d'une durée inférieure à 10 minutes propose des moments caractéristiques du déroulement dans au moins trois classes différentes.

L'étude de chacune de ces phases par l'atelier repose sur la même structure :

1. Une ou deux questions préalables proposées aux participants pour amorcer une réflexion commune, offrant un premier filtre au visionnement ;
2. Le visionnement de la vidéo ;
3. Un débat sur les observations et interrogations formulées par les participants.

1 La phase de résolution du problème : les élèves en situation de recherche

Les questions initiales posées aux participants sont : quelles actions les élèves vont-ils pouvoir produire ? Quels apprentissages sont-ils envisageables ?

La vidéo propose pour une des classes, le premier temps de recherche qui conduit essentiellement à la production des petits cercles, des grands cercles et des ellipses. Pour les trois autres classes, c'est l'étape suivante qui est montrée : celle où les élèves, après avoir produit ces trois figures, en cherchent d'autres.

Les constats, confirmés par les enseignants et les observateurs dans ces classes, sont que tous les élèves ont perçu le but à atteindre, à savoir produire des courbes fermées (des « circuits ») constituées de quatre arcs et qu'à l'issue de la phase de dévolution, sur laquelle nous reviendrons, les élèves ont intégré les règles d'assemblage. Les extraits de vidéos témoignent des recherches de l'ensemble des élèves.

² Classes de CE1 de Laura Barbier à La Coucourde (26), de CP de Marielle Galland à St Barthélémy de Vals (26), de CP/CE1 de Fabienne Charotte à Châlons-en-Champagne (51), de CP de Audrey Sartre à St Vallier (26)

Le matériel proposé aux élèves a évolué d'une classe à l'autre au cours des expérimentations. Le support des figures a varié : dans un premier temps les figures (quarts de petits ou de grands cercles, quarts d'ellipses) étaient tracées sur des rectangles de carton, qui, bien que de dimensions un peu variables, favorisaient, chez certains élèves, des procédures de constitution de puzzle plus centrées sur l'emboîtement de ces pièces que sur la continuité des courbes. Les quarts de cercles ou d'ellipses ont aussi fait l'objet de choix de contextes différents : soit de simples traits (parties des figures citées) soit la représentation d'objets du monde réel : des circuits de chemin de fer, en dédoublant les traits pour représenter les rails. Mais ce dernier choix permet-il une meilleure compréhension des contraintes (en particulier sur la continuité des traits) ?

Les participants ont relevé :

- les actions :
 - choisir des pièces au hasard ;
 - substituer des pièces dans un assemblage déjà réalisé ;
 - essayer les morceaux, quatre par quatre, puis en cas d'échec repartir de zéro ;
 - essayer une pièce dans le cas où trois sont déjà placées, éventuellement de façon systématique ;
 - choisir comment placer la 3^{ème} par rapport à l'assemblage des deux premières ;
 - poser deux morceaux, puis essayer pour les deux autres ;
- les difficultés :
 - perte de vue de la tâche ;
 - oubli d'une partie de la consigne, par exemple en oubliant qu'il doit y avoir quatre morceaux ;
 - confusions par rapport aux puzzles : privilégier le support matériel sur lequel les figures sont tracées ;
- les apprentissages :
 - courbe fermée ;
 - jonction de courbes, « ça se suit » ;
 - notion de quart de tour ;
 - recherche perceptive d'une courbure constante ;
- la compréhension par les élèves de la consigne ;
- la persévérance dans la recherche : les élèves ont confiance et vont jusqu'au bout de la tâche ;
- des questions :
 - les élèves sont-ils sûrs qu'il y a une solution ?
 - quels apprentissages : courbure ? occupation de l'espace ?
 - quel serait l'intérêt d'un essai avec du matériel plus grand (notion de micro et de méso espace et d'espace spatio-graphique)
 - l'un des intervenants revient sur l'analyse des procédures observées dans la recherche du dernier quart par les élèves : « Quand ils cherchent le dernier quart, comment procèdent-ils ? Choix aléatoire ou repérage préalable ? ». En réponse, les observations montrent qu'il y a souvent de l'anticipation, avec des critères portant sur la forme (arc de cercle ou ellipse) et la taille (« l'encombrement ») de la pièce cherchée, avec des réajustements de positionnement. Mais un élève, dans l'extrait de vidéo, regarde la pièce et sans la poser, l'élimine ; il n'a pas besoin de la réalisation pratique et peut donc anticiper son contrôle.

Ces réactions des participants, notamment, sur l'activité mathématique des élèves mettent en évidence l'intérêt pour ce problème sollicitant la notion de courbure.

2 La phase de mise en commun après la production des circuits

Les suggestions initiales posées aux participants sont : repérer les procédures de validation des élèves et repérer les difficultés des élèves.

Deux classes sont concernées par cet extrait de vidéo : celle de CP/CE1 de Fabienne Charotte et celle de CP de Marielle Galland.

Les buts de la mise en commun sont de repérer les productions qui respectent ou non les contraintes et d'identifier les solutions identiques.

Les procédures de validation observables, dont la présentation est sollicitée par les enseignants sont principalement :

- la validation globale de la forme ;
- la reconnaissance perceptive des formes : petit cercle, grand cercle, ovale (ellipse) ;
- la superposition des pièces sur les feuilles affichées des productions des élèves pour identifier quelles sont les figures utilisées ;
- la description par l'élève de la façon dont il a construit sa figure, avec, éventuellement le fait de la refaire devant la classe.

Plusieurs questions sont exprimées par les participants, notamment autour de la signification de « pareil – pas pareil » : comment décider que deux constructions assez proches sont pareilles ou non ? Des remarques sont formulées sur l'utilisation d'un calque : deux figures symétriques sur papier, deviennent « pareilles » par retournement du calque.

Ces procédures mobilisent une comparaison de productions présentant, suite à leur déplacement ou à leur affichage vertical, de légères approximations dans leur réalisation (les pièces peuvent bouger...) : le « collage » des formes, ne garantit pas leur juxtaposition initiale, d'autant que pour savoir si deux formes apparemment voisines sont semblables, il est parfois nécessaire d'en déplacer une ; une validation par la perception induit l'expression de différences et n'est plus toujours fiable.

La continuité des lignes et les différences de figures constituées nécessitent donc souvent le recours à la superposition des formes pour les identifier et à la description de la procédure de construction. Cela contribue aussi à un décentrement d'un problème d'assemblage de pièces vers un problème « graphique » de tracés. En effet, l'espace sensible a changé : de l'action sur les formes pour assembler, qui a pu être première parmi les procédures personnelles des élèves dans la phase de résolution précédente, la mise en commun permet de se centrer sur la continuité des courbes, c'est à dire des tracés graphiques, comme nouvel objet de questionnement. La validation permet donc une évolution des procédures de jugement sur des questions de régularité des courbes.

La question se pose de ce que les enseignants doivent institutionnaliser à l'issue de cette mise en commun.

3 La phase de dévolution du problème : l'entrée dans la solution

Nous avons choisi de présenter en dernier l'étude de cette phase qui est, naturellement, la première de la séquence, afin que les participants puissent disposer d'une connaissance à la fois du problème posé, avec les dispositifs matériels utilisés et les organisations didactiques développées, mais aussi des compétences des élèves tant dans les procédures de résolution que dans les formulations exprimées. Cet ensemble d'observables, ainsi que les réflexions des participants, qu'elles aient été formulées dans l'atelier ou soient restées personnelles ou partagées au sein des groupes leur permettent même si leur expérience des activités dans des classes de ces niveaux est variable de s'approprier les questions constituant un des enjeux posés à notre recherche.

Les axes d'observations proposés aux participants sont :

- repérer les ressemblances et les différences entre les trois scénarios d'entrée ;
- repérer les effets de ces choix.

Dans les séances filmées les différences portent sur :

- les consignes données avec ou sans la mise à disposition du matériel aux élèves ;
- la définition d'un chemin fermé, évoquée ou non par des gestes ;

- l’affichage de quelques morceaux ;
- la description des cartes ;
- la compréhension du terme « fermé ».

Nos interrogations concernent deux aspects de la même question, côté élève et côté enseignant : l’intérêt et les limites d’une contextualisation.

Le premier aspect déjà rapidement entrevu, porte sur l’intérêt de la présence ou non d’un contexte familier, par exemple les rails d’un circuit électrique (ou circuit automobile) évoquant pour les élèves une activité connue. Sous son aspect principal, l’enjeu est le suivant : la facilitation créée ainsi pour la compréhension des contraintes (continuité des courbes) ne risque-t-elle pas d’entraîner un glissement de l’objet de travail et des connaissances utilisées par les élèves, des contraintes du tracé vers d’autres modèles spatiaux ? Et, plus largement les moyens complémentaires pour représenter cette réalité évoquée (par exemple, doubler les traits pour représenter les rails) ne risquent-ils pas de compliquer la formulation des critères de validation abordés dans la mise en commun ?

Le second aspect porte sur la liberté de choix de l’enseignant quant à la phase d’appropriation, c’est à dire celle qui garantit la compréhension par les élèves, du but et des contraintes, formulés par une consigne.

- La présence d’un contexte évoqué, auquel il sera ensuite fait référence pour, par exemple, préciser les contraintes, justifier les impossibilités (« le train ne peut pas rouler... »). Dans cette situation, compte tenu de la diversité des expériences spatiales des élèves placés face à un objet qu’ils n’ont très certainement pas encore rencontré comme support d’un travail scolaire, de quelle liberté dispose l’enseignant dans l’évocation de contextes variés ? Le traitement des détours imprévus suscités par des remarques des élèves, ne risque t’il pas de créer plus de perturbations que d’avantages ?
- Quelle est la marge de manœuvre pédagogique dans cette situation didactique ? Si nous nous centrons sur les actions du maître, en particulier de l’enseignant en début de carrière, comme dans certaines classes où les vidéos ont été filmées, la proposition d’une situation contextualisée dont les étapes d’évocation ou de simulation du réel seraient précisément décrites constitue-t-elle une aide pour le maître ?
- Plus largement, la précision d’une consigne garantissant le travail mathématique de l’élève dans la phase de résolution, implique-t-elle une mise en œuvre pédagogique unique ? Et, dans ce cas celle-ci doit-elle être détaillée avec précision ?
- Autrement dit, quelles relations entre la présentation pédagogique, l’organisation didactique et l’activité mathématique des élèves ? Bien évidemment, nous n’ambitionnons pas de répondre dans l’absolu, mais au sein de notre équipe de recherche, où, heureusement pour la qualité des débats qui structurent notre réflexion et nos propositions, les approches sont variées. Aussi, dans les mois qui ont précédé cette présentation à la COPIRELEM, nous avons filmé des mises en œuvre pédagogiques différentes.

IV - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Revenons succinctement sur des questions abordées :

Sur les apprentissages visés : Quels apprentissages peuvent être développés en s’appuyant sur la perception (régularité d’une figure) pour contribuer à l’analyse de propriétés géométriques ? Nous évoquons « un décentrement d’un problème d’assemblage de pièces vers un problème « graphique » de tracés ; dans cette mesure, l’espace sensible a changé : de l’action sur les formes pour assembler, qui a pu être première parmi les procédures personnelles des élèves dans la phase de résolution, la mise en commun permet de se centrer sur la continuité des courbes, c’est à dire des tracés graphiques, comme nouvel objet de questionnement ».

Sur la prise en compte des connaissances initiales des élèves : Comment des connaissances langagières et gestuelles participent-elles à l'appréhension des éléments communs et à la diversité des types d'espaces dans lesquels les représentations des objets géométriques se construisent et les analyses de leurs propriétés se développent ?

1. Comment s'articulent les premières procédures et connaissances sur le « spatio-graphique » avec les expériences antérieures sur des objets ? En particulier, ces connaissances antérieures ne sont pas principalement « déclaratives », mais s'appuient sur des gestes (par exemple la différence entre tourner et retourner, l'utilisation de tracés instrumentés sans forcément une visée de représentation d'objets géométriques,...)
2. Mais elles s'expriment aussi sous des formes langagières, dans le cadre d'un langage de l'élève pour contrôler son action, ou dans celui d'une communication autour d'une production (formulation d'une procédure, vérification des contraintes, validation d'une solution...) dont l'importance pour les apprentissages est souvent sous-estimée dans l'enseignement au profit du recours à un vocabulaire stéréotypé et déconnecté de la résolution de problèmes.

Sur le rôle et les interactions entre les contextes : celui évoqué d'un jeu familier (rails d'un train), celui matérialisé par des pièces à assembler, celui plus épuré de traits où la pièce matérielle n'intervient peut-être que pour les règles d'assemblage de continuité ? Ce dernier aspect que l'on pourrait qualifier "spatio-graphique" est-il une variante de l'espace sensible ou un véritable espace "autonome" entre un espace sensible et un éventuel espace géométrique non accessible aux élèves de cet âge ?

Nous tenons, aussi à rappeler le rôle important des ateliers de la COPIRELEM pour nos recherches qui comportent - intrinsèquement - la prise en compte des besoins des enseignants et la diffusion auprès d'eux et des formateurs de résultats (problématiques d'apprentissage, dispositifs d'enseignement...). En effet, ces colloques nous imposent une double exigence, d'une part, celle de clarté pour la communication de ces questionnements et résultats à un public intéressé et connaisseur, et d'autre part, celle d'explicitation de problématiques qui en sont issues relevant parfois de différences d'approche au sein de l'équipe. Cette nécessité, résolue par des analyses et des expérimentations complémentaires, dans les mois qui ont précédé le colloque, nous a déjà permis de réelles avancées théoriques.

BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage.

ARGAUD H.-C. (1998). *Problèmes et milieux a-didactiques, pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier-crayon et Cabri-géomètre*, Thèse, Université Joseph Fourier-Grenoble 1.

ARGAUD H.-C., COMBIER G., DOUAIRE J., DUSSUC M.-P., GERDIL-MARGUERON G., MAZUY C., VIVIER C. (2014). Angle droit à l'articulation entre le cycle 2 et le cycle 3, *Actes du XLème colloque COPIRELEM*, Nantes.

BERTHELOT R., SALIN M.-H. (1992). *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse, Université Bordeaux 1.

DOUAIRE J., EMPRIN F. (2014). Apprentissages mathématiques à l'école et ressources pour les enseignants, *Actes du XLème colloque COPIRELEM*, Nantes.

DOUAIRE J., EMPRIN F. (2015). Quels critères de validité, quelle appropriation par les enseignants de ressources issues de recherches en didactique, *Actes du XLIème colloque de la COPIRELEM*, Mont-de-Marsan.

EQUIPE ERMEL (2006), *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*, Hatier.

LABORDE C. (1989). L'enseignement de la géométrie entant que terrain d'exploitation de phénomènes didactiques, *RDM vol 9/3*, La pensée sauvage Editions.

QUELLES STRATEGIES DE FORMATION POUR GERER L'HETEROGENEITE DES APPRENTISSAGES DES ETUDIANTS EN MATHEMATIQUES EN M1 MEEF 1^{ER} DEGRE ?

Julia PILET

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
julia.pilet@u-pec.fr

Brigitte GRUGEON-ALLYS

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

Résumé

L'importante hétérogénéité des étudiants de l'académie de Créteil se destinant aux métiers de professeurs des écoles nous a conduites à développer un dispositif de formation plus attentif à la diversité des profils des étudiants. L'objectif de l'atelier a été de permettre aux participants de s'approprier et d'analyser les outils à destination des formateurs que nous avons conçus et testés. Après avoir présenté le contexte, nous développons les deux temps principaux de l'atelier. Le premier concerne l'analyse de l'évaluation diagnostique des connaissances et compétences mathématiques des étudiants entrant en master MEEF premier degré que nous avons conçue. Le deuxième temps concerne l'analyse des situations de formation que nous avons conçues pour déstabiliser des conceptions erronées repérées dans l'évaluation diagnostique et construire celles attendues. Deux domaines mathématiques sont retenus : celui de la géométrie et celui des nombres (numération, entiers, décimaux et fractions).

Avertissement au lecteur ! Cet atelier est complémentaire de la communication C14 présentée dans ces mêmes actes et intitulée «Evaluation diagnostique et gestion de l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques en M1 MEEF 1^{er} degré » par les mêmes auteurs. Nous invitons le lecteur à s'y reporter notamment pour tous les apports théoriques et l'analyse des résultats des étudiants ayant suivi le dispositif.

I - PRESENTATION DE L'ATELIER

Cet atelier s'appuie le dispositif ORPPELA¹ conçu dans le cadre d'un dispositif IDEA² de l'Université Paris Est Créteil visant à « Organiser une Progressivité des Parcours de formation des Etudiants en master Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation (MEEF) et leur Accompagnement » en mathématiques. Ce projet s'inscrit dans le contexte spécifique de la formation initiale des enseignants du premier degré de l'académie de Créteil.

¹ Cette recherche est réalisée dans le cadre du projet IDEA ORPPELA, à l'ESPE de Créteil – Université Paris Est Créteil, coordonné par B. Grugeon-Allys avec l'équipe des enseignants C. Moussy, M.C. Marillier, B. Galin, F. Brugier, et enseignants-chercheurs, J. Pilet et J. Horoks. <http://espe.u-pec.fr/l-espe/innovation-pedagogique/projet-orppela-organiser-une-progressivite-des-parcours-de-formation-des-etudiants-en-master-metiers-de-l-education-et-de-la-formation-et-leur-accompagnement-682061.kjsp?RH=1412862302533>

² Dans le cadre des [Initiatives d'Excellence en Formations innovantes](#) (IDEFI) du Programme Investissements d'Avenir, [Université Paris-Est](#) met en œuvre le dispositif IDEA.

1 Le contexte du MEEF dans l'académie de Créteil

Les étudiants de l'académie de Créteil inscrits en MEEF 1^{er} degré sont pour la plupart issus de filières non scientifiques et nous faisons l'hypothèse qu'ils ont souvent un passé douloureux avec les mathématiques. De plus, de nombreux étudiants reprennent des études dans le cadre d'une reconversion professionnelle. La formation a pour enjeu de faire évoluer leur rapport aux mathématiques, de leur permettre de construire les savoirs mathématiques et didactiques nécessaires à la profession mais aussi de leur redonner le goût et l'envie de faire des mathématiques pour qu'ils les transmettent à leurs élèves. Il s'est donc avéré nécessaire de mettre en place un dispositif de formation plus attentif aux parcours antérieurs et à la diversité des profils d'étudiants. La maquette de la première année de master 1 à Créteil prévoit 66 heures d'enseignement sur les mathématiques et leur didactique pour préparer au concours ce qui pose une contrainte de temps supplémentaire pour former les futurs enseignants.

Dans ce contexte, nous nous sommes interrogées sur la formation à mettre en place pour faire évoluer le rapport aux mathématiques des étudiants et leur permettre de construire les savoirs mathématiques et didactiques nécessaires à la profession.

2 Le scénario de formation dans le dispositif ORPPELA

La formation organisée dans le cadre du dispositif ORPPELA suit un scénario spécifique.

Premièrement, dès leur accueil à l'ESPE le jour de la rentrée, les étudiants passent une évaluation diagnostique de leurs connaissances et compétences en mathématiques. Cette évaluation a un double objectif, pour l'étudiant de s'auto-positionner, et, pour le formateur de pouvoir adapter son enseignement en ayant une connaissance des profils de ses étudiants dès la rentrée.

Deuxièmement, les séances de travaux dirigés s'organisent en séquences selon les thèmes mathématiques du programme (nombres et numération décimale, géométrie, grandeurs, etc.). Chaque séquence est sur le même modèle. Des exercices préparatoires avec correction ainsi qu'une synthèse des savoirs et savoir-faire indispensables à la suite de la formation sont proposés aux étudiants avant les cours en présentiel. Cela permet aux étudiants qui en ont besoin de travailler les prérequis. Ils ne sont pas abordés en travail dirigé sauf si les étudiants demandent d'y revenir. Une feuille d'exercices mathématiques et didactiques est distribuée en TD. Elle contient plusieurs situations clefs pour remettre en question des rapports inadaptés aux savoirs mathématiques et permettre aux étudiants de poursuivre la construction de ces savoirs. C'est là une des forces du dispositif, les situations sont adaptées aux acquis et besoins d'apprentissage repérés des étudiants mais elles s'adressent à tous. La feuille d'exercices contient également des exercices d'entraînement de difficulté croissante. Toutes les corrections des exercices sont déposées sur EPREL³ à la fin du TD ainsi qu'un document de cours reprenant les différentes notions mathématiques et didactiques qui sert de point d'appui à l'institutionnalisation des savoirs. Les feuilles d'exercices sont régulièrement complétées de devoirs à faire à la maison. En début ou en fin de séquence, le formateur revient sur les exercices du test correspondant aux contenus de la séquence.

Troisièmement, le dispositif comprend un accompagnement des étudiants en dehors des séances présentiels. Sont proposés aux étudiants :

- des entretiens personnalisés pour répondre à leurs questions sur leurs travaux, les aider à organiser leur travail personnel mais aussi leur redonner confiance et les encourager,
- des exercices à traiter chez eux et à rendre en groupe ou individuellement et qui sont ensuite corrigés et commentés par le formateur,
- un suivi à distance sur le forum de la plateforme de l'université pour accompagner les feuilles d'exercices. Les étudiants peuvent y poser leurs questions. Cela permet de réguler

³ Plateforme en ligne pour la formation à l'ESPE de Créteil.

l'enseignement à distance et si besoin de revenir sur certains aspects des notions abordées en travaux dirigés.

Ces modalités spécifiques de formation sont expliquées aux étudiants dès la rentrée afin de mettre en place le plus rapidement possible un contrat qui les engage dans la formation.

3 Le déroulement de l'atelier

Après la présentation du dispositif ORPPELA, l'atelier s'est déroulé en deux temps. Le premier temps a porté sur l'évaluation diagnostique, conçue pour le dispositif, des connaissances et compétences et étudiants à l'entrée en master. Les participants ont eu à réaliser des analyses de certains exercices du test. Ces exercices sont présentés en annexe 1. Notre objectif était, d'une part, de mettre en avant en quoi les choix théoriques et méthodologiques de conception du test et d'analyse des réponses nous permettent de dégager des profils dominants des étudiants sur plusieurs domaines mathématiques, et, d'autre part, de montrer en quoi ces profils présentent des potentialités pour organiser une formation qui prenne en compte l'hétérogénéité des étudiants. Dans un deuxième temps, après avoir présenté nos principaux choix de formation, les participants ont analysé les stratégies de formation que nous avons conçues. Elles sont présentées dans les annexes 2 et 3. Les participants devaient dégager les potentialités des stratégies pour déstabiliser des conceptions erronées repérées par le test et construire celles attendues. L'atelier s'est déroulé en alternant des modalités de travail en groupe, les participants étaient répartis par groupes de 4, avec des mises en commun et des synthèses collectives.

Nous revenons sur ces deux temps dans la suite du texte. Nous présentons les analyses réalisées et nous complétons par les apports, remarques ou questions soulevés par les participants pendant les discussions collectives.

II - PREMIER TEMPS : UN TEST DIAGNOSTIC DES CONNAISSANCES ET COMPETENCES EN MATHÉMATIQUES DES ÉTUDIANTS

1 Présentation générale du test

1.1 La répartition des exercices du test par domaine mathématique

Nous avons retenu quatre domaines mathématiques dans le test : celui de la géométrie, celui des nombres et de l'arithmétique en primaire, celui de l'algèbre et celui de la proportionnalité et des fonctions. Ces domaines structurent les programmes mathématiques français et leur maîtrise tant mathématique que didactique est au cœur du développement professionnel des futurs enseignants. Même si le domaine de l'algèbre n'est pas au programme de l'école primaire, nous l'avons conservé dans le test, des travaux de didactique des mathématiques (Chevallard, 1985 ; Grugeon, 1997) soulignant le rôle de l'algèbre pour étudier les nombres, les opérateurs et leurs propriétés. De plus, le domaine des grandeurs et mesures n'est pas traité à part entière dans la version actuelle du test. Plusieurs exercices de géométrie et de proportionnalité y font néanmoins appel.

Nous avons constitué l'évaluation d'exercices représentatifs des quatre domaines mathématiques pour déterminer des caractéristiques du développement conceptuel des étudiants. Le test est prévu pour une durée d'une heure de passation. Il est composé de 29 exercices répartis en une moitié sur le numérique, un cinquième sur la géométrie, autant sur la proportionnalité et sur l'algèbre (voir tableau 1). Les exercices sont choisis pour recouvrir les types de problèmes du domaine. Ils sont pour la plupart sous forme de QCM ce qui permet un traitement informatique. Certains sont ouverts (6/29) : les étudiants doivent soit entrer un nombre soit un raisonnement. Dans ce dernier cas les questions sont codées par un humain et non par une machine.

Domaine	Nombre d'exercices
Géométrie	6/29
Numérique (entiers, fractions, décimaux)	14/29
Proportionnalité et fonction	5/29
Algébrique	4/29

Tableau 1. Répartition des exercices par domaine

Le nombre d'exercices est limité mais il est selon nous suffisant au regard de notre cadrage théorique et méthodologique pour que le test puisse établir les traits dominants de l'activité mathématique de l'étudiant que nous appelons profil de l'étudiant.

Ce test est informatif, c'est-à-dire que les étudiants passent le test en ligne et leurs réponses sont analysées automatiquement et leur profil est créé selon un algorithme que nous avons défini.

Durant l'atelier, seuls les domaines géométrie et numérique ont été analysés.

1.2 La définition d'un référentiel par domaine mathématique

Pour chaque domaine mathématique, nous définissons un référentiel qui nous permet de concevoir les exercices du test, d'anticiper *a priori* les réponses des étudiants à chaque item et de les analyser transversalement, pour tout le domaine afin d'établir le profil de l'étudiant. Pour cela nous retenons plusieurs approches théoriques :

- Une approche cognitive du savoir pour caractériser chaque domaine comme un champ conceptuel (Vergnaud, 1990) et considérer les conceptions des étudiants en lien avec des ruptures d'ordre épistémologique et avec des démarches et des raisonnements au cours de l'apprentissage ;
- Une approche épistémologique et didactique est faite du côté du savoir. Cette étude s'appuie sur les travaux en didactique des mathématiques dans les différents domaines ;
- Une approche anthropologique conduit à considérer les institutions dans lesquelles les étudiants ont appris et apprennent. Elle permet de prendre en compte les attentes curriculaires mais aussi de considérer des décalages de l'activité mathématique attendue lors de la transition entre institutions (école/collège, collège/lycée, lycée/université) et de repérer des implicites ignorés pourtant incontournables dans les curriculums et qui peuvent expliquer des difficultés chez les étudiants (Pilet, 2012).

Nous renvoyons le lecteur à la communication C14 de ces actes pour une présentation plus développée de ces approches théoriques. Pour chaque domaine, nous définissons un référentiel qui pointe les aspects épistémologiques à prendre en compte pour résoudre les types de tâche et qui décrit trois niveaux d'activité selon le développement conceptuel et les rapports construits aux objets mathématiques. Chaque niveau donne des indicateurs pour situer le développement conceptuel d'un étudiant dans un domaine donné relativement à la résolution des problèmes du domaine, à la construction et au traitement des propriétés des concepts mobilisés lors de la résolution et aux gestions de représentation sémiotiques associés aux concepts. Ces indicateurs traduisent des cohérences de fonctionnement dominantes des étudiants (Grugeon, 1997) sur l'ensemble des exercices du domaine. Il s'agit de traits « dominants » ou « majoritaires » dans le sens où certaines connaissances peuvent être instables et mobilisées ou non en fonction du contexte de résolution d'exercice.

1.3 Le référentiel pour deux domaines

Pour le domaine géométrique

Dans la recherche en didactique de la géométrie, Houdement et Kuzniak (1999, 2006) ont travaillé la question du rapport entre l'espace physique et l'espace géométrique et ont montré que des difficultés d'apprentissage proviennent souvent d'une confusion entre les savoirs issus de l'expérience directe avec le monde réel et les savoirs géométriques. Ils ont défini plusieurs géométries pour caractériser les différents rapports aux objets géométriques et les ruptures de contrats sous-jacents. Le référentiel reprend cette catégorisation pour définir une échelle d'activités mathématiques sur les objets de la géométrie selon trois dominantes que nous avons définies :

- Géométrie dominante A : connaissances et compétences liées majoritairement à une géométrie du raisonnement
- Géométrie dominante B : connaissances et compétences liées majoritairement à une géométrie instrumentée ou raisonnement déductif incorrect
- Géométrie dominante C : connaissances et compétences liées majoritairement à une géométrie perceptive.

Nous décrivons plus précisément chacun de ces profils dans le tableau suivant.

A	Bonne connaissance des propriétés des figures géométriques. Distinction entre figure et dessins. Bonne articulation entre les différents modes de représentation. Appréhension séquentielle et discursive des figures en jeu dans les problèmes permettant d'organiser une démonstration avec un raisonnement déductif.
B	Connaissance fragile des propriétés des figures géométriques, des différents modes de représentation. Distinction entre figure et dessins connue mais peu articulée avec les propriétés. Résolution de problèmes de géométrie utilisant prioritairement sur les instruments ou un raisonnement déductif souvent incorrect.
C	Visualisation des figures sans distinction entre propriétés spatiales (position) et géométriques, les propriétés étant peu structurées. Peu d'articulation entre différentes représentations. Résolution des problèmes de géométrie utilisant davantage la perception (« je vois que ») et la mesure (usage des instruments) qu'un raisonnement déductif.

Tableau 2 : référentiel en géométrie

Pour le domaine numérique

Nous étudions comment les étudiants donnent du sens, interprètent, mobilisent et utilisent dans des problèmes les entiers, les décimaux et les quatre opérations élémentaires (addition et soustraction, multiplication et division). Pour le domaine du numérique (numération et nombres), nous appuyons sur les travaux de Tempier (2013), Mounier (2012), Perrin-Glorian (1986) ou encore Vergnaud (1986). À partir de ces travaux nous définissons trois niveaux d'activité mathématique dominants pour le numérique :

- Niveau A : connaissances et compétences liées à une interprétation majoritairement symbolique des nombres
- Niveau B : connaissances et compétences liées à une représentation majoritairement iconique des nombres
- Niveau C : connaissances et compétences liées à une représentation majoritairement intuitive des nombres.

Nous décrivons plus précisément chacun de ces profils dans le tableau suivant.

A	Bonne connaissance des nombres entiers et décimaux et des modes de représentation. Utilisation des nombres et de leurs propriétés dans la résolution des différents types de problèmes mettant en jeu les quatre opérations.
B	Connaissance des nombres entiers et de leurs propriétés. Utilisation de modes de représentation

	différents de ces nombres pour résoudre différents types de problèmes mettant en jeu les quatre opérations. Connaissance fragile des fractions et décimaux et des difficultés à les utiliser.
C	Connaissance fragile des règles de numération de base. Peu de lien entre groupements / échanges et numération. Des conceptions erronées sur les décimaux, les notions numériques, les modes de représentation. Des difficultés à les utiliser dans la résolution de problèmes numériques mettant en jeu les quatre opérations.

Tableau 3 : référentiel pour le numérique

1.4 L'analyse des réponses

L'analyse des réponses s'effectue en deux temps, toujours par domaine mathématique, et s'appuie sur les trois niveaux d'activité mathématique du référentiel. D'abord pour chaque exercice, nous réalisons une analyse *a priori* et nous envisageons les réponses possibles, correctes ou non, et les associons à une des trois dominantes du référentiel. Ensuite, nous réalisons une analyse transversale pour l'ensemble des questions de chaque domaine selon un algorithme qui calcule le nombre de codage A, B ou C sur chaque domaine. Le nombre le plus grand positionne l'étudiant sur une des trois dominantes. Seule cette dernière analyse est renvoyée à l'étudiant.

Les participants de l'atelier ont eu à réaliser la première étape des analyses pour les exercices du domaine géométrique et ceux du numérique.

2 Présentation et analyse de plusieurs questions du test

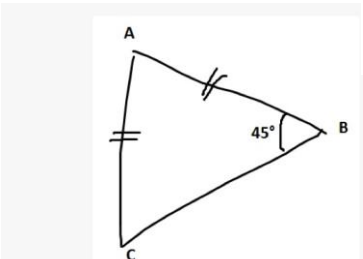
L'ensemble des questions du test pour le domaine géométrique et celui du numérique sont présentés en annexe 1. Nous présentons ici l'analyse de quelques exercices.

2.1 Pour la géométrie

Les participants à l'atelier ont souligné le faible nombre d'exercices pour la géométrie (6/29). C'est un choix pour équilibrer le nombre d'exercices par domaine (le nombre d'exercices sur le numérique est plus important afin de pouvoir traiter les entiers, les opérations, les décimaux et les fractions) et d'assurer un temps de passation qui ne dépasse pas une heure. Les participants soulignent que la différence dessin/figure est bien évaluée par l'ensemble des items. Nous revenons sur l'analyse des exercices 5 et 6 parce qu'ils ont fait l'objet de davantage de discussions pendant l'atelier et soulèvent la complexité de la conception d'une évaluation diagnostique.

Commençons par l'exercice 6 dont nous rappelons l'énoncé ci-dessous (cf. figure 1). Cet exercice a notablement retenu l'attention des participants de l'atelier. En effet, il est particulièrement pertinent au regard des objectifs d'évaluation qui sont de repérer dans quelle géométrie travaille l'étudiant.

Exercice 6



Le triangle ABC est :

☐ isocèle

☐ équilatéral

☐ rectangle

Figure 1. L'énoncé de l'exercice 6 en géométrie

Cet exercice vise à repérer sur quelles informations s'appuie l'étudiant pour déterminer la nature d'un triangle à partir d'un codage sur un dessin à main levée. En effet, le caractère isocèle est visible perceptiblement et est directement interprétable à partir du codage. Mais ce triangle est également rectangle et cette deuxième propriété n'est pas représentée sur le dessin, seul un raisonnement à partir du codage et des propriétés des angles d'un triangle isocèle permet de répondre. De plus, le dessin peut être trompeur puisque, perceptiblement, les trois côtés semblent égaux alors que le triangle n'est pas équilatéral. Cette analyse permet de justifier le choix du QCM et permet d'établir le tableau des réponses

anticipées suivant. Un tableau d'analyse de ce type a été réalisé par l'équipe ORPPELA pour chaque exercice du test.

Réponse	Niveau	Analyse didactique
Isocèle et rectangle	A	Réponse correcte. Appui sur un raisonnement déductif pour calculer la mesure de l'angle A.
Isocèle	B	Appui sur le codage mais pas de raisonnement à partir de l'angle pour démontrer que le triangle est rectangle
Rectangle	B	Raisonnement à partir du codage du triangle isocèle et des propriétés sur la somme des angles d'un triangle pour démontrer que le triangle est rectangle. Plusieurs hypothèses pour expliquer que le fait que « isocèle » n'a pas été coché : - l'étudiant considère qu'un triangle ne peut être isocèle et rectangle en même temps - l'étudiant considère que la propriété d'être un triangle rectangle l'emporte sur celle d'être isocèle.
Équilatéral	C	Géométrie perceptive globale. Pas de raisonnement à partir du codage. L'étudiant ne sait pas qu'un triangle équilatéral a tous ses angles de 60° .
Isocèle et équilatéral	C	Géométrie perceptive. Utilisation du codage pour l'égalité sur la longueur de deux côtés mais utilisation du perceptif pour le troisième côté L'étudiant ne sait pas qu'un triangle équilatéral a tous ses angles de 60° .
Rectangle et équilatéral	C	Géométrie perceptive et contradiction

Tableau 4. Les réponses anticipées de l'exercice 6 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

L'exercice 5⁴ (cf. figure 2) a soulevé plusieurs controverses principalement parce que le contrat n'est pas celui habituellement attendu et n'est pas celui attendu pour la suite des exercices du test, l'exercice 6 notamment. Dans cet exercice, une figure est donnée et il est demandé de repérer les carrés et de les citer. Ce repérage ne peut se faire que perceptivement. Le principal intérêt, et c'est selon nous un argument pour conserver l'exercice, est qu'un des carrés, CNHO, est dans une position non prototypique ce qui permet de repérer si l'étudiant associe les propriétés d'une figure à son orientation dans le plan. Le tableau 5 présente l'analyse des réponses anticipées.

Exercice 5

Sur cette figure, il y a des carrés. Citez-les.

Figure 2. L'énoncé de l'exercice 5

Réponse	Niveau	Analyse
BDGI, KLIJ, CNHO	1	Géométrie du raisonnement. N'est pas pris par l'orientation du carré CNHO Reconnaissance de 3 carrés (deux sur la base et un orienté sur la pointe)

⁴ Cet exercice est tiré de l'ouvrage de préparation au concours de Charnay & Mante (1995).

BDGI, CNHO Ou KLIJ, CNHO	B	Reconnaissance de 2 des 3 carrés (un sur la base et un orienté sur la pointe)
Pas CNHO	C	Géométrie perceptive. Un carré sur « la pointe » est interprété de façon prioritaire comme losange

Tableau 5. Les réponses anticipées de l'exercice 5 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

Pour éviter ce changement de contrat, les participants ont suggéré de remplacer la figure par un tableau à la manière de l'artiste Mondrian qui pourrait faire apparaître les figures géométriques en des formes colorées. L'étudiant pourrait par un clic sélectionner les formes qui lui semblent être des carrés. Nous n'avons pas retenu cette solution parce qu'elle nécessite un développement informatique conséquent que nous ne sommes pas en mesure de déployer actuellement. Nous avons finalement décidé, au sein de l'équipe de conception, de conserver l'exercice en modifiant légèrement la consigne pour signifier que la réponse attendue est validée perceptivement. La nouvelle consigne est « Il semble y avoir des carrés sur cette figure. Citez-les ».

Les participants à l'atelier ont regretté que peu d'exercices évaluent les étudiants qui valideraient par les instruments. Les contraintes informatiques nous ont obligées à faire ce choix. En effet, il est complexe d'évaluer informatiquement l'usage des instruments de mesure par les étudiants et l'ajout de modules informatiques supplémentaires qui pourraient le permettre complique le développement informatique.

2.2 Pour le numérique

Concernant la numération, nous illustrons notre démarche avec l'exercice 23 (cf. figure 3 et tableau 6) qui sert à déterminer si l'étudiant distingue chiffre d'unité d'ordre donnée et nombre d'unité d'ordre donnée dans la numération de position décimale.

Question 23	
Quel est le chiffre des centaines dans 2014?	
Quel est le nombre de dizaines dans 2014?	

Figure 3. L'énoncé de l'exercice 23

Réponse	Niveau	Analyse
0 et 201	A	
0 et 1 ou 0 et 14	B	Ne reconnaît pas le « nombre de » mais reconnaît le chiffre
autre	C	Confusion entre chiffre et nombre Pas de sens donné à l'écriture chiffrée d'un nombre

Tableau 6. Les réponses anticipées de l'exercice 23 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

Des participants proposent d'ajouter un exercice qui permette d'évaluer la maîtrise de la valeur associée à un chiffre en fonction de sa place dans le nombre. Par exemple : « Avec 2014 œufs, combien remplit-on de boîtes de 10 œufs ? »

Concernant la numération, nous illustrons notre démarche avec l'exercice 19 (cf. figure 4 et tableau 7) qui sert à repérer les conceptions des étudiants sur les décimaux.

Question 19

Quels sont les nombres décimaux que l'on peut intercaler entre 15,14 et 15,104 ?

- ☐ 15,15
- ☐ 15,23
- ☐ 15,107
- ☐ 15,148
- ☐ 15,1048

Figure 4. L'énoncé de l'exercice 19

Réponses	Niveau	Analyse
C et E	A	Réponse correcte
C ou E (exclusif)	A	Une réponse correcte (C, E) sans réponse incorrecte Effectivement est plus proche de 1 que de 2 (comme on ne raffine pas sur les dimensions, il faut mieux garder 1...)
(C ou E) et (A ou B ou D)	B	Au moins une réponse incorrecte (A, B, D) et une réponse correcte (C, E)
A ou B ou D	C	Au moins une réponse incorrecte (A, B, D) sans réponse correcte

Tableau 7. Les réponses anticipées de l'exercice 19 et leur codage selon l'équipe ORPPELA

Sur les décimaux, les participants notent qu'un seul exercice porte sur les fractions. Ils suggèrent d'ajouter une question à l'exercice pour évaluer le lien entre les écritures fractionnaire et décimale. Nous informons que ce type de question était présent dans une version du test mais que face au nombre important d'exercices sur fractions et décimaux déjà présents nous avons décidé de l'enlever. De même, les participants soulignent n'y a pas d'exercice du type « 3 est-il un décimal ? » C'est un choix délibéré, ce type d'exercice est travaillé directement en formation.

D'une manière générale, les participants s'interrogent sur la place de cette évaluation avant toute « remise en route » et réactivation des connaissances. Cela constitue une difficulté pour les étudiants car de nombreuses connaissances anciennes sont « enfouies » et ne sont pas mobilisables sans une réactivation minimale. Selon nous, ce test est avant tout un outil d'auto-positionnement. Pour éviter tout malentendu, il doit être introduit et son usage expliqué dès la rentrée pour rassurer les étudiants. Après deux années d'expérience, il ressort que les étudiants sont plutôt encouragés et satisfaits de constater leurs évolutions au cours de l'année et principalement au premier semestre. Nous leur faisons régulièrement comparer leur réponse en début d'année avec ce qu'ils répondraient maintenant. Actuellement seul le test de début d'année existe. Il serait envisageable d'en concevoir une autre version à faire passer en cours d'année avec les mêmes types d'exercices mais avec des données numériques différentes. Cela demande un nouveau développement informatique que nous n'avons pu réaliser jusqu'à présent.

III - DEUXIEME TEMPS : LES STRATEGIES DE FORMATION

Les stratégies de formation que nous avons conçues visent à prendre en compte la diversité des besoins d'apprentissage des étudiants dans les séquences d'enseignement. Nous le présentons pour les deux domaines de la géométrie et du numérique.

1 Nos principaux choix

Nos choix de formation consistent à proposer des situations d'introduction clefs pour donner des raisons d'être aux notions en jeu et les faire fonctionner en tant qu'*outils* avant de les institutionnaliser comme *objets* (Douady, 1987). Elles visent, pour les étudiants des profils B et C, à leur permettre de comprendre

les limites de leurs démarches et de leurs raisonnements, à les remettre en question et à commencer à construire les connaissances et compétences attendues. Pour les étudiants de niveau A mais aussi pour les autres, ces situations doivent les conduire à une première réflexion didactique sur les notions étudiées et à un premier développement de compétences professionnelles. Ces situations clefs sont ensuite suivies d'exercices d'application directe, de réinvestissement et des exercices de didactique. Souvent trop nombreux pour tous être traités dans le peu d'heures disponibles, ces exercices permettent aux étudiants, notamment ceux de profil A, d'avancer à leur rythme. Ainsi, les profils des étudiants sont pris en compte en amont, dès la conception des séquences, à la fois en ce qui concerne la nature des situations proposées que leur gestion. Nous n'avons pas fait le choix de proposer des exercices différents en fonction des profils parce que quels que soient leurs profils, les étudiants tirent parti des situations clefs.

La prise en compte des profils des étudiants se concrétise par le choix de situations clefs mais également par la gestion en classe des situations. Cette gestion consiste à s'appuyer sur la diversité des procédures dans les mises en commun. Elle se rapproche des travaux de Charnay (1995) sur la gestion de l'hétérogénéité des apprentissages. La mise en œuvre consiste à laisser les étudiants produire des solutions puis à en débattre tous ensemble. Nous leur proposons de présenter leurs solutions en classe entière et d'argumenter leur point de vue. Ces temps de mise en commun avec confrontation des procédures et des raisonnements mis en œuvre par les étudiants, validation et hiérarchisation des procédures, sont l'occasion d'interroger les connaissances et compétences erronées. Ils sont suivis d'une institutionnalisation des savoirs visés. Les modes de formulation, validation et de justification jouent donc un rôle primordial pour motiver la reprise et la construction de notions mathématiques. Ils permettent de donner une vision de la culture mathématique attendue à la préparation au concours de recrutement des professeurs des écoles ainsi que dans leur futur métier.

2 Exemple de stratégie en géométrie

La séquence de géométrie est prévue pour 3 séances d'une durée de 3 heures soit 9 heures en tout. Ce nombre d'heures peut paraître faible mais il est adapté aux 66 heures de mathématiques prévues dans la maquette. Nous présentons ici les trois situations clefs d'entrée pour chacune des séances. Elles sont présentées dans l'annexe 2. Ces situations sont accompagnées d'exercices d'application et de réinvestissement eux aussi nécessaires pour permettre aux étudiants de redécouvrir les définitions, les propriétés et les constructions élémentaires. Les trois séances couvrent les types de tâches de la géométrie. La séance 1 est sur la reproduction de figures, la séance 2 est sur la description de figure et la construction de figure à partir d'une description ou d'un programme de construction ou d'un schéma, la séance 3 est sur la conjecture et la démonstration. Avant la séance 1, les étudiants ont pu travailler sur des exercices préliminaires pour réviser des notions élémentaires et des constructions de base comme savoir tracer une perpendiculaire ou une parallèle à une droite passant par un point avec l'équerre ou reconnaître des droites parallèles ou perpendiculaires dans des positions non prototypiques.

La première situation de la séance 1 (cf. énoncé en annexe 2) se décompose en une tâche de reconnaissance de figures puis une tâche de reproduction. Cette dernière nécessite de retrouver le centre d'un cercle et donc d'utiliser les propriétés géométriques (caractérisation et point de concours des médiatrices d'un triangle). C'est un de ces intérêts majeurs puisque près de la moitié des étudiants des 490 ayant passés le test valident en géométrie perceptive ou instrumentée. Cette situation a donc un double objectif. Le premier est d'amener les étudiants qui privilégient le perceptif et la mesure à prendre conscience des limites de ce rapport aux objets de la géométrie, de les amener à distinguer les propriétés spatiales des propriétés géométriques et de faire émerger les procédés de construction. Elle présente donc des potentialités à montrer les limites de la perception et de la mesure pour reproduire puis démontrer des propriétés. Le second est d'amener les étudiants à travailler l'implicite des dessins, à comprendre la nécessité de prendre des informations supplémentaires (ajout de tracés, de points), à coder les figures, à distinguer les propriétés spatiales des propriétés géométriques, à préciser le vocabulaire géométrique, à percevoir l'insuffisance de l'essai pour reproduire et la nécessité de s'appuyer sur des propriétés géométriques. Il y a donc une première rencontre avec des connaissances

didactiques de l'enseignement de la géométrie à l'école. Cette situation est suivie d'exercices d'application sur des constructions élémentaires qui sont l'occasion de (re)familiariser (et d'institutionnaliser) les étudiants avec les propriétés des figures élémentaires.

La situation d'entrée de la séance 2 est une situation de communication émetteurs-récepteurs qui conduit à la réalisation d'un programme de construction. La figure construite doit vérifier les propriétés indiquées sur la figure modèle. Il s'agit d'amener les étudiants à analyser la figure : identifier les figures de base, les relations entre les figures et identifier une chronologie dans les étapes de construction et à utiliser un vocabulaire adapté pour rédiger le programme de construction. La distinction entre propriétés spatiales et géométriques est également un enjeu important comme dans la séance 1. L'organisation didactique de la situation s'appuie sur des allers et retours entre émetteur et récepteur avec des mises en commun qui s'appuient sur les productions des étudiants. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique peut être utilisé pour tester la validité de la construction d'une figure.

La situation d'entrée de la séance 3 porte sur la conjecture et la démonstration. Elle vise à faire évoluer le rapport perceptif aux figures et à remettre en question l'évidence de propriétés qui semblent vraies. Le jeu sur les variables didactiques comme l'agrandissement d'une figure permet de créer la nécessité de la démonstration en géométrie et de distinguer ce qui relève d'une conjecture et ce qui relève d'une démonstration. Concernant la démonstration, il s'agit d'amener les étudiants à déterminer les conditions nécessaires et suffisantes d'un raisonnement déductif en utilisant les propriétés des figures géométriques (Duval, 1993 & 2000). C'est une nouvelle occasion pour les étudiants qui pratiquent une géométrie perceptive ou instrumentée de prendre conscience des limites de ces géométries pour démontrer. La situation est suivie d'exercices de démonstration à partir des propriétés de base puis dans des exercices de difficulté progressive. La mise en œuvre s'appuie comme pour les autres séances sur des mises en commun qui visent à une confrontation et une hiérarchisation des raisonnements.

Les participants ont été très intéressés par ces situations. Ils ont proposé plusieurs idées pour les faire évoluer. Celles qui concernent la formulation des énoncés (simplification, reformulation) ont été prises en compte dans les énoncés présentés en annexe 1. Les discussions ont beaucoup porté sur le statut de dessin ou de figure. Comme ce statut change souvent dans les exercices, il nous semble que c'est une potentialité supplémentaire pour amener les étudiants à appréhender ces différents statuts. Certains suggèrent que la situation 1 soit l'occasion de travailler sur des connaissances didactiques en proposant de travailler en géométrie naturelle (selon Houdement et Kuzniak) et de mettre en place des procédures de pliage et de calque pour la reproduction. Cela pourrait permettre de renforcer l'articulation entre connaissances mathématiques et didactiques, et, peut-être, à amener les étudiants à mieux appréhender les différentes géométries et les différents contrats de validation dans l'enseignement de la géométrie.

3 Exemple de stratégie sur la numération

La séquence sur la numération est prévue pour une unique séance de 3 heures. Elle contient trois situations clefs pour remettre en question les conceptions erronées des étudiants et les amener à rencontrer les principes de notre système de numération. Les situations sont présentées dans l'annexe 3. Il a été demandé aux participants de repérer en quoi ces situations permettent de prendre en compte les besoins d'apprentissage repérés des étudiants (profils B et C principalement). Nous leur avons également demandé quelles pouvaient être les potentialités de ces situations par rapport aux objectifs de formation des étudiants en mathématiques, en didactique et pour la formation à leur futur métier.

La première situation est classique et s'avère déjà connue des participants. L'apport pour eux a été de pouvoir la situer par rapport aux besoins des étudiants de profil C notamment. La situation consiste en une étude comparée de plusieurs systèmes de numération. Elle permet de motiver le fait qu'il n'existe pas une représentation des nombres mais plusieurs, de donner du sens à l'expression « système de numération », à identifier et utiliser les propriétés d'un système de numération et à décrire les règles de notre système de numération décimale en particulier dans cette situation la valeur des chiffres selon leur position dans l'écriture des nombres et la présence du zéro. C'est l'occasion d'amener les étudiants, notamment ceux de profils C, à concevoir les propriétés des nombres et à distinguer chiffre et nombre. L'étude de système de numération autre notre système de numération décimal permet de mieux

comprendre notre propre système de numération et est un levier pour aider les futurs enseignants à concevoir les difficultés rencontrées par les élèves en cours d'apprentissage.

La situation 2 est un problème de dénombrement d'une grande collection et de groupement. La confrontation des procédures des étudiants permet de motiver le groupement face aux limites du dénombrement un à un et de faire le lien entre la représentation chiffrée du nombre et la valeur du chiffre en fonction de sa position dans le nombre. Elle permet de dégager les règles d'écritures des nombres en base dix et les relations entre les différentes unités d'ordre. Les principes de notre système de numération décimale déjà rencontrés dans la situation 1 sont renforcés. Cette seconde situation a particulièrement retenu l'attention de plusieurs participants parce qu'elle est peu utilisée en formation. Les participants sont revenus sur le fait qu'elle permet de travailler avec les étudiants sur le type de groupement qu'ils proposent et leur lien avec le système de numération décimale. Les participants ont également souligné qu'il était important de leur proposer une collection suffisamment grande (au moins 300) pour qu'ils aillent jusqu'à grouper les dizaines en centaines.

La troisième situation est une analyse de document pédagogique sur la numération. Elle vise le développement de connaissances didactiques sur l'enseignement de la numération comme les principaux types de tâches. La réalisation d'une analyse a priori pour anticiper les procédures des élèves est l'occasion d'amener les futurs enseignants à l'existence de variables didactiques et à la nécessité de bien choisir les valeurs de ces variables pour que les élèves comprennent le fonctionnement de notre système de numération.

IV - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Cet atelier visait à présenter et faire analyser les outils conçus dans le cadre d'un dispositif appelé ORPPELA visant à prendre en charge l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques à l'entrée en M1 MEEF 1^{er} degré. Nous avons présenté les deux principaux outils au cours du projet : une évaluation diagnostique des connaissances et compétences des étudiants sur les principaux domaines mathématiques et des stratégies de formation par domaine. Ces outils ont été mis en place depuis deux ans à l'ESPE de Créteil et les résultats des étudiants ayant suivi le dispositif sont positifs. Nous souhaitons par la suite les diffuser plus largement voire les adapter à d'autres niveaux scolaires.

Les participants de l'atelier ont pu découvrir nos outils à partir d'analyses didactiques. Le fait de faire un état des lieux des connaissances et compétences des étudiants à l'entrée en master MEEF 1^{er} degré, de confronter les étudiants à leurs résultats et de les prendre compte dans l'organisation de la formation a été favorablement perçu par les participants. Pour la plupart formateurs, ils disent également avoir à gérer des étudiants faibles en mathématiques en première année de master. Le contexte de l'académie de Créteil est peut-être moins particulier que nous ne le pensions. Les participants nous ont d'ailleurs encouragées à diffuser non seulement nos outils pour qu'ils soient accessibles aux formateurs des différentes ESPE mais aussi les choix théoriques qui fondent nos outils. Cette diffusion nécessite de notre côté de rédiger des documents d'accompagnement pour rendre plus explicites nos choix notamment ceux relevant des approches épistémologique et cognitive. Comme nous l'avons souligné au fil du texte, les analyses et regards extérieurs des participants nous donnent quelques pistes pour continuer à faire évoluer nos outils. Ces pistes concernent certaines formulations d'exercices de l'évaluation diagnostique ou de situations de formation ainsi que des idées de nouveaux exercices.

De plus le dispositif ORPPELA est une opportunité pour donner aux futurs enseignants une autre vision de l'évaluation, davantage au service des apprentissages, et de la formation, plus en appui sur leurs procédures. Ces différents aspects du dispositif ORPPELA ont bien été perçus par les participants. Le dispositif s'est également avéré être une opportunité pour la formation de formateurs. La production de documents de préparation communs a conduit à un travail en équipe conséquent des formateurs de l'ESPE de Créteil et a permis d'accueillir plus sereinement les nouveaux formateurs. L'intérêt des participants pour l'atelier va de soi. Il y a de réels enjeux à produire des outils à destination des formateurs toujours pour être au final au service des apprentissages des élèves.

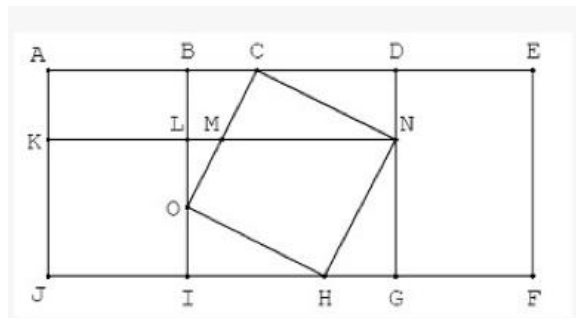
V - BIBLIOGRAPHIE

- CHARNAY, R. (1995). De la diversité. Dans R. Charnay et al. (Eds.), *Chacun, tous... Différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages* (p. 9-29). Lyon : I.N.R.P.
- CHARNAY, R., MANTE, M. (1995). *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles*. Tome 1. Hatier.
- CHEVALLARD Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Première partie. L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, n°5, 51-94.
- CHEVALLARD Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* n°19, 43-75.
- CHENEVOTOT-QUENTIN F., GRUGEON B., DELOZANNE E. (2011). Vers un diagnostic cognitif dynamique en algèbre élémentaire. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation (827842). Dakar, Sénégal, du 5 au 10 avril 2009*.
- DOUADY, R. (1987). Jeux de cadres et Dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-32.
- DUVAL R. (1993). Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive, *Petit x*, n° 31, 37-61.
- DUVAL R. (2000). Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20(2).
- GRUGEON B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Vol.17.2, pp. 167-210, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- GRUGEON-ALLYS B., PILET J., CHENEVOTOT-QUENTIN F., DELOZANNE E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire : bilan et perspectives* (137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1999). Sur un cadre conceptuel inspiré de Gonseth et destiné à étudier l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres, *Educational Studies in Mathematics*, 40.3, 283-312.
- HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 175-195.
- MOUNIER, E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique, application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 17, 27-58.
- PERRIN-GLORIAN, M.-J. (1986). Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège. *Petit x*, 10, 5-29.
- PILET, J. (2012). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2012, 871p.
- TEMPIER, F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2013, 427p.
- VERGNAUD G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/1.2, 133-170, Editions La Pensée Sauvage.
- VERGNAUD G. (1986). Psychologie du développement cognitive et Didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x*, 38, 21-40.

ANNEXE 1 : LES EXERCICES DU TEST DIAGNOSTIC ANALYSES DANS L'ATELIER

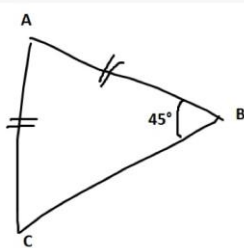
1 Domaine géométrique

Question 5



Sur cette figure, il y a des carrés. Citez-les.

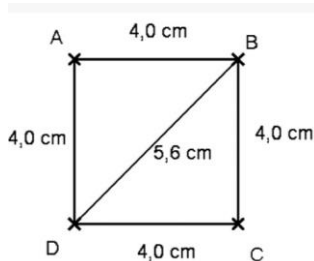
Question 6



Le triangle ABC est :

- ☐ isocèle
☐ équilatéral
☐ rectangle

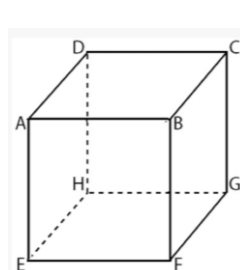
Question 20



Avec les seules données de la figure, on peut affirmer que

- ☐ ABCD est un losange car ses 4 côtés sont de même longueur
☐ ABCD est un carré car c'est un losange qui a un angle droit.
☐ ABCD est un rectangle car ses diagonales sont de même longueur.

Question 27



ABCDEFGH est un cube. Quelles sont les affirmations vraies ?

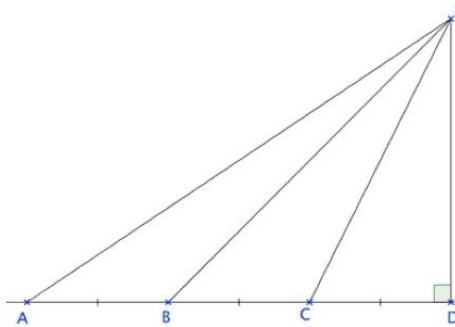
- ☐ BCGF est un carré.
☐ ADGF est un rectangle.
☐ ACF est un triangle équilatéral.
☐ ACF est un triangle rectangle.
☐ EFH est un triangle rectangle

Question 28

Quelles sont les affirmations vraies?

- ☐ Tous les carrés sont des rectangles.
- ☐ Tous les losanges sont des carrés.
- ☐ Tous les carrés sont des parallélogrammes.
- ☐ Tous les losanges sont des parallélogrammes.

Question 29



Quelles sont les affirmations vraies?

- ☐ L'aire du triangle ABI est égale à l'aire du triangle BCI.
- ☐ L'aire du triangle BCI est égale à l'aire du triangle CDI.
- ☐ L'aire du triangle ABI est strictement inférieure à l'aire du triangle BCI.

2 Domaine numérique : entiers et numération

Question 1

Comment s'écrit en chiffres dans le système décimal le nombre entier : cent quatre milliards quatorze millions quatorze ?

Question 2

« Je suis un nombre entier dont le chiffre des unités est zéro. Mon chiffre des dizaines est le double du chiffre des unités et mon nombre de centaines est 20. Qui suis-je ? »

- ☐ 200
- ☐ 2 000
- ☐ 2 020
- ☐ 20 000
- ☐ 20 220

Question 8

Calculer $23+23+23+23+23+23+23+23+23+23$.

Question 9

Un marchand de tableaux achète un tableau 10 000 € ; il le revend 12 000 €. Quelques jours plus tard, il le rachète 14 000 € puis finalement le revend 16 000 €. Que peut-on affirmer à propos de la vente du marchand?

- ☐ A : il n'a ni perdu ni gagné d'argent
- ☐ B : il a gagné 2 000 €
- ☐ C : il a gagné 4 000 €
- ☐ D : il a perdu 2 000 €
- ☐ E : il a perdu 4 000 €

Question 11

S désigne la somme des carrés des chiffres du nombre 523. Les égalités suivantes sont-elles vraies

	Oui	Non
$S = (5+2+3)^2$	☐	☐
$S = 10+4+9$	☐	☐
$S = 5^2+2^2+3^2$	☐	☐
$S = 523^2$	☐	☐
$S = 38$	☐	☐

Question 17

Voici un produit, $23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23 \times 23$. Parmi les écritures suivantes, quelles sont celles qui lui sont égales ?

Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
23^{10}	23×10	230	$23+10$	10×23

Question 23

Quel est le chiffre des centaines dans 2014?

Quel est le nombre de dizaines dans 2014?

Question 24



Quel est le plus petit des nombres à trois chiffres qu'elle peut montrer avec ces cartes? Elle ne peut utiliser chaque carte qu'une seule fois.

3 Domaine numérique : fractions et décimaux

Question 12

Peut-on intercaler des nombres décimaux entre 36,52 et 36,53 ?

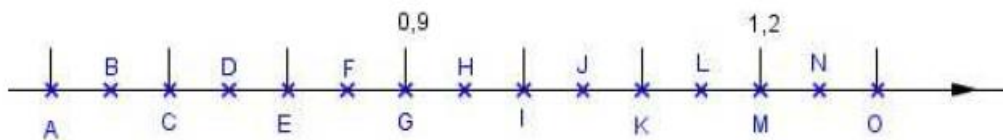
- ☐ Oui
- ☐ Non

Question 13

Quel est le quotient de 50 000 par 0,01 ?

- ☐ A : 5 000 0000
- ☐ B : 50 000,01
- ☐ C : 5 000
- ☐ D : 500
- ☐ E : 50

Question 14



Quel est le point d'abscisse 1 ?

Quel est le point d'abscisse 0,75 ?

Question 15

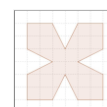
Le nombre 12 unités et 37 millièmes peut s'écrire

- ☐ A. 12,37
- ☐ B. 12,3700
- ☐ C. 12,037
- ☐ D. 12,0037
- ☐ E. 12+0,037

Question 16

Quelles sont les fractions qui correspondent à l'aire de la partie grisée par rapport à l'aire totale du carré ?

- ☐ 1/2
- ☐ 7/16
- ☐ 9/16
- ☐ 14/32



Question 19

Quels sont les nombres décimaux que l'on peut intercaler entre 15,14 et 15,104 ?

- ☐ 15,15
- ☐ 15,23
- ☐ 15,107
- ☐ 15,148
- ☐ 15,1048

ANNEXE 2 : LES TROIS SITUATIONS CLEFS EN GEOMETRIE

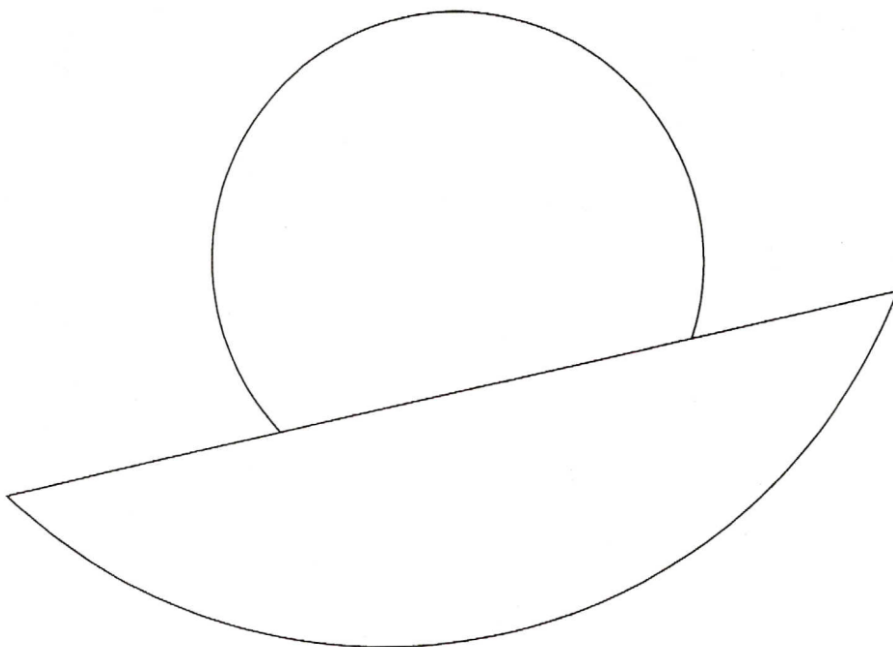
4 Séance 1 : Reproduction de figure

L'objectif de cette activité est de reproduire la figure ci-dessous sur une feuille de papier blanc, en respectant les consignes suivantes :

- les seuls instruments disponibles sont la règle non graduée et le compas,
- le papier calque n'est pas autorisé,
- en revanche, il est possible d'écrire et de rajouter des tracés et des traits de construction sur le dessin à reproduire.

Modalités de travail :

- Vous effectuez individuellement la recherche.
- Vous effectuez la vérification lorsque vous serez sûr de vous. Pour valider votre reproduction, vous superposez la figure obtenue à l'original : elles doivent se correspondre complètement.

**5 Séance 2 : Décrire une figure – la construire à partir d'une description ou d'un programme de construction ou d'un schéma**

Exercice 1 : situation de communication émetteur-récepteur

Consigne : Donner une suite d'instructions pour qu'une personne qui n'a pas vu cette figure puisse refaire une figure analogue. Instruments autorisés : compas- règle non graduée. Voir figure en annexe

Annexe distribuée par le formateur (pour un binôme émetteur-récepteur, la figure 1 est donnée à l'un des membres, la figure 2 est donnée à l'autre membre)

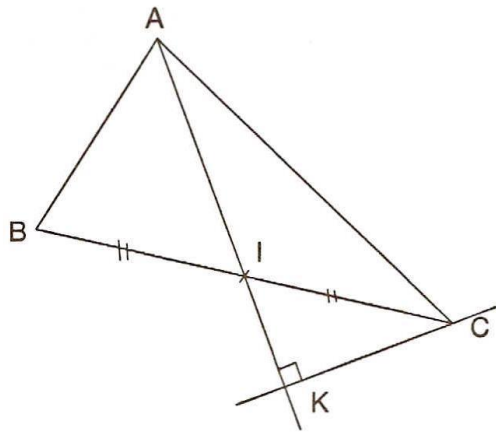
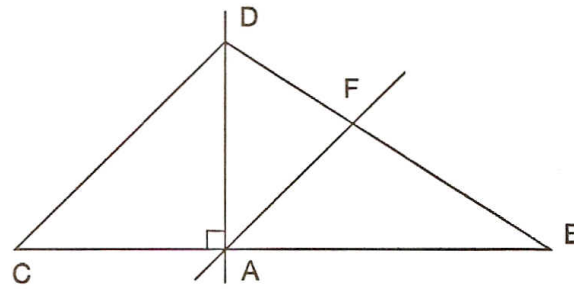


Figure (1)

Figure (2) : $(AF) \parallel (CD)$

6 Séance 3 : Conjecturer et démontrer (d'après une idée de M. H. Salin)

Les instruments utilisés sont la règle graduée et le compas. Le papier est non quadrillé.

1. Construisez un segment $[AC]$ de 6 cm de longueur.

Construisez un triangle ARC tel que $[AR]$ ait pour mesure en centimètre 4,8 et $[RC]$ 3,6.

Construisez un triangle TAC tel que $[TA]$ et $[TC]$ aient pour mesure en centimètre 4,2.

Quelles conjectures pouvez-vous formuler sur :

- La nature du triangle ARC : triangle rectangle ou pas ?
 - La nature du triangle TOR : isocèle ou pas ? O désignant le milieu de $[AC]$.
 - L'appartenance des points T et R au cercle de diamètre $[AC]$.
2. Refaites la figure en multipliant les mesures par 2. Que constatez-vous ? Donnez-vous les mêmes réponses aux questions précédentes. Conclure et prouver.

ANNEXE 3 : LES TROIS SITUATIONS CLEFS SUR LA NUMERATION

7 Situation 1

Voici cinq nombres écrits dans différents systèmes de numération.

Système actuel	13	40	248	360	3 019
Egyptien (-3000)					
Babylonien (-2000) Issu la numération sumérienne (-10000)	< III	<<<<	IIII IIIIIII	IIIIII	<<<<< <IIIIIIII
Romain (-100)	XIII	XL	CCXLVIII	CCCLX	MMMIX
Maya (-400 à + 900)					

1. Utiliser les informations sur ces cinq nombres pour compléter le tableau suivant :

Système actuel		99			
Egyptien (-3000)					
Babylonien (-2000)				<IIIIII <<<<II	
Romain (-100)			CXXI		
Maya (-400 à + 900)					

2. Analyser et comparer de ces systèmes de numération à partir des éléments suivants

- le nombre de signes pour écrire les nombres et leur signification
- la présence ou l'absence de zéro
- la base utilisée (type de groupements sous-jacents)
- la nature du système : additif, multiplicatif
- la nécessité ou non de considérer la position du symbole par rapport aux autres
- contraintes et limites : aisance pour lire, écrire un nombre, comparer les nombres ou pour calculer avec les nombres écrits
- Comparaison des numérations

8 Situation 2

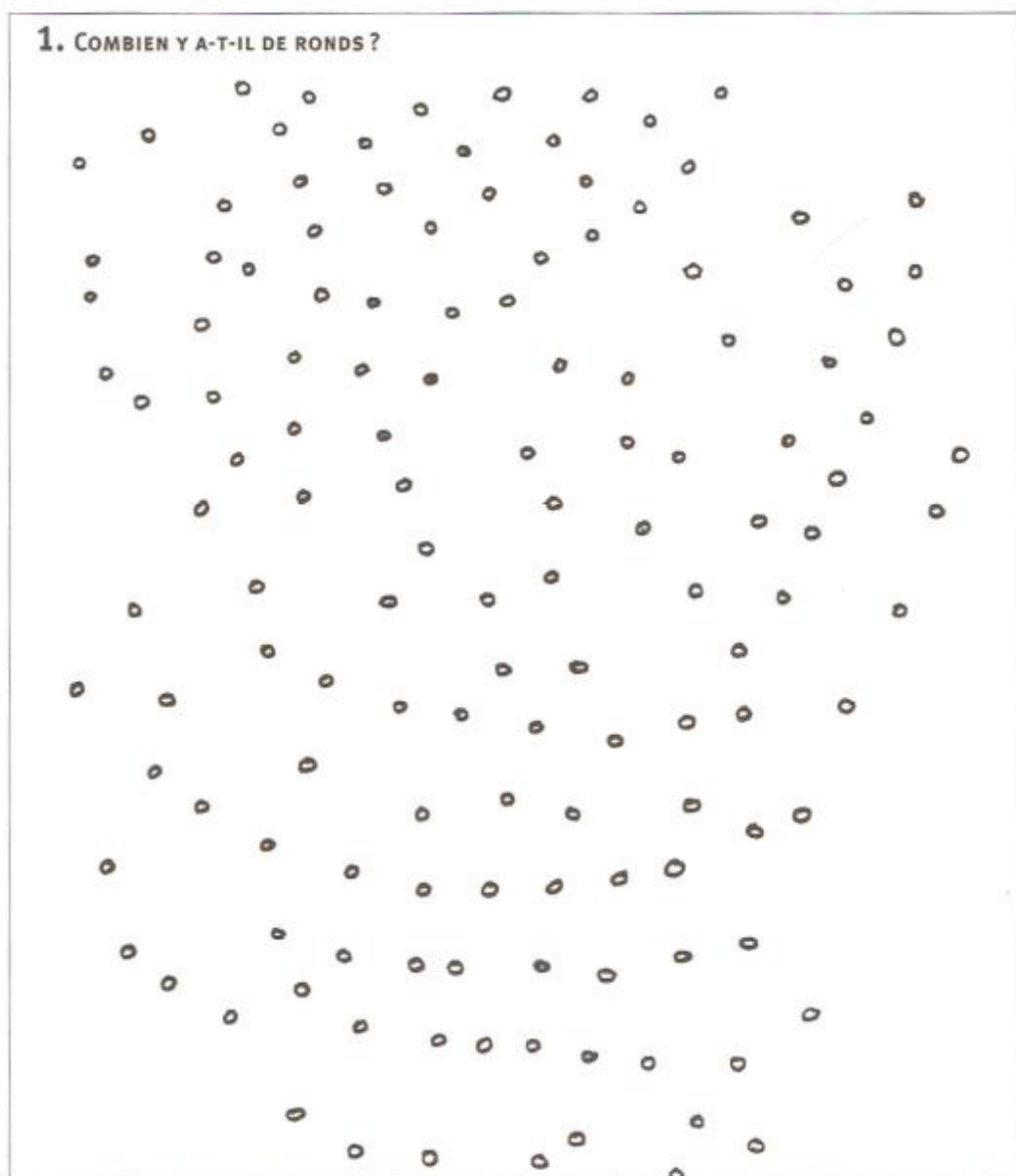
Déterminer le nombre de trombones de la collection que l'enseignant vous a remis. Dégager les règles d'écriture des nombres en base 10.

9 Situation 3 (Annale de Limoges)

Dans une classe de CE1, avant de commencer la première période de travail sur la connaissance des nombres, plus particulièrement sur les nombres à trois chiffres, l'enseignant procède à une évaluation diagnostique reproduite dans le document ci-après.

Questions:

- 1- Quelles sont les fonctions d'une évaluation diagnostique et quelles en sont les conséquences pratiques au niveau de l'organisation de la classe?
- 2- En référence aux programmes, indiquez pour chaque exercice la compétence de l'élève que l'enseignant souhaite vérifier.
- 3- Quelles sont les difficultés que l'élève peut rencontrer?



Document (suite)

2. Observe et complète

226	227	228
.....	345	
.....	603	
.....	230	
.....	139	
.....	200	
.....	99	
.....	501	

3. Le maître dicte les nombres :

246 - 120 - 500 - 63 - 275 - 895
709 - 314

4. Ecris du plus petit au plus grand

326 - 157 - 609 - 98 - 328 - 700 - 240 - 620

.....

5. Observe les exemples et complète

Dans 387, le chiffre des dizaines est Dans 387, le nombre de dizaines est

Dans 246, le chiffre des centaines est Dans 246, le nombre de centaines est

Dans 253, le chiffre des unités est Dans 253, le nombre d'unités est

6. Observe et continue

160 - 162 - 164 -	-	-	-	-	-
275 - 280 - 285 -	-	-	-	-	-
90 - 92 - 94 -	-	-	-	-	-
360 - 370 - 380 -	-	-	-	-	-

MATÉRIELS PÉDAGOGIQUES AYANT INSPIRÉ MA (LONGUE) CARRIÈRE

Bernard BETTINELLI

Enseignant retraité

Ancien P.E.N. puis P.I.U.F.M.

b.bettinelli1@gmail.com

Résumé

Certains matériels pédagogiques ont eu, pour moi, une importance capitale tout au long de ma carrière professionnelle et surtout entre les années de l'Ecole normale 1971-1990 où je ne m'occupais que de la formation initiale et continue des instituteurs, ainsi que de la préparation au Certificat d'Aptitude à l'Education des enfants et adolescents déficients ou Inadaptés (C.A.E.I.).

Ce fut pour moi l'occasion de chercher puis inventer des supports pédagogiques permettant aux enfants, même les plus démunis, de rentrer en communication directe avec les mathématiques, de les comprendre et, du coup, y prendre plaisir tout en découvrant des relations rendant leur environnement plus compréhensible à travers un regard nouveau.

Après l'explosion de mai 1968, tout paraissait possible ; les carcans avaient sauté, et c'est dans ce climat d'euphorie que j'ai été nommé, pour mon premier poste, à l'école normale de Besançon en septembre 1971.

L'idéal de liberté qui enveloppait cette période m'a permis d'exprimer et de réaliser mes convictions dans le domaine de la pédagogie.

Parmi celles-ci, en première place, se trouve le rôle de l'enseignant. Le français entretient une ambivalence dans la définition de mots incontournables de notre métier. Ainsi, le mot « compter » signifie parfois la capacité à énumérer les noms des nombres (« Je sais compter jusqu'à 100 ! ») et surtout la capacité à dénombrer un ensemble fini (« J'ai dix doigts »).

Le mot « jeu » désigne en général une activité ludique, mais est aussi employé par tout artisan pour désigner un ensemble d'outils lui donnant le choix de l'outil approprié à une tâche particulière en fonction de ses besoins (jeu de tournevis, de clés, de ciseaux à bois, ...). J'emploierai ce terme « jeu » en pensant le plus souvent à ce sens technique, même si l'activité ludique peut s'y ajouter.

De même, le verbe « apprendre » a pour sujet, soit l'élève, soit le maître (« J'ai appris à lire » ou « **Ma maîtresse** m'a appris à lire » ?). Et cela change complètement le sens de l'apprentissage. Etymologiquement, apprendre, c'est attraper, prendre à soi ; et c'est ce que font les enfants naturellement quand ils apprennent à parler, à courir, à dessiner, à découper, ... Je me suis toujours senti « enseignant » c'est-à-dire quelqu'un qui accroche des enseignes pour permettre aux élèves d'apprendre le maximum de connaissances avec un minimum de temps et d'efforts. L'enseignant, à la manière d'un catalyseur en chimie, a un rôle essentiel (sans lui, le temps ne serait pas changé en expériences), mais il n'est pas celui qui agit. Il cherche à déclencher des déclics, des éclairs de compréhension à partir de quoi l'élève fera des liens nouveaux et aura grandi.

C'est dans ce contexte que le choix des matériels pédagogiques trouve sa place essentielle : ils sont des déclencheurs. Ils sont des outils dont se serviront les enfants pour résoudre des défis que nous leur préparons. J'ai trop souvent vu le changement de regard de nombreux adultes en apprenant que j'étais « prof de maths », traduisant une blessure laissée par leur éducation. J'ai souhaité créer un enthousiasme qui ne peut naître que de la compréhension. Voici, à ce sujet, ce que Condorcet a écrit au début de la préface d'un ouvrage sur l'apprentissage numérique, dont je reparlerai :

Il m'a paru qu'en général on ne devrait rien enseigner aux enfants, sans leur en avoir expliqué et fait sentir les motifs. Ce principe me semble très essentiel dans l'instruction, mais je le crois surtout fort avantageux en arithmétique et en géométrie. Ainsi des éléments de ces sciences ne doivent pas seulement avoir pour but de mettre les enfants en état d'exécuter sûrement et facilement par la suite, les calculs dont ils peuvent avoir besoin, mais doivent encore leur tenir lieu d'éléments de logique, et servir à développer en eux la faculté d'analyser leurs idées, de raisonner avec justesse.

Une autre occasion de mettre ce principe en pratique me fut donnée, dès mon arrivée à l'Ecole normale, car elle disposait d'un centre associé, préparant des instituteurs titulaires au C.A.E.I. (Certificat d'Aptitude à l'Education des enfants et adolescents déficients ou Inadaptés), qui formait des instituteurs titulaires à la conduite de classes de l'enseignement spécialisé. J'ai eu la charge de ce stage et ce fut pour moi une interrogation constante sur ce que je pourrais apporter à des enfants que l'enseignement primaire « normal » n'avait pas réussi à entraîner et qui se trouvaient rejetés dans un cadre qui devait leur offrir une « rééducation ».

De nombreux livres m'ont aidé à mettre en œuvre ces idées, mais je dois une grande reconnaissance à Caleb Gattegno pour ses écrits, et tout particulièrement « Ces enfants, nos maîtres » qui m'a fait découvrir que c'est d'abord en regardant les enfants apprendre qu'on apprend à enseigner.

I - LES REGLETTES CUISENAIRE

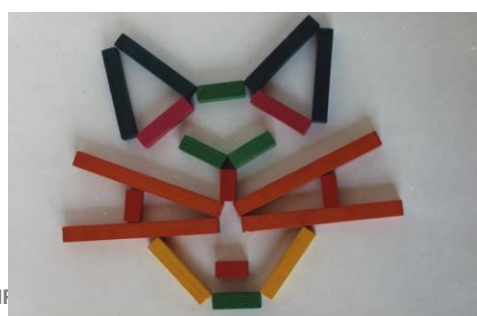
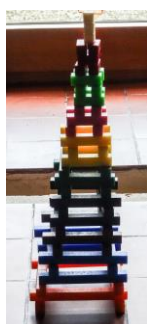
En 1945, Georges Cuisenaire, instituteur dans la ville belge de Thuin, invente un matériel révolutionnaire pour enseigner le calcul aux élèves du Primaire. D'apparence simple et anodin, cet ensemble de bâtonnets de bois de 1 à 10 cm de long, colorés à l'aide d'une couleur par longueur, a permis l'acquisition d'une dextérité extraordinaire dans le maniement des nombres à des enfants de 5 à 12 ans. Très utilisé en Suisse, et diffusé à travers le monde par l'intermédiaire de Caleb Gattegno, il prit son essor en France, dans les années 60 grâce aux stages de Madeleine Goutard.

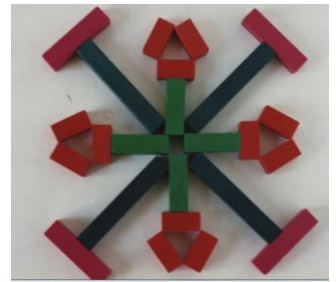
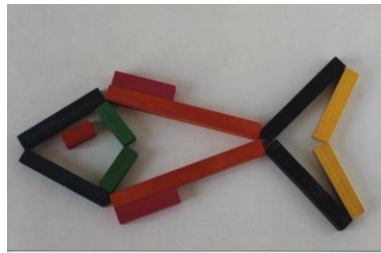


C'est ainsi que j'ai pu voir quel support pouvaient apporter ces petits bâtons colorés pour des activités intellectuelles chez des enfants mentalement déficients. J'ai toujours proposé l'emploi de ce matériel à mes stagiaires, que ce soit pour leur emploi dans des classes normales ou spécialisées. Et j'ai toujours, chez moi, une boîte de réglettes que mon épouse ou moi-même sortons chaque fois qu'un adolescent ou adulte en difficulté nous est confié pour le « remettre sur les rails ».

1 Organisation spatiale

Les multiples dispositions en 3D de ces bâtons de 10 longueurs permettent une variété infinie de réalisations : constructions libres, reproductions d'un modèle présenté, photographié ou décrit par le langage.





2 Les nombres en couleurs

Mais si cette utilisation spatiale offre une grande richesse de situations, c'est pour fixer des images mentales numériques dès le CP qu'il a été conçu : image des nombres, mais aussi des opérations arithmétiques (addition, soustraction, multiplication, fractions).

Les réglettes ne représentent pas des nombres, mais 10 longueurs, chacune repérée par une couleur.



Ainsi, sur la proposition de construire un « mur » sur la base d'une réglette vert foncé, les participants ont produit, à l'aide du code : blanc = b ; rouge = r ; vert clair = v ; rose = R ; jaune = j ; vert foncé = V, les écritures suivantes :

$$V = j + b$$

$$V = R + r$$

$$V = r + R$$

$$V = 6b$$

$$V = 2v$$

$$V = 3r$$

$$V = v + 3b$$

$$V - r = R$$

$$V - R = r$$

$$V - 3b = v$$

Cette lecture spontanée de la construction montre que les opérations arithmétiques permettent une description du « mur » et qu'il est naturel qu'elles interviennent simultanément.

Les nombres, comme noms pour les longueurs, interviendront ensuite en proposant : « Si le blanc s'appelle 1, quel nom donnerez-vous au rouge ? Au vert clair ? ... »

Le lecteur pourra se reporter à une vidéo de 1961, où Gattegno s'adresse à une classe de GS, dont un extrait a été présenté :

<https://www.youtube.com/watch?v=Kw94gmzRrOY>

Ou encore : <http://www.rts.ch/archives/tv/information/3459877-l-as-des-reglettes.html>

Malheureusement, les années 70 ont balayé cet essor, et beaucoup de boîtes de réglettes ont été rangées dans les placards de nombreuses écoles pour n'en pas ressortir. Peut-être était-ce dû aux trop grands perfectionnements apportés à leur emploi par Cuisenaire et Gattegno qui ne furent compris que par les stagiaires de Madeleine Goutard et Gattegno, stagiaires encore convaincus aujourd'hui de la supériorité des modèles offerts par les réglettes ?

Mais c'est surtout l'explosion, en 1970, des « Maths modernes », le basculement complet des programmes et la grande vague des « recyclages d'instituteurs » à l'origine des IREM qui a donné à penser qu'un monde nouveau était arrivé et que la construction de LA Mathématique devait se faire d'abord par la logique : en témoigne l'essor des « blocs logiques » de Dienes. On ne parle plus alors que d'ensembles et de bases, les systèmes de numération devant permettre, en partant de groupements par 3 (le binaire étant jugé à part), puis 4, 5, 6, ..., 9 au CP pour atteindre le nirvana avec dix !

II - LES IDEES ORIGINALES DE GEORGES ET FREDERIQUE PAPY

Voici ce que Delédicq a écrit à la mort de Georges Papy (Le Bulletin Vert n° 499 (parution 2012) :

Ce couple bouleverse profondément l'idée que se faisaient les mathématiciens de l'enseignement de leur discipline, et surtout du niveau auquel on pouvait l'enseigner ; dommage alors que la fascination d'un « système axiomatique généralisé de la géométrie » soit venue polluer l'esprit des réformes en Belgique et en France ; cependant l'aspect positif fut que, tout d'un coup, chacun comprit que les enfants pouvaient rencontrer les mathématiques très tôt, les aimer, s'amuser avec, et y prendre plaisir.

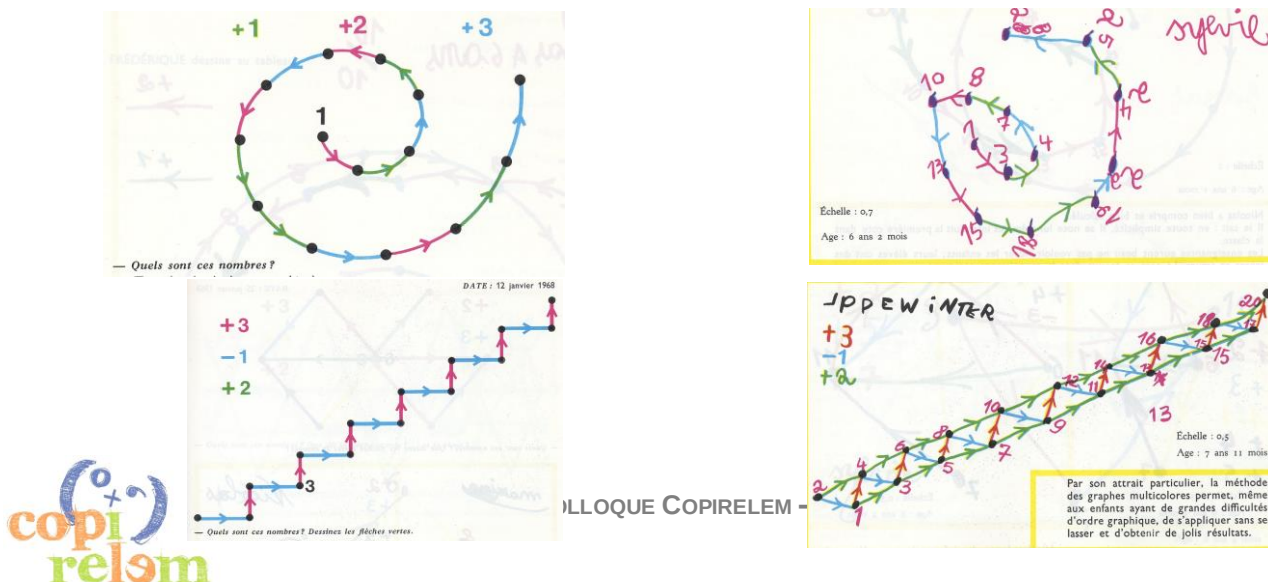
Pour ma part, c'est en ouvrant L'enfant et les graphes que j'ai appris ce que pouvait être une « mathématique en couleurs », c'est-à-dire une mathématique pour laquelle la couleur n'est pas qu'un ornement esthétique mais une composante signifiante du plaisir de chercher et du raisonnement qu'elle illustre.

Merci à Georges et Frédérique Papy pour leur vision, leur travail et leur engagement !

Ils aimaient les mathématiques ; ils aimaient les enfants ; et ils aimaient les voir tester leur intelligence, chercher les chemins de la rigueur, essayer leurs intuitions, ou laisser rêver les ailes de leurs pensées, ... les papillons peuvent voler disait Papy.

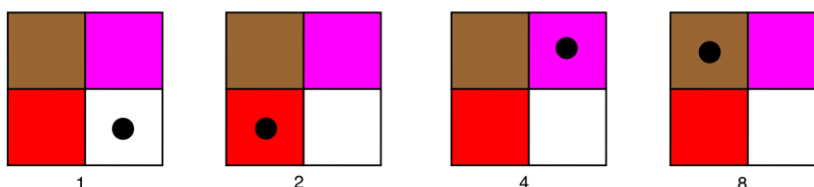
1 Les graphes de Frédérique

Cette progression ne m'ayant pas convaincu, je n'ai gardé, à côté des réglettes, que l'approche de Frédérique Papy qui, en Belgique puis aux Etats-Unis, a développé une version originale et créative des maths modernes, donnant aux élèves une feuille blanche (non lignée) et une série de feutres colorés. Le challenge consistait en la complétion d'un « dessin » affiché au tableau avec gros points noirs et flèches colorées. Les points étaient de nombres dont un seul portait son nom ; la signification des flèches, opérateurs arithmétiques, était donnée en légende. J'ai guidé un CP en 1974 selon ces principes et les enfants avaient vraiment le sentiment de réaliser un dessin en faisant leur exercice ; en témoigne les nombreuses fioritures : soleils, fleurs, étoiles, ... dont ils agrémentaient leurs feuilles.



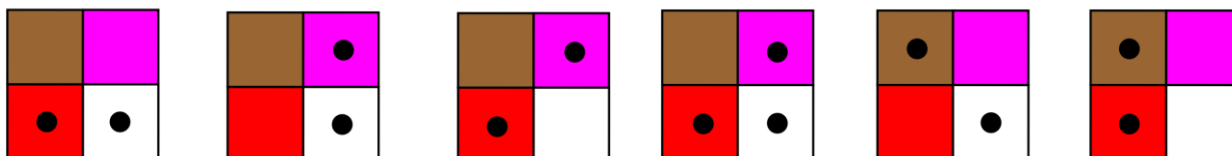
2 minicomputer

Les dix premiers nombres, comme chez Cuisenaire, étaient pris ensemble comme les pièces d'un jeu de construction à bien connaître dans leurs relations mutuelles. Mais l'accès au monde des nombres était fait par la compréhension de la numération décimale. Pas de « base 3 ou 4 » chez Papy, mais la pratique d'un instrument de calcul, appelé minicomputer, invention extraordinaire de Georges Papy, formé de plaques carrées partagées en 4 carrés colorés aux couleurs blanche, rouge, mauve et marron des réglettes, sur lesquelles les enfants placent – puis déplacent – quelques pions.

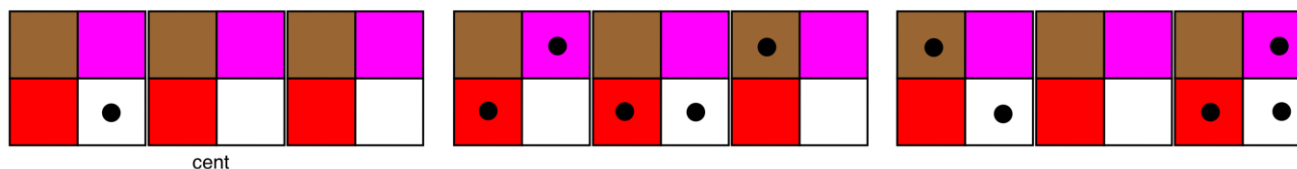
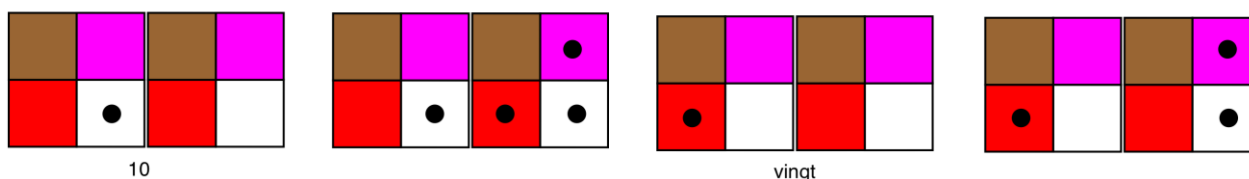


Voici la règle :

À l'aide de ce code et de 3 pions, chacun peut deviner les nombres représentés sur une plaque :



Et en acceptant l'équivalence : $8 + 2 = 10$, qui se représente par un pion sur la case blanche d'une deuxième plaque, tous les nombres jusqu'à 99 peuvent être posés et écrits. Pour les lire, laissant de côté, provisoirement 11, 12, ...16, il suffit d'admettre que 20 se dit « vingt », 30 se dit « trente » ... en français. Comme pour les réglettes, ce qui est à privilégier, c'est ce qui peut être découvert par les enfants. C'est pourquoi il est préférable de laisser de côté les scories de langage (11, 12, ..., 70, 71, ...) dans un premier temps au profit d'une compréhension. En particulier, passer le cap de 100 qui ne crée aucune aberration de langage et permet de représenter tous les nombres jusqu'à 999. (Les zéros intercalaires ne posent pas de problème.)

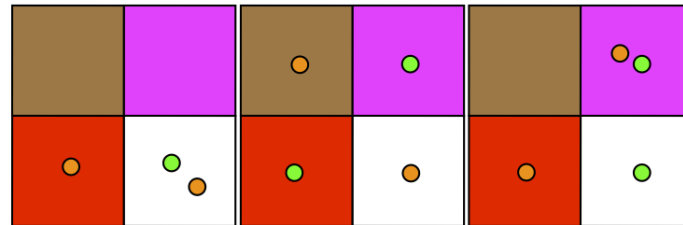


(ci-dessus : 10 ; 17 ; 20 ; 25 ; 100 ; 638 ; 907)

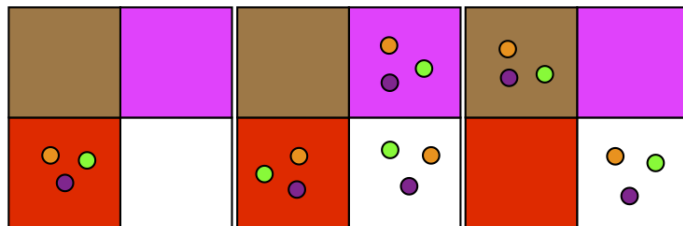
Il est remarquable que la décomposition binaire de la base 10 conduise à une telle économie de pions. Les participants ont eu à trouver le premier nombre qu'ils ne pourraient représenter s'ils ne disposaient que de 6 pions.

L'instrument est utile pour représenter la numération décimale de position, mais n'aurait pas reçu le nom pompeux de minicomputer, s'il ne servait à calculer. Pour faire la somme de 2 nombres, il suffit de les placer simultanément sur les plaques et de réduire au maximum le nombre de pions utilisés en agissant les règles : $1 + 1 = 2$; $2 + 2 = 4$; $4 + 4 = 8$; $8 + 2 = 10$ sur chaque plaque.

La multiplication par un petit nombre se fait par addition répétée.



$$396 + 165$$



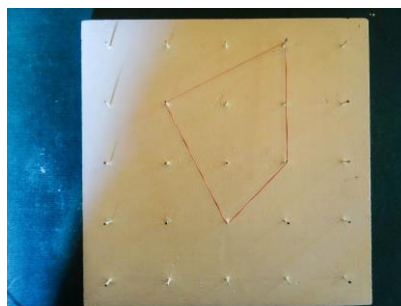
$$3 \times 279$$

Plus tard, le même instrument permettra aux élèves de découvrir des pratiques plus sophistiquées : glissements entre les plaques pour multiplier par 10, 100, ... ou prendre le dixième, le centième, ... Et, à partir de là, comme le fit Stevin, il y a 400 ans, inventer les nombres décimaux !

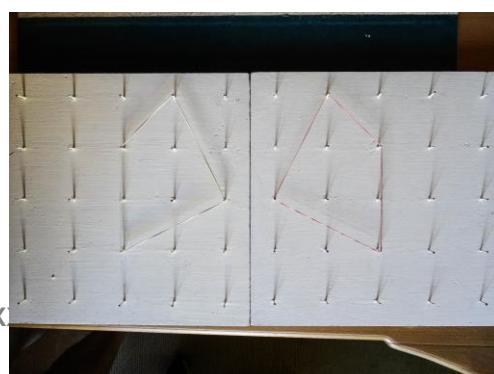
III - GEOMETRIE SUR GEOPLANS

1 Planches à clous

Par ailleurs, comme la géométrie était la grande absente de ces activités, je me suis intéressé à un autre matériel inventé par Caleb Gattegno : les géoplans, planches plantées d'un réseau de clous (à la base, réseau carré de 5 x 5 clous ; mais aussi cercle portant un réseau régulier de 12 clous et son centre un treizième). Ce support individuel permet à chacun de créer des polygones divers et des segments en tendant des élastiques, d'en faire des inventaires (ex. : tous les carrés, ...)

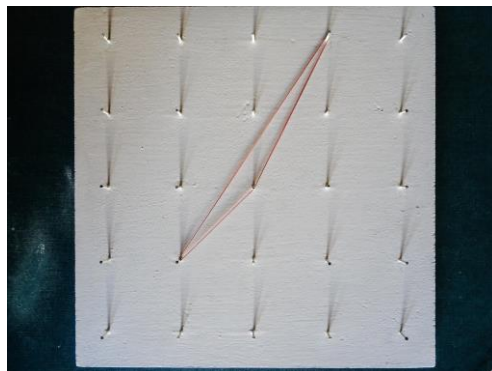


De les transformer par symétrie (axiale)



(On remarquera que si on prend la précaution de choisir ses dimensions pour que les planches dépassent d'un demi-espace les lignes extérieures de clous, au besoin, le quadrillage est extensible, par accollement de planches.)

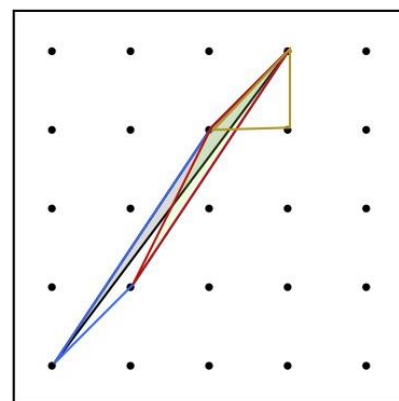
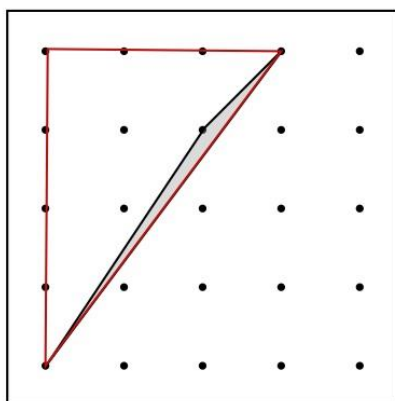
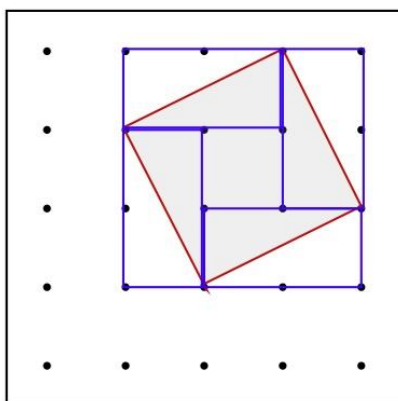
L'exercice suivant a été proposé : copier le triangle que je montre ci-dessous sur une planche. Je mets un cache devant ce triangle et je montre clairement que je fais subir un demi-tour à ma planche. Sans tourner la seconde planche, montrer la position d'arrivée à l'aide d'un second élastique (et comprendre la relation des sommets correspondants des 2 triangles).



2 Mesure des aires

Autre activité riche sur le géoplan : la mesure des aires. Avec pour unité, la maille du réseau de clous, les polygones dont tous les côtés sont parallèles aux bords de la planche sont les figures simples. Je les désignerai par Q. Parmi elles, les rectangles Q sont les plus simples : pas besoin de compter, la multiplication y pourvoit ! Et donc les triangles moitiés de rectangles Q (que j'appellerai aussi triangles Q) aussi.

Pour certains polygones, comme le carré rouge ci-dessous, on peut créer un découpage en figures Q et donc calculer l'aire. Mais on peut aussi l'inscrire dans une figure Q et calculer son aire par différence. Lorsque le découpage est impossible (ex. du triangle gris), l'inscription est toujours possible et les parties à ôter sont des figures Q. C'est une solution générale.



Sur le géoplan de droite, j'ai montré une dynamique originale, basée sur le fait que tout triangle est un demi-parallélogramme et que tout parallélogramme peut être coupé en 2 triangles superposables de 2 façons, selon le choix de la diagonale. Ainsi, le même triangle gris peut être mesuré avec un seul élastique : on double son aire en un parallélogramme, puis on décroche le sommet de l'angle pour créer un triangle rouge de même aire que le gris. En recommençant trois fois l'opération, on transforme le triangle gris en le marron, clairement demi-carré.

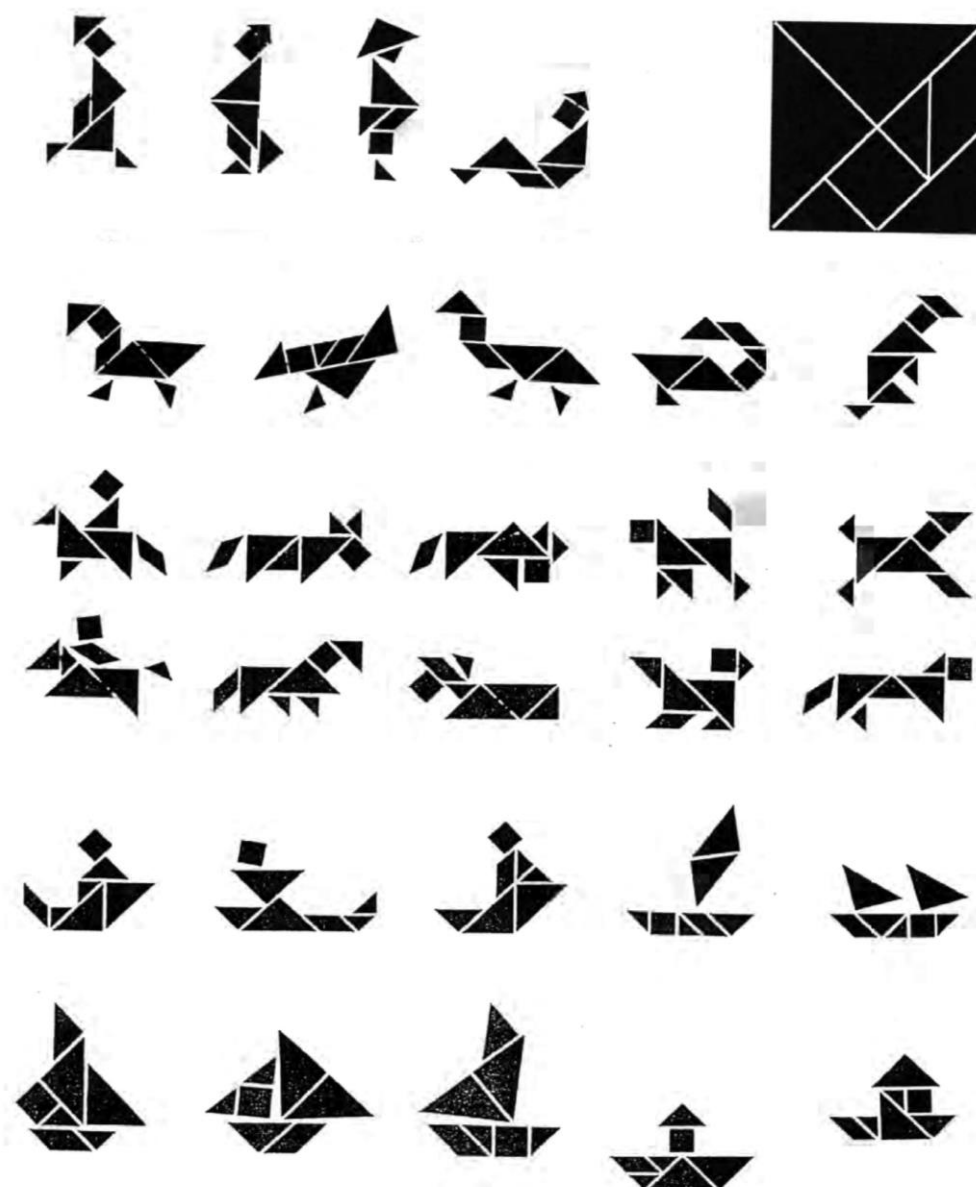
IV - MOISSON DES FORMES

1 Jeux de société

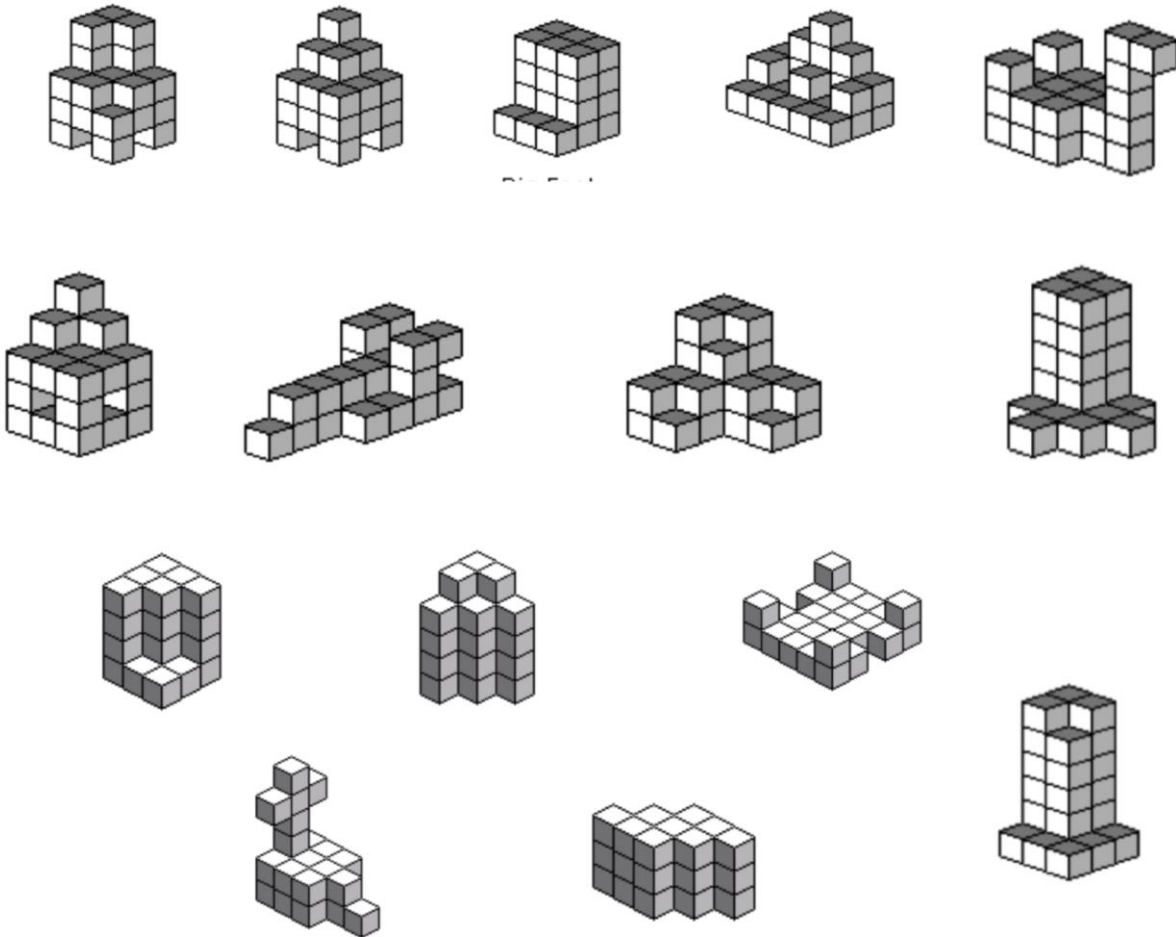
Une autre source d'inspiration m'a été fournie par les jeux de société, domaine où les enfants entrent naturellement en activité pendant leurs loisirs. L'étendue et la variété des défis offerts par les jeux sont étonnantes : terrains et pièces, règles souvent arbitraires auxquelles on se soumet, buts qu'ils nous imposent renouvellent chaque fois le plaisir de jouer. Est-il possible que les activités mathématiques, scolaires, puissent s'apparenter à des jeux de société, tout en gardant leurs finalités éducatives ?

C'est la question qui m'a lancé dans l'étude des jeux et dans la capacité de certains à fournir des activités mathématiques. Et le premier qui a répondu à cette attente est le tangram chinois. Comment, à partir du découpage en 7 parties simples d'un simple carré pouvait-on obtenir une si grande variété de modèles ?

Le jeu de retrouver la place des 7 pièces dans un contour noir met en branle les images mentales de ces formes, de les tourner et retourner afin qu'elles s'agencent. Quand on propose, à des plus grands, un modèle réduit de la composition à obtenir, il faut en plus voir les pièces par la similitude des formes et leur aire relative à celle du modèle.



Curieusement, un jeu inventé en 1933 par le danois Piet Hein, réalise un équivalent spatial du tangram. Un cube, appelé SOMA, est découpé en 7 polycubes et permet, lui aussi, un grand nombre de réalisations. L'un et l'autre peuvent permettre à chacun de réaliser ses propres inventions ou de résoudre des problèmes en réalisant des modèles imposés.



2 La Moisson des Formes

Le pouvoir géométrique se base sur la disponibilité d'images mentales. L'essentiel est de **voir**. Par exemple, je regarde un dodécaèdre régulier, admirable solide découvert, analysé depuis l'Antiquité grecque, et je peux ne voir que 12 pentagones réguliers qui se referment parfaitement. Mais je peux aussi **voir** un cube (et même cinq) ou un icosaèdre inscrits ou encore, comme le fit Kepler, voir des étoiles (pentagrammes) prolongeant les faces pour former la première des 4 étoiles solides régulières dont les 12 faces sont des étoiles (planes) imbriquées.



L'idée m'est venue, au cours d'un stage de formation continue, de concevoir un ensemble de formes mobiles, comme les pièces du tangram, permettant de composer des figures géométriques montrant la variété des formes géométriques développées par les géomètres grecs qui sont toujours à la base de notre enseignement.

J'ai construit, en bois, des prototypes, regroupés par familles, chacune ayant un générateur et j'ai repris l'idée de Cuisenaire d'associer une couleur à chaque famille. La difficulté fut alors d'associer les dimensions de ces familles afin que les pièces « jouent entre elles ». Une production industrielle s'est imposée - et le plastique comme matière - afin que les pièces de ce jeu permettent un dessin précis et la perception de relations géométriques qu'elles entretiennent.

Les enfants s'en servent, soit comme pièces de puzzles (comme le tangram) soit comme outils de dessin (en tournant autour ou, plus tard, en en extrayant des lignes remarquables). Ils font des compositions libres, souvent riches et harmonieuses



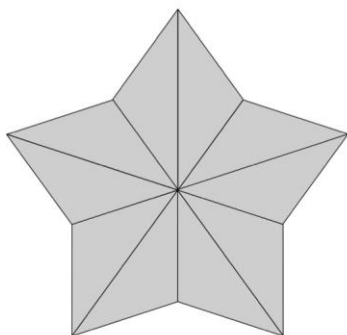
ou répondent à des défis composés à l'avance comme dessins à réaliser précisément. (Nombre de ces dessins m'ont été inspirés par les inventions libres des enfants.)

Après avoir composé des cahiers de modèles, j'ai réalisé des fiches de problèmes (280) de deux types.

Les premières proposent un modèle (réduit) à réaliser en choisissant la (ou les) bonne(s) pièce(s) dans la boîte.

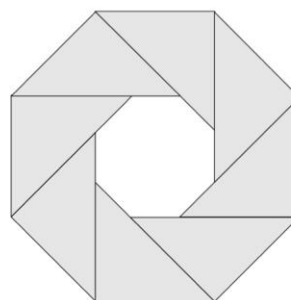
M2 Problème 9

A l'aide d'une seule pièce de la boîte, faire un dessin semblable à ce modèle



M2 Problème 10

A l'aide d'une seule pièce de la boîte, faire un dessin semblable à ce modèle



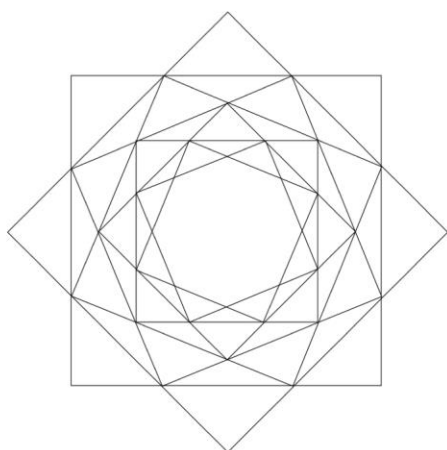
Les secondes imposent les instruments à utiliser.

I2 Problème 11

Instruments



Construction

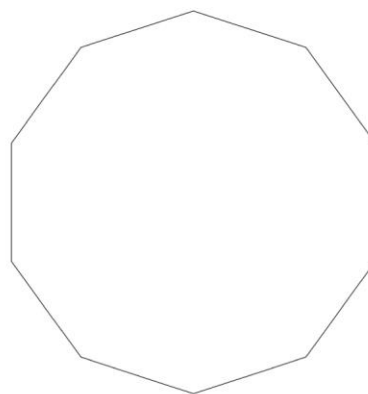


I2 Problème 12

Instruments



Construction



Comme je n'ai plus, aujourd'hui, beaucoup d'occasions de faire connaître ce matériel et ses possibilités, j'ai proposé aux participants de l'atelier de leur envoyer ces séries de problèmes – et je le propose aussi à tous ceux qui souhaitent participer à la diffusion ou à l'utilisation de la « Moisson » - sur simple demande.

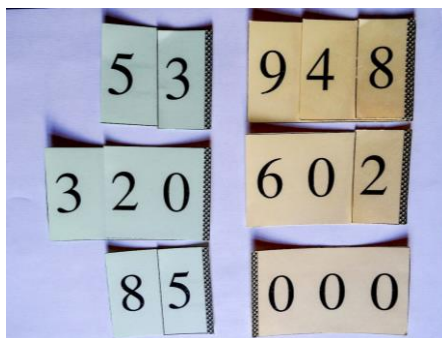
Il faut apprendre les noms écrits et oraux des nombres 1, 2, ..., 10, 20, 30, 40, 50, 60, 200, et les repérer sur les cartes. On peut alors former tous les nombres de 1 à 999 par superposition de 1, 2 ou 3 cartes, la bande fantaisie, à droite, servant de repère.



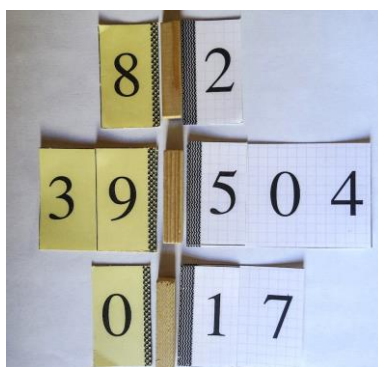
La lecture et l'écriture de tous les nombres, exception faite des onze, douze, ... seize, soixante-dix, quatre-vingt, ... et de leurs composés, ne pose aucun problème ; les seuls éléments inconnus : 300, ..., 900 étant faciles à deviner en les comparant avec 200. Pour 100, l'usage veut, qu'en français, on dise « cent » et non « un cent ». Mettre d'emblée les centaines, dès le CP, n'est pas compliquer la tâche, mais plutôt l'éclairer. (Les zéros des écritures sont simplement des « zéros non cachés » par d'autres cartes.)

Pour les aberrations de langage, on peut, comme Condorcet, faire entendre « dix-sept » ou « dix-huit » et faire inventer « dix-un, dix-deux, ... » ou les éviter pour les intégrer plus tard lorsque la construction logique est acquise. Pour les nombres de 70 à 99, j'ai toujours proposé d'entendre « cinquante », seul régulier de la suite des dizaines, et de faire inventer provisoirement « sept ante, huit ante et neuf ante » pour libérer au maximum les activités de lecture, d'écriture et de décomposition. Toujours partir de cette grande partie compréhensible et maîtrisable par les enfants pour faire jouer les nombres, et garder pour plus tard les inévitables « scories » de langage.

Le même jeu de cartes pourra être repris plus tard pour la compréhension des « grands nombres »



puis celle des nombres décimaux.



2 Le « boulier vivant »

Ces dernières parties n'ont été évoquées que brièvement, faute de temps. Je propose de les développer dans un article publié par l'IREM de Franche-Comté.

Les cartes numérales permettent, par démontage de l'écriture, de décomposer un nombre :

$$245 = 200 + 40 + 5 ; 510 = 500 + 10 ; 57 = 50 + 7 ; 803 = 800 + 3$$

et on peut compléter cette décomposition à la manière du boulier chinois (suan pan) mais en personnalisant les tiges.

Spontanément, les petits enfants montrent les premiers nombres sur leurs doigts, même s'ils n'en connaissent pas encore le nom. Cette observation des nombres montrés sur une main, puis deux, affermit le lien aux nombres 5 et 10. 10 n'est pas un nombre simple, partager un segment en 10, ou une tarte, construire un pentagone régulier, sont des opérations difficiles. La seule simplicité de 10 se situe dans ces langages gestuels immémoriaux des nombres dont parle Georges Ifrah.

Quant à montrer un nombre supérieur à 10, soit on doit s'y prendre à plusieurs, soit on « lance les dix » pour s'arrêter sur les unités du nombre. Et c'est le départ de l'activité du « boulier vivant ». Pour qu'un tel nombre laisse une trace instantanée, ces « 10 lancés » par un enfant sont comptabilisés par un second enfant qui lève un doigt pour chaque 10. Le nombre – à 2 chiffres – est ainsi montré par les deux enfants, l'un étant le porteur des « dix », l'autre des « un ».

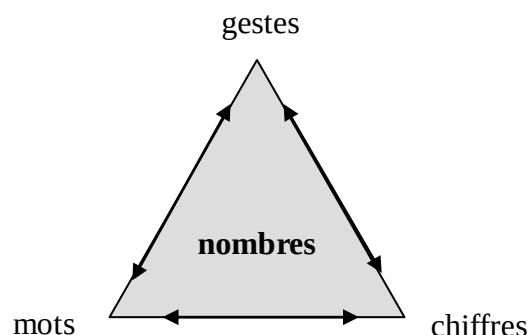


47



60

On dispose ainsi d'un triple langage : écrit, oral et gestuel entre lesquels s'établit l'équivalence.



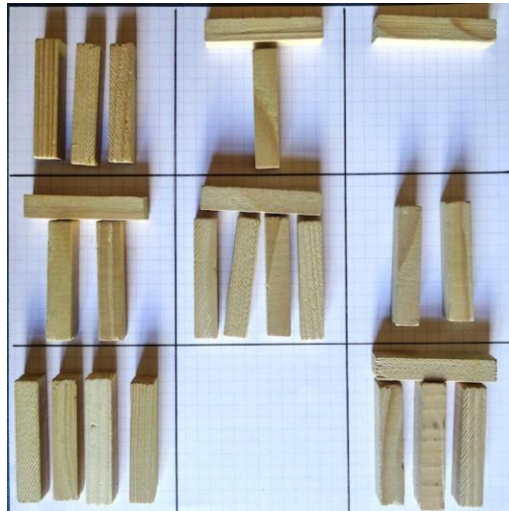
L'envie de dynamiser le jeu nous prend : ajoutez ou retranchez 1, 2, ... (c'est le porteur des « un » qui s'active) ; ajoutez ou retranchez 10, 30, ... (le porteur des « dix » se réveille) ; ajoutez ou retranchez 32, 25, ... (tous deux s'activent, chacun prenant du nombre la part qui lui revient).

À un certain moment, un problème se pose : j'ai 6 « un » et je dois en ajouter 7. Comme je n'ai que 10 doigts, je peux ajouter 4 et retenir en mémoire les 3 restants. Comme sur le suan pan : 10 « un » forment 1 « dix » que je peux passer au porteur des « dix », vidant mes mains pour y mettre le 3 retenu.

Ensuite, le même problème se posera au porteur des « dix », qui appellera un porteur des « cent » et le jeu se poursuivra à trois porteurs : 10 « dix » forment 1 « cent ».

3 L'abaque à jonchets

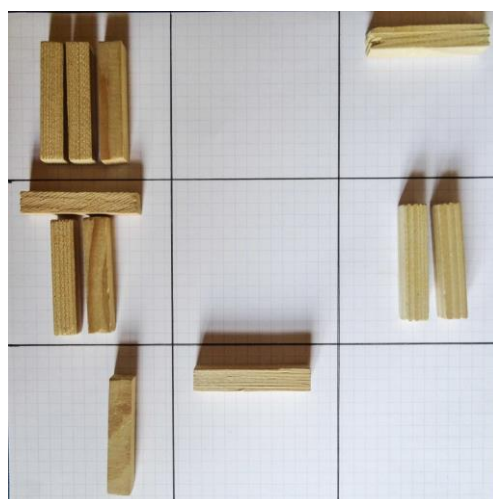
Dernière étape de cette quête de la numération, ne plus être seulement un des acteurs du jeu du « boulier vivant », mais le metteur en scène de la pièce. Et, pour cela, j'ai repris la méthode des anciens comptables chinois qui a engendré le suan pan. Ils disposaient des baguettes en ivoire, appelées « jonchets » sur un quadrillage : le chou suan. Et la disposition (simplifiée) de ces jonchets rappelle les nombres montrés sur les doigts.



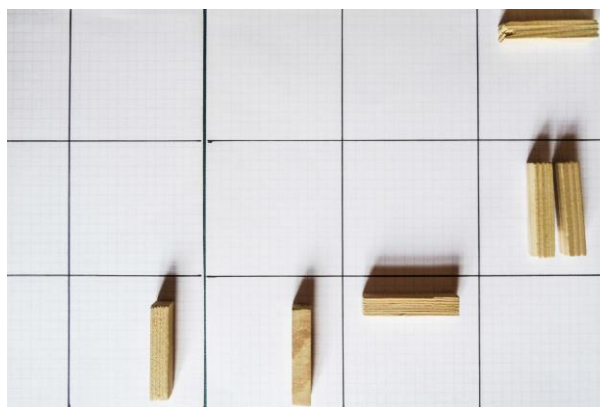
Voici 3 nombres, un sur chaque ligne : 365 ; 792 ; 408. Il est facile de repérer qu'un jonchet vertical est un doigt levé, un horizontal est une main.

On tire avantage de ces trois lignes superposées pour agir de façon claire les opérations. Au lieu de superposer, sur les mêmes cases, les deux nombres d'une addition, on peut les disposer chacun sur une ligne, gardant celle du bas pour « verser » dans un ordre quelconque les jonchets d'une colonne dont on réduit le nombre par les échanges : « $5 \times 1 = 5$ » et « $2 \times 5 = 10$ ». Le passage à la technique opératoire en découle facilement.

À titre d'exemple, pour effectuer l'addition des deux nombres du haut de la photo ci-dessus et « verser la somme » dans la ligne du bas, on peut, au gré de sa fantaisie, commencer par la colonne du milieu



puis celle de gauche, en adjoignant une seconde plaque



et enfin celle de droite.

À voir quand on a une économie de gestes en partant de la droite ! Mais, quel que soit le choix, sauf erreur d'échange, le résultat est correct.

Je renvoie le lecteur à l'article de l'IREM pour plus de précisions, pour des techniques pour les autres opérations, la comparaison des nombres, la multiplication et division par 10, 100, ... la découverte des nombres décimaux, voire des nombres relatifs, les conversions de mesures.

VI - BIBLIOGRAPHIE

GATTEGNO C. (1967). *Enfin, Freddy comprend l'arithmétique*, Delachaux et Niestlé.

GATTEGNO C. (1972). *Ces enfants : nos maîtres ou la subordination de l'enseignement à l'apprentissage*, Delachaux et Niestlé.

GATTEGNO C. (1973). *The common sense of teaching mathematics*, Educational Solutions.

CONDORCET N. (1989). *Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité*, Art, Culture, Lecture – Editions.

FREDERIQUE (1970). *L'enfant et la mathématique*, Marcel Didier.

ELFFERS J. (1973). *Tangram*, Le casse-tête du Chêne.

IFRAH G. (1981). *Histoire universelle des chiffres*, Seghers.

BETTINELLI B. (2006). *Maths en formes*, Presses Universitaires de Franche-Comté.

BETTINELLI B. (1993). *La Moisson des Formes*, Aléas Editions.

BETTINELLI B. (2007). *Le carrousel des nombres*, Presses Universitaires de Franche-Comté.

MARTZLOFF J.-C. (1987). *Histoire des mathématiques chinoises*, Masson.

ÉLABORATION D'UN SUJET D'ÉVALUATION DE CONNAISSANCES EN MASTER MEEF

Valentina CELI

Maître de Conférences, ESPE d'Aquitaine,
Lab-E3D, Université de Bordeaux
valentina.celi@u-bordeaux.fr

Gwenaëlle GRIETENS

Formatrice, ESPE de Nantes
gwenaëlle.grietens@univ-nantes.fr

Pascale MASSELOT

Maître de Conférences, ESPE de Versailles, Université de Cergy-Pontoise
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Frédéric TEMPIER

Maître de Conférences, ESPE de Versailles, Université de Cergy-Pontoise
Laboratoire de Didactique André Revuz
frederick.templier@u-cergy.fr

Résumé

Dans le cadre du master MEEF, élaborer des sujets d'épreuves écrites est l'une des tâches du formateur. Même si les annales du CRPE constituent des ressources sur lesquelles il peut s'appuyer, le formateur est souvent amené à les adapter afin d'évaluer les connaissances didactiques attendues de ses étudiants (Briand, Chevalier, 2000).

À la suite d'une réflexion déjà engagée par la COPIRELEM (Briand, Peltier, 1995 ; Bonnet, Eysseric, Simard, 2007 ; Simard, Imbert, Masselot, Ouvrier-Buffet, 2011), nous avons proposé un outil d'analyse permettant de questionner le travail d'élaboration de sujets originaux et d'ouvrir sur une réflexion plus générale sur les contenus et modalités de formation (Peltier 1995).

Au cours de ces vingt dernières années, à plusieurs reprises, des membres de la Copirelem se sont intéressés aux contenus des sujets de concours (Briand, Peltier, 1995 ; Bonnet, Eysseric, Simard, 2007) et plus récemment aux modalités de contrôle des connaissances dans le cadre de la formation en mathématiques des futurs Professeurs des Écoles (Simard, Imbert, Masselot, Ouvrier-Buffet, 2011).

En 1995, Briand et Peltier s'interrogent sur la nécessité d'une imbrication entre les questions mathématiques et didactiques dans les sujets de CRPE dans le but de légitimer le travail du formateur avec ses spécificités. Ils concluent en affirmant :

« [...] il n'y a aucune raison de séparer analyse didactique et « faire des mathématiques » (au niveau de l'étudiant). L'analyse didactique nécessite l'usage d'instruments mathématiques. La construction de devoirs qui prouvent que l'analyse didactique a sa spécificité tout en utilisant des outils mathématiques (parfois sophistiqués) doit être un bon moyen pour d'une part, permettre aux formateurs d'éclaircir leurs idées sur l'enseignement de la didactique, d'autre part, convaincre (scientifiquement s'entend) les étudiants du caractère spécifique de cette discipline naissante » (p. 191).

Les réflexions de Bonnet, Eysseric, Simard (2007) parviennent à une époque où le nouveau cadrage rend obligatoire que les questions didactiques soient liées à un exercice théorique. Le problème de l'articulation entre

exercice de mathématiques et question complémentaire¹ revient donc de force et les auteurs se demandent aussi ce qu'est un concours de recrutement : *discrimination des meilleurs candidats ou formation ? Les deux sont-ils conciliables ?* Ils concluent :

« [...] il reste encore beaucoup d'implicites à lever quant à nos attentes de formateurs relativement aux sujets du CERPE. Pour évaluer le plus « justement » possible les compétences attendues des candidats, il faudra parvenir à définir plus clairement celles-ci avec les modalités de leur évaluation » (p. 15).

Lorsque (Simard, Imbert, Masselot, Ouvrier-Bufferet, 2011) s'interrogent sur les modalités de contrôle des connaissances dans la formation en mathématiques des professeurs des écoles, un changement de taille vient d'être mis en place, à savoir l'ouverture d'un Master préparant aux métiers de la formation et de l'enseignement (MEEF) et qui constitue à la fois une formation universitaire diplômante et une préparation au concours. Les auteurs dressent alors une liste évoquant l'utilité des mathématiques pour un futur enseignant dont voici quelques items : dominer les notions à enseigner ; comprendre les programmes et les mettre en perspective ; comprendre les ressources existantes et savoir les utiliser ; comprendre les productions d'élèves en réponse à une tâche proposée. Ce qui renvoie à un questionnement sur les contenus sur lesquels portent des épreuves qu'un étudiant – et candidat au concours – doit maîtriser car ces contenus doivent aussi le former en tant que futur enseignant.

L'élaboration de sujets – d'examen pour des étudiants de M1 et de M2 ou de concours blancs – étant encore aujourd'hui l'une des tâches du formateur, une réflexion sur leurs contenus et sur leur influence sur la formation d'un futur enseignant demeure toujours d'actualité.

Si les annales de concours sont des ressources précieuses sur lesquelles le formateur peut s'appuyer, il a souvent le besoin de les adapter, de les remanier selon les connaissances et les compétences didactiques dont il vise l'évaluation.

L'objectif de notre atelier est de proposer, et d'enrichir à travers les échanges, un outil d'analyse permettant de questionner notre travail d'élaboration de sujets originaux.

Le texte qui suit comporte cinq parties.

Dans la première partie, nous évoquons les réponses des participants à l'atelier lors d'un tour de table où nous nous sommes interrogés sur les modalités adoptées dans chaque ESPE représentée lors de la conception de sujets d'évaluation d'UE ou de concours blanc.

Nous présentons ensuite (partie II) une grille d'analyse dont les items se veulent comme une liste de compétences nécessaires à un futur enseignant pour exercer son métier. Dans la partie III, nous illustrons son utilisation pour l'analyse de sujets de CRPE proposés en avril 2015.

Dans la partie IV, après avoir présenté les documents distribués aux participants et le travail que nous leur avons proposé, nous exposons les éléments essentiels de la discussion collective qui a eu lieu en nous appuyant sur les productions des différents groupes de travail. Ce qui nous conduit à envisager l'enrichissement de notre grille d'analyse afin de prendre en compte des dimensions qui n'y apparaissent pas encore mais qui ont émergé lors de l'atelier.

Dans la partie V, nous présentons et analysons brièvement la partie 3 d'un sujet original de concours blanc (proposé aux étudiants de l'ESPE d'Aquitaine en mars 2015) et prévoyons des ouvertures possibles de ce travail qui nous conduiraient d'une part à améliorer la grille, à travers la prise en compte d'autres dimensions importantes, et d'autre part à étudier aussi des sujets d'évaluation pour des étudiants de M2.

¹ C'est ainsi que l'on a défini à l'époque la question de didactique liée à une question théorique (portant sur les mathématiques).

I - ÉLABORATION D'UN SUJET D'ÉVALUATION DE CONNAISSANCES : QUELLES MODALITÉS ?

Un tour de table dans le cadre de l'atelier nous a permis de revenir sur les supports retenus, les ressources utilisées pour la confection des évaluations dans les différentes ESPE représentées ainsi que sur la forme que peuvent prendre ces évaluations.

Lorsqu'il s'agit d'élaborer des sujets de concours blancs², dont les résultats peuvent ou non être pris en compte pour la validation de la 1^{ère} année du Master MEEF (M1), l'appui sur les annales (sujets des concours des années précédentes et sujets diffusés par la Copirelem) est majoritaire. Ces exercices peuvent ne pas être repris exactement à l'identique, mais avec des adaptations. Dans ce type d'épreuves, certains conçoivent au moins un exercice original ; cependant d'autres, très minoritaires, proposent des sujets entièrement originaux.

Pour la validation du M2³, différentes modalités d'évaluation (forme et contenu) sont proposées, le plus souvent dans le cadre d'un contrôle continu. Voici ci-dessous quelques exemples :

- une épreuve de type QCM avec des questions relevant de la didactique des mathématiques,
- une évaluation en lien avec le calcul mental et une analyse de manuels,
- une épreuve conçue à partir d'anciens sujets de CRPE comportant une partie notionnelle et une partie didactique (exercice et questions complémentaires de didactique, au format de l'épreuve des concours 2006 à 2010),
- une épreuve en temps limité consistant en une analyse de séquence, de séance (vidéo ou support papier),
- une épreuve consistant en une analyse d'une séance effectivement mise en œuvre en classe par les étudiants,
- une épreuve (travail à faire en groupes, en TD ou non) portant sur une situation à analyser (analyses mathématique et didactique),
- une épreuve portant sur la réalisation d'une fiche de préparation d'une séance à partir d'un sujet donné,
- une épreuve portant sur la conception d'une séquence à partir d'un sujet donné (en se centrant particulièrement sur les liens et les transitions entre les séances).

Se confronter à la tâche d'élaboration d'un sujet d'évaluation nécessite deux axes de réflexion. D'une part, il s'agit de cerner les connaissances souhaitables, indispensables pour enseigner les mathématiques à l'école. D'autre part, il s'agit de distinguer les connaissances qui peuvent être (partiellement) évaluées à l'écrit, à travers une épreuve en temps limité, en tenant compte des contraintes imposées ou que l'on se donne relativement au statut des épreuves (contrôle continu ou terminal).

Notons qu'il existe aussi des contraintes de forme : limiter la longueur du sujet impose qu'il n'y ait pas trop de documents à lire (même si donner des documents à lire avant l'épreuve pourrait être envisagé) ; proposer des questions qui ne soient pas trop ouvertes ; envisager un barème (en prenant en compte le fait que le correcteur n'est pas nécessairement le concepteur du sujet).

Dans un sujet, il peut également y avoir plusieurs parties qui sont supposées évaluer des « choses » différentes : des contenus mathématiques différents, des manières d'interroger un contenu mathématique différentes (le maîtriser et/ou maîtriser des connaissances relatives à son enseignement ou à son apprentissage).

Enfin le travail de conception peut se faire individuellement avec des relecteurs ou à plusieurs, le corrigé pouvant ou non être construit en même temps que le sujet.

² Notons que le nombre de concours blancs diffère aussi selon les ESPE.

³ Dans certaines maquettes, les UE disciplinaires et les UE didactiques sont distinctes.

Dans cet atelier, nous avons donc restreint à un type de sujet avec une commande qui correspond au cadrage de la partie 3 du concours⁴ et nous avons fixé le thème pour qu'un travail de conception de sujet puisse être amorcé au cours de l'atelier.

Avant de s'engager dans ce travail, les participants ont été amenés à s'approprier une grille que nous présentons maintenant.

II - UNE GRILLE D'ANALYSE

Nous sommes partis d'une grille d'analyse conçue par notre collègue C. Mangiante (Copirelem) à l'occasion de la publication du « sujet 0 » du ministère de l'Éducation Nationale (2012) et de la conception de sujets 0⁵ de la COPIRELEM. Elle a été enrichie à l'occasion du travail pour cet atelier.

Cette grille présente une liste (non exhaustive) d'items relatifs aux compétences nécessaires à un enseignant pour exercer son métier. Nous les considérons donc comme des éléments d'évaluation des compétences didactiques d'étudiants stagiaires ou préparant le CRPE.

Les différents items s'articulent autour de l'analyse :

- des savoirs mathématiques et objectifs d'apprentissage,
- des procédures et difficultés des élèves,
- de la préparation et de la mise en œuvre de séances d'enseignement.

Ces analyses peuvent être *a priori*. Par exemple :

- identifier *a priori* des objectifs d'apprentissage à partir d'une page de manuel,
- déterminer *a priori* des procédures d'élèves pour la résolution d'un problème donné,
- analyser *a priori* des choix de l'enseignant à partir de sa préparation d'une séance.

Elles peuvent aussi être *a posteriori*. Par exemple :

- analyser *a posteriori* la pertinence d'un objectif annoncé par l'enseignant à partir d'éléments de déroulement d'une séance,
- décrire et analyser *a posteriori* les procédures d'élèves à partir de leurs productions effectives,
- analyser *a posteriori* des choix de l'enseignant dans la mise en œuvre d'une séance.

Voici les items retenus.

- ✓ **Connaître les programmes et en saisir les enjeux.**
- ✓ **Analyser la pertinence du choix de documents pédagogiques.**
- ✓ **Analyser la pertinence du choix de supports, outils...**
- ✓ **Identifier des variables didactiques (question explicite ou implicite), justification attendue ou non.**
- ✓ **Identifier les objectifs, connaissances ou compétences visés.**
- ✓ **Identifier les connaissances, compétences pré-requises.**
- ✓ **Identifier les connaissances, propriétés mathématiques en jeu.**
- ✓ **Prévoir les procédures, difficultés, erreurs des élèves.**
- ✓ **Décrire et analyser les procédures, erreurs des élèves.**

⁴ « [...] La troisième partie consiste en une analyse d'un dossier composé d'un ou plusieurs supports d'enseignement des mathématiques, choisis dans le cadre des programmes de l'école primaire qu'ils soient destinés aux élèves ou aux enseignants (manuels scolaires, documents à caractère pédagogique), et productions d'élèves de tous types, permettant d'apprécier la capacité du candidat à maîtriser les notions présentes dans les situations d'enseignement. Cette partie peut porter sur une notion spécifique de l'un des trois cycles, ou sur une notion abordée de façon progressive au cours de plusieurs cycles [...] » (CRPE, Note de commentaire relative aux épreuves d'admissibilité, [http://cache.media.education.gouv.fr/file/sujets_0\(2014\)/59/3/nc_crpe_260593.pdf](http://cache.media.education.gouv.fr/file/sujets_0(2014)/59/3/nc_crpe_260593.pdf)).

⁵ <http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/SujetsCOPIRELEM.pdf>

- ✓ Analyser les choix de l'enseignant pour la préparation ou la mise en œuvre d'une séance.
- ✓ Proposer ou analyser les différents moments d'une séance.
- ✓ Proposer ou analyser des modalités de différenciation.
- ✓ Proposer ou analyser une synthèse orale ou une trace écrite.
- ✓ Proposer ou analyser des modalités d'évaluation.

Même si elle reste encore à affiner et à enrichir, cette grille nous semble utile pour analyser un sujet d'évaluation ou de concours, pour déterminer en quoi il est plus ou moins « complet », plus ou moins « redondant » (si ce sont toujours des connaissances de « même nature » qui sont convoquées). Deux exemples sont proposés dans la partie III pour illustrer cet usage.

Cette grille peut aussi être utilisée pour concevoir un sujet : c'est le travail que nous avons proposé aux participants à l'atelier et qui sera présenté dans la partie IV.

III - EXEMPLES D'ANALYSE : DES EXTRAITS DES SUJETS DU CRPE 2015

Pour illustrer l'utilisation de la grille proposée en partie II, nous avons exposé une analyse des parties 3 de deux sujets de concours de l'année 2015 : celui du groupement n°2 et celui du concours de recrutement exceptionnel de l'académie de Créteil. Ces deux sujets complets sont disponibles dans les annales 2016 de la COPIRELEM (avec corrigés) ou sur le site du ministère⁶.

Voici la grille d'analyse complétée pour ces deux sujets :

<i>Pour exercer son métier, l'enseignant doit être capable de :</i>	<i>Sujet Créteil Exceptionnel 2015</i>	<i>Sujet Groupement 2 2015</i>
Connaître les programmes et en saisir les enjeux.		Situation 1 q2a. Identifier des compétences dans le domaine grandeurs et mesure Situation 2 q1. Identifier des pré-requis dans le domaine de la géométrie Situation 3 q1. Identifier une notion au programme
Analyser la pertinence du choix de documents pédagogiques.		
Analyser la pertinence du choix de supports, outils...	Situation 3. Justifier le choix d'avoir utilisé un quadrillage dans ces deux problèmes	
Identifier des variables didactiques (question explicite ou implicite), justification attendue ou non.		Situation 1 q3. Argumenter l'intérêt pour chacune de ces options
Identifier les objectifs, connaissances ou compétences visés.	Situation 2. Citer deux savoirs relatifs au domaine « grandeurs et mesures » que l'élève devra mobiliser pour résoudre le problème	
Identifier les connaissances, compétences pré-requises.	Situation 2. Citer deux pré-requis relevant d'autres domaines mathématiques que « grandeurs et mesures » qui seront nécessaires à un élève pour résoudre le problème	Situation 2 q1. Identifier des pré-requis dans le domaine de la géométrie

⁶<http://www.education.gouv.fr/cid4413/sujets-des-epreuves-ecrites-et-conseils-des-jurys-des-concours-de-recrutement-de-professeurs-des-ecoles.html>

Identifier les connaissances, propriétés mathématiques en jeu.		Situation 1 q1. Fraction opérateur Situation 1 q2b. Fraction Situation 3 q2a. Proportionnalité
Prévoir les procédures, difficultés, erreurs des élèves.	Situation 1. Proposer une explication des choix des concepteurs pour le choix des valeurs dans le QCM. Proposer des valeurs pour le QCM (sous-entendu : en tenant compte des erreurs courantes des élèves) Situation 4. Citer trois critères de classement pour répondre à la question de l'étape 1	Situation 1 q3. Difficultés éventuelles pour chacune des options Situation 3 q2. Proposer 3 méthodes possibles pour résoudre l'exercice
Décrire et analyser les procédures, erreur des élèves.	Situation 4. Dire quel sens les élèves semblent avoir donné aux termes « le plus de... » et « le moins de... »	Situation 1 q2a. Identifier les compétences acquises Situation 1 q2b. Analyse de la production d'Eva Situation 1 q2c. Analyse d'erreur de Maxime Situation 2 q2a. Identifier les étapes du raisonnement Situation 2 q2b. Relever les erreurs et oublis
Analyser les choix de l'enseignant pour la préparation ou la mise en œuvre d'une séance.		
Proposer ou analyser les différents moments d'une séance.		
Proposer ou analyser des modalités de différenciation.		
Proposer ou analyser une synthèse orale ou une trace écrite.		
Proposer ou analyser des modalités d'évaluation.		

Cette utilisation de la grille d'analyse sur des sujets existants a permis de dégager certaines de leurs caractéristiques. Concernant le sujet du groupement 2, par exemple, alors qu'il porte sur l'analyse de trois situations différentes, il apparaît que beaucoup de questions évaluent un même type de connaissances. En effet, deux questions portent sur la prévision des difficultés et erreurs des élèves, trois sur la connaissance des programmes et de ses enjeux, trois sur l'identification des connaissances ou propriétés mathématiques en jeu et enfin cinq sur la description et l'analyse des procédures ou erreurs des élèves. Cela témoigne d'une certaine « orientation » des sujets de concours relativement à l'évaluation de connaissances didactiques. Ce sont principalement des connaissances en jeu dans le travail de préparation de l'enseignant : anticipation/analyse des procédures susceptibles d'être mises en œuvre par les élèves ; anticipation par rapport aux éventuelles difficultés des élèves ; identification d'enjeux de situations en lien avec les contenus des programmes. Même si l'évaluation de ces connaissances en vue de recruter de futurs enseignants est nécessaire, l'analyse faite de ce sujet à partir de notre grille pointe une absence d'évaluation d'autres connaissances qui constituent également une dimension essentielle du travail de préparation de l'enseignant : l'analyse de la pertinence du choix de documents pédagogiques et l'analyse des supports et outils. De plus, dans les deux sujets analysés, aucune question ne porte sur les cinq derniers items de notre grille, qui concernent les mises en œuvre de séances dans la classe (choix de l'enseignant, déroulements, différenciation, synthèse, évaluation).

Cet exemple d'utilisation de la grille pour étudier des épreuves d'évaluation a permis d'illustrer les différents items retenus et la forme des questions qui pouvaient leur être associées. Cette grille apparaît donc comme un outil d'évaluation d'un sujet relativement à la variété des connaissances à évaluer chez les futurs enseignants. Ce n'est pas cet usage qui a été travaillé dans la suite de l'atelier où nous avons choisi de l'exploiter comme outil pour la conception d'épreuves d'évaluation pour le master MEEF.

IV - LE TRAVAIL DES PARTICIPANTS

1 Le travail et les documents proposés

La grille d'analyse a été distribuée à tous les participants et leur travail a consisté, par petits groupes, à concevoir une ébauche de sujet permettant d'évaluer des étudiants de M1 ou de M2 du master MEEF (choix laissé aux participants) sur des connaissances didactiques liées au thème des patrons de polyèdres.

Nous avons retenu certains documents pour la conception du sujet⁷. Il s'agit d'extraits des manuels suivants :

- ✓ *Petit Phare CM2* (Hachette, 2010), pp. 136-137 ; 160-161 du manuel et pp. 208-210 ; 245-247 du guide de l'enseignant. Les extraits de cet ouvrage ont retenu notre attention car les contenus portent exclusivement sur les prismes (construire et compléter un patron de prisme droit). Les auteurs proposent, en guise de conclusion de chaque leçon, un texte qui peut faire office de « trace écrite ». Ceci pourrait donner lieu à des questions intéressantes pour un sujet. En outre, le manuel de l'élève est accompagné d'un guide de l'enseignant qui peut être considéré comme une source de questionnements possibles, notamment pour l'analyse des choix d'un enseignant à partir de sa préparation de séance.
- ✓ *Maths + CM2* (éd. Sed, 2012), pp. 122-123. Cette double page de manuel vise un travail sur les patrons de prismes (les reconnaître et les compléter). Des patrons de pyramides sont aussi présents comme moyen pour discriminer un patron de prisme d'autres patrons. Une page comporte des problèmes de « recherche », accompagnés de coups de pouce ; dans l'autre page, les problèmes proposés sont de la même nature que les précédents.
- ✓ *Nouvel objectif calcul CM2* (Hatier, 1996) : pp. 184-185 ; 187 ; 189 du manuel et pp. 307-309 ; 313 ; 317 du guide de l'enseignant. Les contenus abordés portent aussi bien sur le cube que sur la pyramide : les problèmes proposés sont variés, permettant de travailler sur la construction et la reconnaissance de patrons ainsi que sur les propriétés d'adjacence dans les patrons de polyèdres. Deux problèmes donnent « l'occasion d'analyser des données pour résoudre un problème associant géométrie et arithmétique » (p. 307). Des extraits de cet ouvrage ont été retenus comme support d'un sujet original (Annexe III) qui a été distribué aux participants dans la phase finale de l'atelier.

Les derniers extraits étaient accompagnés de productions fictives d'élèves ayant résolu des problèmes proposés dans les pages en question.

Les professeurs des écoles s'appuient fréquemment sur des ressources en ligne pour préparer les évaluations de leurs élèves. Nous avons donc ajouté deux exercices portant sur les patrons de polyèdres, extraits d'une fiche d'évaluation de CM2 trouvée sur internet⁸.

Même si nous ne visions pas la constitution d'un sujet complet, nous avons demandé aux participants de formuler explicitement des questions afin de les confronter aussi à des aspects rédactionnels de la conception d'un sujet (non pris en charge par la grille). Les ébauches de sujets construites par les

⁷ Seuls les documents sélectionnés au cours du travail de groupes se trouvent en annexe.

⁸ <http://ekladata.com/romy.eklablog.com/perso/controle%20de%20geometrie%20mesure%20cm2%20p4.pdf>

différents groupes se trouvent en annexe (Annexe II). Le temps limité de l'atelier n'a pas suffi pour aller très loin dans l'élaboration de leur sujet mais il a tout de même permis des échanges et un questionnement à l'intérieur de chaque groupe sur les documents proposés, sur l'utilisation de la grille lors de la conception et sur la formulation de premières questions.

Le travail dans l'atelier s'est poursuivi par un échange des ébauches de sujets des groupes afin d'en faire faire une analyse par un autre groupe en appui sur la grille.

2 À l'issue de la mise en commun

La discussion collective qui a suivi a montré que les participants se sont rapidement approprié la grille qui leur semble être un outil directement utilisable pour concevoir leurs sujets. Certains éléments semblent être considérés par des participants comme étant davantage adaptés pour les étudiants de M2, notamment pour ce qui concerne les questions sur la mise en œuvre des séances. Les échanges ont aussi fait apparaître que certaines questions liées à ce travail de conception de sujet n'étaient pas prises en charge par cette grille.

Le degré d'ouverture des questions. En effet les questions posées dans les ébauches de sujets sont parfois très ouvertes, ce qui soulève des questions pour leur correction. Par exemple, les réponses acceptables à une question du type : *Élaborer un exercice d'évaluation relatif à la compétence « reconnaître un patron de cube »* ; ou encore : *Analyser le support fourni aux élèves...* peuvent être diverses et parfois acceptables même si elles ne correspondent pas à celles anticipées par les concepteurs du sujet. Les critères retenus ne sont pas explicites pour les étudiants.

La cohérence de l'enchaînement des questions. Le temps limité n'a pas toujours permis de construire cette cohérence qui est pourtant pointée comme un élément important. Par exemple, des questions portant sur une « analyse *a priori* » (objectifs, prérequis, propriétés mathématiques) pourraient être utilement placées avant des questions portant sur la mise en œuvre car elles peuvent servir de points d'appui pour ces dernières. Cependant la chronologie peut parfois être discutable : par exemple, des analyses de productions d'élèves peuvent aider à l'anticipation des difficultés donc préparer à l'analyse *a priori* ou la conforter si elles sont proposées dans un second temps.

Le choix et l'organisation des documents. Ici l'ensemble des documents ont été proposés « en vrac » aux participants. Il y a des choix à faire dans ces documents. Dans un sujet, leur nombre doit être limité pour ne pas surcharger la lecture. Leur organisation dans le sujet doit être réfléchie en lien avec la cohérence générale du sujet (lien avec le point précédent). Il est possible de « contextualiser » : situer l'activité dans la progression de l'enseignant, présenter un extrait de son manuel de classe, donner une production d'un de ses élèves, etc.

Le corrigé du sujet. Même si le travail de groupe n'a pas permis d'aller jusqu'à des éléments de correction à l'écrit, cela apparaît comme un élément déterminant pour réguler le travail de conception du sujet. Par exemple, pour juger du degré d'ouverture de la question, il semble nécessaire de préparer un corrigé en anticipant les réponses possibles des étudiants et la possibilité de construire un barème prenant en compte ces réponses.

Notons que les documents proposés, du type « extraits de manuels », peuvent être utilisés de différentes manières. Par exemple :

- analyse « fine » des tâches proposées dans un seul document (souvent le livre de l'élève accompagné du livre du maître) et de leur enchaînement ;
- comparaison entre plusieurs documents en fonction de différents critères (donnés ou pas) ;
- source d'inspiration pour proposer une séance, une évaluation ou pour mettre en place un dispositif de remédiation.

Ils peuvent être accompagnés de productions d'élèves pour certains des exercices du document. Mais les productions d'élèves peuvent aussi porter sur d'autres tâches, être déconnectées de la séance ou de la séquence à analyser, du contexte dans lequel elles ont été produites.

V - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Cet atelier enrichit les précédentes réflexions de la Copirelem sur l'évaluation de la formation initiale des enseignants.

Nous proposons pour conclure un exemple de sujet complet (proposé aux étudiants de l'ESPE d'Aquitaine en mars 2015) sur le même thème que celui proposé aux participants (sujet en Annexe III et corrigé en Annexe IV).

La grille complétée (ci-dessous) pour ce sujet met en évidence une prise en compte de différents aspects d'analyse d'une situation d'enseignement (*a priori* et *a posteriori*), tout en évaluant les connaissances mathématiques des étudiants sur ce thème. Les aspects mathématiques et didactiques sont imbriqués. Par exemple, pour anticiper les difficultés des élèves ou pour analyser des productions, il est possible de demander aux étudiants de réaliser la tâche proposée aux élèves.

<i>Pour exercer son métier, l'enseignant doit être capable de :</i>	<i>Sujet « Aquitaine » (partie 3, CB mars 2015)</i>
Connaître les programmes et en saisir les enjeux.	
Analyser la pertinence du choix de documents pédagogiques.	
Analyser la pertinence du choix de supports, outils ...	
Identifier des variables didactiques (question explicite ou implicite), justification attendue ou non.	Partie A question 2c : citer trois variables didactiques de cette situation Partie A question 2d : pourquoi demander de tracer sur papier quadrillé ? Partie A question 3c : quelle(s) différence(s) entre ces deux exercices ? Partie B question 3 : citer trois différences entre ces deux exercices
Identifier les objectifs, connaissances ou compétences visés.	Partie A question 1 : citer au moins deux objectifs d'un enseignant qui propose les exercices 1 à 6
Identifier les connaissances, compétences pré-requises.	
Identifier les connaissances, propriétés mathématiques en jeu.	Partie A question 2b : quelles connaissances géométriques l'élève doit-il maîtriser pour traiter l'exercice ?
Prévoir les procédures, difficultés, erreurs des élèves.	Partie A question 2a : réaliser l'exercice Partie A question 3a et 3b : reproduire sur la copie... une arête et un sommet du cube ; répondre à la question de cet exercice Partie B question 1 : réaliser l'exercice en proposant deux façons différentes Partie A question 2e : citer deux difficultés qu'un élève peut rencontrer pour traiter l'exercice
Décrire et analyser les procédures, erreur des élèves.	Partie A question 5 : 3 productions : analyser les erreurs commises Partie B question 2 : analyser cette production et proposer une solution correcte
Analyser les choix de l'enseignant pour la préparation ou la mise en œuvre d'une séance.	

Proposer ou analyser les différents moments d'une séance.	<i>Partie A question 4 : donner deux arguments en faveur du choix de cet enseignant</i>
Proposer ou analyser des modalités de différenciation.	
Proposer ou analyser une synthèse orale ou une trace écrite.	
Proposer ou analyser des modalités d'évaluation.	

Il ne s'agit pas de chercher à remplir toutes les cases de la grille. Certains items de la grille relèvent davantage de la 2^{ème} année de Master. Ce sujet étant destiné à des étudiants de M1, il n'apparaît pas de questions sur la différenciation ou sur l'évaluation. Cependant sur l'ensemble de la formation de M1, il nous semble important de concevoir des évaluations qui portent aussi sur les trois premiers items de la grille.

Cette grille, initialement conçue pour analyser des sujets puis pour les concevoir, peut aussi constituer un point d'appui pour les équipes de formateurs afin de se mettre d'accord sur les connaissances exigibles au fur et à mesure du déroulement de la formation. Ces éléments peuvent être fournis aux étudiants afin de clarifier les enjeux de la formation.

Le travail de l'atelier a montré d'autres dimensions importantes à prendre en compte lors de la conception d'une évaluation écrite comme le degré d'ouverture des questions, la cohérence de l'enchaînement des questions, le choix et l'organisation des documents. La réflexion va se poursuivre au sein de la Copirelem lors de l'analyse des prochains sujets de concours de CRPE. Cette réflexion s'enrichira également à travers la mutualisation de sujets d'évaluations dans le cadre du contrôle continu (et terminal, dans les cas où il existe encore) des étudiants de M2.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BONNET N., EYSSERIC P., SIMARD A. (2007). Élaboration de sujets de concours pour le CRPE, *Actes du 33^e Colloque de la Copirelem, Dourdan 2006*.

BRIAND J., CHEVALIER C. (2000). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*, Hatier Pédagogie.

BRIAND J., PELTIER M-L. (1995). Mathématiques et didactique dans les sujets de concours : juxtaposition ou imbrication ?, *Actes du 22^e Colloque de la Copirelem, Lille 1994*.

PELTIER M-L. (1995). *La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : entre conjoncture et éternité. Étude des sujets de concours de recrutement et contribution à la recherche des effets de la formation sur les professeurs stagiaires*, Thèse, Université Paris 7.

SIMARD A., IMBERT J-L., MASSELOT P., OUVRIER-BUFFET C. (2011). Quelles modalités de contrôle des connaissances dans la formation en mathématiques des professeurs d'école ?, *Actes du 37^e Colloque de la Copirelem, La Grande Motte 2010*.

ANNEXE I. LES DOCUMENTS RETENUS

La fiche d'évaluation trouvée sur internet

Nom :

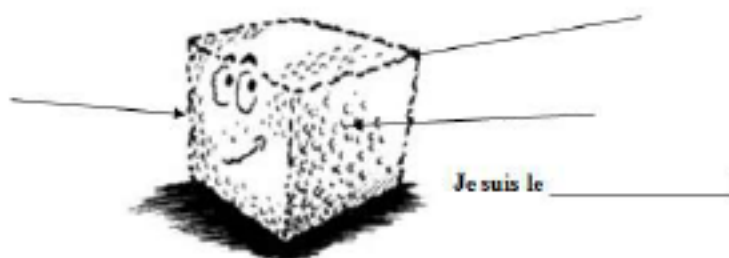
Prénom :

Date :

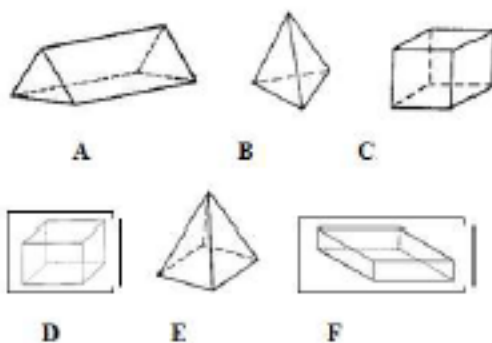
Contrôle de géométrie-mesure n°4- CM2

<u>compétences</u>	<u>A</u>	<u>PA</u>	<u>VA</u>	<u>NA</u>
Connaître le vocabulaire lié aux solides				
Compter le nombre de faces, sommets et arêtes d'un solide				
Compléter des patrons de pavé et cube				
Tracer les patrons des principaux solides : cube, pavé, cylindre, pyramide				
Connaître les caractéristiques des solides				
Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite				
Compléter une figure par symétrie axiale en utilisant différentes techniques				
Résoudre des problèmes liés aux calculs d'aires et périmètres				
Convertir des durées selon les unités				
Résoudre des problèmes liés aux durées				

1. Nomme ce solide et indique ce que montrent les flèches :

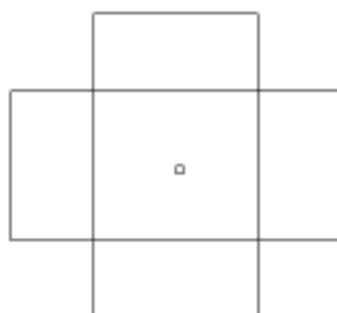


2. Complète le tableau en observant les solides :



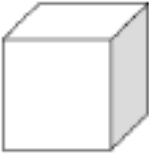
Solides	faces	arêtes	sommets
A			
B			
C			
D			
E			
F			

3. Complète les patrons incomplets :



4. Trace sur une feuille blanche les patrons du cube, du cylindre, du pavé et d'une pyramide.

5. Complète le tableau :

	Nombre de faces : Nombre de sommets : Nombre d'arêtes : Je suis un :
	Nombre de faces : Nombre de sommets : Nombre d'arêtes : Je suis un :
	Nombre de faces : Nombre de sommets : Nombre d'arêtes : Je suis un :
	Nombre de faces : Nombre de sommets : Nombre d'arêtes : Je suis un :

58 Compléter un patron de solide droit

RECHERCHE

♣ Reproduis, puis complète ces figures pour obtenir deux patrons de cube.

SAVOIR-FAIRE

Le patron d'un cube est la représentation à plat de ce cube. Les 6 faces carrées identiques sont représentées.

Les 3 faces blanches représentent les 3 faces cachées du cube.

Le patron d'un pavé possède 6 faces, la plus souvent rectangulaires. Les faces opposées sont identiques.

0,5 cm 1 cm 1,5 cm

40 Dans un patron de prisme à base triangulaire, les faces latérales sont représentées par 3 rectangles.

41 La longueur des côtés des triangles représentant les bases doivent correspondre aux dimensions des rectangles.

SAVOIR-FAIRE

♣ Compléter le patron de cube. ♠ Compléter le patron de pavé. ▼ Reproduire le patron d'un prisme à base triangulaire.

59

1 ♣ Reproduis, puis complète ces figures pour obtenir des patrons de cube.

2 ♠ Reproduis ce patron de pavé incomplet, puis choisis parmi les figures de droite, celle qui convient pour le compléter.

3 ♠ Reproduis, puis complète cette figure pour obtenir un patron de pavé.

4 ♥ Lequel de ces patrons est un patron de prisme ?

5 ♥ Reproduis, puis complète cette figure pour obtenir un patron de prisme.

6 ♣ Reproduis les patrons incomplets ci-dessous. Complète chaque patron en indiquant le nom du solide que l'on peut obtenir.

58

Multiplier un nombre décimal par 100

Observe : $2,46 \times 100 = 246$; $3,004 \times 100 = 300,4$; $2 - 2,460 \div 2 = 1,230$

A ton tour : $3,14 \times 100$; $4,38 \times 100$; $5,45 \times 100$; $14,25 \times 100$; $60,24 \times 100$; $71,32 \times 100$

59

SAVOIR-FAIRE

♣ Compléter le patron de cube. ♠ Compléter le patron de pavé. ▼ Reproduire le patron d'un prisme à base triangulaire.

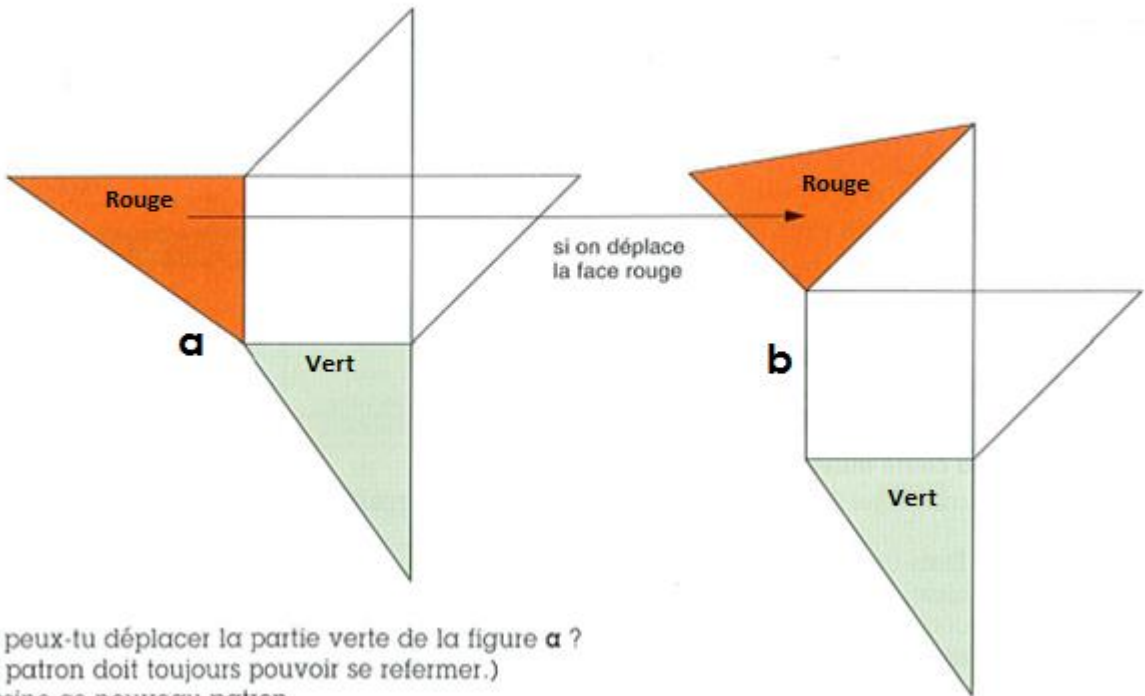
58

SAVOIR-FAIRE

♣ Compléter le patron de cube. ♠ Compléter le patron de pavé. ▼ Reproduire le patron d'un prisme à base triangulaire.

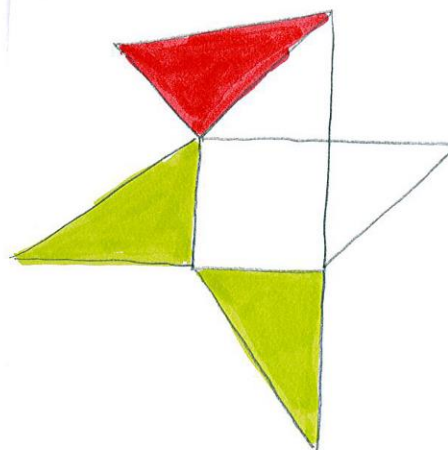
Exercice 3 de la page 189 du manuel *Objectif Calcul CM2* (Hatier 1996) ainsi que la production d'un élève ayant traité cet exercice

3 Sur le patron suivant, si on enlève la partie rouge de la figure **a**, on peut la replacer ailleurs (figure **b**). Le patron se refermera pour donner la même pyramide.



Où peux-tu déplacer la partie verte de la figure **a** ?
(Le patron doit toujours pouvoir se refermer.)
Dessine ce nouveau patron.

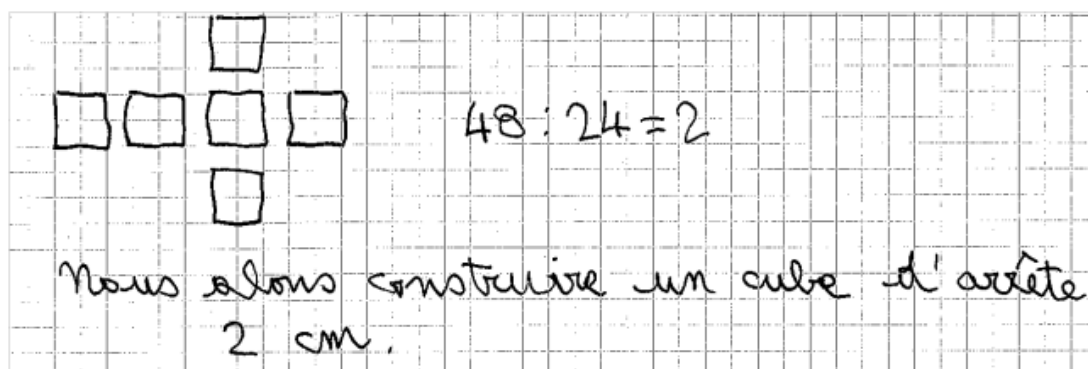
J'ai décalqué
la figure et
j'ai déplacé
la partie verte.



Productions d'élèves ayant eu à résoudre l'exercice 4 de la page 185 du manuel Objectif Calcul CM2 (Hatier 1996)

4

Construis un cube dont la longueur totale des arêtes est 48 cm.

Binôme 1**Binôme 2**

Notre cube a une arête de 3,42 cm.

Binôme 3

Les faces du cube à construire ont le côté qui mesure 6 cm.

ANNEXE II. ÉBAUCHES DE SUJET DES PARTICIPANTS

Groupe n°1

Choix du niveau : non indiqué

Situation 1 : à partir de la fiche d'évaluation trouvée sur internet.

1. Parmi les compétences listées, quelles sont celles qui sont évaluées dans les exercices 3 et 4 ?
2. Etude des consignes :
 - a) Faites une analyse critique de la consigne de l'exercice 3. En proposer une reformulation.
 - b) Les articles vous paraissent-ils avoir été choisis de façon pertinente dans la consigne de l'exercice 4 ?
3. En quoi les amorces et leurs dispositions peuvent-elles influencer les productions des élèves ?

Situation 2 : étude de l'extrait du manuel Maths + CM2 (éd. Sed, 2012), pp. 122-123.

1. Dresser la liste des tâches proposées aux élèves dans la partie « recherche ».
2. Percevez-vous des éléments de progressivité dans l'enchaînement des activités de la partie « recherche » ?

Groupe n°2

Choix du niveau : M2

Exercice 1.

- a) Elaborer un exercice d'évaluation relatif à la compétence « reconnaître un patron de cube ».
- b) Justifier chacune de vos propositions.
- c) Justifier l'organisation de l'ensemble des propositions.

Exercice 2.

On donne l'exercice 3 de la page 189 du manuel *Objectif Calcul CM2* (Hatier 1996) ainsi que la production d'un élève.

- a) Analyser la tâche prescrite.
- b) Analyser la tâche réalisée.

Exercice 3.

Énumérer et ordonner les étapes d'une progression visant l'enseignement/apprentissage de la notion de patron de polyèdre.

Groupe n°3

Choix du niveau : non indiqué

À partir de la fiche d'évaluation trouvée sur internet

1. Réalisez la tâche demandée aux élèves en proposant plusieurs solutions.
2. Analysez le support fourni aux élèves dans la question 3.
3. a) Sélectionnez dans la grille, en justifiant votre choix, les compétences évaluées dans la tâche de la question 3.
- b) Cette liste vous paraît-elle pertinente pour évaluer les productions des élèves ? Si oui, justifiez, sinon proposez une nouvelle grille.

4. Que pensez-vous de la question 4 relativement à :

- a) la consigne donnée aux élèves ?
- b) la pertinence au regard des programmes ?

Groupe n°4

Choix du niveau : non indiqué

À partir des productions d'élèves ayant eu à résoudre l'exercice 4 de la page 185 du manuel *Objectif Calcul CM2* (Hatier 1996)

1. Expliciter le raisonnement suivi par les deux premiers élèves.
2. Expliciter deux raisonnements possibles ayant conduit l'élève à donner 6 cm comme réponse.
3. Quelle autre proposition erronée peut-on attendre ?

ANNEXE III. UN SUJET DE CRPE ORIGINAL (PARTIE 3)

Les questions proposées ici s'appuient sur des extraits du manuel scolaire *Le Nouvel Objectif Calcul CM2*, Hatier (annexes III-1, III-1bis et III-2) et sur des productions d'élèves ayant eu à traiter des exercices présents dans ces extraits.

Chaque réponse sera justifiée.

A. Les cubes (10 points)

Pour cette partie, on se référera aux Annexes III-1 et III-1 bis.

1. Citez au moins deux objectifs d'un enseignant qui propose les exercices 1 à 6.
2. *À propos de l'exercice 1.*
 - a. Indiquer les assemblages qui ne correspondent pas à un patron de cube.
 - b. Quelles connaissances géométriques l'élève doit-il maîtriser pour traiter l'exercice ?
 - c. Citer trois variables didactiques de cette situation.
 - d. Dans la consigne, afin de valider ses prévisions, pourquoi proposer à l'élève de tracer sur papier quadrillé les assemblages retenus ?
 - e. Citer deux difficultés qu'un élève peut rencontrer pour traiter l'exercice.
3. *À propos des exercices 2 et 6*
 - a. Reproduire sur la copie le patron A de l'exercice 2 et nommer par des lettres les points utiles pour indiquer les côtés qui se juxtaposent et les sommets qui se rejoignent pour former respectivement une arête et un sommet du cube.
 - b. Répondre à la question de l'exercice 6.
 - c. Quelle(s) différence(s) entre ces deux exercices ?

4. *À propos de l'exercice 3*

Après avoir travaillé avec ses élèves sur le patron d'un parallélépipède rectangle, un enseignant veut exploiter ces deux pages de manuel en faisant toutefois un choix différent d'utilisation chronologique. Il décide de proposer en premier l'exercice 3 en l'adaptant ainsi :

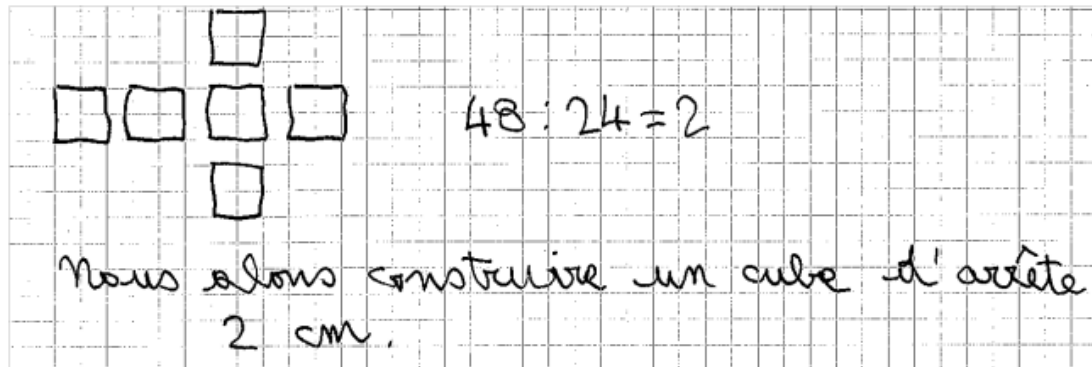
Sachant qu'il n'existe que onze patrons d'un cube, recherchez toutes les façons d'associer six carrés identiques pour former le patron d'un cube.

Vous disposez de feuilles de papier quadrillé (grands carreaux), des crayons de papier, des gommes, des règles, des ciseaux.

Donner deux arguments en faveur du choix de cet enseignant.

5. À propos de l'exercice 4

Voici ci-dessous les productions de trois binômes d'élèves ayant traité l'exercice et à qui l'enseignant avait demandé de justifier leur construction du cube. Analyser les erreurs commises.

Binôme 1**Binôme 2**

Notre cube a une arête de 3,42 cm.

Binôme 3

Les faces du cube à construire ont le côté qui mesure 6 cm.

B. Les pyramides (4 points)

Pour cette partie, on se référera aux Annexes III-2 et III-2 bis.

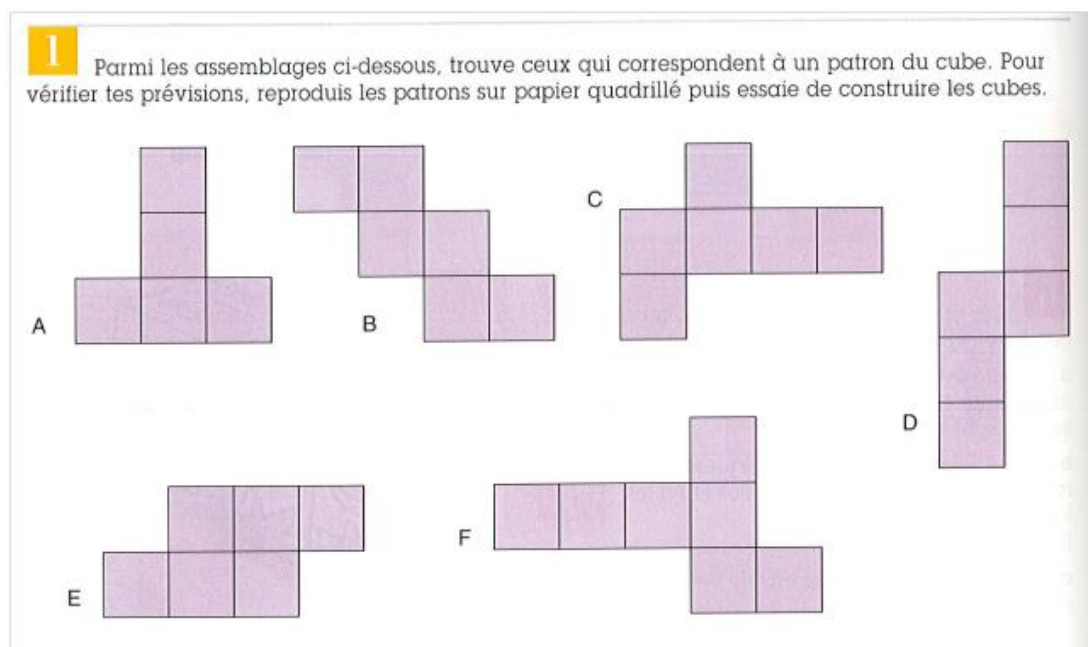
1. À propos de l'exercice 6 (p. 187 du manuel)

Réaliser l'exercice en proposant deux façons différentes de compléter l'assemblage donné.

2. En réponse à l'exercice 3 (p. 189 du manuel), un élève propose la solution présentée en annexe 2 bis, en donnant aussi des indications sur sa procédure. Analyser cette production et proposer une solution correcte.

3. Citer trois différences entre ces deux exercices.

**Annexe III-1. Extrait du manuel *Le Nouvel Objectif Calcul* CM2 (Hatier)
p. 184**



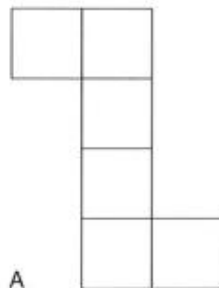
Annexe III-1 bis. Extrait du manuel *Le Nouvel Objectif Calcul* CM2 (Hatier) p. 185

2

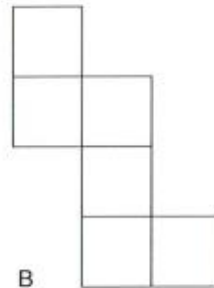
Reproduis les deux patrons ci-dessous.

Indique, par une même couleur, les côtés qui vont coïncider pour former une arête.

Indique, par une même couleur, les points qui vont coïncider pour former un sommet.



A



B

Vérifie tes hypothèses en refermant les cubes après les avoir découpés.

3

Recherche toutes les façons d'associer six carrés identiques pour former le patron d'un cube. Tu as déjà plusieurs exemples dans ces deux pages. Sachant qu'il existe onze patrons différents, trouve ceux qui manquent.

4

Construis un cube dont la longueur totale des arêtes est 48 cm.

5

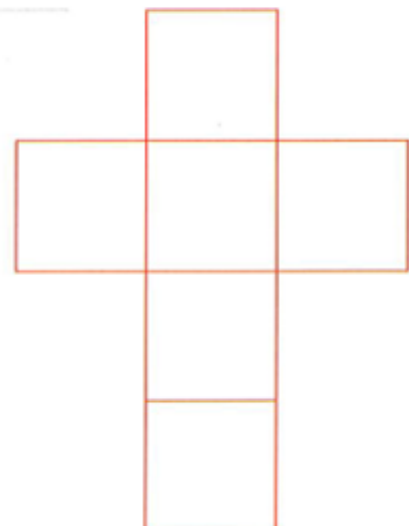
Construis un cube dont l'aire totale du patron est 96 cm^2 .

6

On veut colorier un cube en utilisant :

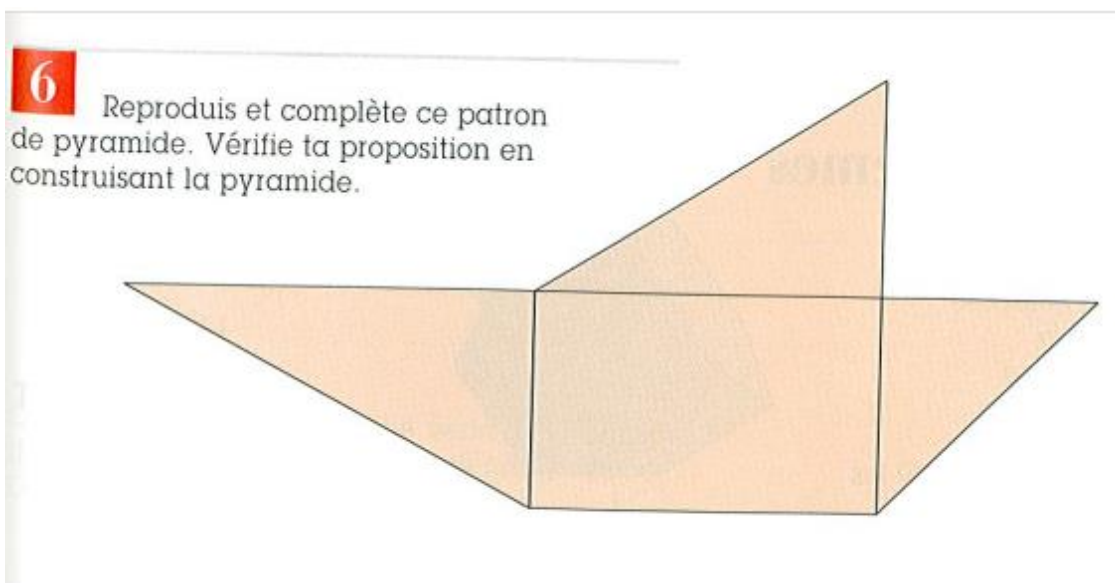
- une seule couleur par face ;
- des couleurs différentes pour les faces qui ont une arête commune.

Combien de couleurs différentes, au minimum, faut-il choisir ?
Reproduis le patron ci-contre et place ces couleurs avant de le découper. Vérifie en construisant le cube.

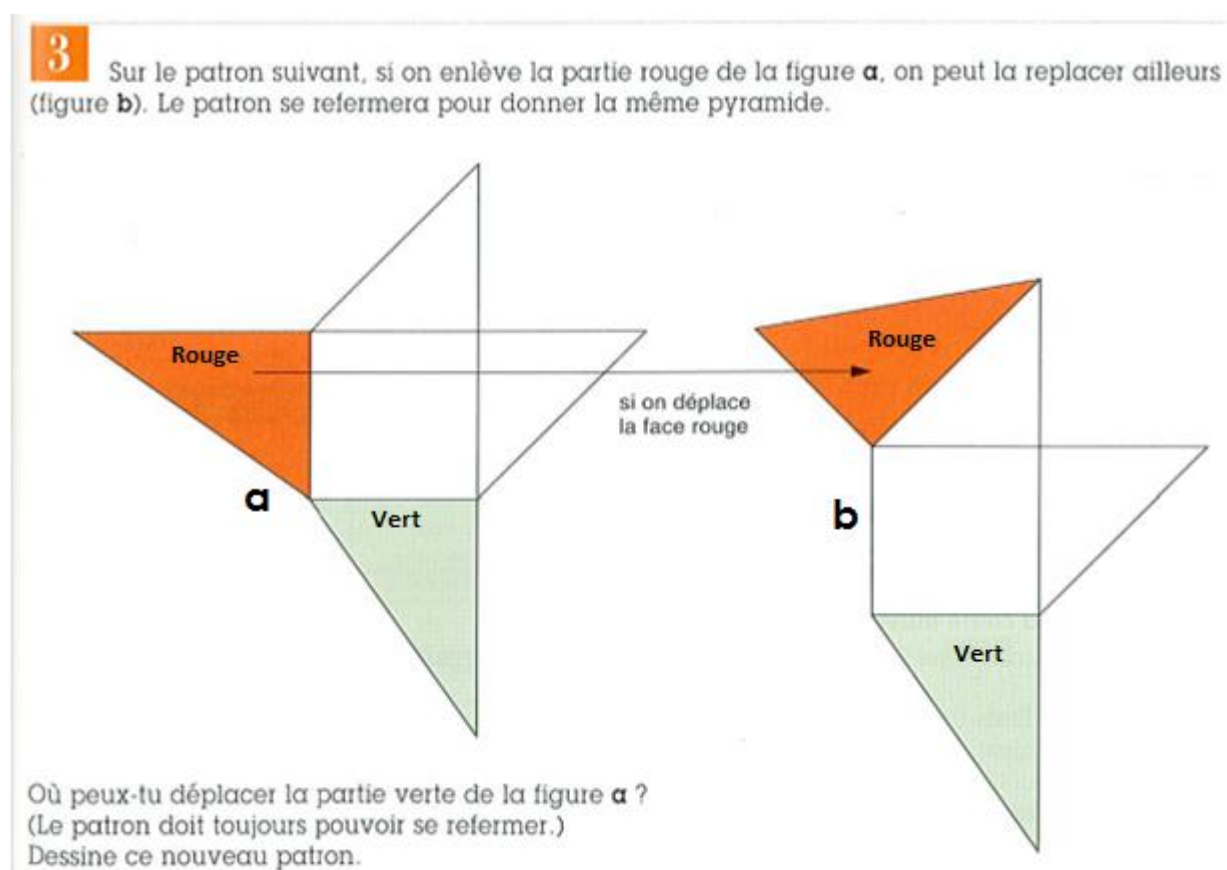


Annexe III-2. Extrait du manuel *Le Nouvel Objectif Calcul CM2* (Hatier)

(p. 187)

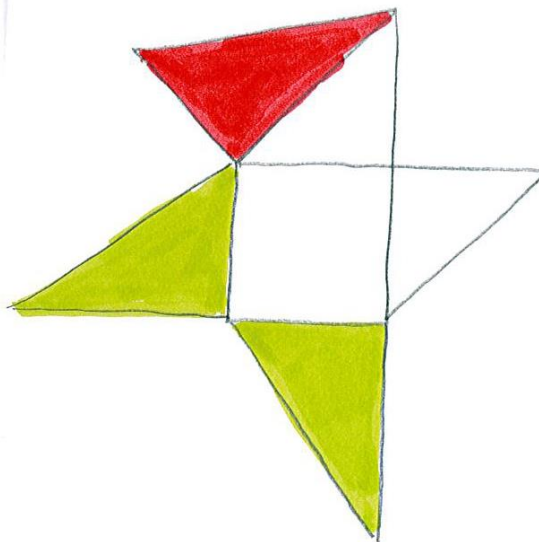


(p. 189)



Annexe III-2 bis. Production d'élève

j'ai décalqué
la figure et
j'ai déplacé
la partie verte.



ANNEXE IV. CORRIGÉ D'UN SUJET DE CRPE ORIGINAL (PARTIE 3)

Partie 3 (14 points)

A. Les cubes (cf. Annexes III-1 et III-1bis) – 10 points

1. Citez au moins deux objectifs d'un enseignant qui propose les exercices 1 à 6. 1 point

- Faire analyser des patrons de cubes (mêlés à des assemblages qui ne les sont pas : exercice 1 ; donnés : exercices 2 et 6 ; exercice 3).
- Faire construire des patrons de cubes (exercice 3 ; vérifiant des conditions : exercices 4 et 5).
- Faire étudier les positions relatives des faces (exercices 1, 2, 3, 6) et des sommets (exercice 2) à partir d'un patron de cubes (étudier les relations d'adjacence entre les faces d'un cube).
- Faire anticiper la construction d'un cube et vérifier les prévisions en le réalisant effectivement (exercices 1, 2, 6).

2. À propos de l'exercice 1

a. Indiquer les assemblages qui ne correspondent pas à un patron de cube. 0,75 point

Les assemblages qui ne sont pas des patrons de cubes sont : A, E et F.

A est un assemblage constitué de seulement cinq carrés alors que F en a sept. E n'est pas un patron de cubes car quatre carrés ont un sommet commun alors que, dans un cube, chaque sommet est commun à seulement trois faces.

b. Quelles connaissances géométriques l'élève doit-il maîtriser pour traiter l'exercice ? 1 point

On s'attend à ce que l'étudiant cite des connaissances géométriques et non pas des compétences. Dans ce deuxième cas, l'acceptation de la réponse est laissée à la discrétion du correcteur.

- La notion de cube : polyèdre ayant six faces carrées ; chaque sommet est commun à trois faces.
- La notion de patron dont voici **une** définition possible : « un assemblage de figures planes constitué d'un seul tenant qui, une fois plié, permet d'obtenir (la maquette d') un polyèdre ».
- La notion de carré (pour vérifier ses prévisions, il faut qu'il sache construire un carré sur papier quadrillé).

c. Citer trois variables didactiques de cette situation. 0,75 point (0,25 point × 3)

Parmi les suivantes, il suffit que l'étudiant en cite trois.

- Nombre d'assemblages proposés ;
- Nombre d'assemblages étant patrons de cubes ;
- Nature des assemblages étant des patrons (plus ou moins classiques) ;
- Nature des assemblages n'étant pas patrons de cubes (ils ont moins de « faces » ou trop de « faces » ; un sommet sera commun à plus de trois « faces » ; deux faces qui se chevauchent lors du pliage ... le fait que les non patrons soient plus ou moins évidents à éliminer, nombre de faces notamment) ;
- Indication sur le nombre d'assemblages satisfaisants ou non ;
- Pouvoir construire le cube comme moyen de réussite ou bien comme moyen de validation ;

- Pouvoir découper les assemblages ou devoir les reproduire.

d. Dans la consigne, afin de valider ses prévisions, pourquoi proposer à l'élève de tracer sur papier quadrillé les assemblages retenus ? 0,5 point

Le papier quadrillé permet de reporter facilement les longueurs et les angles droits (ou de tracer des droites perpendiculaires). Ainsi l'élève pourrait-il se concentrer davantage sur le problème du cube et être moins perturbé par la construction des assemblages de carrés. À l'inverse, une mauvaise reproduction des dimensions et des angles des patrons proposés pourrait mener à rejeter des patrons qui sont valides.

e. Citer deux difficultés qu'un élève peut rencontrer pour traiter l'exercice. 1 point (0,5 point × 2)

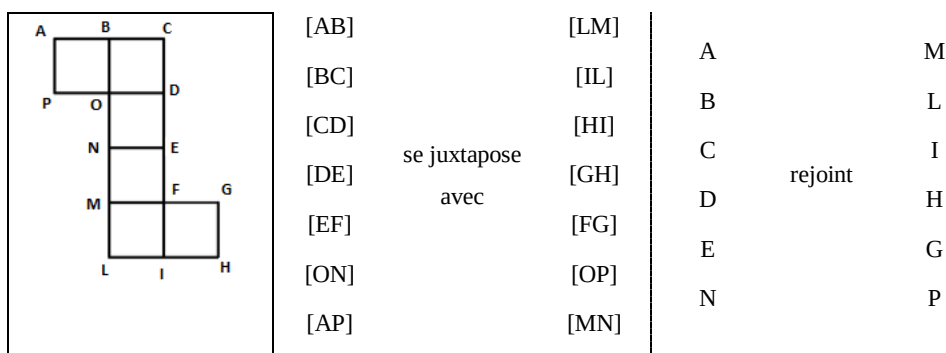
L'élève pourrait rencontrer des difficultés à :

- utiliser en situation la notion de patron : il pourrait, par exemple, accepter l'assemblage 7 car le cube « se referme » même si deux faces se chevauchent ;
- analyser chaque assemblage et anticiper la façon dont il se refermera pour former ou ne pas former un cube ;
- rejeter l'assemblage E car, bien qu'il soit constitué de six carrés, il ne permet pas de construire un cube car quatre des six carrés ont un sommet commun alors que, dans le cube, un sommet est commun à trois faces.

Tout autre difficulté, si pertinente, sera acceptée.

3. À propos des exercices 2 et 6

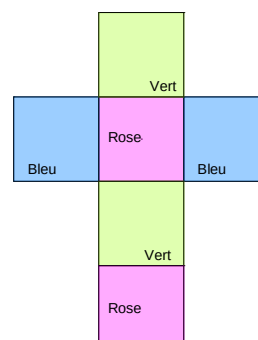
a. Reproduire sur la copie le patron A de l'exercice 2 et nommer par des lettres les points utiles pour indiquer les côtés qui se juxtaposent et les sommets qui se rejoignent pour former respectivement une arête et un sommet du cube. 1 point



b. Répondre à la question de l'exercice 6. 0,5 point

On veillera à ce que l'étudiant ne se limite pas à donner un schéma. Pour attribuer le 0,5 point, on exigera une phrase réponse ; par exemple :

Trois couleurs sont nécessaires car, dans un cube, les six faces sont opposées deux à deux.



c. Quelle(s) différence(s) entre ces deux exercices ? 1 point

Dans l'exercice 2, on propose deux patrons et ces patrons ne sont pas « traditionnels » ; le travail demandé porte sur les relations de voisinage des arêtes et des sommets du cube.

Dans l'exercice 6, on propose un seul patron et il s'agit du patron « traditionnel » ; le travail demandé porte sur les faces et les arêtes du cube. Il faut en outre réfléchir sur la façon d'optimiser le nombre de couleurs à utiliser.

Les deux exercices sont complémentaires.

Compléments. L'exercice 2 permettrait de mettre en évidence que :

- un segment commun à deux figures sur le patron est une arête du polyèdre ;
- on peut avoir deux segments sur le patron qui correspondent à une même arête du polyèdre ;
- une arête d'un polyèdre peut être représentée par un ou deux segments sur un patron de ce polyèdre ;
- un sommet du polyèdre peut être représenté par un ou plusieurs points sur le patron.

L'exercice 6 permettrait de mettre en évidence que :

- un segment commun à deux figures sur le patron est une arête du polyèdre ;
- on peut avoir deux segments sur le patron qui correspondent à une même arête du polyèdre ;
- une arête d'un polyèdre peut être représentée par un ou deux segments sur un patron de ce polyèdre ;
- deux polygones adjacents sur le patron sont toujours deux faces adjacentes sur le polyèdre ;
- deux polygones qui ne sont pas adjacents sur le patron peuvent être des faces adjacentes sur le polyèdre, ou ne pas l'être ;
- deux faces adjacentes sur le polyèdre peuvent être deux polygones adjacents sur le patron, ou ne pas l'être ;
- deux faces non adjacentes sur le polyèdre ne peuvent jamais être des polygones adjacents sur le patron.

4. À propos de l'exercice 3

Après avoir travaillé avec ses élèves sur le patron d'un parallélépipède rectangle, un enseignant veut exploiter ces deux pages de manuel en faisant toutefois un choix différent d'utilisation chronologique. Il décide de proposer en premier l'exercice 3 en l'adaptant ainsi :

Sachant qu'il n'existe que onze patrons du cube, recherchez toutes les façons d'associer six carrés identiques pour former le patron d'un cube.
Vous disposez de feuilles de papier quadrillé (grands carreaux), des crayons de papier, des gommes, des règles, des ciseaux.

Donner deux arguments en faveur du choix de cet enseignant. 1 point

L'enseignant semble vouloir proposer à ses élèves un problème de recherche (ouvert), ce qui permettrait de débattre sur les propositions des élèves lors d'une mise en commun et ainsi revenir sur la notion de patron de polyèdre.

En construisant eux-mêmes les patrons, les élèves seront conduits à discuter à propos des relations de voisinages de faces et arêtes, ce qui les prépare au travail qui se fera avec les exercices 2 et 6.

Le matériel mis à disposition permet une vraie manipulation et donc une vraie recherche expérimentale, alors que dans le manuel la recherche et la vérification restent abstraites.

Même si des élèves ne trouvent pas les onze patrons possibles, ils en trouveront sans doute quelques uns chacun, ce qui permettra de valoriser leurs productions, alors que, dans le manuel, beaucoup de patrons sont déjà donnés, notamment certains des plus classiques, et il est donc plus difficile de trouver les autres.

Tout autre argument, si pertinent, sera accepté.

5. À propos de l'exercice 4

Voici ci-dessous les productions de trois binômes d'élèves ayant traité l'exercice et à qui l'enseignant avait demandé de justifier leur construction du cube. Analyser les erreurs commises. 1,50 point

Binôme 1. D'après le dessin réalisé par ces élèves, on peut déduire qu'ils ont séparé les six faces du cube afin de dénombrer tous les côtés des carrés qui les constituent. Cela donnant 24, les deux élèves ont divisé la longueur donnée (48 cm) par le nombre trouvé en déduisant ainsi que le cube à construire a une arête de 2 cm.

Ces deux élèves semblent interpréter « la longueur totale des arêtes » comme étant la somme des périmètres des six faces. Le travail sur les patrons du cube les a sans doute influencés : leur dessin respecte la forme du patron « traditionnel » où les faces sont séparées.

En outre, en partant d'un patron du cube, ils semblent penser que « le périmètre d'un assemblage de polygones est égal à la somme des périmètres des polygones » en transposant aux longueurs ce qui est vrai pour les aires.

Binôme 2. Ces deux élèves ont sans doute dénombré les côtés « extérieurs » d'un patron de cube en obtenant le nombre 14. Ils ont ensuite divisé 48 par ce nombre et on déduit que le cube à construire a une arête de 3,42 cm (valeur approchée).

Le travail sur les patrons du cube les a sans doute influencés mais, contrairement au binôme 1, ils calculent correctement le périmètre de l'assemblage de cubes.

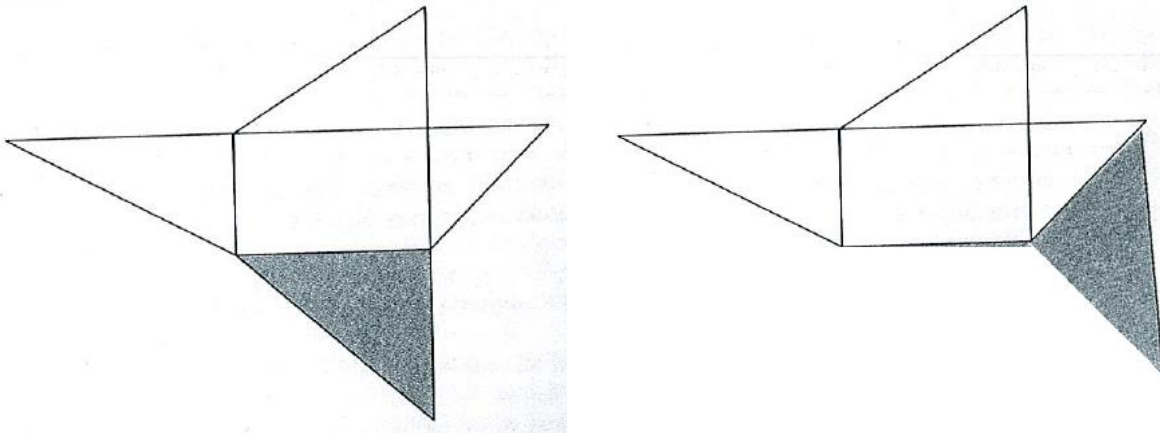
Binôme 3. Ces deux élèves peuvent avoir confondu le nombre d'arêtes avec le nombre de sommets et avoir donc divisé par 8 la longueur donnée. S'ils disposaient toutefois d'un cube posé sur la table, ils auraient pu dénombrer les arêtes en oubliant celle de la face « posée » sur la table.

Outre ce qui est proposé ci-dessus, toute analyse pertinente sera acceptée.

B. Les pyramides (cf. Annexe III-2) – 4 points

1. À propos de l'exercice 6 (p. 187 du manuel)

Réaliser l'exercice en proposant deux façons différentes de compléter l'assemblage donné. 1 point



2. En réponse à l'exercice 3 (p. 189 du manuel), un élève propose la solution suivante ...

Analyser cette production et proposer une solution correcte. 1,5 point

D'après le texte produit par l'élève, on comprend qu'il a reproduit le patron b en le décalquant (avec du papier calque ou par transparence).

Après une rotation de la feuille de 90° (dans le sens des aiguilles d'une montre), il décalque à nouveau le triangle vert en juxtaposant l'un de ses côtés au côté "libre" du carré ; remarquons que, du patron a au patron b, le triangle rouge a aussi subi une rotation (de 135°) dans le sens des aiguilles d'une montre.

Il oublie d'effacer le triangle vert dans sa position initiale. Il perd de vue ce qu'il est en train de faire car il produit un assemblage avec six polygones (alors que un patron de pyramide à base carré n'en a que cinq).

Il ne semble pas avoir vérifié que cet assemblage ne permet pas de construire une pyramide à base carrée car, en plus d'avoir une face de trop, cette face ajoutée n'est pas correctement positionnée.

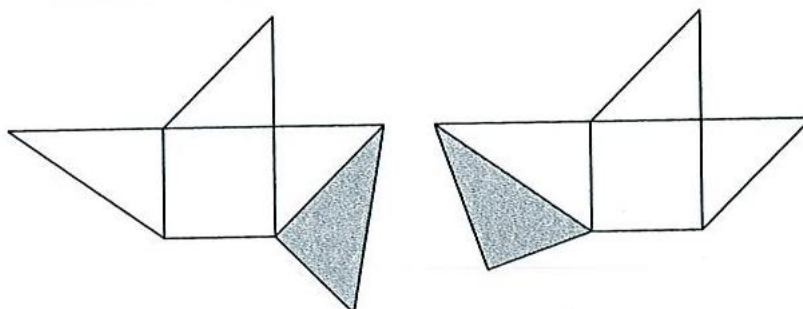
Le carré, avec ses caractéristiques, joue un rôle essentiel dans la stratégie suivie par l'élève : en tournant la feuille, le carré coïncide avec lui-même.

Lorsque l'élève déplace la face verte, il ne l'a pas replacée le long de la bonne arête. Ceci est dû au fait que, travaillant à partir de la figure b sur laquelle la face rouge a été déplacée, il ne pense pas à aller placer la face verte tout en haut de cette figure, mais, comme dans l'exemple, au plus proche. La base étant carrée, il peut en effet coller la face verte selon l'arête qui le permet, sans vérifier si les arêtes et sommets se correspondent correctement.

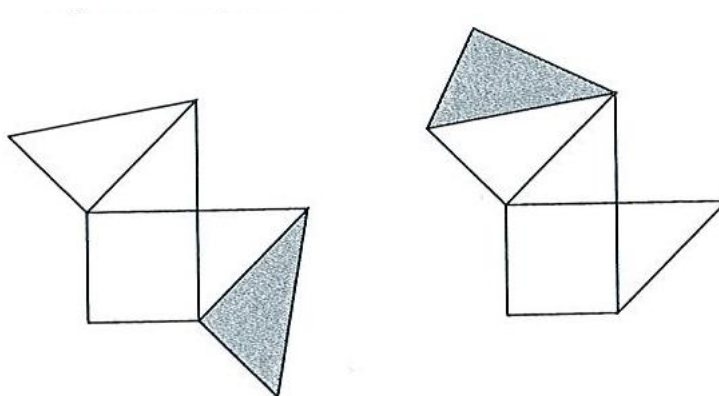
Outre ce qui est proposé ci-dessus, toute analyse pertinente sera acceptée.

Des solutions correctes possibles.

- À partir de du patron a :



- À partir du patron b :



3. Citer trois différences entre ces deux exercices. 1,5 point

Dans l'exercice 6 de la page 187 :	Dans l'exercice 3 de la page 189 :
- il s'agit de reproduire et compléter un patron de pyramide ; les élèves doivent donc d'abord comprendre en quoi le patron donné est incomplet et pour cela se représenter mentalement ce que serait un patron complet de cette pyramide ; ils doivent ensuite réaliser cette représentation, en construisant la face correspondante, ce qui présente des difficultés techniques ; - la pyramide est à base rectangulaire ; - toutes les « faces » sont différentes ; - il n'y a qu'un seul patron ; - en découpant le patron « incomplet » et en le refermant, la « face » manquante n'est pas facilement repérable par le vide qui se constitue, ce qui n'aiderait pas forcément l'élève à saisir sa nature (les longueurs des côtés) et à savoir où la placer ; - aucun exemple n'est donné.	- les patrons donnés sont complets : il s'agit de trouver un autre patron de pyramide que celui qui est proposé et cela en déplaçant une « face » qui est imposée et donc donnée avec ses dimensions, son orientation, etc. ; - la pyramide est à base carrée ; - les « faces » triangulaires sont deux à deux superposables ; - on peut partir du patron a ou du patron b ; - en découpant le patron et en le refermant, l'élève pourrait le redécouper autrement afin d'avoir un nouveau patron ; - un exemple est donné, mais cet exemple peut induire les élèves en erreur.

Toute autre difficulté, si pertinente, sera acceptée.

SIMULATEUR INFORMATIQUE DE CLASSE POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS : L'ENSEIGNEMENT DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES

Fabien EMPRIN

Maître de conférences, Université de Reims Champagne Ardenne

Cérep EA 4692

Fabien.emprin@univ-reims.fr

Hussein SABRA

Maître de conférences, Université de Reims Champagne Ardenne

Cérep EA 4692

Hussein.sabra@univ-reims.fr

Résumé

Nous avons développé un Simulateur Informatique de Classe (désigné par « SIC ») comme ressource pour la formation des enseignants. Pour la conception du SIC, nous avons défini un système de paramètres basé sur un modèle d'actions – rétroactions des élèves (Sabra et al., 2014). Le système de paramètres est étroitement lié à un cas particulier de situation d'enseignement : résolution d'un problème ouvert en mathématique intégrant un outil TICE.

La spécificité de cette ressource est qu'elle propose une situation entièrement contrôlée et reproductible de l'activité et des caractéristiques des élèves (Emprin 2011) ; elle permet aussi de recueillir des traces d'usages. Ce travail ouvre des nouvelles pistes de recherche en termes d'ingénierie de formation et ce en mettant en relation les pratiques simulées et les connaissances sur les pratiques réelles.

I - SIMULATEURS POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

Dans cette première partie nous développons une réflexion historique sur les usages des outils numériques pour la formation et nous analysons succinctement les outils existants. Ces deux aspects permettent de questionner les choix théoriques et méthodologiques qui sont possibles en termes de construction d'outils de simulation.

1 Pourquoi un simulateur informatique de classe

L'utilisation des vidéos de classe par les enseignants et les formateurs a connu de nombreux développements ces dernières années. Dans le cas de la formation des enseignants, certains scénarios sont basés sur l'utilisation des vidéos de classe comme outils (Robert, 2005). Les enseignants se mettent dans la posture de préparer la mise en œuvre d'une séance et confrontent cette anticipation à ce qui s'est réellement passé dans une classe. Le scénario se poursuit par une recherche d'alternatives à la séance proposée.

Partant du « postulat » que « le cinéma n'est pas le théâtre filmé », nous considérons que former avec les outils numériques ne peut pas se limiter à importer les pratiques de formation antérieures. Ainsi former et enseigner à l'ère du numérique consiste à développer des outils propres et des méthodes pour contribuer à l'émergence d'un nouveau modèle pédagogique détaché, autant que possible, du modèle traditionnel.

En tant que didacticiens, nous nous intéressons à l'analyse des choix didactiques des enseignants et leurs effets sur les apprentissages des élèves. Nous avons, en nous basant sur certains de ces résultats, développé un premier modèle de Simulateur Informatique de Classe (désigné par « SIC » dans la suite).

La construction du SIC nécessite de baser le système d'actions - rétroactions de l'outil sur des « lois » avérées qui permettent de garantir qu'il « réagisse » de façon proche de la réalité. Ces « lois », quand il s'agit de réactions d'êtres humains, peuvent être produites par le recueil d'expériences qui permet de dégager des règles, des invariants dans la relation entre l'activité de l'enseignant et celle de l'élève dans le cas du processus de résolution d'un problème ouvert en mathématique. Les « lois » peuvent également être produites par des résultats reconnus de la didactique ou d'autres domaines (psychologie, sociologie, etc.).

Pastré (2005) propose plusieurs types de simulateurs : les « full scale simulators » qui visent à reproduire le plus fidèlement possible la réalité et les « part scale simulators » qui se focalisent sur une partie spécifique de l'activité du sujet. Les « full scale simulators » sont propices à l'entraînement systématique et à la création de réflexes alors que les « part scale » sont propices à la formation et à la réflexion sur l'action. Notre projet correspond à la construction d'un « part scale simulator ».

2 Des simulateurs existants

Nous avons essayé de regarder l'historique de la formation utilisant des technologies nouvelles pour la société de leur époque et en particulier les simulateurs. La formation à distance date du début du siècle dernier : le CNED (Centre National de l'Éducation à Distance) utilise les possibilités permises par les progrès du courrier et du téléphone pour mettre en place des formations à distance. Plus tard, dans les années 1960, la télévision a été utilisée pour mettre en place des programmes pédagogiques. L'avènement de l'informatique a permis le développement de logiciel pour l'enseignement et la formation. Un jeu informatique Army Battlezone (Atari 1980), un simulateur de char de combat, peut être considéré comme le premier simulateur de formation car, malgré un graphisme en filigrane, les trajectoires de tir étaient tellement réalistes que l'armée a décidé de l'utiliser pour former ses pilotes de char. La première question que nous nous posons est de savoir ce que l'on peut tirer de ces expériences qui ne datent pas d'hier. Ont-elles donné lieu à des recherches ou des analyses ? Il nous est apparu dans notre travail de documentation que très peu de recherches ont été menées ou diffusées sur ces éléments. Nous regardons également ce qui existe à l'heure actuelle.

Dans le monde de la formation professionnelle, il existe des simulateurs : des simulateurs de vol ; des simulateurs de centrales nucléaires. Ces simulateurs sont à l'échelle 1 : 1, réaliste (full scale simulator, Pastré 2005). Des simulateurs de relation vendeur-acheteur ou de conseil client comme Renault académie par exemple sont des part-scale simulator. Là encore nous nous posons la question des recherches qui peuvent être menées à l'occasion de la mise en œuvre de ces outils et nous n'avons trouvé que peu de travaux permettant une analyse de ces pratiques et de leurs effets.

Dans le monde de la formation des enseignants, on peut trouver des simulateurs de différents types. Morge (2008) a développé une simulation des interactions langagières en classe de sciences pour la formation des enseignants. Il existe aussi des simulateurs de classe dans le monde anglo-saxon comme Simscool¹ ou teach live². Le premier s'intéresse en premier lieu aux techniques de gestion de classe en fonction des profils d'élèves liés à des styles d'enseignement. Le second simule à échelle réelle et en temps réel les interactions prof-élève en relation avec leur motivation. Il s'agit d'un outil de réalité virtuelle immersif. Les deux simulateurs sont assez marqués par le contexte anglo-saxon (organisation de la classe notamment) et ne correspondent pas réellement à nos attentes.

En effet, ce qui nous intéresse en tant que didacticiens c'est d'analyser les choix didactiques de l'enseignant et leurs effets sur les apprentissages des élèves. Faute de trouver des outils adaptés il fallait donc créer notre propre simulateur.

II - SIMULATEUR INFORMATIQUE DE CLASSE – SIC

Notre simulateur a été clairement programmé en réponse aux besoins spécifiques que nous avons identifiés. Tout d'abord ne pas dissocier recherche et formation, ensuite privilégier la réflexivité sur les réflexes, prendre en compte l'enseignant sous plusieurs de ses dimensions et pas uniquement dans sa gestion du groupe ou dans ses choix de séance.

1 SIC, présentation et contexte de développement

Dans le SIC, nous ne simulons qu'une partie de la réalité. On y propose une situation entièrement contrôlée et reproductible de l'activité et qui permet de recueillir les traces d'usages. Il s'agit donc d'un part scale simulator (Pastré 2005). Nous avons fait le choix de simplifier les interactions enseignants/élèves en se limitant à la simulation de la dimension médiative (les interactions) des pratiques et à la simulation de l'activité de l'élève en fonction des choix de l'enseignant. Nous prenons en compte la dimension pédagogique dans une faible mesure.

2 Système de paramètres de base pour la conception

Nous avons développé un système de paramètres permettant la création des scénarii de séances à simuler. Le système de paramètres est étroitement lié à un cas particulier de situation d'enseignement : résolution d'un problème ouvert en mathématique intégrant un outil TICE. Nous nous sommes appuyés sur une situation pilote pour développer le système de paramètres : la résolution d'un problème ouvert de géométrie intégrant un logiciel de géométrie dynamique.

Le système de paramètres repose sur :

- *les phases* : un scénario comporte plusieurs phases (figure 1) caractérisant le processus de résolution d'un problème ouvert en classe de mathématiques (phase de consigne, phase de construction, phase de conjecture, phase de démonstration) ;
- *les actions de l'enseignant* (didactiques et pédagogiques). Les actions de l'enseignant sont simulées sous la forme de choix que l'utilisateur exécute quand il utilise le simulateur ;
- *les états des élèves*. La progression de l'apprentissage est complexe à quantifier. Pour rendre compte de cette progression pour chaque élève nous affichons sa production (ce qu'il est parvenu à faire avec le logiciel). Les productions doivent être analysées par l'utilisateur, elles sont révélatrices des erreurs de conception, de compréhension ou au contraire de la réussite de la tâche ;

¹ <https://www.simschool.org>

² <http://exceptionaleducation.buffalostate.edu/teach-live>

- *le temps* (simulé). Chaque action « coûte » un certain temps, qui a été déterminé par les expérimentations. Lorsque cette variable atteint la valeur 55 ou plus, le scénario s'achève ;
- *Le niveau « d'agitation » des élèves*. Suivant l'action de l'enseignant, la barre d'agitation des élèves peut augmenter ou se réduire. Cela peut affecter un ou plusieurs élèves. Si la classe atteint un taux d'agitation fixé cela stoppe le scénario et amène l'utilisateur à un « game over » ;
- *l'hétérogénéité de la progression des élèves*. Chaque action de l'enseignant a des effets divers sur la progression des élèves dans le processus de résolution du problème. Gérer l'hétérogénéité des apprentissages constitue un défi principal dans le processus de résolution de problème ouvert en mathématique. Nous donnons la possibilité de gérer l'hétérogénéité par des actions de type « accompagnement individuel » ou « aide collective ».

Ce système de paramètres permettra, dans de futurs développements, de fournir un cadre pour l'analyse didactique des nouvelles situations de résolution de problèmes ouverts à simuler et de mettre en place un algorithme qui pourra être repris pour la programmation des nouveaux scénarios (séances simulées).

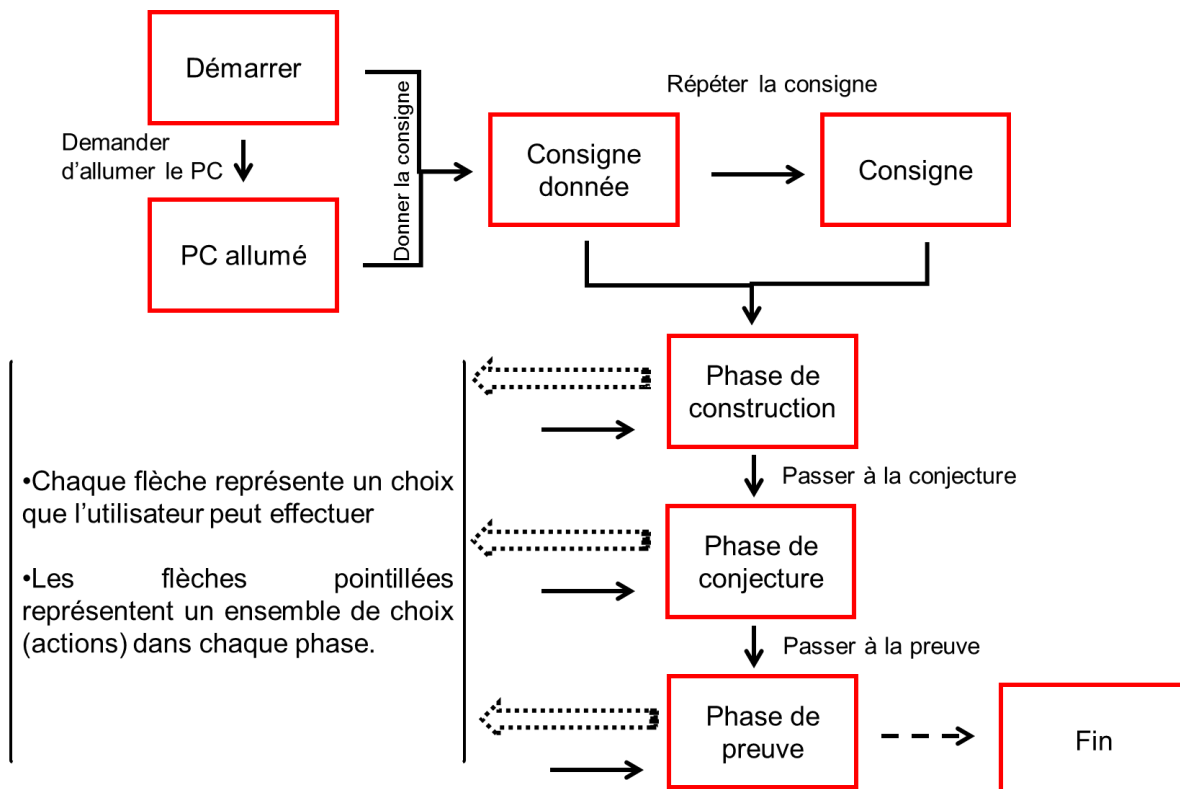


Figure 1. La structuration en termes de phases du scénario de résolution d'un problème ouvert intégrant un outil TICE

3 Interface et questionnaire

Le simulateur est disponible en ligne à l'adresse : <http://cerep-sic.univ-reims.fr/>. L'interface est composée de deux parties correspondant à deux possibilités :

- si l'utilisateur n'a pas de compte il doit en créer un et remplir un questionnaire. Le but de cette organisation est de limiter les accès au site à des personnes averties et volontaires. Le questionnaire comporte des questions qui nous permettent ensuite de dégager des analyses en fonction des paramètres telles que l'âge, le sexe, le statut, etc. Ces données sont traitées anonymement.
- si l'utilisateur a un compte il peut accéder à la simulation. A la fin de la simulation, il est proposé d'envoyer la simulation (toujours anonymement) aux chercheurs.

Afin d'établir des statistiques sur les résultats d'usages en fonction des profils des utilisateurs, nous avons développé une base de données qui permet de stocker les résultats. Le questionnaire « sociologique » comporte 18 questions. Les questions portent sur : le genre, l'âge, la formation, l'ancienneté, le profil académique, le rapport à la technologie ; et leur perception de leur niveau en termes d'usage de la technologie ; le rapport à la technologie dans/pour l'enseignement (ces questions permettent de caractériser l'usage des TICE). Certaines questions conçues ont pour objectif de renforcer notre interprétation des choix effectués par les utilisateurs. Nous avons aussi une question sur la gestion de l'hétérogénéité de la classe à partir de (Piquée 2010) et la prise en compte des élèves ayant des besoins particuliers (Gombert et al. 2008). A la fin du questionnaire, nous avons proposé des affirmations pour l'analyse de la *composante personnelle des pratiques* au sens de (Robert & Rogalski 2002).

Les données (réponses au questionnaire) sont ensuite stockées tout en permettant de conserver l'anonymat et en rendant unique chaque questionnaire.

III - TRAVAIL SUR UN SCENARIO DE FORMATION

L'enjeu de cet atelier était de présenter le simulateur de classes et d'analyser les potentialités de l'outil, tant pour la formation que pour la recherche. Le fait de tester le simulateur fait partie intégrante de la démarche.

1 La situation de géométrie implémentée dans le SIC

Nous avons choisi de simuler un problème ouvert (annexe 1) qui demande aux élèves la construction d'une figure dans un logiciel de géométrie dynamique (LGD).

La séance simulée implémentée, est structurée autour des quatre phases adoptées (§ II.2) de résolution d'un problème ouvert intégrant un outil TICE :

- Phase de consigne, une phase importante lors de la mise en place d'une situation de résolution de problème en classe des mathématiques. Dans la séance implémentée, les utilisateurs ne peuvent pas choisir une formulation de la consigne, mais seulement les conditions suivant lesquelles on donne la consigne (écran allumé ou pas, par exemple).
- Phase de construction : les élèves construisent, sur un LGD un cercle avec deux diamètres perpendiculaires. Deux points (B et F) sur le cercle et leurs projetés orthogonaux sur les diagonales (A et C, E et G).
- Phase de conjecture : lors de cette phase, les élèves ont à répondre à la question suivante : « quel est le segment le plus long ? » en utilisant des outils disponibles (bouger les points, des outils de mesure, etc.). Une construction correcte est une construction qui ne se déforme pas en bougeant les points. Pour résister, la figure doit être construite avec l'outil "perpendiculaire en ... sur la droite ».
- Phase de démonstration : une conjecture correcte va conduire à l'identification des bases de la démonstration. OABC et OGFE sont deux rectangles, on peut déduire donc que [OB] et [AC] sont de longueurs égales. B et F sont sur le même cercle ayant O comme centre. [OB] et [OF] sont donc égales. Par transitivité, [EG] et [AC] sont de même longueur. A l'issue de cette phase, la mise en commun et les traces écrites (sur le tableau ainsi que sur le cahier de l'élève) sont importantes.

L'utilisateur doit mener la séance qui s'appuie sur le problème ouvert proposé. Les élèves doivent construire la figure dans un LGD puis conjecturer et démontrer. Pour cela, il fait des choix (en cliquant sur l'un des boutons à droite de l'écran, cf. figure 2) et voit l'effet sur le travail de l'élève (sur l'écran et la barre d'agitation).

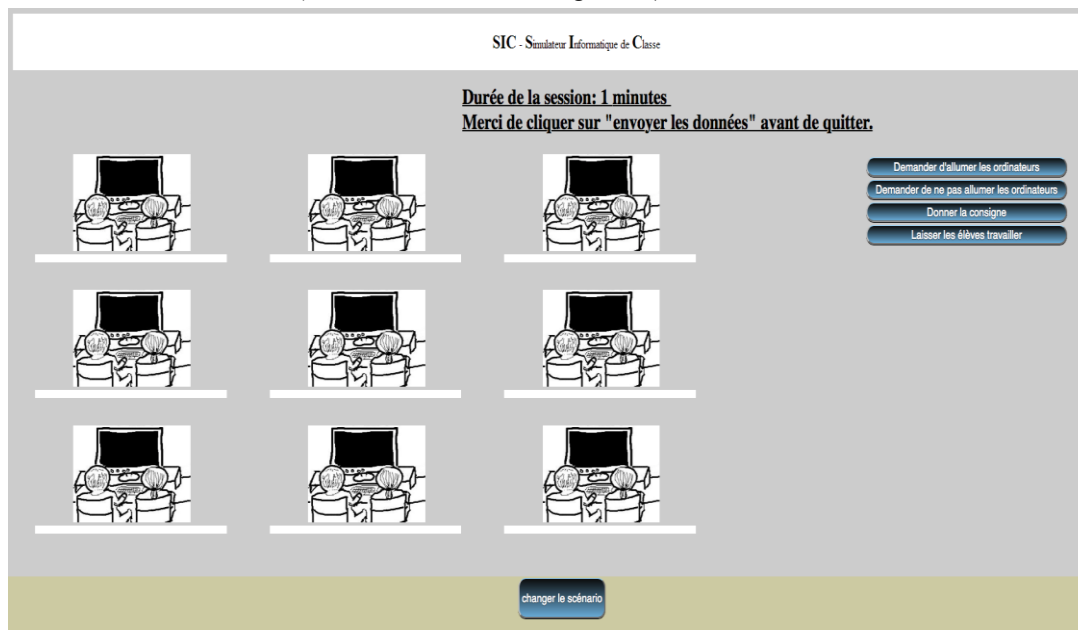


Figure 2. Copie d'écran du Simulateur Informatique de Classe (SIC)

A la fin de la simulation, l'utilisateur reçoit pour chaque binôme trois informations : où en est-il dans la construction sur le logiciel, où en est-il de la démonstration (ou de la conjecture) et de quoi se souvient-il une semaine après la séance. Ces paramètres permettent à l'enseignant d'évaluer l'effet de ses choix sur les apprentissages et le travail des élèves.

L'utilisation du simulateur en formation permet donc de construire, en accéléré une expérience pratique partagée. Mais cette classe virtuelle est un environnement inédit pour la recherche. Elle fournit un milieu complètement contrôlé pour comparer les choix des enseignants.

2 Se projeter dans la séance

Nous avons commencé à faire chercher les participants à l'atelier la situation de géométrie (Annexe 1). Nous avons demandé ensuite de construire, en mettant en œuvre cette situation, une séance de classe pour les CM2. Pour la construction du scénario, nous avons fourni aux participants des notes d'un entretien préalable avec une enseignante qui pointe un objectif de la séance (Annexe 2), une proposition d'un déroulement, ainsi que des difficultés à anticiper. Le but est de permettre aux participants de se projeter dans la situation et préparer sa mise en œuvre en classe. A l'issue de ce travail, les retours des participants ont permis une réflexion approfondie autour de la situation et le processus de sa mise en œuvre en classe. Parmi les points soulevés de ces retours :

- les élèves auront des difficultés dans la réalisation de la figure sur le LGD (les diamètres construits comme des cordes ; les points ne sont pas construits sur le cercle), ce qui va handicaper la tâche de conjecture ;
- l'articulation de deux tâches en une situation pourrait être source de difficulté pour les élèves : la construction sur LGD ; le travail sur la conjecture. Chaque tâche possède un enjeu : la construction nécessite l'utilisation de primitives du LGD qui traduisent des propriétés mathématiques ce qui permet une appropriation de la figure ; la conjecture permet de travailler l'analyse de la figure et la mobilisation des propriétés géométriques.

Cette analyse de la situation a permis aux participants de concevoir des scénarios différents pour la mise en œuvre en classe.

Une proposition d'un scénario avec deux ateliers : un sur la situation en papier-crayon (SPC) et l'autre sur le LGD. Pour la comparaison des longueurs, cette configuration enrichirait la phase de conjecture par des idées provenant des deux ateliers.

Une deuxième tentative de proposition basée sur l'énoncé 1 (cf. Annexe 1) a eu lieu. Cette tentative a rencontré deux obstacles : 1) dans la construction, où place-t-on les points sur la figure ? 2) On demande au logiciel de mesurer mais comment faire pour les amener à bouger un point sur le cercle ?

Un troisième scénario a été proposé et lié à un objectif préfixé : avoir un déroulement, après la construction, de la forme (observation-conjecture-démonstration). Dans ce cas-là, des questions ont été soulevées : pour amener le débat, on peut choisir trois constructions différentes ? Comment gère-t-on les élèves qui ont le plus de difficulté ? Comment faire pour aller plus loin que conjecturer l'égalité de longueurs de [AC] et [EG] ? Pour cette dernière question, une piste a été proposée : afficher la mesure de la longueur d'un rayon. Cette dernière proposition a engendré des discussions sur le rôle d'accompagnement de l'enseignant lors de ces interactions avec les élèves.

3 La mise en œuvre de la situation simulée « géométrie »

Lors de la prise en main de la séance simulée dans le SIC, il est paru que les participants ont eu de difficultés de mettre en place un scénario qui n'est pas le leur. Parmi les questions qui se sont posées lors de l'utilisation du simulateur par les participants :

- Comment avoir d'autres choix ?
- Est-ce « pertinent » de donner un simulateur qui propose des choix qui s'appuient sur les pratiques les plus usuelles observées ?
- Pourquoi ne pas laisser le choix de « tester en sécurité » des choix non pensés initialement ?

En réponse à ces questions nous pouvons avancer plusieurs réponses :

Le simulateur est basé sur l'ensemble des choix observés lors du travail préparatoire, ce qui veut dire que ce sont les choix les plus usuels, il reste néanmoins possible d'implémenter dans le logiciel des choix marginaux mais comment faire pour que ces choix n'influencent pas les enseignants qui n'auraient pas eu cette idée de prime à bord ? Nous avons donc inséré dans la première version du simulateur, des choix cachés, qui n'apparaissent que si l'utilisateur entre un code donné. Ainsi l'utilisateur qui le demande peut accéder à un choix marginal sans influencer les autres utilisateurs.

Des perspectives pour le développement du SIC ont été discutées :

- fournir aux utilisateurs l'arborescence des choix comme celle présente en figure 3, ce qui ouvre la possibilité à l'anticipation ;
- le développement d'une phase de dévolution de la situation, qui paraît pour certains participants la phase la plus importante dans la mise en œuvre d'une situation de résolution d'un problème ouvert ;
- simuler les dynamiques de la phase de mise en commun ;
- permettre un accès plus facile aux productions d'élèves avec une meilleure visibilité.

Là encore pour chacune de ces questions, des façons d'aborder la situation simulée sont sous-jacentes :

Par exemple le fait de ne pas donner l'arborescence des options est un choix délibéré. En effet le temps d'anticipation du scénario doit permettre aux enseignants de réfléchir aux alternatives qui s'offrent à eux, donc à déterminer leurs choix a priori. Le fait de se rendre compte que l'on a anticipé certaines questions mais que l'on en a omise d'autres est très formateur.

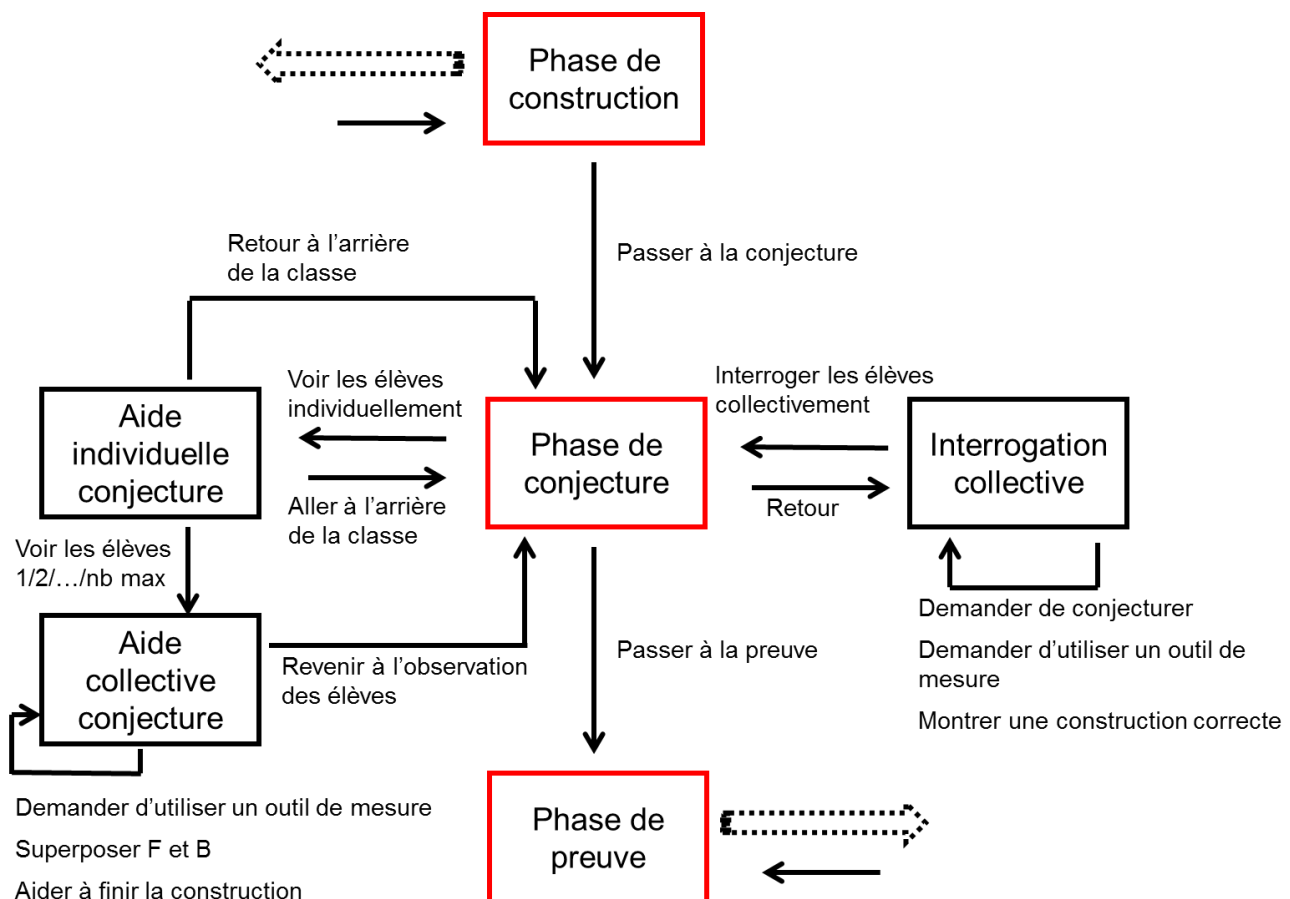


Figure 3. L'arborescence des choix correspondant à la phase de conjecture implémentée dans le SIC.

Quels sont les apprentissages des enseignants sur SIC :

En analysant les réactions des élèves au travers des différentes simulations, les enseignants décodent en quelque sorte la façon dont le logiciel a été programmé et analyse ainsi les « lois » didactiques qui le font fonctionner. Identifier et formuler ces « lois » revient à mettre au jour les apprentissages didactiques visés. En fait SIC permet la mise en relation des savoir et des savoir-faire par l'analyse de son fonctionnement. Par exemple, les enseignants identifient très clairement que le logiciel est programmé pour rendre impossible le fait de mener de front un travail approfondi de construction sur le logiciel de géométrie dynamique et un travail de conjecture poussé. Cela veut dire que les deux enjeux sont dissociés : construire et conjecturer, la conjecture étant l'enjeu principal si on parle de problème ouvert et la construction doit être à son service. Cette mise à distance des compétences de tracé, ici sur logiciel, mais aussi avec un papier et un crayon est importante dans la réflexion didactique sur l'enseignement de la géométrie.

IV - DEVELOPPEMENT, RECHERCHE ET PERSPECTIVES

La situation implémentée dans le SIC est intégralement reproductible et contrôlée. En conséquence, si des choix différents sont opérés, ils ne peuvent être dus qu'à l'utilisateur. SIC permet donc d'analyser l'influence des paramètres individuels sur les choix (Age / sexe / ancienneté / relation avec les technologies) sur les choix de gestion de la séance simulée. Nous précisons bien ici « simulée » car l'analyse ne porte pas sur des pratiques réelles et la portée de nos conclusions est intimement liée au fait que les enseignants travaillent sur simulateur. En résumé, si nous identifions effectivement des relations entre paramètres individuels et choix ce ne sont que des hypothèses sur les pratiques réelles.

Le premier recueil de données est basé sur 55 séances enregistrées par 34 utilisateurs différents dont 12 ont fait des essais multiples. Nous avons regardé des choix symboliques comme le premier choix qui est une stratégie de gestion de classe : avant de donner la consigne on dit aux élèves d'allumer les ordinateurs, de ne pas allumer les ordinateurs ou on donne la consigne sans préciser quoi que ce soit. L'analyse statistique ne montre aucun facteur individuel significatif pouvant être relié à ces choix. De même le moment où l'enseignant choisit de passer de la construction à la conjecture n'est pas marqué, il n'y a pas ceux qui veulent passer à la conjecture tôt et ceux qui veulent tard mais une répartition uniforme du moment de choix dans le temps. Cela nous a permis de mettre en évidence la variété des déroulements des séances simulant des situations complexes d'enseignement (résolution d'un problème ouvert en mathématiques avec un outil TICE). Les avis non tranchés ou l'absence des tendances générales que nous détectons dans ces premières analyses, nous poussent à émettre l'hypothèse qu'il y a un fossé

entre les savoirs et les savoir-faire par rapport à ces situations. Ni l'ancienneté, ni l'expérience dans le domaine du numérique ne sont déterminants dans le choix

Nous avons conçu un simulateur avec un scénario (scénario « géométrie ») contenant quatre phases qui structurent le processus de résolution d'un problème ouvert utilisant un logiciel de géométrie dynamique (annexe 1). Tout en conservant le cas de la résolution des problèmes ouverts intégrant les TICE, nous mettrons cette structure à l'épreuve en considérant d'autres niveaux d'enseignement (collège et lycée) ainsi que d'autres champs mathématiques (algèbre et arithmétique). Le recueil de nouvelles expériences réelles issues des observations en classes, nous aide à identifier des règles et des invariants dans la relation entre l'action de l'enseignant, les réactions des élèves et la progression de leur apprentissage.

Des résultats de recherche en didactique des mathématiques mettent en évidence que le passage de la phase de conjecture à celle de démonstration est complexe (Jones & Herbst 2012). La transition conjecture/preuve nécessite, pour pouvoir la simuler, le développement d'un cadre épistémologique et didactique fin permettant l'analyse des multiples expériences réelles d'une même situation.

En outre, les caractéristiques didactiques de chaque phase fixent les actions simulées de l'enseignant (voir figure 1). En revanche, dans le processus de résolution d'un problème ouvert en mathématiques, l'interaction entre les différentes phases sont dynamiques (par exemple, lors de l'élaboration des conjectures ou lors d'une démonstration, on peut revisiter la construction). Ce dynamisme est pris en compte partiellement dans le SIC. Une prise en compte plus importante de ce dynamisme demande une considération systématique de la portée des analyses didactiques et des contraintes informatiques.

La limite évidente de ce travail, que ce soit la simulation pour la formation et la simulation pour la recherche est que la simulation de pratique n'est pas la pratique.

Dans le cadre de la formation, cette limite est facilement gérée par le formateur : l'analyse préalable du problème et la mise en commun permettant de mettre en évidence les « règles » que les enseignants ont détecté dans le fonctionnement du logiciel. Les enseignants en formation acceptent volontiers ces règles mais devront les mettre à l'épreuve de leur propre pratique. Cela ne semble pas spécifique au simulateur mais lié aux dispositifs stage de formation où ce que les enseignants apprennent est hors de leur contexte d'enseignement et doit être instancié dans les pratiques réelles.

Le simulateur est donc un outil qui permet de détecter des relations potentielles, de formuler des hypothèses qu'il faudra aller vérifier dans la pratique avec de vrais élèves. Nous espérons avoir suffisamment d'utilisateurs pour faire des analyses statistiques et émettre des hypothèses, pour cela nous comptons sur vous et la diffusion que vous pourrez faire dans vos réseaux professionnels (la simulation est utilisable aussi pour des enseignants du cycle 3 de l'école primaire).

Nos perspectives de développement du SIC sont de trois ordres :

1° La construction d'une interface « formateur » qui permette à tous de programmer les interactions professeurs-élèves et ainsi de développer sa propre simulation.

2° La construction de nouveaux scénarios de formations basés sur des analyses didactiques et des contextes variés.

3° L'analyse, sur des quantités de données importantes, des relations entre paramètres individuels et choix.

Cet atelier nous a également aidé à voir, grâce notamment à nos collègues suisses, que notre simulateur était très imprégné du fonctionnement français. Par exemple la démarche de problème ouvert et le contenu même de ce qui est enseigné n'est pas utilisable en Suisse. La question des variabilités de forme et de fond qui est mise à jour ici, comme elle l'était d'ailleurs déjà quand nous avons analysé et rejeté les simulateurs anglo-saxons, serait un sujet intéressant à traiter.

V - BIBLIOGRAPHIE

EMPRIN F. (2011). Construction d'un Simulateur Informatique de Classe (SIC) pour la formation des enseignants, *Actes de la conférence EIAH 2011 (Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain)*, MONS - Belgique, 25 au 27 mai 2011.

JONES K., HERBST. P. (2012) Proof, proving, and teacher-student interaction: Theories and contexts. In Gila Hanna & Michael de Villiers (Eds), *Proof and Proving in Mathematics Education (the 19th ICMI Study)*. New York, Springer.

GOMBERT A., FEUILLADIEU S., GILLES P.-Y., ROUSSEY J.-Y. (2008). La scolarisation d'enfants dyslexiques sévères en classe ordinaire : pratiques et représentations de l'enseignant, vécu de l'expérience des élèves. *Revue française de pédagogie*, 164, pp. 123-138.

MORGE L. (2008). *De la modélisation didactique à la simulation sur ordinateur des interactions langagières en classe de sciences*. Habilitation à Diriger des Recherches, Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II.

PASTRE P. (dir.) (2005). *Apprendre par la simulation : de l'analyse du travail aux apprentissages professionnels*. Toulouse : Octarès, 363 p.

PIQUEE C. (2010). Pratiques enseignantes envers les élèves en difficulté dans des classes à efficacité contrastée. *Revue française de pédagogie*, 170, pp. 43-60.

ROBERT A. (2005). Sur la formation des pratiques des enseignants du second degré. *Recherches et Formation* (50), pp. 75-90.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Canadian Journal of Science, Mathematics and technology Education*, 2 (4), pp. 505-528.

SABRA H., EMPRIEN F., CONNAN P.-Y., JOURDAIN C. (2014). Classroom Simulator, a new instrument for teacher training. The case of mathematical teaching, in Futschek, G. & Kynigos, C. (eds). *Proceedings of the 3rd international constructionism conference*, August 19-23, 2014 Vienna, Austria.

ANNEXE 1

Séance sur l'atelier de géométrie, classe de sixième

Énoncé groupe 1 :

Réalise le dessin ci-contre avec « l'atelier de géométrie ».

(Tu commenceras par le cercle, ses deux diamètres perpendiculaires puis tu placeras les points B et F et tu continueras la construction en respectant les codages)

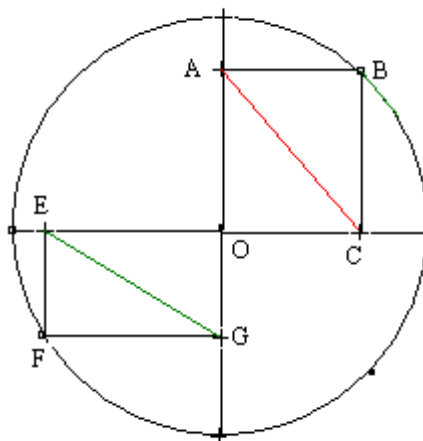
Quel est le plus long des deux segments, [AC] ou [EG] ?

Énoncé groupe 2

Réalise le dessin ci-contre en suivant le programme suivant :

- 1) Trace un cercle et place son centre O.
- 2) Trace deux diamètres perpendiculaires.
- 3) Place un point B sur le cercle (comme sur la figure)
- 4) Trace $[BC] \perp [OC]$ et $[AB] \perp [OA]$
- 5) Place un point F sur le cercle (comme sur la figure)
- 6) Trace $[EF] \perp [OE]$ et $[OF] \perp [OG]$.

Quel est le plus long des deux segments [AC] ou [EG] ?



ANNEXE 2

Entretien préalable avec l'enseignante : prise de notes

F : Quels sont les enjeux de cette séance pour toi ?

F : D'abord les enjeux mathématiques ?

E : Il s'agit du réinvestissement du travail de construction ; d'un travail sur la consigne.

L'utilisation du logiciel (atelier de géométrie) permet de faire rapidement beaucoup de constructions pour faire des conjectures. On n'est quand même qu'en 6^{ème} mais moi je voudrais qu'ils repèrent qu'il y a un rectangle et qu'ils utilisent une propriété des diagonales pour répondre à ma question : segments de la même longueur.

Et un enjeu plus général ?

C'est le débat : faire valoir ses droits, argumenter à tout moment.

Il y a aussi l'apprentissage de l'autonomie : aller chercher des renseignements dans leur livre.

Il y a aussi un enjeu de citoyenneté : je souhaite qu'ils apprennent à ne pas « tout gober ».

Pourquoi utiliser les ordinateurs dans cette séance ?

Il y a l'aspect spectaculaire, ça change, c'est ludique.

L'exercice vient de l'IPR de maths lors d'une liaison CM2-6ème et cet exercice m'avait tout de suite emballé

Quel est le déroulement prévu ?

Au début ils travaillent à la construction : construire un rectangle sans dire que c'est un rectangle. Par les angles droits. Il y aura un document écrit pour les consignes différentes dans l'un et l'autre groupe.

Puis il y a un temps de recherche par binôme et les binômes sont par affinités

Il y a ensuite une mise en commun : débat scientifique, argumentation

Quelles sont les difficultés que tu anticipes ?

Ils vont avoir du mal à trouver la propriété des diagonales pour argumenter.

Ils auront aussi certaines difficultés à faire la construction (notamment groupe 2)

Ce sont deux groupes différents « de niveau ».

Les séances qui ont été faites au préalable dans l'année :

Connaissance des droites perpendiculaires, cercle et compas travail sur les figures, triangle, rectangle carré, quadrilatères, cerf volants...ils n'ont pas le cours mais ils ont le livre.

Quelles sont les informations que tu peux me donner sur l'environnement, les élèves l'établissement... ?

C'est une relativement bonne classe (élèves bilingues, personnalités assez fortes avec parfois des conflits mais avec des résultats assez bons, 4 sous la moyenne, une en grande difficulté, le reste est bien)

On a fait quelques séances en maths et en informatique. Ils ont vite fait de comprendre comment ça marche, maths en poche. L'atelier de géométrie a déjà été travaillé une fois avec des travaux de construction d'un rectangle, recherche d'alignement de points, des arbres à planter...

Il y en a toujours un qui a trouvé quelque chose qui va aider les autres

La séance là c'est en prolongement, comme types de problème ouvert, comme ça...ça permet de réfléchir autrement que de chercher à reproduire des situations analogues.

Ils n'ont pas abouti dans le problème d'alignement, il faut qu'ils se débrouillent je pense que je le proposerai.

L'utilisation des TICE est courante pour les élèves : labo de langue et les profs de français. Je ne sais pas trop comment mais ils connaissent, en techno ils n'en font plus.

ÉLABORATION D'UNE RESSOURCE POUR LA FORMATION EN GEOMETRIE : LES CONSTRUCTIONS A L'AIDE D'UN GABARIT DE RECTANGLE

Stéphane GINOULLAC

ESPE de l'Académie de Versailles

Laboratoire LMV (UVSQ)

Stephane.Ginouillac@uvsq.fr

Résumé

Nous proposons une situation pour la formation en géométrie, dans une perspective d'homologie-transposition, qui repose sur l'utilisation d'un gabarit de rectangle comme un instrument pour réaliser des problèmes de construction. Après une description de la situation proposée, ainsi que des questions et des ressources existantes qui l'ont inspirée, nous étudions certains éléments de transposition auxquelles elle peut donner lieu, d'ordre didactique (notamment la genèse instrumentale des instruments en géométrie) ou mathématique (par exemple la réactivation de savoirs de géométrie du collège ou la rédaction de programmes de construction). Nous présentons enfin une première expérimentation de cette situation qui a pu être menée en formation initiale et que nous décrivons à l'aide d'un modèle d'analyse de situations de formation, actuellement développé par la Copirelem.

Avertissement avant de commencer la lecture du texte :

Il nous semble extrêmement important, avant la lecture de ce texte, de s'appropriier d'abord la situation proposée en commençant par résoudre quelques-uns des problèmes de construction demandés (ajoutons que c'est aussi la première tâche qu'ont dû effectuer les participant-es¹ de l'atelier avant de pouvoir en discuter). Ce premier temps de recherche nous semble en effet indispensable pour profiter pleinement des analyses qui vont suivre. Pour cela, il y a besoin d'une feuille de papier blanc, d'un crayon et d'un gabarit de rectangle, c'est-à-dire d'un simple morceau de papier un peu fort (ou carton, bristol, etc.) découpé en forme de rectangle, par exemple aux dimensions de 2,5 cm sur 6,5 cm². On ne doit l'utiliser que comme gabarit, c'est-à-dire pour tracer tout ou partie de son contour, sans pouvoir écrire dessus ni le plier ni le déchirer. Au moyen de ce seul instrument, il est demandé de réaliser les constructions qui sont proposées dans la feuille A de l'annexe 2 (ou du moins, si ce n'est de les réaliser toutes, au moins celles numérotées de 1 à 12).

I - INTRODUCTION

Cet atelier a été inspiré par un atelier du précédent colloque de la Copirelem (Celi & Jore, 2014) qui proposait également d'utiliser des problèmes de constructions au moyen d'un instrument atypique, la règle à bords parallèles, dans une stratégie d'homologie-transposition en formation. Cet atelier visait explicitement la transmission de contenus mathématiques à des étudiant-es en première année de master enseignement pour le premier degré (M1-PE), l'enjeu étant en quelque sorte de leur permettre de se réapproprier autrement la géométrie du collège. Cette situation visait ainsi, comme premier enjeu, le travail de contenus mathématiques du second degré sans se centrer sur d'éventuelles possibilités de reprises directes au niveau du premier degré.

Inspiré par cette proposition (ainsi que par d'autres ressources qui seront détaillées plus loin, notamment la situation du gabarit de carré déchiré qui a fourni l'idée d'utiliser des gabarits), la question

¹Nous utiliserons cette graphie mixte pour prendre en compte les deux genres sans en exclure aucun, dans la mesure où elle constitue un standard qui est de plus en plus répandu de nos jours, et où elle permet d'écrire des formulations moins lourdes que celles du type : « les participantes et les participants ».

² Pour les habitué-es des transports en commun d'Ile-de-France, un simple ticket de métro usagé peut aussi bien faire l'affaire !

s'est posée de chercher une situation du même type mais s'appuyant sur des contenus plus proches de ceux du premier degré et qui permette ainsi de travailler des enjeux mathématiques et didactiques de l'école élémentaire. Cette réflexion a conduit à la proposition de la situation présentée ici, dite « *situation des constructions au gabarit de rectangle* ».

Une expérimentation partielle en 2014-15 avec des étudiant-es-stagiaires (PES) en deuxième année de master (M2), puis une autre plus complète dans un module de formation préprofessionnelle en troisième année de licence (L3), ont renforcé l'idée que cette situation pouvait être effectivement intéressante en formation. Ces expérimentations ont servi d'appui dans ces deux niveaux (L3 et M2) à un travail sur des contenus à la fois didactiques (en particulier, la question de la genèse instrumentale des instruments de géométrie) et mathématiques (notamment la révision de certaines notions de géométrie du collège et la rédaction de programmes de construction). Restait alors la nécessité de présenter les premières intuitions qui s'en dégagent à un collectif plus large de formateur-es afin de mieux évaluer la portée potentielle de ce qui était proposé, et ce retour constituait l'un des principaux enjeux de cet atelier. De fait, un certain nombre des participant-es de l'atelier ont confirmé l'intérêt qu'ils voyaient à utiliser cette situation en formation initiale (que ce soit pour des niveaux de L3, M1 ou M2), voire ont envisagé de la transposer en formation continue ou bien pour la classe elle-même, et nous essayons de présenter ici les principaux éléments qui ont été dégagés.

Pour cela, nous commencerons par décrire la situation proposée (partie II) et le déroulement de l'atelier (III), puis nous présenterons les questionnements qui en étaient à l'origine (IV) et les ressources qui ont contribué à l'inspirer (V). Nous analyserons ensuite certains des éléments de transposition qui nous semblent pouvoir être associés à cette situation en formation et qui ont été discutés pendant l'atelier, en développant particulièrement des questions qui relèvent de la genèse instrumentale (VI) puis plus brièvement d'autres qui ont également été discutés pendant l'atelier, notamment concernant des enjeux de démonstration et des enjeux langagiers (VII). Nous décrirons pour finir l'expérimentation qui a été menée en licence et nous analysons son déroulement à l'aide d'un modèle d'analyse de situations de formations qui est actuellement en cours de développement par la copirelem (VIII).

II - LA SITUATION DES CONSTRUCTIONS AU GABARIT DE RECTANGLE

Commençons par décrire la situation mathématique proposée, que nous désignerons dans toute la suite comme « *situation des constructions au gabarit de rectangle* » ou même seulement « *situation du gabarit de rectangle* ». Nous présentons d'abord le matériel utilisé, en soulignant certains choix opérés concernant des variables didactiques, puis les problèmes de construction qu'il s'agit de réaliser.

1 Le matériel utilisé

Pour cette situation, il y a besoin d'une feuille de papier, d'un crayon ou d'un stylo et d'un gabarit de rectangle, qui servira d'instrument de construction. Chaque personne dispose d'un seul gabarit, avec lequel elle doit réaliser toutes les constructions. Il s'agit d'un simple rectangle découpé dans un papier un peu fort (ou du bristol ou du carton léger...). Les gabarits employés dans l'atelier étaient semblables à ceux utilisés en licence ; des photographies les présentent en annexe 1. Les principales variables didactiques les concernant sont : la taille des gabarits, leur format (*rapport entre la longueur et la largeur*), le matériau dans lequel ils sont découpés et le papier utilisé pour réaliser les tracés.

Concernant ce dernier, il est bien sûr préférable de réaliser les constructions sur du papier uni et non pas quadrillé, quitte à devoir distribuer des feuilles blanches en même temps que les gabarits. Ce point était clairement évident dans l'atelier mais il ne l'était pas autant auprès des étudiant-es (que ce soit en M2 comme en licence).

Concernant le matériau, les gabarits que nous avons utilisés étaient découpés dans du papier coloré, disponible en plusieurs couleurs, d'un grammage de 160 g par m^2 , c'est-à-dire seulement deux fois plus épais que du papier ordinaire. Les couleurs vives utilisées permettaient de bien voir les gabarits sur la feuille et de clairement les distinguer des constructions réalisées. Le choix d'utiliser du papier rend disponibles *a priori* de nombreuses autres utilisations possibles comme instruments (on peut notamment

écrire dessus, les plier, les déchirer, etc.), mais le seul emploi qui est visé ici est celui de gabarit, c'est-à-dire pour tracer son contour. Le matériau retenu (un papier à peine plus épais que du papier ordinaire) était délibérément choisi pour être très quelconque, voire même relativement fragile. Ainsi rien ne permet au départ d'identifier ces gabarits à de véritables instruments de géométrie, et la présence des couleurs renforce encore cet effet (*une PES en M2 l'appelait ainsi par exemple « le petit rectangle orange »...*). En revanche, le fait que ce choix permette d'autres utilisations oblige à imposer par une consigne explicite de se limiter au seul usage du tracé du contour. Un matériau plus épais (carton, bois) et/ou sur lequel il est impossible d'écrire (métal, plastique) empêcherait d'une façon automatique ces autres usages, mais aurait l'inconvénient de rapprocher de façon plus visible le gabarit d'un instrument de géométrie classique. Par ailleurs, on peut également choisir de maintenir ouverte la possibilité de ces utilisations alternatives du gabarit et nous verrons que c'est le choix qui fut expérimenté en licence. Dernier point concernant le matériau, le fait qu'il soit très léger rend les constructions effectuées relativement malhabiles ou imprécises. Ceci est en soi-même intéressant : l'instrument étant alors par nature lui-même peu précis, l'exactitude des tracés ne réside plus dans la précision des gestes ou dans la finesse des traits, mais dans la certitude qu'on a bien effectué des manipulations correctes, c'est-à-dire *in fine* dans un argument d'ordre plus théorique que graphique (les moyens de validation sont alors appauvris). Enfin, le choix a été fait ici d'un matériau opaque, qui est bien visible sur la feuille et cache en partie les constructions ; on pourrait imaginer à l'inverse la possibilité d'utiliser un matériau plus transparent (un plastique rigide et fin par exemple).

En ce qui concerne la taille des gabarits, il faut évidemment éviter que l'une de ses dimensions ne soit un multiple entier de l'autre, ou même qu'elle s'en approche pour des étudiant-es qui peuvent facilement proposer des constructions approchées. Le choix a été fait ici d'une longueur comprise entre 2 et 3 fois la largeur. Il faut par ailleurs que les gabarits ne soient ni trop grands ni trop petits, en particulier qu'ils tiennent bien dans la main comme sur la feuille, pour permettre à la fois des manipulations ergonomiques et des constructions lisibles. De façon précise, les dimensions que nous avons retenues, (d'environ 2,5 cm sur 6,5 cm), se sont révélées assez pratiques à l'usage ³.

Enfin, pour la présentation des constructions au tableau, nous avons utilisé un gabarit agrandi, découpé dans le même matériau, et qui mesurait approximativement 12 cm sur 30 cm.

2 Les constructions demandées et leur progression

En utilisant comme seul instrument le gabarit, employé uniquement pour tracer tout ou partie de son contour, la situation demande de réaliser un certain nombre de problèmes de constructions, de difficultés variées. Le défi qui est présent dans cette situation, qui en fait tout le sel et l'intérêt, réside dans le fait qu'on emploie le gabarit d'une forme donnée (ici un rectangle) pour produire d'autres formes que la sienne, en commençant par des rectangles de tailles différentes, puis d'autres quadrilatères (carrés, losanges, parallélogrammes...) et enfin d'autres figures qui ne sont pas des quadrilatères (triangles, hexagones...). Les participant-es de l'atelier ont d'ailleurs relevé que ce point-là les avait particulièrement stimulé et, de même qu'avec les étudiant-es, il était plus facile de les lancer la recherche que de les arrêter. Ajoutons qu'on peut aussi réaliser avec cet instrument des constructions usuelles avec la règle et le compas, telles que la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un couple de droites, etc.

Les problèmes ont été proposés au moyen d'une feuille de questions qui suit une progression déterminée. La feuille utilisée pour l'atelier diffère légèrement de celle qui a été employée en licence ; la première (feuille A) est présentée en annexe 2 et la deuxième (feuille B) en annexe 3. Nous nous appuyons ici sur celle utilisée dans l'atelier. Les raisons qui ont permis d'établir la progression des questions ont été clairement perçues par les participant-es de l'atelier : il s'agit d'élargir progressivement le champ et la portée des possibilités du gabarit de rectangle en tant qu'instrument, ce qui conduit à un

³On peut ajouter qu'avec ces dimensions, le format du rectangle, c'est-à-dire le rapport entre sa longueur et sa largeur, est alors égal à 5/13, ce qui aussi un rapport entre deux termes de la suite de Fibonacci. Ceci assure qu'il existe un nombre minimal de relations numériques entre les deux dimensions du rectangle.

processus de « genèse instrumentale » (cf. Rabardel, 1995a, 1995b) sur lequel nous reviendrons dans la partie VI.

Cet élargissement se produit dans au moins deux directions. D'une part, à un niveau pratique et concret, la progression vise à étendre petit à petit le répertoire des gestes que l'on effectue avec le gabarit, en exploitant certaines de ses parties différentes ou des propriétés qu'il possède. On est ainsi conduit à utiliser successivement (et sans que cela soit limitatif) sa forme entière, le segment correspondant à un côté, la longueur de ce segment, l'angle droit présent en un sommet, le parallélisme porté par une paire de côtés opposés, etc. Chacun de ces différents usages constitue ce que nous appellerons dans la partie VI des « schèmes d'utilisation » que l'on peut associer au gabarit.

D'autre part, la progression conduit à réemployer certaines constructions réalisées comme des « briques élémentaires » pour d'autres constructions plus élaborées. Ceci fait ainsi passer les constructions déjà faites d'un premier statut d'objet (un problème qu'il fallait résoudre, une construction particulière à effectuer) à un degré de généralisation plus grand et à l'acquisition d'un statut d'outil (servant pour d'autres constructions à réaliser). Ceci conduit à enrichir progressivement la portée conceptuelle du gabarit en lui attribuant des potentialités qui constituaient autant d'objectifs à atteindre dans des constructions précédentes. Ces deux directions, visant à étendre d'une part le registre des gestes que l'on peut faire (ou schèmes d'action) et d'autre part la portée qu'on leur accorde, relèvent d'un processus que nous appellerons dans la partie VI une « genèse instrumentale » de l'instrument « gabarit de rectangle ».

3 Le choix d'une situation hybride entre premier et second degré

D'une certaine façon, il s'agit ici d'une situation hybride, qui mobilise un objet usuel de l'enseignement primaire (un gabarit de rectangle) pour réaliser des tâches qui relèvent plus classiquement de l'enseignement secondaire (des problèmes de construction) et pour lesquelles on recourt en général à d'autres instruments (règle, compas, équerre, etc.). Ajoutons que les questions posées ainsi que l'ordre retenu mélangent délibérément les niveaux scolaires : certaines des constructions demandées pourraient de fait être proposées à un niveau de cycle 3 (et des participant-es de l'atelier l'ont d'ailleurs souligné) tandis que d'autres nécessitent des connaissances de collège, voire parfois de fin de collège (4^e ou 3^e).

Les mathématiques engagées occupent ainsi une position intermédiaire, regroupant des enjeux qui relèvent à la fois du premier et du second degré. Ainsi, ces problèmes de construction permettent de revoir si besoin est (par exemple, dans une optique de préparation du concours) un certain nombre de savoirs de géométrie élémentaire, qu'il s'agisse des notions elles-mêmes (quadrilatères, triangles, polygones particuliers ou encore segments, médiatrices, hauteurs, etc.) ou des propriétés mathématiques qu'il y a besoin de mobiliser pour certaines constructions. Nous reviendrons sur ces éléments mathématiques dans la partie VII.1 mais on peut déjà citer au moins deux exemples : pour construire un triangle isocèle-rectangle, il est intéressant de savoir que cela équivaut à tracer la diagonale d'un carré ; de même il est bien plus facile de construire un triangle équilatéral si l'on sait que l'un de ses sommets appartient à la médiatrice du côté opposé.

En définitive, ce choix d'utiliser un instrument usuel du premier degré (un gabarit de forme) pour résoudre des problèmes plus typiques du second degré (des problèmes de construction), tout en proposant dans ce cadre des questions qui peuvent effectivement relever de l'un et/ou de l'autre niveau, nous semble permettre des utilisations de cette situation en formation aussi bien pour son contenu mathématique que pour des enjeux professionnels de transposition didactique, et pouvoir être ainsi exploitée *in fine* à la fois en M2, en M1 ou en L3, avec bien entendu à chaque fois un point de vue et des enjeux visés différents.

III - DEROULEMENT DE L'ATELIER

L'atelier s'est déroulé en trois temps. Dans une première phase d'environ 1h15, les participant-es se sont approprié la situation elle-même, en cherchant par groupes de 4 les constructions demandés dans la feuille A (*annexe 2*). Un exemple de production de l'un des groupes pendant cette phase est reproduit en annexe 4 : on peut y constater que cette production est formée d'une succession de figures sans aucun

texte ni explication, ce qui fut une observation récurrente dans tous les groupes de l'atelier comme en licence.

Cette première étape a permis à chaque participant-e de réaliser un processus individuel de genèse instrumentale de l'instrument « gabarit de rectangle », dont l'analyse a servi de base ensuite à la discussion. Durant cette phase, les groupes ont travaillé en complète autonomie ; en revanche les échanges au sein de chaque groupe étaient nombreux. Ils visaient à mutualiser à la fois les idées et les constructions qui étaient trouvées, les questions qui émergeaient, les besoins de justifications ressentis et les idées de preuves proposées, ainsi qu'à comparer les différentes procédures qui pouvaient répondre à une même construction. Ces échanges ont permis d'autre part de faire émerger au sein de chaque groupe des façons partagées de parler des utilisations et des usages du gabarit de rectangle qui étaient produits, par exemple des gestes et des techniques qui se constituaient.

Ce temps de recherche a été suivi d'une mise en commun et d'une discussion d'environ 1h à partir de ce que les participant-es avaient vécu durant la première phase. Ces échanges ont porté aussi bien sur ce qu'ils et elles avaient du mettre en œuvre en tant qu'acteur-es de la recherche (ou si l'on préfère, selon une posture « élève », cf. paragraphe VIII.2) que sur les contenus mathématiques mis en jeu par la situation et les enjeux pédagogiques et didactiques qu'on peut lui associer en formation (selon alors une posture de « formateur-e »). Les réflexions qui ont été échangées à ce moment-là ont permis de nourrir l'ensemble de ce texte et se retrouvent présentes dans tout ce qui suit, même si cela ne sera pas rappelé systématiquement à chaque paragraphe. Cette phase a permis de mettre en évidence en particulier un certain plaisir qui avait été ressenti pendant la phase de recherche, ainsi **qu'une** intérêt ressenti à reprendre cette situation en formation initiale, voire à l'étendre à des contextes de formation continue ou encore à vouloir l'adapter pour la classe.

Enfin, un troisième temps nettement plus court, d'environ un quart d'heure, a servi de conclusion et de bilan de l'atelier. Ce moment a notamment permis d'indiquer les nombreuses sources d'inspiration et les références théoriques, le plus souvent issues de recherches, qui ont contribué à l'élaboration de cette situation, et que l'on retrouvera ici décrites dans les parties V et VI de ce texte.

IV – DES INTERROGATIONS POUR LA FORMATION

Avant de signaler les ressources qui lui ont servi d'inspiration, commençons par préciser les questionnements qui ont conduit à la recherche de la situation présentée ici.

1 Interrogations sur l'enseignement de la géométrie à l'école et en formation

Parmi ces questionnements figurent en tout premier lieu des interrogations concernant l'enseignement de la géométrie en général, notamment à l'école primaire, ainsi que par voie de conséquence les enjeux à aborder en formation. Ces interrogations nous semblent pouvoir particulièrement bien se résumer par une intervention de Celi (2014, p.16) lors d'un précédent colloque de la Copirelem, précisément intitulée : « *Que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ?* ». L'auteure y rend compte d'une recherche qu'elle a menée auprès d'enseignant-es expérimenté-es, à qui elle a demandé de pointer les difficultés de leurs élèves ainsi que les leurs propres dans l'enseignement de la géométrie. En ce qui concerne les élèves, « *les réponses (...) évoquent quasi exclusivement des difficultés dans le maniement des instruments, dans la précision des tracés et dans la maîtrise du vocabulaire géométrique* ». À leur propre sujet, les questions portent sur « *comment aider les élèves à apprendre et utiliser un vocabulaire idoine et surtout à manipuler correctement les instruments* ». Celi (ib.) en conclut alors que « *[l'on retrouve] ce qui préoccupait la CREM en 2002, à savoir que l'on réduit souvent la géométrie à l'apprentissage d'un vocabulaire et à la manipulation des instruments* ».

Nous ne pouvons que partager ce constat et cette préoccupation, et la question qui se pose à nous est alors la suivante : que peut-on faire pour contribuer à faire évoluer cet état des choses en formation ? Comment aider les futur-es professeur-e-s des écoles (PE) à se forger une vision moins restrictive de la géométrie et notamment à proposer des situations de problèmes plus riches dans ce domaine ?

Au demeurant, plutôt que chercher à modifier leurs priorités, on peut aussi envisager de les accompagner dans ces questions en les aidant à approfondir leurs interrogations. Puisque les premières questions que se posent les PE en géométrie concernent avant tout la « maîtrise correcte » des instruments, on peut les amener à creuser à ce que ces questions engagent sur le plan mathématique. Est-ce déjà si clair de savoir ce qu'est un « instrument » ? Quels enjeux mathématiques peut-on associer à un travail de leur « maniement » ? Quels critères permettent de juger qu'une manipulation est plus ou moins « correcte » ? Enfin, quelles démarches peuvent contribuer à acquérir une meilleure maîtrise (maîtrise) d'un instrument dans le temps, et comment identifier des problèmes susceptibles d'y contribuer ? Autant des questions qui n'ont certainement rien d'évident... Au-delà de la seule question de la maîtrise des instruments de géométrie, c'est au fond toute la question de leur appropriation et des étapes de leur apprentissage qui est ici posée, et qui constitue en définitive un enjeu central de cet atelier.

Une hypothèse que nous formulons ici est qu'en faisant (re-)vivre aux PE en formation un parcours d'appropriation d'un nouvel instrument, *a priori* inconnu ou en tous cas moins usuel que la règle ou l'équerre, par le biais de problèmes de géométrie qui conduisent à en produire une variété d'usages, on peut contribuer à provoquer un déplacement personnel qui peut permettre de revenir ensuite sur ces mêmes enjeux de façon théorique avec plus de profit. Il s'agit donc manifestement d'une hypothèse qui parie sur une stratégie de type homologie-transposition, sur laquelle nous reviendrons au paragraphe IV.3.

De même, en ce qui concerne les difficultés relevées concernant la précision des tracés et l'acquisition d'un vocabulaire spécifique, on peut essayer d'amener les enseignant-es à associer des enjeux mathématiques à ces deux questions qu'ils et elles se posent. Des tracés plus précis, un vocabulaire plus correct, certes, mais pour quoi faire et répondant à quels enjeux ? Si ces demandes relèvent seulement d'exigences formelles, on peut craindre qu'elles risquent de ne pas être suivies d'effets. Il nous semble que la situation qui est proposée ici peut également permettre une réflexion sur ces deux questions en formation. D'une part, pour ce qui est des tracés, l'instrument étant en lui-même imprécis, il y a bien un enjeu de précision (les constructions doivent être correctes) mais il s'en trouve déplacé : il ne réside plus dans la justesse des traits mais dans des arguments d'ordre mathématique, c'est-à-dire dans un « bon usage » et pas seulement dans un « bon tracé ». D'autre part, pour ce qui est du vocabulaire, la recherche en groupes amène à échanger sur les constructions proposées, notamment pour en discuter la validité. Ceci conduit à la nécessité d'élaborer un langage commun pour se comprendre, notamment pour décrire les gestes et les procédures effectuées. La question du vocabulaire est alors étendue à celle plus large d'un langage à inventer, et se trouve munie d'enjeux de communication liés par exemple au fait de pouvoir partager des suggestions ainsi que de pouvoir en discuter.

2 Interrogations sur la matérialité des mathématiques du premier degré

Une autre interrogation qui nous semble importante pour la formation et que cette situation permet d'aborder concerne la prise en compte des questions liées à la matérialité des mathématiques dans le premier degré. Par opposition aux mathématiques du collège, qui adoptent souvent un point de vue plus formel et plus abstrait, associé à des définitions axiomatiques des objets, celles du premier degré nous semblent maintenir un lien beaucoup plus important avec les questions qui relèvent de leur application et de leur matérialité. Elles engagent ainsi fréquemment la mise en œuvre d'actions sur du matériel, là où celles du collège reposent beaucoup plus fréquemment sur un registre principal de type « papier-crayon ». On peut d'ailleurs imaginer que c'est en partie cet enjeu que les étudiant-es essaient de prendre en charge en formation quand ils et elles suggèrent de rajouter des étapes de « manipulation », sans toujours arriver à clairement expliciter des enjeux mathématiques qui pourraient y être associés.

Ces questions liées à la matérialité des mathématiques sont particulièrement présentes en géométrie, à travers la question des figures et celle des instruments. Dans le second degré, une figure représente en général une donnée abstraite, le plus souvent envisagée à isométrie voire à similitude près, qui sert d'illustration pour des raisonnements abstraits mais qui n'en constitue pas le support ni la matière. On retrouve le même paradigme dans la géométrie qui est travaillée pour la préparation du concours en M1,

et ceci n'est pas nécessairement sans effets ensuite sur la formation. En revanche, dans le premier degré, les usages des figures sont plus divers et les aspects pratiques n'y sont pas secondaires. Non seulement on doit fréquemment utiliser des informations prises directement sur les figures mais, surtout, le fait de savoir les tracer constitue déjà en soi-même un enjeu d'apprentissage, lié à l'appropriation des instruments. Cette appropriation se développe à la fois dans ses aspects matériels (apprentissage de gestes à réaliser) et conceptuels (apprentissage de ce que l'instrument permet ou non de faire ainsi que des propriétés mathématiques qui lui sont associées).

À un niveau peut-être plus fondamental encore, la géométrie du premier degré sont situées dans un paradigme pour lequel les notions utilisées ne peuvent pas encore être définies d'une façon complètement axiomatisée. Les instruments représentent alors bien plus que de simples outils permettant de réaliser des tracés. Ils sont porteurs d'une matérialisation concrète des propriétés mathématiques qu'ils incorporent et représentent en quelque sorte des définitions en actes, par le biais des actions qu'ils permettent de réaliser, des notions mathématiques que l'on ne saurait pas toujours autrement définir. D'une certaine manière, certains instruments définissent autant les propriétés qui leur correspondent qu'ils ne sont définis par elles. Par exemple, un objet constitue une « équerre » dès qu'il contient un angle droit, tout autant qu'un angle est qualifié de « droit » dès qu'il coïncide avec une équerre. De même, un objet forme une « règle » dès lors que les points de son bord sont alignés, tout autant qu'être « alignés » signifie pouvoir être superposés avec le bord d'une règle. Cette dualité de référence entre une propriété abstraite et un instrument matériel représente évidemment un cercle vicieux définitionnel, mais dont on ne peut sortir qu'en introduisant des définitions qui reposent sur un système axiomatique et non plus sur la matérialité des objets et des figures.

Citons pour appuyer ces réflexions la description que Perrin-Glorian, Mathé et Leclercq (2013, p. 6) font d'un manuel de géométrie de 1958 comparativement à ceux d'aujourd'hui, et qui nous paraît pointer de façon particulièrement nette l'importance des enjeux qui précèdent : dans le manuel de 1958, « *le passage des objets matériels aux tracés graphiques et aux propriétés des objets géométriques est (...) relié à l'usage des instruments de tracé. (...) On a un appui sur des manipulations physiques conçues pour illustrer les concepts géométriques et guidées par la progression logique des concepts qu'il s'agit de présenter.* » Par opposition, dans les manuels actuels, « *les rapports entre géométrie théorique et objets physiques sont pudiquement passés sous silence et la question des rapports entre espace sensible et espace géométrique n'est pas vraiment abordée.* »

Ainsi, c'est toute cette gestion conjointe des registres matériels-concrets et théoriques-abstraites, construisant une relation de co-définition entre des gestes et des concepts, qui nous semble constituer une spécificité particulière du premier degré. Or ces enjeux ne sont pas pris en compte par la géométrie de type papier-crayon dont il y a besoin pour la préparation du concours, qui elle se place dans un paradigme où ces questions sont résolues et dépassées. On peut alors craindre que les enjeux mathématiques complexes liés à cette matérialité des figures et des instruments risquent de n'être pas toujours bien perçus par les étudiant-es d'aujourd'hui, d'autant plus compte-tenu de ce qui vient d'être rappelé concernant les manuels existant actuellement. Il nous semble donc important de proposer aux étudiant-es des situations qui les conduisent à travailler explicitement des aspects matériels en géométrie, notamment ceux relatifs à la prise en charge des instruments. La deuxième hypothèse que nous faisons ici est alors qu'un travail effectif sur des instruments, et plus particulièrement sur les démarches d'appropriation des instruments (par exemple en partant d'objets qui n'en constituent pas en eux-mêmes au départ) peut les aider à associer des enjeux mathématiques au travail que l'on peut effectuer dans le registre matériel, au-delà de la simple notion un peu vague et floue de « *manipulation* ».

3 La recherche d'une stratégie d'homologie-transposition

Tout ce qui précède s'inscrit clairement dans une perspective de formation qui se propose de faire vivre aux formé-es des situations analogues à celles qu'ils et elles auront ensuite à faire vivre à leurs élèves. Rappelons à ce sujet la typologie des stratégies de formation qui a été élaborée par Kuzniak et Houdement (Kuzniak, 1994 ; Houdement, 1998 ; Houdement, 2014). Ces auteur-es ont dégagé quatre grands types de stratégies de formations, qui ne sont évidemment pas incompatibles ni mutuellement exclusives l'une de l'autre, et distinguent ainsi : des stratégies « *culturelles* » (visant à transmettre directement un savoir

d'ordre mathématique, pédagogique ou didactique, par exemple par le biais d'un cours magistral ou dialogué), « *de monstration* » (visant à transmettre des pratiques par une observation directe et une imitation, par exemple par une pratique du type compagnonnage), « *d'homologie* » (consistant à transmettre des savoirs en agissant soi-même d'une façon conforme à une conception de l'enseignement que l'on veut également transmettre) et enfin « *de transposition* » (qui complètent des phases d'homologies par une explicitation des choix qui ont été effectués pour leur mise en œuvre). Ces dernières contenant toujours une part d'homologie, on parle aussi à leur sujet d'« *homologie-transposition* ». Elles ont pour principe fondamental de faire alterner des phases d'action avec des phases d'analyse des actions réalisées et nous retrouverons de nouveau cette dualité au paragraphe VIII.2. Ainsi, ce que nous recherchons ici est en définitive une situation permettant de travailler la question de l'appropriation des instruments de géométrie (ou, pour le dire autrement, leur genèse instrumentale, cf. partie VI) dans une perspective d'homologie-transposition.

Houdement (1998 ; p. 6) ajoute de plus que « [les] stratégies d'homologie [sont] les seules qui peuvent se permettre de transmettre simultanément du savoir mathématique directement et des connaissances liées à l'enseignement indirectement. Ce savoir mathématique sera soit du savoir visé à l'école (homologie directe), soit du savoir spécifique aux étudiants (homologie indirecte) ». Ceci souligne l'intérêt qu'il y a à rechercher ce que nous avons appelé au paragraphe I.3 des situations « hybrides », à savoir qu'elles permettent justement des développements d'ordre à la fois mathématique et didactique. Houdement précise de plus la distinction qu'elle considère entre des stratégies d'homologie qu'elle appelle « *directes* » ou « *indirectes* » : « Dans une homologie directe, le type de problème choisi est presque un problème d'école ; dans une homologie indirecte, le formateur crée une question destinée à faire progresser le stagiaire sur du savoir mathématique en amont de ceux de l'école, mais nécessaire pour une compréhension fine du processus d'enseignement ». Il nous semble que cette distinction pointe clairement le principal point qui distingue la situation de la règle à bords parallèles de Celi et Jore (2014), qui est la source principale d'inspiration de cet atelier, et celle du gabarit de rectangle proposée ici : alors que toutes deux reposent d'une façon similaire sur l'appropriation d'un instrument inhabituel, la première choisit délibérément une homologie de type indirect, tandis que celle proposée ici recherche une homologie de type plus direct.

V - SOURCES D'INSPIRATION ET SITUATIONS SIMILAIRES

De nombreuses sources ont contribué à l'élaboration de la situation du gabarit de rectangle qui est proposée ici. Elles ont pu y aider d'au moins deux façons : certaines en décrivant des situations similaires de construction au moyen de divers instruments, et d'autres en précisant des enjeux d'ordre général en géométrie, notamment en soulignant l'importance qu'il y a à travailler sur des figures et sur des instruments, et en particulier parmi ceux-ci à travailler en utilisant comme instrument des gabarits.

1 Sources d'inspiration concernant les problèmes de construction

1.1 Les constructions à la règle à bords parallèles

Comme nous l'avons déjà signalé, la principale source d'inspiration de cet atelier a été un atelier précédent de Celi et Jore (2014) qui nous a inspiré sur de très nombreux points. Cet atelier proposait de s'emparer, en formation initiale et à la destination spécifique d'étudiant-es de M1, d'un instrument de construction atypique qui avait été étudié précédemment du point de vue mathématique par Berthe et Cazier (2000), la règle à bords parallèles⁴. Ce qui était explicitement visé dans cette situation était avant tout la révision de notions et théorèmes de géométrie du collège, notamment dans l'optique de la préparation du concours. Cette proposition est évidemment la source de l'idée qui est reprise ici de confronter des étudiant-es à des problèmes de construction utilisant un instrument inhabituel.

⁴ Berthe et Cazier ajoutent que, bien qu'atypique, cet instrument permet d'effectuer toutes les constructions que l'on réalise classiquement à la règle et au compas. Nous ne développerons pas ce point ici mais il se trouve que de fait c'est également le cas pour l'instrument « gabarit de rectangle ».

De façon concrète, l'instrument « règle à bords parallèles » ne permet de réaliser qu'une seule action, le tracé de bandes parallèles d'une largeur déterminée (bien que cela de deux façons très différentes, qui correspondent à deux schèmes d'actions pour cet instrument). Ceci conduit à concevoir les constructions que l'on souhaite réaliser en termes de réseaux de droites parallèles et nécessite ainsi de mobiliser le plus grand nombre possible de propriétés liées au parallélisme. Par conséquent, en adoptant comme outil central la notion de parallélisme, qui n'est introduite que dans les dernières années de l'école élémentaire et seulement en tant qu'objet (il s'agit à ce niveau-là de construire ou de vérifier des parallélismes, mais pas de construire d'autres figures à partir de cette notion), la situation d'homologie qui en découle possède nécessairement un potentiel limité de transposition dans l'enseignement primaire, c'est-à-dire pour représenter une homologie directe au sens du paragraphe précédent. Ce choix était d'ailleurs tout à fait délibéré et explicitement souligné par Celi et Jore (2014, p. 3) : « *Afin que le problème soit véritablement adapté à nos étudiants et aux savoirs mathématiques que nous visons (les propriétés de géométrie du collège pour le concours de professeurs des écoles), la situation présentée aux étudiants n'est pas susceptible d'un transfert simple à l'école primaire.* » On voit ici que la mise en œuvre de ce choix repose sur la sélection d'une propriété particulière (le parallélisme) et le recours à un instrument qui lui est étroitement associé. Recherchant au contraire une situation d'homologie qui soit plus directe et qui permette d'envisager un transfert potentiel vers l'école primaire, tout au moins d'une manière partielle, il nous fallait donc nous tourner vers un autre instrument.

1.2 La situation du gabarit déchiré

Une deuxième source d'inspiration, qui a fourni l'idée d'employer un gabarit comme instrument de construction, est la situation dite du « *gabarit de carré déchiré* ». Elle figure dans plusieurs ressources (Duval & Godin, 2005, p. 13 ; Perrin-Glorian, 2012, p. 30) et nous en proposons une présentation plus détaillée en annexe 6. En résumé, il s'agit d'utiliser un gabarit de carré que l'on déchire de plus en plus pour reproduire malgré tout à chaque fois la forme du gabarit initial. Evidemment, plus le gabarit est déchiré et plus il faut mobiliser de mathématiques pour reconstituer cette forme. Il faut notamment recourir à de plus en plus de transformations géométriques (d'abord une rotation, puis plusieurs, puis des rotations et des symétries, etc.), qui se traduisent concrètement par de plus en plus de manipulations effectives du gabarit. Nous avons repris de cette situation un certain nombre d'idées : notamment celle qui consiste à demander de tracer une forme à partir d'un gabarit qui ne la contient pas (ou plus), en s'appuyant sur des tracés partiels du contour du gabarit ainsi que sur l'emploi de différentes transformations du plan. Nous avons également repris l'idée d'une augmentation progressive du niveau de contrainte. En revanche, au moins une différence a été apportée : au lieu de modifier de plus en plus le gabarit tout en maintenant la même forme à tracer, nous proposons ici l'idée symétrique qui consiste à conserver le même gabarit tout en effectuant grâce à lui un grand nombre de constructions différentes.

1.3 La situation des droites remarquables du triangle à l'aide d'un gabarit

Au cours de l'atelier, un des participants a signalé une situation très semblable à celle présentée ici, notamment en ce qu'elle propose également des problèmes de constructions géométriques à l'aide d'un gabarit, et qui nous semble intéressante à mentionner ici. Cette situation, ainsi son exploitation en formation, sont décrites dans les cahiers du formateur de Maxéville (Maurin, 2001). Il s'agit de la situation suivante : en utilisant comme unique instrument le gabarit d'un triangle quelconque, il est demandé de tracer toutes les droites remarquables de ce triangle (médianes, médiatrices, hauteurs et bissectrices). Là encore, l'usage de transformations du plan (notamment, des symétries axiales et des rotations) ainsi que des tracés partiels du contour du gabarit permettent effectivement de réaliser chacune des constructions demandées.

1.4 Les constructions qui prennent en compte les limites des instruments

Une troisième source qui a également inspiré cette proposition figure dans des exercices proposés par Perrin (2005). Dans cet ouvrage destiné à la formation initiale des enseignant-es du premier degré, il propose (p. 201) des problèmes de construction qui utilisent comme instruments ce qu'il appelle de « *mauvais outils* ». Il s'agit en fait de prendre en compte certaines limitations des instruments, notamment

dans leurs dimensions relativement à celles des figures à réaliser. Il propose ainsi des problèmes de constructions au moyen d'une « règle trop courte » ou bien encore d'un « compas rouillé » (c'est-à-dire qui possède une seule ouverture bloquée), un point commun étant que, dans les deux cas, les dimensions portées par l'instrument sont spécifiées être plus petites que celles de la figure à réaliser.

Ce point de vue rompt avec le point de vue le plus habituel des problèmes de construction, dans lesquels l'instrument est en général conçu comme un instrument idéal, infini et parfait, autrement dit comme une abstraction détachée de son support matériel. Ce point de vue est par exemple celui que l'on retrouve dans l'ouvrage classique de Carrega (2001) sur les constructions à la règle et au compas, où l'on accepte que la règle et le compas permettent toujours à partir de deux points donnés de tracer le segment qui les joint ainsi que le cercle admettant l'un comme centre et passant par l'autre, sans jamais considérer l'effectivité de ces constructions ni la taille des instruments. Bien entendu, si l'on peut utiliser des règles et des compas aussi grands que l'on veut en fonction des besoins, cela reste concevable, mais si l'instrument est conçu comme un objet matériel et physique donné, il n'en va pas de même. Par exemple, si l'on possède un double-décimètre et un compas usuels et que l'on se donne deux points A et B situés aux deux extrémités d'un tableau noir, les deux constructions en question (celle du segment $[AB]$ et celle du cercle de centre A passant par B) restent effectivement possibles avec ces deux instruments, mais les procédures à suivre deviennent nettement moins évidentes. On voit donc que ce point de vue très usuel constitue en fait une abstraction qui ne prend pas en compte la matérialité des objets et des instruments que nous avons décrite au paragraphe IV.2.

Suivant ainsi les propositions de Perrin (2005), le choix a été fait ici de s'éloigner de ce point de vue abstrait et de tenir compte au contraire de façon explicite des limitations physiques liées à la taille de l'instrument, c'est-à-dire ici des dimensions du gabarit de rectangle. Pour ne citer qu'un exemple, la construction d'un carré à partir de l'un de ses côtés avec un gabarit de rectangle n'aboutit pas aux mêmes procédures selon que le segment que l'on se donne est plus petit ou plus grand que la longueur du gabarit. On retrouve notamment cet enjeu lié aux dimensions dans les questions 4, 7, 10 et 20 de la feuille A (annexe 2).

2 Des ressources concernant la géométrie en général

L'élaboration de la situation du gabarit de rectangle s'est appuyée par ailleurs de façon beaucoup plus générale sur d'autres ressources qui analysent des enjeux de la géométrie à l'école élémentaire. Parmi celles-ci, on peut citer en particulier celles associées aux travaux d'une équipe mixte de formateur-es et de chercheur-es de l'IUFM Nord-Pas de Calais, qui ont particulièrement étudié des questions liées au travail sur les figures et sur les instruments. Leurs résultats soulignent en particulier l'importance qu'il y a à travailler avec d'autres instruments que la règle, l'équerre et le compas, parmi lesquels des gabarits, et précisent des enjeux dont ils sont porteurs en géométrie. Des présentations synthétiques des travaux de ce groupe figurent notamment dans les trois ressources (Perrin-Glorian, 2012), (Perrin-Glorian, Mathé & Leclercq, 2013) et (Mangiante-Orsola & Perrin-Glorian, 2014) et on peut en trouver des prolongements dans l'atelier A.14 (Mangiante-Orsola, 2015) du présent colloque. Enfin, parmi les productions de cette équipe, nous nous appuyons d'une façon plus particulière sur les travaux de Duval et Godin (2005) qui étudient différents regards que l'on peut porter sur les figures et en déduisent des critères portant sur le choix des instruments que l'on souhaite utiliser.

2.1 Des enjeux liés à la construction de figures et à l'utilisation de gabarits

De façon plus précise, ce groupe de recherche a élaboré de nombreuses situations pour la classe et/ou pour la formation. Celles-ci s'appuient fréquemment sur des problèmes de reproduction ou de restitution de figures, par exemple à partir d'amorces ou bien à des échelles différentes de celle de la figure d'origine, et mobilisent fréquemment pour cela un grand nombre d'instruments non-usuels (notamment : des bandes de papier informables, des gabarits d'angles, des gabarits tronqués, etc.). On y trouve la source de beaucoup d'idées qui ont été reprises ici, notamment le fait d'utiliser des instruments peu technicisés, relativement fragiles quant à leur matériau et nécessitant une certaine appropriation

avant de pouvoir être utilisés, ainsi que l'importance d'une réflexion portant sur les relations entre les figures que l'on demande de tracer et les instruments que l'on propose d'employer.

Signalons cependant quelques points (à vrai dire, assez peu nombreux) sur lesquels il nous semble que la situation du gabarit de rectangle s'écarte légèrement de certaines propositions relativement fréquentes de ce groupe. Bien entendu, ces différences nous semblent intéressantes à souligner dans une optique de complémentarité et non pas d'opposition. En premier lieu, il s'agit ici un problème de construction de figures et non pas de reproduction ou de restitution. Ainsi, au lieu qu'il s'agisse de partir d'une première figure pour en (re)-produire une deuxième, le travail demande ici de produire une figure sans modèle. La démarche suit donc un chemin d'un texte à une figure et non pas d'une figure à une autre figure. De plus, la situation proposée ici porte sur un seul instrument (ou plus exactement, comme nous le verrons dans la partie suivante, sur un unique artefact qui englobe en réalité de nombreux instruments) et non sur un usage coordonné de plusieurs instruments correspondant chacun à autant de propriétés distinctes. Enfin, et c'est en partie lié au point précédent, le gabarit utilisé ici présente une figure qui est en elle-même complète et dont il s'agit d'extraire des informations partielles, faisant ainsi opérer sur elle un certain travail de déconstruction ; tandis que des situations comme celle du gabarit tronqué ou bien celles décrites dans (Duval & Godin, 2005) (qui proposent de nombreuses manières de reconstituer un triangle à partir d'instruments qui correspondent à des informations partielles : règles informables ou non, gabarits et pochoirs déchirés, etc.), conduit à l'inverse à un travail de reconstruction d'une globalité à partir d'informations décomposées. Enfin, une dernière différence, qui est évidemment essentielle mais qu'un travail d'adaptation pourrait peut-être permettre de combler, est que la situation présentée ici a été conçue d'emblée pour la formation et non pas initialement pour la classe.

2.2 Des aspects de déconstruction dimensionnelle

Le dernier point théorique qui a contribué à la conception de la situation du gabarit de rectangle et que nous souhaitons détailler ici est la notion de « *déconstruction dimensionnelle* » développée par Duval et Godin (2005). Ces auteurs distinguent différents types de regards que l'on peut porter sur les figures, notamment en termes de dimensions. Ils identifient ainsi des regards que l'on peut porter selon des points de vue en dimension 2D (une figure pouvant alors être perçue comme un assemblage de surfaces planes, que ce soit par juxtaposition ou par superposition), en dimension 1D (consistant à identifier des lignes qui permettent de définir les surfaces précédentes, par exemple celles qui en constituent le bord) ou enfin en dimension 0D (consistant à regarder des points qui définissent les lignes ou les surfaces précédentes). Ils appellent alors « *déconstruction dimensionnelle* » le processus qui consiste à déporter son regard des objets qui relèvent d'une dimension vers ceux qui correspondent aux dimensions inférieures : il s'agit ainsi (p. 8) de « *faire passer d'un regard centré sur les surfaces et leurs contours à un regard qui fait apparaître le réseau de droites et de points sous-jacent aux différentes figures* ». Ils ajoutent que ce processus constitue un enjeu central pour les élèves en géométrie et soulignent l'importance d'un travail spécifique à mener à ce sujet. Il s'ensuit que cette question constitue un point important sur lequel attirer l'attention des étudiant-es en formation.

Pour prendre l'exemple qui nous intéresse ici du rectangle associé au gabarit, on peut ainsi le percevoir comme une plaque en deux dimensions, comme la donnée des quatre segments qui en forment le bord, ou encore ramener chacun de ces segments aux deux points qui en sont les extrémités et qui pour le rectangle sont ses quatre sommets. On retrouve alors la représentation classique de ce dernier sous une forme du type « *ABCD* », c'est-à-dire par la seule indication de quatre points.

Duval et Godin mobilisent ensuite cette distinction dans une réflexion portant sur les critères de choix des instruments que l'on peut employer. Ils établissent ainsi une classification des instruments en fonction de deux critères (p. 12) : d'une part, selon qu'ils permettent des manipulations d'objets matériels (puzzles, pailles, etc.) ou bien des opérations de tracés graphiques ; d'autre part, selon que les assemblages ou tracés qu'ils permettent produisent des formes 2D (puzzles, gabarits de formes, etc.) ou 1D (pailles, règles, etc.). Notons que, dans cette classification, les instruments usuels de géométrie (règle, compas, équerre) relèvent tous de la même catégorie : il s'agit d'objets qui produisent des tracés qui sont tous en dimension 1D (respectivement : segments, cercles, couples de segments perpendiculaires).

Par opposition, les gabarits occupent une autre position dans cette classification. Pour le premier critère, ils peuvent permettre de réaliser des figures géométriques par assemblage de formes lorsqu'on dispose de plusieurs gabarits. À l'inverse, n'en avoir qu'un seul conduit comme ici à devoir l'utiliser comme un instrument de tracés, puisqu'on ne peut ni le superposer ni le juxtaposer à lui-même. On peut cependant l'utiliser en le superposant ou en le juxtaposant sans rien tracer d'autre à des tracés déjà existants, ce qui est en soi intéressant. Pour le critère de la dimension, il possède une position qui est d'une certaine façon intermédiaire ou hybride. En effet, il possède d'une part une forme globale que l'on peut reproduire en traçant le contour entier, et on peut alors produire des figures complexes par juxtaposition ou par superposition de cette forme globale répétée. Il permet d'autre part de produire aussi un certain nombre de tracés 1D, comparables à ceux des instruments usuels, par le biais de ses contours partiels : on peut ainsi notamment s'en servir pour tracer des segments, des angles droits, etc. Ajoutons que ces différents tracés correspondent à différentes façons de déporter son regard de la figure globale 2D vers ses bords 1D, qu'il s'agisse de regarder un côté, un angle, etc. Ainsi, en tant qu'instrument possédant une forme 2D mais que l'on peut utiliser pour réaliser à la fois des tracés 2D et 1D, liés à des regards portés sur différentes formes de ses « bords », le gabarit de rectangle utilisé comme instrument de tracé nous semble incorporer de façon intrinsèque un certain nombre d'aspects de déconstruction dimensionnelle.

VI - DE L'ARTEFACT A L'INSTRUMENT : LE PROCESSUS DE GENESE INSTRUMENTALE

Nous abordons à présent un point qui nous semble représenter l'un des enjeux principaux que l'on peut associer à cette situation en formation. En effet, celle-ci conduit, au fil des constructions, à s'approprier progressivement l'objet « gabarit de rectangle » comme un véritable instrument de géométrie, dont la portée s'élargit en fonction des différentes façons que l'on a de l'utiliser. Dans une perspective d'homologie-transposition, après avoir fait expérimenter en formation cette situation, on peut souhaiter développer dans la suite une analyse des processus qu'elle mobilise. On est alors conduit à se poser rétroactivement un certain nombre de questions, telles que les suivantes : qu'est-ce définitive qu'un instrument de géométrie ? Que signifie se l'approprier et par quelles étapes cela peut-il se développer ? Quelles conditions matérielles peuvent permettre à un petit morceau de papier (voire un ticket de métro usagé...) de devenir un instrument ? Enfin, si l'on rapproche ces interrogations des questions de PE relevées par Celi (2014) que nous avons signalées au paragraphe IV.1, on peut encore les formuler ainsi : quels enjeux d'apprentissage peut-on associer à la « *manipulation* » ou au « *maniement* » corrects des instruments ? Et que signifie « *aider les élèves (...) à manipuler correctement les instruments* » ?

1 Des éléments de réflexion théoriques sur la genèse instrumentale des instruments

Pour aborder ces questions, nous nous appuyons de façon centrale sur l'approche développée par Rabardel (1995a, 1995b), en particulier sur la distinction qu'il opère entre artefact et instrument ainsi que sur la notion associée de genèse instrumentale. Précisons que nous essayons d'en donner ici bien plus une appropriation personnelle, visant à adapter cette approche à la situation étudiée et notamment dans un contexte de géométrie pour l'enseignement primaire, plutôt qu'une restitution complètement fidèle pour laquelle nous renvoyons aux écrits cités, quitte à risquer parfois de nous éloigner de ses formulations propres.

1.1 La distinction entre artefact et instrument et le processus de genèse instrumentale

Rabardel introduit tout d'abord une distinction centrale entre la notion d'*artefact* et celle d'*instrument*. L'*artefact* correspond à un objet matériel et physique qui sert de support à l'instrument, mais qui ne constitue pas en soi un instrument. Il n'en devient un que par le biais d'un processus d'appropriation, vécu à une échelle personnelle, que Rabardel appelle *genèse instrumentale*. Celle-ci se développe par le biais des usages de l'*artefact* qui sont produits par une personne donnée, ces usages mettant en œuvre à la fois des aspects pratiques (gestes) et mentaux (représentations). L'appropriation s'effectue alors par la répétition matérielle de ces usages et par l'intégration conceptuelle de ce qu'ils permettent de faire. Ainsi, l'évolution qui conduit un sujet à attribuer à un artefact une, ou éventuellement plusieurs,

valence(s) instrumentale(s), autrement dit une ou plusieurs façon(s) de se l'approprier comme instrument, s'effectue nécessairement sur du temps long et relève véritablement d'un processus, toujours en cours et jamais figé. Pour reprendre une formulation de Rabardel (1995b, p. 64), « *l'instrument n'est donc pas un « donné » mais doit être élaboré par le sujet. L'appropriation de l'instrument par les utilisateurs résulte d'un processus progressif de genèse instrumentale. L'instrument, pour l'utilisateur, évolue tout au long de ce processus de genèse* ».

Pour sa réalisation, ce processus de genèse instrumentale repose de façon centrale sur la production, l'appropriation et la conceptualisation d'usages standardisés de l'artefact, que Rabardel appelle des *schèmes d'utilisation*. Ces schèmes se construisent dans le temps par une répétition de gestes (ce que l'on fait), qui conduit à une intégration des buts (ce que l'on veut faire) et des modes d'actions (comment on le fait) qui leur sont associés. En définitive, les schèmes d'utilisation « *forment une base stable pour [l']activité [et] peuvent être considérés comme des invariants représentatifs et opératifs correspondant à des classes de situations d'activité avec instrument* » (1995b, p. 63). L'élaboration de ces schèmes constitue les points d'ancrage sur lesquels s'appuie la genèse instrumentale. Ce processus est géré par chaque individu (un même artefact n'est pas forcément approprié de la même façon par différentes personnes), mais l'appropriation qui en est faite peut tout de même correspondre (ou non) à des usages sociaux partagés : « *[les schèmes d'utilisation] ont une dimension privée au sens où ils sont les schèmes d'un sujet singulier. Mais ils ont également une dimension sociale essentielle* » (ibid.). Rabardel aboutit alors à la définition suivante de ce qu'est un instrument : « *En réalité, l'instrument est une entité mixte qui comprend d'une part l'artefact matériel ou symbolique et d'autre part les schèmes d'utilisation, les représentations qui font partie des compétences de l'utilisateur et sont nécessaires à l'utilisation de l'artefact* ». (1995b, p. 64).

Enfin, Rabardel souligne que « *la genèse instrumentale [est] un processus qui concerne à la fois l'artefact et le sujet* » (1995a, p.109). Elle s'effectue ainsi conjointement dans deux directions complémentaires et duales : Rabardel appelle *instrumentation* la dimension du processus qui est dirigée vers le sujet et « *instrumentalisation* » celle qui est dirigée vers l'objet. On peut souligner que, dans ces deux directions, le processus engage à la fois des aspects matériels (physiques, concrets, par exemple portant sur des gestes) et mentaux (conceptuels, par exemple portant sur des représentations et conceptions). Au niveau matériel, il peut s'agir de modifications que l'on apporte à l'artefact, de production d'habitudes gestuelles, de modes d'utilisation réguliers, etc. Au niveau mental, il peut s'agir de sélection ou d'attribution de propriétés au niveau de l'artefact, de production de fonctions, d'assimilation ou de comparaison à d'autres instruments connus, etc. Il y a une appropriation évolutive à la fois de l'objet lui-même, des usages que l'on en fait et des représentations et conceptions que l'on développe à son sujet.

Pour autant, l'artefact ne représente pas à l'origine un objet neutre. Il est porteur notamment d'un certain nombre de contraintes (il n'est pas possible de tout faire grâce à lui) comme de potentialités (il recèle à l'inverse un certain nombre de choses qu'il permet effectivement de faire), tout au moins de nouveau pour un sujet donné. Rabardel parle ainsi des « *contraintes propres aux instruments* » qu'il oppose aux « *ressources qu'ils offrent pour l'action* » (1995b, p. 62) : « *Ainsi, comme toute réalité, l'instrument oppose au sujet un ensemble de contraintes que celui-ci doit à la fois identifier, comprendre et gérer* » (ibid.). Le processus de genèse instrumentale engage donc une appropriation des possibilités portées par l'artefact comme de ses impossibilités, c'est-à-dire en définitive de la portée de l'instrument comme de ses limites.

1.2 Quelques remarques complémentaires dans le cas de la géométrie

Ajoutons à cette présentation générale quelques remarques qui nous semblent également importantes à souligner. La première est que, si les genèses instrumentales se réalisent à l'échelle individuelle, nous nous plaçons ici sous l'hypothèse qu'une démarche d'enseignement peut contribuer à cette appropriation et à cet apprentissage.

En deuxième lieu, nous souhaitons insister sur la différence que Rabardel prend toujours un grand soin à respecter, et qui nous paraît effectivement cruciale, entre ce qui relève des *fonctions* et ce qui relève des *usages*. Les premières sont ce à quoi l'instrument est supposé servir. Elles correspondent à autant d'usages prédéfinis, reconnus comme légitimes et qui lui sont attribués, que ce soit à une échelle sociale ou individuelle. Les usages quand à eux représentent ce que l'on fait vraiment en pratique, que cela

corresponde ou non à des fonctions reconnues ou explicitées. Rabardel introduit une distinction entre les usages qui sont perçus comme légitimes (ceux qui correspondent à des fonctions attribuées) et d'autres qui sont détournés, mais il nous semble que, dans tous les cas, qu'un usage soit ou non associé à une fonction, il importe de distinguer ce qui relève de son aspect « fonction » (sa relation avec des présupposés ou des injonctions) et de son aspect « usage » (qui correspond aux pratiques effectives). Et selon Rabardel, les genèses instrumentales reposent avant tout sur une appropriation des usages bien plus que des fonctions. Ainsi, dans une perspective d'enseignement, il appartient à l'enseignant-e de proposer des situations qui conduisent à production effective d'usages, et pas seulement de chercher à transmettre des fonctions qui, si elles ne sont pas concrétisées, risquent de ne rester que des injonctions.

Un troisième point que nous souhaitons souligner est l'importance qu'il faut accorder dans ce processus aux aspects langagiers. En effet, s'approprier un instrument nécessite de s'approprier en même temps des façons d'en parler et de le penser, c'est-à-dire de s'approprier un langage à son sujet. Ce langage contient non seulement des classes de mots (un vocabulaire spécifique) mais aussi des classes de phrases que l'on peut ou non faire à son sujet. Cela signifie non seulement savoir ce que l'on peut dire mais aussi ce dont on ne parle pas, ce qui va de soi, ce qu'il y a besoin ou non de préciser, etc. Ce langage peut porter à la fois sur l'objet-artefact lui-même, sur les schèmes d'utilisation, sur l'instrument dans sa globalité, sur des aspects pratiques ou mentaux, etc. On peut ainsi vouloir parler de certaines parties spécifiques de l'objet, de gestes ou d'actions à effectuer, de schèmes d'utilisation particuliers, de buts à atteindre, d'étapes intermédiaires, de contrôles à exercer, etc. Pour prendre un exemple en géométrie, pour utiliser un compas il faut savoir distinguer sa *pointe sèche* de sa *pointe traçante* ; savoir ce que signifie le *tourner* ; savoir que l'artefact possède un *écartement* qui correspond à un *rayon de cercle* sur le tracé ; connaître des dénominations qui permettent de distinguer certains tracés (*cercle*, *demi-cercle*, *arc de cercle*) ; etc. Ainsi, s'approprier un instrument nécessite de s'approprier en même temps le langage, ou tout au moins un langage, à son sujet, celui-ci étant un élément indissociable de sa conceptualisation.

Enfin, une dernière particularité qui ne se retrouve peut-être pas toujours associée à tous les types d'instruments de manière générale, et qui est peut-être spécifique des instruments en mathématiques, mais qui est du moins très importante pour ceux de géométrie, est qu'ils sont associés d'une façon fondamentale à une (ou éventuellement plusieurs) propriété(s) abstraite(s) qu'ils incorporent et qu'ils représentent. Nous avons vu au paragraphe IV.2 en quoi les instruments de géométrie incarnent des définitions « en actes » de propriétés mathématiques pour lesquelles on ne dispose pas encore de définitions axiomatiques fondées sur le seul langage. Ainsi, en plus des usages matériels qui consistent à tracer des segments et vérifier des alignements, la règle non graduée possède également un usage plus abstrait, correspondant au fait qu'elle intègre une définition des notions de segment et d'alignement. Il en va de même avec l'équerre pour les notions d'angle droit et de perpendicularité, avec le compas pour celles de cercle et d'égalité de longueur, etc. Ces usages « définitionnels » des instruments nous paraissent une spécificité particulièrement importante en géométrie. Ajoutons qu'elles produisent un usage dans un registre symbolique d'un artefact qui relève lui-même d'un registre matériel.

On peut ajouter que cette identification d'un instrument de géométrie à une propriété mathématique qui lui est associée déplace pour partie la question de l'articulation entre un artefact et un instrument. En effet, si l'on désigne par *règle* l'instrument relatif aux notions de segment et d'alignement, ou par *équerre* celui associé aux notions d'angle droit et de perpendicularité, ceux-ci ne relèvent plus alors d'un objet matériel particulier possédant des caractéristiques données (forme, taille, matériau, etc.) mais d'une classe d'objets équivalents entre eux dès lors qu'ils correspondent à la même propriété mathématique embarquée.

En résumé, pour qu'un artefact soit approprié (par une personne donnée) comme un ou plusieurs instrument(s) de géométrie, il doit être muni de façon personnelle, par le biais des usages qui sont produits et en fonction des situations qui sont rencontrées, d'un très grand nombre d'éléments parmi lesquels nous pouvons citer : l'appartenance à une classe de supports matériels dont il relève ; des gestes réguliers et des façons habituelles de l'utiliser, qui sont les schèmes d'utilisation ; d'un certain nombre de fonctions assignées, que ce soit socialement ou individuellement ; d'usages effectifs et personnels, qui peuvent correspondre ou non à ces fonctions ; de la reconnaissance de sa portée comme de ses limites ;

d'un langage qui permet à la fois d'en parler et de le penser ; enfin, d'une identification explicite de la ou des propriété(s) mathématique(s) sous-jacente(s). On voit qu'il s'agit là d'un processus complexe qui ne peut s'effectuer que sur du temps très long et qu'il importe en formation d'aider les enseignant-es à en percevoir à la fois les leviers et la globalité.

1.3 Un objectif de dénaturalisation en formation

En géométrie, les instruments auxquels ce processus d'appropriation va s'appliquer pour les élèves sont en premier lieu les instruments de géométrie usuels : règles graduées ou non, équerres, compas et plus tard le rapporteur. En revanche, pour les étudiant-es en formation, ou plus généralement pour les personnes adultes, l'appropriation personnelle de ces instruments classiques est depuis longtemps réalisée et a abouti à une naturalisation de l'identification entre une classe d'artefacts matériels et des usages, des fonctions, des schèmes d'utilisation et un langage qui lui sont associés. À ce stade d'intégration, il devient même difficile de dissocier l'artefact de l'instrument. De plus, lorsqu'un artefact est porteur simultanément de plusieurs instruments (ce qui est fréquent avec les instruments de géométrie : une règle graduée contient par exemple toujours aussi une règle non-graduée ; une équerre contient également l'instrument « règle » ; etc.), il n'est pas toujours évident de les distinguer ni d'identifier l'instrument qui est mis en œuvre dans un schème d'utilisation donné. Cette reconnaissance demande d'effectuer un travail de déconstruction d'une intégration réalisée. Il n'est pas plus facile de se souvenir du processus qui a pu conduire à cette intégration. Il y a également besoin pour cela d'un travail de désappropriation pour mesurer l'ampleur du parcours accompli et en retrouver les étapes comme la démarche. Un enjeu en formation est alors d'aider les PE à retrouver le point de vue d'un-e élève qui n'a pas encore réalisé l'intégration d'un instrument, par exemple un-e élève qui découvre l'artefact « équerre » et ne maîtrise encore ni comment on s'en sert, ni ce qu'il permet de faire, ni même les phrases ou les questions que l'on peut formuler à son sujet. L'hypothèse que nous faisons ici, et qui était tout aussi présente dans la situation des constructions à la règle à bords parallèles de Celi et Jore (2015), est que de proposer aux étudiant-es une démarche d'appropriation d'un nouvel instrument, au départ inconnu et donné seulement comme un artefact, donc pour lequel la démarche d'appropriation reste à réaliser, peut les aider à effectuer un tel travail de dénaturalisation et de déconstruction.

2 Le processus de genèse instrumentale de l'artefact « gabarit de rectangle »

Analysons à présent, à la lumière de ce qui précède, en quoi la situation du gabarit de rectangle peut permettre de faire vivre et d'analyser en formation un tel processus de genèse instrumentale.

2.1 L'appropriation vécue au cours de l'atelier : analyse d'une interaction langagière

Dans cette situation, l'artefact considéré est le gabarit de rectangle. Différents choix qui ont déjà été analysés (cf. paragraphe II.1) renforcent le fait qu'il ne s'identifie pas au départ à un instrument de géométrie : c'est un simple morceau de papier, à peine plus épais que du papier ordinaire, qui constitue ainsi un objet fragile, léger et très peu technicisé. Il possède des usages établis qui relèvent du quotidien mais pas du domaine des instruments ni de celui de la géométrie : on s'en sert de façon banale pour écrire dessus (par exemple pour prendre des notes) mais en général pas pour écrire à côté de lui ni pour tracer son contour. Ce sont les problèmes de construction que l'on résout qui amènent peu à peu à élargir son potentiel mathématique et à modifier la vision que l'on s'en fait en tant qu'instrument, la progressivité de ce processus ayant été soulignée par les participant-es lors de la discussion qui a suivi la phase de recherche. On est ainsi conduit à identifier les gestes que l'on réitère comme autant de potentialités intrinsèquement portées par le gabarit, autrement dit comme des schèmes d'utilisation qu'il permet, puis ensuite à associer à chacun d'eux une propriété mathématique clairement identifiée.

Pour illustrer ce point d'une façon plus explicite, et notamment en souligner les aspects langagiers, nous nous appuyons sur une interaction qui a été relevée au sein d'un groupe pendant la phase de recherche et qui nous semble particulièrement éclairante à ce sujet. À un moment donné vers la fin de la phase de recherche, une participante, qui décrivait aux autres membres de son groupe une construction qu'elle venait de trouver, a conclu son explication par ces mots que nous avons précisément relevés : « - et, avec

mon équerre, je termine la figure ! ». (La construction en question répondait en fait à la question 11 et elle est présentée dans les annexes 4 et 5). Ce verbatim nous semble particulièrement révélateur d'un processus qui s'était opéré au sein de ce groupe, et cela à plusieurs titres. Tout d'abord, si elle était en mesure de dire aux autres : « avec mon équerre », c'est qu'elle disposait effectivement à ce moment-là d'une équerre ; et pourtant, elle n'avait pas changé d'instrument, ou du moins d'artefact, depuis le début de l'atelier. Le « gabarit de rectangle » du départ avait donc acquis en cours de route un statut d'équerre, et cette participante a confirmé pendant la discussion qu'elle n'aurait sûrement pas prononcé la même phrase au début de la phase de recherche. L'emploi de l'adjectif possessif « mon » nous semble même renforcer encore ce point, en soulignant qu'il s'agissait d'une équerre qu'elle s'était elle-même donnée, ou tout au moins appropriée. Bien entendu, il s'agit en fait ici d'une métonymie : ce qui est désigné est plus exactement « l'usage du gabarit de rectangle utilisé comme une équerre ». Ceci montre bien que c'est l'usage qui confère le nom à un instrument et non pas la référence à l'objet matériel sous-jacent. De fait, c'est bien ici l'usage réitéré puis l'appropriation de cette potentialité qui a créé l'instrument « équerre » au sein du gabarit de rectangle, et non pas la nature de l'artefact lui-même. Enfin, le fait qu'elle n'ait eu aucun besoin à ce moment-là d'en dire plus, et notamment pas de préciser ce que signifiait « je termine la figure », souligne que la procédure en question constituait alors au sein du groupe un schème d'utilisation acquis et partagé, et qu'ainsi tout le groupe s'était approprié à ce moment-là l'emploi du gabarit comme d'une équerre.

2.2 Combien d'instruments dans un même instrument ?

La citation qui vient d'être analysée souligne que, dans certaines conditions, le gabarit de rectangle peut être assimilé à une équerre, ou que l'artefact « gabarit » a été associé à un instrument « équerre ». Ce n'est pas le seul instrument usuel de géométrie que l'on retrouve dans cette situation. En effet, elle conduit progressivement à utiliser le même artefact « gabarit de rectangle » selon différentes fonctions et usages, qui correspondent en définitive à autant d'instruments, et dont plusieurs correspondent même à des instruments usuels de géométrie. Ainsi, et sans que cela soit exclusif d'autres possibilités encore, les constructions demandées conduisent à des usages du gabarit qui correspondent au moins aux différents instruments suivants : on s'en sert successivement pour tracer des segments, donc comme d'une règle non-graduée ; pour tracer des segments perpendiculaires à d'autres, c'est-à-dire comme d'une équerre ; pour reporter des longueurs fixées (que ce soit la longueur ou la largeur du gabarit), autrement dit comme d'un étalon de longueur dans certaines constructions ou comme d'un compas rouillé dans d'autres ; éventuellement pour construire une règle grossièrement graduée si l'on pense à itérer l'opération de report de cette longueur ; et enfin pour certaines constructions (notamment pour la construction d'un parallélogramme qui figure en annexe 7), comme d'un instrument permettant de tracer deux segments parallèles possédant un écartement fixé, c'est-à-dire comme d'une règle à bords parallèles... Ce simple morceau de papier, qui ressemble au départ si peu à un instrument, finit ainsi par en regrouper en son sein au moins 5 ou 6 différents, pour ne citer que les plus usuels. Ceci permet de souligner en formation que, ce qui fait ici l'instrument, c'est bien l'usage que l'on en fait et non pas la nature de l'artefact, qui reste ici constant. Ajoutons que l'on retrouve là une situation qui est tout à fait habituelle avec les instruments usuels de géométrie, qui sont rarement univoques : une règle graduée contient toujours en même temps une règle non-graduée, une équerre contient toujours également une règle non-graduée, et parfois aussi graduée, etc.

On peut ajouter que, même employé au titre d'un même « instrument », le gabarit peut encore conduire à plusieurs usages qui correspondent à autant de schèmes d'utilisations. Par exemple, utilisé en tant que règle non-graduée, il permet au moins deux usages différents : d'une part, tracer un segment joignant deux points donnés lorsque ceux-ci sont assez proches l'un de l'autre ; d'autre part, prolonger aussi loin que l'on veut un segment déjà tracé. Ces deux usages mobilisent des gestes différents, des conditions d'usage différentes, des contrôles à exercer différents (le côté du gabarit doit s'appuyer dans un cas sur deux points distincts et dans l'autre sur toute une partie à choisir d'un segment), etc. Ils constituent ainsi de fait des schèmes d'utilisation différents. Cependant, on peut les regrouper comme relevant du même instrument (ici, « règle non graduée ») parce qu'ils reposent *in fine* sur la même propriété mathématique,

qui est ici l'alignement. De même, dans son usage en tant qu'équerre, on peut employer le gabarit d'au moins trois façons différentes : pour tracer un segment perpendiculaire à un segment donné en un point de ce segment ; ou bien en un point extérieur à ce segment ; ou encore pour tracer un angle droit à partir de deux amorces fournies par deux segments orthogonaux mais non sécants (pour terminer le tracé d'un rectangle, par exemple). Là encore, les gestes, les conditions d'usages et les contrôles à effectuer sont différents, donc il s'agit bien de plusieurs schèmes d'utilisation ; mais tous relèvent du même instrument « équerre » parce qu'ils mobilisent la même propriété d'orthogonalité des angles du rectangle. On voit donc que, alors que ce sont bien les usages qui définissent les schèmes d'utilisation, ce sont ici les propriétés mathématiques mobilisées qui permettent de reconnaître les instruments.

2.3 Du côté de l'artefact : de quoi un gabarit est-il le gabarit ?

L'analyse qui précède portait sur la distinction entre plusieurs instruments portés par le même artefact. Si l'on reporte cette analyse du côté de l'objet matériel lui-même, on constate que les différents emplois que nous venons de citer correspondent à porter son regard sur différentes parties du gabarit : l'usage en tant que règle non graduée revient à considérer le segment porté par un côté, celui comme équerre mobilise l'angle droit porté par un sommet, etc. On peut analyser si on le souhaite ces différentes parties du gabarit comme autant de « sous-gabarits » qu'il contient, que l'on peut extraire ou isoler mentalement du gabarit complet. On constate ainsi que l'artefact « gabarit de rectangle » comporte aussi, outre le gabarit de sa forme globale, un gabarit de droite ou de segment, un gabarit d'angle droit, deux gabarits de longueurs différentes, un gabarit de couple de droites parallèles, etc. On pourrait d'ailleurs très facilement, en le déchirant ou en tronquant certaines de ces parties, fabriquer à partir de lui autant d'artefacts différents qui correspondraient à chacun ces sous-gabarits de manière distincte et isolée (en ne conservant qu'un côté, qu'un sommet, qu'un couple de côtés opposés, etc.). On retrouverait alors le point de vue proposé par Duval et Godin (2005), qui suggèrent d'utiliser des gabarits spécifiques qui correspondent à autant de propriétés et d'instruments différents. À l'inverse, une des particularités de cette situation, et qui nous semble en constituer l'un des intérêts, réside précisément dans la juxtaposition au sein d'un même artefact de ces différents instruments, et au sein d'un même gabarit de tous ces différents sous-gabarits. En un sens, on pourrait dire que la démarche qui conduit à identifier, au sein du gabarit global, les différents sous-gabarits qu'il contient et que l'on utilise (gabarits de côté, d'angle, de longueur, de couple de côtés opposés, etc.), qui correspondent à des parties ou à des éléments particuliers de cette forme, revient à opérer directement sur le gabarit le processus de déconstruction dimensionnelle dont nous avons décrit au paragraphe V.2.2.

2.4 Du côté des mathématiques : de la figure du rectangle à ses propriétés

Nous pouvons enfin relire ce qui précède à un troisième niveau, en portant cette fois notre regard non plus sur les différents instruments, ni sur les différents artefacts (ou gabarits), mais sur les différentes propriétés mathématiques utilisées, qui sont en définitive les propriétés de la figure « rectangle ». Outre sa forme globale, qui permet de le reconnaître de façon perceptive, un rectangle possède de très nombreuses propriétés : il a des angles droits, des segments pour côtés, des longueurs fixes et égales deux à deux, des côtés opposés parallèles entre eux, etc. Chacune de ces propriétés s'incarne ici comme correspondant à l'identification d'un sous-gabarit différent, dont l'usage relève d'un instrument différent. On retrouve ce faisant une mise en œuvre des problématiques de matérialité que nous avons soulignées au paragraphe IV.2 : chacune des propriétés mathématiques classiques du rectangle s'incarne dans le gabarit par le biais d'un regard différent porté sur lui, qui conduit à un usage propre et à la production de gestes spécifiques. S'approprier ce regard et ces gestes permet alors de s'approprier les propriétés concernées ; et reconnaître l'instrument que l'on a utilisé équivaut à identifier la propriété du rectangle que l'on a mobilisée. La « manipulation » de l'objet acquiert alors un enjeu plus essentiel, qui consiste à repérer une propriété mathématique derrière chaque geste effectué.

VII - D'AUTRES ENJEUX MATHÉMATIQUES ET DIDACTIQUES PRESENTS DANS CETTE SITUATION

Les participant-es de l'atelier ont également souligné d'autres enjeux que l'on peut à associer en formation à cette situation, au-delà des questions de genèse instrumentale que nous venons de détailler, et qui ont également fait l'objet d'échanges importants dans la phase de discussion de l'atelier. Faute de place pour pouvoir ici tous les détailler, nous nous contentons d'en citer brièvement deux : certains qui portent sur des aspects d'ordre mathématique et d'autres sur des aspects langagiers. Les deux peuvent conduire notamment à des exploitations en M1 dans l'optique de la préparation du concours, et se rapprochent ainsi plus directement des enjeux que Celi et Jore (2015) décrivent à propos de la situation des constructions à la règle à bords parallèle.

1 Des enjeux mathématiques de preuve et de justification

Nous ne nous attarderons pas sur le premier enjeu mathématique et qui est peut-être le plus évident, à savoir de permettre à des étudiant-es de se réappropriier « d'une autre façon » des contenus de géométrie du collège qu'ils et elles ont pu parfois oublier, par exemple concernant un certain nombre de notions usuelles (quadrilatères et triangles particuliers, ainsi que leurs propriétés, médiatrices, hauteurs et bissectrices, polygones réguliers, etc.). Nous nous attacherons plutôt au point suivant : un certain nombre des constructions demandées conduisent naturellement à devoir mobiliser des théorèmes ou des savoirs mathématiques du second degré, voire nécessitent parfois de produire des justifications qui relèvent d'une démarche de preuve ou de démonstration. Des besoins de ce type ont été relevés dans tous les groupes lors de l'atelier et il en a été de même en licence. Dans ces moments-là, la situation dévie alors spontanément d'une recherche pratique de constructions à une recherche plus théorique d'arguments mathématiques. Bien entendu, le fait que cette nécessité soit spontanément éprouvée par les personnes qui sont en train de chercher une construction est un important levier pour conférer un enjeu réel à cette démarche de démonstration. Des besoins de ce type se sont manifestés de différentes façons, parmi lesquelles on peut au moins citer au moins les trois suivantes : pour justifier des constructions proposées, pour mesurer la portée réelle de constructions qui ont été réalisées, ou enfin pour invalider des propositions qui sont envisagées. Donnons ici un exemple de chacun de ces cas.

Pour ce qui concerne le premier type, le besoin de mobiliser des connaissances théoriques pour trouver des constructions est celui qui est le plus fréquent et il se présente naturellement dans un certain nombre des questions posées. Par exemple, pour construire un triangle équilatéral à l'aide du gabarit de rectangle (*question A-14*), on peut commencer par se donner d'abord un premier côté puis exploiter le fait que le troisième sommet se situe sur sa médiatrice. Il est alors possible d'achever la construction lorsque la longueur choisie au départ était celle de l'un des côtés (grand ou petit) du gabarit. Pour construire ensuite un triangle équilatéral plus petit ou plus grand que celui-là (*question A-15*), on peut exploiter une autre propriété des triangles équilatéraux, en l'occurrence ici leur caractérisation par les angles, en traçant à partir du triangle équilatéral précédent un segment parallèle à l'un des côtés. On voit ainsi qu'une suite de constructions de figures pourtant semblables (ici, plusieurs triangles équilatéraux) peut conduire à devoir mobiliser successivement différentes caractérisations d'un même objet géométrique.

D'autre part, le besoin d'arguments théoriques peut aussi se manifester pour invalider des idées inopérantes. Citons à nouveau un exemple, relevé cette fois en licence. Une étudiante proposait la construction suivante pour construire un parallélogramme qui ne soit pas un losange :



et elle affirmait sur des bases graphiques que : « d'accord, si l'écart de hauteur que je choisis au départ est trop grand, je ne peux pas effectuer la dernière étape, mais s'il est suffisamment petit j'arrive bien à la tracer ». La seule ressource qui a alors permis de la convaincre que cette construction était impossible dans tous les cas a été le recours au théorème de Pythagore pour justifier que la diagonale d'un rectangle est toujours plus longue que son plus grand côté, et donc qu'ici les deux segments « obliques » sont inévitablement plus

longs que la longueur du gabarit. (En revanche, si l'on reprenait la même idée mais en utilisant une translation du gabarit dans la direction perpendiculaire, c'est-à-dire dans la direction parallèle au grand côté, par exemple ci-dessus dans le sens horizontal et non pas vertical, alors cette procédure aboutirait.)

Enfin, troisième façon, le recours à des arguments théoriques s'est aussi manifesté pour mesurer la portée effective de certaines constructions qui avaient été réalisées. Un exemple en particulier s'est produit dans l'atelier comme en licence, et nous le détaillons plus précisément dans l'annexe 7. Pour construire un parallélogramme (*question A-8*), des personnes ont proposé la construction qui consiste à tracer les deux longueurs du gabarit placé dans une première position, puis à le refaire dans une deuxième position légèrement oblique par rapport à la première (cf. *figure de l'annexe 7*). Il se trouve que cette construction produit nécessairement des losanges, donc répond en même temps aux deux questions A-8 et A-9, mais cela n'a rien d'évident. S'il est manifeste que l'on produit bien ainsi des parallélogrammes, il faut trouver un argument pour justifier que ceux-ci sont toujours des losanges. De nombreuses preuves sont possibles ; nous en proposons une en annexe 7.

Ajoutons que des discussions dans la suite de cette question se sont ensuite produites dans l'atelier comme en licence. Elles ont conduit au constat qu'en réalité toute réponse à la question A-9 (« tracer un losange ») répondait nécessairement aussi à la question A-8 (« tracer un parallélogramme »), qui s'avérait donc en quelque sorte redondante. Ces groupes ont alors proposé de modifier l'énoncé et de reformuler la question en : « tracer un parallélogramme non-losange ». Ils ont ensuite prolongé cette interrogation à l'ensemble de la feuille, soulignant par exemple que la construction d'un carré (*question A-3*) produisait toujours en même temps un rectangle, un losange et un parallélogramme, et proposant alors des reformulations telles que : « tracer un rectangle non-carré », etc. Bien entendu, cette analyse critique des énoncés nous semble une tâche mathématique tout à fait importante. S'il était tout à fait attendu qu'elle se produise au sein de l'atelier, il nous semble extrêmement intéressant de constater qu'elle s'est également produite spontanément et de façon identique avec les étudiant-es de licence.

2 Des enjeux langagiers : vers les programmes de construction

Outre les enjeux que nous venons de citer, des enjeux langagiers (mais qui ne sont pour autant pas dépourvus d'enjeux mathématiques) sont également présents dans la situation considérée. Nous en relevons ici de trois types : ceux, dont nous venons en partie de parler, qui portent sur les formulations mêmes de l'énoncé ; d'autres qui se sont fait jour via les échanges au sein de chaque groupe ; enfin d'autres encore qui ont été mis en évidence au moment de la mise en commun.

Dès le départ de la phase de recherche, les participant-es se sont interrogé-es sur la façon dont les questions étaient posées. Nous venons de voir au paragraphe précédent comment certains groupes ont proposé de modifier l'énoncé pour préciser certains implicites (*un rectangle « non carré », un parallélogramme « non-losange », etc.*) et d'autres ont souligné pendant la phase de discussion des ambiguïtés (qui étaient délibérées) dans la formulation de certaines questions. Par exemple, dès la première question : que signifie pour un rectangle d'être « plus petit » ou « plus grand » qu'un autre ? Doit-on l'entendre au sens des longueurs, de l'aire, pour l'inclusion ? Ces questions ont également été repérées par les étudiant-es en licence. Dans les deux cas, la réponse a consisté à leur renvoyer l'interrogation sans prendre partie : « Si vous pensez qu'il y a là des questions différentes, répondez à toutes ! ».

D'autres enjeux langagiers sont apparus ensuite à travers la collaboration au sein de chaque groupe et le besoin de communiquer à propos du gabarit, que ce soit pour échanger des questions, des idées ou des productions. Cela a conduit les groupes à élaborer dans l'interaction un langage commun, au moins informel, leur permettant de parler aussi bien de l'artefact lui-même, des schèmes d'utilisation qui apparaissaient, etc. Nous avons déjà souligné en quoi cette production langagière constitue une partie essentielle du processus de genèse instrumentale.

Enfin, d'autres enjeux langagiers plus formels ont été rendus visibles pendant la discussion pour la mise en commun des procédures trouvées. Dans l'atelier comme en licence, ce moment s'est déroulé de la façon suivante : les participant-es restaient à leurs tables et devaient dicter les constructions proposées pour qu'elles soient reproduites au tableau par le biais de leur description verbale, sans pouvoir montrer

ni recourir à des déictiques (« de ce côté », « comme ça », etc.). Cette tâche permet d'aborder en formation la question de la rédaction de programmes de constructions tels que ceux qui sont demandés au concours. Dans le cas du gabarit de rectangle, il s'agit là d'un exercice qui se révèle extrêmement difficile dans la mesure où, contrairement aux instruments usuels de géométrie, on ne dispose d'aucun langage standard pour en parler. Comment décrire alors de façon claire les opérations à réaliser ? Comment désigner les différentes parties du gabarit ou les différents gestes à effectuer ? De fait, cet exercice n'a pas paru plus facile aux participant-es de l'atelier qu'il ne l'a été pour les étudiant-es de licence. Ce constat nous semble intéressant à souligner parce qu'il montre la profonde difficulté de cette tâche de verbalisation, y compris donc pour nous-mêmes, lorsque l'on ne dispose pas de formules préétablies sur lesquelles s'appuyer. Nous essayons dans l'annexe 4 de proposer des descriptions verbales de quatre constructions particulières, mais il n'est pas sûr que le résultat soit déjà satisfaisant. De fait, le travail collectif pour produire un langage formel standardisé adapté à l'instrument « *gabarit de rectangle* » n'est pas encore achevé et reste donc à poursuivre.

VIII - UNE EXPERIMENTATION MENEES EN FORMATION INITIALE

Outre des expérimentations partielles en M2, une expérimentation plus complète de la situation du gabarit de rectangle a été conduite en formation initiale dans un module de préprofessionnalisation en troisième année de licence (L3). Après une présentation du déroulement de cette expérimentation, nous mobiliserons un modèle d'analyse de situations de formation actuellement en cours de développement par la copirelem pour décrire plus finement la stratégie de formation qui a été suivie.

1 Une expérimentation de la situation dans un module de préprofessionnalisation

Cette expérimentation s'est déroulée auprès d'un groupe d'étudiant-es de fin de licence qui se destinaient à entrer l'année suivante en M1 PE. Ils et elles suivaient des études dans cinq licences du domaine « lettres et sciences humaines » (histoire, géographie, lettres modernes, anglais et espagnol) et effectuaient en parallèle un stage d'observation sur l'année dans une école. Le module disposait d'un volume de douze séances de 2h et le travail sur la géométrie a occupé les trois dernières de ces douze séances, les neuf premières ayant été essentiellement consacrées à un travail sur des résolutions de problèmes dans le domaine numérique. Les étudiant-es ont travaillé avec les mêmes gabarits que ceux de l'atelier et à partir de la feuille de questions B (*annexe 3*), qui ne diffère que sur quelques points de la feuille A. Les deux premières séances ont consisté en une exploitation directe de la situation du gabarit de rectangle, tandis que la troisième séance visait à transposer ce qui avait pu être ainsi dégagé pour analyser deux ressources portant sur la genèse instrumentale de l'équerre en CM1.

Pendant la première séance, les étudiant-es ont commencé par travailler pendant 1h30 sur la situation elle-même par groupes de 4, en complète autonomie et sans aucune restriction concernant les usages possibles du gabarit (« *vous pouvez faire ce que vous voulez !* »). L'enjeu était de permettre une appropriation par tout le monde de la situation ainsi que des rappels au sein de chaque groupe concernant des notions et des propriétés de géométrie qui avaient pu être oubliées. Les étudiant-es ont alors mobilisé de multiples usages du gabarit (notamment : tracer son contour, écrire dessus, le plier, le déchirer) et ont produit des constructions qui pouvaient être, selon les cas, exactes et approchées. Cette recherche a été suivie par un bilan de 30 minutes qui a comporté une mise en commun des usages de l'artefact qui avaient été produits, une présentation de compléments théoriques sur les notions d'artefact et d'instrument, la mise en évidence du processus de genèse instrumentale qui venait d'être vécu et enfin la formulation du critère de distinction entre les constructions exactes et approchées. En revanche, aucune correction ni validation d'ordre mathématique n'a été apportée à ce moment-là.

La deuxième séance a commencé par une nouvelle phase de recherche à nouveau de 1h30 sur la même situation et à partir de la même feuille de questions, mais cette fois avec un niveau d'exigence plus élevé, explicitement formulé en début de séance : le seul emploi autorisé du gabarit devenait celui du tracé de son contour et toutes les constructions se devaient à présent d'être exactes. Dans tous les groupes, le défi soulevé par ces deux exigences a été suffisamment fort pour que tout le monde accepte de chercher à

nouveau les mêmes problèmes (« - Ah, mais ça c'est beaucoup plus difficile ! Il va nous falloir tout refaire... »). En revanche, avec ces nouvelles contraintes, certains groupes n'ont pas su trouver toutes les constructions demandées, les questions B. 16, 20, 21 et 22 notamment se révélant les plus résistantes. La recherche a alors été suivie d'une mise en commun qui a porté cette fois sur une mutualisation des constructions qui avaient été trouvées par d'autres groupes pour ces quatre questions, en prenant soin pour chacune de présenter plusieurs constructions différentes qui avaient été proposées.

Enfin, la troisième séance a porté sur la comparaison de deux ressources pour le CM1 qui visent à faire travailler la genèse instrumentale de l'équerre : d'une part, un fichier qui répète essentiellement une seule question : « Avec ton équerre, trace la droite perpendiculaire à la droite donnée et qui passe par le point donné » et d'autre part la situation du « Rectangle à terminer 2 (CM1) » de ERMEL (2006, p. 221-229). Nous ne reviendrons pas ici plus en détail sur cette troisième séance, au-delà de la seule remarque suivante : si, à la fin de ces trois séances, les étudiant-es percevaient bien l'intérêt que présente pour les élèves une situation telle que celle proposée par ERMEL, il leur semblait à ce moment-là (en fin de licence et avant d'entrer en M1) très difficile de s'imaginer un jour capables de la mettre en œuvre eux- et elles-mêmes.

Signalons pour conclure deux éléments qui ont pu fournir des formes d'évaluation, tout au moins empirique, d'effets qui ont pu être produits par cette expérimentation. D'une part, l'appropriation constatée des mots « artefact » et « instrument » par les étudiant-es, qui ont par exemple spontanément posé lors des séances suivantes des questions telles que celle-ci : « Je voudrais être sur : là, vous parlez bien de l'instrument et pas de l'artefact ? » ; et, d'autre part, la réussite constatée dans la rédaction de problèmes de constructions du type de ceux demandés au concours, par opposition à un test effectué un peu plus tôt dans le semestre. Après ces trois séances, les étudiant-es ne décrivaient plus des gestes à effectuer mais bien les propriétés mathématiques que ces gestes représentent. On peut faire l'hypothèse que la distinction introduite entre les notions d'artefacts et d'instruments a pu en aider certain-es à identifier qu'on leur demandait en fait de rédiger des textes qui parlent des seconds et non pas des premiers.

2 Un modèle d'analyse de situations de formation développé par la Copirelem

Pour une meilleure description de l'expérimentation qui vient d'être présentée, nous allons nous appuyer sur un modèle d'analyse des situations de formation qui est actuellement en cours d'élaboration par la commission de la copirelem et qui a été présenté notamment au cours du colloque précédent (Aubertin & Girmens, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015) et dans celui-ci (Masselot, Petitfour & Winder, 2016). Plutôt que de reproduire ce qui figure déjà dans ces ressources, nous essayons d'en donner ici une présentation plus personnalisée, s'appuyant notamment sur nos propres notes personnelles prises lors du colloque de Besançon (2015).

Ce modèle distingue 5 paliers (ou niveaux) d'études qui caractérisent différents types d'activités que l'on peut proposer en formation. Ces paliers sont présentés dans le modèle comme hiérarchisés et emboîtés, le passage vers un palier « plus élevé » correspondant à une prise de recul et à l'analyse d'enjeux ou d'effets produits au palier précédent, tandis qu'un passage « descendant » correspond à l'inverse à une mise en œuvre des enjeux dégagés et à un passage à la pratique. L'hypothèse de ce modèle est que les scénarios de formation de type homologie-transposition conduisent fréquemment à revisiter une même situation à différents paliers, sans que ceux-ci ne soient nécessairement dans l'ordre du modèle ni consécutifs pour le modèle. Au contraire même, de nombreuses circulations entre paliers semblent possibles et chacun d'eux peut constituer un possible point d'entrée pour un scénario de formation. (En revanche, une hypothèse minimale est qu'une majorité des scénarios de formation, si ce n'est tous, passent au moins à un moment donné par une phase de travail dans le palier purement mathématique, hors de toute considération didactique, ce qui justifie que celui-ci soit numéroté « 0 » dans le modèle. En revanche, rien n'oblige à ce que ce passage « fondamental » soit nécessairement situé au départ du scénario de formation). Il s'en dégage alors une notion que l'on pourrait appeler le « parcours » associé à un scénario de formation et qui correspond à la circulation qui est proposée entre les différents paliers.

Les cinq paliers du modèle se distinguent entre eux selon au moins trois dimensions. Ils diffèrent d'abord par ce qui est considéré dans l'activité d'enseignement étudiée, que ce soit ses aspects mathématiques, didactiques ou pédagogiques. Ils se distinguent ensuite par des centrations différentes

qui peuvent porter, soit sur une activité ou une action à réaliser, soit sur une analyse des effets, modalités et leviers que l'on peut associer à une telle action. Bien entendu, le fait d'analyser une action située à niveau donné constitue en soi-même une nouvelle action, qui relève d'un registre supérieur, ce qui justifie l'aspect hiérarchique du modèle. Les paliers se distinguent enfin par les postures qu'ils endossent pour porter ces différents regards, et que l'on peut identifier par exemple à des points de vue d'« élève », d'enseignant-e, de formateur-e ou encore de chercheur-e.

Dans le modèle tel qu'il a été présenté, ces paliers sont numérotés (de 0 à 4), ce qui souligne fortement la hiérarchie qui existe entre eux. Nous essayons ici de les désigner plutôt par des noms, ce qui permet au contraire d'atténuer cet aspect hiérarchique. Ces cinq paliers sont :

- Un *palier de l'activité (ou de l'action) mathématique* (numéroté 0 dans le modèle), qui correspond à réaliser une tâche mathématique pour elle-même, par exemple résoudre un problème posé. Cela correspond à l'adoption d'une posture d'élève, ou plus largement si l'on préfère de mathématicien-ne.
- Un *palier de l'analyse de contenus et d'enjeux mathématiques* (ou palier 1). Ce palier correspond à l'analyse des potentiels enjeux d'apprentissage que l'on peut associer à une situation mathématique donnée. Il peut correspondre à la posture d'un-e élève qui cherche à dégager ce qu'il faut retenir d'une activité effectuée, ou à celle d'un-e enseignant-e qui réfléchit en termes des contenus visés à la préparation d'une séance.
- Un palier que l'on peut qualifier à la fois de *palier de l'analyse didactique et pédagogique d'une activité* comme de *palier de l'action didactique et pédagogique* (palier 2). Ce palier consiste à dégager des éléments de mise en œuvre d'une situation mathématique à partir d'enjeux de contenus identifiés. Il porte à la fois sur l'analyse didactique d'une activité mathématique donnée et sur la conception d'actions à engager. Il peut correspondre à nouveau au point de vue d'un-e enseignant-e qui réfléchit à la préparation d'une séance, mais cette fois-ci du côté des modalités, des gestes professionnels et des choix de gestion à mobiliser. Un des enjeux de ce niveau est d'articuler des choix de gestion (modalités) avec des enjeux mathématiques repérés.
- Un *palier de l'analyse didactique et pédagogique* (palier 3). Ce palier consiste à analyser les ressorts et leviers de la mise en œuvre précédente, par exemple en pointant des contraintes qui peuvent peser sur elle, des marges de manœuvre disponibles ou encore l'existence d'éventuelles alternatives. Il peut correspondre au point de vue d'un-e enseignant-e qui se questionne cette fois-ci à une échelle plus globale (par exemple de l'année, du programme, etc.) ainsi qu'à celui d'un-e formateur-e qui cherche à prendre en compte une diversité de pratiques et de conceptions personnelles au sein d'un collectif d'enseignant-es ou de stagiaires.
- Enfin, un *palier de la problématisation d'une question professionnelle* (palier 4) qui consiste à articuler les analyses précédentes à la lumière d'une problématique identifiée. Ce palier correspond *a priori* naturellement à une posture de chercheur-e, mais il peut être aussi par moments celui d'un-e stagiaire en formation, par exemple dans le cadre d'un mémoire de M2 portant sur des mathématiques, et il est bien entendu encore très fréquemment celui d'un-e formateur-e.

3 Analyse de l'expérimentation à l'aide de ce modèle

L'expérimentation décrite précédemment au paragraphe VIII.1 a été conçue indépendamment du modèle qui vient d'être présenté, mais celui-ci nous semble à même de permettre une description plus éclairante du parcours de formation qu'elle a tenté de mettre en œuvre.

Dans la première séance, un travail de recherche situé au palier de l'action mathématique (palier 0), mais qui présentait au fond peu de difficultés mathématiques dans la mesure où tout usage du gabarit était permis et où on ne rejetait pas les constructions approchées, a été suivi d'une synthèse au palier de l'analyse didactique et pédagogique (palier 2), qui a pointé la genèse instrumentale qui venait d'être effectuée et explicité en quoi certains choix de mise en œuvre avaient pu y contribuer. Dans la deuxième séance, une reprise du travail de la même situation, donc à nouveau au palier de l'action mathématique (palier 0), mais avec cette fois plus de contraintes et donc plus d'enjeux et de difficultés mathématiques, a conduit à une mise en commun et une synthèse situées cette fois dans le palier de l'analyse réflexive

mathématique (palier 1), visant à dégager ce que l'on pouvait en retenir en termes de contenus, notamment dans une perspective de préparation du concours. Enfin, la troisième séance, que nous n'avons pas décrite ici en détail, a commencé par une analyse comparée des contenus et des modalités proposées dans deux ressources pour la classe, donc par un travail qui se situait conjointement dans les paliers de l'analyse mathématique (palier 1) et de l'action didactique (palier 2), pour se conclure par une mise en commun visant à comparer les effets susceptibles d'être produits sur le long terme par ces deux ressources sur les élèves, donc dans le palier de l'analyse de l'action didactique et pédagogique (palier 3).

Ajoutons que ce modèle peut également être utilisé pour décrire le déroulement qui a été suivi par l'atelier : la phase initiale de recherche de la situation elle-même correspondait au palier 0 de l'action mathématique ; la discussion qui a suivi, cherchant à dégager des enjeux mathématiques, didactiques et de formation que l'on peut associer à cette situation en formation, revenait à explorer simultanément les paliers intermédiaires (1, 2 et 3) ; enfin la phase d'exposition finale, qui a tenté de prolonger les éléments produits par des références à des recherches existantes, relevait quand à elle du palier 4.

IX - CONCLUSION

Au-delà du plaisir lié à la recherche de la situation elle-même du gabarit de rectangle, plaisir qui s'est clairement manifesté au cours de l'atelier et qui fut tout autant présent en licence, les participant-es ont semblé en définitive répondre par l'affirmative à la question qui leur était posée et confirmer l'intérêt qu'ils et elles voyaient à utiliser cette situation en formation initiale. Cet intérêt semble pouvoir se développer dans plusieurs directions potentielles, qu'il s'agisse de contribuer à une réappropriation de certaines notions de géométrie élémentaire, de servir d'ancrage à un travail sur la rédaction des programmes de constructions ou encore, bien entendu, d'aborder la question de la genèse instrumentale des instruments de géométrie en dégageant des enjeux qui y sont associés et en proposant des situations qui peuvent y contribuer. Pouvant ainsi conduire à aborder à la fois des contenus d'ordre mathématique et didactique, cette situation semble permettre des exploitations aussi bien dans des objectifs de préparation du concours que de formation professionnelle, avec bien entendu la nécessité d'adopter des modalités spécifiques à adapter à chaque cas. Pour l'instant, le trop petit nombre d'expériences réalisées (une seule expérimentation menée jusqu'au bout dans un module de formation préprofessionnelle) ne suffit pas pour constituer une base solide et il y aurait besoin d'autres retours d'expériences, notamment en M1 et en M2, pour mieux mesurer la portée effective et le potentiel de cette situation pour la formation. Nous incitons donc les collègues qui le souhaitent à s'emparer de cette proposition et à partager ensuite leurs retours d'expériences, l'un des buts de cet atelier comme de cet article étant de permettre justement de telles reprises. Enfin, certain-es participant-es ont signalé des envies d'adapter cette situation, d'un côté pour la formation continue, et d'un autre pour la classe elle-même. Ces deux chantiers sont pour l'instant entièrement ouverts et tout reste à entreprendre à leur sujet, mais les perspectives qu'ils dégagent semblent *a priori* représenter des pistes particulièrement stimulantes.

X - BIBLIOGRAPHIE

AUBERTIN J.-C., GIRMENS Y. (2015). Une situation d'homologie-transposition : le solide caché, Atelier A36, in *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM*, Mont de Marsan.

BERTHE D., CAZIER B. (2000), La règle à bords parallèles, *Repères IREM*, **40**, 43-70.

CARREGA J.-C. (2001). *Théorie des corps. La règle et le compas*, Paris : Hermann.

CELI V. (2014). Que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ?, Regard croisé N° 1, in *Actes du XL^e Colloque COPIRELEM*, Nantes.

CELI V., JORE F. (2015). Les constructions à la règle à bords parallèles en formation initiale des professeurs des écoles. Pourquoi ? Comment ?, Atelier A.34, in *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM*, Mont de Marsan.

- DANOS P., MASSELOT P., SIMARD A, WINDER C. (2015). Analyser une ressources de formation : exemple de la « situation des annuaires », Atelier A15, in *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM*, Mont de Marsan.
- DUVAL R., GODIN M (2005). Les changements de regards nécessaires sur les figures, *Grand N*, **76**, 7-27.
- ERMEL (2006). Rectangle à terminer 2 (CM1), in : *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3*, Paris : Hatier, 221-229.
- HOUEMENT C. (1998). Stratégies de formation des maitres du premier degré en mathématiques, in *Les Cahiers du formateur*, Tome 2, Actes du séminaire de Tarbes, 1-14.
- HOUEMENT C. (2014). Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques, Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches, LDAR Paris-Diderot.
- KUZNIAK A. (1994). Les stratégies utilisées pour former les maitres du premier degré en mathématiques, in *Actes du XXI^e colloque de la COPIRELEM*, Chantilly.
- PERRIN-GLORIAN M.-J., MATHE A.-C., LECLERCQ R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments, *Repères IREM*, **90**, 5-41.
- MANGIANTE-ORSOLA C., PERRIN-GLORIAN M.-J. (2014). Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maitres, Conférence No. 2, in *Actes du XL^e Colloque COPIRELEM*, Nantes.
- MANGIANTE-ORSOLA C., PETITFOUR E. (2015). L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? Atelier A.25, in *Actes du XLI^e Colloque COPIRELEM*, Mont de Marsan.
- MANGIANTE-ORSOLA C. (2016). De l'étude d'une situation de restauration de figure au cycle 3 à l'élaboration d'une ressource, Atelier A.14, in *Actes du XLII^e Colloque COPIRELEM*, Besançon.
- MASSELOT P., PETITFOUR E., WINDER C. (2016). Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles, Communication C26, in *Actes du XLII^e Colloque COPIRELEM*, Besançon.
- MAURIN C. (2001). Utilisation d'un triangle gabarit pour tracer des droites remarquables dans un triangle, in Atelier A : Approche de la géométrie en formation initiale : témoignages de pratique, Les cahiers du formateur, Tome 5, Copirelem, Maxéville, 18-23.
- PERRIN D. (2005). *Mathématiques d'école*, Paris : Cassini.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (2012). La géométrie (plane) du CP à la cinquième : quelques réflexions pour le comité scientifique des IREM, <http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/Annexe_2-CS-IREM-8_juin_2012.pdf> (consulté le 31 août 2015).
- RABARDEL P. (1995, a). *Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains*, Paris : Armand Colin.
- RABARDEL P. (1995, b). Qu'est-ce qu'un instrument ?, CNDP - Dossiers de l'ingénierie éducative, **19**, 61-65.

LISTE DES ANNEXES

- 1 Présentation des gabarits
- 2 Les questions utilisées dans l'atelier (Feuille A)
- 3 Les questions utilisées en licence (Feuille B)
- 4 Un exemple de production d'un groupe de l'atelier
- 5 Deux constructions pour la question 11 (partager le rectangle du gabarit par la moitié)
- 6 La situation du gabarit déchiré
- 7 Un parallélogramme qui est aussi un losange

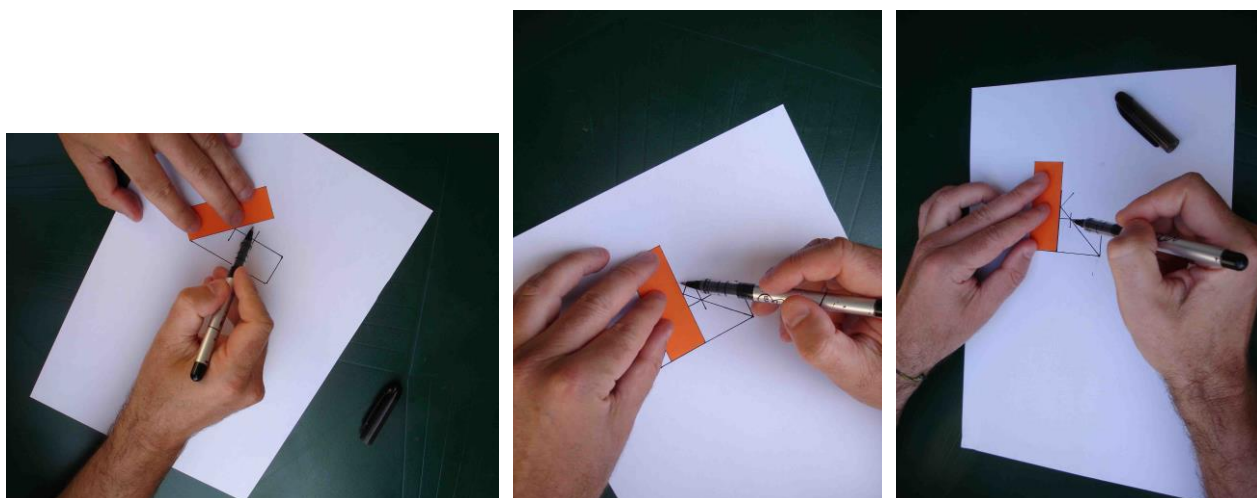
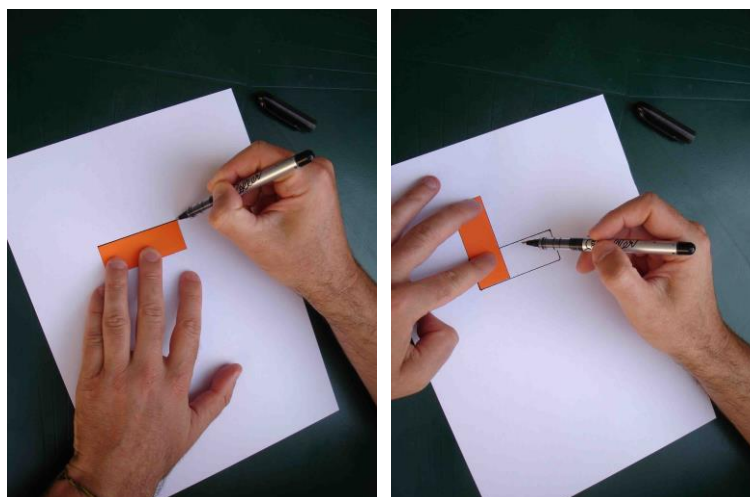
ANNEXE 1 : PRESENTATION DES GABARITS

Les photographies qui suivent présentent les gabarits qui ont été utilisés lors de l'atelier comme en licence, d'abord de façon statique puis dans leur utilisation. La photographie ci-dessous présente cinq gabarits de couleurs différentes (jaune, orange, rouge, vert et bleu) disposés sur une feuille A4, ce qui en montre l'échelle. Les couleurs vives utilisées permettaient de bien voir les gabarits sur la feuille et de les distinguer clairement des tracés effectués.

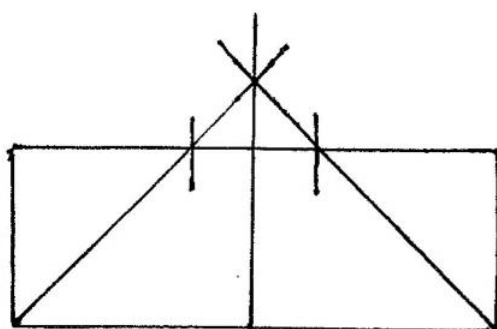


(Cinq gabarits disposés sur une feuille A4.)

La série de photographies qui suit présente différentes étapes d'une construction qui a été proposée dans l'atelier en réponse à la question 11 de la feuille A, « tracer un rectangle qui a les mêmes dimensions que le gabarit puis partager ce rectangle en deux rectangles superposables » (ici, en traçant la médiatrice de sa longueur). Cette construction est celle qui a donné lieu à l'interjection verbale : « - et avec mon équerre, je termine la figure ! » qui est analysée dans le texte au paragraphe VI.2.1. Une reproduction de la construction effectivement produite par ce groupe pendant l'atelier figure en annexe 4. Une description plus détaillée de la procédure suivie figure en annexe 5.



*(Quelques étapes d'une construction répondant à la question 11 :
partage du rectangle du gabarit en deux moitiés superposables.)*



(La figure produite par la procédure ci-dessus)

Ajouton que cette figure suit la même procédure de constructions que celle, produite pendant l'atelier, qui figure dans l'annexe 4 sous le numéro 11. On voit, en comparant ces deux tracés graphiques, à quel point une même procédure constructive peut conduire à des tracés matériels qui peuvent parfois sembler à première vue très différents.

ANNEXE 2 : LES QUESTIONS UTILISEES DANS L'ATELIER (FEUILLE A)

Le morceau de carton que vous avez reçu est un gabarit de rectangle. En utilisant seulement ce gabarit (ainsi qu'un stylo et du papier), il vous est demandé de réaliser les constructions suivantes :

- 1) Tracer un rectangle plus petit et un rectangle plus grand que le gabarit.
- 2) Tracer un rectangle deux fois plus long que large.
- 3) Tracer trois carrés ayant des longueurs de côtés différentes.
- 4) Tracer un segment plus grand que la plus grande longueur du gabarit, puis tracer un carré qui admette ce segment comme côté, puis tracer l'une des diagonales de ce carré.
- 5) Tracer un triangle rectangle-isocèle.
- 6) Tracer un triangle rectangle-isocèle qui a comme longueur isocèle la (*grande*) longueur du gabarit.
- 7) Tracer un triangle rectangle-isocèle qui a comme hypoténuse la (*grande*) longueur du gabarit.
- Variante : Tracer un carré dont la diagonale a comme longueur la (*grande*) longueur du gabarit.
- 8) Tracer un parallélogramme.
- 9) Tracer un losange.
- 10) Tracer un losange qui a comme longueur de côté la (*grande*) longueur du gabarit.
- 11) Tracer un rectangle qui a les mêmes dimensions que le gabarit, puis partager ce rectangle en deux rectangles superposables, d'abord dans un sens puis dans l'autre.
- 12) Tracer un segment plus long que le grand côté du gabarit puis tracer sa médiatrice.
- 13) Tracer un rectangle superposable au gabarit puis tracer ses diagonales.
- 14) Tracer un triangle équilatéral.
- 15) Tracer un triangle équilatéral plus petit ou plus grand que le précédent.
- 16) Tracer un hexagone régulier.
- 17) Se donner deux droites sécantes (*représentées par des segments suffisamment longs*) et tracer leur bissectrice.
- 18) Se donner une droite (*représentée par un segment suffisamment long*) et un point extérieur à cette droite, puis construire les deux droites qui passent par ce point et qui sont respectivement perpendiculaire et parallèle à la première droite.
- 19) Tracer un segment plus long que la longueur du gabarit et partager ce segment en trois segments égaux.
- Variante : Partager le rectangle du gabarit en trois rectangles identiques (*dans un sens ou dans l'autre*).
- 20) Se donner deux points situés à une grande distance l'un de l'autre (*notamment, plus grande que la longueur du gabarit*) puis tracer le segment qui joint ces deux points.

ANNEXE 3 : LES QUESTIONS UTILISEES EN LICENCE (FEUILLE B)

Le petit morceau de carton que vous avez reçu est un gabarit de rectangle. En utilisant ce gabarit ainsi qu'un stylo et du papier, il vous est demandé de réaliser les constructions qui suivent :

- 1) Tracer un rectangle.
- 2) Tracer un rectangle plus petit que le premier.
- 3) Tracer un rectangle plus grand que le premier.
- 4) Tracer un rectangle aussi petit que possible.
- 5) Tracer un rectangle aussi grand que possible.
- 6) Tracer un rectangle deux fois plus long que large.

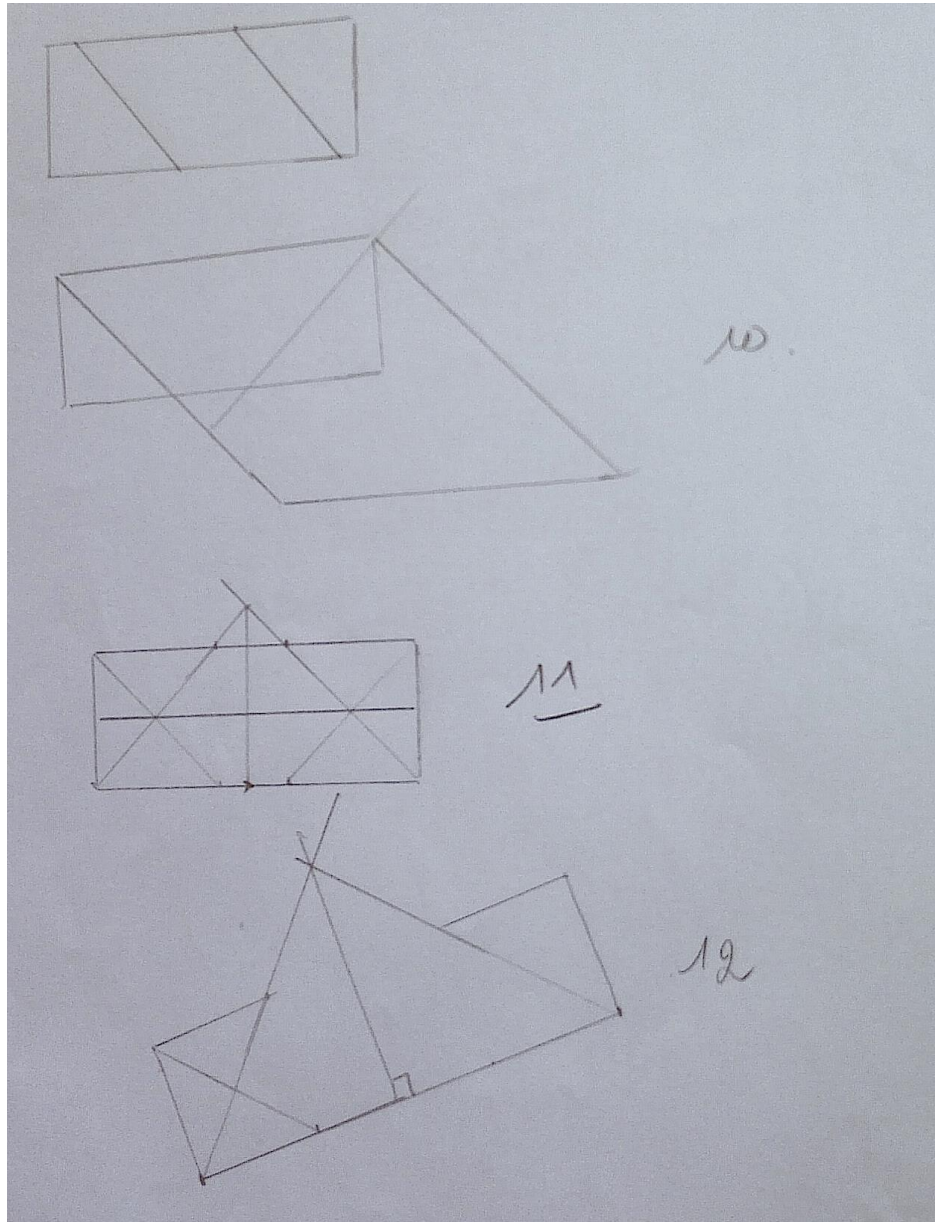
- 7) Tracer un carré.
- 8) Tracer un carré ayant une longueur de côté différente du premier.
- 9) Tracer un carré plus grand que ces deux-là.
- 10) Tracer un carré plus petit que ces trois-là.

- 11) Tracer un triangle isocèle.
- 12) Tracer un triangle rectangle.
- 13) Tracer un triangle rectangle-isocèle.
- 14) Tracer un triangle rectangle-isocèle qui ait comme longueur de ses deux côtés isocèles la plus petite longueur du gabarit (*c'est-à-dire la largeur du gabarit*).
- 15) Tracer un triangle rectangle-isocèle qui ait comme longueur de ses deux côtés isocèles la (*grande*) longueur du gabarit.
- 16) Tracer un carré qui ait comme longueur de côté la (*grande*) longueur du gabarit et tracer ses deux diagonales.
- 17) Tracer un parallélogramme.
- 18) Tracer un losange.
- 19) Tracer un losange qui ait pour longueur de côté la (*grande*) longueur du gabarit.
- 20) Tracer un rectangle qui soit exactement la moitié du gabarit dans le sens de la longueur.
- 21) Tracer un rectangle qui soit exactement la moitié du gabarit dans le sens de la largeur.

- 22) Tracer un triangle équilatéral qui ait comme longueur de côté la grande longueur du gabarit.
- 23) Tracer un triangle équilatéral différent du précédent.
- 24) Tracer un carré dont la diagonale a pour longueur la longueur du gabarit.
- 25) Partager le rectangle du gabarit en trois rectangles identiques.
- 26) Tracer un hexagone régulier.

ANNEXE 4 : UN EXEMPLE DE PRODUCTION D'UN GROUPE DE L'ATELIER

Nous reproduisons ci-dessous une page qui a été produite par un groupe au cours de l'atelier, que nous analysons à la suite. Cette page contient les réponses proposées par ce groupe aux quatre questions 9, 10, 11 et 12 de la feuille A.



Cette production est représentative de celles qui ont pu être observées, aussi bien pour les autres questions, que dans les différents groupes. Parmi les observations que l'on pourrait généraliser à tout l'atelier (et que l'on retrouvait également en licence) figure l'absence complète de textes ou d'explications écrites, ainsi que le fait que ce qui est visé semble être au moins autant la production d'un schéma explicitant un procédé de construction qu'une réalisation purement graphique ou plastique. Ces dessins représentent ainsi des constructions en un sens un peu plus abstrait que leur seule trace graphique ne pourrait le laisser penser, et correspondent à des « figures » prototypiques bien plus qu'à des « dessins » particuliers. On peut noter d'ailleurs que, dans la construction numéro 12, le groupe a

jugé utile de noter sur le dessin le codage de l'angle droit, permettant ainsi de conserver une trace mnémotechnique de l'usage « équerre » qui a été effectué du gabarit (cf. ci-dessous).

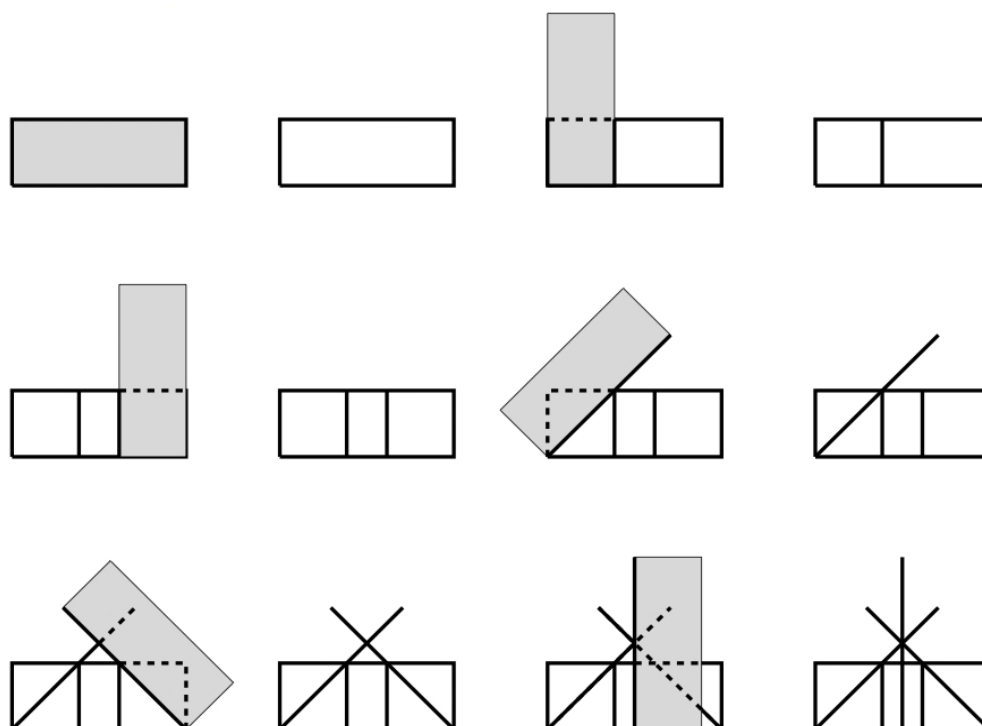
Enfin, une dernière observation typique, et qui est bien entendu liée à l'absence d'explications et de textes, est la difficulté qu'il y a à reconstituer après coup les procédures de construction qui ont pu être suivies à partir de ces seules traces écrites. Essayons cependant de proposer ici des reconstitutions possibles des procédures qui ont pu être mobilisées, tout en mesurant qu'il ne peut s'agir évidemment là que d'interprétations. On peut formuler par exemple les hypothèses suivantes :

- Pour la question 9 (*tracer un losange*), il semble que la procédure ait consisté à tracer d'abord un rectangle superposable au gabarit, puis à reporter deux fois la largeur du gabarit sur les deux longueurs de ce rectangle, à partir de deux sommets opposés donc en le faisant dans le sens opposé sur chaque longueur. On obtient alors un parallélogramme en joignant les 4 points ainsi obtenus ; et on peut ajouter qu'il s'agit là d'une construction d'un parallélogramme qui n'est pas un losange.
- Pour la question 10 (*tracer un losange ayant pour longueur de côté la longueur du gabarit*), la procédure suivie est plus difficile à reconstituer. Elle pourrait cependant être la suivante : tracer d'abord un rectangle superposable au gabarit, que nous nommerons ici $ABCD$ par commodité, et qui fournira un des premiers côtés du losange cherché, par exemple la longueur $[AB]$. Tracer ensuite un deuxième segment d'extrémité A et de même longueur AB , qui fournira un deuxième côté du losange cherché ; nous appellerons ici ce deuxième segment $[AE]$. En traçant ensuite un segment perpendiculaire à $[AE]$ passant par B , puis un segment perpendiculaire à celui-ci et passant par E , on construit alors un segment qui est parallèle à $[AE]$ et qui a la même longueur que lui, que nous nommerons $[BF]$. Il ne reste plus alors qu'à tracer le segment $[EF]$ pour achever la construction du losange $ABFE$.
- Pour la question 11 (*partager un rectangle superposable au gabarit en deux rectangles identiques*), la procédure semble avoir été la suivante : tracer un rectangle superposable au gabarit et commencer par faire apparaître, à l'intérieur de celui-ci et à ses « extrémités », deux carrés admettant comme côté les deux largeurs de ce rectangle. (Ici, ces carrés ne figurent pas en entier : seuls leurs sommets sont indiqués, mais leur quatrième côté n'est pas tracé). Les centres de ces deux carrés appartiennent à la médiatrice de la largeur du rectangle et ils permettent donc de la tracer. Enfin, le point d'intersection de deux diagonales de ces deux carrés appartient à la médiatrice de la longueur du rectangle. Celle-ci s'obtient alors en traçant un segment qui passe par ce point et qui est perpendiculaire à une largeur du rectangle. (*Et c'est précisément cette dernière étape de la construction qui a donné lieu à l'interjection «et avec mon équerre, je termine la figure ! » du paragraphe VI.2.1*). Nous proposons une autre description de cette construction (à l'aide de schémas et non plus comme ici à l'aide d'un texte) dans l'annexe 5.
- Enfin pour la question 12 (*tracer la médiatrice d'un segment plus long que la longueur du gabarit*), on observe une reprise de la technique qui a été produite à la question précédente, consistant à faire apparaître deux carrés aux deux extrémités du segment en question, puis à utiliser le point d'intersection des diagonales de ces deux carrés comme un point appartenant à la médiatrice cherchée. Il ne reste alors qu'à tracer un segment passant par ce point et perpendiculaire au segment initial pour obtenir la médiatrice recherchée (en utilisant donc à nouveau la fonction « équerre » du gabarit). On peut ajouter que cette construction aboutit effectivement dans ce cas de figure parce que le segment initial était en fait suffisamment court, mais qu'elle n'aboutirait pas de la même façon et demanderait à être adaptée dans le cas d'un segment initial plus long. (Une telle adaptation ne serait par ailleurs pas difficile à concevoir : si les deux carrés que l'on a fait apparaître aux deux extrémités ne suffisent pas parce que le segment initial est trop long, ils permettent tout de même de faire apparaître un segment plus court et qui possèdent la même médiatrice, donc à partir duquel il suffit de renouveler la même opération...)

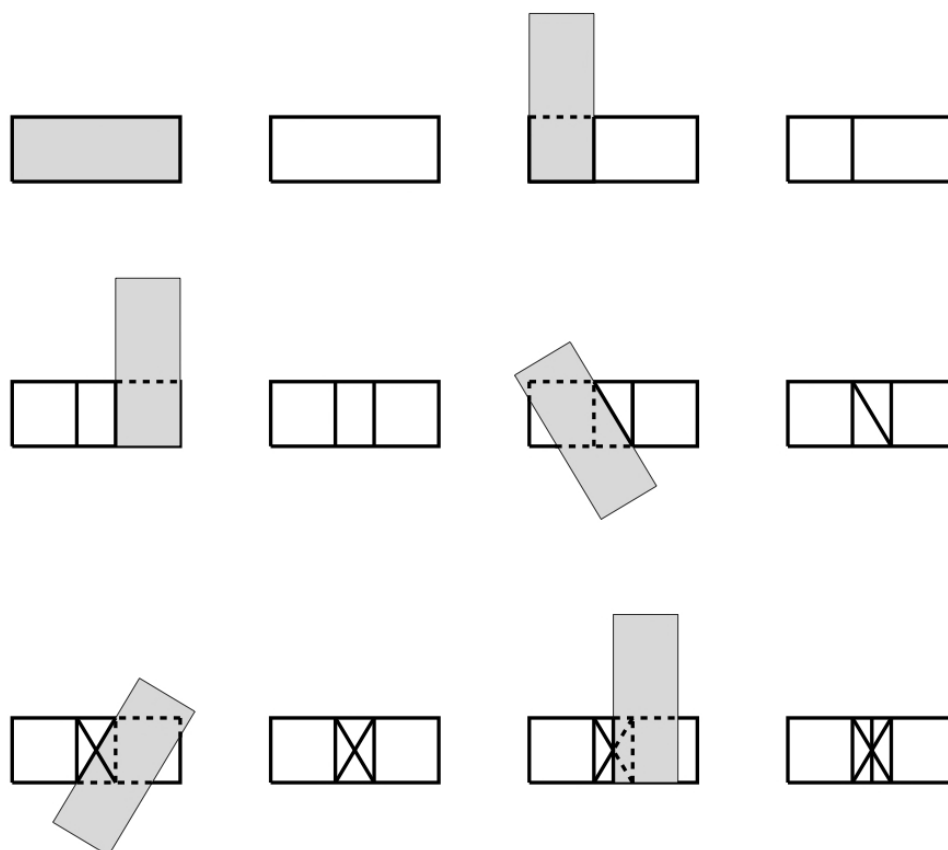
ANNEXE 5 : DEUX CONSTRUCTIONS REPONDANT A LA QUESTION 11 (PARTAGER LE RECTANGLE DU GABARIT PAR LA MOITIE)

Nous proposons deux constructions différentes qui répondent à la question 11 (*partager le rectangle du gabarit par la moitié*), la première qui a été produite dans l'atelier et la deuxième qui l'a été par des

étudiant-es de licence. Nous présentons ici ces deux constructions par le biais d'une suite de figures qui illustrent les différentes étapes, ce qui évite du coup de devoir recourir à des textes.- La première construction, produite dans l'atelier, est la suivante :



- La deuxième construction, produite elle par des étudiant-es de licence, est la suivante :



ANNEXE 6 : LA SITUATION DU GABARIT DECHIRE

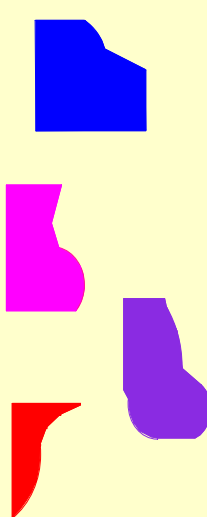
La présentation de la situation du « gabarit de rectangle » reproduite ci-après est une page extraite du document (Perrin-Glorian, 2012, p.30). Il s'agit, à l'aide d'un gabarit de carré tout d'abord entier, puis de plus en plus déchiré, de reconstruire à chaque fois la même figure, à savoir le carré initial. Quand on résout ce problème, on constate que plus le gabarit est déchiré et plus il y a besoin de mobiliser de transformations géométriques, qui se traduisent par le fait de devoir réaliser du côté pratique un plus grand nombre de superpositions du gabarit déchiré. Avec seulement un coin déchiré, il suffit d'utiliser deux positions différentes reliées par une rotation ; avec deux coins et un côté déchirés, il y a besoin de quatre positions obtenues par l'itération de la même rotation ; enfin lorsque le carré est encore plus déchiré, il peut y avoir besoin d'utiliser une symétrie en plus de la rotation, et éventuellement de recourir à un nombre plus grand encore de superpositions du gabarit.

L
D
A
R
L
a
b
o
r
a
t
o
i
r
e
d
e
D
i
d
a
c
t
i
q
u
e

Figures remarquables

Défi 2

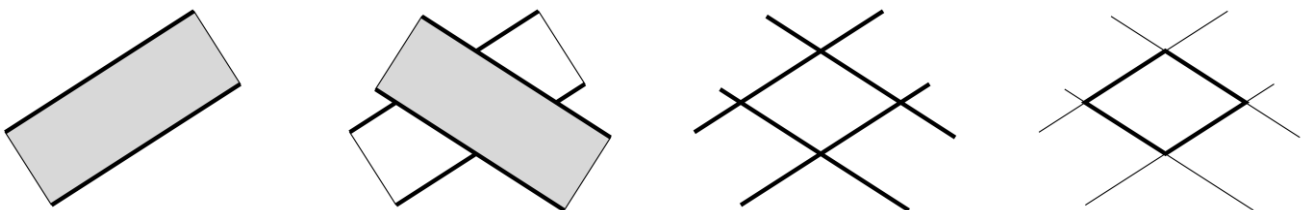
- Découpez un carré dans du papier
- Déchirez un coin de ce carré, il reste un gabarit déchiré avec lequel vous pouvez reproduire le carré
- Déchirez le un peu plus de façon qu'il ne reste que deux angles droits. Reproduire à nouveau le carré.
- Déchirez encore un coin de façon qu'il reste un morceau de deux côtés opposés. Reproduire à nouveau le carré
- Reprenez le premier coin. De quelle information complémentaire avez-vous besoin pour reproduire le carré ?



André Revuz

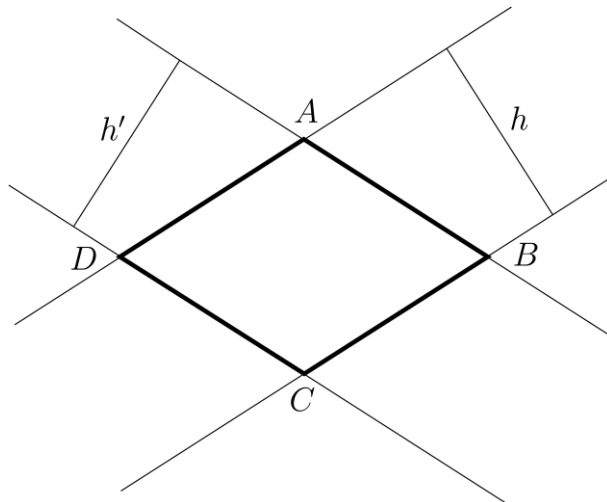
ANNEXE 7 : UN PARALLELOGRAMME QUI EST AUSSI UN LOSANGE

Pour construire un parallélogramme à l'aide du gabarit de rectangle (utilisé en fait ici de la même façon règle à bords parallèles), on peut penser à la construction très simple suivante, dans laquelle il est évident que l'on obtient une figure dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux, donc qui est un parallélogramme :



Il se trouve que cette construction produit en fait toujours des losanges, mais cette propriété est un peu moins évidente et nécessite de produire une justification. Nous en indiquons une qui nous semble particulièrement simple et que nous devons à Celi et Jore (2014). Elle présente de plus l'intérêt d'utiliser la notion d'aire comme un outil pour des démonstrations mathématiques, ce qui est une pratique relativement rare dans l'enseignement scolaire en France (à l'inverse de ce qui se pratique par exemple en Italie).

Nous nous appuyons pour le raisonnement sur la figure suivante, qui précise les nominations des points :



Par construction, le quadrilatère $ABCD$ est obtenu comme intersection de deux bandes à bords parallèles qui possèdent de plus la même largeur, dont $ABCD$ est un parallélogramme. En calculant de deux façons différentes l'aire A de ce parallélogramme, on obtient l'égalité : $A = AB \times h' = AD \times h$. Les deux bandes à bords parallèles ayant la même largeur, on a $h' = h$. On en déduit l'égalité $AB = AD$, donc le parallélogramme $ABCD$ est bien toujours un losange.

LE DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUE LESSON STUDY : PRESENTATION D'UN TRAVAIL MENE AUTOUR D'UNE LEÇON DE NUMERATION EN CE2

Valérie BATTEAU

Doctorante

Haute École Pédagogique (HEP Vaud)

Suisse

Laboratoire Lausannois Lesson Study (3LS)

valerie.batteau@hepl.ch

Résumé

Dans cette communication, nous présentons un travail de recherche doctorale dont l'objet est d'étudier l'évolution des pratiques d'enseignants suisses, exerçant dans le primaire, dans le cadre d'un dispositif de formation continue en mathématiques : Lesson Study (LS). Ce dispositif de formation vise le développement professionnel des enseignants (Clivaz, 2015 ; Gunnarsdottir & Palsdottir, 2011 ; Lewis & Hurd, 2011 ; Yoshida & Jackson, 2011).

L'objectif de cette communication est de présenter le travail d'adaptation et de transformation par un groupe d'enseignants et de coachs d'une tâche mathématique comme moyen de développer les pratiques.

Dans le dispositif, le groupe mène une analyse du sujet mathématique, choisit une tâche, en réalise une analyse préalable et élabore un plan de leçon (adaptation de la tâche et déroulement de la leçon). Ensuite, l'un des enseignants enseigne la leçon devant les autres membres qui observent. Le groupe se retrouve alors pour analyser la leçon, l'améliorer et l'un d'entre eux ré-enseigne cette nouvelle leçon. Ce travail débouche sur la rédaction d'un plan de leçon diffusé sur Internet à disposition d'autres enseignants. Ce travail autour d'une leçon comporte un travail important autour de l'analyse de la ressource et de son enseignement en classe. Ce dispositif permet ainsi aux enseignants de travailler des gestes professionnels tels que la préparation, l'analyse, la transformation et l'adaptation d'une ressource. Nous ancrons notre travail d'analyse des pratiques enseignantes dans le cadre de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002).

Nous présentons d'abord le dispositif de Lesson Study (LS) en général et son adaptation dans le contexte particulier dans lequel s'insère notre étude. Nous exposons ensuite quelques éléments du cadre théorique dans lequel nous ancrons notre analyse des pratiques enseignantes ainsi que nos questions de recherche et notre méthodologie. Puis, nous présentons le travail mené par le groupe d'enseignants et de coachs autour du premier cycle de LS, ainsi que quelques éléments de nos analyses des pratiques. Nous terminons par un bilan et des perspectives d'un tel dispositif de formation pour le développement des pratiques.

I - PRESENTATION DU DISPOSITIF DE LESSON STUDY

1 Origine

Ce dispositif originaire du Japon est nommé *jugyou-kenkyuu* en japonais, traduit par « Lesson Study » dans la communauté anglophone et parfois par « Étude Collective de Leçon » dans la communauté francophone (Miyakawa & Winsløw, 2009). En tant que dispositif de formation et de recherche, il a été introduit dans les années 1990 aux États-Unis et développé notamment par Lewis (Lewis & Hurd, 2011 ; Lewis, Perry, & Hurd, 2009 ; Lewis, Perry, & Murata, 2006 ; Lewis & Tsuchida, 1998). Il vise prioritairement le développement professionnel des enseignants (Clivaz, 2015 ; Gunnarsdottir & Palsdottir, 2011 ; Lewis & Hurd, 2011 ; Yoshida & Jackson, 2011).

2 Présentation du contexte

Le dispositif de LS se fait sous forme de cycle en quatre étapes (Lewis & Hurd, 2011). Avant tout, le Groupe de Lesson Study (GLS) choisit un sujet mathématique à enseigner en fonction des difficultés d'apprentissage des élèves et/ou des difficultés d'enseignement. Le sujet de la leçon étant choisi, le GLS étudie les curriculums relatifs à ce thème (voir schéma 1, étape 1). Le GLS planifie et prépare la leçon, appelée leçon de recherche (étape 2). L'un des enseignants du GLS enseigne la leçon dans sa classe en présence des autres membres du GLS qui observent et relèvent des données sur l'activité des élèves et le déroulement de la leçon (étape 3). Enfin, le GLS analyse collectivement la leçon et discute des améliorations éventuelles à partir des données des observateurs (étape 4). Une ou plusieurs réalisations peuvent avoir lieu autour du même sujet. À l'issue du cycle, la leçon fait l'objet de la rédaction d'un plan de leçon final qui peut être diffusé dans des revues professionnelles et sur internet.

Dans notre contexte vaudois, le GLS est composé de huit enseignants volontaires des degrés primaires 5-6H (CE2-CM1), ayant entre 2 et 32 ans d'expérience, accompagnés de deux coachs, spécialisés l'un en didactique des mathématiques et l'autre en enseignement-apprentissage. Ces enseignants s'engagent dans une démarche de développement professionnel. Notre intention est d'étudier l'évolution des pratiques de quelques enseignants à travers l'analyse des effets de ce dispositif particulier. Dans quelle mesure, ce dispositif permet-il de modifier les pratiques enseignantes ? Qu'est-ce qui change ou au contraire résiste aux potentiels changements dans les pratiques ?

Pour analyser les pratiques, nous présentons le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert & Rogalski, 2002), puis nous précisons nos questions de recherche et notre méthodologie.

II - CADRE THEORIQUE, QUESTIONS DE RECHERCHE, METHODOLOGIE

1 Quelques éléments du cadre théorique

Le cadre théorique de la double approche prend en compte la dimension du métier d'enseignant avec les marges de manœuvre que celui-ci peut investir et les contraintes auxquelles il est soumis. Ce cadre permet d'analyser et d'interpréter les pratiques enseignantes ; il prend en compte les pratiques en classe et leurs effets sur les activités potentielles des élèves mais intègre aussi l'univers du métier d'enseignant. Robert et Rogalski (2002) décrivent les pratiques selon cinq composantes : deux composantes liées aux déroulements en classe (composantes cognitive et médiative) et trois composantes liées à la dimension du métier (composantes personnelle, institutionnelle et sociale). L'analyse des pratiques en composantes permet de relever des régularités et des variabilités d'un même enseignant tout au long du dispositif. En s'appuyant sur l'analyse des pratiques en composantes cognitive, médiative et institutionnelle, un ensemble de chercheurs (Charles-Pézar, Butlen, & Masselot, 2012 ; Peltier-Barbier et al., 2004) catégorise les pratiques à partir de régularités interpersonnelles et intrapersonnelles observées dans les stratégies globales d'enseignement. Les pratiques sont catégorisées en trois i-genres : le i-genre 2 qui est majoritaire (caractérisé par une présentation collective des activités, une individualisation très forte, des tâches découpées en tâches élémentaires, pas de synthèse, pas de bilan, pas d'institutionnalisation), le i-genre 1 (caractérisé par une quasi absence des présentations collectives des activités, ce qui le différencie du i-genre 2) et le i-genre 3 qui est considéré de référence pour les pratiques en ZEP (caractérisé par des situations-problèmes, une formulation et bilan des stratégies, une mise en commun, une synthèse et une institutionnalisation, un réinvestissement contextualisé et décontextualisé). Des niveaux de développement sont associés au i-genre 3.

Dans notre contexte, les enseignants préparent collectivement la leçon de recherche puis l'un d'eux l'enseigne dans sa classe. Dès lors, pour enseigner la leçon, l'enseignant doit se l'approprier et créer ainsi des modifications même minimales. Nous allons utiliser le modèle d'analyse de Leplat (1997) issu de la théorie de l'activité – et qui a été adapté par Mangiante (2007) en didactique des mathématiques – afin

d'étudier les écarts entre la leçon de recherche préparée collectivement (tâche prescrite) et la leçon réalisée par un enseignant (tâche réalisée).

2 Questions de recherche

La problématique générale est de caractériser les pratiques enseignantes et d'en étudier les évolutions à travers l'analyse des effets du dispositif de LS. En nous situant dans le modèle d'analyse de Leplat (1997), adapté par Mangiante (2007), nous analysons l'activité enseignante à travers le processus de modifications de la tâche prescrite à la tâche réalisée. À travers le processus de modifications, nous nous intéressons à étudier comment les enseignants s'adaptent et s'approprient la leçon de recherche élaborée collectivement et ce que cela implique dans les changements ou non des pratiques. La première question de recherche est : comment l'analyse du processus de modifications de la tâche prescrite à la tâche réalisée peut-elle nous informer et être révélatrice d'un potentiel changement dans les pratiques ?

En nous plaçant dans le cadre de la double approche, nous posons l'hypothèse que les pratiques constituent un système complexe, cohérent et stable. La deuxième question de recherche s'appuie sur le concept de i-genre (Charles-Pézarid et al., 2012 ; Peltier-Barbier et al., 2004) : dans quelle mesure, une évolution des pratiques lors du dispositif de LS peut-elle être marquée par un dépassement des niveaux de développement associé au i-genre 3 voire par un changement de i-genre ?

La troisième question de recherche concerne l'analyse des pratiques en composantes : dans le dispositif de LS, comment l'analyse des pratiques en termes de composantes nous permet-elle de caractériser le changement ou non des pratiques ?

3 Méthodologie

Notre démarche d'analyse se déroule à un niveau local puis global. Au niveau local (de la leçon dans un cycle de LS), nous reprenons la méthodologie mise en place par Mangiante (2007), adaptée au contexte des LS (voir schéma 1). Ce niveau d'analyse a pour objectif de caractériser les pratiques et d'apporter des éléments de réponse à la première question de recherche.

La tâche prescrite correspond à ce que l'enseignant doit effectuer. À partir de nos données, cette tâche est constituée du plan de leçon (déroulement de la leçon), de la tâche mathématique, de la connaissance mathématique visée et du matériel prévu.

La tâche représentée correspond à ce que l'enseignant pense qu'on attend de lui, comment il se représente la tâche prescrite. Nous nous intéressons à ce que l'enseignant met en œuvre d'un point de vue mathématique et didactique pour se représenter la tâche prescrite.

La tâche redéfinie correspond à la tâche que l'enseignant se redéfinit en fonction de ses propres caractéristiques, de ses propres finalités et de la tâche prescrite. De même, nous nous intéressons à ce que l'enseignant met en œuvre d'un point de vue mathématique et didactique pour se redéfinir la tâche. Nous caractérisons ces deux niveaux de tâches à partir des observables de la leçon et des interventions des enseignants lors des séances collectives.

La tâche réalisée correspond à ce que fait vraiment l'enseignant pendant la leçon de recherche. L'activité de l'enseignant y est analysée à travers ce processus de modifications entre les tâches.

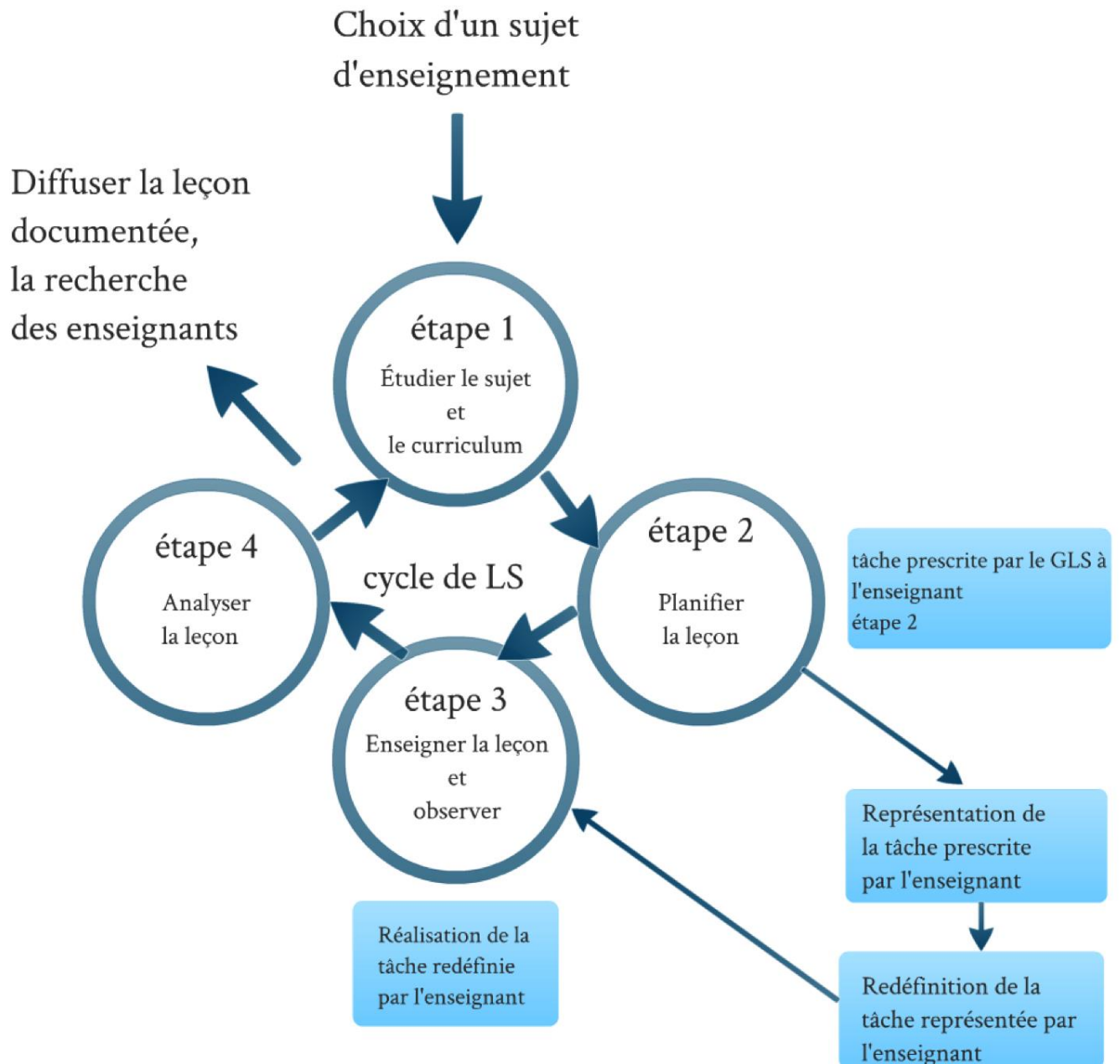


Schéma 1 : cycle de LS adapté de (Lewis & Hurd, 2011) avec niveaux de tâches

Au niveau global (de plusieurs leçons et de plusieurs cycles de LS), nous analysons les pratiques en termes de catégorisation des pratiques en i-genre, niveaux de développement et en termes de composantes des pratiques. Ce niveau d'analyse a pour objectif de caractériser une évolution dans les pratiques et permet d'apporter des éléments de réponse aux deuxième et troisième questions de recherche.

Nous allons maintenant présenter le travail réalisé par le GLS autour du premier cycle de LS sur la numération.

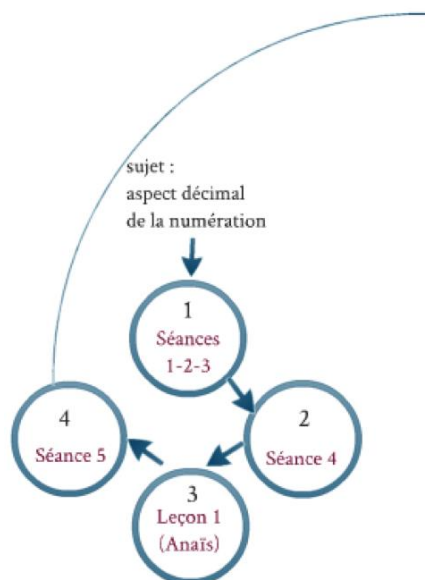
III - TRAVAIL AUTOUR DU 1^{ER} CYCLE ET ANALYSES DES PRATIQUES

Le premier cycle de LS (voir schéma 2) est axé sur l'aspect décimal du système de numération et s'est déroulé en sept séances collectives (en quinzaine et de durée 1h30) dont les objectifs sont décrits ci-après.

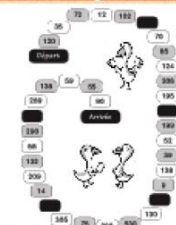
- Séance 1 : Choix d'un sujet mathématique : l'aspect décimal du système de numération

- Séance 2 : Identification des difficultés des élèves (étape 1), travail à partir du site internet développé par Tempier¹ et l'un de ses articles (Tempier, 2010)
- Séance 3 : Travail sur les ressources (étape 1) et choix de la tâche mathématique « Un drôle de jeu de l'oie... », *Cap Math CE2* (Hatier, 2007, p. 16)
- Séance 4 : Planification de la leçon (étape 2)
- Leçon de recherche n°1 (étape 3) enseignée par Anaïs
- Séance 5 : Analyses de la leçon (étape 4), ces analyses ont lieu immédiatement après la leçon
- Séance 6 : Re-planification de la leçon n°2 (étape 1-2), modification d' « Un drôle de jeu de l'oie... » en « Jeu de la toupie »
- **Leçon de recherche n°2 (étape 3) enseignée par Édith**
- Séance 7: Analyses de la leçon (étape 4), ces analyses ont lieu immédiatement après la leçon.

¹ http://numerationdecimale.free.fr/index.php?option=com_content&view=article&id=133&Itemid=148, consulté le 22/07/2015



Un drôle de jeu de l'oie...



Matériel

- une piste de jeu - un dé - un pion par joueur
- trois boîtes pour le banquier avec :

1 unité	1 dizaine	1 centaine
25 cartes	80 cartes	80 cartes

Jouer

Le premier joueur lance le dé. Il avance son pion du nombre de points indiqué.

Si le pion arrive sur :



Le joueur doit donner au banquier exactement le nombre de points indiqué dans la case.
Si le joueur n'a pas assez de points, il donne tout ce qu'il possède au banquier.



Le banquier doit donner au joueur exactement le nombre de points indiqué dans la case.



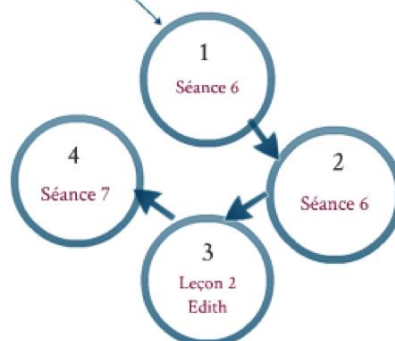
Le joueur passe son tour.

Le joueur suivant lance le dé.

Le jeu s'arrête quand un joueur atteint ou dépasse la case « Arrivée ».

Le gagnant est celui qui, à la fin du jeu, a le plus grand nombre de points avec toutes ses cartes. Vous devez toujours être d'accord sur ce que fait chaque joueur ou sur ce que fait le banquier.

(Charnay, Combier, Dussuc, & Madier, 2007, p. 16)



Jeu de la toupie

Jouer

Le premier joueur lance le dé. Il avance son pion du nombre de points indiqué.

Si le pion arrive sur :



Le joueur doit donner au joueur suivant (à sa gauche) **exactement** le nombre de points indiqué dans la case.



Le joueur doit donner au joueur précédent (à sa droite) **exactement** le nombre de points indiqué dans la case.



Le joueur ne donne rien.

Les cartes dans les sachets permettent de faire des échanges.

Le jeu s'arrête quand la maîtresse donne le signal.

Le gagnant est celui qui a le plus de points.

Schéma 2 : cycle *a* de LS

1 Quelques éléments de l'analyse *a priori* de la tâche prescrite

La tâche « Un drôle de jeu de l'oie... » (voir Schéma 2) est issue d'un manuel scolaire français *Cap Math* CE2 (Hatier, 2007, p.16) et a été proposée par une enseignante du GLS. Cette tâche a été choisie par les

coachs du GLS parmi l'ensemble des tâches proposées pour plusieurs raisons : elle a comme avantage de n'avoir été enseignée par aucun membre du GLS et de ne pas faire partie du manuel scolaire mathématique officiel en Suisse Romande, les moyens d'enseignement romands composé d'un recueil d'activités (Dorier & Daina, 2016). Les enseignants se trouvent donc tous dans la même situation de découverte par rapport à cette tâche et ils peuvent se sentir peut-être plus libres de la modifier. Cette tâche a pour objectif de travailler l'aspect décimal de la numération à travers les échanges de dix cartes « 1 unité » pour une carte « 1 dizaine » et de dix cartes « 1 dizaine » pour une carte « 1 centaine ». Cette tâche comporte un plateau ressemblant à celui d'un jeu de l'oie sur lequel les joueurs lancent un dé, avancent du nombre de points indiqués et en fonction de la couleur de la case, donnent au banquier ou reçoivent du banquier exactement le nombre de points indiqué sur la case. Avec la réserve de points de départ distribués à chaque joueur (trois cartes « 1 unité », trois cartes « 1 dizaine », trois cartes « 1 centaine »), dès le premier lancer de dé, le joueur peut se retrouver dans une situation de blocage : par exemple, s'il tombe sur la case 35, il ne peut donner exactement trois cartes « 1 dizaine » et cinq cartes « 1 unité ». Il doit donc réaliser des échanges de cartes avec le banquier pour pouvoir donner exactement le nombre de points au banquier sans que celui-ci ne lui rende de points. Les joueurs effectuent donc des échanges de cartes avec le banquier pour lui donner ensuite le nombre de points exacts. Seul le respect de cette contrainte artificielle du jeu permet de viser la connaissance mathématique, à savoir la notion de groupement (ou les échanges) dans le système de numération.

Le plan de leçon prévoit qu'après les situations de blocage rencontrées par les élèves, l'enseignant effectue une mise en commun dont l'objectif est de faire « arriver aux échanges possibles », c'est-à-dire d'établir la nécessité des échanges dans le système de numération par les élèves comme moyen de débloquent les situations dans le jeu. Puis, l'enseignant doit écrire au tableau « 1 centaine = 10 dizaines et 1 dizaine = 10 unités », c'est-à-dire la connaissance mathématique décontextualisée.

2 Quelques éléments de l'analyse a posteriori de la tâche réalisée par Anaïs

2.1 Quelques éléments d'analyses en terme de modifications entre les tâches prescrite et réalisée

Anaïs se représente une tâche dans laquelle les élèves peuvent se rendre la monnaie. Selon elle, les stratégies soustractives permettent de travailler la notion d'échange dans le système de numération. Ainsi, lors de la tâche réalisée, elle incite les élèves à ne pas donner exactement le nombre de points indiqués et à « se rendre la monnaie » afin qu'ils puissent continuer à jouer même s'ils ne respectent plus les règles du jeu. Même si elle voit l'enjeu mathématique, l'aspect jeu l'emporte sur l'enjeu mathématique. Face à cette dialectique, Anaïs effectue des choix en cohérence avec sa représentation de la tâche mais qui ne permettent pas de viser la connaissance mathématique.

Avant d'enseigner la leçon préparée collectivement, Anaïs s'est approprié la tâche prescrite, a anticipé et a préparé seule la leçon. Elle n'apporte pas de modifications lors de la redéfinition de la tâche, même si elle dit avoir anticipé un problème de conception dans le jeu (problème réel de manque de cartes « 1 unité ») et même si elle dit qu'elle aurait voulu faire autrement pour la composition des groupes d'élèves (elle souhaitait regrouper ses élèves en groupes homogènes).

Pendant la réalisation de la tâche, Anaïs écrit au tableau (voir Schéma 3), non pas la connaissance décontextualisée (comme prévu dans la tâche prescrite), mais la connaissance utile dans le jeu. Elle encadre les c, d, u comme pour rappeler la forme des cartes à jouer. Elle emploie le signe « = » non pas comme une relation d'équivalence en mathématiques, mais avec la signification d'une flèche. Le signe « = » est associé à une action avec un sens de gauche à droite, dans laquelle les rôles de banquier et de joueurs ne peuvent se permuter. En effet, dans le jeu, les échanges de cartes ne peuvent se réaliser que dans un sens (seul le banquier dispose de dix cartes « 1 unité » et de dix cartes « 1 dizaine »).

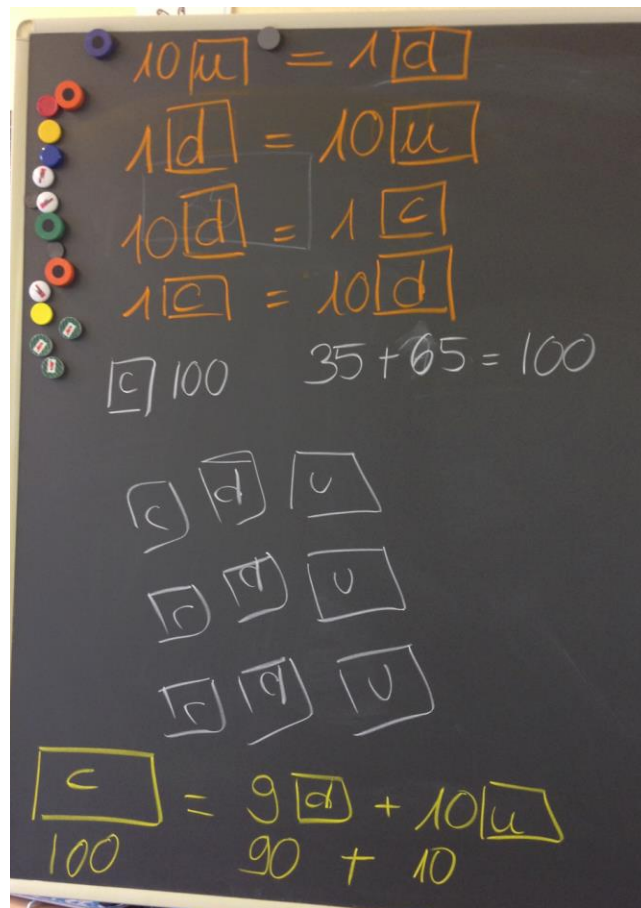


Schéma 3 : tableau noir dans la classe d'Anaïs

Lors de la réalisation de la tâche, Anaïs apporte des modifications à la tâche prescrite. La connaissance mathématique visée n'est pas écrite au tableau, ni institutionnalisée de manière décontextualisée, mais bien de manière contextualisée dans le jeu. Elle réalise une tâche qui est proche de la tâche qu'elle se représente (avec le rendu de monnaie autorisé).

Le processus de modification de la tâche prescrite à la tâche réalisée est initié par la conformité d'Anaïs aux prescriptions qui émanent du dispositif de LS, dans le sens où elle n'apporte pas de modifications au niveau de la redéfinition de la tâche, alors qu'elle aurait effectivement pu (voire dû) le faire. Elle devra alors s'adapter et apporter des modifications lors de la réalisation de la tâche, restant en cohérence avec sa représentation qui est éloignée de la tâche prescrite et qui ne permet pas les apprentissages visés.

2.2 Difficultés rencontrées lors de la leçon dans la classe d'Anaïs

Pour résumer les difficultés rencontrées pendant la leçon, la présence du banquier a incité d'autres stratégies que celle visée : donner plus que ce qui est demandé et se faire rendre la monnaie (stratégie soustractive), donner plus et ne pas demander la monnaie (« faire cadeau »), prendre des cartes à d'autres joueurs ou à la banque, etc. Par ailleurs, l'aspect « jeu de l'oie » a provoqué le fait que certains élèves avaient pour objectif d'arriver en premier sur la case d'arrivée, ne se préoccupant pas du but du jeu qui est d'obtenir le plus grand nombre de points, ni de respecter la règle de donner exactement le nombre de points. À la fin du jeu, certains élèves ont ainsi comparé l'épaisseur de leur paquet de cartes pour connaître le gagnant. Enfin, dans l'édition 2007 de *Cap Math*² utilisée, le matériel proposé comportait une erreur : il n'y avait pas suffisamment de cartes « 1 unité » ce qui a impliqué que, dans les

² Dans les éditions de 2002 et de 2011, il y a 80 cartes « 1 unité », 80 cartes « 1 dizaine » et 20 cartes « 1 centaine » (édition 2002), 25 cartes « 1 centaine » (édition 2011), ce qui permet de réaliser les échanges de cartes.

groupes de trois joueurs et un banquier, très rapidement, le jeu était bloqué et les échanges d'une carte « 1 dizaine » avec dix cartes « 1 unité » n'étaient plus possibles.

2.3 Améliorations de la tâche mathématique

Lors des séances collectives 5 et 6, le GLS a proposé des améliorations du jeu compte tenu des difficultés rencontrées. Le GLS a renommé le jeu en « Jeu de la toupie » (voir Schéma 2) pour éviter une fausse ressemblance avec le jeu de l'oie, a transformé le plateau en jeu circulaire sans case d'arrivée pour éviter l'aspect « jeu » qui éloigne de l'enjeu mathématique. Le GLS a changé les règles du jeu (donner aux joueurs à droite ou à gauche et ne pas effectuer les échanges avec celui à qui on doit donner) et a supprimé la présence du banquier pour éviter le lien avec l'argent et les stratégies soustractives.

3 Quelques éléments de l'analyse *a posteriori* dans la classe d'Édith

Édith a enseigné le « Jeu de la toupie » lors de la 2^{ème} leçon (voir Schéma 2), visant la même connaissance mathématique. Certaines difficultés du jeu observées lors de la 1^{ère} leçon (donner plus, rendre la monnaie, passer son tour, se servir dans la réserve ou banque, etc.) sont apparues également au début de la leçon, mais le changement de règles a permis de les rendre caduques.

Édith se représente une tâche dans laquelle, pour expliquer l'aspect décimal de la numération, elle passe par le nombre en unités. Par exemple pour expliquer que 3 centaines égalent 30 dizaines, elle explique que 3 centaines égalent 300 unités, que 300 unités égalent 30 dizaines et donc que 3 centaines égalent 30 dizaines. Elle redéfinit et réalise une tâche en cohérence avec la représentation qu'elle se fait de la tâche prescrite. Ainsi, au tableau (voir schéma 4) comme dans toutes ses interventions avec les élèves durant la leçon, elle donne les explications en repassant systématiquement en nombre d'unités.

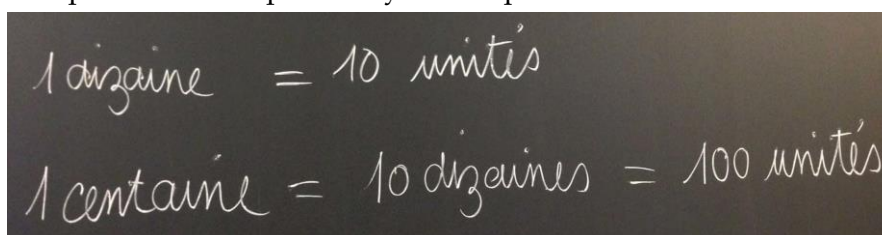


Schéma 4 : Tableau noir dans la classe d'Édith

Édith a une représentation de la tâche prescrite qui correspond à ses connaissances mathématiques du système de numération. Ainsi, toutes les modifications apportées au niveau de la représentation, de la redéfinition, de la réalisation sont initiées par ses connaissances mathématiques.

IV - ANALYSES DES PRATIQUES EN COMPOSANTES

Dans cette partie, nous exposons les résultats d'analyses des pratiques en composantes de ces deux enseignantes. Nous avons analysé les composantes de leurs pratiques à partir de deux leçons (leçon de recherche du cycle de LS et leçon observée avant le début du dispositif de LS) et des séances collectives du dispositif.

1 Analyse des composantes cognitive et médiative des pratiques

Dans le tableau ci-dessous, nous avons relevé quelques indicateurs relatifs aux composantes cognitives et médiatives des pratiques de chacune des enseignantes pour les deux leçons.

en % du temps de la leçon	Leçons avant dispositif de LS		Leçons de recherche	
	Anaïs	Édith	Anaïs	Édith
Temps de parole de l'enseignante	69	81	65	69
Temps de parole des élèves	28	12	24	20
Présentation collective de la tâche mathématique	5	9	32	17
Temps de recherche laissé aux élèves	75	75	46	40
Prise d'information de l'enseignante sur l'activité des élèves et sur leurs procédures pendant les temps	28	36	20	23

de recherche				
Aides personnelles pendant les temps de recherche	17	16	15	21
Aides collectives pendant les temps de recherche	0	14	21	17
Présence d'une synthèse mathématique en fin de leçon ou d'une institutionnalisation	non	non	non	oui

Schéma 5 : Indicateurs relatifs aux composantes cognitives et médiatives des pratiques

Concernant la composante cognitive, certains choix (comme le choix de la tâche mathématique de la leçon de recherche) relèvent du GLS et non d'Anaïs ou d'Édith seule.

Nous commençons par caractériser la composante cognitive des pratiques d'Anaïs. Dans la leçon avant dispositif, elle a choisi une tâche mathématique consistante (Batteau, 2015). Dans les deux leçons observées, elle n'effectue ni synthèse au niveau mathématique, ni institutionnalisation, il n'y a pas de décontextualisation de la connaissance mathématique visée, ni à l'oral, ni à l'écrit. Elle laisse un temps de recherche important aux élèves (voir Schéma 5). Pendant la leçon de recherche, elle laisse une part importante à la présentation collective de la tâche mathématique, mais pas pendant la première leçon (voir Schéma 5), ce qui s'explique par le fait que les élèves avaient déjà découvert la tâche auparavant et donc elle n'a rappelé que brièvement la tâche en début de leçon.

Concernant la composante médiative des pratiques d'Anaïs, l'aspect « jeu » est important dans ses pratiques. Cette caractéristique de ses pratiques sera à confirmer pour savoir si elle recherche et entretient régulièrement la motivation des élèves par le recours à des jeux. Nous n'avons pas observé de tutorat mis en place par Anaïs entre élèves pendant les deux leçons, ni d'étayage consistant : les élèves sont plutôt laissés en autonomie en binôme ou en groupe. L'enseignante prend des informations sur leur activité, leur demande d'explicitier leurs procédures et les valide elle-même ou demande aux élèves de les valider. Elle donne des exemples ou des explications supplémentaires lorsque les élèves sont bloqués en réduisant ses exigences mathématiques pendant la leçon de recherche.

Nous allons caractériser les composantes cognitive et médiative des pratiques d'Édith. Lors de la leçon avant le dispositif, les deux tâches mathématiques choisies par Édith pour travailler la numération ne sont pas consistantes (compléter des suites arithmétiques à l'oral puis à l'écrit, dont on connaît les premiers termes avec ou sans la raison). L'objectif de cette leçon est de « travailler les suites de nombres pour apprendre à compter de deux en deux, de cinq en cinq etc. », ce qui correspond dans le programme officiel³ à l'élément de la progression des apprentissages *Reconnaissance et établissement de suites arithmétiques*. Pendant la première tâche collective à l'oral, elle demande aux élèves chacun leur tour de compléter la suite arithmétique de premier terme 873 et de raison -5, en ne conservant que le nombre formé du chiffre des dizaines et des unités « pour se simplifier la vie » selon elle. Elle cache alors le chiffre des centaines, puis il reste à la charge de l'élève de donner le résultat final (selon elle, il faut rajouter le chiffre des centaines). Elle utilise un « truc » mathématique qui n'est pas relié aux connaissances des élèves en numération et qui pose une difficulté dès le premier changement de centaine. Dans la deuxième tâche qui est individuelle et sur fiche, elle demande aux élèves de compléter plusieurs suites arithmétiques dont on connaît des termes mais pas la raison. Elle découpe cette tâche en tâches élémentaires qui sont de repérer s'il s'agit de réaliser « une addition ou une soustraction » (c'est-à-dire si la suite est croissante ou décroissante), puis d'écrire le signe de l'opération à effectuer (c'est-à-dire si la raison est un nombre positif ou négatif), puis de calculer « de combien en combien on compte » (elle n'explicité pas le fait que l'écart entre deux termes de la suite est constant). Elle travaille l'établissement de suites arithmétiques et nous ne savons pas si elle a auparavant travaillé la reconnaissance de suites numériques. Édith fait travailler ses élèves individuellement sur des fiches pendant 50% du temps de cette leçon, elle propose un traitement individualisé au niveau des aides apportées, elle découpe la tâche mathématique en tâches élémentaires. Édith corrige ensuite les fiches après la leçon, il n'y a donc pas de mise en commun collective sur cette fiche, ni synthèse, ni institutionnalisation lors de cette leçon.

³ Plan d'Études Romand (http://www.plandetudes.ch/web/guest/MSN_23/, consulté le 27 août 2015)

Lors de la leçon de recherche, dès les premiers blocages dans le jeu, Édith explique au tableau la connaissance mathématique décontextualisée. Ce processus de rappel de la connaissance décontextualisée est pris en charge par l'enseignante et participe à l'institutionnalisation de la connaissance. Néanmoins, les élèves ont à leur charge le travail de recontextualisation de la connaissance comme moyen de débloquent les situations dans le « Jeu de la toupie », ce qui a posé difficulté à l'ensemble de la classe. Suite à ce processus de rappel, les élèves ont par exemple proposé de se servir dans la réserve, d'échanger une carte « 1 dizaine » pour une carte « 1 centaine », etc. Édith a modifié le plan de leçon préparé par le GLS qui prescrivait de faire « arriver aux échanges possibles » comme moyen de débloquent les situations dans le jeu. Cette modification du plan de leçon a eu pour effet de mettre en difficulté la classe dans le processus de recontextualisation de la connaissance.

Dans les deux leçons observées, Édith réalise des présentations collectives de la tâche et dans la leçon avant le dispositif, elle présente collectivement la tâche en la découpant en tâches élémentaires. Les temps de recherche laissés aux élèves sont importants (voir Schéma 5). Pendant ces temps de recherche, elle tend vers une individualisation de l'enseignement (avec des aides personnelles), elle prend des informations sur l'activité et les procédures des élèves, elle ne se contente pas de « survoler » l'activité des élèves.

2 Analyse des composantes personnelle, sociale et institutionnelle des pratiques

Concernant la composante personnelle, ces deux enseignantes sont investies dans leur métier. Elles ont entre douze et quinze années d'expérience d'enseignement en 5-6H (CE2-CM1) et elles accueillent des enseignants stagiaires dans leur classe.

Anaïs fait partie de groupes d'enseignants impliqués dans les épreuves cantonales de référence (évaluations communes pour les élèves de 6H en mathématiques dans le canton de Vaud).

Concernant la composante sociale, ces deux enseignantes ont l'habitude de travailler ensemble, à deux, pour la préparation de leurs leçons (choix des tâches, tâches d'approfondissement réservées aux élèves qui ont des facilités, progressions, évaluations, etc.) en mathématiques et dans les autres disciplines. Elles enseignent dans une école proche du centre-ville de Lausanne, dans des classes de 15 à 18 élèves qu'elles suivent pendant deux ans en 5-6H.

Concernant la composante institutionnelle, Anaïs enseigne en mathématiques⁴ en mettant ses élèves en groupes de niveaux sous forme d'« ateliers » ou de « plans de travail » (Tièche Christinat, 2000) et en mettant en œuvre une pédagogie différenciée. Anaïs dispose ses élèves en plusieurs « ateliers », elle s'occupe principalement d'un atelier pendant une leçon et les autres élèves sont laissés en autonomie. Dans les « ateliers », les élèves travaillent sur des tâches mathématiques différentes (leçon observée avant le dispositif de LS). Dans les pratiques ordinaires, cette forme d'enseignement est courante parmi les enseignants primaires du canton de Vaud (Tièche Christinat, 2000) et a pour inconvénient qu'elle rend difficilement réalisable une mise en commun et une institutionnalisation des savoirs en fin de leçon.

Anaïs et Édith utilisent les moyens d'enseignement romands et d'autres ressources en complément (cahiers de calculs, fiches, etc.).

Les pratiques d'Anaïs et d'Édith se rapprochent du i-genre 2 qui a pour principales caractéristiques : présentation collective des activités, individualisation de l'enseignement, tâches découpées en tâches élémentaires, pas de phase de synthèse, ni d'institutionnalisation. Lors des leçons de recherche, le dispositif de LS a eu pour effet qu'Anaïs et Édith se sont éloignées de leurs pratiques ordinaires sur certains points et certaines de leurs caractéristiques ne se retrouvent pas.

⁴ Nous n'avons pas d'information concernant l'enseignement d'Anaïs dans d'autres disciplines.

V - BILAN ET PERSPECTIVES

Pour conclure sur les pratiques d'Anaïs et Édith, le dispositif a eu un effet sur leurs discours sur leurs pratiques. Après une année de participation au dispositif de LS, les éléments qu'elles ont relevés concernent la préparation d'une leçon en général (attention plus importante portée sur la connaissance mathématique visée par la tâche et sur les démarches des élèves, regard critique et prise de distance par rapport à la tâche, recherche de liens entre les connaissances mathématiques en jeu) et la leçon elle-même (utilisation d'un vocabulaire mathématique plus précis, plus de concret et plus de sens à leur pratique en classe).

Nous disposons de deux leçons pour ces deux enseignantes, ainsi qu'une trentaine de séances collectives qui nous ont permis d'établir ces analyses sur leurs pratiques. Nous avons ainsi pu catégoriser leurs pratiques et repérer des régularités à travers l'analyse des composantes. À la fin du dispositif de LS, nous prévoyons de retourner dans la classe d'Anaïs dans un contexte de pratiques ordinaires afin d'observer une leçon supplémentaire qui nous permettra d'analyser des évolutions ou non dans ses pratiques en terme de catégorisation, en terme de composantes et en terme de processus de modification de la tâche prescrite à la tâche réalisée.

Par rapport aux discussions qui ont suivi cette communication, beaucoup de questions ont concerné le dispositif en lui-même (rôle des coachs, place des enseignants dans le dispositif, choix de la tâche mathématique, diffusion des plans de leçon) et les pratiques (effets des choix des sujets sur les pratiques, évolutions des pratiques, impact de la formation initiale dans le dispositif). Ce qui est ressorti des discussions, c'est que d'une part le travail autour des ressources dans le dispositif donne la possibilité aux enseignants de remettre en question leurs pratiques de manière indirecte. D'autre part, les enseignants sont placés en position « socio-constructiviste » dans le dispositif comme peuvent l'être des élèves en classe.

Pour conclure sur ce dispositif particulier de LS, il comporte un important travail sur la ressource : travail de préparation, enseignement/observation de la leçon 1, analyses de la leçon 1, amélioration de la ressource, ré-enseignement/observation de la ressource améliorée (leçon 2), analyses de la leçon 2 et des effets des améliorations apportées. Ce travail autour de la ressource permet aux enseignants une démarche réflexive dans leur pratique. En effet, l'attention des enseignants est portée à la fois sur l'enseignement et sur l'apprentissage des élèves, et non sur l'enseignant. Le travail collectif est centré sur l'apprentissage des élèves, leurs difficultés, les obstacles durant chaque étape d'un cycle de LS (préparation, planification, observation des leçons, analyse, amélioration). Ce dispositif particulier a pour caractéristique un décentrage des pratiques enseignantes sur l'apprentissage des élèves, un ancrage et un soutien institutionnel, un temps de formation sur du long terme (un peu plus de deux années de formation continue), le volontariat des participants, un aspect collectif et réflexif, un double apport d'experts didactique et transversal. Nous ajoutons à ces caractéristiques le fait que lors des analyses de leçon, les discussions portent sur les choix collectifs et non sur les choix personnels de l'enseignant, cela a donc contribué à instaurer un climat de confiance et cela a permis aux enseignants du GLS d'enseigner une leçon en étant observés par une dizaine de personnes (enseignants et coachs du GLS, stagiaires éventuels, assistante) sans se sentir jugés.

Pour conclure sur les dispositifs de type LS en général, les recherches (notamment, Lewis et Hurd, 2011) montrent que ce type de dispositif dispose d'atouts permettant d'améliorer l'enseignement au niveau de l'enseignant (par un développement professionnel, une évolution des pratiques, une amélioration des connaissances, un changement des croyances, une évolution d'une vision individuelle à une vision collective du métier), au niveau de l'école (par la mise en place de temps pour la collaboration, les observations, les analyses, par un travail en communauté de pratiques) et au niveau du système scolaire (par l'élaboration d'outils et de ressources, tels que les plans de leçon).

VI - BIBLIOGRAPHIE

- BATTEAU V. (2015). Une analyse a priori de la tâche: "Les 9 boules de cristal". *Math école*, 223, 8-13.
- CHARLES-PEZARD M., BUTLEN D., MASSELOT P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques? Quelle formation?* Grenoble: La pensée sauvage.
- CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M.-P., MADIER D. (2007). *Cap Maths CE2. Manuel de l'élève*: Hatier.
- CLIVAZ, S. (2015). Les lesson study : des situations scolaires aux situations d'apprentissage professionnel pour les enseignants. *La revue des Hautes écoles pédagogiques et institutions assimilées de Suisse romande et du Tessin. Formation et pratiques d'enseignement en questions*, 19, 99-105.
- DORIER J.-L., DAINA A. (2016). *Une recherche sur l'utilisation des ressources dans le contexte de l'enseignement primaire genevois*. Actes du Colloque de la COPIRELEM, juin 2015, Besançon.
- GUNNARSDOTTIR G. H., PALSDOTTIR G. (2011). Lesson study in teacher education : a tool to establish a learning community. *CERME 7*(University of Iceland, School of Education).
- LEPLAT J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail*. Paris.
- LEWIS C., HURD, J. (2011). *Lesson study, Step by step, How teacher learning communities improve instruction*. Portsmouth, Etats-Unis.
- LEWIS C., PERRY R., HURD J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: a theoretical model and North American case. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 12(4), 285-304.
- LEWIS C., PERRY R., MURATA A. (2006). How Should Research Contribute to Instructional Improvement? The Case of Lesson Study. *Educational Researcher*, 35(3), 3-14.
- LEWIS C., TSUCHIDA I. (1998). A lesson is like a swiftly flowing river: How research lessons improve Japanese education. *American Educator*, 22(4)(12-17), 50-52.
- MANGIANTE C. (2007). *Une étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques : prédermination et développement*. Université Paris 7.
- MIYAKAWA T., WINSLOW C. (2009). Etude collective d'une leçon : Un dispositif japonais pour la recherche en didactique des mathématiques. In I. Bloch & F. Conne (Eds.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. Cours de la XIVe école d'été de didactique des mathématiques* (pp1-17). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- PELTIER-BARBIER M.-L., BUTLEN D., MASSELOT P., NGONO B., PEZARD M., ROBERT A., VERGNES D. (2004). *Dur d'enseigner en ZEP. Dur pour les élèves. Dur pour les enseignants. Analyse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en réseaux d'éducation prioritaire*. Grenoble: La pensée sauvage.
- ROBERT A., ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.
- TEMPIER F. (2010). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2 *Grand N*, n° 86, 59-90.
- TIECHE CHRISTINAT C. (2000). *Suivi scientifique du nouvel enseignement des mathématiques- Troisième rapport intermédiaire*. Neuchâtel.
- YOSHIDA M., JACKSON W. C. (2011). Response to Part V: Ideas for Developing Mathematical Pedagogical Content Knowledge Through Lesson Study. In L. C. Hart, A. S. Alston, & A. Murata (Eds.), *Lesson Study Research and Practice in Mathematics Education* (pp. 279-288): Springer Netherlands.

UN MODELE DE CONCEPTION D'UN JEU-SITUATION

MISE EN OEUVRE DE CE MODELE LORS DE LA CONCEPTION DU JEU-SITUATION « A LA FERME » POUR L'APPRENTISSAGE DE L'ENUMERATION A L'ECOLE MATERNELLE

Laetitia ROUSSON

Professeur des Ecoles, Ecole La Rotonde Lapeyrouse-Mornay (Drôme)
Formateur en mathématiques, ESPE Académie de Grenoble (Antenne Valence)
Doctorante, Université Claude Bernard – Lyon 1
Laboratoire S2HEP (Sciences, Société : Historicité, Education et Pratiques)
laetitia.rousseau@hotmail.fr

Résumé

L'étude de jeux à but éducatif montre qu'il existe souvent deux extrêmes : d'un côté des situations d'apprentissage auxquelles est ajouté un habillage ludique souvent déconnecté de l'apprentissage ; de l'autre des jeux où les apprentissages sont limités. Il semble donc difficile de ne pas sacrifier le ludique aux apprentissages et inversement. C'est à ce niveau que se porte notre questionnement et plus précisément sur les conditions d'une articulation équilibrée entre le ludique et le didactique au moment du processus de conception. Nous introduisons le terme de jeu-situation pour définir cet objet situé entre une situation didactique (Brousseau, 1998) où les apprentissages sont prioritaires et un jeu où le ludique est prédominant.

Nous avons fait le choix de concevoir un jeu-situation numérique en nous basant sur une situation didactique pour l'apprentissage de l'énumération à l'école maternelle. Cette conception nous a permis d'identifier trois processus de statuts différents :

- la gamification, processus qui consiste au transfert des mécanismes du jeu à un autre domaine (Kim, 2000), ici à des situations d'apprentissage ;
- la transposition informatique, processus qui représente un « travail sur la connaissance qui en permet une représentation symbolique et la mise en œuvre de cette représentation par un dispositif informatique » (Balacheff, 1994) ;
- l'intégration, processus qui lie intrinsèquement les éléments didactiques et ludiques lors de la conception (Szilas et Sutter Widmer, 2009).

Ce travail nous laisse entrevoir la possibilité de créer un modèle de conception d'un jeu-situation que nous présentons dans cette communication.

Si nous analysons les nombreux jeux à but éducatif existant sur le marché, nous nous apercevons qu'ils oscillent souvent entre deux extrêmes : d'un côté des situations d'apprentissage auxquelles est ajouté un habillage ludique souvent déconnecté de l'apprentissage, de l'autre des jeux où les apprentissages sont limités, se contentant de renforcer des connaissances déjà existantes (utilisation des tables d'opérations, calculs à réaliser, etc.). C'est ce que constatent également Szilas et Sutter Widmer (2009, p. 37) : « concevoir un jeu pédagogique qui combine une conception ludique de qualité et une réalisation effective des objectifs d'apprentissage est un défi que peu de concepteurs ont réussi à relever. Ne pas sacrifier l'aspect ludique aux objectifs d'apprentissage, et vice versa, demeure dès lors essentiel ».

Dans le cadre de nos travaux, notre questionnement porte sur les conditions d'une articulation entre le ludique et le didactique au moment du processus de conception. La première section porte sur la naissance du concept de jeu-situation et l'élaboration d'un modèle de conception. Ce modèle est mis à l'œuvre dans le cas concret du jeu-situation « À la ferme » que nous présentons dans la partie suivante. Nous finissons par une présentation brève des premières expérimentations, une conclusion et des perspectives.

I - LE CONCEPT DE JEU-SITUATION ET SON MODELE DE CONCEPTION

Les travaux de Szilas et Sutter Widmer (2009) posent « la question de l'intégration entre les composantes pédagogique et ludique » dans un jeu à but éducatif (Szilas & Sutter Widmer, 2009, p. 29). Ils expliquent notamment pourquoi certains jeux sont mal intégrés : « Dans un tel produit, on observe une dissociation spatiale et temporelle entre le jeu et l'apprentissage » (p. 29). Ils remarquent que : « L'apprentissage porte sur des éléments du logiciel sur lesquels l'utilisateur ne joue pas, et vice-versa, il joue sur des éléments qui ne font pas partie du domaine d'apprentissage. Quand l'utilisateur joue véritablement, il n'apprend pas les contenus visés par le produit, et quand il les apprend, il ne joue plus vraiment. » (p. 29).

Partant de ce constat, notre travail a été d'essayer de concevoir un jeu qui soit intégré de manière la plus efficace possible en lien avec l'apprentissage visé, d'où la naissance du terme de jeu-situation. Le premier paragraphe portera sur l'émergence du concept de jeu-situation, le deuxième s'attachera à l'élaboration d'un modèle de conception d'un jeu-situation.

1 Emergence du concept de jeu-situation

Au niveau des cadres théoriques, le concept de jeu-situation fait appel à la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) pour le pôle situation et aux travaux sur les jeux, jeux vidéos, jeux sérieux, logiciels ludo-éducatifs pour le pôle jeu.

1.1 La situation didactique

La théorie des situations didactiques (TSD) repose sur une conception constructiviste de l'apprentissage. Dans ce cadre, le sujet construit des apprentissages « en s'adaptant à un milieu qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui font la preuve de l'apprentissage. » (Brousseau, 1998, p. 59).

Deux concepts dans la TSD nous intéressent donc plus particulièrement en relation avec le milieu : celui de variable didactique et celui de rétroaction.

Une variable didactique est un paramètre de la situation dont le choix de la valeur influe directement sur le savoir en construction. Ainsi, l'enseignant peut simplifier ou complexifier la tâche. Pour favoriser l'émergence de nouvelles stratégies liées au savoir qu'il vise à enseigner, l'enseignant peut également choisir de bloquer une stratégie existante en la rendant inefficace ou inadaptée dans la situation.

La notion de rétroaction est présente dans la TSD pour exprimer l'interaction de l'élève avec un milieu qui lui « renvoie » des informations. Ce dernier est aussi qualifié d'antagoniste pour évoquer les rétroactions qui doivent être renvoyées à l'élève quand il met en œuvre une stratégie inappropriée ou quand ses connaissances sont insuffisantes, de telle sorte qu'il lui devienne nécessaire de faire évoluer ses stratégies et ainsi amener l'élève vers un nouvel apprentissage.

1.2 Le jeu

Tout d'abord, revenons à l'origine du mot. « **Jocus** signifie **rire** et **bruit**, il faut garder présente à l'esprit cette définition qui fait savoir que le jeu apporte joie et plaisir » (Pasquier, 1993, p. 13). Nous remarquons que la langue française possède un seul terme « jeu » alors que l'anglais dispose de deux termes, « play » et « game », qui renvoient à des pratiques différentes. Selon Musset et Thibert (2009), « play » renvoie à du jeu libre, sans contrainte dont l'issue est inconnue. On peut prendre comme exemple « jouer au docteur » ou « à la marchande », faire une rotation sur soi-même rapidement pour provoquer le tournis. Le « game », quant à lui, renvoie à une situation encadrée dont l'issue est connue (un gagnant, une réalisation, etc.). En portugais, nous observons également deux termes, il existe une distinction entre « brincar » et « jogar ».

Il n'y a pas de consensus au niveau de la définition de jeu. De nombreux auteurs, issus de différentes disciplines, essaient d'en proposer une. Certains donnent une définition très générale qui se rapprocherait du « play » avec la notion de plaisir prépondérante, d'autres, comme Brougère (2005) ou

Cailliois (1958), donnent des définitions avec des critères bien précis qui assimileraient le jeu plutôt au « game ». On retrouve comme critères : un cadre, des règles, la notion de plaisir, la liberté du joueur, les choix du joueur. Notre but dans ce travail de thèse n'est pas de donner une définition de jeu ni de nous positionner par rapport à ces différentes définitions, mais d'identifier les caractéristiques d'une activité qui lui donnent un caractère ludique (ressorts ludiques).

1.3 Le concept de jeu-situation

Selon la TSD, pour que l'élève puisse construire un apprentissage dans une situation, la connaissance visée doit être indispensable pour résoudre le problème proposé. Autrement dit, il existe une stratégie gagnante qui mobilise cette connaissance. D'autre part, les ressorts du ludique feront que l'élève vivra la situation de résolution de problème comme un jeu, ce qui en facilitera la dévolution. Comme nous souhaitons que notre objet d'étude ait le potentiel d'apprentissage de la situation et le potentiel ludique du jeu, il semble nécessaire d'inscrire le jeu dans une situation didactique. D'où l'introduction du terme jeu-situation à la jonction entre un jeu et une situation.

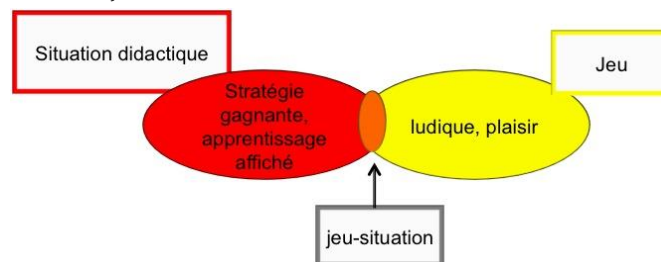


Figure 1. « Jeu-situation » combinant le ludique d'un jeu et le potentiel d'apprentissage d'une situation didactique.

Le jeu-situation permet l'émergence d'un nouveau type d'apprenant. Dans le cadre d'un jeu-situation, l'élève/le joueur sera appelé joueur-apprenant par analogie au terme jeu-situation : il est à la fois un joueur et un apprenant. La réflexion se poursuit sur la conception d'un tel jeu-situation.

2 Un modèle de conception d'un jeu-situation

2.1 Méthodologie de recherche

La conception de notre jeu-situation repose sur une méthodologie d'ingénierie didactique (Artigue, 1990) à laquelle nous avons ajouté des éléments d'une méthodologie participative du type Design Based Research (DBR) (Design-Based Research Collective, 2003). Nous empruntons au DBR la collaboration entre les chercheurs et praticiens ainsi que le cycle itératif de conception. Pour concevoir le jeu-situation en question, une cellule de conception a été constituée qui est composée d'une part de chercheurs (auteur de l'article et ses deux directeurs de thèse) et d'autre part de praticiens : deux enseignantes d'école maternelle. En plus de cette cellule, la conception bénéficie d'apports d'autres chercheurs par des discussions ponctuelles et d'enseignants par leurs retours lors d'animations pédagogiques ou d'expérimentations du dispositif.

Ces cadres nous permettent la conception d'une ingénierie didactique collaborative et itérative.

L'évaluation de ce dispositif se fera selon les trois critères d'évaluation de Tricot & al. (2003) :

- **Utilité** : l'utilité concerne l'efficacité pédagogique. Ce critère répond à la question : le jeu permet-il aux personnes visées d'apprendre ce qu'elles sont censées apprendre ? Cela permet de vérifier l'adéquation entre l'objectif d'apprentissage défini par l'enseignant (ou le concepteur) et l'atteinte de cet objectif.
- **Utilisabilité** : l'utilisabilité concerne la possibilité de manipuler le jeu. Ce critère répond à la question : le jeu est-il aisé à prendre en main, à utiliser, à réutiliser, sans perdre de temps et sans faire d'erreur de manipulation ? Il permet de vérifier l'adéquation entre les objectifs du concepteur et de l'utilisateur.

- **Acceptabilité** : l'acceptabilité concerne la décision d'utiliser le jeu. Ce critère répond à la question : le jeu est-il compatible avec les valeurs, la culture, l'organisation dans lesquelles on veut l'insérer ? Il permet de vérifier l'adéquation entre les pratiques du concepteur et de l'utilisateur.

Cette évaluation est incluse dans le processus même de conception du jeu. En effet, l'utilité du jeu, c'est-à-dire l'efficacité pédagogique, est recherchée par l'ensemble de la réflexion des chercheurs menée lors de l'élaboration et l'expérimentation de la situation choisie à l'origine du jeu-situation. Son efficacité a été montrée dans (Rousson, 2010). L'utilisabilité est vérifiée constamment soit par les concepteurs eux-mêmes soit en testant le dispositif auprès d'enseignants ou d'élèves. L'acceptabilité du jeu est garantie par la participation des utilisateurs (enseignants du premier degré) à la conception du dispositif.

2.2 Présentation d'un modèle de conception

Les prémices de ce modèle de conception ont été élaborées lors de la co-écriture de l'article (Pelay & Rousson, à paraître) suite au colloque TICEMED 9 de Toulon 2014.

Pour concevoir un jeu-situation, trois voies sont envisageables (présentées en bas de la Figure 2) :

- partir d'un jeu existant et le « didactiser », c'est-à-dire le transformer pour qu'il y ait l'apprentissage d'une nouvelle connaissance en lien avec la stratégie gagnante ;
- partir d'une situation didactique et la « ludiciser », c'est-à-dire la transformer par ajout d'éléments ludiques ;
- concevoir complètement le jeu-situation.

Le modèle de conception d'un jeu-situation (présenté en Figure 2) comprend deux grandes parties :

- la partie inférieure correspond à la conception théorique du jeu-situation. Un concept fondamental de cette partie est le concept d'intégration (détaillé en II.2.2). Cette conception vise à définir un cahier des charges du jeu-situation.
- la partie supérieure correspond au développement effectif du jeu-situation, c'est le passage du cahier des charges du jeu-situation au jeu-situation en format papier/matériel ou numérique. Le concept intervenant dans cette partie est celui de transposition, informatique lorsqu'il s'agit d'un jeu-situation numérique (Balacheff, 1994) (détaillée en II.2.3) ou matérielle lorsque le jeu-situation n'est pas numérique.

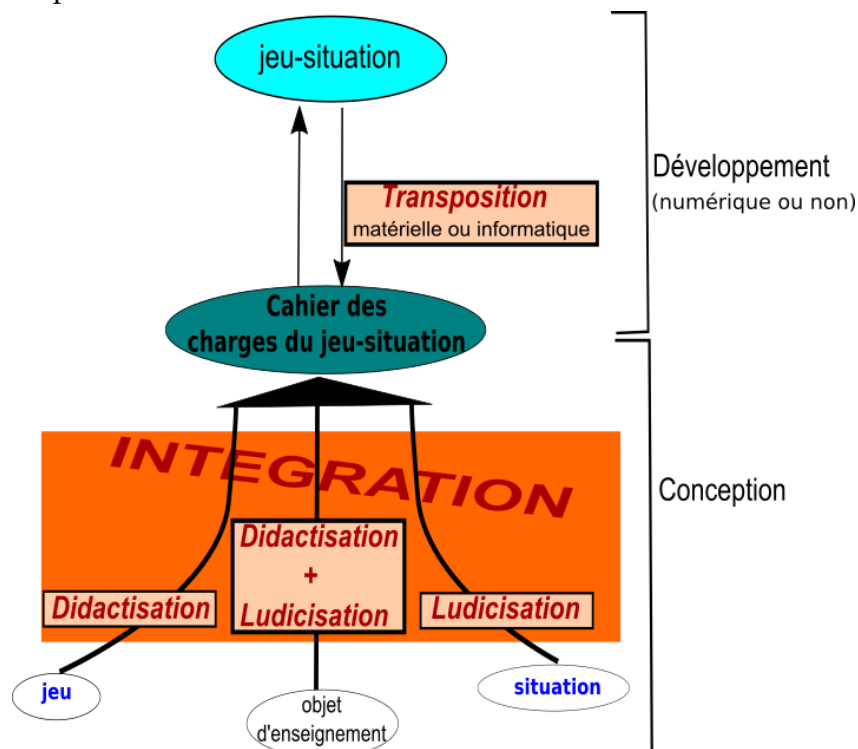


Figure 2. Modèle de conception d'un jeu-situation.

Ce modèle est mis à l'œuvre dans la conception effective du jeu-situation « À la ferme » pour l'apprentissage de l'énumération à l'école maternelle.

II - CONCEPTION DU JEU-SITUATION NUMERIQUE « A LA FERME »

Dans notre thèse, le choix a été fait de partir d'une situation que l'on transforme en jeu-situation. Nous avons choisi la situation didactique appelée « une voiture dans chaque garage » expérimentée dans le cadre de notre mémoire de master (Rousson, 2010). C'est une adaptation de la situation intitulée « jeu des boîtes d'allumettes », élaborée par Briand (1999) en appui sur la théorie des situations didactiques. Il semble intéressant de partir de cette situation pour créer un jeu-situation car les expérimentations ont montré un potentiel d'apprentissage avéré.

1 La situation de départ

1.1 Présentation de la situation

Elle s'adresse à des élèves de l'école maternelle, voire de CP.

Le but est de mettre une voiture et une seule (matérialisée par des étiquettes de couleur) dans chaque garage (représenté par des petites boîtes d'allumettes blanches identiques) sans oublier un garage et sans ranger plusieurs voitures dans le même garage.

L'élève n'a pas le droit d'ouvrir les boîtes, il fait passer les étiquettes par une fente située au niveau du tiroir de la boîte. L'élève travaille seul sur un plateau en carton (Voir Figure 3).



Figure 3. Plateau de travail d'un élève.

La validation se fait par les élèves lors d'un temps collectif où l'enseignant procède à l'ouverture des garages.

Au niveau mathématique, l'élève est amené à énumérer la collection de garages/boîtes, les voitures/étiquettes matérialisent physiquement cette énumération. Suivant les contraintes du milieu, il est amené à développer une des stratégies d'énumération.

Margolinas et Wozniak (2012) distinguent plusieurs stratégies d'énumération :

- une première stratégie consiste à partitionner la collection en sous-collections qui n'ont pas d'intersection entre elles et dont la réunion de toutes les sous-collections est la collection totale et à énumérer les éléments de ces sous-collections ;
- une deuxième stratégie s'appuie sur « l'organisation en lignes et en colonnes (...) propre à la raison graphique ». Il s'agit de « suivre mentalement un chemin dont les lignes ne se croisent pas formant un réseau de « quasi-parallèles » qu'il est possible de contrôler visuellement si l'on parcourt la collection en lignes (horizontales) ou en colonnes (verticales) » (Margolinas & Wozniak, 2012, p. 83) ;
- une troisième stratégie consiste au déplacement des objets pour différencier deux espaces : espace des objets déjà traités et espace des objets à traiter ;

- une quatrième stratégie consiste à l'usage de l'écrit pour des objets non déplaçables. Cela consiste à marquer chaque objet énuméré.

1.2 Les contraintes de la situation matérielle : le passage au numérique

Malgré son intérêt, la situation didactique, décrite précédemment, présente des inconvénients qui rendent difficile et contraignante sa mise en œuvre dans une classe.

D'un point de vue pratique, le matériel demandé est conséquent et le nombre de boîtes, variable didactique cruciale, peut être contraignant pour des raisons de stock du matériel.

Une préparation importante avant la séance est nécessaire : disposer ou coller les boîtes sur le support selon une disposition définie.

À cela s'ajoute qu'au niveau pédagogique, il est difficile pour l'enseignant de personnaliser le parcours et d'observer pour chaque élève l'ordre dans lequel sont énumérés les objets pour en déduire la stratégie utilisée par l'élève.

Enfin, d'un point de vue didactique, l'utilisation d'une deuxième collection matérialisant l'énumération engendre une complexité dans l'énumération de la collection d'objets. La mise d'un marqueur (ici les images voitures), permettant de visualiser l'énumération, ajoute une contrainte supplémentaire (une action), qui entraîne une perte visuelle de l'ensemble de la collection et un temps allongé de travail. Briand (1999, p. 70) s'interroge au sujet de sa situation « une allumette dans chaque boîte » de « l'intérêt à rendre la situation aussi difficile, puisque le but est de construire des situations d'énumération qui favorisent ultérieurement le comptage de petites collections. En effet, cette situation met en œuvre des procédures d'inventaire plus complexes que celles qui seront nécessaires au comptage. Le parcours exhaustif d'une collection montrée n'exige pas que l'on quitte des yeux la collection montrée en passant de l'un à l'autre de ses éléments ».

C'est pour ces raisons que nous nous sommes tournés vers le numérique. De plus, en raison de l'âge des élèves auxquels le jeu-situation est destiné, celui-ci a été développé pour être utilisé sur des tablettes tactiles.

La question se pose sur l'existence de procédures d'énumération spécifiques à l'environnement numérique. Le dispositif vise le développement des stratégies identifiées par Margolinas et Wozniak (2012) pour qu'elles puissent être transférées dans d'autres situations, y compris non numériques.

La mise à disposition d'aides que le numérique rend possible permet d'envisager des stratégies exploitant ces aides.

Lors de la conception, nous nous sommes également interrogés sur la facilité ou non pour les élèves de déplacer des objets sur l'outil tablette. L'expérimentation nous permettra d'observer si les élèves utilisent la stratégie de déplacement dans le cas où les objets sont déplaçables.

2 Les choix de conception dans le jeu-situation numérique

En choisissant la conception d'un jeu-situation sous format numérique, il s'agit d'utiliser la technologie sous deux aspects : d'une part, elle va permettre de lever certaines difficultés citées dans le paragraphe II.1.2 ; d'autre part, nous allons nous appuyer sur certains ressorts ludiques spécifiques de l'univers informatique.

2.1 Le modèle simplifié

Nous pouvons simplifier le modèle présenté Figure 2 par le modèle ne présentant qu'une voie de conception (Figure 4).

On part d'une situation didactique appelée « une voiture dans chaque garage », on y ajoute des ressorts ludiques en même temps qu'on réfléchit à l'intégration.

Dans ce schéma, nous employons le terme de gamification, terme présent dans le monde des jeux vidéo. On obtient ainsi le cahier des charges du jeu-situation.

Ensuite, nous effectuons une transposition informatique.

Nous détaillons ces différents processus dans les paragraphes suivants (II-2.3 ; II-2.4 ; II-2.5).

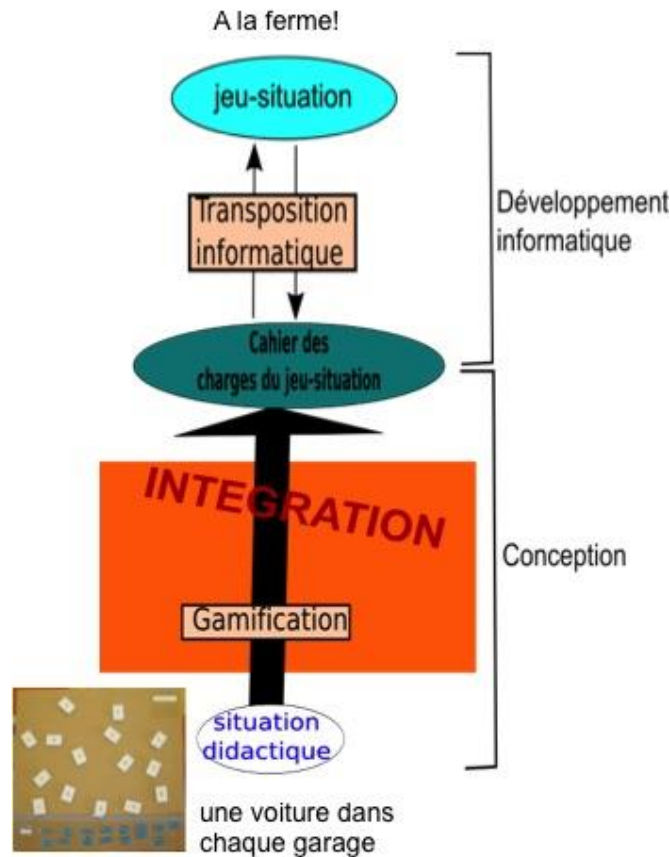


Figure 4. Modèle de conception du jeu-situation numérique « À la ferme ».

2.2 Présentation du jeu-situation

Le jeu-situation conçu possède plusieurs subdivisions (présentées Figure 5).

- Il se décompose en mondes, qui sont créés en fonction des stratégies d'énumération à faire acquérir aux élèves :
 - monde 1 - objets déplaçables : stratégies de déplacement des objets à énumérer ;
 - monde 2 - objets fixes : mise en place d'un cheminement visuel par lignes/colonnes).
- Chaque monde est subdivisé en activités qui sont de difficultés croissantes non pas par le nombre d'individus à traiter, mais par jeu sur d'autres variables didactiques mentionnées plus loin.
- Chaque activité comprend plusieurs niveaux de difficulté qui vont varier au fil de l'activité (augmenter le nombre d'objets de la collection quand l'élève « joue bien » et diminuer s'il commet des erreurs), en lien avec le nombre d'objets de la collection à énumérer (3 à 6 objets : petite collection ; 7 à 12 objets : collection intermédiaire ; 13 à 20 objets : grande collection). Les joueurs-apprenants pourront faire plusieurs parties.
- Une partie est une instance d'une activité à un niveau donné, dans un monde donné. Les parties ont uniquement un sens temporel et serviront essentiellement pour les traces.

Dans le premier monde, le seul à être développé dans le cadre de la thèse, les objets à énumérer sont des objets déplaçables : des animaux de la ferme. Il faut donner à manger ou à boire une fois et une seule fois à chaque animal. Pour cela, l'élève clique sur l'animal et la nourriture ou la gamelle apparaît. Au niveau le plus bas de l'activité, le joueur commence avec une population initiale de trois animaux. Si l'énumération est correcte, c'est-à-dire si tous les animaux ont été correctement énumérés, les animaux se multiplient ou se reproduisent selon un facteur multiplicatif de 1,5 : le nombre total d'animaux augmente. Si l'énumération n'est pas correcte, c'est-à-dire si des animaux n'ont pas été correctement

énumérés, les animaux non et sur-énumérés s'enfuient de la ferme, les autres restent, la population totale diminue donc.

Au fil des générations d'animaux et donc des parties de jeu, la population totale augmente (ou diminue), l'élève progresse (ou régresse). Quand le joueur-apprenant atteint une collection de vingt objets, le joueur a atteint le niveau le plus élevé et peut donc passer à l'activité suivante. Du côté de l'apprentissage, c'est un indicateur de la capacité d'énumération de l'élève dans des classes de situations définies par le jeu de variables didactiques mentionnées ci-après.

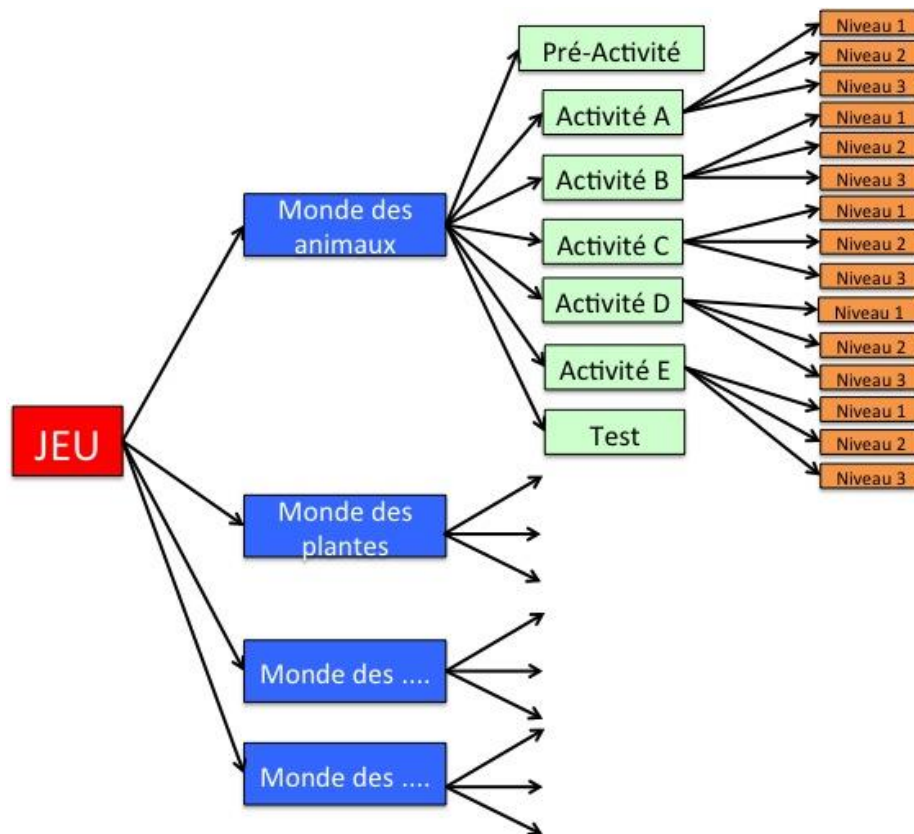


Figure 5. Subdivisions du jeu-situation.

Au sein du monde 1, nous jouons sur les variables didactiques suivantes :

- le marquage ou matérialisation des objets déjà pris en compte : cette variable prend différentes valeurs au cours du monde 1.
Dans les activités où le marquage est présent, à chaque clic de l'élève sur un animal, une image apparaît au niveau de l'animal et reste visible tout au long de la partie jusqu'à validation de celle-ci.
Dans les activités où le marquage n'est pas présent, à chaque clic de l'élève sur un animal, une image apparaît au niveau de l'animal et reste visible une seconde afin que l'élève sache que son clic a bien été pris en compte.
- la taille de la collection des objets à énumérer (taille de la collection mémorisable ou non) : cette variable est prise en compte dans chaque activité au sein des niveaux.
- l'«homogénéité» des objets de la collection : dans les activités A et B du monde 1, les animaux sont différents ce qui peut faciliter la mémorisation de la collection déjà énumérée ; dans les autres activités du monde 1, les animaux sont identiques.
- la présence d'aides.

Au niveau de cette dernière variable, l'outil informatique apporte de nouvelles possibilités, des aides à la demande de l'élève (l'élève clique sur un bouton afin de voir momentanément le marquage et ainsi se remémorer les animaux déjà énumérés), des aides automatiques (imposées à l'élève au bout d'un certain nombre de parties non réussies dans la même activité).

Le tableau ci-après (Tableau 1), explicite les choix de variables pour chaque activité du monde 1.

	Objets à énumérer	marquage	aides
Activité A	animaux différents	permanent	/
Activité B	animaux différents	provisoire	aides à la demande aides automatiques
Activité C	animaux identiques	permanent	/
Activité D	animaux identiques	provisoire	aides à la demande aides automatiques
Activité E	animaux identiques	provisoire	aides automatiques

Tableau 1. Résumé des variables en fonction des activités.

2.3 La gamification

La numérisation du jeu-situation permet la mise en place de ressorts ludiques issus du domaine des jeux vidéo. Cela permet de prendre en compte le processus de gamification qui consiste au transfert des mécanismes du jeu à un autre domaine, dans notre cas à une situation d'apprentissage. Kim (2000) résume en cinq caractéristiques principales ce processus : collectionner (des badges par exemple), gagner des points, intégrer un mécanisme de rétroaction, encourager les échanges entre joueurs, permettre la personnalisation du service. Wang (2011)¹ en propose cinq autres : une intrigue, des récompenses, le statut - un classement qui offre une certaine forme de reconnaissance, une communauté, des défis aux difficultés croissantes.

Dans la conception du monde 1 de ce jeu-situation, le processus de gamification intervient en insérant différents ressorts ludiques :

- la création d'un univers porteur et accessible pour de jeunes enfants, celui de la ferme avec la présence d'une histoire. Le joueur est tantôt à l'école de la ferme pour apprendre la manipulation de l'outil tablette et les règles du jeu, tantôt stagiaire chez le fermier expert pour s'entraîner à jouer, tantôt fermier de sa propre ferme. Il doit donner à manger ou à boire une seule fois à chaque animal selon les activités du monde 1.
- la personnalisation du jeu : le joueur choisit au début du jeu-situation un avatar (personnage incarnant le joueur dans le jeu, ici l'élève est représenté par un jeune fermier à choisir parmi six personnages). Il peut également choisir les objets à énumérer, c'est-à-dire l'espèce animale dont il veut s'occuper.
- collectionner des éléments (récompense) : le joueur collectionne des parcs d'animaux. Par exemple, à partir de l'activité C du monde 1 où il construit sa propre ferme, le joueur choisit une espèce à s'occuper. S'il prend bien soin des animaux de l'espèce choisie et arrive à une collection de vingt animaux, il gagne à la fin de l'activité le parc d'animaux choisis. Il peut ainsi construire sa ferme au fur et à mesure des activités.
- une évolutivité du jeu avec les défis aux difficultés croissantes : présence d'activités aux difficultés croissantes par le jeu sur les variables didactiques.
- la présence d'un mécanisme de rétroactions : le mécanisme de rétroaction à l'issue d'une partie se fait en deux temps. Si l'énumération des animaux est correcte, des cœurs rouges apparaissent au dessus de tous les animaux puis de nouveaux animaux apparaissent à l'écran. Si l'énumération est incorrecte (animaux non nourris ou nourris plusieurs fois), des cœurs noirs brisés apparaissent au dessous des animaux mal-nourris puis ces animaux s'enfuient de la ferme. A la fin d'une activité, les animaux viennent embrasser l'avatar.

¹ Accès : <http://blog.softwareinsider.org/2011/01/20/trends-5-engagement-factors-for-gamification-and-the-enterprise/> Consulté le 03/06/2014

	But de l'activité	Fonction de l'avatar	Animaux à choisir	Action sur l'animal	Rétroactions positives
Pré-activité	Apprentissage de l'utilisation de l'outil tablette et des règles du jeu (consigne et rétroactions)	Ecolier à l'école de la ferme	/	Donner à manger	/
Activité A	Entraînement (apprendre à énumérer une collection d'objets différents déplaçables pour aider le fermier dans sa ferme)	Stagiaire chez le fermier expert	pas de choix : toutes les espèces présentes	Donner à manger	Les animaux invitent des copains
Activité B				Donner à boire	
Activité C	Jeu (apprendre à énumérer une collection d'objets identiques déplaçables pour gagner des parcs d'animaux afin d'agrandir sa ferme)	Fermier dans sa ferme	chat ou chien	Donner à manger	Les animaux se reproduisent
Activité D			chèvre ou cochon	Donner à boire	
Activité E			cheval ou vache	Donner une sucrerie	

Le Tableau 2 résume les choix relatifs au contexte selon les activités.

Tableau 2. Résumé des variables en fonction des activités.

Détaillons plus précisément les colonnes :

- but de l'activité : cette colonne est déclinée selon les deux pôles ludique et didactique ; elle précise le but des activités en termes des apprentissages et la traduction de ce but en termes du jeu ;
- fonction de l'avatar : rôle du joueur représenté par l'avatar dans l'histoire de la ferme. ; il passe du rôle d'écolier à stagiaire (apprenti) à fermier ;
- animaux à choisir : le joueur peut dans certaines activités choisir l'animal dont il veut s'occuper, c'est-à-dire l'objet sur lequel va porter l'énumération ;
- action sur l'animal : cette colonne précise ce que doit faire le joueur ; il peut, suivant les cas, donner à manger ou donner à boire aux animaux : s'il doit donner à manger, l'image qui apparaît au niveau de la tête de l'animal est de la nourriture (chat : croquette, chien : os, chèvre : branche de feuilles, cochon : pain, cheval : botte de foin, vache : herbe) ; s'il doit donner à boire, une gamelle d'eau apparaît devant l'animal ; s'il donne une sucrerie, un bonbon rose apparaît au niveau de la bouche de l'animal. L'action de donner à manger est couplée au marquage permanent tandis que l'action de donner à boire est couplée au marquage provisoire, c'est-à-dire que la gamelle d'eau apparaît momentanément ;
- rétroactions positives : cette colonne explique le sens qui est donné pour l'arrivée de nouveaux animaux dans la ferme : les animaux invitent des copains dans le cas où plusieurs espèces cohabitent, les animaux se reproduisent dans le cas où une seule espèce est présente.

2.4 L'intégration jeu-apprentissage

L'ajout de ressorts ludiques issus de la gamification ne peut se faire sans une réflexion concomitante sur l'intégration jeu-apprentissage. Il faut lier intrinsèquement les éléments didactiques et ludiques. Selon Szilas et Sutter Widmer (2009), il existe trois sous-dimensions de l'intégration : la mécanique du jeu, la temporalité et la fiction. Ils définissent le jeu comme : « un système dynamique de signes sur lequel le joueur agit pour atteindre un but donné par le jeu, indépendamment de toute conséquence en dehors du jeu » (Szilas & Sutter Widmer, 2009, p. 34). Ils parlent d'intégration des fictions qui « consiste à avoir une même fiction pour la mécanique de jeu et la mécanique d'apprentissage » (p. 35) et d'intégration des

temporalités qui « consiste à faire fonctionner les deux systèmes de signes au même moment ou à des instants rapprochés » (p. 35). Les apprentissages sont ainsi directement connectés avec le ludique.

Dans la conception de notre jeu-situation, une attention particulière a été portée sur certains choix d'intégration pour essayer une intégration la plus complète des mécaniques du jeu, des fictions et des temporalités.

Il y a tout d'abord un lien entre les variables didactiques et la nature des objets à énumérer. Dans le monde 1, la collection d'objets à énumérer est constituée d'animaux et dans le monde 2 de plants. Le passage du monde d'élevage des animaux à celui de la culture de plants marque une évolution des stratégies d'énumération, tout en étant cohérent avec la réalité du monde. Les animaux sont des « objets » déplaçables autorisant les stratégies de déplacement pour énumérer, tandis que les plants demeurent fixes, ce qui conduira les élèves à une évolution de leurs stratégies vers la mise en place d'un chemin visuel permettant de parcourir l'ensemble des éléments de la collection.

Dans les deux premières activités du monde 1, l'avatar est stagiaire dans la ferme du fermier qui s'occupe de différentes espèces d'animaux. A partir de l'activité C, l'avatar a sa propre ferme et obtient une nouvelle espèce s'il s'en est bien occupé.

De plus, la gradation des niveaux est directement liée à une évolution des variables didactiques, en particulier le nombre d'éléments de la collection. Par exemple, dans le premier monde, celui des animaux, l'évolution du nombre total d'animaux est liée à la maîtrise ou non de la compétence énumération : lorsque tous les animaux sont bien énumérés, ils se multiplient (invitation de copains ou reproduction) et la population augmente, et lorsqu'un animal n'est pas correctement énuméré (soit il n'a pas été pris en compte, soit il a été pris en compte plusieurs fois), il s'enfuit de la ferme et la population diminue. Plus précisément, d'un point de vue des apprentissages, un élève ne parvenant pas à énumérer une collection de N éléments voit le cardinal de sa collection diminuer à la partie suivante par la fuite des animaux non énumérés et un élève parvenant à énumérer cette collection de N éléments voit le cardinal de sa collection augmenter à la partie suivante par l'augmentation du nombre des animaux. Les rétroactions qui sont de nature ludique interviennent également sur les apprentissages car elles complexifient ou simplifient le problème mathématique.

Pour une meilleure intégration, il serait préférable que le marquage permanent soit au niveau de la gamelle d'eau car dans la réalité une gamelle d'eau ne disparaît pas et le marquage provisoire avec la nourriture puisqu'elle disparaît lorsque l'animal l'avale. Cette suggestion sera prise en compte sur le prochain prototype.

2.5 La transposition informatique

Balacheff (1994) introduit le terme de transposition informatique en faisant le parallèle avec celui de la transposition didactique de Chevallard (1985). Il explique que l'informatisation n'est pas une simple translittération, elle entraîne des modifications des objets d'enseignement. Lors de la transformation de la situation didactique en jeu-situation numérique, un processus de transposition informatique est mis en œuvre qui ne consiste pas uniquement à l'écriture informatique de la situation didactique. L'environnement auteur choisi impose des contraintes d'implémentation mais offre également de nouvelles potentialités.

La première question soulevée est en lien avec l'environnement de création. Nous avons opté pour le logiciel Cabri Elem (logiciel de géométrie dynamique pour l'école primaire) pour concevoir le premier prototype du jeu puisque c'est un logiciel de programmation directe ce qui permet à toute personne, même non informaticienne, de programmer. Cela offre l'avantage de ne pas dépendre d'une tierce personne et d'éviter des temps longs entre chaque nouvelle version du prototype. Quant aux élèves, ils interagiront de préférence avec une tablette tactile, outil simple d'appropriation pour de jeunes élèves d'école maternelle et objet facilement manipulable du fait d'un écran mobile renversable et d'une interface tactile.

Du point de vue des potentialités offertes, chaque élève face à une tablette tactile pourra jouer et progresser selon un niveau adapté et graduel et sans limitation des variables didactiques dues à des

contraintes matérielles (voir paragraphe II.1.2). C'est le logiciel qui renverra les rétroactions nécessaires indiquant à l'élève s'il a réussi ou non, pouvant même lui apporter des éléments de compréhension ou des aides adaptées à des moments précis.

D'autre part, il ne sera pas nécessaire d'avoir une deuxième collection d'objets matérialisant l'énumération puisque le logiciel est capable de conserver la mémoire des touches.

Ce logiciel engendre cependant des contraintes dans les choix de conception. Le logiciel auteur permet de créer des cahiers formés par une succession de pages avec lesquelles les élèves interagissent au sein d'une fenêtre unique. Sur le plan informatique, notre choix initial était la création d'un seul cahier pour l'ensemble du jeu mais il s'est avéré que le matériel (ordinateur ou tablette) ne supporte pas un jeu en un seul cahier, d'où la nécessité de faire plusieurs cahiers. En effet, une activité est programmée sur une seule page. La génération du nombre d'objets se fait par un jeu sur la visibilité ou non des objets. Ceci nécessite une programmation importante au sein de la même page et engendre donc des problèmes de puissance et de stabilité du jeu sur la tablette. Il est donc nécessaire de partitionner le jeu en une multitude de cahiers inter-reliés. Ce découpage entraîne la nécessité de rétablir le lien en gardant le contexte. Par exemple, pour que l'élève entre à nouveau son choix d'avatar, on introduit un diplôme à remplir sur lequel il doit cliquer sur son avatar pour qu'il apparaisse dans le diplôme. Le choix d'introduire le diplôme est donc la conséquence d'une contrainte liée à l'environnement informatique du développement du jeu.

III - EXPERIMENTATIONS, CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Les expérimentations du jeu-situation dans les classes vont s'intéresser à l'appropriation de ce dispositif par des enseignants d'école maternelle. Trois niveaux d'expérimentations ont été prévus, certaines sont en cours.

Hors temps classe entière : en Activités Pédagogiques Complémentaires (APC)

Des petits groupes d'élèves ont été pris en périodes 3 et 4 durant l'année scolaire 2014/2015 pour évaluer la prise en main de l'outil tablette et du jeu. Ceci a permis de vérifier l'utilisabilité du jeu-situation. Entre les deux périodes d'expérimentations, des améliorations du prototype ont été réalisées, en particulier au niveau du cahier 1 qui concerne la dévolution du jeu. Des pages ont été ajoutées pour une meilleure prise en main de l'outil tablette.

Classe des enseignantes de la cellule de conception

Les classes des deux enseignantes qui participent à la conception expérimentent le jeu-situation.

Ce sont des classes situées en éducation prioritaire.

Pendant l'année scolaire 2014/2015, une classe de petite section (PS) et une classe de moyenne et grande sections (MS/GS) ont expérimenté les premiers cahiers du jeu. Ces deux enseignantes mettront à nouveau en place le jeu-situation à la rentrée prochaine. Ces travaux nous permettent d'étudier les processus d'appropriation de cette ressource par les enseignants co-concepteurs.

Les deux enseignantes de la cellule de conception ont choisi de mettre en place une séquence préalable avec du matériel tangible avant l'expérimentation du jeu-situation pour préparer les élèves au jeu-situation numérique. Ce préalable permet d'introduire le contexte de la ferme, en général peu familier pour des élèves d'éducation prioritaire et la consigne « donner une seule fois à manger à chaque animal ».

Concernant la mise en œuvre du jeu-situation en classe, l'orchestration est laissée à la liberté de l'enseignant. Lors des phases d'expérimentations, nous avons pu observer des échanges entre les élèves et en particulier une entraide pour lever des difficultés, par exemple, sur quel bouton appuyer pour commencer le jeu ou valider la partie. Nous observons également des interactions entre enseignant-élève au moment de l'action. L'enseignant à la demande de l'élève ou de son plein gré choisit de faire

expliciter le travail d'un élève. Par exemple, il peut lui demander pourquoi il vient de perdre deux animaux. Il existe également des moments de phase collective où il y a explicitation des procédures.

Classe de deux enseignants hors cellule conception

Les classes de deux enseignants hors cellule de conception participeront à l'expérimentation du jeu-situation à la rentrée prochaine. Ces expérimentations nous permettront d'étudier les processus d'appropriation de cette ressource par des enseignants non concepteurs.

Conclusion et perspective

Pour conclure, dans cet article, notre réflexion a porté sur l'articulation du ludique et du didactique au moment du processus de conception d'un jeu pour les apprentissages, d'où l'introduction du terme jeu-situation pour qualifier ce dispositif. Nous avons élaboré un modèle de conception centré sur le processus d'intégration. Ce modèle a été mis à l'épreuve par la conception du jeu « A la ferme ».

En partant des travaux de Pelay (2011) qui introduit la notion de contrat didactique et ludique, il nous paraît pertinent d'aborder d'autres concepts de la théorie des situations didactiques (TSD) avec cette double valence didactique et ludique et en particulier les concepts de variables et de rétroactions du milieu. Cet élargissement de concepts de la TSD nous permet notamment de penser le processus d'intégration, processus crucial dans la conception d'un jeu-situation.

IV - BIBLIOGRAPHIE

- ARTIGUE M. (1990). Ingénierie didactique, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, **9/3**, 281-308.
- BALACHEFF N. (1994). La transposition informatique, un nouveau problème pour la didactique, In *Vingt ans de didactique des mathématiques en France, Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*, La Pensée Sauvage, Grenoble, 364-370.
- BRIAND J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, **19(1)**, 41-76.
- BROUGERE G. (2005). *Jouer/Apprendre*, Economica, Paris.
- BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, La pensée sauvage, Grenoble.
- CAILLOIS R. (1958). *Les Jeux et les hommes : Le masque et le vertige*, Gallimard.
- CHEVALLARD Y. (1985). *La transposition didactique - du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- THE DESIGN-BASED RESEARCH COLLECTIVE (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry, *Educational Researcher*, **32(1)**, 5-8.
- KIM A. J. (2000). *Community Building on the Web : Secret Strategies*, Peachpit Press.
- MARGOLINAS C., WOZNIAC F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle*, De Boeck.
- MUSSET M., THIBERT R. (2009). Quelles relations entre jeu et apprentissages à l'école ? Une question renouvelée, *Dossier d'actualité Veille et Analyse*, **48**.
- PASQUIER N. (1993). *Jouer pour réussir*, Nathan.
- PELAY N. (2011.) *Jeu et apprentissages mathématiques : élaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique*, Thèse de didactique des mathématiques, Université de Lyon.
- PELAY N., ROUSSON L. (à paraître). Modèle didactique de conception d'un jeu éducatif numérique, *Questions de communication*.
- ROUSSON L. (2010). *Effets de variables didactiques sur la résolution d'un problème mathématiques à l'école maternelle. Situation : Une voiture dans chaque garage*, Mémoire de master HPDS, Université de Lyon 1.

SZILAS N., SUTTER WIDMER D. (2009). Mieux comprendre la notion d'intégration entre l'apprentissage et le jeu. Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain, In *Workshop Serious Games*, Le Mans, France, 27-40.

TRICOT A., PLEGAT-SOUTJIS F., CAMPS J.-F., AMIEL A., LUTZ G., MORCILLO A. (2003). Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les relations entre trois dimensions de l'évaluation des EIAH, In *Actes EIAH 2003*, Strasbourg, 391-402.

EXEMPLE D'UTILISATION DANS DES CLASSES D'ÉQUERRES SPECIFIQUES EN FORME DE L

Erik KERMORVANT

Prag, ESPE de Bretagne

erik.kermorvant@espe-bretagne.fr

Résumé

Cet article a pour but de présenter des expérimentations menées dans plusieurs classes de l'école élémentaire concernant l'utilisation de l'équerre. En tant qu'enseignant, j'ai pu constater qu'en 6^{ème}, beaucoup de mes élèves rencontraient des difficultés à tracer des droites perpendiculaires avec leur équerre. D'après les évaluations à l'entrée en 6ème de 1999, seuls 64,1% des élèves savent tracer une perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné extérieur à la droite et 67,2 % des élèves y arrivent si le point appartient à la droite ; on peut alors se demander si ces taux de réussite relativement faibles sont dus aux difficultés notionnelles liées aux concepts d'angle droit et de perpendicularité (et à la façon dont ils sont enseignés) et/ou à la manipulation du matériel de tracé, en particulier les équerres utilisées dans les classes.

En formation continue à l'ESPE, le constat est le même concernant l'utilisation de l'équerre pour tracer des angles droits et tracer des droites perpendiculaires ; bon nombre d'enseignants du primaire me font part des difficultés de leurs élèves à utiliser correctement l'équerre.

Les équerres du commerce, utilisées en général dans les classes, cumulent plusieurs fonctions : contrôler ou construire des angles droits (ou d'autres angles fixés pour les élèves de 6ème), tracer des traits droits, mesurer et, en association avec une règle, tracer des parallèles. Toutes ces fonctions sont présentes simultanément dès le début de l'utilisation de l'outil et permettent des usages détournés de l'artefact, dans un but d'économie gestuelle et conceptuelle. On peut se demander si la multiplicité des fonctions de certaines équerres ne risque pas de gêner la mise en place des schèmes d'utilisation de l'artefact, ce qui pourrait expliquer les difficultés rencontrées.

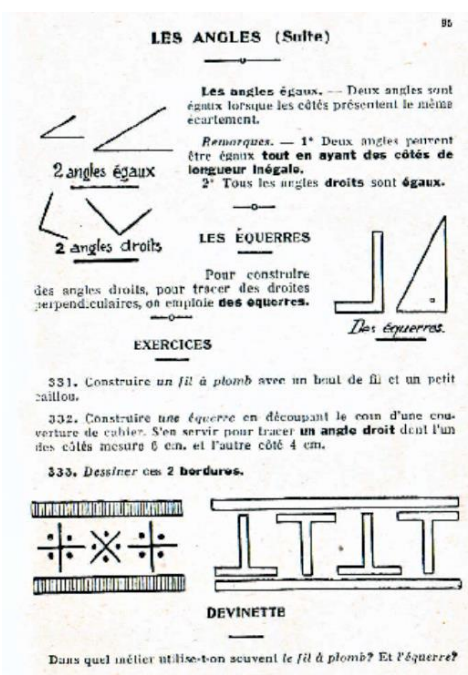
Partant de ce constat, la conception d'une équerre en forme de L a été réalisée et son utilisation dans plusieurs classes a été analysée, dans le cadre d'un stage de master 2 MEEF en classe de CE2, et dans une classe de CM2 chez des enseignants titulaires conscients des difficultés de leurs élèves. Les résultats obtenus dans ces classes sont présentés ici.



Enluminure du XIV^e Siècle

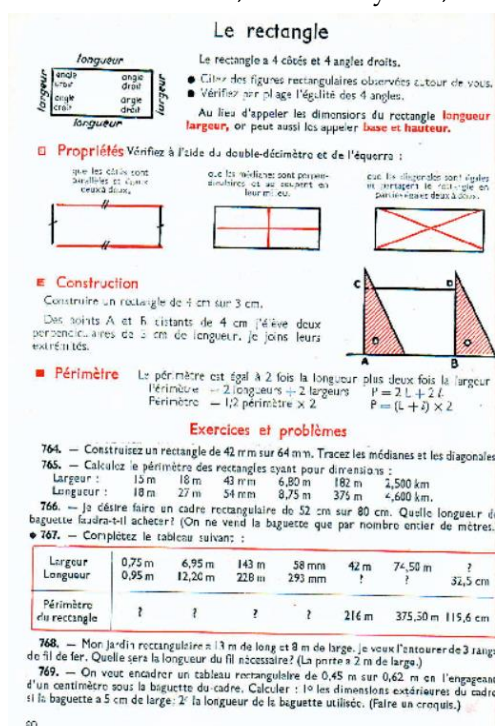
Dans le milieu scolaire, plusieurs modèles d'équerres ont été utilisés dans le passé. Jusqu'à dans les années 1940, en France, deux types d'équerres coexistaient dans les classes et les manuels scolaires : l'équerre en forme de L et l'équerre triangulaire.

Voici par exemple, un extrait du manuel « L'arithmétique en riant, au cours élémentaire », de 1933 :



Puis, dans les années 1950, l'usage de l'équerre en forme de L semble avoir disparu et seule a subsisté l'équerre triangulaire.

Extrait du manuel « Le nouveau calcul vivant, cours moyen », de 1960 :



On pourrait se demander pourquoi un seul de ces deux types d'équerres a subsisté (question de solidité de l'outil dans le cartable ? autre chose ?), et quels sont les types d'équerres utilisées actuellement dans l'enseignement et quelle est leur pertinence ? (Hameau 1996).

I - LES DIFFERENTS TYPES D'ÉQUERRES UTILISÉES ACTUELLEMENT DANS LE CADRE SCOLAIRE

Cette première partie de présentation a pour but de recenser les différentes équerres existantes, en particulier dans le milieu scolaire.

1 Etymologie du mot équerre

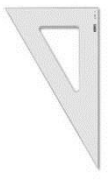
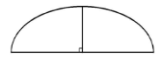
Equerre, du préfixe é (venant du latin e(x) marquant le point dont est issue une chose) et du latin quadrare (rendre carré).

2 Usage de l'équerre

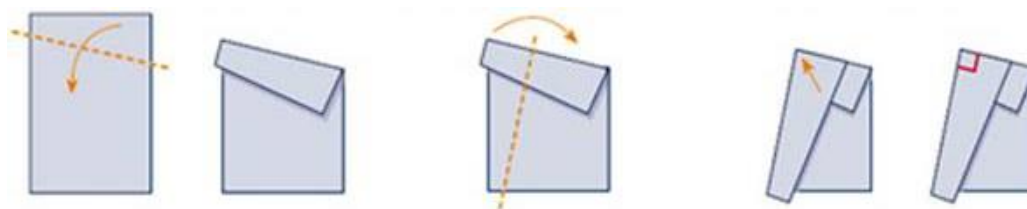
Vérifier la présence d'angle droit ou réaliser des angles droits.

3 Les équerres utilisées actuellement dans le cadre scolaire

Les artefacts commercialisés permettant de vérifier la présence d'angles droits et d'en tracer (aspect 2D) (CASTELA C. et HOUEMENT C. 2004), ainsi que la vérification de la perpendicularité et le tracé de droites perpendiculaires (aspect 1D) sont :

Vérifier la présence d'angles droits ou tracer des angles droits					
					
Equerre triangulaire non graduée (transparente ou pas)	Equerre triangulaire graduée sur un seul axe (transparente ou pas)	Equerre triangulaire transparente graduée sur les deux axes	Téquerre (Equipe ERMEL)	Réquerre	Thamographe
Vérifier la perpendicularité de droites ou tracer des droites perpendiculaires					

A ces équerres du commerce, on peut ajouter l'équerre en papier que l'on peut se fabriquer par pliage double d'une feuille de papier (un premier pli, puis un second sur le premier). La fabrication et l'utilisation de cette équerre est préconisée dans plusieurs manuels scolaires, au tout début de l'utilisation de « l'équerre » par les élèves, elle permet de vérifier la présence d'angles droits, mais elle est très peu pratique pour les tracés d'angles droits.



II - L'UTILISATION DE L'ÉQUERRE PAR LES ÉLÈVES

1 Un instrument est la résultante de trois composantes

Pierre Rabardel (Rabardel 2014) a défini à quoi correspond un instrument de géométrie ; il est la résultante de trois composantes : **un artéfact, des schèmes d'utilisation, des représentations du concept en jeu.**

- **L'artéfact** est l'objet qui a été conçu dans un but déterminé.
- **Les schèmes d'utilisation** : *c'est l'ensemble des modes d'utilisation standard de l'outil.* (Ermel 2006)
- **Les représentations du concept** : ce sont les connaissances mathématiques sur lesquelles l'élève s'appuie pour utiliser l'instrument.

La difficulté de certains instruments est le cumul des concepts en jeu (par exemple pour le Thamographe, voir ci-après : alignement, mesure de longueurs, angle droit, et tracés de cercles !)

L'équerre scolaire

En ce qui concerne l'équerre graduée en forme de triangle qui semble être la plus répandue dans les classes :

- L'artéfact est (la plupart du temps) l'objet matériel en forme de triangle évidé dont l'un de ses axes est gradué.
Il est conçu pour vérifier la présence d'angles droits ou de perpendiculaires et pour tracer des angles droits ou des perpendiculaires ; tracer des angles de 30° et 60° (ou encore de 45° selon la forme du triangle) (cette utilisation n'est plus tellement d'actualité, même en classe de 6^{ème}). Mais également, pour mesurer des distances entre deux points (par rapport à l'instrument graduation sur la règle).
- Exemple de schème d'utilisation : *Pour tracer un rectangle ABCD dont le côté [AB] est donné, un schème possible d'utilisation est : « mettre un côté de l'angle droit de l'équerre le long du côté [AB] ; faire glisser l'équerre le long du côté jusqu'à ce que le second côté de l'angle droit vienne sur le point A ; maintenir (fermement) l'équerre et tracer la ligne le long du second côté, décaler l'équerre le long de cette ligne pour la prolonger et tracer le côté [AD] ; continuer ainsi pour les deux autres côtés ».* (Ermel 2006)
- Représentation du concept : dans l'exemple précédent, il s'agit du concept d'angle droit pour tracer les angles du rectangle (le concept de mesure de longueur est également présent).

Quand un élève utilise l'équerre (ou un autre instrument), il fait intervenir les trois aspects de manière plus ou moins claire.

Par exemple, si on demande à un élève de tracer un triangle rectangle sur papier uni (en utilisant l'équerre) et qu'on lui demande ce qu'il a fait, les réponses peuvent être diverses et souvent complémentaires : « j'ai tracé ici un angle droit » (le concept principal) ; « avec mon équerre » (l'artéfact utilisé) ; « j'ai tracé un premier côté, puis au bout j'ai posé l'équerre, puis j'ai tracé le deuxième côté » (un schème d'utilisation).

Le manque de liaison entre ces composantes amène parfois les élèves à rencontrer des difficultés pour penser à utiliser l'outil adéquat. Cela est particulièrement vrai lorsque

L'artéfact n'est pas un référent perceptif de la figure qu'il permet de construire (par exemple un compas pour tracer un cercle (TAVEAU C. (2012)). L'élève ne voit pas dans l'équerre les droites parallèles qu'elle permet de construire, il voit assez difficilement les droites perpendiculaires (bords de l'équerre) mais plus facilement l'angle droit (considéré comme secteur angulaire), même si la présence des angles aigus peut compliquer son identification. (Ermel 2006)

2 Processus d'instrumentalisation et processus d'instrumentation

La maîtrise de l'instrument participe de deux processus évoluant en interaction : **le processus d'instrumentalisation et le processus d'instrumentation.**

- **Le processus d'instrumentalisation** correspond à la prise de conscience progressive des fonctions propres de l'artéfact ; dans le cas de l'équerre, l'objet peut d'abord être utilisé pour ses bords droits reliés aux notions de droite et d'alignement. Puis il est utilisé plus spécifiquement pour son angle droit, qui sera associé plus tard à la notion de perpendicularité de droites.
- **Le processus d'instrumentation** correspond à l'évolution des schèmes d'utilisation, façons prévues ou non par le concepteur d'utiliser l'objet matériel ; dans le cas de l'équerre, certains élèves peuvent utiliser la perpendicularité des graduations avec le bord de l'équerre pour tracer des angles droits ; façon non prévue d'utilisation de l'outil.

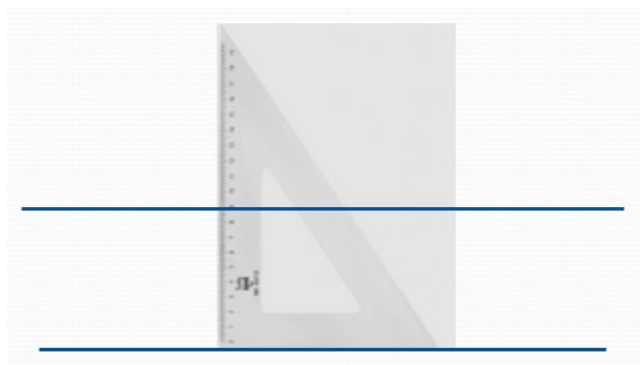
La coordination de ces deux éléments rend délicate la construction d'activités destinées à faire prendre conscience à l'élève de la nécessité de l'usage d'un nouvel instrument : l'élève peut ressentir l'intérêt de l'utiliser (par exemple utiliser l'équerre pour tracer des angles droits correctement réalisés), mais les schèmes associés à cet instrument n'étant pas encore opérationnels, il n'arrive pas au résultat escompté et abandonne ainsi le nouvel instrument. Ce point constitue une difficulté de gestion spécifique à la géométrie.

L'utilisation d'images mentales anticipatrices est également importante pour réussir un tracé avec un instrument. Par exemple, c'est parce qu'un élève « voit mentalement » un angle droit qu'il sera capable d'utiliser convenablement son équerre pour tracer un rectangle. (Ermel 2006)

3 Economie gestuelle et conceptuelle

Les instruments ont plusieurs usages courants corrects, auxquels s'en ajoutent d'autres en détournant leur usage usuel pour les adapter à ses fins dans un souci d'économie gestuelle ou conceptuelle.

L'économie gestuelle correspond à la limitation des gestes à accomplir pour un tracé ou la vérification de propriétés. Par exemple, pour vérifier que deux droites sont parallèles en utilisant une équerre dont un axe est gradué, un élève peut faire coïncider l'une des droites avec un côté de l'angle droit de l'équerre et vérifier si un petit trait de graduation se superpose avec la seconde droite :



Sur le plan technique, pour vérifier ou tracer des angles droits, l'équerre demande de contrôler deux directions, ce qui empêche en général de la placer correctement du premier coup et demande des déplacements. **Son utilisation correcte est donc coûteuse en gestes.** (OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M. J., VERBAERE O. 2006)

L'économie conceptuelle correspond à la limitation des connaissances à mettre en œuvre pour réussir la tâche entreprise. Par exemple un élève qui utilise son équerre comme une règle pour tracer un carré, en ne traçant que quatre côtés de même longueur (et donc un losange), sans se servir de l'angle droit de l'équerre.

4 Autres fonctions des équerres

Elle possède les mêmes fonctions que celle de la règle, à savoir :

- Outil de tracé
- Outil de vérification du rectiligne et de l'alignement

Si de plus elle est graduée, elle devient également un outil de mesure.

Toutes ces fonctions réunies en font un outil complexe à utiliser par les élèves, ce qui peut expliquer les difficultés constatées dans les classes.

III - CRITIQUE DES EQUERRES ACTUELLEMENT DISPONIBLES DANS LE COMMERCE

1 Les équerres triangulaires

1.1 Les deux sortes d'équerres triangulaires

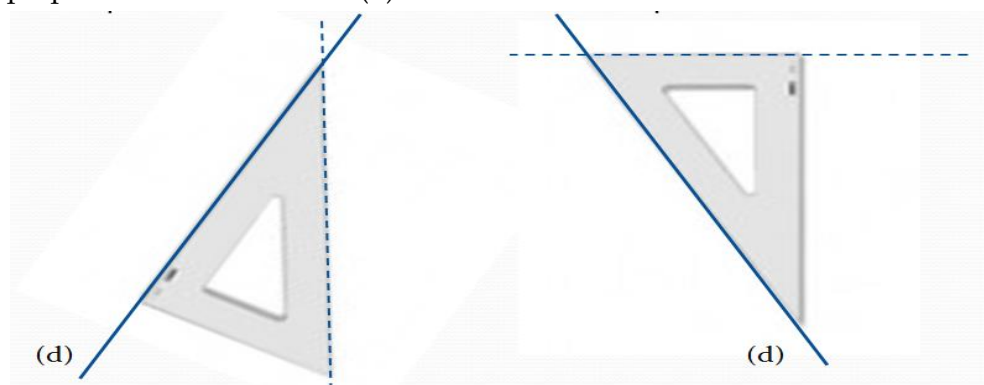
	
Equerre asymétrique	Equerre « symétrique » (en faisant abstraction des graduations)

Leurs formes sont dues au fait qu'elles doivent permettre de tracer des angles de 30° et 60° pour l'une et de 45° pour l'autre. Fonction qui n'est pas utilisée à

l'école et très peu au collège, les élèves se servant du rapporteur pour tracer ces angles.

- La forme triangulaire n'aide pas à faire le lien entre l'image mentale de l'angle droit et l'aspect de l'outil.
- La présence des angles aigus peut générer un mauvais positionnement de l'outil.

Exemples de mauvais positionnement de l'équerre pour tracer une perpendiculaire à la droite (d) :

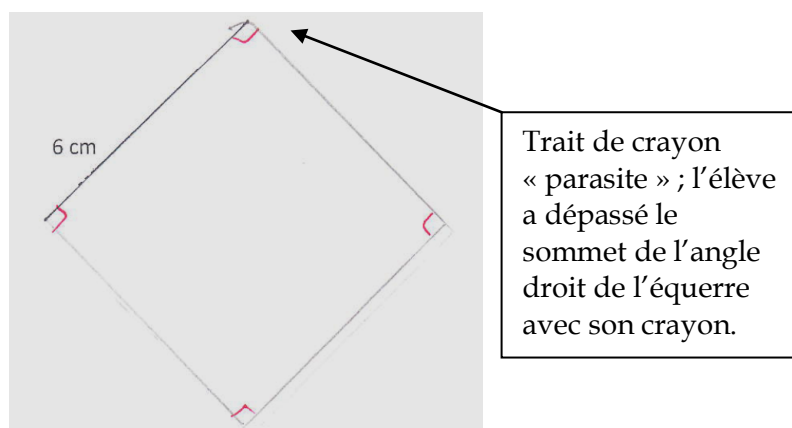


Ces erreurs peuvent être dues à un concept erroné de la perpendicularité souvent assimilé aux notions de verticalité ou d'horizontalité et à la présence de l'hypoténuse de l'équerre qui permet ce mauvais positionnement de l'outil.

Il semble donc que l'usage de l'équerre triangulaire, lorsque le concept de droites perpendiculaires n'est pas totalement maîtrisé par un élève, risque de lui permettre de commettre des erreurs rendues possibles par l'artéfact.

- Le geste graphique n'est pas facilité pour deux raisons :
Le sommet de l'angle droit est souvent abîmé et ne permet pas un tracé net des figures. En principe, l'élève doit décaler son équerre pour tracer avec précision la zone proche du sommet de l'angle droit qu'il veut représenter, mais dans la pratique, par économie gestuelle, peu d'élèves le font.
Les élèves ne sont pas stoppés dans leur geste lors du tracé et ils ont tendance à dépasser le sommet de l'angle droit, ce qui entraîne rature et utilisation de la gomme (ou pas !).

Exemple de production d'un élève de CM2 à qui l'on a demandé de tracer un carré de 6 cm de côté en utilisant son équerre triangulaire :



1.2 Les graduations

- La fonction première des équerres étant la vérification ou le tracé d'angles droits et de perpendiculaires, les équerres ne devraient pas être graduées ; en tout cas, pendant toute la période d'apprentissage du maniement de l'outil ; une fois l'angle droit tracé, les élèves devraient changer d'outil et prendre la règle afin de tracer les segments de longueur voulue (côté du carré par exemple).

Toutefois, par économie gestuelle, les graduations présentes sur l'équerre sont très pratiques lorsqu'il s'agit de tracer des segments de longueur donnée (quand les élèves ont appris à utiliser l'équerre non graduée).

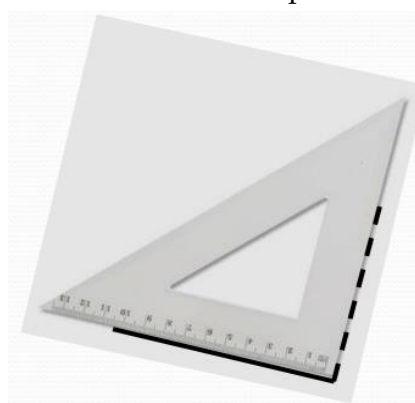
- L'origine des graduations sur l'équerre peut aussi être problématique ; sur bon nombre d'équerres graduées, l'origine des graduations est décalée du sommet de l'angle droit de quelques millimètres (FAVRAT J. F. 1992); on peut émettre deux hypothèses pour expliquer ce décalage :
 - Soit les fabricants ont reproduit les graduations des règles, qui elles non plus ne commencent pas au bout de la règle, et pour lesquelles on retrouve la même particularité (et difficulté pour certains élèves !) liée au décalage de l'origine.
 - Soit ce décalage est volontaire et a été créé pour que l'élève trace d'abord son angle droit, puis fasse glisser son équerre le long de son tracé afin de faire correspondre l'origine des graduations avec le sommet de l'angle droit et ainsi se servir de la fonction « règle » de l'équerre dans ce second temps.

Sauf que dans l'usage que font certains élèves de l'équerre graduée, ce décalage à opérer n'est pas toujours réalisé, ce qui peut entraîner une erreur de mesurage (si l'origine des graduations est décalée par rapport au sommet de l'angle droit de l'outil). Par exemple :



Cet élève crée un segment de 10,5 cm en raison du décalage du zéro sur l'équerre.

- Si l'équerre ne possède qu'un seul axe gradué, son maniement peut s'avérer compliqué du fait de son asymétrie si l'élève privilégie le côté gradué pour effectuer ses tracés. Par exemple :



Il est impossible à l'élève de tracer ce second côté du carré avec la bonne longueur sans avoir à déplacer son équerre non transparente (pour mesurer le côté après avoir tracé l'angle droit).

1.3 La question de la transparence des équerres

On peut penser que la transparence de l'outil doit permettre aux élèves de positionner plus facilement et précisément leurs équerres grâce à une meilleure vision à travers l'outil des tracés déjà présents sur la feuille de papier; cela permet un contrôle de l'élève du positionnement de son équerre, juste avant de passer au tracé. Ce point a été discuté à la fin de la communication, l'ensemble des personnes présentes étant unanimes sur la nécessité d'utiliser un outil transparent. Il faudrait mener une recherche pour mesurer l'effet de la transparence des outils (règle, équerre) lors de la construction de figures géométriques.

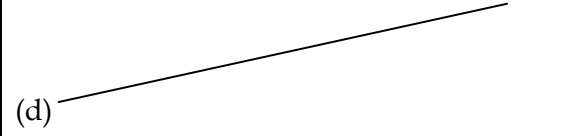
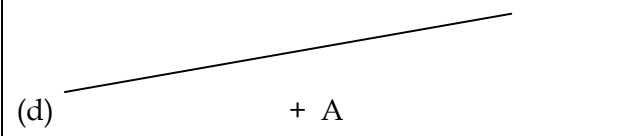
1.4 L'équerre retournable

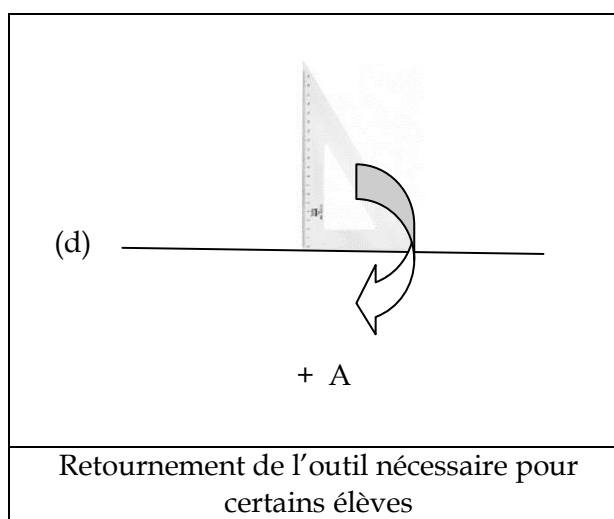
Un autre élément propre aux équerres est le fait de pouvoir retourner l'outil (et pas seulement la tourner sur elle-même).

Par exemple, si des élèves ont à tracer une perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné lorsque le point est « au dessus » de la droite, la plupart du temps, ils n'éprouvent pas trop de difficulté ; mais lorsque le point est

situé « en dessous » de la droite, ils semblent moins bien réussir à réaliser leur tracé et peuvent ressentir le besoin de retourner leur équerre.

Ainsi, pour la même consigne : « En utilisant ton équerre, trace la droite perpendiculaire à (d) qui passe par A », selon le positionnement du point A par rapport à (d) les réussites semblent ne pas être les mêmes (les élèves éprouvant apparemment plus de difficulté dans le second cas) :

A + 	(d) + A 
Exercice qui semble mieux réussi.	Exercice qui semble moins bien réussi ; les élèves ressentant le besoin de retourner l'équerre et ne le pouvant pas du fait du matériel inadapté.



Il serait toutefois intéressant de vérifier quelles sortes d'équerres les élèves utilisent lorsqu'ils éprouvent cette difficulté : équerres symétriques (triangles rectangles isocèles non gradués ou « bi-gradués », ou alors équerres non symétriques (qui peuvent favoriser un des côtés de l'angle droit au détriment de l'autre et peuvent limiter la possibilité de rotation de l'outil).

Peut-être également que cette difficulté est liée au fait que la seconde configuration est moins courante dans l'ensemble des exercices de géométrie proposés aux élèves.

En tout cas, les équerres du commerce ont leur bordure qui est affinée (et arrondie) ce qui empêche de pouvoir les utiliser lorsqu'elles sont retournées (les tracés étant très difficiles à réaliser du fait d'un vide sous le bord de l'équerre retournée).

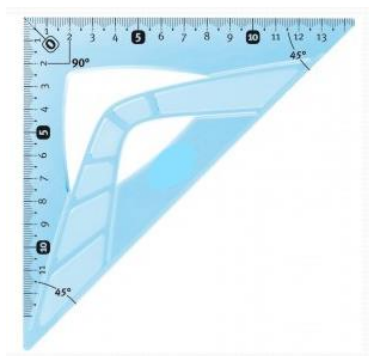
Ce point a été également discuté par les personnes présentes lors de la communication et il est apparu que la possibilité de retourner l'équerre doit être un élément important à prendre en compte.

Là encore une étude dans les classes serait à mener pour mesurer l'influence de la position du point par rapport à la droite sur la réussite à l'exercice, le type d'équerre utilisée et la possibilité ou non de l'utiliser lorsqu'elle est retournée.

1.5 L'équerre du commerce qui semble avoir le plus « d'avantages cumulés »

Comme on l'a vu précédemment, lors de l'apprentissage de l'utilisation de l'équerre, il serait préférable d'utiliser une équerre non graduée, transparente et sans autre angle que l'angle droit, afin de limiter les fonctions de l'outil ; cette équerre pourrait ressembler à une « équerre arrondie » (quart de disque, ou trois-quarts de disque), mais elle ne semble pas être commercialisée actuellement.

Toutefois, si l'on considère que les élèves savent utiliser une équerre non graduée correctement, on pourrait ensuite leur proposer ce type d'équerre :

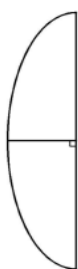


Ses aspects positifs sont : - outil symétrique ; - gradué sur les deux axes ; - zéro au sommet de l'angle droit ; - transparence.	Ses aspects « négatifs » sont : - trois angles présents (dont deux seulement sont différents) ; - présence de l'hypoténuse ; - indication de la valeur des angles (non utile à l'école primaire) ; - geste graphique non facilité (lors de l'utilisation de l'angle droit « externe ») ; - outil non retournable (du fait de ses bords légèrement arrondis et des motifs en relief qui empêchent d'utiliser l'objet à l'envers).
---	---

2 Les autres types d'équerres

2.1 La Téquerre

C'est une demi-ellipse en plastique transparent sur laquelle on a tracé l'axe de symétrie et le symbole de l'angle droit.



Cette équerre est particulièrement adaptée aux tracés des perpendiculaires ; elle permet en particulier d'éviter les difficultés citées dans le 1.4 (point A « au dessus » de la droite ou « en dessous » de la droite) du fait de son axe de symétrie. Elle permet aussi de tracer des angles droits ; toutefois, les élèves ne sont pas stoppés dans leur geste lors des tracés des angles droits (ils peuvent aller au-delà du sommet de l'angle droit avec leur crayon et devoir gommer ensuite), et l'outil n'est pas pourvu de graduations ce qui nécessite de changer d'instrument si l'on doit produire des segments de longueur déterminée. Ce dernier aspect est une volonté de l'équipe Ermel (Ermel, 2006) qui propose cet outil (Ermel, géométrie cycle 3, matériel collectif) de façon à bien distinguer les différents concepts en jeu au moment des tracés. Chose qui est compréhensible au début de l'utilisation des outils, mais qui doit pouvoir évoluer par la suite avec des outils aux fonctions « multiples ».

2.2 Les « rectangles »

	
Réquerre	Thamographe

Ces deux outils cumulent plusieurs fonctions :

Pour la Réquerre : règle, outil de mesure, équerre, outil de tracés de parallèles (présence de droites perpendiculaires et de droites parallèles sur la Réquerre) ; et pour le Thamographe : règle, outil de mesure, équerre, rapporteur et outil pour tracer des cercles (présence d'un centre de cercle et de points pour choisir un rayon particulier sur l'outil).

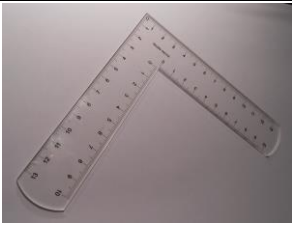
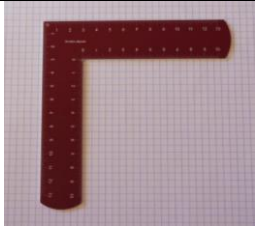
La Réquerre, du fait de son axe gradué symétriquement, permet aussi de construire le symétrique d'un point par rapport à une droite et la médiatrice d'un segment.

Ces outils nécessitent donc de bien avoir assimilé les différents concepts et l'usage individuel de chaque outil de tracé avant d'être donné aux élèves.

En particulier, le fait que sur un même outil soient présentes des droites parallèles et des droites perpendiculaires comme sur la Réquerre, nécessite d'être utilisé uniquement par des élèves de collège à partir du moment où les deux concepts ne posent plus de problèmes.

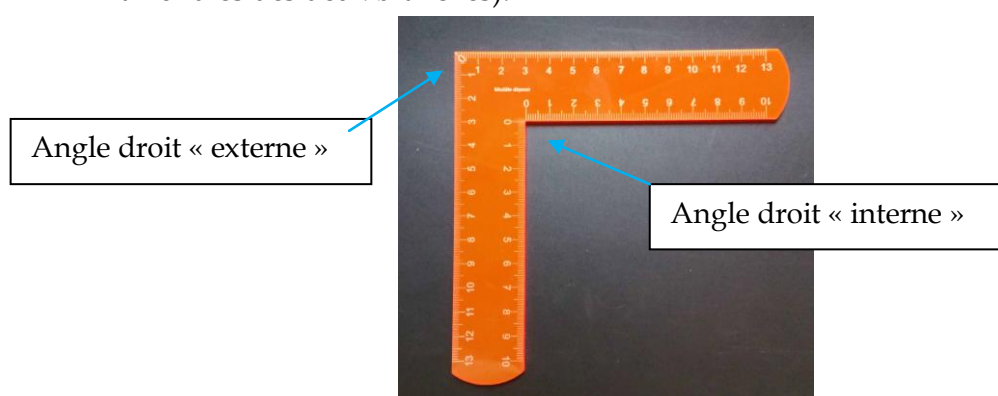
IV - L'EKER, L'EQUERRE EN FORME DE L (QUE J'AI DEVELOPPEE)

Plusieurs modèles ont été créés :

		
Eker transparente non graduée	Eker transparente graduée	Eker non transparente, graduée sur une face et non graduée sur l'autre face

Ses caractéristiques, en réponse à tout ce qui précède, sont les suivantes :

- Uniquement des angles droits : un angle droit « externe » et un angle droit « interne » (pas d'angles aigus parasites; pas d'hypoténuse; extrémités arrondies des deux branches).



- Absence d'hypoténuse, de façon à ce que les élèves ne puissent s'en servir lors des tracés d'angles droits.
- Utilisation de l'angle droit interne pour tracer (l'élève est stoppé dans son geste graphique et l'angle droit tracé est très bien réalisé) et utilisation possible de l'angle droit externe pour vérifier la présence d'angles droits.
- Outil symétrique (pas de branche avec un statut particulier par rapport à l'autre) de manière à ce que l'Eker soit facilement pivotable.
- Equerre évolutive : sans graduations dans un premier temps d'utilisation (sur la face unie de l'équerre non transparente, ou en utilisant le modèle transparent non gradué), puis graduée sur ses quatre axes dans sa version la plus aboutie (sur la seconde face de l'équerre non transparente, ou en utilisant le modèle transparent gradué).

Cet aspect évolutif de l'utilisation de l'Eker non graduée dans un premier temps, puis graduée par la suite est essentiel. En effet, l'Eker graduée cumulant plusieurs fonctions (tracés d'angles droits, règle et mesure), elle

ne doit pas être utilisée par des élèves apprenant à se servir de l'outil pour tracer des angles droits.

- Pour les Ekers graduées : Origine des graduations au sommet de l'angle droit « extérieur » (pour ne pas avoir à décaler l'outil lors des tracés qui nécessitent des mesures); origine des graduations légèrement décalée du sommet de l'angle droit « intérieur » (pour tenir compte de l'épaisseur du crayon) mais non perceptible visuellement.
- Grâce à sa forme en L, l'outil doit aussi permettre aux élèves de l'associer plus facilement à l'image mentale de l'angle droit (l'outil est facilement associable au tracé d'angle droit qu'il permet de produire).
- L'Eker est également retournable (si nécessaire) car ses bords ne sont pas légèrement incurvés comme c'est le cas dans le commerce, les tracés peuvent être réalisés côté recto ou côté verso.

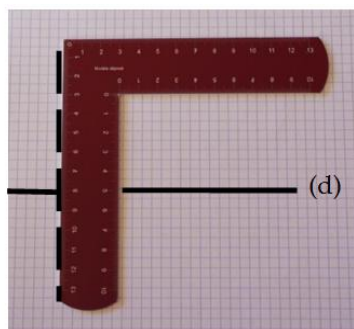
Au niveau de la sécurité dans les classes, l'Eker est également moins dangereuse car elle n'a pas d'angles aigus potentiellement blessants.

L'Eker se veut donc être un outil pratique, plus simple à utiliser, permettant de produire des tracés plus précis.

Ses différentes variantes en font un outil qui s'adapte à chaque niveau de classe ; elle s'utilise d'abord sans les graduations pour que les élèves n'accèdent qu'aux fonctions d'angles droits et de tracés ; puis lorsque l'outil non gradué est correctement utilisé l'Eker fournie aux élèves est alors graduée.

Ses inconvénients potentiels :

- L'Eker n'est pas une équerre, mais deux équerres : une sur les côtés extérieurs et une sur les côtés intérieurs ; cela pourrait être a priori perturbant pour les élèves qui ne sauraient pas quel angle droit utiliser ; toutefois l'un ou l'autre des angles droits permet de vérifier la présence d'angle droit, et de tracer des angles droits, même si l'angle droit interne est plus approprié pour effectuer les tracés.
- L'Eker contient des bords parallèles qui ne sont pas destinés à être utilisés en tant que tels pour tracer des parallèles, mais certains élèves pourraient tout de même en faire usage (comme pour toute règle à bords parallèles).
- L'Eker graduée, si elle est donnée en début d'apprentissage du maniement de l'outil, peut voir l'usage de ses graduations détourné pour tracer des perpendiculaires (à la manière du double décimètre qui est parfois utilisé pour tracer des perpendiculaires) ; de la manière suivante :



La droite (d) étant donnée, un élève peut utiliser deux graduations « opposées » (ici le 5 et le 8) par lesquelles il fait passer la droite (d), ce qui lui permet ensuite de tracer une perpendiculaire.

Il est donc primordial de fournir une Eker graduée uniquement aux élèves qui savent positionner correctement une Eker non graduée pour tracer des angles droits.

V - L'EKER DANS LES CLASSES : PREMIERES EXPERIMENTATIONS

Comme on peut le constater dans cet article, la réflexion menée porte sur l'utilisation de l'équerre par les élèves et pas sur l'étude des différentes façons d'amener la notion d'angle droit et plus généralement les différentes façons d'enseigner la géométrie, même si instrument et enseignement sont liés (PERRIN-GLORIAN M.J., MATHE A. C. & LECLERCQ R. 2013).

Tout le travail consistant à introduire la notion d'angle droit, l'utilisation de gabarits (qui permettent de vérifier la présence d'angles droits, mais difficilement de tracer des angles droits), travail préalable à l'usage de l'équerre (du commerce), n'est pas abordé ici.

Cette réflexion devrait être menée dans les mois et les années à venir pour intégrer totalement l'Eker à l'enseignement de la notion d'angle droit et de perpendiculaires par un groupe de formateurs et de maîtres-formateurs de l'ESPE de Bretagne.

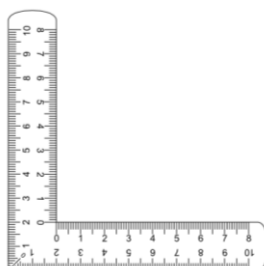
Les expérimentations d'utilisation de l'Eker par les élèves décrites ici, ont été menées en CM2 et en CE2 après que la notion d'angle droit ait été enseignée (et la notion de perpendiculaires pour les CM2).

1 L'expérimentation menée en CM2 en 2014

Cette première expérimentation menée en CM2 a eu lieu au mois de mai 2014. Elle a duré trois semaines et a servi à stabiliser les propriétés de l'Eker (forme, graduations, transparence...) et à mesurer les effets bénéfiques (ou pas) de l'utilisation de l'équerre en géométrie dans le cadre de reproduction de figures planes et de constructions de figures à partir d'instructions.

A l'issue des trois semaines d'expérimentation, les élèves devaient produire un texte leur permettant d'exprimer leurs ressentis concernant l'Eker.

Les élèves ont eu à leur disposition une Eker de petite taille (10,5 cm de long pour chacune des branches), non transparente et graduée uniquement tous les centimètres (de 0 à 10 sur les côtés extérieurs et de 0 à 8 sur les côtés intérieurs), ressemblant à celle-ci (mis à part les graduations millimétriques) :

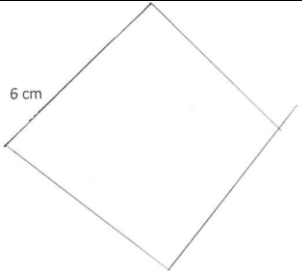
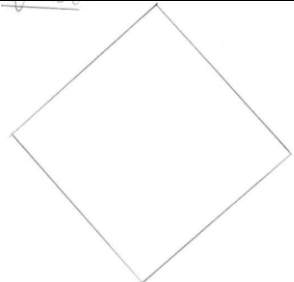


Les élèves de cette classe n'ayant pas de difficulté particulière concernant le concept d'angle droit, les progrès réalisés l'ont été d'un point de vue graphique. Par exemple,

les élèves ont eu à terminer la construction d'un carré de 6 cm de côté, à partir de la donnée d'un de ses côtés (voir tableau ci-dessous). Pour un certain nombre d'élèves, il y avait un manque de précision dans l'élaboration des angles droits (pas vraiment droits) en utilisant leur équerre triangulaire ; alors qu'en utilisant l'Eker et son angle droit interne (imposé dans la consigne), les angles dessinés étaient parfaitement droits. De même, les sommets des angles droits étaient dessinés de façon plus nette et précise grâce à l'utilisation de l'angle droit interne de l'Eker.

L'enseignant de cette classe a lui-même noté une nette amélioration des productions des élèves en termes de qualité graphique : « *dessins réalisés plus précis, angles droits plus « droits»* » ; il a surtout noté une plus grande rapidité d'exécution des tracés, et ceci pour tous les élèves de la classe. Les élèves habituellement « en difficulté » n'ayant plus à hésiter sur le bon angle à utiliser (comme avec l'équerre triangulaire utilisée habituellement). Le fait d'utiliser les côtés intérieurs de l'angle droit, nouveauté pour les élèves, a tout de suite été adopté, permettant des tracés « nets » sans avoir à gommer des surplus de segments tracés.

Exemple « spectaculaire » de progrès d'un élève en difficulté ; l'un des côtés de 6 cm d'un carré étant tracé, les élèves devaient terminer la construction.

Au début de l'expérimentation, avec l'équerre triangulaire transparente graduée, non symétrique (angles de 90°, 30° et 60°) :	A la fin des trois semaines d'utilisation de l'Eker non transparente, graduée :
	

Les 24 élèves de cette classe ont tous été enthousiastes d'utiliser cette nouvelle équerre ; d'abord parce qu'ils étaient des « précurseurs » dans l'usage de l'Eker et aussi parce que l'outil leur a paru plus facile à utiliser ; les seuls « bémols » exprimés étaient : la taille de l'objet, un peu petit, ce qui a été pris en compte dans le modèle définitif (13,5 cm de long au lieu de 10,5 cm et 3 cm de largeur au lieu de 2 cm pour les deux branches), l'absence de graduations millimétriques pour ce premier prototype et l'absence de transparence (de ce prototype) pour un élève.

Les points positifs que les élèves ont notés sont :

- « *Equerre plus pratique* » (sans précision supplémentaire) (12 élèves)
- « *Il n'y a pas le grand côté encombrant* » (1 élève)
- « *L'angle est parfaitement droit* » (8 élèves)
- « *Elle est très facile à manier, elle va dans tous les sens* » (3 élèves)
- « *Les graduations sont au début de l'équerre* » (7 élèves).

On retrouve ici toutes les caractéristiques visées que les élèves ont réussi à identifier et à exprimer avec leurs mots.

Les points d'amélioration cités par les élèves :

- « *Les équerres sont bien, mais trop petites* », ce qui a été pris en compte dans le modèle « définitif » (13,5 cm de long au lieu de 10,5 cm et 3 cm de largeur au lieu de 2 cm pour les deux branches) (18 élèves)
- « *Ce serait mieux de rajouter des millimètres* », le premier mode de fabrication du prototype (à l'aide d'imprimantes 3D) ne permettait pas de matérialiser les graduations millimétriques (2 élèves)
- « *Les équerres pourraient être transparentes pour voir nos traits* », le mode de fabrication de ces prototypes ne le permettait pas (1 élève).

Point de vigilance :

- « *le truc en plus de vos équerres est que l'on peut faire facilement des parallèles* », (1 élève) cet élève de CM2 a perçu les bords parallèles de l'Eker et la possibilité de tracer des droites parallèles dont l'écart est fixé par l'instrument, ce qui tend à montrer que l'Eker doit être utilisée avant le CM2 pour sa fonction « angle droit » avant de voir avec les élèves le concept de droites parallèles... ou qu'il faut proposer un autre modèle d'Eker qui ne comporte qu'un angle droit interne et pas de côtés parallèles (Eker arrondie sur son « extérieur »).

2 L'expérimentation menée en CE2 en 2015

Cette seconde expérimentation a eu lieu dans le cadre d'un mémoire de master 2. Deux étudiants en stage chez des maîtres d'accueil temporaires ont pu faire utiliser l'Eker par les élèves dans les classes dans lesquelles ils étaient en stage.

Les élèves de CE2 de ces deux classes (à double niveau CE1/CE2) avaient connaissance de la notion d'angle droit depuis le CE1 où ils avaient aussi utilisé le gabarit d'angle droit et également l'équerre triangulaire.

La progression choisie s'inspirait de CAP Maths CE2, unités 5 et 6 (Cap Maths 2008). Les séances menées étaient identiques dans les deux classes.

Un pré-test/post-test (voir annexe 1) a été mis en place pour mesurer les progrès des élèves (même test donné en début et fin d'expérimentation); celui-ci consistait à évaluer les élèves sur leur capacité à :

- reconnaître de façon perceptive des angles droits isolés, puis des angles droits faisant partie de polygones ;
- tracer des angles droits isolés puis faisant partie de polygones.

Lors du post-test, les élèves devaient noter leurs temps de travail.

Lors du pré-test, les élèves ont utilisé leur équerre triangulaire ; lors du post-test, ils avaient le choix entre l'équerre triangulaire ou l'Eker, mais ils devaient indiquer quelle équerre ils avaient utilisée.

L'équerre triangulaire des élèves était celle présentée au III 1.5 décrite plus haut (transparente, symétrique, bi-graduée) et l'Eker fournie était le modèle « grand format » (branches de 13,5 cm de long), non transparente (on ne disposait pas alors des modèles transparents), comportant 4 graduations millimétriques (celle représentée plus haut), fabriquée à l'aide d'imprimantes 3D. Les Ekers fournies étaient en nombre limité (10 au total à se répartir entre les deux classes ou à utiliser dans une seule des deux classes selon l'organisation du travail de géométrie).

Lors de la séquence, le protocole choisi par les étudiants consistait à faire utiliser l'équerre triangulaire pendant trois séances par la moitié de la classe, alors que l'autre moitié de la classe utilisait l'Eker, puis on intervertissait les deux types d'équerres,

pendant les trois autres séances, et ainsi de suite. Les corrections collectives des exercices étaient effectuées en utilisant systématiquement les deux types d'équerres au tableau (une grande Eker réalisée dans du carton avait été fabriquée pour chaque classe).

Ce protocole a été mis en place pour aider l'ensemble des élèves des deux classes à mieux utiliser leur équerre triangulaire le reste de l'année, sachant que les étudiants finissaient leur stage en mars et que les Eker ne pouvaient pas rester dans les classes par la suite.

L'hypothèse de travail étant que l'usage de l'Eker permettrait une meilleure utilisation de l'équerre triangulaire.

Les résultats de cette seconde expérimentation ont été les suivants :

- Le concept d'angle droit n'a pas posé de difficultés aux élèves lors du pré-test (réussite de reconnaissance perceptive d'angles droits dans différentes configurations sauf pour un élève).
- C'est surtout l'utilisation de l'équerre triangulaire qui a posé des problèmes lors du pré-test (de façon plus marquée pour les élèves « en difficulté »).
- Lors des séances, le fait d'utiliser les deux types d'équerres (pour chacun des élèves alternativement et au tableau systématiquement) a permis aux élèves de mieux utiliser l'équerre triangulaire à l'issue de la séquence (retour fait par les titulaires des classes).
- L'ordre d'utilisation des deux types d'équerres n'a, semble-t-il, pas eu d'influence sur les progrès des élèves à la fin de cette séquence. Les différents groupes d'élèves (ceux qui ont d'abord commencé à utiliser l'équerre triangulaire et ceux commençant par l'Eker) ont obtenu globalement les mêmes progrès au post-test.
- Tous les élèves ont progressé entre le pré-test et le post-test et la progression a été plus importante pour les élèves « en difficulté » lors du pré-test (ceux-ci ont utilisé l'Eker lors du post-test).
- Les élèves qui ont utilisé l'Eker au post-test ont gagné en précision des tracés ; par rapport aux autres élèves les angles droits sont plus précis. Mais c'est surtout en terme de vitesse de travail (pour la vérification de la présence d'angle droits et la réalisation des tracés d'angles droits) que l'utilisation de l'Eker a joué un rôle important : lors du post-test, les élèves ont effectué les exercices et ont noté le temps qu'ils ont mis à réaliser l'ensemble des travaux (on leur a bien précisé dans la consigne que ce n'était pas une course, mais qu'ils devaient noter le temps affiché par un chronomètre projeté au tableau) ; les élèves ayant utilisé l'Eker ont fini plusieurs dizaines de secondes avant leur camarades ayant utilisé l'équerre triangulaire.

Ce dernier point est toutefois à considérer avec précaution car certains élèves sont plus habiles que d'autres et il aurait fallu comparer pour chaque élève ses performances avec les deux types d'équerres. Là encore, il faudrait mener une autre étude, pour être objectif, mais ce résultat va dans le sens de ce qu'avait perçu l'enseignant de CM2 lors de la première expérimentation (meilleure précision des tracés et gain de temps).

Lors du pré-test, il n'y a pas eu de relevé de temps de travail, donc pas de comparaison possible avec le post-test.

Toutefois

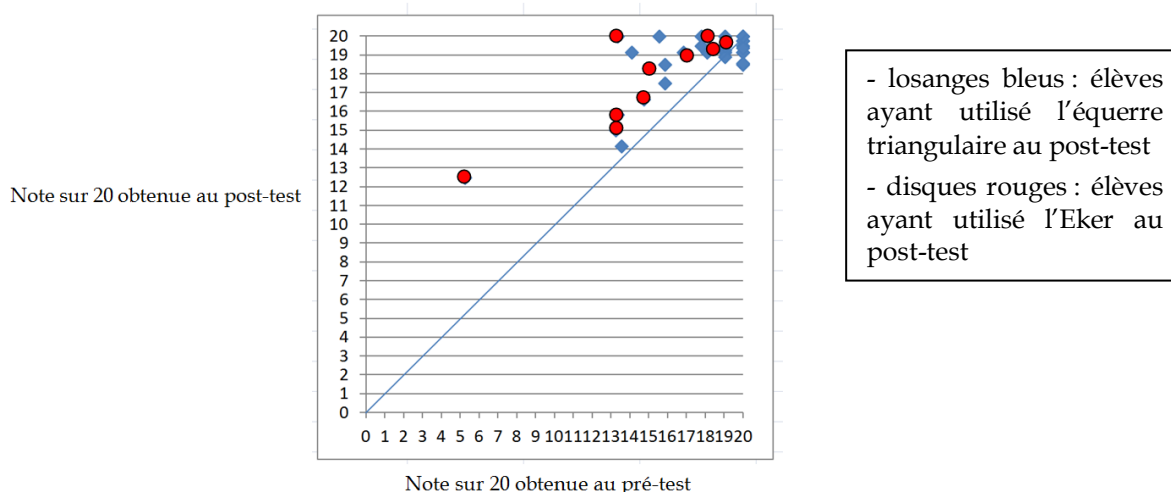
- Il est apparu la nécessité d'expliciter les schèmes d'utilisation (de chacune) des équerres (équerre triangulaire et Eker) par écrit : « image par image » avec commentaire écrit (réalisé par les élèves), afin que l'utilisation correcte des équerres se fasse plus rapidement chez tous les élèves lors de la séquence.
- Lors de l'utilisation de l'Eker, un élève a détourné l'usage des graduations ; cet élève s'est servi des graduations opposées, tête bêche, sur une même branche pour tracer des angles droits (comme prévu au II dernier point); il est donc vraiment nécessaire de s'assurer que tous les élèves utilisent correctement l'Eker sans graduations avant d'utiliser les Ekers graduées.

Pour mesurer les progrès des élèves, plusieurs compétences ont été définies :

- Etre capable d'utiliser l'équerre pour tracer un angle droit sur papier uni ;
- Etre capable d'utiliser l'équerre pour tracer un angle droit sur papier uni, l'un des côtés de l'angle étant déjà tracé ;
- Etre capable d'utiliser l'équerre pour vérifier la présence d'angles droits dans des quadrilatères ;
- Etre capable d'utiliser l'équerre pour compléter un carré ou un rectangle (un ou plusieurs côtés étant déjà tracés).

Pour chaque compétence, un degré de maîtrise a été défini (précision des tracés...), ce qui a permis d'attribuer des points à chaque élève (note sur 20) afin de mesurer la différence de réussite entre les deux tests.

Les résultats obtenus sont visibles sur le graphique ci-dessous :



On peut observer que pratiquement tous les élèves ont progressé entre les deux tests ; les quelques-uns pour lesquels les résultats ont légèrement régressé étaient des élèves qui avaient très bien réussi au pré-test, mais qui ont voulu aller très vite au second test du fait du chronométrage de « l'épreuve », au détriment de la précision des tracés.

VI - CONCLUSIONS DU TRAVAIL MENE

A l'issue des expérimentations menées dans ces classes, l'Eker semble avoir un intérêt pédagogique dans l'enseignement ; elle semble faciliter le placement de l'outil (équerre triangulaire et équerre en forme de L), et la réalisation des tracés (rapidité d'exécution et précision des tracés). Les expérimentations dans les classes vont encore se poursuivre, en particulier en essayant de vérifier l'importance d'avoir des outils translucides et de pouvoir les retourner.

Une étude spécifique de l'utilisation de l'Eker dans le domaine de l'ASH auprès d'élèves dysgraphiques devrait également être menée, après s'être aperçu qu'un élève dysgraphique d'une des classes de CE2 arrivait nettement mieux à positionner l'Eker sur les figures de géométrie, par rapport à son équerre triangulaire.

Lors des échanges qui ont suivi la communication, certains formateurs et chercheurs ont reconnu l'aspect technologique intéressant de l'outil, mais ont indiqué qu'il faudrait que l'Eker soit accompagnée de séquences spécifiques d'utilisation en classe (adaptées suivant le niveau de classe et prenant en compte l'hétérogénéité des élèves). Ce travail (conséquent) va maintenant être mené, afin que l'enseignement de la notion d'angle droit et de perpendiculaires, ainsi que l'utilisation de l'Eker forme un tout cohérent.

Je tiens particulièrement à remercier les enseignants, et leurs élèves qui ont permis ces expérimentations et une première analyse des résultats obtenus.

Pour plus de renseignements sur l'Eker, merci de me contacter par courrier électronique (adresse de messagerie en début d'article).

VII - BIBLIOGRAPHIE

OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M. J., VERBAERE O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, Grand N, n° 77, p. 7 à 34.

HAMEAU C. (1996). La géométrie par le dessin au cycle 3, Nathan pédagogie, chapitre « l'équerre en procès », p. 18 à 24.

RABARDEL P. (2014). Les hommes et les technologies une approche cognitive des instruments contemporains, HAL, p. 48 à 162.

CHARNAY R., DOUAIRE J. (2006). ERMEL Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, p 66 à 77.

CHARNAY R., COMBIER G., DUSSUC M.P., MADIER D. (2008). CAP MATHS CE2 Guide de l'enseignant, Hatier, p102 à 147.

CASTELLA C., HOUEMENT C. (2004). Thème Géométrie, ARDM et IREM de Paris 7, Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, p. 5 à 109.

PERRIN-GLORIAN M.J., MATHE A. C., LECLERQ R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans, Le jeu sur les supports et les instruments, Repère IREM n° 90, p. 5 à 41.

TAVEAU C. (2012). Contribution au débat sur l'enseignement de la géométrie, CS des Irem, annexe 5.

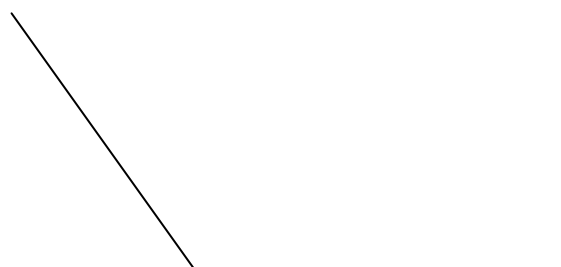
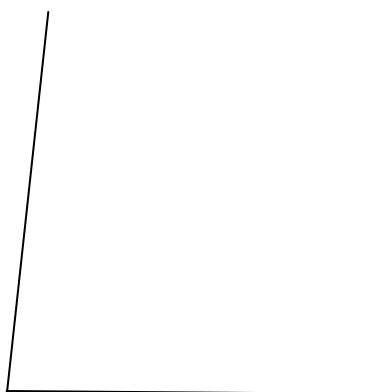
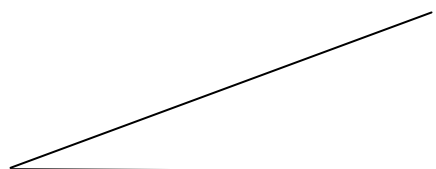
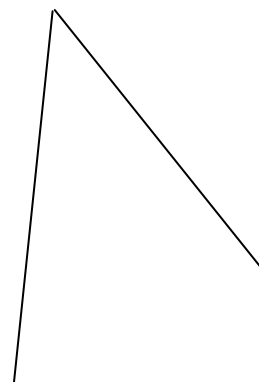
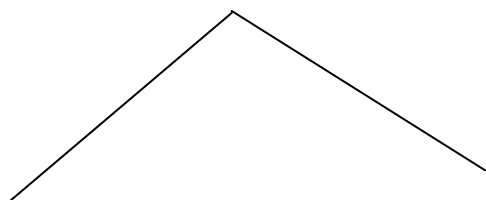
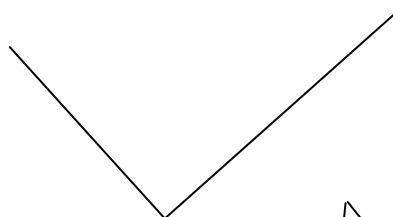
FAVRAT J. F. (1992). Tracés aux instruments et raisonnements géométriques, Grand N, n° 49, p. 11 à 35.

ANNEXE

Pré-test, post-test CE2

Exercice 1 :

Entoure les angles droits et barre ceux qui ne sont pas droits.



Exercice 2 :

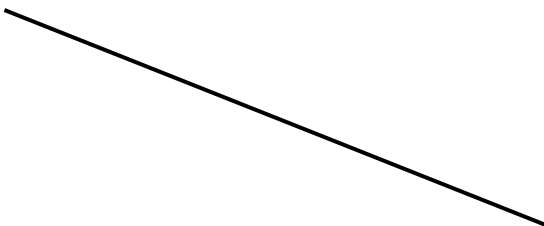
Trace sur ta feuille trois angles droits à main levée.

Exercice 3 :

Trace sur ta feuille trois angles droits avec ton équerre.

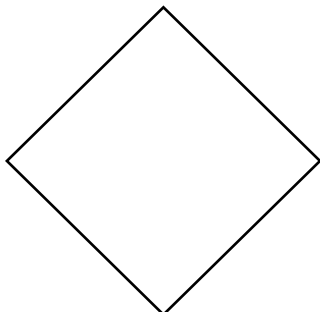
Exercice 4 :

Pour chaque trait ci-dessous, trace son angle droit en utilisant ton équerre.

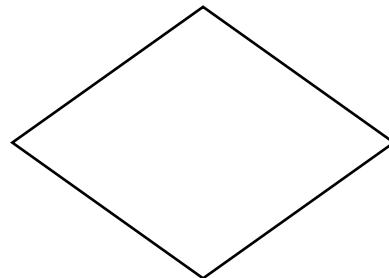


Exercice 5 :

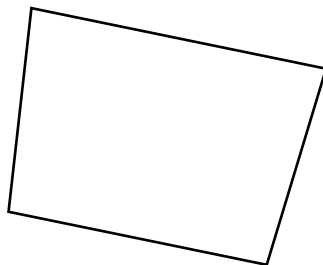
- À l'aide de ton équerre, cherche s'il y a des angles droits dans ces figures et colorie-les en bleu.
- Entoure les figures géométriques qui te semblent être des carrés ou des rectangles.



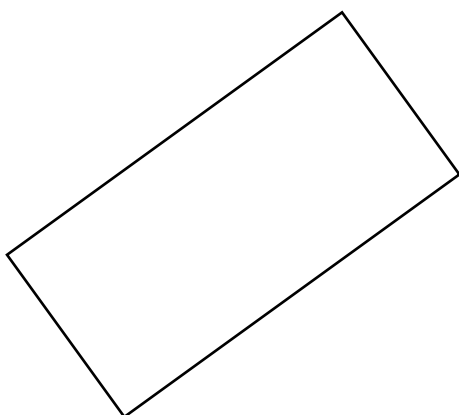
Nombre d'angles
droits :



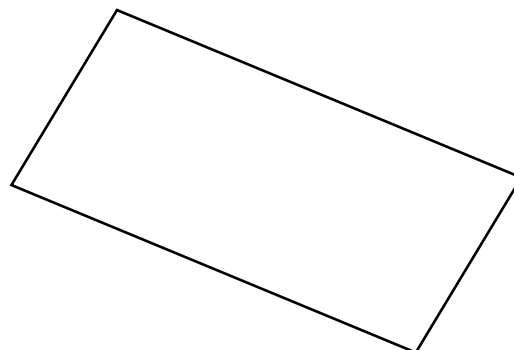
Nombre d'angles
droits :



Nombre d'angles
droits :



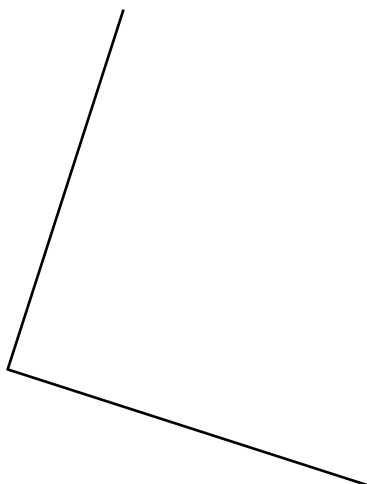
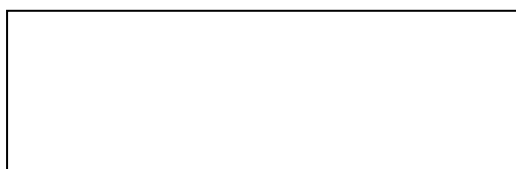
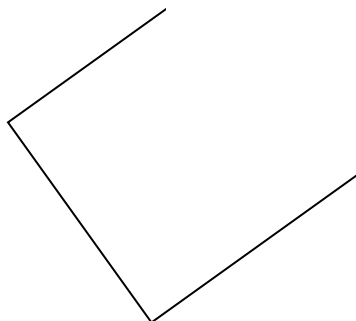
Nombre d'angles
droits :



Nombre d'angles
droits :

Exercice 6 :

Complète les figures suivantes pour obtenir des carrés ou des rectangles.

**Exercice 7 :**

Trace avec ton équerre un carré de 6 cm de côté et un rectangle de 8 cm de longueur et 3 cm de largeur.

EVALUATION DIAGNOSTIQUE ET GESTION DE L'HETEROGENEITE DES APPRENTISSAGES DES ETUDIANTS EN MATHEMATIQUES EN M1 MEEF 1^{ER} DEGRE

Brigitte GRUGEON-ALLYS

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

Julia PILET

Enseignant-chercheur, ESPE, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de Didactique André Revuz
julia.pilet@u-pec.fr

Résumé

Le projet ORPPELA¹ présenté ici vise à gérer la très grande hétérogénéité des apprentissages mathématiques des étudiants de l'académie de Créteil en M1 MEEF 1^{er} degré et à permettre à des publics changeant d'orientation (titulaires de licences professionnelles, autres cursus non universitaires, emploi d'avenir professeur, etc.) de réussir leur formation. Nous avons conçu et mis en place un dispositif de formation s'appuyant sur une évaluation diagnostique automatisée des connaissances et compétences des étudiants (Grugeon 1997) à l'entrée en M1, dans quatre domaines mathématiques et des stratégies de formation adaptées aux besoins d'apprentissage repérés des étudiants (Grugeon et al. 2012, Pilet 2012). Dans une première partie, nous présentons le test diagnostique en développant des éléments théoriques et méthodologiques sur lequel il est fondé, puis les résultats des étudiants de groupes de formation de l'ESPE de Créteil obtenus par traitement informatique (profil des étudiants et géographie cognitive de groupes). Nous précisons ensuite les choix didactiques pour adapter l'enseignement en fonction des besoins mathématiques et didactiques des étudiants afin de favoriser à la fois leur formation mathématique et professionnelle et leur autonomie.

Avertissement au lecteur ! Cette communication a été suivie par l'atelier A31 intitulé « Quelles stratégies de formation pour gérer l'hétérogénéité des apprentissages des étudiants en mathématiques en M1 MEEF 1^{er} degré ? ». Nous invitons le lecteur à s'y reporter notamment pour les documents proposés en annexe et le compte rendu de l'atelier.

Cette communication présente les choix théorique et méthodologique qui fondent le projet ORPPELA « Organiser une progressivité des parcours de formation des étudiants et leur accompagnement » réalisé dans le cadre du dispositif IDEA² de l'UPEC. Ce projet vise à gérer la très grande hétérogénéité des apprentissages mathématiques des étudiants de l'académie de Créteil en M1 MEEF 1^{er} degré. Ce projet doit permettre à des publics changeant d'orientation (titulaires de licences professionnelles, autres cursus non universitaires, emploi d'avenir professeur, etc.), de construire des connaissances mathématiques et didactiques pour réussir leur formation et développer des premières connaissances professionnelles pour enseigner en primaire. La formation en M1 ne comporte que 66 h de formation, ce qui est un horaire faible pour ces étudiants.

¹ Réalisé dans le cadre des [Initiatives d'Excellence en Formations innovantes](#) (IDEFI) du Programme Investissements d'Avenir, [Université Paris-Est](#) met en œuvre le dispositif IDEA.

² IDEA vise une transformation progressive de l'accueil, la formation, l'évaluation et l'accompagnement à la (ré)insertion.

Trois objectifs principaux structurent le projet ORPPELA :

1. Mieux connaître les caractéristiques du profil des étudiants en mathématiques et en français : pour ceci, ce projet vise à concevoir et mettre en place une évaluation diagnostique des connaissances et compétences des étudiants dans ces domaines pour les caractériser et favoriser un auto-positionnement des étudiants.
2. Expérimenter un dispositif de formation au service des apprentissages des étudiants s'appuyant sur ce repérage, pour favoriser une progressivité des formations prenant en compte les acquis des étudiants et les besoins repérés et organiser un accompagnement renforcé des étudiants : pour ceci, différents temps sont organisés pour chaque séquence autour d'un thème donné. En amont d'une séquence et des séances en présentiel, les étudiants travaillent des exercices préparatoires avec correction ainsi qu'une synthèse des savoirs et savoir-faire indispensables à la suite de la formation. En TD en présentiel, des situations clefs visent à amener les étudiants à remettre en question des rapports inadaptés aux savoirs mathématiques et à poursuivre la construction de ces savoirs. Les situations sélectionnées prennent en compte les acquis et besoins d'apprentissage repérés des étudiants. La gestion didactique doit permettre à tous les étudiants de travailler à la fois les savoirs mathématiques anciens mais aussi les savoirs didactiques et professionnels. Nous envisageons des exercices d'entraînement de difficulté croissante pour gérer l'avancée du temps didactique de l'ensemble des étudiants. Toutes les corrections des exercices sont déposées sur EPREL³ à la fin du TD ainsi qu'un document de cours reprenant les différentes notions mathématiques et didactiques qui sert de point d'appui à l'institutionnalisation des savoirs. Le dispositif doit prévoir un accompagnement des étudiants en dehors des séances présentiels (entretiens personnalisés, pistes de travail personnel, suivi à distance sur le forum de la plateforme EPREL pour accompagner le travail personnel et répondre aux questions).
3. Elaborer un dispositif à plus grande échelle en s'appuyant sur une évaluation du dispositif initial mis en place en M1 à l'ESPE de Créteil pour le transférer à d'autres types de formation au sein de la COMUE Paris Est.

Ces modalités spécifiques de formation devront être expliquées aux étudiants dès la rentrée afin de mettre en place le plus rapidement possible un contrat qui les engage dans la formation.

Dans une première partie nous présentons la problématique et les fondements théorique et méthodologique du projet. Nous présentons ensuite la conception du test et les résultats des étudiants à ce test en 2014-2015 sur une population de 490 étudiants. Nous explicitons la stratégie de formation et l'accueil d'étudiants ayant répondu à un questionnaire. Pour terminer, nous présentons des premiers résultats sur l'évolution des raisonnements des étudiants en géométrie et proposons quelques perspectives.

I - PROBLEMATIQUE ET CADRE THEORIQUE

Au vu de l'organisation prévue pour ce dispositif, quelles sont les questions posées par la formation d'étudiants présentant une très grande hétérogénéité des connaissances mathématiques et de rapport au savoir mathématique et à son enseignement, dans un contexte de M1 associé à la préparation du concours CRPE.

1 Questions initiales

Comment repérer les connaissances et compétences des étudiants dans différents domaines mathématiques et organiser un enseignement adapté aux besoins d'apprentissages des étudiants ?

En quoi la mise en relation de différents cadres théoriques issus de la didactique des mathématiques permet-il de définir une évaluation diagnostique pour repérer les connaissances et compétences des

³ Plateforme en ligne pour la formation à l'ESPE de Créteil.

étudiants en mathématiques et d'organiser leur formation en fonction des besoins d'apprentissage repérés ?

Quels sont les effets sur la formation des étudiants et comment les repérer et les identifier de façon précise ?

2 Eléments théoriques

Pour prendre en compte la complexité du problème étudié, nous utilisons une approche multidimensionnelle pour distinguer trois entrées et les éléments théoriques à convoquer pour les étudier : la conceptualisation des concepts du côté de l'étudiant, la prise en compte du savoir, l'étude dans plusieurs institutions. Nous croisons donc des approches cognitive, épistémologique et institutionnelle.

2.1 Une approche cognitive du côté de l'étudiant

Pour évaluer des processus d'apprentissages des étudiants en privilégiant un point de vue épistémologique, nous reprenons le point de vue développé par Vergnaud (1986), c'est-à-dire que, « *comprendre le développement et l'appropriation des connaissances, (nécessite) d'étudier des ensembles assez vastes de situations et de concepts, c'est-à-dire des champs conceptuels. Etudier l'apprentissage d'un concept isolé, ou d'une technique isolée, n'a pratiquement pas de sens* » (Vergnaud 1986, p 28). Vergnaud introduit aussi une hypothèse forte, la dialectique entre la genèse de la connaissance d'un élève et la structure du savoir mathématique. Nous faisons l'hypothèse qu'une évaluation diagnostique est un moyen pour étudier les conceptions personnelles des élèves sur un domaine mathématique donné, en lien avec l'étude des démarches et des raisonnements au cours de l'apprentissage et de ruptures potentielles d'ordre épistémologique. De plus, nous cherchons à décrire les cohérences de fonctionnement des élèves par domaine mathématique.

2.2 Une approche épistémologique du côté du savoir

Nous retenons une approche épistémologique, prenant en compte le développement des savoirs mathématiques savants mais aussi la conceptualisation des concepts chez les apprenants et la nature de leur activité mathématique. Nous nous appuyons sur les travaux en didactique des mathématiques dans les différents domaines, numérique (nombres entiers (Mounier, 2012) et décimaux (Perrin-Glorian, 1986), numération (Tempier, 2013), résolution de problèmes (Vergnaud, 1986, 1990)), Géométrie (Kuzniak et Houdement, 1990, 2006), algèbre élémentaire (Grugéon, 1997 ; Chevallard, 1985, 1989 ; Kieran, 2007 ; Vergnaud, 1987). Ces études permettent de spécifier les aspects épistémologiques à prendre en compte dans l'apprentissage et l'enseignement et les ruptures d'ordre épistémologique à négocier.

2.3 Une approche institutionnelle du côté de l'institution

L'approche cognitive est insuffisante pour prendre en compte l'influence du contexte institutionnel sur les apprentissages de l'élève, ni les liens entre rapport personnel de l'élève au savoir et rapport institutionnel (Maury et Caillot, 2003). Les étudiants ont appris les mathématiques à l'école primaire, au collège et au lycée, voire à l'université. L'approche institutionnelle est incontournable pour caractériser l'activité mathématique des élèves organisée autour de la résolution de tâches qui dépendent fortement, des programmes à ces différents niveaux scolaires et des phénomènes de transposition didactique. Cette approche permet de prendre en compte les attentes curriculaires et les décalages potentiels entre les rapports institutionnels à un savoir lors de la transition entre institutions (école/collège, collège/lycée, lycée/université) et les impacts possibles sur les rapports personnels des apprenants aux objets de savoir. Des études portant sur l'analyse des programmes et des manuels ont permis de repérer des implicites ignorés pourtant incontournables dans les curriculums qui pourraient expliquer des rapports aux objets de savoirs non idoines chez les étudiants. Ces études donnent des pistes pour dégager des situations d'apprentissage pour travailler les besoins d'apprentissages ignorés dans les programmes (Castela, 2008), en lien avec les aspects épistémologiques incontournables pour l'apprentissage des savoirs des domaines mathématiques impliqués dans les programmes.

Dans le cadre de la Théorie Anthropologique du Didactique (Chevallard, 1999, l'activité mathématique est modélisée en termes de praxéologie mathématique, c'est-à-dire, de types de tâches et de techniques les résolvant (savoir-faire), une technique étant justifiée par un discours technologique, lui même étant justifié par une théorie (savoir) (Chevallard, 1999). Évaluer le développement conceptuel et l'activité dans un contexte scolaire revient à évaluer les rapports personnels des élèves au savoir, c'est-à-dire les praxéologies apprises dans les institutions parcourues.

La conception d'une évaluation diagnostique, nécessite pour des raisons pratiques, de déterminer un échantillon de types de tâches représentatifs des praxéologies visées, pour les domaines mathématiques d'un programme donné, à un niveau scolaire donné (Chevallard 2007). Dans le cadre du projet, nous avons pris en compte ceux représentatifs du programme de l'école élémentaire ou de la formation mathématique de fin de scolarité obligatoire.

Pour situer le rapport personnel des étudiants au savoir, nous nous appuyons sur la caractérisation de références épistémologiques relatives aux domaines mathématiques, en lien avec les types de tâches et problèmes représentatifs du domaine et les éléments théoriques et technologiques (propriétés, modes de raisonnement, modes de représentation sémiotique) pour les résoudre, au cours de l'enseignement du primaire au secondaire.

3 Test diagnostique et référentiels dans les domaines mathématiques

Pour chaque domaine, nous définissons les tâches du test comme un échantillon de types de tâches représentatifs du domaine. Au vu du nombre de tâches du test, certains types de tâches peuvent être absents. Nous prenons en compte à la fois les dimensions *outil* et *objet* des savoirs enseignés.

Pour chaque domaine, nous définissons un référentiel qui pointe les aspects épistémologiques à prendre en compte pour résoudre les types de tâche et qui décrit trois niveaux d'activité selon le développement conceptuel et les rapports construits aux objets mathématiques.

Nous distinguons trois dimensions d'analyse de l'activité mathématique, les propriétés et le raisonnement mis en jeu dans la résolution des types de tâches (*outil*), la gestion d'un type de représentation sémiotique à un autre, les propriétés mobilisées et modes de représentation associés au traitement des objets mathématiques (*objet*). Nous précisons trois niveaux d'activité mathématique, d'usage des propriétés, des raisonnements et des modes de représentation des objets mathématiques dans la résolution de types de tâches du domaine. Pour chaque niveau, nous avons défini des indicateurs pour l'activité mathématique. Ces indicateurs permettent de traduire des cohérences de fonctionnement dominantes des étudiants (Grugeon, 1997) sur l'ensemble des tâches d'un domaine. Il s'agit de traits « dominants » dans le sens où certaines connaissances peuvent être instables et mobilisées ou non en fonction du contexte de résolution d'exercice. Ces niveaux d'activité mathématique permettent de situer celle des étudiants par rapport à l'activité et au rapport aux mathématiques attendus en M1.

3.1 Référentiel pour le domaine géométrique

Dans la recherche en didactique de la géométrie, Houdement et Kuzniak (1999, 2006) ont étudié la question du rapport entre l'espace physique et l'espace géométrique. Ils ont défini trois paradigmes géométriques à partir des travaux de Gonsseth (1945-1952) qui fondent l'épistémologie sous-tendue par les paradigmes. Ils les étudient à partir de cinq modes, l'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif, le type d'espace, le statut du dessin. Ils définissent ainsi trois géométries, la géométrie naturelle 1, la géométrie axiomatique naturelle 2, la géométrie axiomatique formelle 3, pour caractériser les différents rapports aux objets géométriques et les ruptures de contrats sous-jacents.

	Géométrie naturelle I	Géométrie axiomatique naturelle II	Géométrie axiomatique formaliste III
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Liée à des schémas de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Support du raisonnement et « figural concept »	Schéma d'un objet théorique, outil heuristique
Aspect privilégié	Évidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets

Tableau 1 : les trois géométries (Kuzniak et Houdement, 2006)

Kuzniak et Houdement ont montré que des difficultés d'apprentissage proviennent souvent d'une confusion entre les savoirs issus de l'expérience directe avec le monde réel et les savoirs géométriques. Le référentiel reprend cette catégorisation pour définir une échelle d'activité sur les objets de la géométrie selon trois dominantes :

- Niveau A : activité géométrique majoritairement liée à une géométrie du raisonnement (géométrie2)
- Niveau B : activité géométrique liée majoritairement liée à une géométrie instrumentée ou un raisonnement déductif incorrect
- Niveau C : activité géométrique majoritairement liée à une géométrie perceptive (géométrie 1).

Nous décrivons plus précisément des caractéristiques associées à chaque niveau d'activité dans le tableau suivant.

A	Bonne connaissance des propriétés des figures géométriques. Distinction entre le statut de figure et de dessin. Bonne articulation entre les différents modes de représentation. Appréhension séquentielle et discursive des figures en jeu dans les problèmes permettant d'organiser une démonstration avec un raisonnement déductif.
B	Connaissance fragile des propriétés des figures géométriques, des différents modes de représentation. Distinction entre figure et dessins connue mais peu articulée avec l'usage des propriétés. Résolution de problèmes de géométrie utilisant prioritairement les instruments ou un raisonnement déductif souvent incorrect.
C	Visualisation des figures sans distinction entre propriétés spatiales (position) et géométriques, les propriétés étant peu structurées. Peu d'articulation entre différentes représentations. Résolution des problèmes de géométrie utilisant davantage la perception (« je vois que ») et la mesure (usage des instruments) qu'un raisonnement déductif.

Tableau 2 : référentiel en géométrie

3.2 Référentiel pour le domaine algébrique

Nous nous appuyons sur les travaux de Grugeon (1997) qui structure le champ de l'algèbre en deux dimensions non indépendantes et non hiérarchisées : la dimension outil et la dimension objet. Cette structuration s'inscrit dans les travaux de didactique de l'algèbre des années 90 qui remettent en question un enseignement de l'algèbre comme arithmétique généralisée (Chevallard, 1989; Gascon, 1995). Elle définit la compétence algébrique à la fin de la scolarité obligatoire comme suit

- Sur le plan *outil*, la compétence algébrique s'évalue à travers la capacité à produire des expressions et des relations algébriques pour traduire un problème, à les interpréter puis à mobiliser les outils algébriques adaptés à sa résolution. Différents contextes, différents domaines d'emploi mettent en jeu la dimension outil de l'algèbre aussi bien dans des tâches de formulation, de résolution que de preuve, l'arithmétique traditionnelle n'en étant qu'un parmi d'autres. Un intérêt tout particulier est porté aux capacités à utiliser l'algèbre comme outil pour prouver des conjectures numériques.

- Sur le plan *objet*, il est nécessaire de prendre en compte le double aspect syntaxique et sémantique des expressions algébriques pour les manipuler formellement en redonnant sa juste place à la dimension technique (instrumentale et sémiotique) du traitement algébrique. La compétence algébrique s'évalue à travers des capacités techniques d'ordre syntaxique et sémiotique et des capacités interprétatives mettant en jeu dénotation, interprétation et sens des expressions algébriques. Elle peut aussi s'évaluer en termes de capacité à manipuler des ostensifs pilotés par des non-ostensifs.

Nous étudions l'activité algébrique sur les types de tâches du domaine algébrique du côté de l'usage de l'outil algébrique dans des types de tâches de généralisation, de modélisation, de preuve et de la traduction entre registre de représentations sémiotiques et du côté du calcul. Nous distinguons trois niveaux de l'activité algébrique :

- Niveau A : activité liée à une utilisation de l'algèbre adaptée pour résoudre des problèmes et à un calcul algébrique contrôlé et intelligent
- Niveau B : activité liée à une utilisation de l'algèbre peu adaptée pour résoudre des problèmes à un calcul algébrique peu contrôlé, à l'aveugle
- Niveau C : activité liée à une utilisation de l'algèbre immotivée pour résoudre des problèmes ou à l'usage de démarches arithmétique et à un calcul algébrique reposant sur l'arithmétique.

Nous décrivons plus précisément des caractéristiques associées à chaque niveau d'activité dans le tableau 3.

A	Outil algébrique disponible et adapté aux types de tâches du domaine. Pratique intelligente et contrôlée du calcul algébrique. Traduction entre registres sémiotiques adaptée et contrôlée.
B	Usage de l'algèbre adapté dans certains types de tâches et peu adapté dans d'autres. Calcul basé sur des règles syntaxiques souvent à l'aveugle, ne préservant pas l'équivalence des expressions. Traduction pas toujours adaptée et fréquemment sans reformulation.
C	Non disponibilité de l'outil algébrique pour généraliser, prouver ou modéliser. Technologie arithmétique persistante. Traitement mettant en jeu des règles de formation et de transformation incorrectes de type concaténation appuyée sur l'arithmétique. Calcul sans signification et non opératoire. Traduction souvent sans cohérence entre le modèle et la situation

Tableau 3 : référentiel en algèbre élémentaire

II - EVALUATION DIAGNOSTIQUE

L'évaluation diagnostique concerne quatre domaines mathématiques : le numérique (numération, entiers et décimaux, résolution de problèmes arithmétiques), le géométrique, l'algébrique et le fonctionnel. A chaque domaine est associé un référentiel.

1 Conception de l'évaluation diagnostique

Nous avons constitué l'évaluation par des tâches d'un échantillon de types de tâches représentatifs des quatre domaines mathématiques pour déterminer des caractéristiques de l'activité des étudiants par domaine. Le test est prévu pour une durée d'une heure de passation. Il est composé de 29 tâches se répartissant comme indiqué dans le tableau 4. Elles sont pour la plupart sous forme de QCM ce qui permet un traitement informatique. Certaines ont des énoncés ouverts (6/29) : les étudiants doivent, soit entrer un nombre, soit un raisonnement. Dans ce dernier cas les questions sont codées par un humain et non par une machine, les codes étant entrés dans un tableau analysé automatiquement par un traitement informatique.

Domaine	Nombre d'exercices
---------	--------------------

Géométrie	6/29
Numérique (entiers, fractions, décimaux)	14/29
Proportionnalité et fonction	5/29
Algébrique	4/29

Tableau 4 : Répartition des tâches de l'évaluation diagnostique

Le nombre de tâches est limité pour tenir compte du temps de passage. D'un point de vue théorique, et méthodologique il permet de recueillir suffisamment d'indicateurs pour établir des traits dominants de l'activité mathématique de l'étudiant que nous appelons profil de l'étudiant. Pour des étudiants dont l'activité est très instable, le défi est plus difficile. Ce test est automatisé informatiquement, c'est-à-dire que les étudiants passent le test en ligne. Leurs réponses sont analysées automatiquement et leur profil est créé selon un algorithme permettant de calculer les traits caractéristiques dominants.

Voici les tâches diagnostiques du domaine algébrique :

Je pense à un nombre auquel j'ajoute 2. Je multiplie le résultat par 3, puis j'ajoute le nombre initial et je soustrais 2. Je divise le résultat par 4 et je soustrais le nombre initial. Je trouve 1. Est-ce toujours vrai ? Justifier.

☐ Vrai
☐ Faux

Justification _____

Figure 1 : tâche 4 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1^{er} degré

Les égalités suivantes sont-elles vraies pour toute valeur de a ?		
	Oui	Non
$a^2=2a$	☐	☐
$3+5a=8a$	☐	☐
$(a+b)^2=a^2+b^2$	☐	☐
$0 \times a=a$	☐	☐
$2 \times (3a)=6a$	☐	☐

Figure 2 : tâche 10 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1^{er} degré

Affirmation : Tout nombre pair est divisible par 4.

☐ A : Vrai car pour tout n entier naturel, on peut écrire $4n=2 \times 2n$
☐ B : Faux car il suffit de trouver un seul nombre entier pour lequel la propriété est fausse même si par ailleurs cette propriété est vraie pour une infinité de nombres entiers.
☐ C : Vrai car par exemple 24 est pair et divisible par 4.

Figure 3 : tâche 21 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1^{er} degré

J'ai 94 € dans mon porte-monnaie uniquement en pièces de 2 € et de 5 €. J'ai 29 pièces en tout. Trouver le nombre de pièces de chaque sorte.

Nombre de pièces de 2 €

Nombre de pièces de 5 €

Trace de la méthode utilisée

Figure 4 : tâche 22 de l'évaluation diagnostique de M1 MEEF 1^{er} degré

Nous renvoyons au compte-rendu de l'atelier A31 pour les tâches diagnostiques pour les domaines numérique et géométrie.

2 Analyse et codage des réponses

Pour effectuer l'analyse des réponses, nous réalisons d'abord pour chaque tâche et chaque item une analyse *a priori* avec les réponses possibles, correctes ou non, en précisant la nature de l'activité mathématique par rapport à celle visée, selon les trois dimensions d'analyse. Nous leur associons un code de 1 à 3 en fonction du niveau de l'activité. Ensuite, nous réalisons une analyse transversale sur l'ensemble des items de chaque domaine selon un algorithme qui calcule le nombre de codes 1 à 3, en tenant compte du poids de chaque tâche. Pour un domaine mathématique, si la somme des codes coefficientés pour un niveau d'activité est strictement supérieur (ou égal) à la somme des coefficients pour les deux autres alors il détermine le profil dans le domaine, **sinon** le profil de l'étudiant est considéré comme « instable » dans ce domaine. Le profil est renvoyé à l'étudiant. Un exemple de profil est proposé en annexe 1.

3 Exemples d'analyse a priori

Nous proposons ici l'analyse *a priori* de la tâche 4 d'algèbre (Figure 5). D'autres analyses *a priori* sont proposées dans le compte-rendu de l'atelier A31. La tâche 4 vise à évaluer l'activité d'un étudiant à résoudre un type de tâche de généralisation puis de preuve. Engage-t-il une démarche arithmétique de preuve par l'exemple ou bien une démarche algébrique pour prouver l'assertion affirmée est vraie, en produisant une expression générale $E(x)$ en montrant que l'égalité $E(x) = 1$ est vraie pour tout nombre x . la résolution convoque un type de tâche de traduction, les types registres de représentation sémiotique n'étant pas sémantiquement congruents. Nous étudions aussi le type de représentation établi.

Question*4*		Algébrique	Coeff : 3
Je pense à un nombre auquel j'ajoute 2. Je multiplie le résultat par 3, puis j'ajoute le nombre initial et je soustrais 2. Je divise le résultat par 4 et je soustrais le nombre initial. Je trouve 1. Est-ce toujours vrai ? Justifier. ☐ Vrai ☐ Faux Question : *Est-ce vrai pour n'importe quel nombre ?* Justification			
cas*	Réponse*	Niveau*	Analyse*
A*	Solutions du type $((x+2)3 + x-2)/4 - x = 1$ nom de la variable peut varier	1 1 1	Réponse correcte
		1 1 2	même raisonnement pas à pas
B*	Solutions du type $(x+2) \times 3 + x - 2 / 4 - x = 3x+6+x-2/4 - x = x+1-x = 1$	2 2 2	Incorrect : Généralisation avec traduction comportant des erreurs de parenthésage, ou de distributivité
C*	Solutions du type $(x + 2)3 = 3x+6 = 9x+x=10x-2 = 8x/2 = 4x-x$ $x+2 \times 3 = 6x + x = 7x-2 = 5x...$ ou sans parenthèses et sans bloc $x+2 \times 3+x - 2 / 4-x$ et calcul sans respect des règles de transformation	2 3 3	Incorrect : Symbolisation mais traduction conduisant à des règles de formation incorrectes : $x+2 \rightarrow 2x$; $x2+3 \rightarrow 5x$
D*	Solutions du type $1+2 = 3$; $3 \times 3 = 9$; $9 + 1 = 10$; $10 - 2 = 8$; $8 : 4 = 2$; $2 - 1 = 1$	3 3 3	Incorrect : Pas de généralisation et pas à pas non enchainé
E*	$1+2 = 3 \times 3 = 9 + 1 = 10 - 2 = 8 : 4 = 2 - 1 = 1$	3 3 3-	Incorrect : Pas de généralisation et calcul enchainé voir avec opérations posées

Tableau 5 : analyse a priori de la tâche 4

4 Profil d'étudiants et géographie de la classe : résultats

L'évaluation diagnostique a été passée à la rentrée 2014 en M1 à l'ESPE de Créteil sur trois sites par 490 étudiants. Voici la répartition des profils selon les 4 domaines (Figure 5)

numérique			Algébrique		
%Réponse	%Réussite	Profil	%Réponse	%Réussite	Profil
96%	59%		83%	40%	
63%	309	A	20%	100	A
0%	0	B	9%	44	B
17%	82	C	57%	277	C
20%	99	I	14%	69	I

géométrie			proportionnalité		
% réponse	% réussite	Profil	% réponse	% réussite	Profil
96%	35%		97%	46%	
7%	36	A	33%	163	A
3%	14	B	1%	4	B
46%	225	C	47%	230	C
44%	215	I	19%	93	I

Figure 5 : répartition des 480 profils sur les quatre domaines mathématiques

Nous remarquons que 17% des étudiants à l'entrée en M1 éprouvent des difficultés en numération et sur les décimaux (conception deux entiers séparés par une virgule, et intercalation d'un nombre entre deux entiers ou deux décimaux), 20% ayant des connaissances peu stabilisées. 57% des étudiants privilégient des démarches arithmétiques pour résoudre des problèmes du domaine algébrique ou utilisent l'exemple pour prouver. 46% ont un rapport fort à une géométrie perceptive et seulement 7 % des étudiants engagent un raisonnement déductif de façon autonome pour démontrer. 47% des étudiants ne reconnaissent pas de modèles linéaires. L'évaluation diagnostique donne clairement une géographie de l'ensemble des étudiants de M1 et des informations quant à la stratégie de formation à suivre.

III - STRATEGIE DE FORMATION

Comme nous l'avons indiqué dans le paragraphe 1, l'approche anthropologique nous permet de mettre en relation les résultats de l'évaluation avec les ruptures d'ordre épistémologique envisageables, aux aspects épistémologiques implicites mais incontournables pour l'apprentissage des savoirs des domaines mathématiques impliqués dans les programmes, aux besoins d'apprentissages ignorés dans les programmes et qui peuvent expliquer les rapports personnels construits par les étudiants aux objets de savoir dans les quatre domaines. L'étude épistémologique donne des pistes pour déterminer des situations d'apprentissage à proposer aux étudiants pour revenir sur les savoirs anciens, déstabiliser des conceptions erronées, faire évoluer des rapports personnels au savoir vers un rapport idoine.

1 Nos principaux choix

1.1 Des situations d'apprentissage

Nous avons donc sélectionné des situations d'introduction clefs pour permettre aux étudiants de revenir sur certains savoirs anciens en lien avec les besoins d'apprentissage repérés et certains implicites des programmes bien repérés dans les études didactiques (Charnay 1995, Grugeon-Allys et al. 2012, Pilet 2012).

Pour les étudiants des profils B et C, les enjeux de la formation visent à les amener à comprendre les limites de leurs conceptions et les conditions de validité pour l'usage de propriétés ou de techniques en situation de résolution de tâche. Nous cherchons à faire évoluer leurs conceptions et à leur faire construire un rapport personnel au savoir plus idoine en perspective de leur futur métier d'enseignant. Nous voulons motiver l'introduction de certaines notions, (ré)introduire leurs raisons d'être, les faire fonctionner en tant qu'*outil* avant de les institutionnaliser comme *objet* (Douady, 1987) et ainsi mettre en situation les étudiants de poursuivre la construction d'éléments théoriques, de modes de raisonnement, indispensables à l'enseignement de ces notions à l'école élémentaire.

En ce qui concerne tous les étudiants, et particulièrement les étudiants de profil A, il s'agit de conduire avec eux une première réflexion didactique sur le processus de conceptualisation de notions étudiées et sur les étapes de leur enseignement. L'enjeu est de les engager dans le développement de compétences professionnelles.

1.2 Gestion didactique des situations

Un des éléments importants de la stratégie de formation concerne la gestion didactique des séances. La gestion didactique des séances doit permettre de prendre en compte l'hétérogénéité des techniques, les erreurs. Dans le cadre du temps de formation très faible imparti, la mise en œuvre de certaines séances consiste à mettre en place des phases de recherche individuelle ou en groupe pour permettre aux élèves de résoudre les situations, puis des phases de mise en commun pour en débattre. Ces temps de mise en œuvre permettent aux étudiants de formuler les techniques utilisées, les justifications utilisées, de les valider, de comparer les techniques, de les hiérarchiser. Le travail dans le cadre de ces situations permet aussi d'engager la réflexion sur la notion de variable didactique associée à une situation et le choix des valeurs pour faire évoluer les techniques utilisées. C'est l'occasion d'interroger les différents rapports institutionnels à un savoir selon les institutions. Ils sont suivis d'une institutionnalisation des savoirs visés. La gestion de ces situations d'action, de formulation, validation joue donc un rôle primordial pour motiver la reprise et la poursuite de la construction de notions mathématiques en les resituant par rapport à leur enseignement de l'école élémentaire à la fin du collège. Cette stratégie de formation permet de donner une vision de la culture mathématique et des savoirs attendus à la préparation au concours de recrutement des professeurs des écoles ainsi que dans leur futur métier.

2 Un exemple de parcours de formation en géométrie

La première séquence de formation en géométrie s'appuie sur une étude épistémologique et didactique.

2.1 L'organisation globale

La séquence de géométrie est prévue pour 3 séances d'une durée de 3 heures soit 9 heures en tout. Préalablement aux séances en présentiel, les étudiants peuvent résoudre une feuille d'exercices préparatoires avec correction déposée sur EPREL pour travailler des notions élémentaires sur les figures élémentaires de la géométrie, les constructions de base avec l'usage d'instruments (tracer une droite perpendiculaire ou parallèle à une droite passant par un point avec l'équerre). Une synthèse des savoirs et savoir-faire est proposée. Les trois séances de formation ont trois objectifs de formation complémentaires : la reproduction de figures, la description de figure et la construction de figure à partir d'une description, d'un programme de construction ou d'un schéma, la conjecture et la démonstration. Elles visent à faire évoluer leur rapport personnel à la géométrie en distinguant ce qui relève d'une géométrie 1 d'une géométrie 2. Au-delà des situations d'apprentissage, des exercices d'application et de réinvestissement progressifs visent à poursuivre la construction des savoirs géométriques et didactiques.

2.2 Trois situations clefs

Séance 1 : Reproduire, construire une figure géométrique

Rappelons que près de la moitié des étudiants relèvent d'une géométrie 1 et que moins de 10% des étudiants donnent à voir des raisonnements déductifs.

La première situation de la séance 1 a pour objectif de distinguer propriétés spatiales et propriétés géométriques et de donner des raisons d'être à l'usage de propriétés géométriques pour dégager une stratégie de reproduction de figure

La séance 1 convoque deux situations d'entrée : la première concerne une tâche de reconnaissance de figures, la deuxième une tâche de reproduction (cf. énoncé en annexe 2). Pour dépasser le perceptif, la tâche de reproduction nécessite de déterminer le centre d'un cercle connaissant trois points et d'utiliser des propriétés géométriques relatives à la caractérisation du point de concours des médiatrices d'un triangle. Cette situation a les potentialités didactiques pour amener les étudiants, qui privilégient le perceptif et la mesure, à prendre conscience des limites de ce rapport aux objets de la géométrie en distinguant les propriétés spatiales des propriétés géométriques, à motiver la recherche de propriétés géométriques pour élaborer un procédé de construction. Elle permet aussi aux étudiants de percevoir l'insuffisance de l'essai pour reproduire et la nécessité de démontrer des propriétés. C'est l'occasion de

travailler l'implicite des dessins, d'organiser la prise d'informations supplémentaires (ajout de tracé, de points), et le codage des figures, de préciser le vocabulaire géométrique. C'est ainsi pour tous les étudiants une première rencontre avec des connaissances didactiques de l'enseignement de la géométrie à l'école.

Séance 2 : Décrire un objet géométrique

La situation d'entrée de la séance 2 vise à définir les conditions d'une description de figure dans une situation de communication émetteurs-récepteurs : identifier les figures de base, les relations entre elles, identifier une chronologie dans les étapes de construction et utiliser un vocabulaire adapté pour rédiger le programme de construction.

Les étudiants en situation sont amenés à distinguer les propriétés spatiales et géométriques pour analyser chaque figure. Le test du programme de construction amène les élèves à valider ou non les programmes de construction et à interroger les conditions d'une description de figure. La mise en commun entre les différents programmes de construction permet de faire une synthèse sur les savoirs géométriques et didactiques en jeu et leur usage dans l'enseignement de la géométrie en cycle 3. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique, géogébra, donne un autre accès aux critères de validité de construction d'une figure. (distinction entre propriétés spatiales et géométriques)

Séance 3 : Conjecturer et démontrer

Les situations d'entrée de la séance 3 ont pour objectifs de travailler la distinction entre conjecture et démonstration, de faire évoluer le rapport perceptif aux figures et de remettre en question l'évidence de propriétés « qui semblent vraies ». Les situations retenues visent à donner des raisons d'être à la nécessité de démontrer en géométrie et des règles du raisonnement déductif.

La recherche des conditions nécessaires et suffisantes d'un raisonnement déductif s'appuie sur les temps de formulation, de validation des solutions d'étudiants, organisés suite à la recherche de la nature des figures construites et à l'agrandissement d'une figure. C'est l'occasion de poursuivre la réflexion sur les limites du perceptif ou de la mesure, sur la nécessité de démontrer, sur les différents types de raisonnement et leur hiérarchisation.

Les situations sont données dans le compte-rendu de l'atelier A31.

3 Première évaluation de la formation

L'évaluation du dispositif de formation a pris deux formes : l'analyse des raisonnements proposés par les étudiants à un exercice de géométrie, lors de l'examen de fin de semestre en janvier 2015, l'analyse des réponses des étudiants à un questionnaire passé en avril 2015 une semaine avant la fin de la formation.

3.1 Des évolutions du raisonnement géométrique

Nous avons analysé les types de raisonnement engagés par les élèves dans la résolution d'un exercice posé à l'examen du semestre 1.

Enoncé :

Soit (C) un cercle de centre O et de diamètre [AB], tel que $AB = 8\text{cm}$. Soit C un point du cercle tel que $AC = 4\text{cm}$.

D est le symétrique de A par rapport au point C. E est le le symétrique de B par rapport au point C. Faire la figure

Quelle est la nature du triangle ABC ?

Quelle est la nature du triangle ACO ?

Montrer que les droites (OC) et (BD) sont parallèles.

Montrer que le triangle ABD est équilatéral.

Que représente la droite (BC) pour le segment [AD] ?

Quelle est la nature du quadrilatère ABDE ?

Nous avons codé les réponses des étudiants : P – Perceptif, I – Instrumenté, R – Raisonnement déductif avec RH – hypothèse non prouvée, RT – inventé ou erroné, RR – raisonnement erroné.

Nous avons dépouillé les solutions de 190 étudiants.

P	I	R	RH	RT	RR
38	12	149	63	70	51

Au vu des résultats, nous constatons que 50 solutions relèvent toujours d'un raisonnement perceptif ou instrumenté. La plupart des raisonnements relèvent d'un raisonnement déductif mais montrent des difficultés liées à la mobilisation d'hypothèses non prouvées, à l'usage de propriétés erronées ou de pas de raisonnement incorrect. Ces résultats mettent en évidence une évolution du contrat didactique sur le raisonnement géométrique mais la nécessité d'un temps long pour stabiliser une évolution du rapport au raisonnement géométrique.

3.2 Un retour globalement positif sur les modalités de la formation

Nous avons fait passer un questionnaire portant sur plusieurs thèmes : le rôle et l'impact du test diagnostique passé en début d'année, les modalités d'organisation des TD, la répartition des contenus abordés, la mise en place des TD dédoublés, l'organisation des entretiens.

Nous avons analysé 73 réponses, ce qui constitue un faible nombre de réponses.

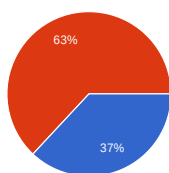
Du côté du test diagnostique

Globalement les résultats du test ont permis aux étudiants de repérer leurs connaissances. De 60% à 70 % ont jugé utile de situer leurs connaissances et compétences par rapport à celles attendues et ont pu mieux cibler leurs besoins d'apprentissage. En revanche, seuls 35% l'ont jugé utile pour organiser leur travail personnel. Le bilan semble trop abstrait aux étudiants.

Modalités de travail

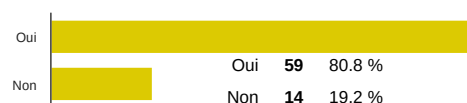
Globalement l'organisation des séances, la comparaison et la validation des procédures (figure 6) et le choix des exercices (figure 7) ont semblé adaptés pour plus de 70% des étudiants. En revanche, les étudiants considèrent qu'il n'y a pas eu suffisamment de contenus didactiques.

La répartition contenus mathématiques / contenus didactiques vous a-t-elle paru adaptée ?

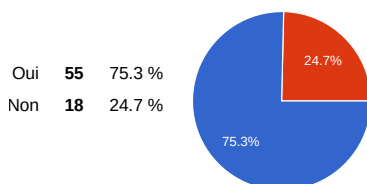


Oui 27 37 %
Non 46 63 %

Plus de fiches sur des contenus didactiques [Avez vous b

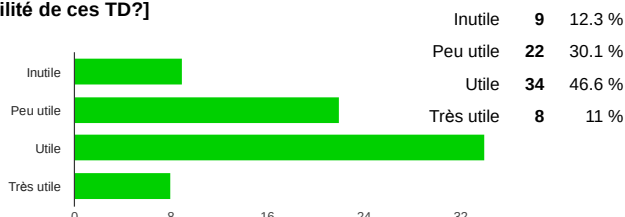


Avez-vous jugé positifs ces TD?

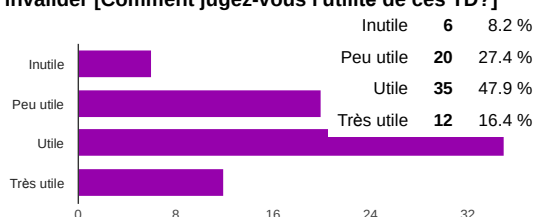


Oui 55 75.3 %
Non 18 24.7 %

Pour avoir des retours sur vos productions [Comment jugez-vous l'utilité de ces TD?]



Pour comparer des procédures ou des raisonnements, les valider ou les invalider [Comment jugez-vous l'utilité de ces TD?]



Pour avoir des réponses à vos questions [Comment jugez-vous l'utilité de ces TD?]

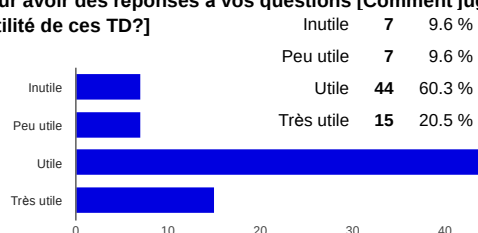


Figure 6 : Modalités de travail

Les exercices pendant les TD : globalement adaptés

Numération

Pas adapté	2	2.7 %
Peu adapté	16	21.9 %
Adapté	37	50.7 %
Très adapté	18	24.7 %

Grandeurs

Pas adapté	1	1.4 %
Peu adapté	11	15.1 %
Adapté	42	57.5 %
Très adapté	19	26 %

Géométrie

Pas adapté	1	1.4 %
Peu adapté	14	19.2 %
Adapté	38	52.1 %
Très adapté	20	27.4 %

Opération

Pas adapté	1	1.4 %
Peu adapté	14	19.2 %
Adapté	40	54.8 %
Très adapté	18	24.7 %

Fonction

Pas adapté	4	5.5 %
Peu adapté	17	23.3 %
Adapté	34	46.6 %
Très adapté	18	24.7 %

Nombres

Pas adapté	3	4.1 %
Peu adapté	14	19.2 %
Adapté	38	52.1 %
Très adapté	18	24.7 %

Géométrie 2

Pas adapté	2	2.7 %
Peu adapté	10	13.7 %
Adapté	40	54.8 %
Très adapté	21	28.8 %

Géométrie espace

Pas adapté	4	5.5 %
Peu adapté	13	17.8 %
Adapté	39	53.4 %
Très adapté	17	23.3 %

Figure 7 : adaptation des exercices

IV - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'approche théorique et méthodologique retenue nous a permis de concevoir une évaluation diagnostique constituée de types de tâches représentatives de quatre domaines mathématiques et de caractériser de façon quantitative et qualitative des profils de l'activité mathématique des étudiants selon trois niveaux technologiques. Malgré les contraintes liées au plan de formation difficiles à gérer (nombre faible d'heures de formation, tension entre préparation d'un master et préparation du CRPE), la stratégie de formation mise en place a facilité, pour les enseignants, la gestion de la très grande hétérogénéité des connaissances mathématiques et du rapport au savoir des étudiants.

Nous avons pointé des évolutions du rapport des étudiants à la géométrie et au raisonnement déductif. Le rapport des étudiants aux mathématiques a aussi évolué dans les autres domaines mathématiques. Le travail engagé, en particulier en amenant les étudiants à formuler leurs démarches, leurs raisonnements puis à étudier leur validité, les a engagés à remettre en question des conceptions, à poursuivre la construction du savoir mathématique, à commencer à réfléchir aux conditions de son enseignement au cours de l'école élémentaire et des savoirs mathématiques et didactiques nécessaires. Mais, cette évolution nécessiterait un temps beaucoup plus long.

Nous continuons à faire évoluer la qualité du diagnostic en prenant appui sur les discussions menées, et à analyser le dispositif de formation mis en place depuis deux ans. L'ensemble des étudiants de M1 MEEF 1^{er} degré suivront cette formation à la rentrée 2015. Ce projet permettra aussi de donner à ces futurs enseignants une autre vision de l'évaluation, davantage au service des apprentissages, et de la formation, plus en appui sur les procédures des apprenants avec comme objectifs les faire évoluer. Nous poursuivrons avec eux la réflexion sur l'articulation entre les différentes fonctions de l'évaluation.

Le projet ORPPELA a été aussi une opportunité pour la formation de formateurs. La production de documents de préparation communs a permis un travail collaboratif et d'accompagner plus sereinement les nouveaux formateurs. Nous étudions maintenant les conditions de son transfert à d'autres niveaux universitaires.

V - BIBLIOGRAPHIE

CHARNAY R. (1995). De la diversité. Dans R. Charnay et al. (Eds.), *Chacun, tous... Différemment ! Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages* (p. 9-29). Lyon : I.N.R.P.

CHARNAY R., MANTE M. (1995). *Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeurs des écoles*. Tome 1. Hatier.

CHEVALLARD Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Première partie. L'évolution de la transposition didactique. *Petit x*, n°5, 51-94.

CHEVALLARD Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* n°19, 43-75.

CHENEVOTOT-QUENTIN F., GRUGEON B., DELOZANNE E. (2011). Vers un diagnostic cognitif dynamique en algèbre élémentaire. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation* (827842). Dakar, Sénégal, du 5 au 10 avril 2009.

DOUADY R. (1987). Jeux de cadres et Dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-32.

DUVAL R. (1993). Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive, *Petit x*, n° 31, 37-61.

DUVAL R. (2000). Ecriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 20(2).

GONSETH F. (1945-1955). La géométrie et le problème de l'espace, Éditions du Griffon, Lausanne.

GRUGEON B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Vol.17.2, pp. 167-210, Grenoble : La Pensée Sauvage.

GRUGEON-ALLYS B., PILET J., CHENEVOTOT-QUENTIN F., DELOZANNE E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire : bilan et perspectives* (137-162). Grenoble : La Pensée Sauvage.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1999). Sur un cadre conceptuel inspiré de Gonseth et destiné à étudier l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres, *Educational Studies in Mathematics*, 40.3, 283-312.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 175-195.

MOUNIER E. (2012). Des modèles pour les numérations orales indo-européennes à usage didactique, application à la numération parlée en France. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 17, 27-58.

PERRIN-GLORIAN M.-J. (1986). Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège. *Petit x*, 10, 5-29.

PILET J. (2012). *Parcours d'enseignement différencié appuyés sur un diagnostic en algèbre élémentaire à la fin de la scolarité obligatoire : modélisation, implémentation dans une plateforme en ligne et évaluation*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2012, 871p.

TEMPIER F. (2013). *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot, Paris, 2013, 427p.

VERGNAUD G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/1.2, 133-170, Editions La Pensée Sauvage.

VERGNAUD G. (1986). Psychologie du développement cognitive et Didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives. *Petit x*, 38, 21-40.

ANNEXES 1 : PROFIL D'ETUDIANT

! " " Torcy" " Groupe:"T1B3"

Numérique!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
100%!	68%!	A!

! Bonne!connaissance!des!nombres!entiers!et!décimaux!et!des!modes!de!représentation.!Utilisation!des! nombres!et!de!leurs!propriétés!dans!la!résolution!des!différents!types!de!problèmes!mettant!en!jeu!les! quatre!opérations.! !

Algébrique!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
25%!	100%!	C!

! Calcul!algébrique!sans!signification!et!peu!opérateur!s'appuyant!sur!des!règles!incorrectes!de!type!«! concaténation!».!Une!traduction!symbolique!peu!cohérente!avec!les!relations.!Très!peu!d'utilisation!de! l'algèbre!pour!résoudre!les!problèmes!de!ce!domaine!et!démarches!arithmétiques!persistantes.! !

Géométrie!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
100%!	61%!	A!

! Bonne!connaissance!des!propriétés!des!figures!géométriques.!Distinction!entre!figure!et!dessins.! Bonne!articulation!entre!les!différents!modes!de!représentation.!Appréhension!séquentielle!et! discursive!des!figures!en!jeu!dans!les!problèmes!permettant!d'organiser!une!démonstration!avec!un! raisonnement!déductif.! !

Proportionnalité et fonction!

Pourcentage!de!réponses!aux! questions!du!domaine!	Pourcentage!de!réponses!correctes! parmi!les!questions!traitées!dans!le! domaine!	Profil!du!domaine!
100%!	46%!	B!

! Reconnaissance fragile des modèles de proportionnalité, des propriétés et des modes de représentation (représentation graphique, tableau, etc.). Faible utilisation et mise en œuvre dans la résolution des problèmes.! !

ANNEXE 2 : SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Situation de reproduction (séance 1)

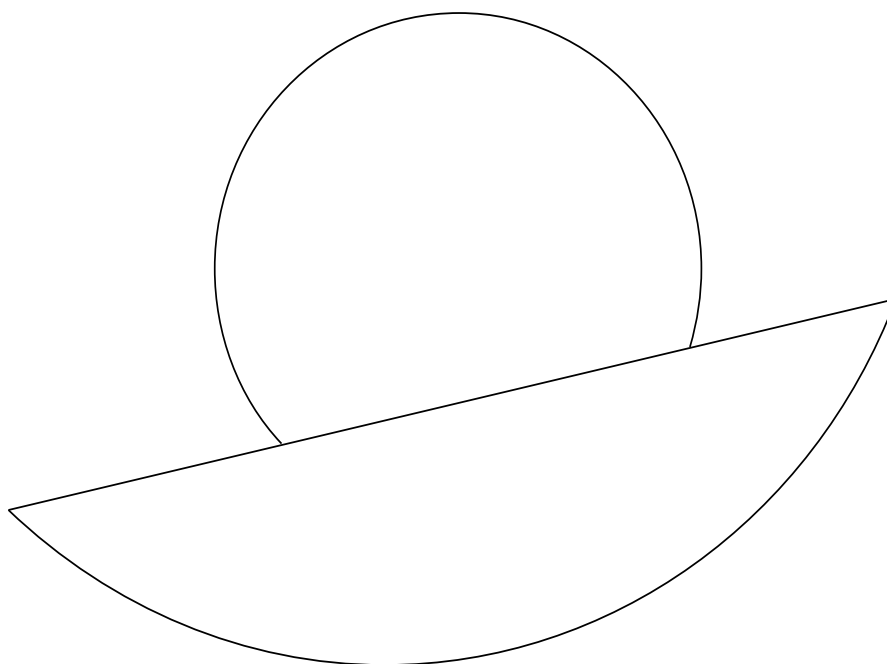
Ex 1.2 : Reproduction de figure

L'objectif de cette activité est de reproduire la figure ci-dessous sur une feuille de papier blanc, en respectant les consignes suivantes :

- les seuls instruments disponibles sont la règle non graduée et le compas,
- le papier calque n'est pas autorisé,
- en revanche, il est possible d'écrire et de rajouter des tracés et des traits de construction sur le dessin à reproduire.

Modalités de travail :

- Vous effectuez individuellement la recherche.
- Vous effectuez la vérification lorsque vous serez sûr de vous. Pour valider votre reproduction, vous superposez la figure obtenue à l'original : elles doivent se correspondre complètement.



Situation : Conjecturer et démontrer (d'après une idée de M. H. Salin) (séance 3)

Les instruments utilisés sont la règle graduée et le compas. Le papier est non quadrillé.

1. Construisez un segment $[AC]$ de 6 cm de longueur.

Construisez un triangle ARC tel que $[AR]$ ait pour mesure en centimètre 4,8 et $[RC]$ 3,6.

Construisez un triangle TAC tel que $[TA]$ et $[TC]$ aient pour mesure en centimètre 4,2.

Quelles conjectures pouvez-vous formuler sur :

- La nature du triangle ARC : triangle rectangle ou pas ?
- La nature du triangle TOR : isocèle ou pas ? O désignant le milieu de $[AC]$.
- L'appartenance des points T et R au cercle de diamètre $[AC]$.

Refaites la figure en multipliant les mesures par 2. Que constatez-vous ? Donnez-vous les mêmes réponses aux questions précédentes. Conclure et prouver.

DU PRESENTIEL VERS LA DISTANCE : CHANGEMENT DE PARADIGME D'ENSEIGNEMENT ET DEPLACEMENTS DES INTERACTIONS, L'EXEMPLE DE L'INSTITUT D'EDUCATION DE L'UNIVERSITE DE CERGY-PONTOISE.

Jean-Michel GELIS

Maître de conférences, université de Cergy Pontoise, France

Laboratoire EMA

jean-michel.gelis@u-cergy.fr

Résumé

Beaucoup d'institutions, en particulier de formation d'enseignants, développent des déclinaisons à distance de formations qu'elles assurent déjà en présentiel. Ces formations cherchent à s'adapter aux demandes des étudiants et sont encadrées par des enseignants déjà en charge du présentiel et néophytes à distance. C'est le mouvement de ces enseignants, qui passent du présentiel à la distance, qui nous intéresse ici. Nous l'étudions dans le contexte de l'université de Cergy-Pontoise, qui créa une modalité à distance de ses formations d'enseignants à la rentrée 2010. Le modèle pédagogique de la distance se fonde sur la résolution collaborative de situations-problèmes et des interactions fréquentes avec les enseignants (Jaillet, 2004). Dans notre contexte, le passage du présentiel à la distance se fait au prix d'un changement de paradigme entre les deux modalités d'enseignement, changement essentiellement dû à la dissociation des temps d'apprentissage et d'enseignement qui opère à distance. Dans cet article, nous cherchons à explorer ce changement de paradigme. Sur plan théorique tout d'abord, en montrant la rupture entre les cadres théoriques lors du passage du présentiel à la distance. Sur le plan des pratiques ensuite, sur des exemples, en montrant que ce passage induit des déplacements d'interactions, d'émergence de connaissances, de visibilité entre acteurs et de changement d'instance d'interaction. Notre terrain est constitué de la dizaine de collègues de mathématiques qui assurèrent les cours à distance en master de la formation de professeurs des écoles pour les années 2013-2014 et 2014-2015.

De nos jours, l'enseignement à distance connaît toujours une extrême vitalité. Son développement se poursuit pour des raisons sociétales, pour s'adapter et conquérir de nouveaux publics ou pour maintenir une dynamique d'innovation au sein des établissements (Depover, 2013). L'enseignement à distance se caractérise par une grande variété de ses dispositifs et de ses mises en œuvre dans les établissements. Les modèles pédagogiques peuvent être spécifiés ou laissés au libre choix des enseignants, les outils et plateformes encadrés ou ouverts. La modalité à distance peut être le résultat d'une politique volontariste décidée par l'institution ou portée par un groupe de praticiens qui s'engagent volontairement dans une innovation. Ces variables et bien d'autres, parmi lesquelles le type de formation et son volume, expliquent la grande diversité des dispositifs et la difficulté à établir des résultats ayant une portée générale.

Dans cet article, nous nous intéressons au dispositif d'enseignement à distance mis en place par l'université de Cergy-Pontoise à partir de la rentrée universitaire 2010. Cette mise en place correspond à une décision politique de l'université qui décida d'ouvrir une modalité à distance de ses formations d'enseignants, initiales et continues, axées principalement sur le premier degré et les professeurs de lycée d'enseignement professionnel. Depuis 2011, les effectifs d'étudiants se stabilisent autour de 400 apprenants et ceux des enseignants autour de la centaine. Au début du dispositif, les enseignants à distance étaient dans leurs quasi-totalité néophytes à distance et très aguerris en présentiel puisqu'ils assuraient depuis des années les mêmes enseignements qu'à distance. Ils eurent donc à construire des compétences professionnelles à distance, forts de leur expérience en présentiel. C'est la raison pour laquelle nous nous intéressons ici au passage des pratiques du présentiel à la distance en prenant le

point de vue d'un enseignant qui conçoit et anticipe ses enseignements. Nous ne nous intéressons pas ici aux pratiques effectives ni à l'analyse du déroulement réel des enseignements.

Nous aborderons ce passage, du présentiel vers la distance, dans le contexte de l'enseignement à distance en vigueur à l'université de Cergy-Pontoise. Les responsables scientifiques en charge de cette modalité à distance, décidée par l'université, ont choisi un dispositif composé d'un modèle pédagogique précis et d'une plateforme dédiée (Jailliet, 2004). Le modèle pédagogique est de nature socio-constructiviste et fait l'hypothèse que l'apprentissage résulte des interactions d'un apprenant avec ses pairs. Les aspects collaboratifs sont ainsi mis en avant. Ce modèle organise les apprentissages selon deux modalités. La première réunit les étudiants par équipes de 4 et leur donne pour objectif de résoudre collaborativement des situations-problèmes. Pour cela, l'équipe dispose de différents outils collaboratifs (rendez-vous synchrones¹, forums, dépôts de documents, courriers électroniques). La seconde modalité réunit le groupe entier, constitué de 16 étudiants environ, pour des apports que l'enseignant (appelé aussi le tuteur dans le cas de la distance) dispense lors d'une connexion synchrone. Cette connexion d'une heure quinze, qui se déroule par écrit, a lieu en moyenne une fois par semaine. L'écrit est le format d'échanges retenu sur la plateforme. Cette forme de communication permet en effet de disposer de traces d'interactions concises, facilement consultables par le biais d'un historique destiné à ceux qui n'assistent pas aux échanges. La plateforme d'enseignement, Espace, est étroitement inspirée de ce modèle pédagogique. Les différents enseignements se déroulent dans des salles de séminaires qui accueillent 16 étudiants et leur tuteur et disposent des outils collaboratifs voulus. A partir de cette salle, des salles d'équipes sont accessibles où les étudiants résolvent les situations-problèmes par groupes de 4.

Notre présentation s'intéresse aux processus qui se produisent lorsqu'un enseignant passe du présentiel à la distance, situation que nous partageons avec d'autres établissements de formation d'enseignants. Notre contexte est celui des pratiques, autant en présentiel qu'à distance, de l'équipe de mathématiques qui intervient dans la formation des professeurs des écoles. Ces pratiques sont issues d'entretiens qui eurent lieu en juin 2014 avec les 12 enseignants de mathématiques de la distance et d'une enquête en ligne, lancée en juin 2015, qui concerna les 10 collègues dans les mêmes conditions. De nombreuses recherches ont mis en évidence que, dans notre contexte, le passage du présentiel vers la distance nécessite un changement de paradigme d'enseignement (Jailliet 2004 ; Depover *et al.*, 2011). Notre objectif ici est de dépasser cette affirmation générale et de l'explorer sur le plan didactique. Nous le faisons de deux façons. La première en nous intéressant à quelques cadres théoriques autant de présentiel qu'à distance et qui nous semblent actifs dans notre contexte. Nous en montrons la discontinuité et les ruptures. La seconde entrée consiste à nous intéresser à des exemples issus de nos pratiques et qui concernent le transfert du présentiel à la distance d'une situation-problème, d'un scénario pédagogique et deux analyses d'échanges collaboratifs. Nous illustrons le fait que, pour nous, le changement de paradigme entre présentiel et distance induit des déplacements d'interactions entre acteurs, de lieux de négociation, de visibilité des connaissances et de lieux d'échanges entre pairs.

I - DU PRESENTIEL VERS LA DISTANCE, RUPTURES D'UN CHEMINEMENT THEORIQUE

Dans ce paragraphe, nous avons retenu certaines approches théoriques des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage autant en présentiel qu'à distance. Ces approches témoignent de la pertinence et de l'efficacité de chacune de ces deux modalités d'enseignement. Nous les avons retenues, non seulement pour leur importance dans nos pratiques mais aussi pour les ruptures qu'elles révèlent. En effet, ces cadres n'opèrent, dans nos contextes, que sur une seule des 2 modalités. Ainsi, nos cadres théoriques du présentiel sont inopérants à distance et ceux de la distance sont spécifiques à cette modalité d'enseignement. La discontinuité et l'incompatibilité de ces cadres illustrent le changement de

¹ Un rendez-vous synchrone (ou chat) réunit tous les participants simultanément, contrairement à un dispositif asynchrone, comme les forums, où chacun peut interagir en décalé dans le temps. ,

paradigme d'enseignement entre contextes d'enseignement. La conséquence est de rendre inopérants de simples transferts, voire de simples adaptations de pratiques du présentiel vers la distance.

1 Quelques cadres théoriques propres à nos pratiques du présentiel

La théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy, 2011) considère que l'apprentissage et l'enseignement constituent un jeu didactique d'adaptation continue entre apprenants et enseignant à propos des savoirs en jeu. Les interactions didactiques sont des *transactions*, au sens où les actions de l'élève ou du professeur ne peuvent se comprendre qu'en se référant à celle de l'autre qui la complète. Ce jeu entre acteurs est coopératif. Pour être gagnant, l'apprenant doit développer des stratégies par rapport aux savoirs visés et son gain appelle le gain de l'enseignant. Ce dernier est soumis à un paradoxe (Brousseau, 1998), il doit faire preuve d'une *réticence didactique* car il ne peut indiquer les stratégies gagnantes aux apprenants que ces derniers doivent échauffer de leurs propres mouvements.

Le jeu d'apprentissage, se caractérise par la notion de *milieu* et de *contrat didactique* (Brousseau, 1998 ; Sensevy, 2011). Le milieu est l'ensemble des éléments symboliques ou matériels sur lesquels agissent l'enseignant et les apprenants. Le contrat didactique est l'ensemble des attentes réciproques qui régissent les rapports entre le professeur et les élèves. Le milieu et ses retours (matériels, causaux ou rationnels), le contrat et les attentes qu'il spécifie sont les éléments à partir desquels les apprenants construisent leurs stratégies gagnantes. Le jeu d'apprentissage nécessite l'existence d'un *enjeu* qui mobilise les apprenants et les engage dans l'action. Pour jouer, ces derniers doivent suivre des *règles définitives*, bases du jeu, à ne pas confondre avec les *règles stratégiques*, qui spécifient les meilleures façons de se comporter pour gagner. Des descripteurs théoriques permettent d'étudier les transactions didactiques. La *topogénèse* précise le partage des responsabilités entre élèves et professeur relativement au savoir. La *chronogénèse* décrit l'avancée des savoirs sur l'axe temporel, la *mésogénèse* explicite comment se construisent les différents milieux qui se succèdent.

Le présentiel sollicite de nombreux canaux de communication, le verbal bien entendu, mais également d'autres, reliés à la position, au regard, aux gestes, au toucher. Nous qualifierons ces derniers canaux de proxémiques parce qu'ils contribuent à définir la distance plus ou moins grande que le maître installe avec ses élèves. Certaines recherches (Forest, 2008) ont analysé comment ces moyens non verbaux mettent au service des jeux d'apprentissage et de la construction du milieu. Forest (*ibid.*) montre par exemple comment la disposition d'étiquettes au tableau sous forme de deux colonnes partiellement complètes structure le milieu en suggérant la présence de deux catégories à rechercher. L'auteur explicite la façon dont la position du maître, la façon dont il est tourné par rapport à différents membres d'un groupe d'élèves et le jeu des regards qu'il porte vers les uns ou les autres révisent sa stricte position topologique et valorisent tel interactant et ses propos. Ces moyens non verbaux peuvent être très efficaces et très complexes. La même étude montre comment le maître régule l'avancée des savoirs et du temps didactique dans la classe, tout en tenant compte de certains élèves inattentifs. Dans la situation étudiée, le maître reprend l'affirmation erronée d'un premier élève, sollicite la réaction d'un autre élève distrait en le désignant de la main gauche, met cette réaction en débat au sein de la classe d'un simple regard et structure le milieu en pointant de sa main droite un élément signifiant au tableau.

La mise en œuvre de nos situations du présentiel s'appuie incontestablement sur les phénomènes décrits ci-dessus. Nous ne développons pas ici davantage l'implication de ces regards théoriques dans nos pratiques, car elle ne constitue pas l'objet de notre article. Les notions de milieu, de contrat didactique, les jeux d'apprentissage et leurs stratégies gagnantes déployées par les étudiants sont autant d'objets à l'œuvre dans la dynamique de nos séances, tout comme les différentes approches proxémiques qui permettent de gérer les chronogénèse, topogénèse et mésogénèse actives lors de nos séances.

2 Des cadres théoriques du présentiel vers ceux de la distance

De nombreux travaux ont mis en évidence qu'enseigner à distance, avec le modèle pédagogique qui est le nôtre, impose un changement de paradigme d'enseignement par rapport aux pratiques du présentiel

(Depover *et al.*, 2011 ; Jaillet 2004). La raison profonde est la dissociation des temps d'apprentissage et d'enseignement qu'induit notre modèle. A distance, un tuteur qui met à la disposition des étudiants le matériel d'apprentissage et les consignes d'une situation-problème, ne peut suivre en temps réel l'avancée des travaux des étudiants. Les étudiants sont maîtres de leur propre temps didactique, ils se réunissent quand ils le décident, quand chacun dispose individuellement d'une première production et est déjà parvenu à s'approprier les travaux de ses pairs. Le tuteur ne pourrait suivre ces temps d'apprentissages qu'au prix d'une veille permanente des réactions de l'équipe, ce qui est impossible. Le tuteur est ainsi privé des guidages, rétroactions, aides, impulsions qu'il peut donner dans un contexte d'enseignement en présentiel. De même, à distance, les apports délivrés par l'enseignant sont limités aux séminaires synchrones ou aux productions écrites qu'il peut faire lors de bilans écrits par exemple. Ces apports, ces temps d'enseignement, sont ainsi découplés des temps d'apprentissage vécus par les étudiants.

Les transactions, les jeux d'apprentissage (Sensevy, 2011), le milieu, le contrat didactique (Brousseau, 1998), tout ce qui fonde une grande part de nos pratiques de présentiel et qui assure son efficacité sont ainsi profondément affectés ou inhibés par notre modèle à distance. De même, la forme uniquement écrite de nos interactions à distance entre acteurs rend inopérants les leviers de nature proxémiques, qui régissent la classe et qui passent par des canaux visuels, gestuels, vocaux ou liés au tableau ou à la posture physique des acteurs.

Dès lors, la question de savoir comment opère notre modèle à distance, sur quels fondements théoriques il peut s'appuyer est posée. Nous ne résoudrons pas ici la globalité de cette question, qui dépasse l'objet de cette contribution. Quelques premières pistes peuvent cependant être précisées. Le changement de paradigme entre présentiel et distance passe par la reconstitution d'autres équilibres, par plusieurs niveaux de déplacements par rapport au présentiel. La suite de notre contribution met en évidence les déplacements multiples qui sont à l'œuvre à travers des exemples. Déplacement des interactions entre acteurs, déplacement des lieux d'émergence des connaissances, déplacement des lieux de visibilité de l'apprenant pour l'enseignant. Déplacement également des instances d'interactions. En effet, le groupe du présentiel, avec sa complexité et sa richesse d'interaction, siège de multiples transactions de savoirs et de jeux d'apprentissage, n'existe plus à distance. En revanche, à distance, une nouvelle entité, l'équipe collaborative de 4 étudiants apparaît et prend une place majeure. Les autres entités de communication à distance n'ont pas le même poids. Le groupe entier, constitué de tous les étudiants et de leur tuteur, ne vit que lors des connexions synchrones pendant lesquelles le tuteur procède à des apports de connaissances, mais ces temps sont courts, sans suivi et trop peu fréquents. Les autres interactions, individuelles ou collectives, sont trop atomisées pour prendre une dimension déterminante dans les apprentissages à distance.

3 Quelques éléments théoriques propres à notre modèle à distance

Le modèle pédagogique de la distance (Jaillet, 2004) est fondé sur différents travaux (Astotlfi *et al.*, 1989) qui considèrent que l'apprentissage est à envisager à la fois comme un processus et comme un résultat. Le résultat d'un apprentissage est constitué des représentations construites par l'apprenant en vue de résoudre un problème. Le but pour l'élève est d'élaborer des représentations de plus en plus adaptées à la résolution des problèmes et de parvenir à choisir la meilleure représentation lorsqu'apparaissent des conflits entre représentations. C'est ici qu'opère l'apprentissage vu comme un processus, dans la production de ces représentations sous l'effet de connaissances qui sont peu à peu contextualisés et intégrés. L'action de l'enseignant oscille ainsi entre les temps d'une indispensable autonomie laissée aux apprenants, qui échangent, formulent et argumentent entre eux autour de leurs représentations respectives, et les temps d'apports où le maître structure les connaissances, les affine, les explicite. Le modèle pédagogique de la distance fait l'hypothèse que les situations-problèmes sont les plus efficaces pour susciter les représentations et les confronter. L'apprentissage résulte ainsi des interactions d'un apprenant avec son environnement culturel et social.

Il existe des conditions pour que le travail collaboratif soit efficace et que la confrontation des représentations soit profitable (Depover *et al.*, 1999). Chaque apprenant possède une zone potentielle de développement (zone proximale de développement) située au voisinage des connaissances qu'il maîtrise et qu'il peut s'approprier avec l'aide de tiers. Le travail collaboratif assurera l'acquisition de nouvelles connaissances aux membres d'un groupe s'il existe des zones de recouvrement entre les connaissances acquises par certains et la zone proximale de développement des autres. Dans le cas contraire, l'apprentissage ne sera pas effectif. Tel sera le cas si les membres du groupe ont acquis les mêmes connaissances, conduisant ainsi à des représentations trop proches, ou si les configurations cognitives des uns et des autres sont trop éloignées. Certaines recherches ont pointé des effets indésirables qui rendent le travail collaboratif peu efficient pour l'équipe ou pour certains de ses membres (Dillenbourg, 2011). Le *social loafing* se produit lorsqu'un étudiant se laisse porter par le groupe, le *free rider effect* survient quand les apprenants travaillent indépendamment, sans confronter leurs représentations. La *convergence précoce* voit l'équipe se mettre d'accord sur une solution sous-optimale, sans en vérifier la validité ni en explorer les conséquences. La domination voit un étudiant leader imposer sa vue à tous et étouffer tout débat au sein du groupe.

Notre modèle pédagogique de la distance met en avant le travail collaboratif entre pairs, dispositif qui n'est pas utilisé dans nos pratiques de présentiel. Certains chercheurs ont mis en œuvre des démarches collaboratives, à distance ou en présentiel, en cherchant à structurer l'avancée du travail. Dillenbourg (2011) a ainsi distingué les 3 étapes que sont l'élaboration d'explications, la réduction des divergences et la régulation mutuelle. Hitt (2007) a fait se succéder les phases suivantes : appropriation du problème, propositions de solutions, d'argumentations et de preuves, défense de ces propositions en équipe et en grand groupe, bilan final individuel. Coen (2007) a organisé un premier cercle (dit *out*) où l'apprenant extériorise ce qu'il sait déjà avec des temps de questions mutuelles, d'élaboration de représentations, de confrontations et d'échanges avec ses pairs. Un second cercle (dit *in*) lui succède où l'apprenant intègre individuellement les apports théoriques et les expériences reçues.

L'équipe collaborative est une instance de travail majeure dans notre modèle à distance, instance qui n'a pas d'équivalent dans nos pratiques en présentiel. Les quelques éléments précédents ne prétendent pas capter l'ensemble des processus qui assurent l'efficacité de notre modèle d'enseignement. Il s'agissait pour nous de montrer seulement la discontinuité des cadres théoriques à l'œuvre entre présentiel et distance et de la comprendre comme indice du changement de paradigme entre les deux modalités d'enseignement. Comme nous l'avons précisé plus haut, passer du présentiel à la distance induit d'une part l'apparition d'une nouvelle instance d'échanges, le groupe collaboratif, et d'autre part de profonds déplacements qui concernent les interactions entre acteurs, l'émergence des connaissances, les lieux de visibilité de l'apprenant par l'enseignant. Nous proposons dans les paragraphes suivants des exemples de ces déplacements et du changement d'instance d'interaction.

II - DU PRESENTIEL VERS LA DISTANCE, EXEMPLES DE PRATIQUES

1 Migration des situations-problèmes du présentiel vers la distance

1.1 La situation source de présentiel

Nous nous intéressons ici à la migration du présentiel vers la distance d'une situation-problème classiquement utilisée en formation. Il s'agit d'une situation de communication de figures géométriques. Les figures 1 et 2 présentent des exemples de figures et les principales phases du déroulement..

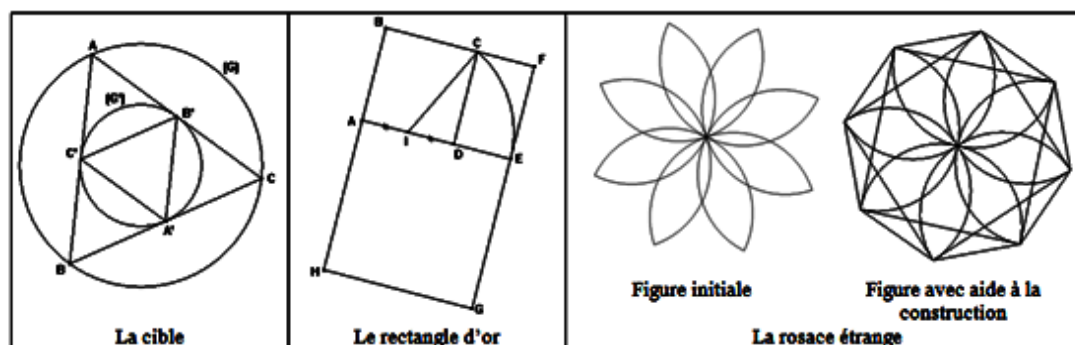


Figure 1. Exemple de figures utilisées dans la situation-problème par les groupes d'étudiants

ETAPES	DESCRIPTION SUCCINCTE
1/ Ecriture par groupes de programmes de constructions	- Mise en groupe de l'ensemble des étudiants - Attribution d'une figure à chaque groupe - Rédaction par chaque groupe des programmes de construction de leur figure
2/ Echange des programmes de constructions entre groupes.	- Echange des programmes de construction - Chaque groupe construit la figure à partir du programme de construction qu'il a reçu - En cas de blocage dans la construction, le groupe récepteur envoie des questions écrites au groupe émetteur
3/ Bilan de la situation en grand groupe	- Le formateur organise la comparaison entre les figures attribuées et les figures reconstruites - Le bilan porte sur des notions disciplinaires (géométrie), des stratégies de conception des programmes de construction et sur des aspects didactiques relatifs à la mise en place de ce type de situations auprès des élèves.

Figure 2. Principales phases du déroulement en présentiel de la situation-problème.

Sur le plan de la formation, les avantages de cette situation sont multiples. Elle permet une réappropriation *douce* et active de la géométrie par des étudiants, futurs professeurs d'école, qui pour nombre d'entre eux n'ont pas suivi de cours de mathématiques depuis des années. Elle permet de réactiver, en situation, de nombreuses connaissances mathématiques et de guider la réappropriation d'un cours de géométrie dense. Elle montre aux étudiants que l'enseignement frontal n'est pas la seule voie possible. Cette démarche de formation relève d'une situation d'homologie (Houdement et Kuzniak, 1996), en incitant les étudiants à transposer à leur classe les situations vécues en formation. Cette situation permet enfin de travailler une approche didactique, par exemple en pointant les différentes variables didactiques attachées aux figures. La *complexité* de la figure en est une. Cette complexité dépend de plusieurs autres variables, comme l'indifférence ou non, du choix de l'élément initial à construire. C'est ainsi que *la cible* (cf figure 1) peut être construite indifféremment à partir de l'un des cercles ou de l'un des triangles. Le choix de l'élément initial influe sur les propriétés géométriques qui seront mobilisées mais n'interdit pas la construction de la figure. Tel n'est pas le cas du *rectangle d'or*. L'élément initial ne peut être que le petit carré inscrit dans le rectangle. Une construction qui débiterait par le rectangle est vouée à l'échec, car la proportion entre longueur et largeur n'a aucune raison d'être valide si elle est laissée au libre choix du constructeur. Une autre variable est la nécessité ou non de faire apparaître sur la figure des objets intermédiaires de construction. La construction de la *rosace étrange*, par exemple, ne peut se faire qu'à l'aide des 2 carrés indiqués ou d'un octogone. Celle de la *cible*, en revanche, ne nécessite aucun objet préalable. D'autres variables existent, telles que le nombre d'éléments géométriques ou leur difficulté cognitive.

Cette situation s'inscrit dans une démarche socioconstructiviste. Elle fait l'hypothèse qu'un étudiant apprend lorsqu'il interagit avec ses pairs, lorsqu'il argumente son point de vue, critique celui de ses protagonistes, valide et s'approprie des démarches qui ne sont pas les siennes. Cette situation comporte un milieu (Brousseau, 1998). En effet, le programme de construction conçu par un groupe n'est pas validé

par le formateur, mais est soumis à un groupe récepteur qui reconstruit la figure. La comparaison entre les figures reçue et reconstruite ainsi que les questions éventuelles posées par le groupe récepteur en cas de blocage en cours de construction, sont autant de rétroactions, ici sociales. Les membres du groupe émetteur peuvent ainsi élaborer ou affiner leurs connaissances à la lumière des rétroactions de ce milieu.

1.2 La migration de la situation du présentiel vers la distance

Comme on l'a vu, cette situation de communication du présentiel offre de nombreux avantages du point de vue de la formation. Les concepteurs des supports d'apprentissage de la distance ont logiquement cherché à récupérer sa pertinence et son efficacité. Pour ce faire, ils cherchèrent à définir une déclinaison à distance de chaque étape de la situation. La transposition de la première étape (écriture d'un programme de construction par groupes, cf figure 2) ne posa aucun problème de migration. A distance, les étudiants réunis dans les salles d'équipes de 4 peuvent élaborer collaborativement un programme commun. En revanche, la transposition à distance de la deuxième étape (reconstruction par groupes de la figure et questions entre groupes en cas de blocage, cf figure 2) n'allait pas de soi. Il s'agissait en effet d'organiser des échanges entre équipes pour traiter le cas d'une équipe bloquée dans sa construction et qui s'adresse au groupe émetteur. Ces échanges entre groupes auraient induit un second niveau d'échange, entre équipes cette fois, le premier étant celui des interactions internes à l'équipe. Les concepteurs ont pensé que ce processus n'était pas viable. Un message émis par une équipe et envoyé à une autre nécessite des interactions et des débats au sein de l'équipe réceptrice. Ces débats nécessitent des rendez-vous éventuellement synchrones (rendez-vous qu'il faut fixer pour que tous soient connectés au même moment) et du temps si les échanges sont asynchrones (les messages sont déposés et les réactions se font en différé, ce qui nécessite un délai). Le processus d'élaboration de réponse est donc lourd, long et incertain, ce qui risque fort de démobiliser l'équipe demandeuse. En présentiel, pareil phénomène n'arrive pas. Un groupe qui reçoit une question écrite va interrompre ses travaux et la traiter sans attendre. La réponse sera immédiate et non bloquante pour le groupe demandeur. Il en résulte que la migration de cette étape à distance n'a pas pu se faire sous la forme d'une simple transposition. L'impossibilité d'obtenir des feed-backs réactifs et immédiats à distance entre équipes en est la cause.

1.3 La situation résultante à distance

La figure 3 décrit la situation à distance inspirée de la situation du présentiel. La situation de communication n'est pas vécue par les étudiants mais appréhendée à partir d'une description. La situation à distance comporte un rendez-vous synchrone avec tous les étudiants (bilan mathématique), des annotations et un bilan global écrit de la part de l'enseignant (situation de communication) et un bilan individuel rédigé par l'étudiant.

ETAPES	DESCRIPTION SUCCINCTE
1/ Ecriture par équipe de programmes de constructions	• Travail à faire en équipe • Attribution d'une figure à chaque groupe • Elaboration par chaque équipe d'un programme de construction de leur figure
2/ Bilan mathématique sur la géométrie (rendez-vous synchrone)	• L'enseignant prend connaissance des interactions écrites qui ont eu lieu au sein de chaque équipe • Il organise un rendez-vous synchrone qui traite de connaissances en géométrie mal acquises et sur les stratégies d'élaboration des programmes de construction • Les échanges s'appuient sur certaines productions d'étudiants sélectionnées par l'enseignant
3/ Présentation de la situation de communication et questions à traiter par équipe	• La situation de communication est décrite dans un document • L'équipe doit élaborer des réponses aux questions posées et qui portent sur la didactique
4/ Bilan écrit de	• L'enseignant prend connaissance des productions des équipes

l'enseignant sur la situation de communication	• Il annote les productions et dépose un document général qui fait la synthèse des points à retenir²
5/ Bilan individuel	• Chaque étudiant fait un bilan individuel et précise ce qu'il a appris à travers cette activité, ce qu'il n'a pas compris, ce qu'il lui faut travailler • Il précise la façon dont s'est déroulé, selon lui, le travail collaboratif

Figure 3. Principales phases du déroulement de la situation-problème à distance.

1.4 Discussion

Étudions les similitudes et les différences entre la situation source du présentiel et celle qui en résulte à distance. Tout d'abord, ces 2 situations partagent les *mêmes objectifs* qui visent à réactiver des connaissances de géométrie, à étudier une situation d'enseignement non frontale réalisable en classe et à sensibiliser à la didactique. En revanche, le *rapport à la situation* est différent. En présentiel, la situation de communication est vécue. A distance elle est évoquée, ce qui ne suscite pas les mêmes questionnements chez les étudiants.

Autre point, en présentiel, les *temps d'enseignement et d'apprentissage* sont *enchaînés, tressés* de façon continue alors qu'ils sont dissociés à distance. En effet, en présentiel, le formateur procède à des apports qui peuvent être soit brefs et réactifs soit plus approfondis tout en laissant en même temps aux étudiants une autonomie variable selon l'avancement de leurs travaux. A distance, cette imbrication étroite des phases d'apprentissage et d'enseignement ne peut avoir lieu, ces temps sont nécessairement séparés. Les apports de l'enseignant ont lieu lors des séminaires synchrones ou par le biais de bilans écrits, lors de moments annoncés et groupés consacrés pleinement à l'enseignement. A distance, le temps d'apprentissage se tient essentiellement lorsque les étudiants sont en équipes, en situation de résolution collaborative. L'enseignant n'y participe pas ou s'il le fait, ses interventions sont extrêmement ponctuelles. Les étudiants disposent ainsi, de façon anticipée, de longs moments de travail autonome et donc d'apprentissage sans le regard de l'enseignant en temps réel.

Dernier point, les *lieux d'émergence des connaissances* accessibles à l'enseignant diffèrent entre présentiel et distance. En présentiel, le formateur est dans l'incapacité de suivre le travail des groupes finement et de façon continue (étapes 1 et 2, figure 2). Il se doit en effet de *papillonner* de groupe en groupe pour veiller à l'avancée globale de leurs travaux et ajuster si nécessaire la situation à la compréhension des étudiants (au moyen d'aides, de bilans intermédiaires, d'indications nouvelles par exemple). Il ne perçoit ainsi que partiellement les points débattus au sein des groupes, ainsi que leurs difficultés, leurs erreurs de conception et leurs blocages. En revanche, lors du bilan final (étape 3, figure 2), le formateur suscite collectivement l'expression des connaissances qu'il peut mettre en débat, questionner, réactiver, négocier. Le grand groupe est ainsi le principal lieu d'émergence des contenus. A distance, c'est d'une certaine façon l'exact contraire. Les échanges internes aux équipes sont intégralement accessibles dans les forums ou dans les historiques des rendez-vous synchrones entre pairs (étapes 1 et 3, figure 3). L'enseignant dispose ainsi de l'exhaustivité des interactions au sein de l'équipe et peut repérer les points acquis, débattus, discutés ou erronés. En revanche, la connexion synchrone en grand groupe n'est que le lieu des apports choisis, pilotés et délivrés par l'enseignant et non celui des contenus mis en débat à l'initiative des étudiants. A distance, c'est donc essentiellement au sein des équipes que l'enseignant voit les connaissances émerger, se construire, être débattues et affinées.

2 Transformation des scénarios pédagogiques entre présentiel et distance

2.1 Le scénario pédagogique source, en présentiel

La figure 4 présente les grandes lignes du scénario pédagogique retenu par l'ensemble des enseignants en présentiel pour leurs étudiants de la préparation au concours. Ce scénario a été exprimé lors des réunions de bilan de fin d'année en juin 2014.

CONTENUS	TRAVAIL DE L'ENSEIGNANT	TRAVAIL EN SEANCE DE L'ETUDIANT	TRAVAIL A LA MAISON DE L'ETUDIANT
Cours	1/ Présentation ou distribution du cours		2/ Apprentissage du cours
	3/ Travail interactif (reprise en séance d'éléments du cours)		
Devoirs	4 Donnée des énoncés		5/ Résolution
	6/ Correction interactive		
	8/ Correction écrite	7/ Recherche en groupe	
	9/ Rendu des copies, bilan		

Figure 4 Grandes lignes du principal scénario pédagogique du présentiel.

2.2 Le scénario pédagogique à distance

La figure 5 explicite le scénario pédagogique à distance proposé par les concepteurs. Une partie de ce scénario est dédié à l'appropriation instrumentée du cours par les étudiants. Les outils mis à leur disposition et inscrits dans le scénario sont l'usage d'un forum entre pairs dans lequel le tuteur peut éventuellement intervenir et 2 types de quizz, individuel et en équipes. L'expérience a prouvé qu'il était nécessaire d'encadrer fortement l'apprentissage du cours et de recueillir des traces du travail des étudiants. Avant l'instauration des forums et des quizz, les étudiants avaient tendance à considérer comme acquis ces contenus anciens et comme une perte de temps leur réactivation. Cette attitude induisait des erreurs lors de la résolution des exercices et des devoirs. Les interventions du tuteur, y compris lors des connexions synchrones, étaient alors consacrées à une simple réactivation de ces connaissances, au détriment du travail sur la résolution des situations.

CONTE-NUS	TRAVAIL DE L'ENSEIGNANT	TRAVAIL INDIVIDUEL DE L'ETUDIANT	TRAVAIL COLLABORATIF PAR EQUIPE DE 4
Cours	1/ Dépôt du cours	2/ Apprentissage du cours Echanges entre étudiants sur le forum	
Quizz	3/ Dépôt des énoncés	4/ Réponse au quizz individuel	
		5/ Réponse individuelle au quizz d'équipe	6/ Réponse commune au quizz d'équipe
	7/ Dépôt des corrigés des quizz	8/ Bilan individuel à envoyer	
	9/ Synthèse du travail (points mal compris...)		
Devoirs	10/ Dépôt des énoncés	11/ Résolution	
	12/ Dépôt des corrigés	13/ Correction par un pair	14/ Bilan collectif (questions ou corrigés mal compris)
Bilan	15/ Rendez-vous synchrone (bilan)		
		16/ Bilan individuel	
	17/ Dépôt d'un bilan général		

Figure 5 Grandes lignes du scénario pédagogique de la distance.

La correction par les pairs est la modalité de travail retenue dans ce scénario. Les étudiants corrigent et notent les copies d'autres étudiants à partir du corrigé et de son barème. Le fait d'évaluer une autre copie les met en activité et en réflexion face au corrigé. Ils changent de posture, se questionnent afin d'intégrer des réponses non envisagées ou difficiles à appréhender. La position de correcteur les pousse à mieux cerner les attendus des questions, à ajuster leur rédaction, à prendre conscience des attentes des sujets et des compétences évaluées.

2.3 Discussion

Étudions à présent les ruptures existantes entre scénario du présentiel et scénario à distance. *L'adaptabilité des modalités de travail des étudiants* (en individuel ou en groupes) est un premier exemple de différences entre ces scénarios. En présentiel, ces modalités ne sont pas figées et peuvent être décidées *à la volée*, dès que l'enseignant en ressent la nécessité. Une notion dont la compréhension, en séance, s'avère plus difficile que prévue peut donner l'occasion, en présentiel, d'un travail en groupe non anticipé qui permettra d'être au plus près du niveau des étudiants. De même, une phase de travail individuel peut être improvisée si les productions des étudiants attestent d'une réflexion inaboutie. A distance, il en va tout autrement. Le scénario de la distance ne laisse aucune place à l'improvisation sur les modalités d'organisation. Sa rigidité interdit de provoquer des réunions synchrones de façon inopinée ou de lancer un travail collaboratif non programmé. La raison essentielle en est le temps qui doit rester parfaitement encadré pour ne pas provoquer des décalages incontrôlés. A distance, tout dispositif d'échanges, temps synchrones entre pairs ou connexions synchrones entre tuteur et étudiants nécessite du temps et le maintien d'un rythme d'apprentissage adapté n'est pas compatible avec l'improvisation.

Les moments des *apports de l'enseignant* diffèrent également entre les deux scénarios. En présentiel, ces apports se passent évidemment à l'écrit, par des annotations de l'enseignant sur les copies de étudiants. Ils se passent également à l'oral, lors des échanges entre étudiants et enseignant (étapes 3 et 6 de la figure 4). L'enseignant est dans ce cas en interaction constante avec les apprenants et décide en permanence des connaissances à dispenser sous forme d'aides, de bilans ou de relances. Même si les moments des apports peuvent être planifiés, ils sont mobiles et peuvent être reconfigurés ou déplacés très rapidement. Ces apports peuvent être aussi fournis et suivis que le souhaite l'enseignant et filés d'une séance à l'autre. Tel n'est pas le cas dans le scénario à distance. Les temps d'apports de l'enseignant sont inscrits dans le scénario, planifiés et délimités à l'avance. La figure 5 montre les moments précis où l'enseignant négocie les savoirs : lors du dépôt de la synthèse des quizz (étape 9 de cette figure), de la correction écrite des quizz et de la connexion synchrone (étape 15) ou du bilan général (étape 17). Quelques autres apports peuvent être dispensés de façon asynchrone dans les forums ou pendant le travail collaboratif en salle d'équipe, mais ces apports sont rares et très ponctuels. En volume, ces apports peuvent paraître réduits. En effet, les contenus échangés pendant la connexion synchrone qui ne se déroule qu'à l'écrit et dure 1h15 min, restent très limités en volume. Si ces apports restent très mesurés, c'est parce qu'une instance autre que l'enseignant, l'équipe collaborative, procède également à des apports de connaissances. Sans nier, dans nos pratiques de présentiel, l'importance des connaissances que peuvent s'apporter mutuellement des apprenants, l'équipe de la distance atteint d'autres dimensions. Des échanges longuement négociés, où l'étudiant confronte ses représentations à celle des autres, où il reformule, argumente, réfute et valide, constituent une puissante source d'enrichissement. Nous reviendrons dans le paragraphe suivant sur la pertinence et les limites de ce type d'apports.

Dernière différence entre les scénarios du présentiel et de la distance, *la visibilité des connaissances de l'étudiant* par l'enseignant. En présentiel, les travaux écrits constituent une première source pour connaître finement les conceptions, erronées ou non, de l'étudiant. Les interventions orales de l'étudiant, en séance, lors des échanges collectifs ou individuels, ses réactions, ses interventions peuvent apporter d'autres indices, aléatoires et variables, pour mieux le connaître. A distance, l'appréhension des connaissances d'un étudiant est bien plus fine. Les réponses aux quizz individuels, la lecture des bilans individuels, l'examen des historiques issus des échanges collaboratifs synchrones entre pairs constituent des sources détaillées, suivies et conséquentes des connaissances maîtrisées par chaque étudiant et de leur dynamique d'appropriation. Les documents individuels déposés pour contribuer aux productions communes s'ajoutent aux éléments précédents et constituent, pour nos pratiques, un tableau individuel bien plus riche qu'en présentiel.

3 A distance, le travail collaboratif

Ce paragraphe s'intéresse à un dispositif qui n'existe pas dans nos pratiques de présentiel. Nous l'abordons, dans les paragraphes suivants, à partir de 2 exemples qui en montrent la pertinence pour le premier et les limites pour le second, avant d'examiner quelques points théoriques. Les extraits sont issus d'historiques d'échanges synchrones collaboratifs entre pairs. Les prénoms ont été modifiés dans les extraits présentés.

3.1 Exemple 1 : une étudiante construit un savoir-faire

Le savoir-faire non acquis de Claire

La figure 6 montre un extrait d'échanges collaboratifs au sein d'une équipe. Cet extrait concerne une seule étudiante et porte sur l'une de ses difficultés. Le savoir-faire abordé est la mise en équation de différents problèmes dits *concrets*. Cette étudiante n'a pas fait de mathématiques depuis des années et est en butte à la mise en équation de problèmes. L'extrait de la figure 6 atteste de sa démarche. Elle est à la recherche de critères *absolus*, universels, qui transcenderaient tous les problèmes et qu'elle ne connaîtrait pas. Il y aurait ainsi un nombre déterminé d'inconnues dans une équation (interventions récurrentes 177 et 193 de la figure 6), on ne doit pas dépasser 2 inconnues (intervention 499), il est indispensable d'obtenir des systèmes (intervention 237), il ne faut utiliser que les inconnues précisées dans l'énoncé (interventions 445 et 448), il y aurait des règles de portée universelles à appliquer pour mobiliser les inconnues (intervention 498).

NUM	NOMS	CONTENU
177	Claire	mais dans une égalité il y a combien d'inconnues?
178	Claire	on peut en avoir une ou 2 ?
193	Claire	mais dans une égalité il y a combien d'inconnues?
237	Claire	ah donc ce n'est pas un système?
445	Claire	peut être appller t' l'autre durée?
448	Claire	en même tmeps on en parle pas de t' dans l'éoncé
498	Claire	il faut mettre P?
499	Claire	ça fait 3 inconnuesaprès

Figure 6. Extraits d'échanges synchrones lors d'un travail collaboratif entre pairs. Cet extrait filtre les interactions d'une même étudiante (colonne NOMS). Ses interventions ne sont pas nécessairement consécutives comme l'atteste la colonne NUM (chaque intervention est numérotée dans l'ordre de son apparition). Ces échanges ont lieu dans la même salle d'équipe entre pairs en février 2014. La colonne CONTENUS est retranscrite telle quelle.

Des échanges décisifs pour Claire

La figure 7 montre le moment précis qui a permis à Claire de construire son savoir-faire défaillant. Son équipe avait à résoudre collaborativement un problème de détermination des dimensions d'un rectangle dont la longueur était le double de la largeur et dont le périmètre doublait si on ajoutait 10 à chacune de ses dimensions. Au fil des débats et des propositions de mises en équation, Gabrielle fait intervenir la variable périmètre P (intervention 495 de la figure 7) avec l'acquiescement de Marion (intervention 496). Claire marque son étonnement (intervention 498) en cherchant quelle nécessité a poussé Gabrielle à mentionner la variable P (« il faut mettre P ? », dit-elle). Claire tente aussi d'objecter que le nombre d'inconnues obtenu (3, cf intervention 499) transgresse le fait de ne jamais dépasser 2 variables. Dans les interventions suivantes (498 à 509) Marion et Gabrielle prennent en considération la difficulté de Claire. Elles donnent la raison cognitive du recours à P (intervention 500) et le détail de l'intégration de cette variable dans l'équation (interventions 503 à 509). Cette convergence des explications permet à Claire de comprendre que le choix des variables n'est pas fixé à l'avance mais est opportuniste et inhérent au problème et à sa compréhension. Claire reformule ce nouvel acquis en réduisant la démarche à saisir à l'expression, à « l'écriture » du problème (intervention 511). Son appropriation va jusqu'à lui faire comprendre que, pour un problème donné, l'équation obtenue n'est pas nécessairement unique

(interventions 510 et 511) mais dépend de la démarche librement choisie par son auteur. On peut ainsi faire figurer ou non telle inconnue (intervention 511) et obtenir ou non une égalité unique ou un système (intervention 528) selon le choix cognitif retenu. Claire montre sa bonne appropriation de ce savoir-faire, en battant en brèche l'une des règles « universelles » qu'elle avait tenté de construire (intervention 530) et qui consistait à produire systématiquement des systèmes d'équations à 2 inconnues.

NUM	NOMS	CONTENU
495	Gabrielle	$2(1+10) + 2(21+10) = P \times 2$
496	Marion	oui c'est ça
497	Gabrielle	$21 + 20 + 41 + 20 = P \times 2$
498	Claire	il faut mettre P?
499	Claire	ça fait 3 inconnues après
500	Marion	non c'est juste pour aider à comprendre
503	Gabrielle	non parce que $L=21$
504	Gabrielle	périmètre = $1 \times 2 + L \times 2$
505	Gabrielle	ou $2(L+1)$
509	Gabrielle	ou d'ou $P \times 2$
510	Claire	je comprends mais c'est juste une histoire d'écriture on met le P dans l'équation
511	Claire	ou on met $2(L+1)$
524	Gabrielle	Reprenons : $2(1+10) + 2(21+10) = P \times 2$ et on remplace P par $41 + 21$
527	Marion	on peut résoudre juste avec celle ci
528	Claire	ou on en fait qu'une alors une égalité et pas un système
529	Marion	oui
530	Claire	oui je sais pas pourquoi je veux absolument faire des systèmes aujourd'hui désolée

Figure 7. Contextualisation des interventions de Claire lors d'un moment clé. Les conventions de présentations sont celles de la figure 6. Les cellules grisées de la colonne NOMS permettent de repérer les interventions de Claire. Les cellules en gras et grisées de la colonne CONTENUS pointent les interventions qui ont été déterminantes dans la compréhension de Claire.

Commentaires

Le savoir-faire erroné travaillé ici par Claire lors des échanges collaboratifs est extrêmement fin (tentative de recherche de critères universels qui président à la mise en équations de problèmes). Plusieurs conditions favorables ont permis à Claire de mettre en débat et de travailler cette compétence. La taille du groupe (4 étudiants) et les longues habitudes de travail de ces étudiants qui se connaissent ont permis d'une part à Claire de s'exprimer de façon répétée et suivie, d'autre part à ses pairs de réagir à ses interventions. En présentiel, de telles conditions ne sont pas évidentes à réunir. Les groupes de travail ne sont pas nécessairement stables et le fait d'exprimer publiquement ses propres difficultés ne va pas de soi pour les étudiants dont les connaissances sont fragiles. L'écoute attentive et passive reste parfois l'un de leurs seuls leviers de compréhension, avec ses limites puisque les passages problématiques ne sont pas nécessairement négociés.

3.2 Exemple 2 : une équipe conforte des connaissances erronées

La nécessité pour Karim d'un travail complémentaire à effectuer dès qu'il s'agit de justifier ou de prouver

La figure 8 filtre les interventions d'un étudiant, Karim, qui livre toutes ses incertitudes concernant la justification, la démonstration, la preuve, voire la preuve par l'absurde. Ces vocables, équivalents mathématiquement, ne renvoient pas tous pour Karim à la même démarche. Les interactions de la figure 8 attestent de son obsession à définir le terme « justifier » qui ne se confond visiblement pas pour lui avec les termes démontrer, expliquer ou démontrer par l'absurde dans le cas d'une assertion erronée.

Les interventions 1997 à 2001 et 3055, 3065 sont les plus typiques de ses représentations. Une démonstration, clairement, ne suffirait pas à justifier, avoir trouvé un contre-exemple ne suffirait pas à prouver. L'intervention 3065 montre qu'une mystérieuse analogie « judiciaire » (cf « c'est comme au tribunal », intervention 3065) entre ici en jeu.

NUM	NOMS	CONTENU
1913	Karim	on prend un exemple non?
1937	Karim	on l'a justifié?
1994	Karim	démontrer par l'absurde c'est justifier?
1995	Karim	démontrer
1997	Karim	donc on a démontré que c t faux
1998	Karim	mais on doit aussi le justifier
2000	Karim	ok donc la démonstration par l'absurde vaut explication?
2001	Karim	et justification?
2544	Karim	mais comment le justifier
2566	Karim	MAIS
2567	Karim	est ce que c'est une justification?
2736	Karim	mais ça c'est une justification
3055	Karim	si un seul nombre démontre le contraire, donc cfaux
3065	Karim	mais il faut le prouver comme au tribunal lol

Figure 8. Extraits d'échanges synchrones lors d'un travail collaboratif entre pairs en novembre 2013. Cet extrait filtre les interactions répétées d'un même étudiant, Karim, sur la différence de statuts entre justifier, démontrer, prouver. Les parties grisées et en gras correspondent aux interventions les plus marquantes.

Karim rallie son équipe à ses conceptions erronées

La figure 9 montre la résolution d'un exercice sur la véracité d'une assertion arithmétique (tout multiple de 6 et de 4 est un multiple de 24). L'équipe a en fait trouvé 2 contre-exemples (qui sont 36 et 60, intervention 3059), ce qui suffit à valider une preuve par l'absurde. Emilie émet un dernier doute (intervention 3061, « ok, c est suffisant de justifier comme ça? ») auquel Karim répond catégoriquement par la négative (intervention 3062) à l'étonnement d'Emilie (intervention 3063). Karim énonce alors son argument, l'équipe a bien « montré » que la propriété est fausse (intervention 3064), mais ce succès ne la dispense pas de « prouver » ce fait, comme au « tribunal » (intervention 3065). Carole déclare forfait (intervention 3066) tandis qu'Emilie tente une explication mathématiquement inopérante (intervention 3067) sous les encouragements de Carole et de Karim (interventions 3069 et 3072). Emilie, encore sous le coup de la reconnaissance de ses pairs, poursuit ses explications toujours non valides mathématiquement (intervention 3074).

NUM	NOMS	CONTENU
3055	Karim	si un seul nombre démontre le contraire, donc cfaux
3056	Emilie	oui
3057	Carole	oui
3058	Emilie	et on en a plusieurs
3059	Emilie	36 et 60 ne sont pas divisibles par 24
3060	Karim	oui lol
3061	Emilie	ok, c est suffisant de justifier comme ça?
3062	Karim	non
3063	Emilie	non?
3064	Karim	on a montré que c t faux
3065	Karim	mais il faut le prouver comme au tribunal lol
3066	Carole	moi j'ai pas prouvé

3067	Emilie	pour être divisible par 6, 4 et 24 il faut que le nombre soit un multiple commun aux 3 diviseurs, et pas seulement aux 2 dont le produit est 24
3068	Karim	par les critères de divisibilité je pense
3069	Karim	oui emilie
3070	Carole	c'est bien emilie!
3071	Emilie	ça va vous croyez
3072	Carole	oui!
3073	Karim	oui c'est une justification
3074	Emilie	parce que 24 a aussi ses critères de divisibilité qui peuvent être différents de 6 et 4

Figure 9. Echanges collaboratifs entre pairs qui montrent que Karim convainc ses pairs de la validité de ses conceptions erronées. La partie grisée et en gras montre le basculement du travail qui se poursuit, à tort.

Commentaire

Dans cet exemple de travail collaboratif, un étudiant, Karim, fait adhérer son équipe à ses propres conceptions erronées, constituées d'un statut particulier qu'aurait la justification qui se distinguerait de la preuve. Ce phénomène est dû à la domination de Karim (Dillenbourg 2011) sur l'équipe et aux connaissances mathématiques très fragiles des autres membres qui n'ont pas pu s'opposer à lui. Il peut arriver que lors d'un travail collaboratif, l'équipe soit absorbée par des débats sur des points marginaux et n'ayant pas d'intérêt mathématique.

III - CONCLUSION

Dans cette présentation, nous avons choisi d'explorer le passage du présentiel à la distance en nous référant à l'expérience des enseignants de mathématiques de l'université de Cergy-Pontoise en formation des maîtres. Le contexte retenu ici est celui d'un modèle à distance socio-constructiviste, collaboratif et axé sur la résolution de situations-problèmes. Dans notre contexte, ce passage de la distance au présentiel se réalise au prix d'un changement de paradigme d'enseignement entre les 2 modalités d'enseignement (Jaillet, 2004 ; Depover *et al.*, 2011), ce qui est lourd de conséquences. Nous avons vu que sur le plan théorique certains cadres à l'œuvre en présentiel et qui fondent nos pratiques sont en discontinuité avec ceux de la distance. De même, nous avons illustré par des exemples les déplacements (d'interactions, d'émergence de connaissances, de visibilité entre acteurs et de changement d'instance d'interaction) induits par ce changement de paradigme.

Nous pensons que notre expérience peut éclairer les acteurs d'autres établissements. Il faut alors cerner les variables en jeu, en spécifiant le contexte par exemple à l'aide d'une démarche systémique centrée sur 4 pôles, les acteurs, la pédagogie, le dispositif et l'institution (Wallet, 2010). Ces analyses peuvent aider à mieux accompagner les enseignants à distance. Des recherches ont défini des outils qui concernent la formation des enseignants par exemple au moyen de recherche/action/formation (Viens, 2007) ou de méthodologies de *design pédagogique* qui permettent de concevoir des supports adaptés à cette modalité d'enseignement (Baron 2011).

IV - BIBLIOGRAPHIE

- ASTOLFI J.-P., DEVELAY M. (1989). *La didactique des sciences*. Paris, PUF.
- BARON G.-L. (2011). « Learning design », dans *Recherche et formation* 68, 2011, URL : <http://rechercheformation.revues.org/1565>, consulté le 28 août 2015.
- BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- COEN, P.-F. (2007). Intégrer les TIC dans son enseignement ou changer son enseignement pour intégrer les TIC : une question de formation ou de transformation ?, dans *Transformation des regards sur la recherche en technologie de l'éducation*, Bruxelles, Éditions De Boeck, p. 123-136.

DEPOVER, C. (2013). Le contrôle de qualité: un outil indispensable pour asseoir la légitimité de la formation à distance ?. *Formation Profession*, 1.

DEPOVER, C., QUINTIN, J.-J. (2011) Tutorat et modèles de formation à distance, dans *Le tutorat en formation à distance*, Bruxelles : Éditions De Boeck, p. 15-28.

DEPOVER, C., DE LIEVRE, B., DESCHRYVER, N. (1999). Pour une refonte des modèles d'usage d'internet pour l'enseignement : quelques exemples de dispositifs adaptés à la formation universitaire, *Colloque du CIPTE*, Montréal, Canada.

DILLENBOURG, P. (2011). Pour une conception intégrée du tutorat de groupe, dans *Le tutorat en formation à distance*, Bruxelles, Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation », p. 171-194.

FOREST, D. (2008) Agencements didactiques : pour une analyse fonctionnelle du comportement non-verbal du professeur, *Revue française de pédagogie* [En ligne], 165, octobre-décembre 2008, mis en ligne le 01 octobre 2012, consulté le 28 août 2015,. URL : <http://rfp.revues.org/1108>.

HITT, F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'autoréflexion, *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage, conception et usages, regards croisés*, Paris : Hermès-Lavoisier, p. 65-88.

HOUEMENT, C., KUZNIAK, A. (1996). Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 16/3, p. 289-322.

JAILLET, A. (2004) Chapitre 5, 90-121, in *L'Ecole à l'ère numérique*, Paris : L'Harmattan.

SENSEVY, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.

VIENS, J. (2007). Intégration des savoirs d'expérience et de la recherche : l'incontournable systémique, dans *Transformation des regards sur la recherche en technologie de l'éducation*, Bruxelles : Éditions De Boeck, p. 155-172.

WALLET, J. (2010). Technologie et gouvernance des systèmes éducatifs, dans *Apprendre avec les technologies*, Presse Universitaire de France, Paris, p 71-80.

QUELLES RESSOURCES POUR ENSEIGNER EN MATHEMATIQUES ET EN EPS ? LE CAS DE DEUX PROFESSEURS DES ECOLES STAGIAIRES.

Philippe LE BORGNE

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
LMB (Laboratoire de Mathématiques de Besançon) – FR EDUC
philippe.leborgne@univ-fcomte.fr

Mathilde MUSARD

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langages, Informatique, Arts, Didactiques, Discours) –
FR EDUC
mathilde.musard@univ-fcomte.fr

Maël LE PAVEN

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langages, Informatique, Arts, Didactiques, Discours) –
FR EDUC
mael.le_paven@univ-fcomte.fr

Résumé

La période d'entrée dans le métier enseignant est particulièrement délicate pour les professeurs stagiaires et peut s'apparenter à une période de « survie » (Perez-Roux & Lanéelle, 2013). Quelles ressources sont plus particulièrement mobilisées par les stagiaires ? Comment construisent-ils et mettent-ils en œuvre leurs situations d'apprentissage ?

En nous appuyant sur l'approche comparatiste en didactique (Mercier, Schubauer-Leoni, et Sensevy, 2002), nous avons suivi un professeur des écoles stagiaires dans deux disciplines, les mathématiques et l'EPS. Le dialogue entre plusieurs chercheurs issus d'horizons scientifiques divers (didactique des mathématiques, didactique de l'EPS, sciences du langage) nous conduit à croiser les regards et à identifier les dimensions génériques et spécifiques des pratiques d'enseignement/apprentissage pour mieux comprendre en retour l'action didactique du stagiaire en mathématiques.

Plusieurs types de données ont été recueillies en classe et hors la classe : a) des données d'entretiens semi-directifs ante-leçon ; b) des données d'observation issues d'enregistrements de deux leçons ; c) des entretiens d'auto-confrontation (EAC) simples.

Les résultats montrent que les priorités de Bruno par rapport au modèle générique de Bucheton Soulé (2009) sont identiques dans les deux disciplines ; cependant les deux leçons sont assez contrastées. Lors de la leçon d'EPS, Bruno interagit régulièrement avec les groupes d'élèves et la classe entière et réussit à enrôler l'ensemble des élèves dans les situations d'apprentissage. Pendant la leçon de mathématiques, à partir du moment où les élèves doivent résoudre individuellement des problèmes plus complexes, Bruno a tendance à s'engager dans des aides individuelles et longues et ne semble ne pas réaliser la difficulté rencontrée par un certain nombre d'élèves.

I - INTRODUCTION

Cette recherche est née de la rencontre entre des didacticiens des mathématiques et de l'EPS au sein de la Fédération de Recherche en Education de l'ESPE de Franche-Comté. Elle a pour but de décrire et de comprendre l'activité de professeurs des écoles stagiaires (PES) dans deux disciplines, les mathématiques et l'EPS, en particulier d'élucider la manière dont ils conçoivent et mettent en œuvre les tâches d'apprentissage. Cette entrée dans le métier, particulièrement délicate pour les jeunes enseignants, peut s'apparenter à une véritable période de « survie » (Pérez-Roux & Lanéelle, 2013).

Plutôt que de travailler exclusivement dans notre propre discipline (les mathématiques ou l'EPS), nous avons souhaité nous orienter vers un projet de recherche en didactique comparée et partager nos cadres théoriques et méthodologiques. En effet, la didactique comparée permet de s'intéresser à plusieurs espaces didactiques, et d'étudier comment on transite d'un lieu à un autre (d'une leçon à l'autre, d'une matière à l'autre, d'un savoir à l'autre, d'un niveau d'enseignement à l'autre, d'un professeur à l'autre), en recherchant une décentration :

une valorisation de l'«Ailleurs », l'importance d'une prise de distance pour mieux apprécier l'« ici » et le « familier » renvoient enfin à la notion d'étrangement, discutée notamment dans l'ouvrage de Carlo Ginzburg dont le titre de la version française est, justement, « À distance » (2001) (Mercier, Schubauer-Leoni et Sensevy, 2002).

Comme le rappellent Ligozat & col. (2014), il s'agit moins de considérer ces approches comme complémentaires que de croiser les regards, d'analyser les superpositions (points aveugles, problématisation constante des épistémologies en jeu, des théories et des méthodologies) pour construire des rapports entre les disciplines scolaires, les concepts, le spécifique et le générique dans les pratiques d'enseignement /apprentissage. Ainsi, les chercheurs en didactique comparée souhaitent échapper à une didactique générale surplombante et confronter les didactiques disciplinaires dans une démarche ascendante, afin d'identifier des genericités et spécificités (similitudes/dissemblances, généralités/particularités) pour faire face à une double insuffisance : insuffisance de la seule description spécifique, insuffisance de la seule description générique.

Un certain nombre d'auteurs dans le numéro thématique *Didactiques et/ou didactique ? D'une question polémique à la construction d'un espace de problématisation* (n°1, vol 8) de la revue *Education et Didactique* publié en 2014 se rejoignent pour considérer que la didactique comparée constitue une approche particulièrement féconde pour l'avenir du champ didactique :

Demeure le cas de la didactique comparée dont le projet est pour moi fondamental pour deux raisons : d'abord, en ce qu'il permet de préciser les spécificités de la discipline dont s'occupe chaque didactique et de penser les spécificités mêmes des fonctionnements de chaque didactique, au travers de la comparaison avec les autres disciplines et les autres didactiques ; ensuite en ce qu'il permet de réfléchir à ce qui constituerait les points communs des didactiques et quel est le statut épistémologique de cette convergence (Schneuwly, 2014).

Dans notre cas, l'approche comparatiste a été facilitée par le fait que didacticiens des mathématiques et didacticiens de l'EPS partagent des théories et concepts communs pour étudier les pratiques d'enseignement-apprentissage. En effet, la didactique de l'EPS s'est développée en étroite relation avec la didactique des mathématiques, en prenant notamment appui sur la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986) et la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1992). La théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy & Mercier, 2007), utilisée dans le champ de la didactique comparée, s'est formée à partir de ces deux théories.

Si nous envisageons dans cette étude une comparaison entre les PES, il nous a paru pertinent de nous centrer dans le cadre de cet article sur une comparaison d'un même PES intervenant dans deux

disciplines différentes. En effet, de nombreuses recherches mettent en avant une démarche comparatiste pour repérer les ressemblances (généricités) et les différences (spécificités) selon les enseignants et montrer comment certaines généricités vont s'actualiser et se spécifier en fonction de contextes singuliers (Mercier, Schubauer-Leoni et Sensevy, 2002). En revanche, assez peu de recherches (Barioni, 2014 ; Calmettes & Carnus, 2008 ; Rilhac, 2008 ; Weiser, 2007) développent une approche comparée entre disciplines d'enseignement. Dans notre cas, nous suivons un même professeur des écoles dans différentes disciplines, ce qui nous permettra de repérer dans quelle mesure certaines généricités se spécifient en fonction des disciplines et savoirs en jeu.

Pour étudier comment le curriculum se fabrique lors des interactions en classe (Audigier & Tutiaux-Guillon, 2008 ; Amade-Escot & Brière, 2014), nous nous sommes appuyés sur le modèle de l'agir enseignant proposé par Bucheton & Soulé (2009), défini comme un « multi-agenda » de cinq préoccupations enchâssées :

- le pilotage de la classe (organiser la cohérence et la cohésion de la séance, les tâches, assurer la chronogénèse de la leçon) ;
- l'atmosphère, c'est-à-dire l'espace intersubjectif qui organise la rencontre intellectuelle, relationnelle, affective, sociale entre des individus confrontés à une situation contenant des enjeux à gérer en commun, le liant dans lequel baignent les interactions et qui en même temps les colore d'une certaine tonalité ;
- le tissage (donner du sens, mettre en relation le dehors et le dedans de la classe, la tâche en cours avec celle qui précède ou qui suit, le début avec la fin de la leçon) ;
- l'étaillage (toutes les formes d'aide que le maître s'efforce d'apporter aux élèves pour les aider)
- tout en visant des savoirs, de différentes natures, aussi bien sur le plan disciplinaire que sur le plan éducatif (éducation à l'autonomie par exemple).

Ce modèle fournit « une grammaire complexe de concepts, permettant une analyse approfondie des situations didactiques, de leur évolution, dans leur dimension située ». Ces cinq préoccupations sont à la fois systémiques (elles s'influencent mutuellement), hiérarchiques (certaines préoccupations deviennent prioritaires par rapport à d'autres) et dynamiques (leur mise en synergie évolue au cours de la leçon). Dans notre analyse, nous repérons ces priorités, qui constituent le substrat des gestes professionnels (Bucheton & Soulé, 2009), puis nous approfondissons les choix didactiques de l'enseignant à l'aide de certains concepts de la théorie de l'action conjointe en didactique, et notamment sur les descripteurs des transactions didactiques produites dans les jeux d'apprentissage. Nous nous focalisons plus particulièrement sur la topogénèse (l'évolution du système de places/responsabilités de l'enseignant et des enseignés vis-à-vis des savoirs) et la mésogénèse (la genèse du milieu, en tant que système d'objets connexes matériels, symboliques, langagiers, organisé sous la forme d'un milieu pour apprendre). Ces fils conducteurs orientent notre regard sur les apprentissages visés en classe, tout en considérant les priorités des PES en fonction d'un ensemble de préoccupations plus larges, à la fois didactiques et pédagogiques (Bucheton & Soulé, 2009).

Cette étude s'inscrit dans une approche ascendante, c'est-à-dire centrée sur la description et la compréhension des pratiques ordinaires en classe, et intégrant d'autres composantes personnelle, sociale et institutionnelle (Robert & Rogalski, 2002). Puisque l'enseignant est un être à la fois un être singulier et un être social, qui se construit selon son histoire personnelle tout en étant façonné par les différentes communautés et institutions auxquelles il appartient (Venturini, 2012) , il est nécessaire de compléter la description des pratiques à un niveau local par un second niveau global, qui s'attache à identifier à la fois les contraintes sociales et institutionnelles qui pèsent sur les enseignants (inscription dans une

profession) et leurs choix personnels, leurs projets. Chevallard, à travers le concept de rapport au savoir, montre combien ces influences institutionnelles et personnelles sont étroitement imbriquées : « nos rapports personnels sont ainsi le fruit de l'histoire de nos assujettissements institutionnels passés et présents » (Chevallard, 2003). Ainsi, nous considérons les enseignants comme « des personnes, porteuses d'une histoire, d'une culture, d'un rapport à l'institution, d'un rapport au savoir enseigné » (Bucheton & Soulé, 2009).

Dans le cadre de cet article, nous nous centrons sur la visée compréhensive, prioritaire dans cette recherche qui n'en est qu'à ses prémices. Nous ne souhaitons pas pour autant ignorer la visée formative. Ainsi, il nous semble primordial de comprendre la nature des difficultés rencontrées par les PES dans les deux disciplines en classe, mais aussi lors des entretiens d'auto-confrontation pour questionner les effets de ce dispositif d'analyse des pratiques dans la formation didactique des enseignants (Circurel, 2013 ; Martinand, 2014 ; Leutenegger, 2014).

Nous nous intéressons donc à l'agir didactique de jeunes PES en mathématiques et en EPS, tout en nous interrogeant sur les apprentissages potentiels des élèves. Comment les généricités identifiées chez chaque PE se spécifient-elles en fonction des disciplines et des savoirs en jeu, au niveau des deux niveaux de description locale et globale ? En quoi ce dispositif d'analyse de pratiques peut-il apporter de nouvelles ressources pour la formation ?

II - METHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

1 Cadre de la méthodologie

Pour tenter de comprendre les choix prioritaires qui s'expriment dans l'agir professionnel d'un stagiaire professeur des écoles au sens de Bucheton, notre méthodologie s'appuie sur l'analyse d'un ensemble de données élaborées pour la recherche et toutes directement en relation avec l'observation in situ de pratiques ordinaires en EPS et en mathématiques.

Si les gestes professionnels sont *ancrés et situés dans des didactiques spécifiques* (Bucheton, 2009), notre étude considère les praticiens comme des personnes et non des sujets seulement épistémiques. Du point de vue méthodologique, et comme c'est le cas dans un certain nombre de travaux inscrits dans le cadre de la théorie de l'activité (Bucheton 2009, Robert & Rogalski, 2002), nous considérons donc que la seule référence aux objectifs d'apprentissage ne permet pas de rendre compte de la pratique et que d'autres dimensions sont à convoquer pour mieux comprendre les déterminants de l'agir professionnel. Nous adoptons ici le point de vue qui consiste à « explorer les gestes professionnels des maîtres dans leur relation aux gestes d'étude des élèves » dans une position qui pourrait être qualifiée d'ergo-didactique (Bucheton, 2009). Du point de vue méthodologique, ce point de vue implique le croisement de différentes analyses. Les analyses didactiques convoquent les outils de la double approche didactique et ergonomique (analyse de tâche et regard sur les activités) avec en arrière-plan les concepts de la théorie des situations didactiques. Si la comparaison s'appuie sur un certain nombre de concepts partagés, ils prennent en considération des catégories qui décrivent plus largement l'agir enseignant comme celle de Bucheton & Soulé.

2 Contexte de l'étude et recueil des données

Notre projet consiste à étudier la pratique d'enseignants professeurs des écoles en croisant les regards didactiques en mathématiques et en EPS. Le choix de la population des professeurs des écoles se légitime par l'expression de la polyvalence qui s'inscrit au cœur même de leur métier. Plusieurs stagiaires ont été observés pour cette étude et nous présentons ici le cas de Bruno.

Bruno est un professeur des écoles stagiaires inscrit dans le cursus M2 d'un master MEEF¹. Lauréat du concours de professeurs des écoles et ayant validé sa première année de master il est en poste dans une école du centre-ville de Besançon et il y est responsable à mi-temps d'une classe de CM1-CM2. Agé de 37 ans, il possède déjà une solide expérience professionnelle puisqu'il a exercé dans le domaine des arts et du spectacle, notamment en tant que directeur de Théâtre. C'est d'ailleurs dans le cadre de ce travail qu'il exprime dans l'entretien ante-leçon, avoir découvert le goût de la pédagogie.

Les deux séances qui seront les supports de notre étude sont :

- une séance d'acroport qui s'intègre dans un projet de spectacle de fin d'année qui sera présenté durant la fête de fin d'année de l'école ;
- une séance sur la résolution de problèmes de proportionnalité.

L'ensemble du corpus de données consiste en :

- un entretien « ante-leçon » qui vise à connaître le cursus, le rapport aux mathématiques et à l'EPS du stagiaire ainsi que d'identifier son projet d'enseignement (contenus des séances qui seront filmées, points clef sur lesquels ce projet s'instancie). Lors de cet entretien, nous avons également relevé les préoccupations prioritaires du stagiaire au sens de Bucheton & Soulé. Cette première rencontre nous a conduit enfin à identifier les ressources utilisées ou produites par le stagiaire dans son activité ;
- les vidéos intégrales de deux séances l'une en EPS, l'autre en mathématiques ;
- un entretien « post-leçon » qui sera organisé en entretien d'auto confrontation simple.

3 Des analyses à double échelle

Lors de cette étude nous avons essayé de tirer parti d'une part de la dynamique globale portée par le projet d'enseignement du stagiaire en prenant en compte l'ensemble du déroulement de la séance, et tant que faire se peut de l'insérer au sein d'un projet de séquence, pour nous cohérent du point de vue analytique, et d'autre part le niveau de micro-épisode correspondant à ce qui peut se passer au sein même d'une tâche distribuée collectivement (le début d'une leçon) ou dans un moment d'aide individuelle.

A l'échelle de la leçon, les outils que nous exploitons sont ceux de la double approche ergonomique et didactique. Nous examinerons la conception des tâches et leur rapport avec le savoir en jeu, ce qui correspond à la dimension cognitive des pratiques. Nous étudierons également en quoi le jeu des interactions de l'enseignant avec la classe permet ou non de déployer une dynamique entre les connaissances et les savoirs de nature à faire avancer le temps didactique ; il s'agit ici d'identifier la composante médiative des pratiques : supprimer, le cognitif n'est pas cité, mais également mobilisé.

A l'échelle plus micro nous examinons des faits qui nous semblent apporter des informations tangibles sur l'ajustement des gestes professionnels au sein d'un projet d'enseignement cohérent. Deux moments singuliers seront examinés. Le début de la séance qui met au premier plan la question de la dévolution et de la cohérence globale de la séance. Les moments d'aides nous permettront de focaliser notre analyse sur la dimension de l'étayage dans le cadre de l'approche de Bucheton & Soulé.

¹ Master MEEF : Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation. Le M1 est une année professionnelle de préparation aux concours de recrutement des enseignants, la seconde année – lorsque l'étudiant a été lauréat du concours – est stagiaire en alternance, à mi-temps dans un établissement, à mi-temps étudiant à l'Ecole Supérieure du Professorat et de l'Education.

III - RESULTATS

Dans un premier temps, nous nous appuyons sur les données de l'entretien ante pour présenter Bruno (rapport aux institutions, conceptions personnelles, priorités). Puis nous nous centrons sur l'analyse de la leçon de mathématiques et d'EPS, selon les deux échelles globale et locale.

1 Les données de l'entretien ante

1.1 Rapport institutionnel à la formation et à l'école : un tiraillement entre des prescriptions contradictoires

Bruno déclare être peu accompagné lors de sa formation à l'ESPE pour construire ses leçons : *on a quasiment jamais préparé de séquences pour la classe à l'ESPE par exemple et du coup il y a pas d'allers-retours.* S'il est bien intégré dans l'équipe pédagogique de l'école, son statut de stagiaire (présent deux jours dans l'école, pendant un an), ne lui permet pas réellement de s'investir dans les projets de l'école. Il se sent tiraillé entre deux mondes indépendants, qui ont chacun leurs attentes respectives : celui de la formation d'un côté, qui prescrit de façon transmissive un certain nombre de contenus, de méthodes que Bruno n'a pas le temps de digérer, et celui de l'école, où il faut faire apprendre les élèves, tout en respectant un cadre institutionnel : *Voilà moi j'ai eu l'impression de deux univers différents avec beaucoup de pressions différentes de chaque côté. D'un côté des élèves auxquels il faut enseigner d'un autre côté des obligations institutionnelles universitaires auxquelles il faut répondre et du coup j'ai pas réussi vraiment à faire un lien.*

Bruno se retrouve face à des dilemmes avec des prescriptions contradictoires, ce qui le met dans une position très inconfortable, où il doit de nouveau faire des choix, et sous pression temporelle : *On me dit d'un côté de faire comme ça et d'un autre côté de faire d'une autre manière. Du coup, ça me pose devant..., de faire un choix en plus, moi faut que je décortique tout pour faire et j'ai pas eu le temps de le faire.*

1.2 Des rapports contrastés aux mathématiques et à l'EPS

Bruno considère les mathématiques comme une discipline d'enseignement fondamentale, qui permet d'identifier des niveaux d'élèves ; il évoque un rapport assez positif et agréable à cette discipline, dans laquelle il s'est senti à l'aise : *Après les mathématiques étant un peu la matière... C'est celle qui fait le rang un peu, qui met au-dessus ou en-dessous du paquet du coup j'étais investi et puis étant assez à l'aise là-dedans je pense que ça a été agréable pour l'égo de faire des mathématiques.*

Il souhaite enseigner les mathématiques de façon ludique, impliquer les élèves dans le jeu, transmettre du plaisir, tout en montrant aux élèves l'intérêt de cette discipline dans la vie quotidienne : *le plaisir que ça peut être de, de rentrer dans ce jeu-là, ce jeu intellectuel là. Il y a ça. Et puis comment est-ce que ça permet de dominer certaines situations de la vie ça oui.*

D'autre part, il évoque un tout autre rapport à l'EPS, discipline dans laquelle il s'est senti un peu à l'écart, de par son surpoids : *Après moi j'ai eu beaucoup de distance par rapport au côté compétition de l'EPS parce qu'avant mon adolescence, avant ma puberté j'étais le petit gros et du coup j'étais mis beaucoup de côté.*

De plus, son expérience personnelle, notamment dans le théâtre, l'amène à privilégier un corps sensible, ce qui le place de nouveau en tension avec l'institution qui valorise davantage les activités compétitives : *En terme physique, j'ai jamais été vraiment dans le cadre sportif de l'éducation nationale mais plutôt un travail sur le corps plus sensible.* Il n'hésite pas à s'éloigner du curriculum prescrit pour mettre l'accent sur des activités comme l'acroport qu'il pourra utiliser pour concevoir un spectacle.

Enfin, Bruno déclare être particulièrement à l'aise dans l'enseignement de l'EPS, par rapport aux autres matières : *Et ben en sport j'ai trouvé, sur l'accro sport en sport j'arrive mieux je pense à les faire travailler eux en*

autonomie, qu'ils se mettent au travail qu'ils fassent la chose sans que je sois derrière. Et ça, j'ai pas réussi dans les autres matières.

1.3 Une préoccupation prioritaire pour Bruno : « pouvoir petit à petit tisser les choses pour créer un univers pour les enfants »

Bruno se focalise sur une préoccupation qui apparaît comme centrale : le tissage. Il ne conçoit pas de prendre des modèles et de les appliquer ; au contraire, il est primordial pour lui de construire des tâches qui aient du sens pour les élèves : *Enfin voilà de pouvoir petit à petit tisser les choses pour créer un univers pour les enfants qui moi me convienne et convienne aussi aux enfants et convienne aussi au cadre institutionnel dans lequel on me met.*

Sa démarche consiste à partir de questions didactiques pour poser ensuite par ricochet d'autres questions plus larges : *cette didactique comment je l'emmène jusqu'à l'univers matériel, la succession des activités, la durée des activités, ma position par rapport au groupe : comment est-ce que je fais des retours, comment est-ce que je cadre le groupe aussi parce que c'est un gros souci.*

Cette préoccupation semble occuper une place centrale, au détriment d'autres dimensions, notamment de la gestion de classe, que Bruno assimile à une charge : *il y a la charge de la gestion du groupe, et non comme un espace de possibles. En comparant son expérience d'enseignant avec celle de comédien, il considère avoir un rôle à tenir sans répétition sans texte et sur une pièce qui dure 6 heures par jour 2 fois par semaine. Piloter la classe lui demande de gros efforts : Et puis à un niveau personnel, il faut qu'on réorganise son rapport à l'autre, moi j'ai vraiment cette sensation qu'il faut que je me transforme, que je devienne une autre personne quand je suis face à la classe quoi. Attaché à maintenir une atmosphère détendue en classe (les moments où je me sens à l'aise moi c'est les moments où j'arrive à être détendu avec les élèves sur le cadre), il peine à trouver une posture qui soit à la fois très ferme et très cadrante et à la fois qui permette à chacun d'exister.*

2 Analyse de la leçon de mathématiques

En mathématiques, on a observé Bruno dans une séance sur la proportionnalité. La séance se présente comme une séance de résolution de problèmes, domaine que Bruno cherche à travailler de façon prioritaire avec sa classe (entretien ante).

Au niveau de la leçon, Bruno a pour objectif l'introduction du tableau de proportionnalité comme outil « pour faire des calculs » dans la résolution d'un problème de proportionnalité.

Le problème mathématique posé par Bruno est dactylographié sur une feuille avec une illustration de la sculpture, nous donnons ici l'énoncé :

Salma, Zined, Emilie, Kays et Charlotte, ont décidé de construire une œuvre d'art géante en béton armé pour dénoncer la guerre dans le monde. Ils se demandent combien de béton, ils vont utiliser en fonction de la hauteur de l'œuvre. Pour aller au magasin de bricolage, ils savent que pour 2 étages de leur œuvre, ils vont avoir besoin de 320 kg de béton. Ils ont besoin de savoir quelle masse de béton sera nécessaire pour la construction d'un étage, pour 3, pour 6, pour 7 pour 13 étages.

La séance doit mettre en évidence les différentes procédures de résolution, le tableau de proportionnalité est utilisé comme support du raisonnement. L'ensemble du plan de séance montre la volonté d'alterner les moments collectifs et les moments individuels. Bruno propose aux élèves qui ont fini avant les autres d'aider les élèves en difficultés et ce sont les seuls moments suggérés par Bruno pour donner de l'espace au travail entre pairs. Après avoir fait un très rapide rappel de la séance précédente durant laquelle les élèves ont été amenés à traiter une situation de proportionnalité avec l'usage de calculatrices, Bruno

prend soin de rappeler ce sur quoi il va ensuite s'appuyer, à savoir une définition de ce qu'il appelle « situation proportionnelle » (voir analyse du début de leçon). L'ensemble du tableau synoptique de la leçon montre *une construction de la séance autour de tâches progressives*, d'abord dans les rappels de ce qui est connu, ensuite dans une première façon d'exercer les acquis (« c'est pareil pour 1 », « s'agit-il de situations proportionnelles ou pas ») puis dans une situation de proportionnalité où l'on recherche les couples correspondants pour deux grandeurs proportionnelles. On finit la séance ensuite par la mise en œuvre des procédures pour compléter des tableaux de proportionnalité.

Les différents épisodes de la leçon sont condensés dans le tableau synoptique suivant :

Temps	Etapes de l'activité, épisodes	Formes de travail	Description de l'activité de l'E et des élèves
0-3'30	Rappel d'une séance sur la proportionnalité utilisant des calculatrices. Question : <i>quand est-ce qu'une situation est proportionnelle ou pas ?</i>	Collectif	Les élèves sont interrogés et répondent à la question en donnant des exemples de situations pour lesquelles deux données sont en relation de proportionnalité, sans justifier clairement qu'il s'agit réellement de situations de proportionnalité. L'enseignant n'intervient que très peu : il institutionnalise que c'est proportionnel lorsque « <i>pour 1, c'est toujours la même chose</i> ».
3'30-11'25'	Travail sur l'ardoise : les situations suivantes sont-elles proportionnelles ou pas ?	Collectif	Les élèves montrent la réponse « oui-non » sur une ardoise. Il demande des justifications dans chacun des cas en interrogeant un élève ; la justification s'effectue en utilisant les propriétés de linéarité. L'enseignant revient à l'image de 1 pour justifier la caractérisation institutionnalisée précédemment.
11'25-14'	Présentation d'un problème de proportionnalité. Lecture à voix haute de l'énoncé dactylographié et distribué aux élèves. La résolution est individuelle : « on pourra aider les autres quand on aura fini ».	Collectif	Les élèves posent des questions sur le sens du problème (pourquoi 13 étages ? Ceci ne correspond pas à l'illustration sur la feuille distribuée). Mais rien n'est évoqué quant à savoir si la situation est une situation de proportionnalité ou non. L'enseignant propose de résoudre le problème en 10 minutes et il annonce qu'il peut y avoir plusieurs méthodes pour répondre.
14'-26'30	Résolution individuelle du problème.	Individuel	L'enseignant construit le tableau qu'il faut remplir, chaque colonne correspondant au nombre d'étage. Des élèves demandent si l'on peut faire un dessin. L'enseignant les y encourage et en trace un au tableau. En voici l'allure :

anticiper le fonctionnement des situations d'enseignement apprentissage et pour prendre totalement en charge l'évolution du statut des connaissances dans l'espace de la classe.

Nous illustrons ce point de vue à l'aide de deux épisodes singuliers : le début de leçon et l'aide fournie à Emilie.

Le début de la leçon

La séance débute par une maladresse langagière, lorsque Bruno pose la question « *qu'est-ce qu'une situation proportionnelle ?* ». Question à laquelle l'enseignant finira par donner la réponse « *pour 1, c'est toujours la même chose* ». Nous faisons l'hypothèse que Bruno n'anticipe pas une réponse à cette question (a-t-il pensé à la forme qu'il aurait pu lui donner ?) mais qu'il préfère conserver les formulations des élèves au prix du sens qui peut lui être donnée. Cette observation est à mettre au compte de la volonté de donner du sens à la situation.

Dès le début de la leçon, Bruno évoque une séance où les élèves ont utilisé les calculatrices sans revenir sur une phase d'institutionnalisation pour relancer les élèves :

Avec les calculatrices, on s'est amusé à repérer si les situations étaient proportionnelles ou pas, mais j'aimerais bien vous demander qu'est-ce qui fait qu'une situation est proportionnelle ou pas ? Qu'est-ce qui fait que c'est proportionnel ?

Elève : par exemple y a un joueur de foot qui s'entraîne tous les matins pendant 1 jour, 2 heures 5 , pendant 2 jours, 4h10, c'est toujours pareil

B : c'est toujours pareil, est-ce que quelqu'un pourrait me dire ça autrement ? Alexis ?

Elève : tu t'entraînes pendant... par ex, t'achètes 30 pommes, si c'est proportionnel, tu vas racheter 30 pommes, du coup ce sera la même chose

B : alors moi, c'est la même chose, c'est pareil qui me pose question, qu'est-ce qui est pareil ? Charlotte ?

Elève : le prix au kilo ...

B : quand c'est les pommes, on a toujours le même prix au kilo, on est d'accord ? André ?

E : quand c'est proportionnel, c'est toujours le même prix, alors quand c'est pas proportionnel, c'est trop, par ex une semaine, t'achètes 30 pommes, et la semaine d'après, t'as peut-être 35 pommes, et aussi ce qui peut être proportionnel, c'est que t'achètes 30 pommes, et la semaine prochaine t'achètes toujours 30 pommes sauf que t'as pas le même prix donc c'est pas proportionnel.

B : d'accord, ça n'a pas le même prix pour ? 1 kilo ? ouais, quelqu'un peut me le dire autrement encore ? Moi, ce que je vous avais dit et que j'aimerais bien qu'on retienne, c'est que pour 1, c'est toujours la même chose... hum...comment je pourrais noter ? ah ben, je vais marquer pour un, c'est toujours la même chose ; ça vous parle ça ? pour un kilo, ce sera toujours le même prix, pour une heure, ce sera toujours la même distance, pour une main, ce sera toujours le même nombre de doigts, pour une personne, ce sera toujours le même nombre d'habits. Par exemple, si on sait que pour une personne c'est toujours le même nombre d'habits, je peux après savoir combien il y a d'habits dans la classe. Si ce n'est pas proportionnel, je ne peux pas le savoir comme ça.

Tableau 2 : verbatim de l'épisode « début de la leçon »

Cet extrait montre toute la difficulté pour Bruno de préserver le sens des concepts en tenant comme essentielle la parole des élèves. Les élèves ne parviennent pas à situer l'enjeu de la proportionnalité dans la comparaison de deux grandeurs. Il y a deux raisons à cela. En tout premier lieu, l'enseignant ne formule pas la question en termes de grandeurs proportionnelles : ainsi la question théorique que Bruno semble avoir choisi de traiter à ce moment de la séance est « quand dira-t-on que deux grandeurs sont proportionnelles ? ». Cette question, très délicate pour des élèves de ce niveau, est simplifiée par « quand dit-on qu'une situation est proportionnelle ? » ; manque d'anticipation ou même connaissances

indisponibles chez l'enseignant à ce niveau ? La question posée est théorique et ne permet pas aux élèves la mobilisation d'un vocabulaire scientifique pour caractériser la proportionnalité. Ce sont les élèves eux-mêmes qui offrent ensuite un contexte propice à l'exploitation des connaissances procédurales pour caractériser des situations de proportionnalité, mais l'enseignant – peut-être parce qu'il se rend compte que la réponse n'est pas disponible chez les élèves – ne les exploite qu'en partie. Il ne cherche ni à les corriger, ni même à formuler d'autres exemples prototypiques en recherchant une définition générale... il faut dire, trop difficile à formuler à ce niveau. Il prend la responsabilité de refermer la question, tout en conservant les mots des élèves (« c'est pareil, c'est toujours la même chose ») dans une nouvelle formulation : « *Moi, ce que je vous avais dit et que j'aimerais bien qu'on retienne, c'est que pour 1, c'est toujours la même chose...* ». En conclusion les formulations produites sont très éloignées des formes du discours des disciplines (Rébère, 2011). On le voit hésiter sur ce qu'il doit écrire « *hum...comment je pourrais noter ?* ». Les reformulations qui tentent de convaincre les élèves (nombre d'habits, nombre de doigts) risquent de ne pas être très opérationnelles. Il semble donc que Bruno préfère valoriser l'expression collective qu'il croit davantage porteuse de signification du fait qu'elle résulte de la parole même des élèves. Il y a donc là à noter le choix d'adopter une posture topogénétiquement proche des élèves – presque à leur niveau – ce qui l'amène à minorer l'intervention de savoirs disciplinaires, au profit de savoirs de natures différentes, notamment sur le plan éducatif : autonomie, appui sur la parole des élèves...

Situation d'aide auprès d'Emilie

A la suite de la correction collective du problème, l'enseignant relance l'activité des élèves sur un nouveau problème en prolongeant la situation initiale : il faut en plus du béton, pour trois étages 54 bouts de fer. On demande le nombre de bouts de fer pour 1, 6, 12, 15, 27 étages. Dès le début de cette activité, des élèves interviennent pour dire qu'ils ont déjà fini, le maître leur demande alors de se mettre en autonomie (lecture) ou d'aider les autres. Le maître intervient auprès de quelques élèves, il revient sur l'exercice précédent, demande moins de bruit (le bruit monte). Il arrive alors près d'Emilie.

L'épisode de l'aide tutorielle durera 11' en deux parties : une première partie de 6' puis une autre débutera plus tard dans la leçon lorsque Bruno, en train d'aider d'autres élèves sera interpellé par une demande d'Emilie, à laquelle il répondra une nouvelle fois. Nous ne proposons ici que le script du début de cet épisode.

B : *Par exemple là pour trois, il faut 54 bouts de fer... dis-toi que ça c'est 54 bout de fer, alors comment je vais faire pour trouver combien de bouts de fer j'ai pour un seul étage ? Accroche-toi au dessin, hein !*

E : *Pour un seul étage, heu, je crois qu'ils ont...*[inaudible]

B : *Qu'est-ce que tu dois faire avec ces 54 bouts de fer ? T'en as 54 pour 3.*

E : *Humm...*

B : *Imagine, imagine devant toi tu as 54 bout de fer, mélangés, tu sais que c'est pour trois et tu veux faire pour un, qu'est-ce que tu vas faire avec ces 54 bouts de fer ?*

E : *Non mais après... Lorsque je reviens là... je comprends que ...*

B : *Moi ce que je fais, je prends un bout de fer et je le mets là, je prends un autre bout de fer, je le mets sur le*

deuxième, je reprends un autre bout de fer ... je partage ... ces 54 bouts de fer pour qu'à la fin, j'ai le même nombre dans chacun des, ... pour chacun des étages, tu vois ce que je veux dire ? [B. prend le crayon et, accroupi, note...]

E : Moui

B : Et ça c'est une division. Ok, c'est un partage pour avoir le même nombre sur chacun des étages donc là... Si t'as pour ça... représente 54 bouts, il faut que tu vois comment est-ce que ces 54, on va pouvoir les partager pour savoir pour un... d'accord ? [L'enseignant prend le crayon] Après on me demande... heu... pour 6, 6, c'est un, deux, trois, puis encore un deux trois

Tableau 3 : verbatim de l'épisode « aide auprès d'Emilie »

On ne peut analyser l'intervention de Bruno auprès d'Emilie que si l'on ne porte aussi le regard sur Emilie elle-même. Emilie a rencontré des difficultés dès le début de la séance. Elle attend cependant la fin de la correction de l'exercice pour faire appel au professeur sur le premier problème. Si Bruno passe environ 6 minutes auprès d'elle, il rejoindra d'autres groupes ensuite. On verra alors Emilie se lever de sa chaise pour accompagner Bruno et au bout de quelques minutes, Bruno répondra de nouveau aux sollicitations d'Emilie qui lui demande de vérifier ce qu'elle a fait. Ils retourneront alors à la place d'Emilie pour reprendre à nouveau une phase d'étayage au début de laquelle Bruno se rendra compte qu'Emilie a recopié en partie le travail de son voisin. Il semble donc qu'Emilie joue un peu sur la situation pour solliciter au maximum l'enseignant ; Bruno s'en aperçoit certainement mais joue le jeu de proposer des aides qui ont les mêmes formes que celles dispensées dans l'extrait proposé ici.

Au niveau de l'intervention, elle-même, on s'aperçoit, que Bruno prend en charge une bonne partie de la résolution, qu'il joue de façon assez soignée sur le découpage de la situation de partage. Le guidage sur les outils ostensifs (dessin, tableau), sur ce qu'il écrit lorsqu'il effectue le partage, ne porteront pas leur fruit. Cet épisode illustre une grande proximité du professeur et des élèves au travail. Cependant, ce dernier se laisse submerger : au final il consacre énormément de temps à Emilie puisqu'au total il passe 11 minutes avec elle, souvent accroupi, le plus souvent en tenant le crayon. Ceci illustre l'attitude de Bruno dont le rôle consiste essentiellement à *donner des tâches ou à intervenir dans le milieu*. Il tente toutefois de laisser une place à la recherche propre de l'élève en l'encourageant (« vas-y », « fais ça », « je te laisse le faire », « accroche toi au dessin » ...). Ce découpage des tâches n'est utilisé qu'en situation d'aide.

Au bout de deux minutes, alors que Bruno aide Emilie, un élève (Alexis) vient auprès de Bruno pour que ce dernier l'aide. Mais Bruno ne s'en aperçoit pas et ne prend pas en compte la demande. Alexis va rester près de 3 minutes à côté de l'enseignant qui finit par écouter la demande d'Alexis. Il demande alors à une autre élève, Sophia, d'aider Alexis : à la désapprobation de Sophia qui demande si elle est obligée d'aider son camarade, il répond alors : « j'aimerais bien mais moi je peux pas l'aider vu que j'aide Émilie, j'aimerais bien que tu l'aides, que tu lui expliques comment tu as fait, toi. Vas-y s'il te plaît. Il a besoin de ton aide et moi aussi ». La proposition à Sophia d'aider Alexis au final n'aboutira pas car si Sophia accepte – difficilement – de répondre à la sollicitation de l'enseignant, elle abandonnera très vite sa tâche.

Pour conclure de façon plus synthétique sur cet épisode d'aide, on se rend compte que la réalisation de Bruno prend son sens dans un projet offrant une place importante à la notion d'entraide dans un collectif d'apprentissage. Au fond il adopte un rôle de professeur « aidant » comme il souhaite voir les élèves « s'entre-aidant ». La réponse du collectif ne semble pas en réponse à ce projet, même si de fait les problèmes corrigés montrent une adhésion sans doute partielle des élèves à la situation. L'attribution des rôles pose la question des moyens pédagogiques disponibles pour faire fonctionner la classe : que

signifie « aider » dans une situation de problème s'il n'y a pas un minimum de contrôle des moyens mis en œuvre et d'organisation de dispositifs de différenciation.

3 Analyse de la leçon d'EPS

Bruno est observé en EPS lors de la 3^{ème} leçon d'un cycle d'acroport (n = 8 leçons). Après avoir travaillé des contenus gymniques et sécuritaires relatifs aux pyramides, les élèves, guidés par l'enseignant, commencent à élaborer une chorégraphie. Celle-ci sera intégrée à la représentation de la pièce de théâtre (*les Cinq Dits des Clowns au Prince*, JP. Alègre,) donnée par la classe en fin d'année.

Au niveau de la leçon, Bruno a pour objectif que les élèves réalisent une chorégraphie intégrant les pyramides travaillées lors de la séance précédente. Les contenus visés sont relatifs à la maîtrise de l'exécution, à l'esthétique et à la synchronisation des partenaires (*faire beau, propre et en même temps*). Après avoir rappelé aux élèves l'objectif de la leçon et les règles de sécurité relatives à la construction des pyramides, il propose une situation d'échauffement où les élèves ont pour consigne de marcher (puis marcher vite, trotter, courir), de s'arrêter et de repartir ensemble sans parler, en étant à l'écoute des uns et des autres. La première situation d'apprentissage consiste à reprendre les pyramides vues la leçon précédente et à les réaliser proprement avec une entrée et une sortie. Ensuite, Bruno propose aux élèves de complexifier ce travail en coordonnant leur enchaînement avec d'autres groupes sur scène, la moitié de la classe jouant le rôle de spectateur (*plusieurs groupes en même temps et on regarde si c'est stable et beau*). Puis, ce sont tous les groupes de la classe qui réalisent cet enchaînement en même temps. Enfin, dans un dernier temps, Bruno continue de travailler sur la suite de la chorégraphie en classe entière et demande aux élèves de former un cercle suite à la pyramide, puis de se placer en position quadrupédique pour que Mr Loyat puisse marcher sur « un chemin de dos ». Ces différents épisodes de la leçon sont condensés dans le tableau synoptique suivant :

Temps	Etapas de l'activité, épisodes	Formes de travail	Description de l'activité de l'E et des élèves
1-1'30	Présentation des situations, rappel des règles pour construire les pyramides	Collectif	Dans un monologue, B présente les situations, en se référant au passé et au futur (le projet à plus long terme de spectacle). Puis il dicte les règles de sécurité en s'appuyant sur sa fiche de préparation. Quelques élèves s'allongent au sol et semblent ne pas écouter les consignes.
1'30-6'	S'échauffer et se déplacer <i>tous ensemble</i> (arrêt/reprise ensemble sans parler)	Collectif	B aide les élèves, individuellement ou collectivement, en favorisant les aides dirigées (indications fermées). Au fur et à mesure des variables, les élèves se déconcentrent et sont de moins en moins ensemble.
6-16'	Construire par groupe une entrée, la pyramide <i>stable et belle</i> , la sortie <i>sans parler et exactement en même temps</i>	Par groupe	B circule dans le gymnase, encourage et aide de nombreux groupes, en alternant différentes techniques : rappel des consignes, aides dirigées, dévolution, jugement (ou évaluation). Les élèves s'impliquent dans le travail demandé ; la qualité de l'exécution varie selon les groupes.
16-36'	Réaliser l'enchaînement avec d'autres groupes avec	Moitié de la classe	B précise les consignes et critères d'observation, puis aide les élèves de différentes manières, le plus

	l'entrée, la pyramide, la sortie en même temps Les spectateurs observent (3 critères : ensemble, stable et beau) Puis tous les élèves en même temps	en activité, l'autre spectatrice Alternance des rôles Classe entière	souvent de façon directive, et plus ponctuellement en co-construisant les contenus à partir des réponses des élèves spectateurs. Tous les élèves s'engagent dans le travail. Bruno met ensuite des repères au sol afin que chaque groupe se positionne en occupant l'espace scénique.
36-46'	Réaliser la suite de la chorégraphie : formation en cercle, puis chemin avec des élèves en position quadrupédique	Collectif	B apporte des aides très dirigées pour que les élèves construisent la formation en cercle (atmosphère plus tendue), puis il change de posture et questionne les élèves lors du module suivant (chemin en position quadrupédique). Un certain nombre d'élèves n'est pas concentré et n'adhère pas à ce travail.

Tableau 1 : tableau synoptique de la leçon

La vue synoptique des épisodes révèle que Bruno a réfléchi à une organisation cohérente et progressive des contenus et des dispositifs didactiques au fil de la leçon. En effet, il met en place, comme dans les leçons passées, une situation d'échauffement qui exige d'être à l'écoute de ses camarades. Puis il reprend le travail effectué lors de la leçon précédente sur les pyramides et le complexifie en l'intégrant dans un enchaînement en vue du spectacle, ce qui nécessite comme dans l'échauffement, de coordonner son travail avec ses partenaires. Ensuite, l'enchaînement est réalisé simultanément avec d'autres groupes et la moitié de la classe spectatrice, puis en classe entière, ce qui favorise l'acquisition des contenus précédents (qualité de l'exécution, esthétique, coordination) tout en multipliant le nombre de partenaires et en introduisant d'autres contenus (observation, jugement). Enfin, dans le dernier temps de la leçon qui consiste à mettre en place la suite de la chorégraphie en classe entière, le dispositif et les contenus changent de nature. Nous identifions ici une rupture dans la nature du travail demandé aux élèves : ceux-ci ne travaillent plus leur enchaînement en groupe, en interaction avec d'autres groupes ou spectateurs, mais en classe entière sur un module imposé par Bruno.

L'analyse de ces différents épisodes en classe montre que la nature des aides apportées par Bruno varie selon les moments de la leçon, en fonction des dispositifs et des contenus en jeu.

Pendant le cœur de la leçon (30 minutes), lorsque les élèves travaillent davantage en autonomie pour composer et réaliser leur enchaînement en groupe en interaction avec différents partenaires, Bruno alterne la nature des aides apportées aux élèves (rappels, conseils, indications fermées, descriptions, démonstrations, dévolutions) et intervient régulièrement auprès de tous les groupes. Ceux-ci s'impliquent dans la réalisation de l'enchaînement. Si Bruno a tendance à prendre à sa charge les contenus à transmettre, il questionne à certains moments les élèves et réussit à leur dévoluer des problèmes, en leur demandant par exemple de rechercher des solutions pour que les pyramides soient stables et belles, pour que le montage/démontage soit fluide. Pour cela, il s'appuie sur les différents rôles que peuvent jouer les élèves en acrosport (observateur, aide, spectateur). De plus, il saisit des opportunités pour introduire de nouveaux contenus (expression du voltigeur, concentration, synchronisation des groupes), que ce soit à son initiative (lecture de l'activité des élèves) ou à l'initiative des élèves (qui donnent leur point de vue en tant que spectateur). Ainsi, certains contenus sont co-construits lors des interactions

entre l'enseignant et les élèves. Les interactions avec les élèves conduisent donc Bruno à modifier les dispositifs didactiques, les contenus en jeu et les rôles sociaux à exploiter. Finalement, Bruno réussit donc à dévoluer des problèmes aux élèves et à les impliquer dans différents rôles sociaux, grâce à des étayages réguliers et variés, en direction de tous les groupes.

D'autre part, en début et fin de leçon, lorsque les élèves sont tenus de suivre les consignes de l'enseignant données à la classe entière, Bruno est plus directif et prescrit aux élèves les différentes actions à réaliser au fur et à mesure du déroulement de la situation. Pendant l'échauffement, les élèves respectent les consignes concernant les manières de se déplacer et coopèrent avec l'enseignant. En revanche, en fin de leçon, les élèves ne s'engagent pas dans le travail demandé et l'atmosphère devient plus tendue. On peut supposer que le désordre qui commence à s'installer dans la classe à la fin de la leçon n'est pas lié qu'à un déficit de concentration, mais à une nouvelle organisation du travail des élèves, qui consiste à exécuter de nouveaux éléments en classe entière imposés par le professeur, sans qu'ils aient été discutés ou co-construits antérieurement. Bruno décide de supprimer sa situation concernant la formation d'un cercle et envisagera d'ailleurs une autre chorégraphie la leçon suivante.

En résumé, à l'échelle de la leçon, les priorités de Bruno se situent au niveau du tissage, de l'étayage en relation aux savoirs. Nous identifions une certaine continuité et progressivité dans l'emboîtement des différents dispositifs didactiques, centrés sur la construction de l'enchaînement, excepté pour le dernier temps de la leçon. De plus, Bruno réussit à dévoluer ponctuellement différents problèmes aux élèves et à impliquer la majorité de la classe dans différents rôles sociaux, grâce à des étayages réguliers et variés en direction de tous les groupes, même si dans la plupart de ses interventions, il reprend la main pour préciser ce qu'il attend. En revanche, il semble peu préoccupé, dans le pilotage de la classe, par certains élèves peu réceptifs à ses consignes.

Nous illustrons maintenant ces variations de postures à l'aide de deux moments significatifs :

- le début de leçon, où Bruno est directif pour définir le travail à réaliser ;
- un moment d'étayage pendant la première situation d'apprentissage, où Bruno réussit à dévoluer à un groupe un problème relatif à la construction d'une pyramide.

Lors du début de leçon, Bruno présente rapidement les différentes situations de la leçon, puis il rappelle les règles de sécurité :

L'objectif de cette leçon va être d'améliorer les pyramides de la dernière fois et d'arriver à les mettre les cinq à la fois. Pendant le spectacle, les cinq seront sur la scène en même temps. Et si on a le temps, d'aller à la prochaine acrobatie qui sera un chemin d'élèves à quatre pattes, voilà, ça sera des clowns je pense, sur lequel Paul marchera, soutenu par Chocolat et Caramel, c'est ça l'idée. Donc ça, c'est si on a le temps, parce que vous savez que les séances vont vite.

Alors je rappelle avant de commencer les règles de sécurité, vous devez faire attention à ça tout le temps : le dos droit, les fesses et le ventre serrés, hein ? Vous êtes toujours, toujours toniques, je ne veux pas voir de ça, je ne veux pas voir de ça, OK, les choses sont droites et tenues. Le corps ne se déforme pas, il est tonique dur, c'est ce que je viens de dire. Le porteur, le porteur a des appuis larges. N'essayez pas quand vous êtes porteur d'avoir des appuis serrés, parce qu'on a moins d'équilibre. Appuis larges pour le porteur, le corps droit et tonique et ensuite s'installer avec délicatesse sur votre euh... sur vos porteurs.

Tableau 2 : extrait du verbatim de Bruno au début de la leçon d'EPS

Pendant cette première minute trente, Bruno transmet ses consignes sous forme de monologue, sans faire participer ou questionner les élèves. C'est donc lui l'acteur de ce début de leçon, et les élèves sont tenus d'écouter et de s'approprier les consignes. Il cherche à donner du sens aux différentes situations, en les situant par rapport à la leçon passée et en projetant les élèves dans l'univers du spectacle qui se

prépare (la scène, les clowns, Chocolat et Caramel). Cet extrait montre que Bruno a réfléchi à la cohérence de la leçon et des situations d'apprentissage, en lien avec les leçons passées et à venir.

Puis il insiste sur l'importance des règles de sécurité (*vous devez faire attention à ça tout le temps*) et les énonce en lisant sa fiche de planification (tonicité, appuis larges, montage avec « délicatesse »). Les actes de langage directifs et assertifs (*je ne veux pas..., les choses sont droites et tenues*) montrent que Bruno précise les exigences incontournables, les attendus et les interdits (*n'essayez pas*). Même s'il fait quelques gestes pour montrer ce qu'est un corps tonique, ces règles fondamentales de l'acroport restent abstraites, formelles et ne sont pas par exemple illustrées à travers une pyramide. Seule une règle (appuis larges) est justifiée. Tout se passe comme s'il fallait impérativement dicter les règles de sécurité pour se prémunir de tout risque avant de lancer l'activité. Rappelons que ces règles ont déjà été travaillées avec les élèves lors des deux leçons précédentes². Néanmoins, nous pouvons nous demander quel sens les élèves leur donnent lorsqu'elles sont présentées sous cette forme prescriptive.

Au fur et à mesure de l'avancée dans la leçon, Bruno semble plus en l'aise pour interagir avec les élèves. Il utilise différentes techniques pour réguler régulièrement l'activité des élèves, en variant sa position topogénétique et circule dans tout le gymnase pour conseiller de nombreux élèves.

Nous illustrons cette tendance avec une séquence significative lors du travail en groupe de l'enchaînement (une entrée, une pyramide et une sortie, faire beau et stable et en même temps), où Bruno supervise la classe, passe de groupe en groupe et réussit à dévoluer un problème à un groupe d'élèves :

Comment est-ce que ça peut être une montée encore plus euh.. fluide ? de quelle manière vous, est-ce que vous pouvez l'aider, lui fournir quelque chose de solide sur lequel lui puisse s'appuyer en ayant confiance, pour que ping !, ça monte d'un coup ?

En tout cas, les filles en bas, vous êtes très stables, c'est très bien

et une fois que vous êtes là, où est-ce que vous pouvez le tenir, comment vous pouvez le tenir pour qu'il soit le plus ample et le plus beau possible ? ouais ! en tout cas, ça tient bien. Souris, t'es un artiste de cirque, là ! (rires) souris pour 2 !

bon, et comment ça descend ? pareil

oui, oh, Très joli Très joli, Très joli

Euh.. y a un truc à trouver pour la montée, comment lui donner plus de solidité, plus de stabilité ?

Peut-être.. Essayez de vous entraîner un coup avec Fauve et Sophia qui vous regardent, vous pouvez le faire comme ça un coup tous les 3, Fauve et Sophia vous regardent pour vous aider à trouver des manières pour que ce soit plus stable

Tableau 3 : extrait du verbatim de Bruno lors de la première situation d'apprentissage

Dès le début de cette séquence, Bruno questionne les élèves, à cinq reprises et les invite à rechercher des solutions pour que le montage/démontage de la pyramide soit fluide et que le voltigeur soit stable et ample. Il alterne les questions aux élèves avec des encouragements (*c'est très bien, très joli*) et conclut son intervention auprès de ce groupe en réussissant à dévoluer un problème tout en introduisant le rôle d'observateur au sein du groupe : la pyramide est simplifiée avec un étage en moins, les deux porteurs en bas deviennent observateurs et cherchent à aider leurs camarades. Les contenus ne sont plus centrés uniquement sur la stabilité et l'esthétique de la pyramide et la synchronisation des élèves, mais d'autres contenus émergent au fur et à mesure des interactions : des contenus méthodologiques liés à

² Mais nous ne savons pas comment celles-ci ont été amenées ; c'est une limite de cette recherche qui se focalise sur une leçon.

l'observation, sociaux (l'entraide) et artistiques (*Souris, t'es un artiste de cirque, là !*). Alors que Bruno n'est pas à l'aise en début de leçon pour donner du sens aux contenus gymniques et sécuritaires et ne sait sans doute pas comment aider les élèves à maîtriser cette pyramide, il réussit à enrôler les élèves dans ce travail, en proposant une nouvelle répartition des rôles au sein du groupe pour que ceux-ci coopèrent et recherchent ensemble des solutions. Puis, alors que les élèves acquiescent, il leur fait confiance et part immédiatement aider les autres groupes.

4 Analyse comparée des deux leçons de mathématiques et EPS : généricités et spécificités

Dans cette section, nous proposons une analyse comparée des deux leçons de mathématiques et d'EPS :

- à l'échelle de la leçon, au niveau de la conception des dispositifs et des modalités d'interaction avec les élèves ;
- à l'échelle des deux séquences significatives présentées : le début de leçon et un moment d'étayage.

Tout d'abord, l'étude des dispositifs dans les deux leçons montre que Bruno a réfléchi à l'articulation des dispositifs entre eux et entre les leçons. En EPS, le travail se prolonge à partir des productions de la leçon précédente et les élèves sont impliqués dans le projet d'un spectacle. En mathématiques, le lien est fait avec la progression en cours : rappel du « déjà vu » lors d'un travail avec la calculatrice, problème concret qui évoque un contexte hors mathématiques ayant du sens pour les élèves. Mais Bruno n'élabore pas de projet à plus long terme comme en EPS avec la production d'un spectacle. La séance de mathématiques n'est d'ailleurs pas vraiment « finie » et ne donne pas de place à quelques phases d'institutionnalisation même partielles comme c'est le cas en EPS.

De plus, au cours des deux leçons, Bruno propose une progressivité dans les contenus et les dispositifs. En EPS, cela se traduit pendant une grande partie de la leçon par des variables multipliant les interactions entre chorégraphes, gymnastes et spectateurs et permettant de construire des contenus dans différents domaines (moteur, méthodologique, social) et en rapport avec la pratique de référence. Comme nous l'avons souligné précédemment, le dernier dispositif, qui consiste à exécuter en classe entière « un chemin de dos » introduit une rupture avec la logique des situations précédentes, qui valorisaient un travail de groupe avec une certaine autonomie pour construire l'enchaînement. En mathématiques, le plan de la leçon se rapproche des organisations sans doute proposées en formation, un problème de modélisation, une complexification à partir d'un jeu sur les variables didactiques qui nécessitent de la part des élèves un raisonnement de plus en plus élaboré (révision de la notion de proportionnalité avec un jeu de questions rapides sur ardoise, puis travail individuel sur des problèmes plus complexes (en rapport avec la pratique sociale) qu'il a lui-même imaginés et permettant différentes techniques pour travailler sur la proportionnalité : linéarité addition, multiplication, introduction du tableau de proportionnalité comme outil).

D'autre part, concernant les modalités d'interaction avec les élèves, nous notons des différences très importantes entre la leçon de mathématiques et la leçon d'EPS. En mathématiques, lors de la première tâche (questions/réponses avec ardoise), Bruno interagit régulièrement avec l'ensemble de la classe. Puis, lors de la tâche suivante (exercices à résoudre sur feuille), tout se passe comme si Bruno, absorbé par quelques élèves en difficulté, ne pouvait plus gérer le reste de la classe. Il se consacre à des aides individualisées sur des temps assez longs. Quelques s'élèves s'orientent alors vers des activités diverses (lecture, dessin, ...) et plus le temps passe, plus les élèves abandonnent les tâches et vaquent à d'autres occupations. A la fin de la leçon, une dizaine d'élèves seulement continue de travailler sur les exercices. A l'inverse, en EPS, les aides sont plus collectives et régulières, et adressées à l'ensemble des groupes de

la classe. Bruno semble de plus en plus à l'aise pour s'ajuster aux besoins différenciés des groupes, voire même pour co-construire avec eux des contenus non prévus à l'avance, en les impliquant dans la recherche de solutions grâce à différents rôles sociaux caractéristiques de la pratique sociale.

D'ailleurs, Bruno évoque les différences entre ces deux leçons lors des courts entretiens sous forme de bilans. Il est globalement assez satisfait de la leçon d'EPS qu'il a pu superviser (*C'était assez bien parce que, voilà ils font attention à ce qu'ils font, ça c'était assez propre (...) j'ai eu un regard général pas un regard particulier*). Suite à la leçon de mathématiques, il ressent le besoin de regarder les productions des élèves et se rend compte que les élèves ne se sont pas entraïdés (*faut que je regarde le détail (...) il y a peut-être, il y a sûrement des élèves qui ont réussi à faire une petite partie du travail mais du coup qui m'écoutent pas beaucoup quand, quand j'explique qui, quand ils ont la feuille ils font, - je ne comprends pas donc je n'y vais pas de toute manière-. Et ils, dans les moments où je dis qu'ils peuvent s'aider les uns les autres, ils ne vont pas chercher de l'aide*).

Comparons dans un second temps les épisodes décrits précédemment. Tout d'abord, le début de leçon en mathématiques est assez différent de la leçon d'EPS. Si dans les deux contextes, Bruno fait le lien avec les leçons précédentes, il questionne à plusieurs reprises les élèves en mathématiques et s'appuie sur leurs réponses pour définir la proportionnalité avec une formule peu claire, mais qui va lui permettre de poursuivre sa leçon : « pour un, c'est toujours pareil ». Quant au début de leçon en EPS, l'enseignant adopte une position dominante, lit des consignes formelles, sans contextualiser le savoir en jeu et sans donner la parole aux élèves. Dans ce cas, le savoir énoncé n'est pas déformé comme en mathématiques, mais on peut faire l'hypothèse qu'il prend peu de sens pour les élèves.

Enfin, concernant le temps d'étayage avec les élèves, Bruno se lance dans une aide individualisée très longue en mathématiques, délaissant les autres élèves, y compris ceux qui viennent le solliciter personnellement. Il s'agit d'un guidage pas à pas pour Emilie, indiquant précisément les différentes étapes à suivre pour résoudre le problème. Bruno, malgré ses consignes, ne réussit pas à faire travailler les élèves ensemble (les élèves ayant réussi l'exercice étant sollicités pour aider les élèves en difficulté). Les contenus qu'il transmet restent exclusivement de nature mathématique, alors que son projet consiste à développer des contenus éducatifs (autonomie, entraide, solidarité). En revanche, en EPS, Bruno interagit plus régulièrement en fonction des productions spécifiques de chaque groupe. Il ne peut expliciter les contenus propres à chaque élément gymnique choisi par le groupe, ce qui le conduit à faire confiance au groupe et à déléguer la recherche de solutions, en introduisant de façon ingénieuse une modification du dispositif avec des élèves observateurs. Dans ce cas, il réussit à développer d'autres contenus que les contenus gymniques ou artistiques (observation, entraide, autonomie).

IV - DISCUSSION

Cette recherche montre, à travers l'analyse croisée des données d'observation et d'entretien, combien la prise en compte d'autres composantes des pratiques, non en rapport direct avec les objectifs d'apprentissage mais en interférant problématiquement avec ceux-ci (les composantes sociale, institutionnelle et personnelle selon Robert & Rogalski, 2002) est indispensable pour appréhender les pratiques ordinaires en classe dans une approche didactique ascendante. Comprendre le contexte dans lequel interviennent de jeunes PES tout en accédant à leurs conceptions personnelles permet en retour de mieux comprendre leurs choix didactiques en classe. Ainsi, Bruno décrit une position très inconfortable de stagiaire et nous confie, lors des entretiens, ses expériences personnelles en tant qu'élève, enseignant ou comédien, et ses valeurs personnelles. Le modèle du multi-agenda de Bucheton & Soulé (2009) nous a permis de repérer ses priorités didactiques (tisser, donner du sens, construire chez les élèves des savoirs

disciplinaires et éducatifs), qui l'amènent à délaisser d'autres dimensions, notamment le pilotage de classe. Cette hiérarchisation des préoccupations peut paraître d'ailleurs assez atypique pour un enseignant, en particulier pour un enseignant novice, puisque les enseignants ont tendance à se centrer davantage sur la gestion de la classe et le travail des élèves, plutôt que sur les apprentissages. Nous nous sommes ensuite focalisés plus particulièrement sur la topogénèse et la mésogénèse (Sensevy & Mercier, 2007), de la conception des tâches jusqu'aux modalités d'interaction avec les élèves, pour montrer que ces deux processus se spécifiaient selon les disciplines enseignées.

L'originalité de cette étude se situe dans l'approche comparatiste, qui questionne les genericités et spécificités entre deux leçons en mathématiques et en EPS dirigées par le même professeur. Bien que les priorités de Bruno par rapport au modèle générique du multi-agenda soient identiques dans les deux disciplines, les deux leçons sont assez contrastées. Lors de la leçon d'EPS, Bruno interagit régulièrement avec les groupes d'élèves et la classe entière en fonction de leurs productions et réussit pendant la majeure partie de la leçon à enrôler l'ensemble des élèves dans les situations d'apprentissage. Pendant la leçon de mathématiques, à partir du moment où les élèves doivent résoudre individuellement des problèmes plus complexes, Bruno a tendance à s'engager dans des aides individuelles et longues, notamment auprès des élèves qui le sollicitent. Il semble ne pas réaliser que de nombreux élèves sont en échec et le désordre finit par gagner progressivement la classe. Cette aisance pour co-construire avec les élèves des savoirs sur plusieurs plans moteur, méthodologique et social, en les impliquant dans différents rôles semble spécifique au cycle d'acroport, comme le remarque Bruno dans l'entretien ante (*Et ben en sport j'ai trouvé, sur l'acroport en sport j'arrive mieux je pense à les faire travailler eux en autonomie, qu'ils se mettent au travail qu'ils fassent la chose sans que je sois derrière. Et ça, j'ai pas réussi dans les autres matières*). Si l'expérience personnelle de Bruno dans le monde du théâtre (comédien, metteur en scène) est sans doute un atout, celui-ci réussit plus facilement à enrôler les élèves dans les situations d'acroport, notamment parce que cette activité présente un certain nombre de spécificités qui facilitent le travail en autonomie, en cohérence avec ses priorités. Il s'agit d'une activité qui se pratique en groupe et non individuellement, ce qui favorise les interactions entre élèves, l'entraide grâce à un but commun (la construction d'un enchaînement de pyramides). Les activités artistiques ont aussi pour finalité d'être vues et jugées, que ce soit au cours et en fin de cycle, ou même lors d'un spectacle, ce qui donne du sens à la production des élèves. De plus, en EPS, les élèves sont tenus de participer à différents rôles sociaux (gymnaste, aide, observateur, spectateur en acroport) et l'enseignant peut observer plus facilement les productions des élèves. Ces spécificités de l'EPS et de l'activité enseignée (l'acroport) peuvent expliquer le contraste entre les deux leçons d'EPS et de mathématiques. En mathématiques, le travail individuel et écrit des élèves est moins lisible pour l'enseignant (que la pratique d'activités physiques et sportives en EPS). En outre, la notion d'entraide exige d'être davantage réfléchie pour être intégrée aux tâches, puisque les élèves n'ont pas d'emblée un objectif commun et différents rôles à jouer.

Ces constats nous amènent à envisager des perspectives pour aider Bruno à prendre en compte les spécificités des mathématiques pour adapter son enseignement.

Une piste à exploiter serait de privilégier en formation les analyses de pratiques issue d'observations réelles de séances d'enseignement. Les dispositifs de formation s'appuyant sur des vidéos ne sont pas nouveaux et sont encore (malgré le peu d'heures de formation) assez utilisés en formation. Qu'il s'agisse « d'élargir la réflexion sur les choix dont l'enseignant dispose » (Robert & al, 2012) ou d'accompagner des tâches d'enseignement en mettant en perspective, autant que cela soit possible, le scénario à envisager a priori, cette analyse doit faire l'objet d'une étude circonstanciée au profil du stagiaire.

On comprend ici que l'importance n'est pas de pointer les difficultés de Bruno, ni en terme didactique, ni en terme pédagogique, mais de prendre appui sur la force exprimée par ses valeurs (l'entraide, le tissage, l'autonomie) pour ouvrir sa pratique à des alternatives adaptées. Son expérience de la formation est assez amère : les difficultés qu'il rencontre dans ses classes sont des phénomènes dont Bruno est tout à fait conscient. Il reste à lui fournir des outils analytiques lui permettant d'en saisir les dimensions.

Les perspectives de cette recherche s'orientent désormais vers l'analyse des corpus d'auto-confrontation simple et croisée, qui nous permettront d'identifier les modalités d'analyse des PES, les possibles et les difficultés dans l'approche comparatiste entre enseignants et entre disciplines d'enseignement et de prolonger notre réflexion sur des dispositifs d'analyse des pratiques axés sur une entrée didactique.

Enfin, cette recherche, centrée sur l'étude comparée d'une leçon en mathématiques et d'une leçon en EPS chez deux PES, mériterait d'être étendue sur une temporalité plus longue, en accordant davantage d'importance à l'activité des élèves. Cela permettrait de comprendre comment enseignant et élèves co-construisent le parcours à l'échelle d'un cycle, ou de façon plus globale à l'échelle d'une année, en prenant en compte le projet de l'enseignant.

V - BIBLIOGRAPHIE

AMADE-ESCOT C., BRIÈRE-GUENOUN F. (2014). Éditorial : Questionner le curriculum en éducation physique et sportive : Quelle dynamique en contexte ? Quelle autonomie ? *Questions Vives* [En ligne], 22.

AUDIGIER F., TUTIAUX-GUILLON N. (2008). *Compétences et contenus, Les curriculums en questions*, Bruxelles : De Boeck.

BROUSSEAU G. (1986). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

BUCHETON D., SOULE Y. (2009). Les gestes professionnels et le jeu des postures de l'enseignant dans la classe : un multi-agenda de préoccupations enchâssées, *Éducation et didactique*, 3 3, 29-48.

BUCHETON D. (2009). *L'agir enseignant : des gestes professionnels ajustés*, Toulouse : Octarès.

CALMETTES B., CARNUS M.-F. (2008). Étude du rapport au savoir des étudiants de première année d'IUFM et de professeurs stagiaires en physique-chimie et en EPS, in *Analyse des pratiques des enseignants débutants*, Grenoble : La pensée sauvage.

BARIONI R. (2014). Formation initiale à l'enseignement : étude de séances de mathématiques et d'histoire à l'école primaire, 1n F. Leutenegger, C. Amade-Escot & M.-L. Schubauer-Leoni (Ed.), *Interactions entre recherches en didactique(s) et formation des enseignants*, 161-177, in *Questions de didactique comparée*, Université de Franche-Comté: PUFC.

CHEVALLARD Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 12, 1, 73-112.

CHEVALLARD Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques, 81-122, in S. Maury & M. Caillot (dir.), *Rapport au savoir et didactiques*, Paris: Faber.

CICUREL F. (2013). Agir professoral, entre genre professionnel, cultures éducatives et expression du « soi », *Synergies*, Pays Scandinaves, 8, 19-33.

LIGOZAT F., COQUIDE M., MARLOT C., VERSCHURE I., SENSEVY G. (2014). Didactiques et/ou didactique. Poursuivre le travail de problématisation, *Éducation & didactique*, 1, 8, 101-115.

LEUTENEGGER F. (2014). Didactique et/ou didactiques ? Des épistémologies et des postures, des approches et des méthodes, *Éducation & didactique*, 1, 8, 77-83.

MARTINAND JL. (2014). Didactique des sciences et techniques, didactique du curriculum, *Éducation & didactique*, 1, 8, 65-76.

- MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI M.-L., SENSEVY G. (2002). Vers une didactique comparée. *Revue Française de Pédagogie*, **141**, 5-16.
- PEREZ-ROUX T., LANEELLE X. (2013). Entrer dans le métier sans formation professionnelle : quels processus identitaires pour les enseignants du secondaire ? *Recherche & formation* **3** 74, 29-42.
- REBIÈRE M. (2011). S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pourquoi faire ? *Actes de la XVIème école d'été de didactique des mathématiques*, Carcassonne, La pensée Sauvage.
- ROBERT A., ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *La revue canadienne des sciences, des mathématiques et des technologies*, **2.4**, 505-528.
- ROBERT A. (2012). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques. Se former au métier d'enseignant du secondaire à partir d'analyses de vidéos*, Presses universitaires de Franche-Comté.
- RILHAC P. (2008). Étude didactique comparative de pratiques d'élèves au collège en Mathématiques et en Education Physique et Sportive : vers la notion de jeux alternatifs – thèse de Patrice Rilhac (2008), non publiée, Université de Rennes 2.
- SCHNEUWLY B. (2014). Didactique : construction d'un champ disciplinaire. *Éducation & didactique* **1**, 8, 13-22.
- SENSEVY G., MERCIER A., (2007). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, Presses Universitaires de Rennes.
- SENSEVY G. (2011). *Le sens du savoir*, Bruxelles : De Boeck.
- VENTURINI P. (2012). Action, activité, « agir » conjoints en didactique : discussion théorique », *Education et didactique*, **6**, **1**, 127-136.
- WEISSER M. (2007). Méthodes d'analyse des interactions verbales au service d'une didactique comparée », *Revue française de pédagogie*, **158**, 103-115.

PROBLEMES ARITHMETIQUES DE REINVESTISSEMENT : UNE SYNTHÈSE, DES PISTES

Catherine HOUEMENT

Enseignant-Chercheur, ESPE, Université de Rouen
LDAR (Laboratoire de Didactique André Revuz)
catherine.houdement@univ-rouen.fr

Résumé

2016 est l'année de nouveaux programmes pour l'école primaire. On peut raisonnablement penser que les problèmes ne seront pas absents des programmes de mathématiques, mais quelle place tiendront-ils ? La résolution de problèmes arithmétiques de réinvestissement sera-t-elle assumée comme partie prenante des apprentissages numériques ?

C'est sur ce thème que nous développerons une synthèse s'appuyant sur : nos travaux liés aux programmes et aux pratiques ordinaires (Coppé & Houdement 2002, 2010 ; Houdement 1999, 2003, 2009, 2011), le point de vue de psychologues s'intéressant aux mathématiques (Julo 2002), l'étude de pratiques culturelles (Bartolini Bussi & al. 2011), des travaux plus récents (voir Houdement 2015).

La finalité de cette contribution est de poser des balises pour les recherches, les ressources et la formation aux apprentissages numériques.

Ce texte se veut une synthèse sur les problèmes arithmétiques associant des regards de psychologie des apprentissages et de didactique. Il croise plusieurs sources de réflexion : expériences de formation, observations de terrains, analyses de ressources pour enseignants, étude d'élèves résolvant des problèmes. Ce texte s'intéresse aux problèmes numériques ordinaires de la classe et insiste sur l'importance de la réussite aux « problèmes élémentaires », vus comme briques élémentaires de raisonnement. Il propose de revisiter les problèmes arithmétiques (selon une typologie constituée des « problèmes élémentaires », des « problèmes complexes » et des « problèmes atypiques ») qui seront introduits au fil du texte et définis plus précisément dans les paragraphes III et IV. Il montre la nécessité de relancer les recherches sur l'enseignement des problèmes élémentaires en présentant des dispositifs possibles pour ces recherches.

I - ORIGINE DU QUESTIONNEMENT

Notre intérêt pour la résolution de problèmes n'est pas nouveau : dans les années 2000, en résonance avec d'autres chercheurs également formateurs (Coppé & Houdement 2000, 2002 ; Houdement 1999, 2003), nous avons soulevé les questions que posaient, dans les manuels de mathématiques scolaires de l'époque, quelles que soient les collections, les leçons consacrées à la méthodologie de résolution de problèmes verbaux. Dans ces leçons, des tâches préliminaires à la résolution du problème comme souligner les informations utiles, barrer les informations inutiles, trouver la question ... étaient proposées aux élèves avec, comme objectif affiché, d'aider ceux-ci à réussir LES problèmes. Nous avons mis en avant plusieurs raisons de contester la finalité affichée de telles tâches. Prélever les informations utiles (et délaisser les inutiles) se fait simultanément au cours du traitement du problème, cela ne peut pas se faire en amont en particulier si le problème résiste au sujet (c'est confirmé par les travaux de psychologie cognitive, voir plus loin). D'autre part les informations utiles à la résolution sont souvent constituées de tout le texte du problème. Par exemple dans le problème *Paul a 25 cartes. Il a 7 cartes de plus que Marie. Combien de cartes a Marie ?*, ne retenir que les informations 25 cartes, 7 cartes ou 7 cartes de plus ne fait pas avancer vers la réponse.

Par ce type de leçons, on est progressivement passé du *faire résoudre des problèmes sur un thème donné à apprendre aux élèves à résoudre des problèmes*. Cet objectif s'appuie sur l'hypothèse (implicite) qu'il

existerait une compétence générale de résolution de problèmes dont la possession rendrait le sujet capable de réussir n'importe quel problème. Même si les recommandations des textes des programmes de 2002 (auxquels nous avons contribué) et des articles, notamment dans la revue *Grand N*, ont cherché à limiter cette dérive, celle-ci perdure, notamment dans les ressources proposées sur la Toile¹.

Nous faisons l'hypothèse suivante, que nous ne développerons pas ici (voir Artigue & Houdement 2007, Coppé & Houdement 2010) : le changement progressif de cap sur les problèmes (notamment arithmétiques) et le flou institutionnel autour de ces objets (incontournables dans l'enseignement des mathématiques) sont liés aux différents rôles et formes affectés aux problèmes dans la noosphère et en didactique : les différentes positions vis-à-vis d'un savoir à enseigner qu'occupent les problèmes dans les apprentissages (actuellement en amont, au cours, en aval d'un savoir à enseigner), les différentes fonctions qui leur sont (ou leur ont été) assignées (motiver, introduire, entraîner, réinvestir, légitimer, évaluer, chercher), les différentes formes qu'ils peuvent revêtir (texte minimal ; texte alourdi d'informations ; texte avec ou sans question ; documents authentiques ; situation vécue ...)

Avant de poursuivre sur le plan didactique, il est important de s'interroger : que savons-nous du comment on réussit à résoudre un problème ? Les travaux de psychologie cognitive, notamment ceux de Jean Julo, qui a travaillé sur les problèmes scolaires de mathématiques, nous éclairent.

II - POINT DE VUE DE PSYCHOLOGIE COGNITIVE

1 Des exemples pour réfléchir

La résolution de ces problèmes peut aider le lecteur à entrer dans ce paragraphe.

Dans ces quatre énoncés, il s'agit de chercher le nombre de tulipes dans un massif.

- a) un massif de fleurs formé de 60 tulipes rouges et de 15 tulipes noires,
- b) un massif de 60 rangées, toutes de 15 tulipes,
- c) un massif de 60 fleurs, composé de tulipes et de 15 jonquilles,
- d) 60 tulipes disposées en 15 massifs tous identiques.

Nous ne doutons pas que le lecteur réussisse ces quatre problèmes (que nous appelons « problèmes élémentaires »). Il serait intéressant qu'il essaie de se remémorer comment il a procédé : il a sans doute « à peine réfléchi (surtout pour les trois premiers), il a presque instantanément eu l'idée de l'opération qui lui donne la réponse. Certains participants de la communication au colloque ont cherché, comme dans tout groupe d'adultes interrogés, à reconstituer leur (ou par phénomène de contrat, à construire un nouveau) cheminement : ils ont cité une évocation imagée de la situation ou le repérage de mots inducteurs, comme « et » ou « rangées ».

Les énoncés de ces quatre problèmes s'appuient sur le même contexte, présentent la même structure syntaxique (similarité de lecture-compréhension), posent la même question (combien de tulipes dans UN massif ?), mettent en jeu les mêmes nombres (15 et 60) et pourtant ils relèvent d'opérations arithmétiques différentes. Le rapprochement de ces quatre énoncés invalide déjà les aides méthodologiques évoqués précédemment, car peu de choses, à part les connaissances du sujet qui doit le résoudre (notamment sa compréhension des différentes situations), permet de discriminer ces quatre énoncés. Mais comment faisons-nous, experts, pour discriminer ces quatre problèmes et leur associer une opération directe adaptée ?

Un autre problème est soumis à la sagacité du lecteur, repris du problème du Rallye Mathématique Transalpin appelé *Les châtaignes de Charles* ©ARMT cat.5 6 7.

¹ Par exemple (1) <http://www.banquoutils.education.gouv.fr/fic/C6MRSST01.pdf> (2) <http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/probleme/utile1.htm#CM2> (3) <http://matoumatheux.ac-rennes.fr/num/probleme/manquante1.htm#CM2>

Charles a récolté 108 kg de châtaignes. Il les met dans trois paniers, un petit, un moyen, un grand. Les châtaignes du panier moyen pèsent le double de celles du petit panier. Les châtaignes du grand panier pèsent le double de celles du panier moyen. Après avoir rempli ces trois paniers, il lui reste quelques kg de châtaignes, exactement la moitié du poids des châtaignes du grand panier. Combien de kg de châtaignes Charles a-t-il mis dans chaque panier ? Combien de kg lui reste-il ?

La situation est simple, mais la réponse est moins rapidement trouvée que celle des massifs de fleurs. Pourtant le lecteur maîtrise tous les raisonnements nécessaires, en particulier le fait de choisir une référence (masse ou mesure de masse) et de reconstruire la situation à l'aide de cette référence. Plusieurs techniques sont possibles : algébrique, appuyée sur des longueurs, arithmétique avec essais erreurs ... En cycle 3, nous qualifierons ce problème de « problème a-typique », au collège de « problème complexe ».

2 Les apports de Jean Julo

Jean Julo (1995, 2005), psychologue cognitiviste, s'est intéressé aux aides à la résolution des problèmes scolaires ordinaires. Il a insisté sur l'existence de processus spécifiques de l'activité de résolution de problèmes : *« L'accès aux connaissances et leur instanciation dans une situation donnée ne sont pas des phénomènes triviaux, même dans le cas où l'on a une bonne compréhension et une bonne pratique (entendue comme résultat d'un exercice) de ces connaissances. Ce sont des processus cognitifs ad hoc qui vont faire que l'on est capable ou non de mettre cette situation sous une forme telle que nos connaissances deviennent mobilisables pour les traiter. »* (Julo 2002, p.35). Ces processus ont un versant représentationnel (développé ci-dessous) et un versant opératoire (évoqué souvent sous le terme de stratégies) en étroite interaction.

Qu'est ce qu'une représentation ? Selon Julo (1995, p.11) *« comprendre quelque chose serait, d'une manière ou d'une autre, construire une représentation de cette chose. »* Une représentation est le fruit d'une profonde activité mentale mettant en œuvre tout un ensemble de processus chargés de traiter les informations sur notre environnement fournies par nos organes sensoriels. Dans le modèle actuel des psychologues, les représentations plus ou moins stables en mémoire à long terme sont les connaissances (et les croyances) qui nous permettent d'appréhender le monde. La nature des liens entre ces deux « niveaux » de représentations restait en 1995 (Julo 1995, p.12) une des grandes questions de la psychologie cognitive.

Les représentations d'un problème, dont il est question ici, sont des représentations ponctuelles et occasionnelles, Julo parle de *représentations particularisées*. La représentation du problème ne se réduit pas à la compréhension de son énoncé. La nature d'un problème engage un autre type de représentation. *« Ce sont les relations complexes entre un but donné et les conditions de réalisation de ce but (les contraintes et les aides qu'introduit l'auteur de l'énoncé) qui caractérisent ce qu'est un problème par rapport à d'autres situations de compréhension de texte. »* (Julo 1995, p.16). L'enjeu de la résolution de problèmes est aussi spécifique : *« C'est bien le fait de découvrir par soi-même une solution que l'on n'entrevoit pas dans un premier temps qui est l'enjeu de cette activité particulière »* (Julo 1995, p.25). Une autre façon de décrire la représentation d'un problème est celle de Clément (2009, p.63) : *« une construction dynamique, transitoire, déterminée à la fois par les propriétés de la situation et les connaissances disponibles en mémoire »*.

D'après Julo (1995, p.90), interviennent dans la résolution de problèmes des connaissances *« liées directement aux situations particulières que nous avons rencontrées auparavant et à l'expérience représentationnelle que nous avons acquise à leur propos »*, ce qu'il désigne sous l'expression 'schémas de problèmes'. *« Ce sont les représentations construites lors de la résolution de différents problèmes qui s'organisent progressivement en schémas² de problèmes »* (Julo 2002, p.43). On voit le côté récursif du modèle : résoudre un problème passe par la construction d'une représentation de ce problème et la réussite à ce problème enrichit notre mémoire des problèmes ... résolus. D'après Julo (1995, p.107) la mémoire des problèmes (sous forme de schémas de problèmes) que nous avons rencontrés et résolus joue un rôle décisif dans la façon dont nous nous représentons un nouveau problème à résoudre.

² Attention il ne s'agit pas de schémas graphiques, mais de *schémas cognitifs* : des structures cognitives qui stockées dans la mémoire à long terme, sélectionnent et traitent l'information de manière inconsciente (au sens d'automatique).

3 Conséquences pour l'enseignement

Julo (1995, 2002) enrichit notre compréhension de la résolution de problèmes en parlant de mémoire des problèmes. Pour un élève confronté à un problème, il y a deux possibilités extrêmes : soit il active dès la lecture un schéma adéquat qu'il associe, voire adapte, au problème à résoudre, soit en l'absence d'instanciation d'un tel schéma, l'élève doit construire « de toutes pièces » une représentation *ad hoc* du problème.

Ce modèle, relativement stabilisé en psychologie cognitive, change radicalement selon nous le rapport aux problèmes pour l'apprentissage et l'enseignement. **Il devient urgent et crucial d'enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève** : l'élève disposerait ainsi de plus de schémas et face à un nouveau problème, serait plus à même de pointer des analogies avec quelque chose de déjà rencontré, au moins en partie. Cet enrichissement passe nécessairement par la rencontre des élèves avec des problèmes **qu'ils mènent à terme**. Or l'enseignement, même quand il affirme que l'élève doit être au centre, ne pose pas ce regard sur les problèmes : certes des problèmes sont proposés aux élèves, mais justement ceux qui ont des difficultés peuvent rarement les mener à terme ; l'enseignant suppose souvent qu'assister à la correction (qu'elle soit magistrale ou proposée par l'entremise de brefs exposés d'élèves sur leurs productions) produira des effets positifs sur la prochaine résolution. Julo, suppose que la source des difficultés persistantes des élèves en mathématiques est « *une carence en matière de véritable occasion de résoudre des problèmes* » (Julo 2001, p.10).

Mais quel type de problèmes est-il urgent de faire rencontrer et mener à terme aux élèves ?

Notre hypothèse est la suivante :

- pour enrichir sa mémoire des problèmes, ceux dont on vise la résolution quasi immédiate et qui constitueraient des éléments « simples » du raisonnement, au sens de la chimie de Mendeleïev (les « problèmes élémentaires »³). Cette catégorie recouvre les problèmes à deux données [resp. $(2n+1)$ données pour les problèmes liés à la proportionnalité], où il s'agit de déterminer la troisième [resp. la $(2n+2)^{\text{ème}}$], à énoncé court, syntaxe simple, sans information superflue : les « *one step problems* », objets d'étude des structures additives et multiplicatives de Vergnaud (1986, 1990, dir.1997) ;
- les problèmes « complexes » sont des agrégats de « problèmes élémentaires » : la complexité des problèmes peut venir en effet de la distance, dans l'énoncé, entre des informations qui devront être connectées pour la construction de la réponse, comme nous le verrons dans le paragraphe III,3 ;
- pour entretenir la construction de stratégies, des « problèmes atypiques »⁴ définis justement par leur caractère non routinier, l'ignorance supposée par les élèves de stratégies connues pour les résoudre, mais la possibilité d'être résolus avec des connaissances déjà connues par les élèves.

III - CE QUE NOUS APPRENNENT DES ELEVES RESOLVEURS

La recherche que j'ai menée de 2006 à 2008 (Houdement 2011), sur les problèmes arithmétiques verbaux de réinvestissement, va valider cette hypothèse de l'importance des **problèmes élémentaires** pour la résolution de problèmes en général.

1 Contexte de la recherche.

La question de cette recherche volontairement très ouverte était la suivante : quelles « idées », dans le temps court de la résolution d'un problème numérique, sont susceptibles de provoquer une avancée vers la réponse ou au contraire un blocage ? Les problèmes à l'étude étaient des problèmes ordinaires de la classe, dont le traitement par les élèves déçoit fréquemment les enseignants, notamment parce qu'ils n'utilisent pas à bon escient les opérations arithmétiques.

³ Lors de la communication au colloque, ces problèmes étaient qualifiés de « problèmes basiques ». Le choix d'une expression adéquate n'est pas simple : l'expression « problèmes élémentaires » semble plus appropriée, nous la conservons donc

⁴ Notamment des « problèmes pour chercher » selon l'expression des programmes du primaire 2002.

Notre projet fut d'étudier les stratégies développées par les élèves confrontés à ces problèmes, faisant l'hypothèse qu'il existait des connaissances en jeu dans la résolution de problèmes arithmétiques de réinvestissement, connaissances à caractère générique, dont la possession outillerait l'élève alors que l'absence le bloquerait dans sa résolution. A priori ces connaissances seraient ignorées des institutions (école, didactique) : elles seraient nécessaires pour réussir, mais non repérées par les institutions d'enseignement, voire même ignorées de la didactique, dans une problématique d'enjeux cachés d'apprentissage (Castela 2008).

La méthodologie employée fut celle d'entretiens semi-directifs à visée d'explicitation⁵ (Vermersch 1994) avec des élèves de cycle 3 (grades 3 à 5, 8 à 11 ans) après qu'ils aient résolu individuellement des problèmes ordinaires de réinvestissement. Nous avons étudié onze protocoles d'élèves de deux classes différentes (A et B) de cycle 3 (CE2, CM1, CM2, élèves de 8 à 11 ans) en les mettant en relation avec copie et brouillon. En faisant des croisements entre des pensées de plusieurs élèves, nous avons ainsi dégagé des redondances entre élèves) ou des régularités dans la pensée d'un élève particulier.

Nous présentons ici quelques résultats.⁶

2 Problèmes élémentaires : des jeux d'inférence et de contrôle

Comme prévu dans le modèle de Julo, certains élèves infèrent directement du contexte l'opération comme le traduisent leurs verbalisations à notre question, montrant le rôle sans doute leur mémoire ... des problèmes :

CH : *Comment tu sais pour un problème que c'est moins / plus / fois ?*

Victor (CE2, A) : *Bah quand j'ai la question je sais moins / plus / fois.*

Clémence (CE2, B) *Bah quand je lis l'énoncé ça me vient comme ça / quand je le lis.*

Sébastien (CE2, A) *Parce que là j'ai pas vraiment réfléchi / donc j'ai pris une feuille de brouillon et pis j'ai écrit j'ai écrit, et pis j'ai trouvé.*

Pour d'autres (ou les mêmes en d'autres occasions), la convocation de l'opération semble moins immédiate : ils **infèrent** « seulement » le champ conceptuel (hésitent entre addition et soustraction ou entre multiplication et division), puis ils décident de la « bonne » opération par différents types de contrôle. Parfois ils testent successivement plusieurs opérations : ils évaluent ou calculent le résultat avec l'une, puis l'acceptent ou le rejettent et alors essaient une autre opération.

Ainsi Deborah (CM2, A), ayant à trouver le poids d'une table connaissant la masse (300 kg) de 25 tables, essaie une division qu'elle infère sans doute du contexte : ce que nous appellerons une **inférence sémantique** (premier extrait). Mais devant notre question, elle a un moment de doute, elle hésite entre deux opérations (du même champ conceptuel) et met en œuvre pour les départager deux contrôles. Le premier (second extrait) concerne l'ordre de grandeur du résultat calculé relativement au contexte (*c'est beaucoup trop*, sous-entendu pour le poids d'une table), nous le nommerons un **contrôle pragmatique**. Le second (troisième extrait) **est un contrôle sémantique**, qui renforce pour elle l'idée de la division (*partager c'est diviser*). Les deux contrôles lui font rejeter la multiplication.

Premier extrait

CH : *Est-ce qu'avec ces deux phrases là : 25 tables et 300 kg on peut trouver le poids d'une table ?*

Deborah [hésitante] : *Oui / Enfin ...*

CH : *Si tu as besoin d'un papier ...*

Deborah : [en regardant CH] : *Je vais faire 300 divisé par 25. (Elle pose la division 300 par 25) on trouve 12.*

Second extrait

⁵ Selon Faingold, collaboratrice de Vermersch, l'entretien d'explicitation est une technique de questionnement qui permet de mettre à jour des connaissances implicites mobilisées dans l'action, par un guidage très précis des verbalisations (Faingold, N., Accéder aux savoirs implicites de l'acte pédagogique : l'entretien d'explicitation avec les enseignants experts. *Actes du premier congrès AREF*, mars 1993).

⁶ Pour plus de détail sur la recherche, voir Houdement (2011).

CH : Alors qu'est ce que c'est 12 ?

Deborah : le poids d'une table

CH : Es-tu sûre de ça ?

Deborah : Non ça m'étonnerait.

CH : Pourquoi ça t'étonnerait ?

Deborah : Bah c'est beaucoup / c'est pas assez je veux dire.

Troisième extrait

Deborah : Bah je doute un petit peu.

CH : Tu doutes un peu parce que tu trouves que c'est pas assez 12 pour une table ? Est-ce que tu doutes de l'opération que tu as faite ?

Deborah : Bah no...non

CH : Tu penses que c'est l'opération qui va te permettre de trouver le résultat ?

Deborah : Oui je pense.

CH : POURQUOI tu penses que c'est l'opération qui va te permettre de trouver le résultat ?

Deborah : Bah, parce qu'on peut faire une multiplication / 300 multiplié par 25, c'est pas possible / C'est beaucoup trop / Ni une soustraction / Donc je pense faire une division / Et aussi parce qu'il faut partager / Il faut / Oui, faut partager.

Nous avons mis ainsi en évidence des inférences et des contrôles sur le résultat calculé pour sa transformation en une réponse. Les inférences et les contrôles sont des constructions mentales personnelles (souvent implicites, voire inconscientes) qui font avancer le sujet. Un contrôle n'assure pas nécessairement une réponse exacte : il s'agit de contrôle-vérification⁷ au sens de Coppé « *argument avancé ou action mise en œuvre par l'élève pour limiter l'incertitude sur le résultat (...). Une vérification a pour conséquence soit d'accroître la vraisemblance et éventuellement acquérir la certitude du résultat, soit d'engendrer un doute plus grand et éventuellement déboucher sur une phase de rectification* » (Coppé, 1995, p. 30).

Nous avons repéré des contrôles de plusieurs natures.

Nature sémantique : c'est l'interprétation de la situation du problème (Coquin-Viennot & Moreau, 2007 ; Vergnaud 1997), interprétation liée à la représentation que l'élève se fait du problème (au sens de Julo, 1995) qui déclenche des associations de type : 'partager c'est diviser' ; 'fois c'est multiplier'. A priori ce type d'interprétation se place en amont du choix d'une opération, d'un calcul, c'est alors une inférence. Dans la suite nous ne distinguerons plus inférences et contrôles, mais uniquement la nature de ceux-ci, qui est en relation avec les connaissances que les élèves convoquent pour résoudre le problème.

Nature pragmatique : c'est la connaissance de la réalité évoquée par le texte du problème qui permet d'inférer et/ou qui régule le résultat (par exemple l'ordre de grandeur) et éventuellement convaincre l'élève de s'engager dans un autre calcul. Notons que cette connaissance du réel (conjoncturelle et locale) peut aussi faire obstacle à l'obtention de la réponse, le réel du problème n'étant pas toujours celui que l'élève fréquente dans son environnement.

Voici d'autres exemples d'inférences et contrôles sémantiques et pragmatiques.

Nicolas (CM2, A) utilise le contrôle pragmatique pour tester l'opération.

CH : D'accord. Et comment tu sais que tu dois choisir plus ou multiplier ?

Nicolas : J'essaie comme ça.

CH : T'essaies comme ça ? Et comment tu sais si ça va ou si ça va pas ?

Nicolas : Bah, quand je vois que le nombre est trop grand ou trop petit ou que ça me paraît un peu trop.

⁷ Il existe aussi de tels contrôles en mathématiques : la preuve par neuf est un contrôle mathématique du résultat calculé d'une multiplication, il ne valide pas la réponse, mais augmente sa plausibilité (la réponse est valide modulo neuf).

Ludivine (CM2, A) infère la bonne opération et la contrôle sémantiquement (pour elle, la division diminue le nombre de départ, la multiplication l'augmente) et pragmatiquement (il faut plus d'œufs que de brioches).

CH : *Bon ça va faire combien d'œufs : 3 œufs pour une brioche, combien pour 8 000 ?*

Ludivine : *Je sais pas // C'est une multiplication.*

CH : *C'est un partage [évoqué par Ludivine plus haut dans l'entretien] ou une multiplication ?*

Ludivine [silence, puis lentement] : *Si on fait une division, on va peut-être trouver moins / que si on fait une multiplication on va trouver plus.*

CH : *Alors ?*

Ludivine : *Bah, une multiplication.*

Nous avons relevé des inférences et contrôles **syntactiques** : c'est ainsi que nous qualifions, au sens de Duval (2006), les transformations d'écritures et reformulations langagières d'une part, et les conversions entre oral et écrit d'autre part. Par exemple un élève qui modélise le problème cherché par la phrase « *il faut faire 573 plus quelque chose égale 1260* » peut la convertir en l'écriture $573 + ? = 1260$. Il peut résoudre cette équation par approximations ou la transformer en la recherche de la différence $1260 - 573$ qui lui fournit la réponse. Un autre élève qui avait traduit le problème « ranger 1860 voitures en cartons de 6 » par « *j'ai essayé de faire 6 fois quelque chose ...* » est resté bloqué sur cette expression langagière orale sans doute par défaut d'écrire au moins $6 \times ? = 1860$.

3 « Problèmes complexes » : la nécessité de connecter des informations et de qualifier les résultats

Considérons le problème suivant donné par un des enseignants : *Au cinéma 'Royal Ciné' un adulte paye 6€ par séance et un enfant paye 4€ par séance. À la séance de l'après-midi, il y avait 50 adultes et des enfants. À la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants. La recette de la journée est 542€. Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après-midi ?⁸*

Ce problème n'est pas un *problème élémentaire*, mais un agrégat de *problèmes élémentaires* ... cachés : un travail du résolveur est de construire des *problèmes élémentaires* sous-jacents (1) calculables et (2) qui font avancer vers la réponse. Par exemple les sous-problèmes élémentaires calculables sont :

- séance du soir : nombre de personnes, prix que payent les adultes, prix que payent les enfants, PUIS recette du soir ;
- séance de l'après midi : prix que payent les adultes ;
- nombre d'adultes PUIS recette venant des adultes sur les deux séances.

Construire ces problèmes nécessite au-delà du calcul, de mettre en relation, de **connecter** des informations (souvent éloignées l'une de l'autre dans le texte). Il s'agit aussi de savoir quels problèmes sont calculables, ce qui nécessite, à notre avis, d'avoir mémorisé antérieurement des problèmes élémentaires résolus.

Mais ce n'est pas tout ; une autre connaissance est nécessaire, que nous avons nommée la **qualification**.

Examinons la réponse de Nicolas (CM1).

Bah là j'ai essayé de faire / parce que un adulte c'est 6€ et un seul enfant 4€ / un adulte c'est 6€ donc j'ai fait 15 fois 6, 90 / ensuite il y avait 20 enfants à la séance / comme c'était 4€ j'ai fait 20 fois 4, 80 / euh / il y avait 50 adultes donc j'ai fait 50 fois 6, 300 / et là il demandait combien il y a d'enfants à cette séance / donc j'ai additionné ces 3 là et j'ai trouvé 542 / j'ai trouvé la recette de la journée / j'ai trouvé 72 enfants.

Nicolas a construit les sous-problèmes calculables utiles, mais il ne trouve pas le nombre d'enfants : le 72 calculé correspond au prix qu'ont payé les enfants lors de la séance de l'après midi ! Nous pointons dans ses propos un défaut de **qualification** du résultat comme le confirme la suite de l'entretien.

⁸ Extrait de ERMEL (1997 ; 2005) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*. Paris : Hatier.

CH : Alors là quand tu / est ce que... / quand tu calcules cela / qu'est ce que tu calcules / ça correspond à quoi le nombre 90 que tu cherches ?

Nicolas : (silence)

CH : Le nombre 90 que tu as trouvé là / si tu pouvais me donner une petite phrase qui va avec ce nombre là.

Nicolas : (silence)

CH : Tu vois pas / donc quand tu as fait le calcul tu avais envie de faire ce calcul-là mais tu vois pas à quoi correspond 90 ?

Nicolas : Non

CH : Et ce calcul là (en montrant sur la feuille 20 x 4) / est ce que tu vois à quoi il correspond ?

Nicolas : à 4 fois 20

CH : Mais par rapport au problème, qu'est-ce que tu as calculé par rapport au problème ?

Nicolas : bah 4 € et 20 enfants

CH : Et finalement quand tu fais 4€ et 20 enfants qu'est ce que tu obtiens à la fin ?

Nicolas : 80€

Nicolas parvient à grand peine, avec notre aide, à **qualifier faiblement** sa réponse. Nous distinguons en effet **qualification faible**, le fait de préciser l'unité de mesure (en bref de donner la grandeur réponse, ici 80 €, un prix) et **qualification**, le fait d'explicitier le rôle que joue la grandeur dans le problème (ici le prix qu'ont payé les enfants à la séance du soir).

A contrario Corentin, dans la même classe, sait qualifier. Il a aussi pris conscience de l'importance de la qualification pour la résolution de problèmes complexes. En effet il cite spontanément la mémoire d'un problème « difficile » : « en fait j'avais mélangé le nombre de T-shirts et les euros ».

Pour le problème *Le libraire dit* : « Avec mes 2255 €, si j'achète 36 livres d'art à 62 €, il me restera 13 €. » A-t-il raison ? Il a écrit sur son brouillon :

2255 : euros

36 : livre-darts

62 : prix des livre-darts.

Lors de l'entretien, il dit :

En fait dans ma tête quand je lis / là il y a 2255 € / ça c'est clair / y a 36 livres ça coûte 62 € / après je calcule ces deux là / après ça fait le nombre d'euros que je dois payer / et après je compare les deux que j'ai / le nombre d'euros et ce que j'ai trouvé.

4 Conclusion sur cette recherche

L'étude des pensées d'élèves lors de la résolution de problèmes arithmétiques nous a confortée sur la pertinence du modèle de Julo, l'existence de schémas de problèmes, d'une **mémoire des problèmes** résolus, qui permet l'inférence de l'opération ou du champ conceptuel dont relève le problème. Ces références mémorielles sont filtrées par des inférences et contrôles sémantiques, pragmatiques et syntaxiques.

Résoudre un **problème complexe** nécessite de **connecter** des informations pour construire des sous-problèmes calculables, souvent **élémentaires**, et utiles pour avancer vers la réponse (représentation du problème), mais aussi de **qualifier** les résultats intermédiaires (pour rester dans le domaine des grandeurs contextualisées), et d'avoir pris conscience de la nécessité de ce travail de pensée. Le lecteur aura pointé que le qualificatif **problème complexe** s'est enrichi dans cette étude par rapport à l'utilisation faite dans ERMEL CM1 (1997, p.261) (pour décrire des problèmes dont la solution nécessite l'utilisation successive de plusieurs opérations) qui avait été reprise dans les textes de programmes du primaire 2002.

Le rôle que jouent les problèmes élémentaires dans la résolution des **problèmes complexes** renforce la nécessité d'un enseignement renforcé des **problèmes élémentaires**.

IV - LES PROBLEMES ELEMENTAIRES

1 Quels sont-ils ?

Au fil du texte, nous en avons donné des caractéristiques (voir notamment II.3). Précisons davantage.

Grâce aux travaux de Vergnaud (Vergnaud 1986, 1990) et notamment de l'équipe autour d'Hervé Péault (Vergnaud dir. 1997), les **problèmes élémentaires** arithmétiques sont définis et hiérarchisés selon la complexité des raisonnements en jeu. Ce modèle des structures additives et des structures multiplicatives est connu en didactique depuis fort longtemps, mais il reste mal compris et parfois même mal enseigné dans les centres de formation.

Pour nous ces travaux règlent aussi la question du « sens des opérations » grâce aux structures additives et multiplicatives : **le sens de l'addition, indissociable de celui de la soustraction, serait constitué par le fait de savoir résoudre des problèmes élémentaires de structure additive, ce sens s'enrichirait lors de la résolution de problèmes relevant de raisonnements plus complexes** (au sens de Vergnaud 1997). Par exemple un problème de transformation d'état avec état final inconnu est moins complexe qu'un problème de transformation d'état avec état initial inconnu en début de cycle 2. Un problème de transformation d'état, quelle que soit la place de l'inconnue, est moins complexe qu'un problème de composition de transformations de sens opposés.

Pour illustrer, voici des exemples de problèmes **élémentaires** multiplicatifs.

- Une piste d'athlétisme mesure 400 m. Paul fait 5 tours de piste. Quelle distance a-t-il parcourue ? *Problème élémentaire en CE2*
- Dans cette salle il y a 18 rangées de 25 fauteuils. Combien de personnes peuvent s'asseoir sur un fauteuil ? *Problème élémentaire en CE2°*
- Pierre met huit min pour aller de chez lui à l'école. Zélie met quatre fois plus de temps. Combien de temps met Zélie ? *Problème élémentaire en CE2°*
- Cette salle comporte 400 places disposées en 25 rangées régulières. Combien de places par rangée ? *Problème élémentaire en CM*
- Alice met douze min pour aller de chez elle à l'école, trois fois moins de temps que Ryan. Combien de temps met Ryan ? *Problème élémentaire en CM*

Il serait sans doute pertinent de proposer dans les programmes des exemples de **problèmes élémentaires** par cycle, ceux dont on vise la résolution « quasi automatique » (à la façon de Victor, Clémence, Sébastien, paragraphe III.2 de ce texte) en fin de cycle en s'appuyant sur une description selon le modèle de Vergnaud.

Dans une classe, des problèmes non élémentaires à un moment donné peuvent le devenir s'ils sont fréquentés à l'école et après que les problèmes élémentaires relevant du même raisonnement aient été travaillés et résolus par l'élève.

Par exemple, le problème *Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. Pierre a 3 pommes. Combien de pommes a Anne ?* n'est pas un problème élémentaire en début au CP, à cause de sa formulation : la réponse donnée en CP est d'ailleurs souvent 9. Par contre, le problème *Pierre et Anne ont ensemble 9 pommes. 3 des pommes appartiennent à Pierre, les autres appartiennent à Anne. Combien de pommes a Anne ?* est un problème élémentaire au CP. Le nombre de réponses correctes augmente de façon significative par rapport au précédent.

Pour des raisons voisines, le problème *Une place de spectacle scolaire coûte 2 €. Combien la classe doit payer pour que la classe de CE2 de 30 élèves puisse aller voir le spectacle ?* (Euro Maths Hatier CE2 2010) n'est pas élémentaire : une partie des informations est en effet logée dans la question, ce qui nécessite des connections.

Il se pourrait que pour un sujet, les **problèmes élémentaires** soient d'abord représentés en mémoire par un « prototype »⁹ (comme le carré avec ses côtés parallèles aux bords de la feuille). Il se pourrait que progressivement ce schéma s'enrichisse au fur et à mesure de la fréquentation des adaptations de ce prototype (au sens de Robert 2008) ce qui permettrait de réussir en « mode automatisé » des problèmes moins élémentaires.

2 Comment les enseigner ?

L'enjeu de cet enseignement est très clair : il s'agit de permettre aux élèves de **réussir seuls** ces problèmes. Il est urgent de consacrer plus de temps à la résolution de problèmes élémentaires. Quels dispositifs d'enseignement, adaptables aux classes ordinaires, mettre en place avec cette finalité ? Pour nous c'est une question cruciale sur laquelle devraient se concentrer les recherches.

Les situations d'enseignement, transposées de situations didactiques de Brousseau & alii, qui cherchent à mobiliser les connaissances des élèves en situation (phases d'action), à faire expliciter leurs modèles d'action, à nommer et travailler les savoirs induits par ces actions et mis en mots, participent à cet enrichissement des problèmes résolus. Par contre ces travaux prennent peu en charge les entraînements systématiques sur les problèmes arithmétiques, autrement dit l'exercice des problèmes arithmétiques.

D'autres travaux visent une catégorisation, implicite ou explicite des problèmes résolus. La thèse de Priolet (2008) va dans ce sens (explicite) en apprenant à l'élève à relier les problèmes résolus et à consigner ces relations dans un cahier structurant. Les recherches de Julo (1995), reprises et étendues par Nguala (2009) visent à faciliter la construction de la représentation du problème en proposant à la résolution, non pas un seul problème à la fois, mais plusieurs problèmes, qui se ressemblent quant aux raisonnements en jeu et aux données numériques, mais qui ont des contextes évoqués différents. Ce dispositif augmente la réussite à chaque problème et a priori (du moins théoriquement) concourt à la mémorisation des problèmes ... résolus. L'idée de faire résoudre, non pas un problème, mais une série de problèmes « ressemblants » entre en résonance avec les assortiments de Genestoux (2002) : Genestoux considère que faire résoudre à un élève à une suite d'items, qui relèvent de la même connaissance et sont judicieusement choisis (un assortiment), permet à cet élève d'apprendre cette connaissance.

Plus récemment nous avons été interpellée par les pratiques ordinaires de l'enseignement en Chine (Cai & Nie 2007; Sun 2011) et l'importance des « variations », mise notamment en valeur par Bartolini-Bussi (2011). Les variations de problèmes semblent être la méthode standard d'approche des problèmes. Il s'agit d'apprendre aux élèves à voir dans la même situation (de tous les jours ou en mathématiques) différentes façons de combiner des nombres, de demander aux élèves résoudre non pas un, mais une série de problèmes ressemblants (même contexte, mêmes valeurs numériques, mais calculs relationnels différents : combinaison, changement, comparaison) accompagnés de schémas (graphiques) de résolution, puis d'inciter les élèves, après résolution, à formuler des ressemblances et des différences entre ces problèmes. Un exemple de telle leçon, traduite en anglais par Bartolini-Bussi (2011), figure en annexe. Or les élèves chinois sont de meilleurs résolveurs de problèmes que les autres, dans des classes souvent très chargées ... Cela entre en résonance avec les travaux de Vergnaud sur les champs conceptuels additifs et multiplicatifs et les types de raisonnement en jeu, mais aussi avec ceux de Julo sur les aides à la construction de la représentation d'un problème. Il est remarquable de trouver dans des pratiques d'enseignement traditionnelles orientales la scénarisation de principes dégagés par des recherches didactiques occidentales bien postérieures. Bartolini-Bussi (2011) souligne aussi cette différence fondamentale, portée par la philosophie chinoise : plutôt que d'analyser et de classer les problèmes (l'attitude des pays occidentaux), les problèmes sont considérés comme un **tout** par les enseignants et les enseignants les font travailler comme un **tout** par des élèves de CE1.

⁹ C'est une des trois formes supposées par Julo pour les schémas de problèmes (Julo 2002, p.35-36).

V - CONCLUSION

La résolution réussie des problèmes arithmétiques est un enjeu fort de l'enseignement mathématique de l'école, et ce dans tous les pays du monde.

Dans ce texte, en nous appuyant sur divers travaux, nous avons tiré des fils conducteurs pour essayer d'améliorer cette réussite :

- comprendre ce qui se joue pour le sujet dans la résolution, notamment cette dialectique (mentale) entre inférence automatique d'une stratégie efficace (**mémoire des problèmes**) et construction d'une nouvelle stratégie si le problème n'évoque rien de connu ;
- considérer comme un objectif premier d'enrichir la mémoire des problèmes résolus de chaque élève, puisque la richesse de cette mémoire conditionne la réussite à de nouveaux problèmes : exploiter les dispositifs qui vont dans ce sens (développement), en bâtir d'autres (recherches) ;
- penser le sens d'une opération (qui s'enrichit progressivement) comme la **capacité à résoudre des problèmes** (relevant de raisonnements progressivement plus complexes, au sens de Vergnaud) **qui relèvent du champ conceptuel** (structures additives *versus* structures multiplicatives) **associé à cette opération** ;
- envisager les problèmes en trois types¹⁰, notamment pour leur fonction dans la résolution de problèmes : **problèmes élémentaires** dont il est attendu une résolution « automatisée » ; **problèmes complexes**, agrégats de problèmes élémentaires dont la construction et/ou la connexion des informations, nécessaires pour la résolution, sont à la charge de l'élève ; **problèmes a-typiques** dont la résolution demande la construction d'une stratégie, à défaut d'une ressemblance que percevrait le sujet avec un problème déjà résolu.

La résolution de problèmes en général, voire de tâches complexes, est devenu un des moyens d'évaluer la pertinence de l'enseignement d'un pays (études PISA). Or la résolution de tels problèmes nécessite, au minimum, la mémorisation de problèmes élémentaires (relevant des savoirs en jeu) et la capacité à connecter des informations. L'école doit aussi prendre à sa charge cette construction.

VI - BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE M., HOUEMENT C. (2007). Problem solving in France: didactic and curricular perspectives, *Zentralblatt der Didaktik der Mathematik*, **39**, 365-382.

BARTOLINI-BUSSI M.A., CANALINI R., FERRI F. (2011). Towards Cultural Analysis Of Content: Problems With Variation In Primary School. *Proceedings SEMT 11*, Prague. Consulté 15-09-2015
www.mmlab.unimore.it/site/home/shuxue.../documento16021552.html

CAI J., NIE B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: research and practice. *Zentral Blatt für Didaktik der Mathematik*, **39**, 459-473.

CASTELA C. (2008). Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **28/2**, 135-182.

COPPE S. (1995). Types de connaissances mises en œuvre par les élèves dans la détermination de la composante publique de son travail, 129-144. In *Différents types de savoirs et leur articulation*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

COPPE S., HOUEMENT C. (2000). Étude des activités de résolution de problèmes dans les manuels de cycle 3. *Actes du Colloque sur la formation des maîtres en mathématiques*. Limoges 1999 (pp.209-224). IREM de Limoges

¹⁰ entre lesquels les frontières sont mouvantes ; un problème de partage, atypique en début de cycle 2, devient élémentaire en fin de cycle 2. Pour un élève donné, un problème a priori élémentaire dans le niveau de classe (par exemple *nombre de pages complètes si 50 photos sont collées dans un album à raison de 8 photos par page*) j, peut rester a-typique, par défaut de mémorisation : il ne pourra donc pas produire l'opération « minimale » attendue (par exemple $50 : 8 =$)

COPPE S., HOUEMENT C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire, *Grand N*, 69, 53-63.

COPPE S., HOUEMENT C. (2010). Résolution de problèmes à l'école primaire : perspectives curriculaire et didactique. *Actes du 36^{ème} Colloque des formateurs d'enseignants du premier degré en mathématiques*. Auch 2009 (pp.48-71). ARPEME.

COQUIN-VIENNOT D., MOREAU S. (2007). Arithmetic problems at school: When there is an apparent contradiction between the situation model and the problem model. *British Journal of Educational Psychology*, 77, 69-80.

DUVAL R. (2006). Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. *Actes du 32^{ème} colloque sur la Formation des Maîtres* (pp.67-89). Strasbourg 2005. IREM de Strasbourg.

GENESTOUX-ESMENJAUD F. (2002). Les assortiments didactiques. In Dorier, J.-L., Artaud, M., Artigue, M., Berthelot, R., Floris, R. (eds) *Actes de la 11^{ème} École d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 177-186). La Pensée Sauvage.

HOUEMENT C. (1999). Le choix des problèmes pour la résolution de problèmes. *Grand N*, 63, 59-76.

HOUEMENT C. (2003). La résolution de problèmes en question. *Grand N*, 71, 7-23.

HOUEMENT, C. (2009). Une place pour les problèmes pour chercher, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 14, 31-59.

HOUEMENT C. (2011). Connaissances cachées en résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 15, 67-96.

HOUEMENT C. (2015). Le RMT, médiation entre enseignants et résolution de problèmes. *Gazette de la 18^{ème} Rencontre internationale du RMT*.

JULO J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques. Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses Universitaires de Rennes.

JULO J. (2001). Aider à résoudre des problèmes. Pourquoi ? Comment ? Quand ? (pp.9-28). In *Actes du 27^{ème} Colloque des formateurs d'enseignants du premier degré en mathématiques*, Chamonix 2000. IREM de Grenoble.

JULO J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, 69, 31-52.

NGUALA J.B. (2009). *Multi-présentation de problèmes comme dispositif de réapprentissage au cycle 3 de l'école primaire. Mise en place, portée et limites*. Thèse. Université Paris Denis Diderot.

PRIOLET M. (2008). *Enseignement et apprentissage de la résolution de problèmes mathématiques. Le cas des problèmes numériques au cycle 3 de l'école primaire française. Approches didactique et ergonomique*. Thèse Université de Lyon 2.

ROBERT A. (2008). Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. In Fabrice Vandenbrouck (coord.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp.45-57). Paris : Octarès Éditions.

SUN X. (2011). An Insider's Perspective: "Variation Problems" and Their Cultural Grounds in Chinese Curriculum Practice. *Journal of Mathematics Education*, 4.1, 101-104.

VERGNAUD G. (1986). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Grand N*, 38, 21-40.

VERGNAUD G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10-2.3, 133-170.

VERGNAUD G. (dir. 1997 ; 2001). *Le Moniteur de Mathématiques cycle 3. Résolution de problèmes*. Paris : Nathan.

VERMERSCH P. (1994). *L'entretien d'explicitation en formation continue et initiale*. Paris : ESF.

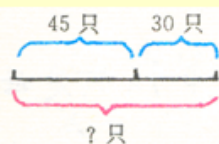
ANNEXE

Un extrait de manuel chinois de l'équivalent CE1 (grade 2) :

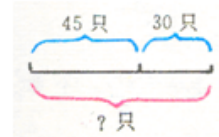
The nine problems of ducks (Sue Xue 1996) **Problems with variation**

First solve the nine problems below. Then explain why they have been arranged in rows and columns in this way, finding relationships

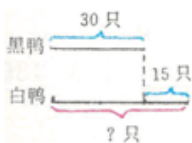
(1) In the river there are 45 white ducks and 30 black ducks. All together how many ducks are there?



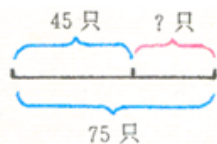
(1) In the river there is a group of ducks. 30 ducks swim away. 45 ducks are still there. How many ducks are in the group (at the beginning)?



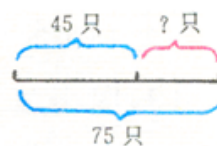
(1) In the river there are 30 black ducks. White ducks are 15 more than black ducks (black ducks are 15 less than white ducks). How many white ducks are there?



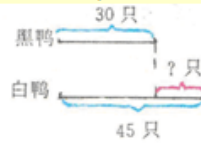
(2) In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 45 are white ducks. How many black ducks are there?



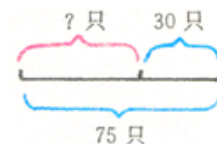
(2) In the river there are 75 ducks. Some ducks swim away. There are still 45 ducks. How many ducks have swum away?



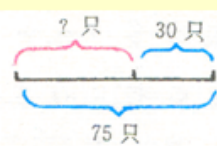
(2) In the river there are 30 black ducks and 45 white ducks. How many white ducks more than black ducks (How many black ducks less than white ducks)?



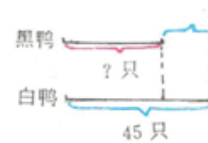
(3) In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 30 are black ducks. How many white ducks are there?



(3) In the river there are 75 ducks. 30 ducks swim away. How many ducks are still there?



(3) In the river there are 45 white ducks. Black ducks are 15 less than white ducks (white ducks are 15 more than black ducks). How many black ducks are there?



UN LOGICIEL DE GEOMETRIE DYNAMIQUE COMME SUPPORT DE REFLEXION DIDACTIQUE PROFESSEURS- CHERCHEUR

Francine ATHIAS

Formatrice, ESPE Besançon

ADEF

francine.athias@univ-fcomte.fr

Résumé

Cette communication présente un travail de recherche, qui prend appui sur l'introduction d'un logiciel de géométrie dans le cadre d'un stage de formation continue et dans une classe de cycle 3. Nous nous intéressons au rôle que peut avoir un environnement dynamique pour construire ou réactiver des connaissances géométriques, que ce soit au cours des échanges entre les professeurs et le chercheur ou entre le professeur et les élèves. Le déroulement des séances est analysé à l'aide du modèle du jeu (Sensevy 2011).

Ce travail en cours arrive après la thèse que je viens de soutenir (Athias 2014). Par rapport au projet initial (un logiciel de géométrie dynamique comme support de réflexion didactique entre des professeurs des écoles et un chercheur), la communication a évolué. Je vais présenter non seulement les échanges entre le chercheur et les professeurs des écoles au cours d'un stage de formation continue, mais également le travail dans la classe de géométrie d'une des professeurs des écoles présente à la session.

Je vais décrire tout d'abord le contexte de l'étude. Depuis deux ans, avec le même groupe de professeurs des écoles, j'organise un stage de formation continue autour de la géométrie, avec le logiciel Tracenpoche pour la géométrie dynamique et la plateforme LaboMep pour la mise en place. La formation a d'abord été organisée selon une stratégie d'homologie (Houdement 2013) : au cours des premières séances, les professeurs ont découvert le logiciel Tracenpoche à travers une initiation proche de celle proposée aux élèves. Ils ont construit différentes figures simples, tels que le rectangle, le triangle équilatéral ou le carré. Cette phase d'initiation nous a permis de découvrir les différents boutons du logiciel d'une part, et de montrer la validation de la construction par le déplacement des points déplaçables d'autre part. Une figure est construite correctement lorsqu'elle conserve ses propriétés quelle que soit la position des points déplaçables. Cette connaissance instrumentale, n'ayant pas d'équivalent dans l'environnement papier-crayon, a été particulièrement travaillée. Puis, rapidement, nous avons analysé les tâches des élèves dans des séquences de géométrie incluant l'environnement Tracenpoche. Enfin, nous avons étudié comment des exercices repérés dans un manuel, choisis par le chercheur et prévus pour l'environnement papier-crayon pouvaient être utilisés dans l'environnement Tracenpoche. Les professeurs avaient alors du temps pour élaborer des séances, adaptées à leur classe et à leur progression. Un des professeurs des écoles s'est approprié un des exercices pour proposer une séance de géométrie dans un processus de genèse documentaire (Gueudet & Trouche 2010).

La communication comporte quatre parties. Dans une première partie, je vais présenter rapidement les éléments théoriques et méthodologiques, ainsi que le questionnaire. Dans une deuxième partie, je montre comment l'environnement Tracenpoche permet de travailler sur des concepts de géométrie plane avec des professeurs des écoles dans le cadre de la formation continue. Dans une troisième partie, j'expose comment l'environnement Tracenpoche sert d'appui pour faire de la géométrie en classe de cycle 3. Dans une quatrième et dernière partie, je conclurai.

I - ÉLÉMENTS THEORIQUES ET METHODOLOGIQUES

Lorsque les professeurs des écoles s'inscrivent dans un stage de géométrie autour de la géométrie dynamique, ils s'attendent à découvrir ce que c'est. Ils savent qu'ils vont utiliser les TICE¹. Une première partie de mon questionnaire est relatif au rôle que peut avoir l'introduction de la géométrie dynamique dans le cadre de la formation continue du point de vue de la réactivation des connaissances géométriques pour le professeur des écoles. Par ailleurs, ces professeurs vont utiliser la géométrie dynamique dans leur classe. La géométrie est alors étudiée dans la classe, dans les deux environnements, l'environnement papier-crayon et l'environnement Tracenpoche. Une deuxième partie de mon questionnaire est relatif au rôle de la géométrie dynamique du point de vue des connaissances géométriques des élèves. Pour tenter d'apporter des éléments de réponse, nous allons mener l'enquête. La visée est exploratoire, tant du point de vue de la formation continue que de la classe. Pour décrire et analyser les transactions, l'action conjointe du Professeur et des Élèves est analysée à l'aide du modèle du jeu (Sensevy 2012). Le Professeur et les Élèves sont ici envisagés au sens générique (Sensevy 2011). Le Professeur (P) pourra être le formateur (FA) au cours du stage ou le professeur des écoles dans sa classe (SP), l'Élève (E) pourra être le stagiaire en formation continue (SP, SC, HC...) ou l'élève de la classe du professeur des écoles (S, J, A...). Conformément au modèle, nous considérons que l'action du Professeur et de l'Élève peut être décrite de façon générique sous forme de jeu didactique (premier niveau du modèle du jeu). Ce jeu didactique spécifie la grammaire de l'action. Le Professeur est soumis à un paradoxe (Brousseau 1998) : il sait mais ne doit pas le dire. Il sait ce qu'il y a à apprendre et l'Élève, pour manifester son apprentissage, doit réaliser ce qu'il y a à dire ou à faire de son propre mouvement (clause *proprio motu*). Pour arriver à cette fin, le Professeur va engager l'Élève dans une action. Le jeu d'apprentissage (deuxième niveau du modèle du jeu) permet de modéliser ce que fait faire le Professeur à l'Élève pour lui permettre de produire des stratégies gagnantes qui correspondent au savoir. Ce jeu d'apprentissage est déterminé par la confrontation de l'élève à un certain milieu sous un certain contrat, en constante évolution pour atteindre un enjeu, l'enjeu du jeu d'apprentissage (Brousseau 1998, Sensevy 2011). Ce qui relève du contrat, ce sont les attentes réciproques du professeur et des élèves pour la plupart implicites dans le jeu. C'est ce sur quoi ils peuvent prendre appui. Ce qui relève du milieu c'est ce qui nourrit l'action ou qui pose problème à l'élève. C'est précisément à ce niveau de jeu que nous allons nous intéresser.

Du point de vue méthodologique, nous avons effectué une analyse *a priori* en trois temps (Assude & Mercier 2007) du problème de géométrie. Dans un premier temps, elle permet de décrire les enjeux institutionnels et mathématiques. Dans un deuxième temps, elle permet de voir les techniques possibles que les élèves peuvent mettre en œuvre (Chevallard 1998). Ces deux temps, nous permettent de mettre à jour certains problèmes didactiques, dans un troisième temps. Concernant le recueil des données, nous avons utilisé le film d'étude (Sensevy 2011). Nous pouvons préciser notre question de recherche : au cours des transactions, en quoi l'environnement Tracenpoche permet au Professeur d'orienter le regard de l'Élève vers des connaissances géométriques ?

II - DISCUSSION ENTRE LES STAGIAIRES ET LE FORMATEUR

Le support de discussion concerne l'exercice suivant, extrait d'un manuel :

Exercice : Utilise tes instruments de géométrie pour construire une figure qui correspond à ce schéma, en respectant les propriétés codées.

¹ TICE : Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement

1 Analyse a priori

Premier temps

Le rectangle et le cercle sont deux objets géométriques particulièrement travaillés à l'école primaire, dès le CE2. Par ailleurs, la reproduction de figures est une des compétences travaillées à l'école primaire. Pour reproduire la figure (dans l'environnement papier-crayon ou dans l'environnement Tracenpoche), différentes étapes sont nécessaires.

Pour faciliter les explications, et pour la suite de l'exposé, je vais nommer les différents points de la figure de la manière suivante :

Deuxième temps

Pour reproduire la figure dans l'environnement papier-crayon, il est nécessaire de :

- repérer dans la figure les deux sous-figures : le cercle de centre A et de rayon AD, le rectangle ABCD.
- repérer les relations entre les deux sous-figures : le point I est le milieu de [AB], les longueurs AI, IB et AD sont égales.
- établir une chronologie des tracés
- effectuer les tracés

Deux techniques sont possibles, en utilisant la règle non graduée, l'équerre et le compas :

- soit on commence par le cercle de centre A et de rayon AI, on trace la perpendiculaire à (AI) passant par A, on place un point d'intersection D entre cette perpendiculaire et le cercle, on place B tel que I soit le milieu de [AB], on termine le rectangle ABCD ;
- soit on commence par le rectangle, on trace un segment [AB], on trace la perpendiculaires à (AB) passant par A, on place I le milieu de [AB], on trace le cercle de centre A et qui passe par I, il coupe la perpendiculaire en D, on termine alors le rectangle.

Pour reproduire la figure dans l'environnement Tracenpoche, ces quatre étapes sont nécessaires. Les traits de construction restent alors visibles.

On peut commencer par le cercle. Dans ce cas, les connaissances instrumentales sont : tracer un cercle de centre A et passant par I, tracer un segment, tracer des perpendiculaires ou des parallèles, placer des points d'intersection, placer le symétrique d'un point par rapport à un point.

On peut commencer par le segment [AB]. Dans ce cas, les connaissances instrumentales sont : tracer un cercle de centre A et passant par I, tracer un segment, tracer des perpendiculaires ou des parallèles, placer des points d'intersection, placer le milieu d'un segment.

Troisième temps

Le rectangle a la caractéristique d'avoir une longueur double de la largeur. Si l'on choisit de commencer par tracer le rectangle, il faut s'arrêter pour tenir compte de cette contrainte. Il faut tracer le cercle pour déterminer la largeur du rectangle à partir de sa longueur. Si l'on choisit de commencer par tracer le cercle, les points A et I étant placés, il est nécessaire de placer B tel que I soit le milieu de [AB]. C'est une première difficulté pour les élèves.

Dans l'environnement papier-crayon, la validation de la figure ne peut pas se faire par superposition au calque (technique possible à l'école primaire) dans la mesure où les dimensions ne sont pas données. Elle passe donc par le contrôle avec les instruments.

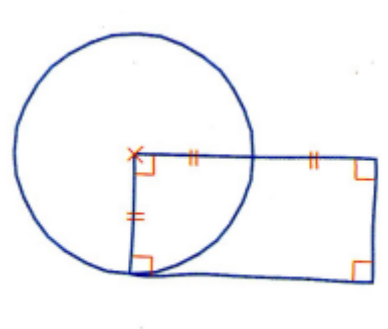
Dans l'environnement Tracenpoche, la validation de la figure passe par la résistance de la figure au cours du déplacement de tous les points déplaçables.

Ces techniques de validation, dépendantes de l'environnement, sont à mettre en place que ce soit en formation continue ou dans la classe.

2 Déroulement de la séance

À un moment, au cours du stage de formation continue, le formateur propose aux stagiaires, sur feuille, l'exercice que nous venons de présenter, extrait d'un manuel.

Exercice : Utilise tes instruments de géométrie pour construire une figure qui correspond à ce schéma, en respectant les propriétés codées.



La session de formation continue se déroule de la manière suivante. Dans une première phase, le formateur présente collectivement l'exercice en l'accompagnant des questions suivantes : « Quels sont les objectifs mathématiques ? Est-il pertinent d'utiliser la géométrie dynamique ? Pour quelles raisons ? » Dans une deuxième phase, chaque stagiaire réfléchit sur cet exercice, sachant qu'il dispose d'un ordinateur et d'un cahier. Dans une troisième phase, un des stagiaires est sur l'ordinateur du stage, l'écran étant vidéoprojeté. Il a pour tâche de construire la figure dans l'environnement Tracenpoche. À l'issue de cette construction, dans une dernière phase, chaque stagiaire prépare une séance de classe pour ses élèves, entrelaçant les deux environnements.

La séance de travail est présentée sous forme de tableau synoptique en fonction des changements de modalités.

Temps (en minutes)	Phases	Modalités
0-2	Phase 1 : consignes	collectif
2-14	Phase 2 : recherche	individuel
14-25	Phase 3 : construction dans l'environnement Tracenpoche	collectif
25-40	Phase 4 : préparation de la figure pour les élèves	individuel

Nous nous interrogeons sur le rôle de l'environnement Tracenpoche pour expliciter des relations et propriétés géométriques. Nous focalisons notre attention sur la phase 3, phase pendant laquelle les échanges ont lieu au moment de la construction dans l'environnement Tracenpoche.

3 Description et analyse de la phase 3

Description rapide :

Les stagiaires viennent de réfléchir au problème posé. Ils ont tous construit la figure dans l'environnement Tracenpoche. Un des stagiaires, HC, reproduit la figure sur l'ordinateur du stage, l'écran étant vidéoprojeté.

L'enjeu est de faire établir par les professeurs des écoles certaines propriétés géométriques de la figure.

Les professeurs des écoles connaissent le formateur (chercheur) puisqu'il s'agit d'une formation qui est à sa deuxième année. Ils savent que faire l'exercice dans l'environnement Tracenpoche va permettre de faire de la géométrie, c'est-à-dire d'expliciter des relations géométriques. Ils savent également qu'ils pourront enregistrer leur travail en vue de préparer une séance auprès de leurs élèves. Ils savent que le

formateur répondra à leurs sollicitations. Ils ont une certaine familiarité avec le logiciel : ils ont déjà construit différentes figures dans l'environnement Tracenpoche. Ils ont validé – ou non – la construction en utilisant le déplacement des points déplaçables. Ils sont en salle informatique. Ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du contrat.

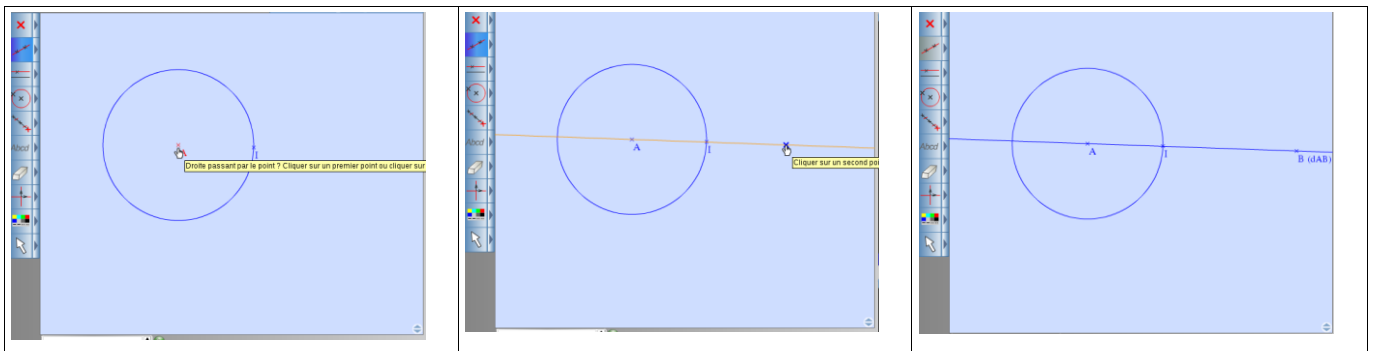
Ce qui va nourrir l'action, c'est la construction de la figure en direct par un des stagiaires dans l'environnement Tracenpoche. Ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du milieu.

J'ai choisi deux moments de cette phase 3, où les échanges entre le formateur et les stagiaires sont particulièrement denses du point de vue de la géométrie. Chacun de ces moments sera introduit par une description, puis sera suivi par une analyse fondée sur les manipulations effectuées par le stagiaire et les échanges que ces manipulations suscitent dans le collectif stagiaires-formateur. Pour des raisons de lisibilité, nous gardons les initiales des différents acteurs, tout en gardant en tête le modèle du jeu didactique (P Professeur, E élève).

3.2 Moment 1 : un problème de mathématique, tracer la droite (AI)

Description

Le stagiaire HC est sur l'ordinateur du stage, l'écran est vidéoprojeté. Il commence la construction. Il a d'abord tracé le cercle de centre A passant par I (tdp 3, HC : « Je trace le cercle. Ensuite je trace un rayon »). Puis, il sélectionne le bouton « droite », sélectionne et valide le point A. Il fait passer la droite orange par le point I, il valide le point B proposé par le logiciel. Il pense avoir tracé la droite (AI) (tdp 5, HC : « Je pense que les enfants prolongeraient le rayon ... »).



Après une diversion sur le report des longueurs avec le cercle, le formateur annonce que la construction est fautive (tdp 41, FA : « Regardez votre droite (AI). Elle ne me plaît pas »). Le stagiaire HC propose d'abord d'effacer ce qu'il vient de faire (tdp 44, HC : « Alors je l'enlève »). Le formateur insiste (tdp 45, FA : « Pourquoi est-ce qu'elle ne plaît pas ? »). HC reconnaît qu'en déplaçant, il pouvait le déduire (tdp 46, HC : « Parce que si je bouge ... »). Un autre stagiaire, CP, explique que le point B n'est pas le symétrique (de A par rapport à I). Finalement HC recommence en sélectionnant successivement le point A et le point I et valide la construction (tdp 59, HC : « Je la fais passer par I. Ah ça y est, elle est accrochée »). Une des stagiaires, CP, conclut alors que la droite doit passer par les deux points A et I (tdp 60, CP : « Pour que ce soit la même direction, il faut qu'elle passe par deux points »).

Analyse

Au moment de la construction de la droite (AI), le stagiaire HC se place plutôt du point de vue du professeur dans sa classe (« Je pense que les enfants prolongeraient le rayon ... »), tout en se prêtant au jeu du formateur. Il essaie donc de construire la droite (AI) dans l'environnement Tracenpoche. Le formateur affirme que la droite tracée n'est pas la droite attendue. Cette affirmation déstabilise dans un premier temps le stagiaire, qui est prêt à tout effacer. La demande d'explication supplémentaire de la part du formateur est le déclencheur d'un échange intéressant entre les stagiaires. Autrement dit, le milieu organisé autour de la construction de la droite (AI) met en lumière comment des connaissances géométriques peuvent être réinvesties à travers des connaissances instrumentales. HC se place du côté des connaissances instrumentales, en lien avec la validation ou la non-validation par le déplacement. CP,

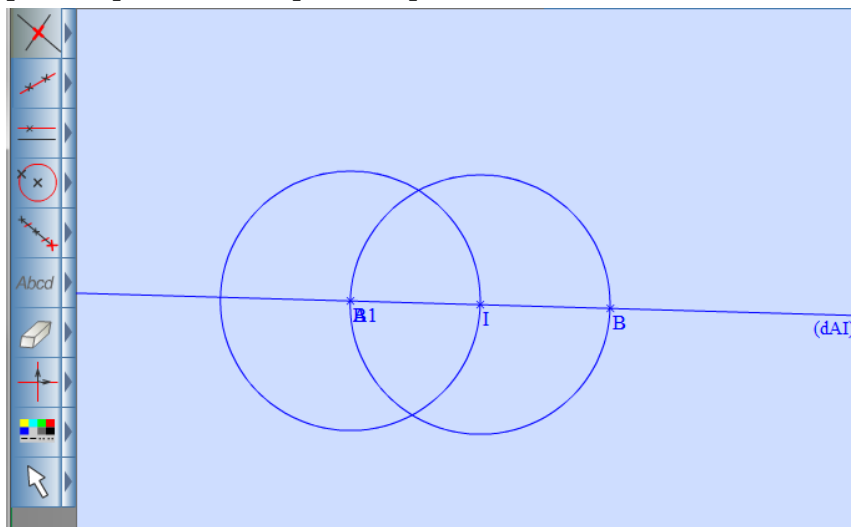
quant à elle, se place du côté des connaissances géométriques, en lien avec l'unicité de la droite lorsqu'elle est définie par deux points. Cette connaissance mathématique est implicite dans l'environnement papier-crayon. En effet, utiliser la règle pour tracer la droite (AI) revient à prendre appui sur le segment [AI], sans expliciter que seuls deux points sont suffisants. Lorsque le stagiaire HC trace la droite (AI) la première fois, il n'établit pas le lien entre la droite qui passe par le point I, en sélectionnant le point I, et la droite « orange » qui passe perceptivement par le point I. Autrement dit, il transpose la propriété d'alignement des points, « portée » par la règle dans l'environnement papier-crayon à la définition d'une droite à travers la « droite orange » dans l'environnement Tracenpoche.

Au départ, nous notons que le formateur prend la responsabilité de la non-validation de la construction. Puis rapidement, il intervient *a minima* pour permettre aux stagiaires d'explicitier une connaissance mathématique (la nécessité de deux points pour définir la droite) en appui sur la droite dans l'environnement Tracenpoche. Mais il n'intervient pas pour dire ce qu'il y a à faire. Autrement dit, il compte sur les rétroactions du logiciel (même si elles ne sont évoquées que par le stagiaire HC) pour faire évoluer les techniques des stagiaires. Par exemple, il est possible de se rendre compte que la droite « orange » ne passe pas par le point I puisque le point I ne change pas de couleur : le passage au rouge est le signe de la sélection. Ou encore le déplacement du point A modifie l'écran de sorte que la droite ne passe plus par I. Ce sont les échanges dans l'environnement Tracenpoche qui permettent à HC de modifier le début de la construction.

3.3 Moment 2 : un problème instrumental, tracer le point B tel que I soit le milieu de [AB]

Description

Le stagiaire HC est toujours sur l'ordinateur du stage, l'écran étant vidéoprojeté. Il a tracé le cercle de centre A et passant par le point I. Il a tracé la droite (AI). Il trace maintenant le cercle de centre I et passant par A. Il veut placer le point B à l'intersection de la droite (AI) et du cercle qu'il vient de tracer.



À ce moment, à l'initiative du formateur, une discussion s'engage autour du deuxième point qui vient se superposer au point A. Le formateur pointe un problème (tdp 67, FA : « *Quel est le problème que les élèves rencontrent ?* »), au moment où l'écran affiche le résultat de la construction. Une première idée des stagiaires est éventuellement de ne pas tenir compte de cette superposition de points (tdp 94, CP : « *Est-ce que les élèves, ça leur pose problème le fait qu'il y ait une sorte de gribouillis ?* ») Les stagiaires demandent l'avis du formateur, qui ne souhaite pas une telle construction (tdp 97, FA : « *Proposer quelque chose qui n'est pas lisible, ça m'ennuie* »). Une deuxième idée est de ne pas travailler avec le cercle pour reporter la longueur AI mais d'utiliser la notion de symétrie centrale (tdp 85, HC : « *Alors on prend le symétrique, comme j'ai fait au début* »). Le formateur écarte cette proposition (tdp 86, FA : « *Le symétrique, ils ne connaissent pas* »).

Analyse

Comme précédemment, le formateur pointe une difficulté au cours de la construction de la figure, qui advient parce qu'elle est posée dans l'environnement Tracenpoche. Il se place maintenant du côté des professeurs des écoles (tdp 67, FA : « *Quel est le problème que les élèves rencontrent ?* »). Il prend appui sur le résultat obtenu à l'écran sans énoncer le problème, ni chercher à le faire dire. Il compte sur les rétroactions du logiciel pour faire préciser le problème des points qui se superposent. Plusieurs stagiaires l'ont bien noté (tdp 69 et 70, HC et SC : « *Il y a deux points* »). Une ambiguïté est présente sur la dénomination des « deux points ». Faut-il comprendre qu'il y a deux points d'intersection entre le cercle de centre I qui passe par A et la droite (AI) ? Faut-il comprendre qu'il y a deux points qui se superposent, l'un étant le point d'intersection entre le cercle de centre I qui passe par A et l'autre le point A ?

Dans l'environnement papier-crayon, cette question ne se pose pas. Si la règle graduée n'est pas autorisée, le point B pourra certes être placé à l'intersection du cercle et la droite, sous-entendu le point d'intersection qui n'est pas A. Autrement dit, le problème que l'on rencontre dans l'environnement Tracenpoche donne à voir ce qui est fait implicitement dans l'environnement papier-crayon. Les stagiaires ne pouvaient pas anticiper ces deux points d'intersection et leurs conséquences implicites.

La question initiale posée aux stagiaires concernait les élèves. Jusque-là, il n'en avait pas été question. Puis, un des stagiaires posent la question au formateur de ce qui ferait signe aux élèves tdp 94, CP : « *Est-ce que les élèves, ça leur pose problème le fait qu'il y ait une sorte de gribouillis ?* ». Cette question pose le problème de ce que l'on peut accepter dans l'usage du logiciel. La superposition des points tient à une contrainte instrumentale : un point défini d'une certaine manière ne peut pas être réinvesti s'il est défini d'une autre manière. Le point A est un point du cercle, il ne peut pas être défini comme le point d'intersection d'un diamètre du cercle passant par A et du cercle. Il est nommé autrement par le logiciel, même si les deux points sont superposés. Un bouton du logiciel permet d'éviter cette superposition. Cette connaissance instrumentale est explicitée par une des stagiaires (tdp 70, C : « *Il faut le faire en évitant le point* »). Au cours d'une séance précédente, nous avons convenu qu'elle n'était pas à proposer aux élèves. Pour conclure, le formateur clôt cette possibilité.

Une autre manière de placer ce point B est alors proposée par un des stagiaires, à savoir utiliser le bouton « symétrique d'un point par rapport à un point ». Il insiste « *C'est ce que j'ai fait au début* ». Le formateur écarte d'emblée cette proposition en se plaçant du côté des élèves « *le symétrique, ils ne connaissent pas* ». En effet, la symétrie centrale est hors programme. Le stagiaire insiste « *C'est le moment de découvrir* ». Nous voyons ici un effet de l'environnement Tracenpoche : la facilité de l'usage de certains boutons peut permettre d'introduire de nouvelles notions, même si elle n'est pas connue.

3.4 Moment 3 : un problème de professeur des écoles, définir les objectifs de la construction

Description

Finalement, au vu des difficultés rencontrées, le formateur envisage de ne pas construire cette figure dans l'environnement Tracenpoche (tdp 88, FA : « *Vous comprenez, si c'est insurmontable, on n'utilise pas Tracenpoche dans cet exercice* »). Et là, une des stagiaires, SP, explique que l'exercice est intéressant en fonction des objectifs que l'on se fixe (tdp 92, SP : « *Ça dépend des objectifs* »). En particulier, elle précise le travail que l'on peut être amené à faire sur les milieux de segments (tdp 92, SP : « *Si on travaille sur les milieux, c'est intéressant* »). Une autre stagiaire SC ajoute que la présence du codage permet aux élèves de se rendre compte que le point I est le milieu du segment [AB] (tdp 99, SC : « *Ton milieu, c'est la première chose qu'ils voient* »). Puis, un autre stagiaire, JLB, conclut par la possibilité d'imposer une chronologie pour la construction dans l'environnement Tracenpoche, en donnant le segment [AB] comme figure initiale (tdp 101, JLB : « *Il faut donc donner le début, commencer par AB* »).

Analyse

La construction de la figure dans l'environnement Tracenpoche est problématique. Nous pouvons dire que ce qui fait le milieu, c'est l'avancée de la construction dans l'environnement Tracenpoche et les

difficultés rencontrées. Le formateur s'appuie donc sur ces résistances, mais en faisant preuve de réticence. À un moment où le milieu semble trop résistant, l'accommodation par les stagiaires apparaît problématique. Le formateur suggère d'écarter l'exercice. La provocation, suggérant l'abandon, fait réagir d'abord une des stagiaires, SP, qui rappelle que l'on choisit un exercice en fonction des objectifs que l'on se fixe. Une seconde, SC, prend appui sur la figure de départ pour préciser certaines connaissances en jeu. Le codage de l'égalité des longueurs peut faire signe aux élèves sur la présence du milieu du segment [AB]. Autrement dit, au cours de la séance de stage, ce qui a permis aux stagiaires d'évoquer le milieu de [AB], comme tâche première, ce sont les contraintes instrumentales. Mais par ailleurs, de leur point de vue, les codages de la figure donnés dans l'énoncé indiqueraient aux élèves la présence du milieu du segment. Pour finir, un des stagiaires se place alors du point de vue du professeur qui pourrait proposer cet exercice à ses élèves. Il résume tous les échanges par une adaptation de l'exercice, reproduire la figure est maintenue, mais elle est à faire à partir d'un segment [AB] donné.

3.5 Conclusion

La stratégie d'homologie permet au formateur de faire mettre en évidence des connaissances mathématiques ou des connaissances instrumentales. Il pointe les problèmes rencontrés dans l'environnement Tracenpoche (« *votre droite ne me plaît pas* », « *les élèves vont avoir un problème* », « *Donc on abandonne Tracenpoche* »). Mais ce sont les connaissances mathématiques qui sont travaillées (une droite est définie par la donnée de deux points, un cercle et une droite ont deux points d'intersection quand la droite n'est pas tangente au cercle, le codage de la figure). Les échanges commencent en lien avec ce qui se passe dans l'environnement Tracenpoche (le déplacement, les deux points, le gribouilli). La validation passe par la construction effective dans l'environnement Tracenpoche. L'institutionnalisation est parfois présente (« pour que ce soit la même direction, il faut qu'elle passe par deux points », « Il faut donner le début »). Cette construction pas à pas dans l'environnement Tracenpoche met en évidence des propriétés géométriques, souvent implicites dans l'environnement papier-crayon.

L'analyse *a priori* nous a certes rendu attentifs à la chronologie de la construction. Cependant, comme nous l'avons décrit et analysé, ce sont des contraintes instrumentales (tracer la droite (AI), tracer le point B tel que I soit le milieu de [AB]) qui ont servi d'appui pour envisager une chronologie de construction pour les élèves. Cet artifice a permis de mettre en évidence que le choix de reproduction de la figure peut être intéressant pour réinvestir la notion de milieu du segment, du point de vue des élèves. Dans le même temps, l'environnement Tracenpoche a servi de support d'échanges sur des connaissances mathématiques (définir une droite par deux points) ou sur des connaissances didactiques (définir une chronologie dans la construction d'une figure).

Il se trouve qu'un des professeurs présent au stage a accepté de me recevoir dans sa classe de CM1-CM2 pour observer. Le hasard a voulu que ce soit cet exercice qui a été fait à ce moment. J'ai donc choisi cette opportunité pour étudier comment des connaissances mathématiques sont mises en œuvre en appui sur l'environnement Tracenpoche, cette fois-ci dans la classe.

III - DANS LA CLASSE DE SP

1 Déroulement

Le professeur a choisi d'organiser une séance autour de cet exercice. Il projette la figure (cf illustration 1) qu'il a préparée dans l'environnement Tracenpoche. Les élèves ont à décrire la figure (phase 1) et à la construire dans l'environnement papier-crayon avec les instruments usuels (règle non graduée, équerre, compas) (phase 2). Ils reproduisent ensuite la figure dans l'environnement Tracenpoche (phase 3). De retour en classe, ils reproduisent collectivement la figure dans l'environnement Tracenpoche (phase 4) avant de le refaire en binômes dans l'environnement Tracenpoche (phase 5). Pour terminer, ils reproduisent une seconde fois la figure dans l'environnement papier-crayon avec les instruments usuels. Le déroulement de la classe est présenté sous forme d'un tableau synoptique en fonction de l'environnement et des modalités :

Temps (en minutes)	Phases	Modalités	Environnement
0-9	Phase 1 : description de la figure	collectif	TEP
9-22	Phase 2 : construction de la figure	individuel	P/C
22-46	Phase 3 : construction dans l'environnement Tracenpoche	binômes	TEP
46-71	Phase 4 : reproduction dans l'environnement Tracenpoche	collectif	TEP
71-87	Phase 5 : reproduction dans l'environnement Tracenpoche	binômes	TEP
87-101	Phase 6 : reproduction de la figure	individuel	P/C

Nous rappelons la question de recherche : au cours des transactions, en quoi l'environnement Tracenpoche permet-il au Professeur d'orienter le regard des Élèves vers des connaissances géométriques ? À l'instar de ce qui s'est passé en formation, nous allons étudier si l'environnement Tracenpoche est le support d'échanges sur des relations géométriques en classe. Nous allons centrer l'analyse sur la phase 4, moment où les échanges sont nombreux, en appui sur l'environnement Tracenpoche. Comme précédemment, nous présentons une description de cette phase, puis menons une analyse fondée sur les manipulations effectuées par l'élève et les échanges que ces manipulations suscitent entre les élèves et le professeur des écoles.

2 Description et analyse de la phase 4

Description de la phase 4

Le professeur organise le retour en classe de la manière suivante : S, un élève de CM1 est sur l'ordinateur de la classe dont l'écran est vidéoprojeté. Les élèves proposent des phrases géométriques. S doit construire avec le logiciel les éléments géométriques proposés. Voici les étapes de la construction :

Heure (en min sec)	Temps (en min, sec)	Éléments géométriques
47:21- 50:18	2:57	Construire le cercle de centre A et passant par B.
50:18- 50:54	0:36	Construire le segment [AB]. Construire la perpendiculaire à (AB) passant par A.
50:54- 51:51	0:03	Placer I un point d'intersection de la droite que l'on vient de tracer et du cercle.
51:51- 52:01	0:10	Construire la parallèle à (AI) passant par B.
52:01- 53:30	0:59	Construire D le symétrique du point A par rapport à I.
53:30- 54:34	1:04	Construire la perpendiculaire à (AD) passant par D.
54:34- 55:05	0:31	Placer le point d'intersection des deux droites qui viennent d'être construites.
55:05- 59:23	4:18	Valider la construction en déplaçant les points déplaçables.

Analyse

Les élèves ont d'abord décrit la figure (phase 1). Ils ont construit la figure, une première fois dans l'environnement papier-crayon (phase 2), une deuxième fois dans l'environnement Tracenpoche (phase 3). Ils ont donc maintenant une certaine familiarité avec cette figure. Ils savent qu'ils doivent utiliser le

vocabulaire. Si l'on considère la dialectique contrat-milieu, ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du contrat.

Les phrases prononcées par les élèves sont traduites en termes d'action sur le logiciel par un élève. Chacun des élèves (et le professeur) voit ce que fait S : les déplacements du curseur, les boutons et les objets géométriques sélectionnés et validés à l'écran. La figure géométrique évolue au fur et à mesure de la construction. Ces éléments dans le modèle sont plutôt du côté du milieu.

L'enjeu est de faire dire aux élèves des phrases comportant les éléments caractéristiques des objets géométriques.

On peut attribuer aux interventions du professeur différentes fonctions.

La première fonction est définitoire : il s'agit d'établir la règle du jeu. Les élèves ont à dire à la personne qui manipule la souris comment reproduire la figure dans l'environnement Tracenpoche. Au départ c'est le professeur qui était prévu aux commandes de la souris (tdp 1, P : « *J'aimerais que vous me disiez ce que je dois faire pour reconstruire le travail* »). Puis il délègue immédiatement son rôle à un élève de CM1, S (tdp 1, P : « *Je vais envoyer quelqu'un à ma place* »). Il devient ainsi l'élève-sherpa (Trouche 2007) : tous ses mouvements de la souris sont visibles à l'écran. Cependant, ses mouvements sont guidés par un autre élève, qui doit formuler une phrase mathématique pour S. Ce dernier doit alors transposer cette phrase en action avec le logiciel. Les élèves échappent parfois à la règle initiale. Le professeur garde le cap (tdp 15, P : « *Non, qu'est-ce qu'il trace ? Les boutons, c'est ses affaires à lui. Qu'est-ce qu'il trace ?* ») Autrement dit, la règle du jeu annoncée par le professeur (tdp 1, P : « *Ce que je dois faire pour construire le travail* ») est différente de la règle du jeu que le professeur attend, c'est-à-dire expliciter les éléments caractéristiques des objets géométriques.

La deuxième fonction va être de faire compléter des phrases incomplètes. Par exemple :

27	P	<i>Quoi d'autre ?</i>
28	A	<i>Il fait une droite parallèle.</i>
29	P	<i>Ouh là là, il faut que tu sois plus précis. Parce qu'il ne va pas pouvoir faire ce qu'on lui dit.</i>
30	A	<i>Il fait la parallèle à (AI) passant par le point I.</i>

Cet exemple illustre la manière dont le professeur engage l'action des élèves. Il demande à l'élève de faire des phrases en utilisant un vocabulaire géométrique dans un but précis, il faut que l'élève S puisse faire la construction dans l'environnement Tracenpoche. Ce qui motive la précision de la phrase, ce n'est pas l'objet mathématique. Ce n'est pas non plus le professeur qui la demande. C'est la nécessité de pouvoir le tracer dans l'environnement Tracenpoche. Ce ne sont pas les exigences professorales, mais des exigences instrumentales : l'environnement Tracenpoche devient le prétexte à rendre nécessaire les éléments caractéristiques des objets géométriques.

Une troisième fonction est de faire avancer le temps didactique. Par exemple :

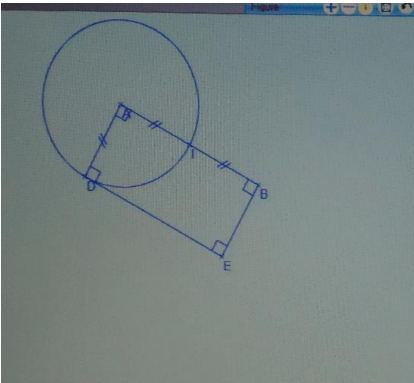
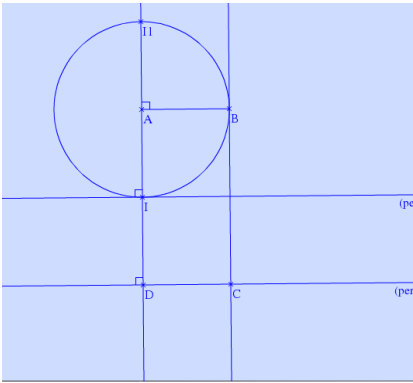
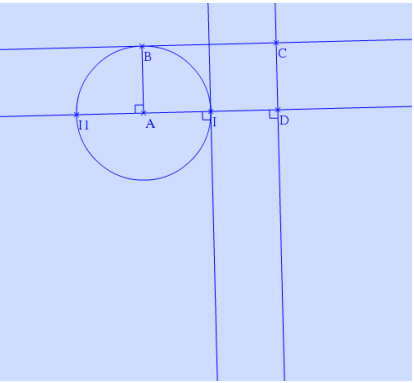
11	P	<i>Quelqu'un d'autre après ? Jordan ?</i>
19	P	<i>Ensuite, qu'est-ce qu'il fait d'autre ? Céline ?</i>
27	P	<i>Quoi d'autre ? Axel ?</i>

Au moment de la définition de la règle du jeu, le professeur délègue son rôle à l'élève S (tdp 1, P : « *Je vais donner ma place à quelqu'un* »). Au cours de la construction, tandis que l'élève S reste aux commandes du logiciel, le professeur donne la responsabilité à différents élèves de produire des assertions permettant à S de construire la figure. Autrement dit, le professeur cherche à instaurer un dialogue entre deux élèves, l'un donnant l'ordre et l'autre exécutant cet ordre. Ainsi, bien que le professeur fasse preuve de réticence (il ne dit pas ce qu'il y a à faire), il est omniprésent. Effectivement, les élèves proposent des ordres à destination du professeur (tdp 18, G : « *On trace...* », tdp 30, A : « *Il fait ...* »). L'effacement

programmé du professeur n'est pas réalisé. Au contraire, c'est lui qui impulse le rythme en prenant appui sur le changement d'élèves.

La quatrième fonction du professeur est de faire valider la construction.

La figure étant construite (cf illustration 3), le professeur engage le travail de validation par le déplacement (tdp 51, P : « *C'est terminé ou pas ? Quels points il faut déplacer pour vérifier ?* ») S déplace un point (cf illustration 4). Le support de discussion n'est donc pas la figure telle qu'elle pourrait l'être dans l'environnement Tracenpoche. C'est la figure déplacée au fur et à mesure du mouvement impulsé par S. Les effets du déplacement sont interprétés de manière contradictoire (tdp 51, P : « *Est-ce qu'on a la même figure que tout à l'heure ?* ») : les élèves répondent par oui et par non.

		
Illustration 2	Illustration 3	Illustration 4
Figure proposée par le professeur dans la phase 1	Figure construite par S sous la dictée des élèves	Figure obtenue après le déplacement du point B.

Au cours de la construction, la question de l'erreur n'a jamais été évoquée. Le professeur ne s'attend probablement pas à ce problème. Il lui faut donc trouver les moyens de convaincre tous les élèves, les différentes figures ne font pas signe à tous les élèves : ils ne reconnaissent pas la figure initiale (cf illustration 2). Le professeur reprend alors les propriétés énoncées dans la première phase (tdp 63, P : « *Est-ce qu'on a bien les angles droits ? Est-ce que I est le milieu de [AD] ?* », tdp 69, P : « *Est-ce que cette distance-là est le même que celle-là ?* »). Elle fait ainsi appel à la mémoire didactique de la classe. La validation des propriétés de la construction à l'écran passe par différents moyens.

D'abord, elle valide les angles droits (non tracés par le logiciel en A, I et D) en les traçant avec le logiciel. Autrement dit, elle s'appuie sur une connaissance instrumentale : tracer un angle dans l'environnement Tracenpoche est symbolisé par un arc de cercle qui devient le symbole de l'angle droit lorsque les droites sont perpendiculaires. On peut faire le parallèle dans l'environnement papier-crayon. Une vérification de l'angle droit passe par l'usage de l'équerre. Une technique ancienne est revisitée par une technique nouvelle transposée.

Puis elle valide les égalités de longueurs AB et DC d'une part et AD et BC d'autre part de manière perceptive (tdp 67 et 69, P : « *Est-ce que cette distance-là est la même que celle-là ?* »). Comme précédemment, on peut comparer avec ce qui se fait habituellement dans l'environnement papier-crayon. Le professeur n'utilise pas une connaissance instrumentale, usage de la règle pour mesurer un segment, alors que l'usage de la règle permettrait d'attester de l'égalité des longueurs dans l'environnement papier-crayon. Cette technique ancienne n'est pas revisitée par une technique nouvelle transposée. Par contre, elle fait valider les égalités des longueurs AB et AI en faisant évoquer l'égalité des rayons du cercle. Cette technique s'appuie sur un discours technologique relatif à la définition des rayons du cercle.

Enfin, en appui sur ces éléments, elle conclut rapidement sur la validité de la construction (tdp 79, P : « *Oui* »). Elle enchaîne sur une question d'orientation de la figure (tdp 79, P : « *C'est pas tout à fait clair parce que ce n'est pas dans le bon sens* »). Nous pouvons interpréter cette conclusion au vu des réactions des élèves, toutes les propriétés sont vérifiées, mais ils ne semblent pas convaincus.

IV - CONCLUSION - DISCUSSION

La question qui nous préoccupe est de donner à voir comment le Professeur prend appui sur l'environnement Tracenpoche pour orienter l'Élève vers des connaissances géométriques. C'est pour approfondir cette question que nous avons voulu rapprocher le dispositif en formation continue et le dispositif en classe (classe de SP).

Les deux situations que nous avons présentées ici, sont organisées globalement sur le même principe, un élève-sherpa qui est sur l'ordinateur de la classe, dont l'écran est vidéoprojeté (le stagiaire HC, l'élève S), des intervenants (un stagiaire, un des élèves désigné par le professeur), un professeur (le formateur, le professeur de la classe SP).

Différents exemples de discussions ont été présentés, qui adviennent en fonction de ce qui se passe à l'écran : déterminer une droite, placer un point, prévoir une chronologie de la construction au cours du stage de formation continue, donner les éléments caractéristiques des objets géométriques, valider une construction.

Les analyses dans deux contextes différents nous amènent à nous interroger sur différents points.

1°) Une des questions didactiques évoquées au cours du stage de formation continue concernait la construction du point B sachant que I est le milieu de [AB]. Le formateur, à ce moment, a été assez explicite quant à l'usage de la symétrie centrale (tdp 86, FA : « *les élèves ne connaissent pas* »). Pourtant, dans la classe de SP, le bouton « symétrique d'un point par rapport à un autre point » avait été utilisé. Dans quelles conditions a-t-il été introduit ? Pouvait-on s'en dispenser ? Faut-il choisir un autre exercice dans l'environnement Tracenpoche ? Toutes ces questions ne peuvent trouver une réponse qu'en menant l'enquête entre les professeurs des écoles et le formateur (ici le chercheur).

2°) Une deuxième question concernait le codage de la figure. Au cours du stage de formation continue, une stagiaire SC a expliqué que le codage sur la figure permettrait aisément aux élèves de voir que I était le milieu de [AB]. Effectivement, dans la classe de SP, le milieu a été repéré en premier au moment de la phase 1 au cours de la description de la figure. Pourtant, cette prise d'indice n'est pas partagée par tous les élèves. On s'en rend compte, dans la phase 2, lors de la construction de la figure dans l'environnement papier-crayon, 8 élèves (sur 24 élèves) n'ont pas placé le point I en tant que milieu de [AB]. Mais, dans la phase 3, lors de la même construction dans l'environnement Tracenpoche, tous les élèves ont une figure où le point I est le milieu de [AB], soit en utilisant le bouton « milieu », soit en utilisant le bouton « symétrique ». Nous pouvons donc constater que des élèves peuvent « voir » des propriétés sans pour autant les réinvestir au moment de la construction, ni se rendre compte d'une erreur éventuelle. Par contre, dans l'environnement Tracenpoche, le déplacement éclaire l'absence d'une prise en compte de « quelque chose ». Autrement dit, une technique perceptive de construction dans l'environnement papier-crayon devient problématique dans l'environnement Tracenpoche. L'élève est amené à prendre en compte des propriétés géométriques, c'est-à-dire à élaborer une technologie sur la technique. Mais ces effets ne sont repérés que dans une classe. Une autre prolongation de l'enquête consisterait à l'étendre à plusieurs classes et à plusieurs professeurs des écoles.

3°) Une dernière question concerne la validation de la construction.

Figure obtenue	Figure visée

Dans la classe de SP, les élèves ne reconnaissent pas la figure obtenue après le déplacement des points (cf illustration 5). Le professeur fait rappeler les propriétés qui avaient permis de décrire la figure (cf illustration 6) et les vérifie sur la figure obtenue. Malgré ces précisions, les élèves restent dubitatifs. Finalement, le professeur fait refaire la figure « dans le bon sens ». Dans le stage de formation continue, nous n'avons pas évoqué la question de la validation. Or, comme nous le voyons ici, elle est problématique. Nous avons décrit et analysé l'ingéniosité du professeur, qui choisit de vérifier d'abord les propriétés pour tenter de convaincre les élèves. Mais il décide quand même de refaire la figure dans le « bon sens ». Au cours du stage de formation continue, la question de l'orientation n'a pas été abordée,

alors qu'elle est cruciale. Quels sont les critères de validité d'une figure en mathématiques ? Comment vérifier qu'une construction est juste, tant dans l'environnement papier-crayon que dans l'environnement Tracenpoche ? Il nous semble que le problème présenté ici est réel. Dans l'environnement papier-crayon, la superposition de la construction avec une construction sur un papier calque « retourné » est une possibilité. Cependant, l'absence de données sur la longueur ne permettrait pas d'utiliser cette méthode. Quelles sont alors les connaissances mathématiques sous-jacentes ? Comment aborder ces questions en formation continue ? En classe ?

La puissance d'agir du Professeur semble dépendre étroitement de sa connaissance des enjeux mathématiques. Qu'il s'agisse du professeur des écoles dans sa classe de cycle 3 ou du formateur au cours du stage de formation continue, dans le contexte de la géométrie dynamique, le Professeur oriente l'action vers des connaissances géométriques qu'il a repérées, en prenant appui sur des connaissances instrumentales (le déplacement, la définition d'une droite, le milieu d'un segment, ...). Cependant, dans l'étude que nous avons menée, nous voyons des limites à cette expérimentation. La question de la validation par le déplacement des points déplaçables a été largement travaillée en formation continue. Pourtant, la mise à l'épreuve dans la classe de cycle 3 est problématique, puisque les élèves ne valident pas la construction. Les rétroactions du logiciel ne sont pas analysées par les élèves dans un but de validation, malgré la présence du professeur, qui oriente l'action des élèves vers des propriétés mathématiques. Il est donc souhaitable de retravailler collectivement, professeurs et formateur, cette articulation connaissances instrumentales et connaissances géométriques. Autrement dit, ce résultat est convergent avec ce qui est expérimenté par ailleurs (Sensevy & al 2013) : il s'agit de développer une démarche où les chercheurs et les professeurs sont associés dans la construction et le développement d'une ressource.

V - BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T., MERCIER A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques, In G. Sensevy & A. Mercier (eds). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 153-185). Rennes : Presses Universitaires.

ATHIAS F. (2014). La géométrie dynamique comme moyen de changement curriculaire, thèse de doctorat, Université Aix-Marseille.

BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques. Université d'été 1998 (pp. 91-118). Actes de l'Université d'été La Rochelle, IREM de Clermont-Ferrand, France.

GUEUDET G., TROUCHE L. (2010). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires. Dans G. Gueudet et L. Trouche (Eds). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Presses Universitaires de Rennes. pp. 57-74.

HOUEMENT C. (2013). Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques. History and Overview. Université Paris-Diderot - Paris VII, HDR. <tel-00957166>

SENSEVY G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.

SENSEVY G. (2011). Chapitre 6 : comprendre l'action didactique. Méthode et jeux d'échelle. *Le sens du savoir*. Récupéré le 29/08/2015. <http://python.espe-bretagne.fr/sensevy/sensdusavoir/LeSensDuSavoirChap6.pdf>

SENSEVY G., FOREST D., QUILIO S., MORALES G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 1031-1043.

SENSEVY G. (2012). Le jeu comme modèle de l'activité humaine et comme modèle en théorie de l'action conjointe en didactique. Quelques remarques. *NPPS*, vol7/2, pp. 105-132.

TROUCHE L. (2007). Environnements informatisés d'apprentissage : quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques ? In R. Floris & F. Conne (Eds). *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*. (pp. 19-38). De Boeck.

DIFFICULTES POUR ENSEIGNER A PARTIR DU MONDE REEL COMME RESSOURCE : COMPARAISON FRANCO-ESPAGNOLE.

Richard CABASSUT

Formateur, Université de Strasbourg
LISEC - Université Paris 7
richard.cabassut@unistra.fr

Irene FERRANDO

Formatrice, Universidad de Valencia
Departamento de didáctica de las matemáticas
irene.ferrando@uv.es

Résumé

Nous présentons une recherche exploratoire sur les représentations d'acteurs de l'école primaire (stagiaires, professeurs, formateurs ...) par rapport à l'enseignement de la modélisation. Un questionnaire a été adressé à des enseignants français et espagnols sur différentes variables (conditions institutionnelles, expérience, formation, conditions d'enseignement, conception des mathématiques et de la modélisation, difficultés d'enseignement...). Nous présentons ici la problématique, les cadres théoriques et méthodologiques et les premiers résultats de cette recherche. L'analyse des réponses permet de préciser les difficultés rencontrées dans cet enseignement quant au temps, à l'organisation de la leçon, à l'évaluation, à la prise en compte des élèves, à l'environnement ... L'analyse en classes permet de dégager des types d'enseignants, ce qui permet d'interroger la conception de la formation et des ressources sur l'utilisation de problèmes issus du monde réel. En contrastant les conditions institutionnelles (notamment entre la France et l'Espagne) on interroge également la spécificité des difficultés rencontrées.

I - CONTEXTE ET PROBLEMATIQUE

Différentes études (Blum & al. 2007, Stillman & al 2013), ont montré l'importance d'un enseignement des mathématiques à partir de problèmes issus du monde réel et des représentations des enseignants envers cet enseignement. En France les textes officiels de mathématiques de l'école primaire prescrivent le recours aux problèmes en lien avec le monde réel. Les programmes de 2016 en mathématiques pour la scolarité obligatoire française (MEN 2015, p.74) présentent dès le cycle 2 « modéliser » comme une des sept principales compétences travaillées. Les programmes précédents et les manuels de classe laissent apparaître la modélisation comme un objet d'enseignement (Cabassut, Wagner 2011 ; Cabassut, Ferrando 2014). C'est dire que le monde réel, à travers des situations issues de la vie courante, de la vie de la classe, ou des autres disciplines, est une véritable ressource pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

De nombreuses recherches ont montré que les représentations des enseignants jouent un rôle clé dans l'enseignement des mathématiques (Philipp 2007). Kaiser (2006) montre à propos des professeurs allemands que leurs croyances concernant les mathématiques sont une raison essentielle de la faible implication de la modélisation et de ses applications dans l'enseignement des mathématiques. Maass et Gurlitt (2009) montrent l'influence des croyances en mathématiques sur la conception, la sélection, la mise en œuvre et l'évaluation des tâches de modélisation. Lee (2012) remarque l'impact des connaissances et des croyances mathématiques sur l'interprétation et la mise en œuvre du programme. Borromeo et Blum (2013) signalent l'importance de l'expérience sur les motivations et les obstacles dans l'enseignement et de la formation de la modélisation. Ils étudient les difficultés d'enseignement de la

modélisation chez les professeurs allemands de l'école primaire : le temps, l'évaluation et les ressources sont les trois principaux domaines de difficultés. Mais nous n'avons pas trouvé d'étude comparable chez les professeurs français à l'exception du rapport de l'inspection générale sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 (IGEN 2006) qui observe que « les problèmes de vie courante tiennent une place insuffisante dans nombre de classes » (Ibid. p.59) et remarque les difficultés suivantes : « la mise en route de l'activité se révèle quelquefois délicate, les modalités de la recherche (travail par groupes, travail individuel) ne sont pas toujours adaptées, la formulation de la question posée n'est pas forcément assez précise et la régulation du travail (nature de l'intervention du maître) est parfois déficiente » (Ibid. p.42). C'est pourquoi nous proposons d'étudier quelles sont les représentations de la modélisation chez les professeurs de l'école primaire et quelles sont les difficultés exprimées par les professeurs pour enseigner la modélisation. Pour réaliser cette étude nous nous appuyons sur les cadres théoriques et les méthodologies suivants.

II - CADRES THEORIQUES ET METHODOLOGIE

Nous nous référons tout d'abord au cadre théorique sur la modélisation développé dans le cadre du projet LEMA de conception et mise en œuvre d'une formation à la modélisation d'enseignants de l'école primaire (Cabassut 2009). Nous adoptons la définition proposée par Maass (2006, p.15) « Modelling problems are authentic, complex and open problems which relate to reality. Problem-solving and divergent thinking is required in solving them »¹. Le questionnaire (Questionnaire 2015) proposé aux professeurs comporte donc une partie sur leurs conceptions de la modélisation.

Pour analyser les conceptions des enseignants nous adoptons le cadre théorique sur les conceptions de Philipp (2007, p.259) : « Knowledge - beliefs held with certainty or justified true belief [...]. Conception - a general notion or mental structure encompassing beliefs, meanings, concepts, propositions, rules, mental images, and preferences² ». Nous reprenons une partie du cadre théorique de l'étude LEMA précédemment citée en nous appuyant sur les croyances des professeurs, notamment dans le cadre de la théorie de l'auto-efficacité de Bandura (1997, p.765) qui estime que « plus l'efficacité perçue préexistante des individus est forte et plus les messages médiatiques augmentent les croyances en leur capacités, plus ces personnes ont de probabilités d'adopter des pratiques bénéfiques ». Les croyances des enseignants en leur auto-efficacité pour motiver les élèves et favoriser leur apprentissage est donc importante du point de vue de Bandura. C'est pourquoi le questionnaire comprendra des items sur l'auto-efficacité des enseignants du type « je me sens capable de ... » pour lesquels le répondant exprimera son accord ou son désaccord.

Nous utilisons également les niveaux de co-détermination didactique proposés par la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 2002) pour repérer les conditions et les contraintes qui peuvent expliquer les difficultés des enseignants. Par exemple, concernant les croyances relatives à la modélisation et à son enseignement, Cabassut & Villette (2012) ont montré que le pays, l'âge, le type d'école pouvaient être des variables clivantes pour les croyances des enseignants et Borromeo & Blum (2013) mettent en évidence une différence entre les professeurs d'école qui ont suivi des études de mathématiques et les autres. C'est pourquoi nous adoptons une approche comparative (Cabassut 2007), entre l'Espagne et la France, ce qui permettrait de repérer d'éventuelles différences qui pourraient être expliquées par des différences institutionnelles et de mieux contraster ainsi le rôle des niveaux de co-détermination didactique.

Du point de vue méthodologique, nous procédons à une revue de la littérature des dernières années de certaines revues (Educational Studies in Mathematics, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Recherche en didactique des mathématiques, ICMI Studies) et d'actes de conférences (CERME, ICTMA,

1 Traduction des auteurs : Les problèmes de modélisation sont les problèmes authentiques, complexes et ouverts, qui sont en rapport avec la réalité. La résolution de problème et la pensée divergente sont requise durant leur traitement.

2 Traduction des auteurs : « Connaissance : « Conception : une notion générale ou une structure mentale englobant les croyances, les significations, les propositions, les règles, les images mentales et les préférences ».

SEMT, Copirelem) ainsi que des références révélées par les sources précédentes. Deux recherches basées sur des questionnaires portant sur l'enseignement de la modélisation ont été utilisées (Borromeo & Blum 2013 ; Cabassut & Villette 2012). Les principaux résultats ont été rappelés dans la partie précédente sur le contexte de cette recherche et servent à construire un questionnaire en ligne (Questionnaire 2015) à destination des étudiants, professeurs, formateurs, chercheurs et membres de la noosphère (inspecteurs, conseillers pédagogiques, auteurs de ressources) liés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, en France et en Espagne.

Le questionnaire se compose de 85 questions, la plupart à choix multiple, avec quelquefois une échelle de Lickert³ à quatre ou cinq degrés. Une seule question ouverte est relative aux difficultés de l'enseignement de la modélisation. Quatre parties composent le questionnaire : biographie du répondant, conceptions des mathématiques dans l'enseignement, conceptions et pratique de la modélisation, difficultés pour enseigner la modélisation. L'analyse des réponses au questionnaire s'effectue avec le logiciel SPAD : tri à plat, analyse en classes (Cabassut, Villette 2012), analyse textuelle.

Les variables sont les différentes réponses aux questions à choix multiples. L'analyse en classes s'effectue en prenant comme variables actives les variables liées aux difficultés dans l'enseignement sur la modélisation. Une fois les classes constituées, on observe à quelles classes se rattachent les autres variables, appelées variables illustratives (notamment les variables biographiques, celles sur les conceptions mathématiques, ou sur les conceptions et la pratique de la modélisation).

III - RESULTATS

Le premier résultat montre l'hétérogénéité des réponses, et notamment celles des professeurs de l'école primaire. Nous signalerons les distinctions des professeurs de l'école primaire lorsqu'elles paraîtront statistiquement significatives dans les parties « analyse en classes » et « croisement de variables ».

1 Tris à plat

De février à mars 2015, 231 professeurs ont répondu au questionnaire, dont 124 français et 107 espagnols répartis comme suit : 23 % relèvent de l'enseignement primaire, 54 % de l'enseignement secondaire et 23 % de l'enseignement supérieur. Parmi eux, 52 % sont des hommes. L'âge médian des répondants est de 42 ans ; le nombre médian d'années d'expérience est 15 ans. A propos des études des répondants, 25 % ont suivi des études en sciences de l'éducation, 58 % des études mathématiques et 15 % des études en sciences.

Concernant l'enseignement des mathématiques et de la modélisation, 57 % considèrent les conditions d'enseignement difficiles, 80 % comprennent les termes « problème de modélisation » (une définition est proposée dans la suite du questionnaire pour ceux qui ne les comprennent pas), et 58 % considèrent qu'ils utilisent dans leur enseignement des problèmes qui sont simultanément ouverts, complexes, reliés au monde réel, résolus à l'aide des mathématiques et utilisant une démarche d'investigation. 67 % sont motivés pour enseigner la modélisation.

Les principales difficultés sont reliées au temps, à l'implication des étudiants et aux ressources. Signalons les difficultés que plus de 50 % des répondants déclarent, par ordre décroissant de pourcentage de réponses.

- Pour 70 % des répondants il est difficile d'estimer la durée de résolution d'une tâche de modélisation.
- Pour 58 % la préparation de tâches de modélisation prend trop de temps.
- Pour 55 % les problèmes de modélisation demandent beaucoup de ressources, ce qu'il est possible de réaliser seulement avec beaucoup d'effort.
- Pour 54 % la plupart des étudiants ne savent pas quoi travailler dans les problèmes de modélisation.

3 Echelle de jugement avec laquelle le répondant exprime son degré d'accord ou de désaccord avec une affirmation.

- 51 % estiment ne pas avoir assez de matériel pour des problèmes de modélisation en classe.

Les aspects positifs sont relatifs à l'évaluation, l'organisation des leçons, et l'implication des élèves :

- Pour 77 % les problèmes de modélisation favorisent grandement l'autonomie des élèves.
- 57 % se sentent capables d'aider les élèves à développer des compétences en argumentant lors de problèmes de modélisation.
- 56 % se sentent capables d'utiliser les erreurs des élèves pour faciliter leur apprentissage de la modélisation.
- Pour 50 % les problèmes de modélisation favorisent à la fois les élèves avec les moins bons résultats et ceux qui ont les meilleurs résultats.

2 Analyse en classes

L'analyse en classes produit 4 classes. La première classe (74 individus, 32%) regroupe les répondants négatifs vis à vis de la modélisation, avec des difficultés en mathématiques et en modélisation. La deuxième classe (46 individus, 20%) rassemble les répondants positifs sur la modélisation, qui généralement ne ressentent pas de difficultés pour la modélisation. La troisième classe (85 individus, 37 %) représente les répondants qui sont positifs envers la modélisation et neutres sur les difficultés. La quatrième classe (24 individus ; 11 %) regroupe des répondants neutres sur la modélisation et sur ses difficultés. Décrivons plus en détail chaque classe.

2.1 Première classe : négative avec la modélisation et avec des difficultés

Dans cette classe, beaucoup plus que dans la population totale, les répondants ne se sentent pas capables de concevoir des leçons de modélisation qui aident les élèves à surmonter les difficultés dans toutes les étapes de modélisation (par exemple les problèmes de validation), d'aider les élèves à développer des compétences en argumentant lors de problèmes de modélisation, de développer des critères détaillés (liés au processus de modélisation) pour l'évaluation et la notation des solutions des élèves aux problèmes de modélisation, de bien évaluer les progrès des élèves dans leur travail sur des problèmes de modélisation, d'utiliser les erreurs des élèves pour faciliter leur apprentissage de la modélisation, d'adapter les problèmes et les situations des manuels pour créer des problèmes ouverts réalistes. Beaucoup plus que dans la population totale, ils sont d'accord avec les affirmations suivantes :

- il est difficile, dans un problème de modélisation, d'évaluer la présentation d'une solution du problème de modélisation,
- pour les professeurs il est difficile, dans un problème de modélisation, de différencier ce qui est correct de ce qui ne l'est pas ;
- évaluer des problèmes de modélisation prend trop de temps ;
- pour les professeurs il est difficile, dans un problème de modélisation, d'évaluer le travail en groupes ;
- les solutions à un problème de modélisation trouvées par les élèves ou étudiants ne sont pas comparables ; la présentation des solutions est complexe ;
- les problèmes de modélisation requièrent des traitements complexes que les élèves de l'école primaire ne peuvent pas gérer ;
- il est difficile de gérer le travail en groupes dans une séance de modélisation ;
- les leçons de modélisation sont imprévisibles.

Si l'on décrit cette classe avec les variables illustratives, beaucoup plus que dans la population totale on trouve des enseignants du supérieur ou des formateurs. Beaucoup plus que dans la population totale, les répondants considèrent que :

- travailler en petits groupes, évaluer les élèves, utiliser une démarche d'investigation, utiliser des problèmes ouverts, avoir une classe hétérogène, est difficile dans l'enseignement des mathématiques (et pas seulement dans l'enseignement de la modélisation) ;

- il est important d'appliquer les programmes officiels ou la maquette de formation dans l'enseignement des mathématiques ;
- ils utilisent rarement des problèmes de modélisation, des problèmes résolus par une démarche d'investigation, ou des problèmes traitant des données authentiques ;
- ils ne sont pas d'accord qu'un problème de modélisation soit un problème ouvert.

Dans cette première classe plutôt négative par rapport à la modélisation et sensible aux difficultés, il est surprenant d'observer une sur-représentation des professeurs de l'enseignement supérieur et des formateurs. Ont-ils davantage conscience des difficultés ? Pourquoi ? Est-ce parce que le niveau des étudiants baisse et qu'ils se sentent obligés de s'investir dans des tâches d'entraînement et d'exercices ? Pourtant l'évaluation par projet semble présente dans la formation et l'enseignement supérieur. Les enseignants du primaire sont un peu moins représentés (15 % dans cette classe contre 23 % dans la population totale). Est-ce parce qu'au primaire on a plus l'habitude d'activités ouvertes sur la vie quotidienne et les autres disciplines ? Des entretiens approfondis essaieront de préciser ces éléments.

2.2 *Seconde classe : positive et sans difficultés avec la modélisation*

Dans cette classe, beaucoup plus que dans la population totale, ils ne sont pas d'accord sur le fait que :

- dans un problème de modélisation il est difficile d'évaluer le travail en groupes,
- la plupart des élèves ne savent pas quoi travailler dans les problèmes de modélisation,
- quand les professeurs enseignent la modélisation ils n'ont pas assez de temps pour les autres apprentissages,
- il est difficile de gérer le travail en groupes dans une séance de modélisation,
- les élèves sont difficiles à discipliner pendant la résolution d'un problème de modélisation,
- pour les professeurs il est difficile dans un problème de modélisation d'évaluer la présentation d'une solution du problème de modélisation,
- quand les élèves travaillent sur un problème de modélisation, l'environnement de la classe devient encore plus difficile,
- les problèmes de modélisation requièrent des traitements complexes que les élèves de l'école primaire ne peuvent pas gérer,
- évaluer des problèmes de modélisation prend trop de temps,
- les leçons de modélisation sont imprévisibles,
- dans un problème de modélisation il est difficile de différencier ce qui est correct de ce qui ne l'est pas,
- la présentation des solutions est complexe,
- résoudre des problèmes de modélisation en classe prend trop de temps.

Les répondants perçoivent donc moins de difficultés par rapport à l'ensemble de la population. Beaucoup plus que dans la population totale, les répondants de la classe se sentent capables de :

- concevoir des leçons de modélisation qui aident les élèves à surmonter les difficultés dans toutes les étapes de modélisation (par exemple les problèmes de validation),
- développer des critères détaillés (liés au processus de modélisation) pour l'évaluation et la notation des solutions des élèves aux problèmes de modélisation,
- bien évaluer les progrès des élèves dans leur travail sur des problèmes de modélisation,
- aider les élèves à développer des compétences en argumentant lors de problèmes de modélisation,
- concevoir ses propres problèmes de modélisation,
- adapter les problèmes et les situations des manuels pour créer des problèmes ouverts réalistes.

Si l'on décrit cette classe avec les variables illustratives, beaucoup plus que dans la population totale on trouve des répondants espagnols, ou motivés pour enseigner la modélisation, ou considérant comme facile dans l'enseignement des mathématiques (et pas seulement dans l'enseignement de la modélisation) d'utiliser le travail en petits groupes ou de l'évaluer, d'utiliser une démarche d'investigation, d'avoir une classe hétérogène. Ces répondants utilisent des problèmes de modélisation, des problèmes complexes, une démarche d'investigation, des problèmes ouverts ; ils considèrent comme important l'utilisation de problèmes ouverts ou le travail en petits groupes. C'est ici la seule classe où un pays (l'Espagne) est sur-représentée. Cabassut et Villette (2012) dans une comparaison européenne avec des professeurs inscrits à une formation continue sur l'enseignement de la modélisation avaient trouvé un résultat analogue : les professeurs espagnols étaient positifs envers l'enseignement de la modélisation. Les professeurs de l'école primaire représentent 19 % de cette classe (contre 23 % dans la population totale). Des entretiens approfondis pourraient rechercher les facteurs institutionnels ou culturels qui pourraient expliquer ces différentes caractéristiques.

2.3 Troisième classe : positive avec la modélisation et neutre avec les difficultés

Dans cette classe, beaucoup plus que dans la population totale :

- ils se sentent capables d'utiliser les erreurs des élèves ou des étudiants pour faciliter leur apprentissage de la modélisation,
- ils se sentent capables d'aider les élèves à développer des compétences en argumentant lors de problèmes de modélisation.
- Ils sont d'accord que les problèmes de modélisation favorisent grandement l'autonomie des élèves,
- Ils sont d'accord que les élèves acquièrent beaucoup de connaissances sur l'utilisation des mathématiques dans les problèmes de modélisation.

Beaucoup plus que dans la population totale, ils sont neutres :

- pour se sentir capable de concevoir des leçons de modélisation qui aident les élèves à surmonter les difficultés dans toutes les étapes de modélisation (par exemple les problèmes de validation),
- pour se sentir capable d'adapter les problèmes et les situations des manuels pour créer des problèmes ouverts réalistes,
- pour se sentir capable de développer des critères détaillés (liés au processus de modélisation) pour l'évaluation et la notation des solutions des élèves aux problèmes de modélisation,
- sur le fait que la plupart des élèves ne savent pas quoi travailler dans les problèmes de modélisation,
- sur le fait qu'évaluer des problèmes de modélisation prend trop de temps,
- sur le fait que les leçons de modélisation sont imprévisibles.

Si l'on décrit cette classe avec les variables illustratives, beaucoup plus que dans la population totale on rencontre des répondants :

- hommes, ou professeurs de l'école secondaire,
- ayant suivi des études de mathématiques,
- qui comprennent la notion de modélisation,
- qui considèrent qu'un problème de modélisation est relié au monde réel.

En comparaison avec la classe précédente, comment expliquer la sur-représentation des professeurs du secondaire et des répondants qui ont suivi des études en mathématiques ? Y a-t-il un lien avec le fait qu'ils soient davantage neutres sur les difficultés ? Pourquoi les hommes sont-ils sur-représentés ? On observe également que les professeurs de l'école primaire sont 28 % dans cette classe (contre 23 % dans la population totale). Des entretiens approfondis pourraient éclairer ces caractéristiques.

2.4 Quatrième classe : neutre avec la modélisation et avec les difficultés

Beaucoup plus que dans la population totale ils sont neutres à propos des affirmations suivantes :

- les problèmes de modélisation favorisent grandement l'autonomie des élèves,
- la plupart des élèves ne savent pas quoi travailler dans les problèmes de modélisation,
- les élèves acquièrent beaucoup de connaissances sur l'utilisation des mathématiques dans les problèmes de modélisation,
- je me sens capable d'aider les élèves à développer des compétences en argumentant lors de problèmes de modélisation,
- les élèves reconnaissent souvent qu'il n'y a pas une solution unique,
- les élèves sont difficiles à discipliner pendant la résolution d'un problème de modélisation,
- les élèves ont des difficultés avec le fait qu'il y a beaucoup de solutions différentes dans les problèmes de modélisation,
- les problèmes de modélisation favorisent à la fois les élèves avec les moins bons résultats et ceux qui ont les meilleurs résultats,
- je me sens capable d'utiliser les erreurs des élèves pour faciliter leur apprentissage de la modélisation,
- il est difficile d'évaluer la présentation d'une solution du problème de modélisation, quand les élèves travaillent sur un problème de modélisation, l'environnement de la classe devient encore plus difficile,
- il est difficile de différencier ce qui est correct de ce qui ne l'est pas,
- quand j'enseigne la modélisation il ne me reste pas assez de temps pour les autres apprentissages,
- je me sens capable de concevoir des leçons de modélisation qui aident les élèves à surmonter les difficultés dans toutes les étapes de modélisation,
- les solutions à un problème de modélisation trouvées par les élèves ou étudiants ne sont pas comparables,
- il est difficile d'évaluer le travail en groupes, les élèves peuvent avec l'ouverture des problèmes bien gérer les problèmes de modélisation,
- il est difficile de gérer le travail en groupes dans une séance de modélisation.

Si l'on décrit cette classe avec les variables illustratives, beaucoup plus que dans la population totale, on rencontre des répondants :

- stagiaires ou professeurs d'école primaire,
- qui ne comprennent pas les termes « problèmes de modélisation » (qui sont définis dans la suite du questionnaire),
- qui n'utilisent pas internet pour trouver des problèmes de modélisation,
- qui sont neutres concernant la motivation à enseigner la modélisation.

Est-ce que le fait de ne pas comprendre ce que signifie la modélisation les amène à se positionner de manière neutre ? Le manque d'expérience des stagiaires est-il une autre raison ? La sur-représentation des professeurs d'école primaire (46 % contre 23%) est plus surprenante. Des entretiens approfondis essaieront d'expliquer ces caractéristiques. Nous allons éventuellement conjecturer certaines dépendances en croisant certaines variables.

3 Croisement de variables

L'étude de lien de dépendance par test de chi deux, complété par le T de Tschuprov et le V de Cramer permet de conjecturer les dépendances suivantes et un essai d'explication. Les professeurs femmes se

sentent moins capables que les professeurs hommes pour concevoir des leçons de modélisation qui aident les élèves à surmonter les difficultés dans toutes les étapes de modélisation. Les professeurs espagnols se sentent plus capables que les professeurs français pour concevoir des problèmes de modélisation. Les difficultés des professeurs à propos de la démarche d'investigation en modélisation sont en liens avec celles liées au temps, à l'évaluation, à l'organisation des leçons et aux ressources. Les difficultés dans l'enseignement des mathématiques sont liées aux difficultés de modélisation en lien avec l'implication des étudiants.

Au niveau des professeurs de l'école primaire, il y a davantage de femmes, de jeunes et de professeurs moins expérimentés que dans la population totale des répondants (et notamment par rapport aux professeurs du secondaire). Concernant les conceptions et les pratiques, contrairement aux professeurs du secondaire, une majorité de professeurs de l'école primaire trouve facile la démarche d'investigation, propose souvent des problèmes de modélisation, recourt rarement à des collègues pour trouver des problèmes de modélisation. Concernant les difficultés, contrairement aux professeurs du secondaire, une majorité de professeurs de l'école primaire n'est pas d'accord que résoudre des problèmes de modélisation prend trop de temps, ou que la plupart des élèves ne savent pas quoi travailler dans les problèmes de modélisation ; une majorité de professeurs de l'école primaire est neutre sur le fait que la modélisation ne laisse pas assez de temps pour les autres apprentissages, ou sur le fait qu'il est difficile d'évaluer la présentation d'une solution de problème, ou sur le fait de se sentir capable de concevoir des leçons de modélisation qui aident les élèves à surmonter les difficultés dans toutes les étapes de modélisation.

Des entretiens approfondis permettront d'analyser les justifications de ces conceptions et d'essayer alors d'expliquer d'éventuelles dépendances.

IV - ANALYSE TEXTUELLE

L'analyse en classes permet avec le logiciel SPAD de déterminer les meilleurs parangons pour chaque classe. Il est prévu des entretiens semi-directifs avec ces parangons pour expliciter les difficultés et les explications de ces difficultés. Donnons à titre d'illustration trois exemples d'extraits de réponses aux questions : En quoi l'enseignement de la modélisation est facile ou difficile ? Pourquoi ? Pour un professeur de l'école primaire « Des programmes trop contraignants qui laissent peu de place pour cela (l'enseignement de la modélisation). La gestion de classes à 2 cours rend cela difficile. » On voit que les contraintes concernent des niveaux de co-détermination didactique au niveau du programme de la discipline et de l'organisation scolaire (cours à deux niveaux). Pour le formateur d'enseignants du premier degré à temps partagé : « Pas assez formée et peu de situations proposées à mettre en place dans les classes ». Ici les contraintes sont au niveau de la formation de formateurs et des ressources disponibles. Cette préoccupation est d'actualité avec la mise en place des nouveaux programmes en 2017. Enfin au niveau de la noosphère, un conseiller pédagogique indique « Cela [l'enseignement de la modélisation] implique un certain degré d'abstraction qui ne s'acquiert que peu à peu dans le primaire ». Ici on évoque une appropriation culturelle qui se ferait sur le temps long, ce qui entre en résonnance avec la notion actuelle de développement professionnel. Ces extraits illustrent l'intérêt de questions ouvertes qui permettront de compléter l'analyse des questions fermées. Le logiciel SPAD permet une analyse textuelle des questions ouvertes. Pour la question précédente « En quoi l'enseignement de la modélisation est facile ou difficile ? Pourquoi ? » les mots ou segments caractéristiques suivants apparaissent : pour les membres de la noosphère (inspecteurs, conseillers pédagogiques ...) « compétence » pour les français et « materias » pour les espagnols, pour les professeurs de l'école primaire « mettre en place » pour les français et « el tiempo » pour les espagnols, pour les professeurs du secondaire « des élèves » pour les français, et « bachillerato » pour les espagnols, pour les professeurs du supérieur « étudiants » pour les français et « dificultades » pour les espagnols. Des entretiens approfondis permettront d'enrichir cette analyse textuelle par un réseau de mots plus important.

V - CONCLUSION ET PERSPECTIVE

Les difficultés concernant l'enseignement de la modélisation montrent d'abord une situation très hétérogène, distinguant quatre grandes classes : les négatifs envers la modélisation, rencontrant des difficultés en mathématiques et en modélisation, les positifs envers la modélisation, qui généralement ne ressentent pas de difficultés pour la modélisation, les positifs envers la modélisation et neutres sur les difficultés, les neutres sur la modélisation et sur ses difficultés. Chaque classe traverse les pays, les genres, les degrés d'enseignement, les études suivies, l'âge, l'expérience. On remarque que beaucoup d'enseignants ont un rapport positif à l'enseignement de la modélisation, ce qui encourage les échanges entre enseignants de conceptions différentes de manière à profiter des différents points de vue. Différentes dépendances quant au pays, au genre ou entre difficultés mathématiques et difficultés de modélisation méritent d'être approfondies par des entretiens semi-directifs ou par des questionnaires plus ciblés sur des échantillons représentatifs qui devraient tester les conjectures issues de ce questionnaire exploratoire. Des analyses plus fines ciblées sur des degrés d'enseignement (primaire, secondaire général ou technique, professionnel, supérieur) ainsi que sur des étudiants non stagiaires et des professeurs stagiaires sont en cours. De même la participation d'autres pays permettrait éventuellement de contraster le rôle des conditions institutionnelles qui n'a pas pu être mis en évidence clairement. Les collègues intéressés sont invités à prendre contact avec les auteurs.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BANDURA A. (1997). Self-efficacy: The exercise of control. New York: Freeman and Company.

BLUM W., GALBRAITH P., HENN H.-W., NISS M. (Eds). (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New York : Springer .

CABASSUT R. (2007). Examples of comparative methods in the teaching of mathematics in France and in Germany. In D. Pitta-Pantazi & G. Pilippou (Eds.) *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2423-2432). University of Cyprus: Larnaca, Cyprus.

CABASSUT R. (2009). Un exemple de formation continue à la modélisation dans le cadre du projet LEMA : description et problèmes rencontrés. Actes du XXXVe colloque COPIRELEM. Bombannes. IREM de Bordeaux.

CABASSUT R., VILLETTE J.-P. (2012). Un exemple d'analyse des croyances des enseignants envers l'enseignement de la modélisation. Colloque espace mathématique francophone EMF 2012 . Université de Genève.

CABASSUT R., FERRANDO I. (2014). Comparaison franco-espagnole de ressources sur l'enseignement de la modélisation. Actes du 40ème colloque COPIRELEM. IREM de Nantes.

CABASSUT R., FARRANDO I. (2015). Conceptions in France about mathematical modelling: exploratory research with design of semi-structured interviews. *Proceedings of 9th Congress of European society for research in mathematics education*. Charles University : Prague. <http://www.cerme9.org/products/wg6/>

CHEVALARD Y. (2002b). « Organiser l'étude. 3. Écologie & régulation », *Actes de la XIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 21-30 août 2001)*, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 41-56

IGEN (2006). L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire. Rapport de l'inspection générale sur l'enseignement des mathématiques n° 2006-034 juin 2006. Ministère de l'éducation.

MAAB K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM*, 38 (2), 113-142.

MAAB K., GURLITT J. (2009). Designing a teacher-questionnaire to evaluate professional development about modelling. *Proceedings of 6th Congress of European society for research in mathematics education*. University of Lyon: France.

MEN (2015). Programmes d'enseignement du cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), du cycle de consolidation (cycle 3) et du cycle des approfondissements (cycle 4). *Bulletin officiel de l'Education Nationale (BOEN) spécial n° 11* du 26 novembre 2015. Ministère de l'éducation.

QUESTIONNAIRE (2015) Le questionnaire est en ligne au lien suivant :

https://docs.google.com/forms/d/1cxBmLRrYvVK1YowG5lgkv5oP6y6L7XD_zAcqLAgiEo/viewform

STILLMAN G. A., KAISER G., BLUM W., BROWN J. P. (Eds). (2013). *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice*. New York: Springer.

LA COMPARAISON DE SITUATIONS EMBLEMATiques A L'ECOLE A TRAVERS LA DIALECTIQUE DE CONTRAT-MILIEU, UNE RESSOURCE POUR L'INTER-DISCIPLINARITE. EXEMPLE SUR LA PROPORTIONNALITE EN MATHEMATIQUES ET EN EPS.

Maël LE PAVEN

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langages, Informatique, Arts, Didactiques, Discours) – EA 4661
mael.le_paven@univ-fcomte.fr

Mathilde MUSARD

Maître de Conférences, Université de Franche-Comté
ELLIADD (Edition, Littératures, Langages, Informatique, Arts, Didactiques, Discours) – EA 4661
mathilde.musard@univ-fcomte.fr

Résumé

S'interroger sur le processus d'équilibration contrat/milieu (Sensevy, 2011) revient à se questionner sur la façon dont les résistances que le second oppose au premier conduisent l'élève à (ré)élaborer un système stratégique déjà-là. Le milieu doit alors être suffisamment prégnant pour confronter les élèves au problème et rétroactif pour fournir des éléments nécessaires à la construction des stratégies efficaces. Insi, le milieu de la situation du tangram (Brousseau, 1998) fournit aux élèves des éléments concrets d'identification des échecs occasionnés par les (fréquentes) stratégies « additives » grâce aux rétroactions (phase de contrôle). Par comparaison de ces stratégies et de celles mises en œuvre par les élèves dans le cadre d'une situation en EPS (« mini-haies »), proposée par Piasenta (1988) et visant à acquérir une foulée de course efficace, cette étude vise à établir la façon dont la proportionnalité peut être travaillée par le professeur en mathématiques et en EPS en la référant aux expériences vécues par les élèves dans les deux disciplines.

En s'appuyant sur l'analyse de ces situations connues de nombre de spécialistes de chacune des deux disciplines, sur les productions des élèves et sur les régulations du professeur, la recherche menée montre comment l'étude comparative de la dialectique contrat/milieu permet d'appréhender la proximité de jeux de savoirs et épistémiques (Sensevy, op. cit.) à un niveau de généralité heuristique sur le plan interdisciplinaire.

Il s'agit alors d'engager des perspectives de réflexion sur des situations emblématiques d'acquisitions à rapprocher afin d'ouvrir des pistes de travail sur l'interdisciplinarité, tant sur le plan scientifique (enjeu pour les approches comparatistes en didactique notamment) que sur le plan professionnel (travail de l'interdisciplinarité en classe avec les élèves sollicitant des notions transversales). Cette étude nous semble ainsi pouvoir se projeter dans la constitution de plusieurs types de ressources : « catalogue » de situations emblématiques pour les recherches comparatistes, répertoire de ponts possibles entre situations pour le travail des enseignants et utilisable pour leur formation.

I - ANCRAGE DE L'ETUDE

Dans le prolongement des pistes lancées par Mercier, Schubauer-Leoni et Sensevy (2002) pour développer les approches comparatistes en didactique, la théorie de l'action conjointe en didactique (TACD – Sensevy, 2011) ancre les rapports entre les dimensions génériques de l'acte d'enseignement / apprentissage et leur spécification selon la nature des savoirs transmis, sur une modélisation de la relation didactique sous forme de jeux. Autour des savoirs alors en jeu dans / enjeu de cette relation

didactique, se nouent un ensemble d'attentes réciproques et de comportements relatifs à ces attentes. La TACD s'ancre ainsi sur la *théorie des situations didactiques* et la définition du *contrat didactique* que propose Brousseau (1980), caractérisant ce contrat comme l'« ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant. [...] Ce contrat est l'ensemble des règles qui déterminent explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire de la relation didactique va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre. » (p.127).

La TACD envisage ces comportements comme le résultat de l'investissement de stratégies qui constituent, selon la théorie des jeux, un « ensemble de décisions prises en fonction d'hypothèses de comportement des personnes intéressées dans une conjoncture déterminée » (dictionnaire Larousse, 2015). *Déployer une stratégie* dans l'action conjointe nécessite donc, selon le système d'attentes constitutives du contrat didactique, d'*anticiper sur les actions de l'autre*. Cette anticipation, chez le professeur, relève de l'agencement/du réagencement d'un milieu, vu à la fois comme un *système antagoniste à l'élève* (Brousseau, 1998) et comme son *allié* dans la situation didactique (Chevallard, 1991), en ce qu'il lui permet rétroactivement de (re)construire ses stratégies d'action. L'ingéniosité du professeur réside en ce sens dans sa capacité à mettre en place un milieu authentique (assez prégnant pour confronter l'élève au problème posé par la situation, porteur de sens pour l'élève et par rapport aux visées didactiques) et suffisamment rétroactif pour guider l'élève vers les apprentissages visés, satisfaisant ainsi d'après Brousseau (ibid.) la clause *proprio motu* comme facteur favorisant l'engagement de l'élève en situation dans le sens de ces apprentissages. En effet, l'auteur (ibid.) précise que le professeur ne peut dévoiler d'emblée les savoirs visés sous peine de priver l'élève des conditions de leur appropriation active (*paradoxe* du contrat didactique). Il incombe alors au professeur de faire en sorte que l'élève assume la responsabilité d'affronter le problème posé, en interagissant avec le milieu de la situation *adidactique* choisie (Perrin-Glorian & Hersant, 2003), *adidactique* au sens d'une situation où disparaît aux yeux de l'apprenant l'intention explicite d'enseigner (Brousseau, ibid.). Le professeur doit alors s'adapter en permanence aux comportements observés (signes pertinents à identifier) afin de prendre les meilleures décisions possibles pour (*ré*)*agencer le milieu de la situation* (ibid.), suite à la formulation d'hypothèses relatives à ces comportements. En outre, l'élève doit s'adapter en permanence à ce qui lui est donné pour agir efficacement.

Comprendre le déploiement des stratégies réciproques dans l'action conjointe en termes de *coups successifs* (Sensevy, op. cit.) mus par une analyse et une intention implique donc de s'intéresser aux décisions prises – *de (ne pas) dire/faire quelque chose* – (*dialectique réticence/expression* – Sensevy, ibid.) au regard des règles et de la grammaire du jeu (ibid.), qui lui donnent sens et qui déterminent ce que l'auteur nomme le *jeu épistémique*. Cette notion de jeu épistémique se réfère au sens relatif aux configurations des états du jeu, qui déterminent les stratégies qu'il est alors possible d'y déployer. Ce déploiement agit comme déterminant des différents coups qui constituent le *jeu d'apprentissage* (ibid.) selon la logique transactionnelle engagée dans un jeu coopératif : *le professeur gagne seulement si l'élève gagne* (ibid.). Cette logique du jeu peut ainsi être comprise selon celle du *quoi* (ce qui se joue : savoirs en jeu) et du *comment* (stratégies déployées au regard de ce que fait l'autre).

Penser le(s) problème(s) posé(s) selon l'/les objectif(s) de la situation en fonction des différents cheminements possibles des élèves (perspective épistémique – jeux de savoir, analyses *a priori*) et selon un jeu d'apprentissage mû par les déterminants et organisateurs des activités réciproques (perspective pragmatique, basée sur des analyses *in vivo*) implique de penser l'*équilibration contrat/milieu* (ibid.) comme une condition d'un engagement continu et efficace des élèves en situation : *contrat didactique* (cf. supra) et *contrat-soi* (façon dont l'élève organise son action dans une logique assimilatrice – ibid.), *milieu de la situation didactique* (Brousseau, 1998) et *milieu-soi* comme lieu de tentatives d'accommodation des capacités déjà-là, sources de résistances (Sensevy, op. cit.).

Cette façon de penser les *états* et *dynamiques* du jeu (*à quoi / sur quoi* jouent professeurs et élèves ?) guide la perspective comparatiste que nous développons dans cette étude. Il s'agit ici d'adopter une posture épistémologique typique de la « pensée par cas » (Passeron et Revel, 2005) qui caractérise les Sciences Humaines et Sociales afin d'identifier des situations emblématiques : i. d'acquisitions visées dans deux

disciplines différentes (mathématiques et Education Physique et Sportive – EPS) ; ii. de possibilités de rapprochement de problèmes posés / de mises en situation / de vécus réciproques autour de ces problèmes dans chacune des deux disciplines. En s'appuyant sur l'analyse de situations connues de nombre de spécialistes de chacune des deux disciplines (situation du tangram en mathématiques, situation des mini-haies en athlétisme), sur les productions des élèves et sur les régulations du professeur, la recherche menée montre comment le cadre de la TACD et notamment l'étude comparative de la dialectique contrat/milieu, permet d'appréhender la proximité de jeux de savoirs et de jeux épistémiques (Sensevy, *ibid.*) à un niveau de généricité heuristique sur le plan interdisciplinaire : celui d'une notion-clef cristallisant des savoir-faire essentiels à la réussite dans les deux situations proposées et, plus largement, dans les deux disciplines d'enseignement étudiées, à savoir la notion de *proportionnalité*.

Il s'agit alors de projeter cette étude sur des perspectives de réflexion relatives à des situations emblématiques d'acquisitions à rapprocher afin d'ouvrir des pistes de travail sur l'interdisciplinarité, tant sur le plan scientifique (enjeu pour les approches comparatistes en didactique notamment) que sur le plan professionnel (travail de l'interdisciplinarité en classe avec les élèves sollicitant des notions transversales). Cette étude vise ainsi à se projeter dans la constitution de plusieurs types de ressources : « catalogue » de situations emblématiques pour les recherches comparatistes, répertoire de ponts possibles entre situations pour le travail des enseignants et utilisable pour leur formation, ...

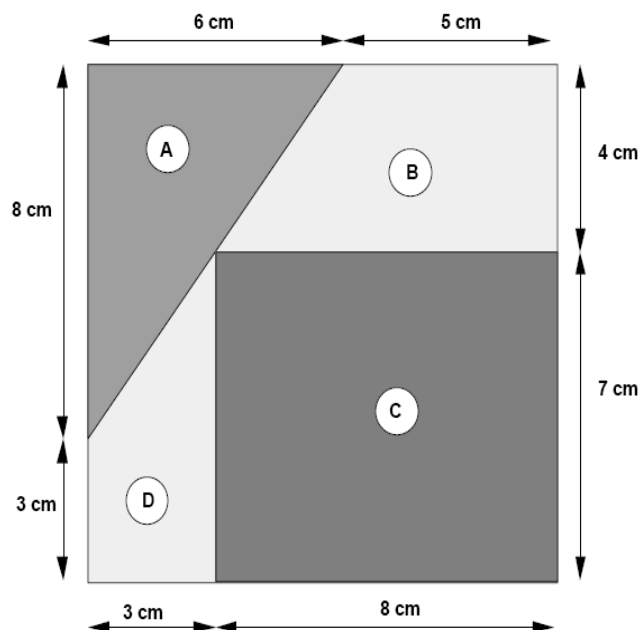
II - ILLUSTRATIONS

1 La situation du tangram en mathématiques

1.1 Description

Cette situation a été introduite par Brousseau dans sa théorie des situations didactiques (1998).

Des groupes d'élèves reçoivent la figure suivante :



Les consignes sont les suivantes :

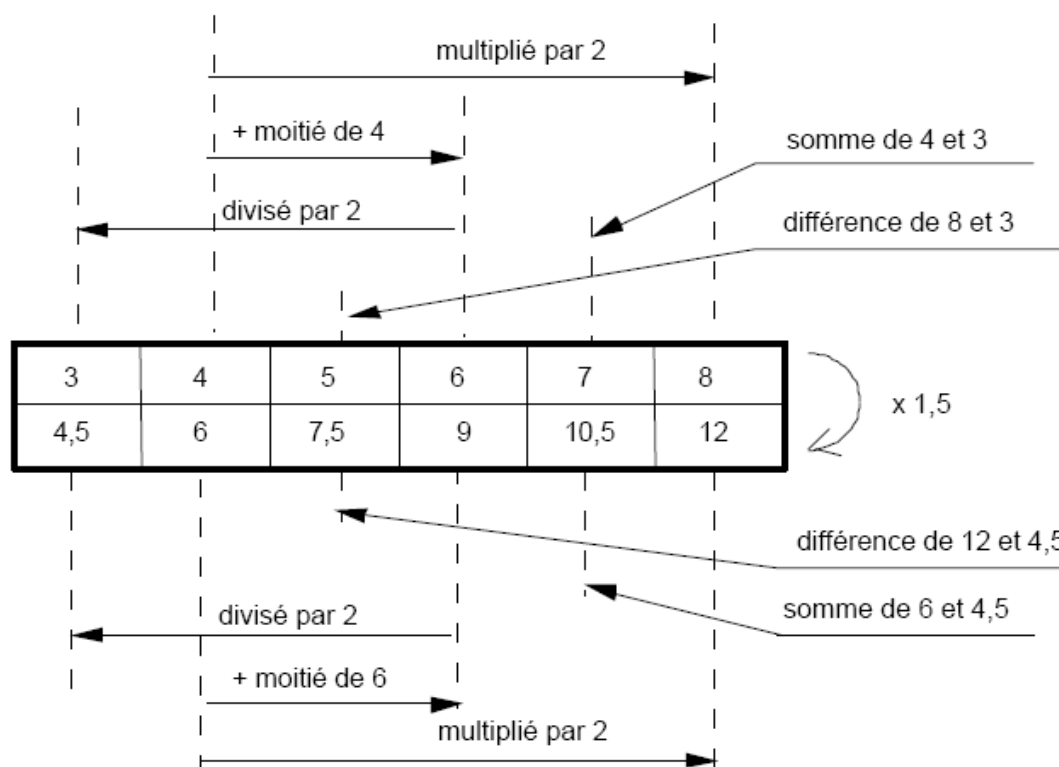
- découper aussi soigneusement que possible le puzzle en quatre morceaux ;
- chaque élève prend possession d'une pièce ;

- mesurer les dimensions de la pièce possédée ;
- agrandir sa pièce ;
- à la fin, on doit pouvoir reconstituer le puzzle avec toutes les pièces agrandies ;
- le côté du puzzle qui mesure 4 cm doit mesurer 6 cm après agrandissement.

La situation se déroule en deux phases :

- phase 1 :
 - o chaque élève cherche seul et réalise sa pièce agrandie ;
 - o le groupe tente de reconstituer le puzzle à l'aide des pièces agrandies ;
- phase 2 :
 - o le groupe discute des méthodes de construction utilisées ;
 - o dans les groupes en difficulté, le professeur suggère d'écrire les dimensions sous forme d'un tableau de correspondance ;
 - o chaque groupe consigne sur une feuille la méthode utilisée et va inscrire sa méthode au tableau.
- phase 3 :
 - o les méthodes affichées au tableau sont critiquées par l'ensemble des élèves ;
 - o validation ou rejet des différentes techniques ;
- phase 4 – synthèse par le professeur : « agrandir une figure c'est multiplier les dimensions de cette figure par un nombre constant supérieur à 1 ».

Les techniques mobilisées par les élèves sont répertoriées au sein du schéma suivant :



La plupart des élèves opèrent par additions de valeurs ; ils tendent à ajouter spontanément un même nombre aux dimensions d'une figure géométrique pour l'agrandir. Au sein des groupes, les pièces ne s'emboîtent donc pas. Le professeur incite les élèves à proposer d'autres manières de faire au sein des groupes.

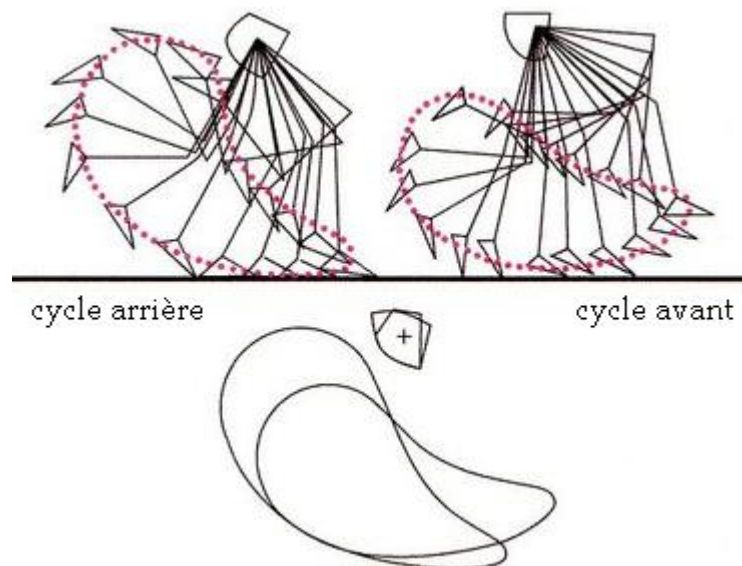
1.2 Interprétation

La fréquence d'apparition des opérations additives et soustractives révèlent la prégnance du schème additif chez les élèves, confrontés à la nécessité d'agrandir les pièces du puzzle. En ce sens et du fait de l'inefficacité des stratégies mues par un contrat dominé par l'addition, le milieu généré par la situation mise en place par le professeur se présente comme antagoniste à la plupart des élèves. La stratégie du professeur consiste à : i. satisfaire la clause *proprio motu* : les élèves sont confrontés aux effets rétroactifs du milieu suite à l'investissement de leurs stratégies d'action, qu'ils sont invités à (re)formuler ; ii. s'appuyer sur les stratégies gagnantes de certains élèves pour aborder la proportionnalité en institutionnalisant une solution qui fait passer les élèves d'un problème de géométrie à un cadre numérique (coefficient d'agrandissement).

2 La situation des mini-haies en athlétisme

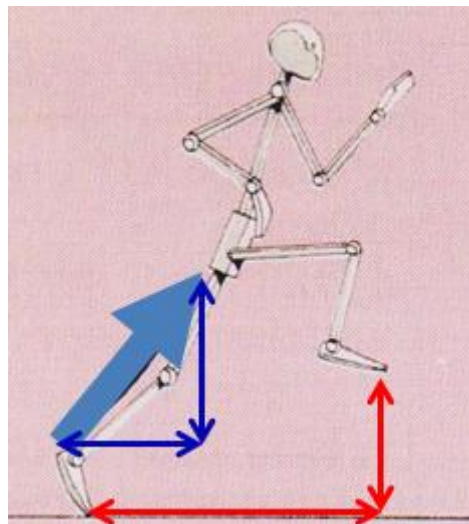
2.1 Description

Cette situation a été proposée par Piasenta (1988, 2011), afin de permettre aux élèves d'adopter un « cycle avant » de course, alors qu'ils sont spontanément enclins à courir en « cycle arrière » :



Le cycle avant, typique de la foulée de sprint, permet d'atteindre des vitesses de course plus importantes que le cycle arrière.

La situation proposée, qualifiée par l'auteur (ibid.) de « situation-entonnoir », est censée permettre ce passage du cycle arrière au cycle avant par réorientation des impulsions d'appuis, s'agissant pour l'élève de trouver le rapport optimal entre la hauteur et la longueur de sa foulée (doubles flèches rouges) et donc entre les composantes verticale et horizontale (doubles flèches bleues) des forces d'impulsion (grande flèche bleue), pour une meilleure efficacité de course :



Cette situation se présente sous la forme de parcours de mini-haies placées, sur chaque parcours, à hauteurs et intervalles constants. La longueur de l'intervalle correspond à la hauteur des haies multipliée par 1,75. Les différents parcours sont installés en prenant comme valeur de référence 90% de la hauteur du creux poplité des élèves (genou), soit environ 30 cm +/- 5cm en fin de cycle 3.

Chaque élève part à tour de rôle sur chacun des parcours, de manière à trouver celui qui lui convient le mieux (ce qui reste largement déterminé par la hauteur de son creux poplité). Un seul appui entre chaque haie est autorisé :



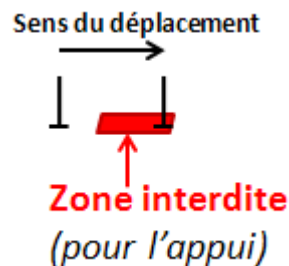
Les élèves sont ensuite invités à établir les rapports de proportionnalité entre les hauteurs des haies et les longueurs d'intervalles *et* entre la hauteur de leur genou et celle des haies, tout en réfléchissant sur la façon de courir en (ré)orientant efficacement leurs impulsions de course.

Face à des obstacles physiques (mini-haies), les élèves tendent spontanément à produire une impulsion majoritairement orientée vers le haut, (trop) proche de l'obstacle, « sautant » chaque haie à des hauteurs largement supérieures aux hauteurs nécessaires, ce qui tend à entraîner un écrasement sur chaque appui et nécessite ensuite une poussée importante, elle-même à nouveau « verticalisée » au-delà du nécessaire (cf. double flèche rouge ci-dessous), etc., d'où des trajectoires dites « en cloche » (flèches bleues ci-dessous) qui ne permettent pas de gagner en vitesse :



Parmi les régulations du professeur, figurent les suivantes :

- « pré-orienter » les impulsions vers l'avant en faisant prendre aux élèves un élan préalable, ce qui les amène à aborder les obstacles avec une vitesse horizontale préalable idéale ;
- augmenter progressivement la hauteur des mini-haies (d'une haie à l'autre, sur chaque parcours) ;
- placer un élastique long en hauteur, perpendiculaire aux haies le long de chaque parcours et à hauteur de la tête de chaque élève à la fin de son impulsion, afin de « dé-verticaliser » les impulsions ;
- installer des « rivières pré-haies » (zones où il est interdit de poser le pied) incitant à horizontaliser le déplacement des élèves (cf. schéma ci-dessous) ;



- faire verbaliser les élèves, individuellement et/ou par groupes : i. sur la façon de courir efficacement sur les parcours et ii. sur le choix des parcours.

2.2 Interprétation

Les élèves adoptent fréquemment une stratégie qui consiste à produire des impulsions plus verticales que celles qu'ils réalisent en courant sur surface plane, face à des obstacles verticaux (composante du contrat-soi). La mise en œuvre de cette stratégie présente le milieu comme antagoniste à la plupart des élèves. Les stratégies du professeur consistent à : i. satisfaire la clause proprio motu (cf. ci-dessus) par confrontation aux effets de l'investissement des stratégies d'action, à (re)formuler ; ii. s'appuyer sur la formulation des stratégies efficaces pour institutionnaliser une façon de faire dont il convient d'expérimenter l'efficacité ; iii. faire verbaliser les élèves sur les valeurs proportionnelles (longueur/hauteur des obstacles) et sur des liens en EPS (installation du matériel, plus la vitesse est importante, plus l'impulsion est horizontalisée, moins elle est verticalisée / plus les obstacles devront être bas, ...) ; iv. réaménager le milieu dans le sens d'une densification d'éléments visant à faciliter l'adoption d'une motricité plus efficace.

III - INTERPRÉTATIONS / DISCUSSION

Ces situations montrent comment la proportionnalité est abordée dans deux disciplines différentes, par confrontation à un milieu authentique dont les rétroactions fournissent aux élèves des éléments qui leur permettent de remanier leurs stratégies d'action. Ces éléments sont complétés par des régulations du professeur, qui incitent à ce remaniement dans le sens attendu, tout permettant l'introduction de la notion de proportionnalité comme moyen de/aide à la résolution des problèmes posés en mathématiques et en EPS.

La mise en œuvre spontanée par les élèves de composantes du contrat-soi marquées par l'adoption de conceptions/schémas additifs dans les deux situations (ajouter des longueurs fixes, impulser plus haut) peut s'interpréter comme des résurgences issues de comportements efficaces dans des situations passées.

Les élèves expérimentent alors l'inefficacité des stratégies qu'ils mettent en œuvre en ce sens, à travers les rétroactions fournies par le milieu des situations proposées, suite aux actions qu'ils y portent. On peut donc considérer que ces situations « font milieu » en tant que lieux de résistances aux composantes du contrat-soi. Elles sont donc instigatrices d'un « milieu-soi » comme lieu de tentatives d'accommodation des capacités déjà-là des élèves, sources de résistances (Sensevy, op. cit.). Il s'agit alors pour les élèves de remettre en cause leurs manières de faire à partir de l'identification de leur inadéquation et des éléments de régulation complémentaires fournis par le professeur.

Au-delà de la compréhension générique des situations didactiques par la dialectique contrats/milieus, cette étude incite à penser le rapprochement possible de situations à partir de ponts possibles entre les problèmes qu'elles posent et la manière pour les élèves de les résoudre, avec l'aide du professeur-régulateur et par l'introduction de notions-clefs, en l'occurrence ici la proportionnalité. Si la situation des mini-haies en EPS peut se concevoir comme une occasion d'aborder la proportionnalité dans le sens d'un savoir mathématique utile pour (comprendre comment) mettre en place le matériel, elle peut également constituer l'occasion privilégiée de faire le lien entre les relations de proportionnalité « longueur des intervalles/hauteur des haies/vitesse de course/gabarit de l'élève » et les modalités inverses de variation des composantes verticale et horizontale des forces d'impulsion créées à partir des appuis (plus la vitesse de course augmente, plus l'impulsion s'horizontalise, donc moins il faut impulser vers le haut).

Ce rapprochement entre situations en mathématiques et en EPS peut s'avérer fécond dans le cadre d'un travail interdisciplinaire avec les élèves dans les deux disciplines. Il est ainsi possible de concevoir la situation des mini-haies comme le lieu d'une rencontre possible avec la proportionnalité, à travailler ensuite en cours de mathématiques. A l'inverse, la situation du tangram peut permettre aux élèves de s'approprier la proportionnalité comme outil à investir en EPS : aide pour installer le matériel/adapter les parcours, base pour travailler les régulations motrices, ...

IV - CONCLUSION / PERSPECTIVES

Ce travail engage des perspectives de constitution d'un « catalogue » d'exemples emblématiques de situations et d'acquisitions à rapprocher afin d'ouvrir des pistes de travail sur l'interdisciplinarité, tant sur le plan scientifique (enjeu pour les approches comparatistes en didactique notamment) que sur le plan professionnel (travail de l'interdisciplinarité en classe avec les élèves sollicitant des notions transversales).

Cette étude nous semble ainsi pouvoir se projeter dans la constitution de plusieurs types de ressources : « catalogue » de situations emblématiques pour les recherches comparatistes, répertoire de ponts possibles entre situations pour le travail des enseignants et utilisable pour leur formation.

De ce fait, un travail d'ingénierie didactique contribuerait à alimenter conjointement les perspectives de recherche, de formation des enseignants et d'enseignement.

V - BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire, *Revue de laryngologie otologie rhinologie*, **101**, 107-131.

BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1991). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

LAROUSSE (LE) – DICTIONNAIRE DE FRANÇAIS (2015) [En ligne]. (Page consultée le 16 août 2015). <http://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/strat%C3%A9gie/74818>

MERCIER A., SCHUBAUER-LEONI, M.-L., SENSEVY G. (2002). Vers une didactique comparée. *Revue Française de Pédagogie*, **141**, 5-16.

PASSERON J.-C., REVEL, J. (2005). *Penser par cas. Vers une didactique comparée*. Paris : EHESS.

PIASENTA J. (1988). *L'éducation athlétique*. Paris : INSEP.

PIASENTA J. (2011). *Motricité sportive. Développement des capacités et habiletés*. Paris : Amphora.

PERRIN-GLORIAN M.-J., HERSANT M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques*, **23/2**, 217-276.

SENSEVY G. (2011). *Le sens du savoir. Eléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Bœck.

PRÉSENTATION D'UN CADRE D'ANALYSE DE SITUATIONS DE FORMATION DES PROFESSEURS DES ÉCOLES

Pascale MASSELOT

UCP – Institut de l'éducation
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Édith PETITFOUR

ESPE de Lorraine
Laboratoire de Didactique André Revuz
edith.petitfour@univ-lorraine.fr

Claire WINDER

ESPE de Nice
claire.winder@free.fr

Résumé :

Dans le domaine de la formation en mathématiques des Professeurs des Écoles, les réflexions menées notamment par la COPIRELEM, depuis plus de trente ans, ont conduit à l'élaboration de documents à destination des formateurs des Professeurs des Écoles (COPIRELEM, 2003). Les changements de contexte institutionnel ont bouleversé les conditions et les formats de la formation initiale et continue. La création de nouveaux modules de formation d'enseignants adaptés à ces contraintes s'est alors avérée nécessaire. En nous appuyant sur les travaux de Houdement (1995) et Kuzniak (1995) portant sur les stratégies de formation et la définition des « savoirs utiles pour enseigner » (Houdement, 2013), nous avons développé un cadre d'analyse de situations de formation que nous présentons dans cette communication. En interrogeant les potentialités des situations, l'utilisation de ce cadre pour les présenter vise à favoriser ultérieurement l'appropriation par les formateurs des ressources de formation dans le but de les adapter aux contraintes imposées.

À cette étape de son élaboration, le cadre se structure en cinq paliers d'étude permettant de caractériser les activités de formation en fonction de leur nature, du positionnement du formé et des connaissances convoquées (mathématiques, didactiques, pédagogiques). L'utilisation potentielle de ce cadre est illustrée par l'analyse de situations de formation (Aubertin & Girmens, 2015 ; Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015 ; Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015).

I - INTRODUCTION

Dans le domaine de la formation en mathématiques des Professeurs des Écoles, les réflexions menées notamment par la COPIRELEM (COMmission Permanente des IRem sur l'enseignement ELEMENTaire) depuis plus de trente ans ont conduit à la production d'un grand nombre de documents à destination des formateurs des Professeurs des Écoles mais également des professeurs des écoles eux-mêmes. Les formations de formateurs organisées par la COPIRELEM visent à présenter, en vue de les transmettre, des « situations de formation », reconnues pour leur « robustesse » par un collectif de formateurs, aux formateurs des Professeurs des Écoles afin qu'ils puissent les utiliser comme ressources par la suite en formation d'enseignants, en les adaptant aux besoins de leur public en formation initiale ou continue. Or, la mise à disposition des formateurs de ressources dont la qualité est reconnue par un collectif ne suffit pas à garantir leur appropriation, à savoir une compréhension de leurs finalités et des enjeux de formation ainsi que des modalités de mises en œuvre envisageables. Pour tenter de répondre à cette question de formation de formateurs, il nous a semblé nécessaire de construire, à partir de l'analyse des spécificités de ces situations, un outil d'analyse de « situations de formation ».

Notre cadre d'analyse des « situations de formation » vise ainsi dans un premier temps, à interroger les potentialités de ces situations pour pouvoir les adapter à un public choisi dans le contexte de contraintes de formation imposées. Il contribue aussi à clarifier les enjeux dans les différentes phases de la mise en œuvre, enjeux liés à des objectifs de formation mathématiques, didactiques ou pédagogiques. À terme, il s'agit de permettre aux utilisateurs de ces ressources de mieux appréhender et de s'approprier, de manière plus fidèle aux intentions des concepteurs, les enjeux de formation sous-jacents.

Dans la première partie, nous présentons à partir de l'analyse d'une première situation de formation les différents éléments de notre cadre. Dans la partie suivante, nous revenons sur chacun des éléments de ce cadre avant d'illustrer son utilisation dans le cas de deux autres situations de formation.

II - VERS UN CADRE D'ANALYSE

Pour illustrer l'élaboration de notre cadre d'analyse, nous partons d'un exemple particulier, la « situation des annuaires » qui est une situation de formation de type homologie-transposition (Kuzniak, 2003) : le formateur fait vivre une situation de résolution d'un problème, selon les conceptions et choix didactiques et pédagogiques qu'il souhaite voir mis en œuvre dans leur enseignement par les formés qui l'expérimentent, moyennant une adaptation au niveau où ils enseignent de certains aspects mathématiques, didactiques et pédagogiques (travail de transposition). Le déroulement de cette situation de formation consiste alors en une succession d'étapes¹ que nous analysons ici.

Étape 1 : Activité « amorce »

Description

L'entrée dans la situation de formation se fait par une activité de résolution de problèmes qui se déroule en plusieurs phases (d'action, de validation et de formulation) en réponse à une série de consignes.

Phase 1

Les formés, placés en îlots de quatre personnes, doivent partager des feuilles rectangulaires (feuilles d'annuaires, par exemple) en deux parties exactement superposables sans perte et sans recollement. Ils sont invités à trouver le maximum de partages différents.

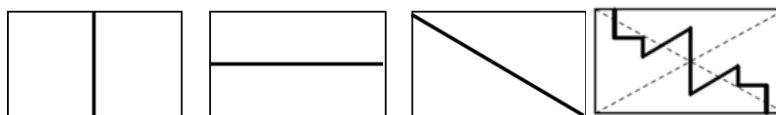


Figure 1. Exemples de partages corrects

Le travail est individuel mais l'organisation retenue autorise les échanges. Les productions sont affichées au fur et à mesure sur une grande feuille. Il est possible de valider la proposition en vérifiant à chaque fois la superposition exacte des deux parties et la reconstitution possible de la feuille initiale avec les deux parties obtenues. Le procédé utilisé pour obtenir la ligne de partage est alors progressivement mis en évidence.

À l'issue de l'activité, le formateur propose une institutionnalisation très contextualisée portant sur :

- la propriété vérifiée par la ligne de partage pour répondre à la consigne : cette ligne est symétrique par rapport au centre du rectangle ;
- l'aire de surfaces issues de partages : les deux parties issues d'un même partage sont superposables, elles ont donc même forme et même périmètre ; deux parties issues de deux partages différents ne sont pas directement superposables, pourtant elles vérifient toutes les deux

¹Cette situation a été présentée à plusieurs reprises dans des stages de formation de formateurs de Professeurs des Écoles en didactique des mathématiques organisés par la COPIRELEM (Séminaire de formation des nouveaux formateurs Pau 1992, Maxéville 2001, Istres 2006) ainsi que dans un atelier lors du colloque COPIRELEM de Mont-de-Marsan 2014. Elle a fait l'objet de plusieurs publications auxquelles nous renvoyons le lecteur (Houdement & Peltier, 2002, 2003) ; (Houdement, 2006) ; (Danos, Masselot, Simard & Winder, 2015).

la propriété : « avec deux parties analogues à chacune d'elles, on peut reconstituer la feuille entière », on dit alors, pour formaliser cette propriété commune, qu'elles ont même aire.

Phase 2

Une deuxième consigne amène les formés à recommencer l'activité précédente mais avec des demi-feuilles rectangulaires. L'organisation est identique à celle de la phase précédente. Cette seconde classe de surfaces de même aire (dont un représentant est le quart de feuille) est matérialisée par une nouvelle grande feuille sur laquelle sont affichées certaines productions.

Lorsqu'il s'agit d'introduire un codage des deux classes ainsi construites, rendant compte de la propriété commune aux surfaces qu'elles contiennent, l'ensemble du groupe s'accorde généralement pour désigner la première classe par $\frac{1}{2}$, car elle contient des demi-feuilles A4 et la deuxième par $\frac{1}{4}$, car elle contient des quarts de feuilles A4. Ce codage est retenu et noté sur les grandes feuilles qui matérialisent les classes.

Phase 3

Dans une troisième consigne, les formés doivent construire des surfaces ayant même aire que la feuille d'annuaire, mais de formes différentes. Les différentes propositions sont ensuite présentées et discutées. En cas de désaccord, la feuille d'annuaire est reconstituée par découpage et recollement à partir de la feuille proposée.

Deux types de procédures apparaissent :

- les surfaces sont obtenues par juxtaposition de surfaces (par exemple deux surfaces de la famille $\frac{1}{2}$ ou une surface de la famille $\frac{1}{2}$ et deux surfaces de la famille $\frac{1}{4}$) ; ces différentes procédures donnent lieu à leur traduction en terme de codage fractionnaire (par exemple $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ ou $\frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 1$) ;
- les surfaces sont obtenues par découpage et recollement sans perte ni superposition d'une feuille d'annuaire.

Les surfaces retenues constituent une nouvelle classe de surfaces de même aire que l'on décide de coder par 1, puisqu'il s'agit de surfaces ayant même aire qu'une feuille d'annuaire.

Phase 4

Il s'agit de mettre en ordre les différentes classes obtenues. Le rangement des classes, en fonction de la relation « ...est moins étendue que... », est matérialisé par la mise en ordre des grandes feuilles représentant les classes. Cette mise en ordre est justifiée par la superposition des rectangles représentants des différentes classes qui ont une dimension commune.

Analyse

Cette activité « amorce » correspond à la résolution d'une succession de *problèmes mathématiques* (par analogie à ce qui se passerait en classe) : elle se déroule en une alternance de phases d'action et de formulation.

Tout au long de l'activité, le formé « joue le jeu » et se focalise sur ce que les différentes consignes données lui demandent de convoquer : il a, dans les différentes phases, un positionnement d'élève (ce qui est inhérent à une stratégie de formation par homologie). Il n'est d'ailleurs pas sollicité pour s'interroger sur ce que le formateur « cherche à lui faire apprendre », même si, comme tout élève, cette question peut être en arrière plan de ses actions.

Au cours de l'activité, différentes connaissances mathématiques sont en jeu, mais avec des statuts différents :

- la notion d'aire est utilisée en acte (phase 1 : utilisation de la superposition de deux surfaces), puis explicitée en contexte dès la fin de phase 1 (« avoir même aire », additivité et principe de conservation des aires, relation d'ordre sur les aires) et dissociée de la notion de périmètre ;

- la symétrie centrale est utilisée en acte (phase 1), puis explicitée en contexte (fin de phase 1, phase 2) ;
- le codage par des fractions (de numérateur « 1 ») est explicité en contexte (phases 2 et 3) ;
- les notions de relation d'équivalence et de classe d'équivalence (dont un représentant est privilégié) sont utilisées en acte dans toute l'activité « amorce ».

Étape 2 : Synthèse

Description

À l'issue des différentes phases de résolution de problème, le formateur dévoile ce qu'il a voulu « enseigner » en faisant vivre cette activité aux « formés » (car cette explicitation ne peut être laissée à la charge du « formé ») :

- il reprend l'explicitation du rôle des différentes étapes qui permettent de définir la grandeur aire et ses propriétés (additivité, mesurabilité, principe de conservation) ;
- il généralise cette construction à celle du concept de grandeur (définition d'une relation d'équivalence, construction de l'ensemble quotient, caractérisation des classes, construction d'une relation d'ordre sur l'ensemble quotient) ainsi que la construction d'un codage numérique qui est une mesure de cette grandeur relativement à une unité choisie ;
- il explicite par ailleurs les obstacles rencontrés (attendus et provoqués) lors de cette construction, comme par exemple la confusion aire/périmètre qui peut émerger lorsqu'il s'agit de construire des surfaces ayant même aire que la feuille d'annuaire, mais de formes différentes.

Analyse

Cette étape correspond à l'*analyse réflexive* de l'activité mathématique précédemment proposée. Cette dernière est alors envisagée comme un « outil pour faire apprendre » utilisé sciemment par l'enseignant qui l'a proposée : l'activité « amorce » est donc englobée dans cette nouvelle activité.

Les connaissances mathématiques en jeu sont décontextualisées et font l'objet d'une institutionnalisation. Elles portent sur :

- la grandeur aire ainsi que sur les différentes étapes permettant de la définir ;
- plus généralement les différentes étapes permettant de définir une grandeur et une mesure qui lui est associée.

Des connaissances didactiques sont également en jeu en acte dans l'identification des obstacles rencontrés, attendus ou provoqués (par exemple au niveau de la dissociation aire/périmètre/forme/surface).

Le positionnement du « formé » est à la fois élève car il vérifie ou (re)-construit ses connaissances propres, et enseignant lorsqu'il met en perspective les apprentissages des élèves (et notamment la manière d'aborder la notion d'aire).

Étape 3 : Analyse de l'activité

Description

Dans un troisième temps, le formateur propose aux « formés » de faire un « pas de côté » pour analyser les aspects didactiques et pédagogiques de la situation. Le formateur dévoile alors aux « formés » « comment il s'y est pris » (comment il les a en quelque sorte « manipulés ») et fait apparaître des « régularités » dans la pratique.

Analyse

Dans cette étape, il s'agit de mener une analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou possible) de l'activité « amorce ». Le formateur cherche notamment à mettre en évidence des gestes professionnels par la reprise des aspects de la pratique à travers l'analyse de ses choix et éventuellement en explicitant des alternatives possibles. Il s'agit également d'apporter des outils qui pourront permettre de reproduire cette situation dans la classe (en lien avec la stratégie de formation par transposition).

Les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont alors explicitées en contexte. Elles portent tout d'abord sur des éléments relatifs à l'analyse *a priori* :

- le choix des valeurs des variables : supports, contraintes, consignes successives, actions autorisées ;
- ce qui est mis en évidence et ce qui est « laissé de côté » ;
- la manière de prendre en compte et de dépasser les obstacles (difficultés prévisibles) ;
- les aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel moment) ;
- la manière d'introduire et de lancer la situation ;
- l'organisation et le déroulement de la recherche : intérêt d'un travail en groupes, composition des groupes, rôles de chacun dans les groupes ;
- les modes de validation retenus (ainsi que la prise en charge de la validation) ;
- les variantes possibles et leurs conséquences, ...

Mais également sur des éléments de l'analyse *a posteriori* :

- l'ordre des consignes et les effets produits ;
- la manière dont la recherche a été effectivement menée par les groupes ;
- comment le formateur organise la prise de parole, en fonction de quels critères ... ; ses interventions (ce qu'il dit, fait dire, laisse dire, ... ce qu'il retient, oublie, met en valeur, ...) ; la manière d'organiser et de gérer la mise en commun des réponses (choix des productions, ordre des interventions) ;
- les prises de décisions à chaud ; les décalages éventuels.

Cette analyse des conditions de mise en œuvre de l'activité mathématique nécessite un positionnement enseignant du « formé ».

Étape 4 : Prolongements envisageables

Description

À la suite du travail précédent, il est possible d'expliciter les variables didactiques spécifiques au travail sur la notion d'aire (présence de matériel ou représentation des surfaces ; support quadrillé ou blanc ; présence d'unités de mesure, ...) et de présenter une progression prenant en compte les spécificités de cette grandeur.

La « situation des annuaires » est également un point de départ permettant de mettre en évidence les grandes lignes de la progression concernant l'enseignement des grandeurs et des mesures à l'école élémentaire en s'appuyant par exemple sur le document d'accompagnement des programmes 2002 (M.E.N, 2005) « Grandeurs et mesures à l'école élémentaire » pour analyser les régularités et les spécificités dans l'enseignement et l'apprentissage d'autres grandeurs introduites à l'école (longueur, masse, contenance, volume, durée, angle, ...)

L'analyse de la mise en œuvre de la « situation des annuaires » permet d'identifier les différentes phases d'une situation d'apprentissage par adaptation : dévolution, action, formulation, institutionnalisation. Ce travail peut alors déboucher sur une intervention portant plus généralement sur la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 2010). Elle soulève également la question du rôle du travail de groupe.

Cette situation peut également être le prétexte pour étudier différentes conceptions de l'apprentissage, ou différentes conceptions sur la prise en compte et le traitement de l'erreur.

Analyse

Cette quatrième étape consiste en une analyse réflexive de l'activité pédagogique et/ou didactique précédente. Elle conduit à la décontextualisation des connaissances didactiques et/ou pédagogiques.

Elle peut se présenter sous la forme d'un questionnement plus large portant sur les pratiques de classe (situations d'apprentissage spécifiques, gestes professionnels, ...), ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou de plusieurs contenus (programmes, progressions, ...), ou bien encore sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (phases d'une situation didactique, types de tâches, ...).

Le « formé » a un positionnement d'enseignant.

Vers la problématisation d'une question professionnelle

À l'issue de ce qui précède, peut émerger une problématisation de questions professionnelles en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique. Cette problématisation permet un positionnement de chercheur notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse de cette question et d'en inférer des résultats.

Cet exemple particulier de situation de formation et l'analyse que nous en avons faite nous ont conduits à l'élaboration d'un cadre d'analyse que nous présentons dans la partie suivante.

III - PRÉSENTATION DU CADRE D'ANALYSE

Dans la « situation des annuaires », nous avons été en mesure de distinguer des activités successives de natures différentes : activité mathématique, analyse réflexive de l'activité mathématique, analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique, analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique, problématisation d'une question professionnelle.

Au cours de chaque activité, le positionnement attendu de la part du « formé » est différent : élève, enseignant ou chercheur.

Lors de ces activités, les connaissances convoquées peuvent être de plusieurs ordres : mathématiques, didactiques et/ou pédagogiques. Celles-ci ont en outre un statut différent : utilisées en acte, contextualisées ou décontextualisées.

De plus, chaque activité prend appui sur celle(s) qui la précède(nt), la première étant appelée activité « amorce » (qui correspond, dans notre exemple, à l'activité mathématique).

Le cadre d'analyse que nous avons élaboré s'appuie ainsi sur ces trois indicateurs : la nature de l'activité, le positionnement du formé ainsi que le statut des connaissances convoquées. Il permet de décliner une situation de formation en cinq paliers d'études :

- palier 0 - activité mathématique : elle peut être vécue ou évoquée, le formé étant placé en position d'élève (par rapport aux connaissances mathématiques) ; les connaissances mathématiques en acte, voire aussi explicitées en contexte, sont convoquées ;
- palier 1 - analyse réflexive de l'activité mathématique : elle fait apparaître les connaissances mathématiques décontextualisées (ce qui place le formé en position d'élève apprenant les mathématiques), ainsi que des connaissances didactiques et/ou pédagogiques en acte (initiant le changement de positionnement du formé, d'une position d'élève vers une position d'enseignant) ;
- palier 2 - analyse didactique et pédagogique de l'activité mathématique : il s'agit d'analyser les conditions de mise en œuvre (effective ou seulement anticipée) de l'activité mathématique ; elle nécessite un positionnement enseignant de la part du formé ; les connaissances didactiques et/ou pédagogiques sont explicitées en contexte ;
- palier 3 - analyse réflexive de l'activité pédagogique et didactique : elle conduit à la décontextualisation des connaissances didactiques et/ou pédagogiques ; elle peut se présenter

sous la forme d'un questionnement plus large portant sur les pratiques de classe (situations d'apprentissage spécifiques, gestes professionnels, ...), ou sur les enjeux d'apprentissages mathématiques d'un ou de plusieurs contenus (programmes, progressions, ...) ou bien encore sous la forme d'une mise en évidence d'outils d'analyse didactique (phases d'une situation didactique, types de tâches, ...) ; le formé a un positionnement d'enseignant ;

- palier 4 - problématisation de questions professionnelles en lien avec les pratiques de classe, les enjeux d'apprentissage et/ou les outils d'analyse didactique : elle permet un positionnement de « chercheur » notamment lorsqu'il s'agit d'élaborer une méthodologie d'analyse de cette question et d'en inférer des résultats.

Ce cadre d'analyse est présenté dans le tableau ci-après :

Palier	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Activité mathématique (action effectivement réalisée ou mentalement réalisée)	Elève	En acte et/ou explicitées en contexte		
1	Analyse réflexive de l'activité mathématique du palier 0.	Elève Enseignant	Décontextualisées	En acte	En acte
2	Analyse didactique et pédagogique de l'activité du palier 0.	Enseignant		Explicitées en contexte	Explicitées en contexte
3	Analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique du palier 2	Enseignant		Décontextualisées	Décontextualisées
4	Problématisation d'une question professionnelle en lien avec le palier 3.	Chercheur			

Figure 2. Cadre d'analyse proposé

De plus, la structure retenue fait apparaître des « paliers emboîtés » : chaque palier correspond en effet à une mise à distance, mettant en jeu des connaissances mathématiques et/ou didactiques et/ou pédagogiques, à partir de l'étude du palier précédent. Le passage d'un palier n à un palier $n + 1$ s'accompagne :

- soit d'un changement de positionnement du formé (d'élève à enseignant ou d'enseignant à chercheur avec parfois des intermédiaires) ;
- soit d'une mise à distance dans un positionnement donné en lien avec le degré de décontextualisation (en acte, explicité en contexte, décontextualisé) des connaissances.

Nous faisons l'hypothèse qu'il n'est pas possible d'exploiter une situation à un palier « $n + 1$ » si les formés ne possèdent pas les acquis correspondants du palier n . Ainsi pour réaliser une activité se situant à un palier « $n + 1$ », le formé doit faire appel à des connaissances relatives aux paliers précédents. Ainsi chaque palier englobe le précédent, ce qui pourrait se traduire par le schéma suivant² :

² Il est difficile de faire apparaître sur un même schéma, les différents niveaux et les imbrications en évitant de se restreindre à quelque chose de chronologique (des allers-retours doivent être envisagés) ou de linéaire (par rapport à la nature des connaissances à mobiliser ou à acquérir). D'autres représentations proposées par les participants à l'atelier sont à l'étude.

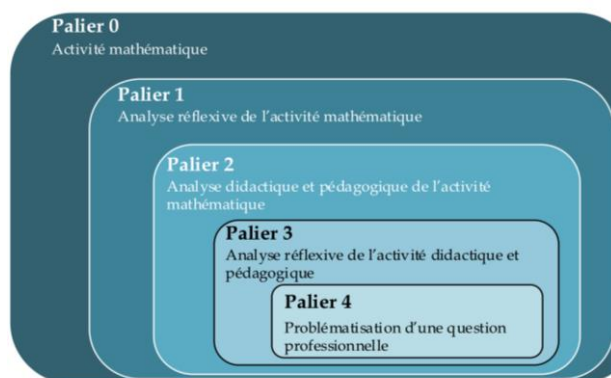


Figure 3. Représentation du cadre d'analyse proposé

IV - EXPLOITATION DU CADRE D'ANALYSE

Nous avons introduit, dans la partie II, notre cadre d'analyse à partir d'une situation de formation de type homologie-transposition dans laquelle l'activité « amorce » se situe au palier 0. Dans cette partie, nous illustrons ce cadre d'analyse dans deux situations de formation de type transposition. La première, analyse de productions d'élèves, correspond, selon ce modèle, à une activité « amorce » de palier 1 ; la seconde, analyse comparée de l'introduction d'une notion dans des manuels de différentes collections, est une activité « amorce » de palier 2.

1 Analyse de productions d'élèves

1.1 Description de l'activité « amorce »

Phase 1

Chaque formé reçoit le document suivant, où sont présentées quatre productions d'élèves tirées du cahier d'évaluation 6^{ème} de 1998, et a la tâche de les analyser. Le travail est individuel.

Sur le document ci-contre sont présentées les productions de quatre élèves tirées du cahier d'évaluation de 6^{ème} de 1998.

Analyser chacune des productions.

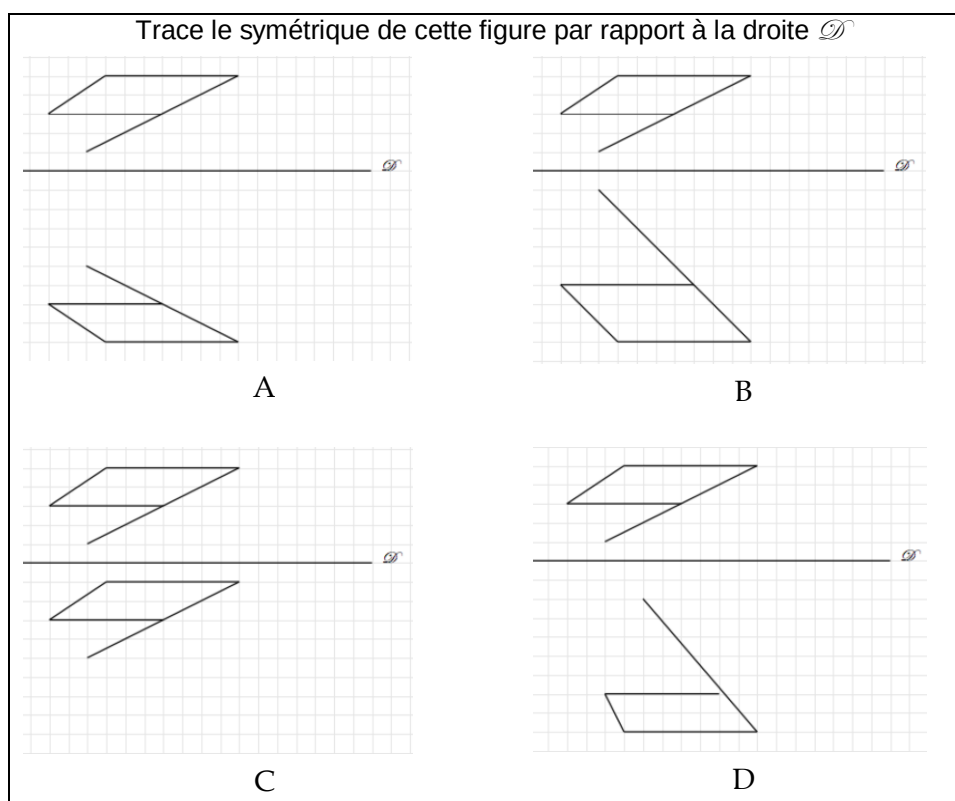


Figure 4. Document de travail

Phase 2

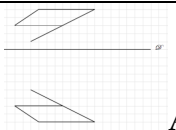
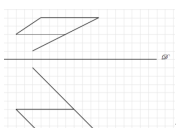
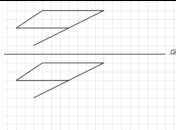
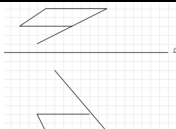
Une mise en commun des analyses produites est réalisée, un échange collectif a lieu, puis le formateur effectue une synthèse.

1.2 Analyse de la situation

Cette activité « amorce » d'analyse de productions d'élèves se situe au palier 1 : il s'agit d'une analyse réflexive d'une activité mathématique réalisée par des élèves, à savoir la construction du symétrique d'une figure par rapport à une droite sur papier quadrillé. Lorsqu'il étudie des productions d'élèves, le formé est placé dans une position d'enseignant : il doit chercher à repérer les erreurs et les réussites des élèves et mener une réflexion sur leurs procédures erronées. Il mobilise ainsi des connaissances didactiques en acte. Par ailleurs, aucune connaissance pédagogique (en dehors du fait, de s'intéresser aux productions des élèves) n'est activée dans ce palier 1 puisque le formé n'est pas en situation d'enseignement, qu'elle soit vécue ou évoquée.

L'analyse des productions des élèves nécessite du formé la capacité à savoir réaliser le type de tâches de construction de symétriques d'une figure par rapport à une droite sur un quadrillage, c'est-à-dire la maîtrise de l'activité du palier 0. Le formé doit faire l'exercice, de façon effective en traçant le symétrique de la figure, ou mentalement en imaginant les tracés, pour connaître la figure correcte attendue et pouvoir ainsi la comparer aux productions des élèves. Il mobilise de cette façon des connaissances mathématiques en acte. Ces connaissances sont décontextualisées dans le repérage des erreurs des élèves qu'il doit réaliser, dans l'activité « amorce » de palier 1, par l'identification de propriétés de la symétrie axiale non respectées : conservation de la distance à l'axe, conservation de la forme, conservation des longueurs, retournement de la figure ; voire identification d'autres transformations et de leurs propriétés. Le formé peut alors se trouver dans une position d'élève s'il vérifie ses propres connaissances par rapport à la symétrie axiale.

Dans l'activité « amorce », il est attendu que le formé fasse différents constats sur les productions :

Dans la production A, les deux figures sont bien symétriques mais pas par rapport à la droite $\mathcal{D}$: l'élève n'a pas tenu compte de la conservation de la distance à l'axe, il s'est repéré par rapport aux bords « horizontaux » du support.		A
Dans la production B, l'élève semble aussi s'être repéré par rapport aux bords « horizontaux » du support, mais la figure qu'il obtient n'est pas symétrique à celle de départ (forme et dimensions différentes). L'erreur se situe au niveau du tracé des segments « obliques » : l'élève semble penser que ces segments passent nécessairement par les nœuds du quadrillage, qu'ils s'appuient sur les diagonales des mailles carrées du quadrillage.		B
Dans la production C, l'élève a réalisé une translation : la forme et les dimensions de la figure tracée sont bien conservées, mais la figure n'est pas retournée comme elle devrait l'être.		C
Dans la production D, seuls les segments « horizontaux » sont de la bonne longueur. Comme dans la production A, l'élève s'est repéré par rapport aux bords « horizontaux » du support et non par rapport à l'axe de symétrie. De plus, les segments obliques sont incorrects.		D

Lors de la mise en commun, le formateur peut exploiter l'activité d'analyse des productions d'élèves dans une activité de palier 2. Ainsi, il peut amener le formé à analyser le type de tâches de construction du symétrique d'une figure par rapport à une droite sur papier quadrillé en explicitant des connaissances didactiques en contexte. Par exemple, ce qui provoque des erreurs ici peut être mis en évidence, comme la position de l'axe par rapport au support (axe de symétrie ou non du support), et ce qui n'en provoque pas peut l'être également, comme l'orientation « horizontale » de l'axe de symétrie

sur le quadrillage qui permet une conservation de l'horizontalité des côtés ayant cette orientation dans la figure de départ. Les connaissances didactiques peuvent ensuite être décontextualisées dans une activité de palier 3 avec l'étude des variables didactiques pour la réalisation du type de tâches de construction de symétrique d'une figure par rapport à une droite : support quadrillé ou uni, position et orientation de l'axe de symétrie sur le support, nature de la figure de départ (avec des segments « obliques » ou non, figurative ou non, etc.), la position relative de l'axe de symétrie et de la figure. Les difficultés de conceptualisation de la symétrie axiale peuvent aussi être mises en évidence. Cette transformation peut, par exemple, être confondue avec la translation si les élèves considèrent le symétrique d'une figure comme une « figure égale située de l'autre côté de l'axe » (Grenier, 1988). Des compléments par rapport à la fréquence de chacune des erreurs analysées ici, à un moment donné de l'apprentissage, peuvent également être apportés.

À l'issue de la mise en commun, le formateur peut aussi faire expliciter des connaissances pédagogiques en contexte en interrogeant les formés sur la manière dont ils envisageraient un retour en classe sur les productions (retour individuel, affichage de productions, etc.). Le formateur amène ainsi les formés à réfléchir sur le traitement des erreurs. Les connaissances pédagogiques pourront ensuite être décontextualisées dans une activité de palier 3 portant sur différentes conceptions du traitement des erreurs en lien avec des conceptions de l'apprentissage (transmissif, behavioriste, constructiviste).

Les différents paliers d'étude peuvent être représentés de la façon suivante :

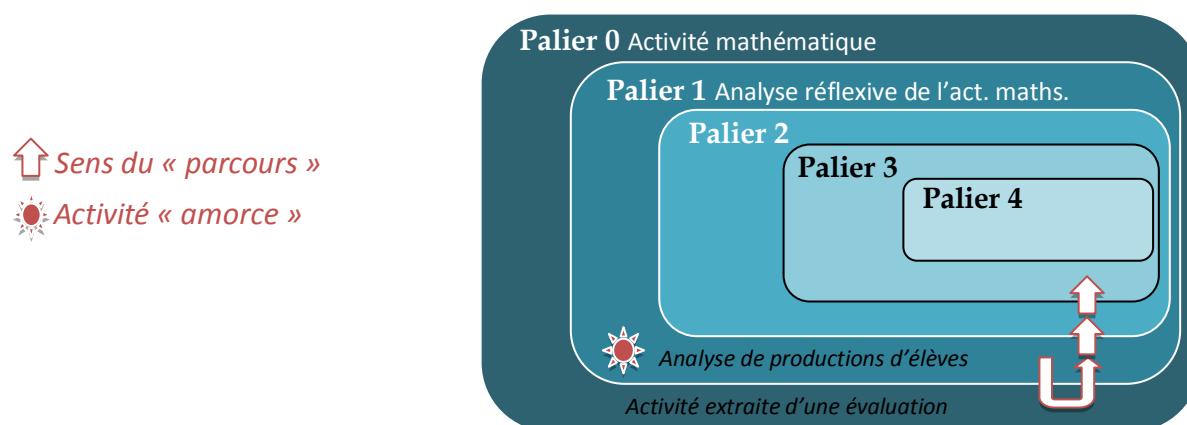


Figure 5 – Les différents paliers d'étude de l'analyse de productions d'élèves

2 Analyse comparée de l'introduction d'une notion dans différents manuels

Nous illustrons à présent notre cadre d'analyse dans une situation de formation d'analyse comparée de manuels. Cette situation a été présentée lors du XLI^{ème} colloque de la COPIRELEM (Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015). Le domaine d'étude choisi est celui de la « situation des annuaires » : grandeur et mesure, avec l'introduction de la notion d'aire en CM1.

2.1 Description de l'activité « amorce »

Le travail d'analyse de manuels scolaires se déroule en cinq phases.

Phase 1 : analyse d'une activité par binôme

Dans une première phase, les formés disposent du manuel et du livre du maître d'une collection. Ils doivent, par binôme, analyser la partie recherche ou découverte de la séance introductive de la notion d'aire en CM1 de la collection, ceci en complétant la grille d'analyse qui leur est fournie et qui a été élaborée par le formateur. La grille les conduit à repérer les objectifs de la séance indiqués par les auteurs, les définitions des termes de surface et d'aire données et les types de tâches proposés. Pour chaque type de tâches, ils doivent identifier les procédures pouvant être mises en œuvre ainsi que les difficultés et erreurs prévisibles pour les élèves.

Phase 2 : analyse comparée par binôme

Dans une deuxième phase, chaque membre d'un binôme fait part de son analyse à un membre d'un autre binôme ayant étudié une collection différente. Les deux nouveaux binômes font alors chacun une analyse comparée de l'introduction du concept d'aire des deux collections à disposition.

Phase 3 : analyse comparée par groupe de quatre

Dans une troisième phase, les binômes se rassemblent par groupe de quatre. Ils mettent en commun leurs comparaisons de l'introduction du concept d'aire dans les deux collections et rédigent leurs conclusions.

Ainsi, dans les trois premières phases, les formés analysent les manuels par binôme (ou trinôme), puis par groupe de quatre (ou cinq) tandis que le formateur est observateur. Ce dernier n'intervient pas au niveau du contenu de l'analyse que doivent faire les formés. Il veille seulement à ce que les consignes soient comprises et il prend note des points de discussions ou de questions qui émergent dans les groupes.

Phase 4 : mise en commun

Le formateur conduit une phase de mise en commun : chaque groupe de quatre est amené à donner ses conclusions relatives à la comparaison de l'activité d'introduction de la notion d'aire dans les deux collections de manuels analysées.

Phase 5 : synthèse

Dans une dernière phase, le formateur effectue une synthèse dans laquelle il dégage des éléments sur ce qu'il souhaite que les formés retiennent de ce travail d'analyse et des échanges qui ont eu lieu lors de la mise en commun.

2.2 Analyse de la situation

Dans cette situation de formation d'analyse de manuels (Mangiante-Orsola & Petitfour, 2015), l'activité « amorce » est une analyse comparative d'activités d'introduction de la notion d'aire proposées dans des manuels de quatre collections différentes. Notre cadre d'analyse place cette activité « amorce » au palier 2 : la comparaison des activités des manuels doit en effet conduire à une analyse des conditions de mise en œuvre en classe d'une activité d'introduction de la notion d'aire. En outre, il est attendu que le formé se positionne en tant qu'enseignant en prenant du recul sur les différents moyens permettant d'aborder la notion d'aire. L'association des manuels à comparer, choisie par le formateur, peut permettre de faire émerger différents éléments mathématiques, didactiques ou pédagogiques, qu'il pourra exploiter dans la phase de synthèse en fonction de ses objectifs de formation. La comparaison peut en effet amener le formé à un constat de choix différents faits par les auteurs de manuels à propos de l'introduction de la notion d'aire. Le formateur amènera alors le formé à s'interroger sur l'implication de ces choix sur les apprentissages des élèves.

Pour parvenir à la comparaison des activités mathématiques des manuels, les formés sont d'abord amenés à effectuer une activité de palier 1 dans la première phase de travail, en complétant la grille d'analyse proposée par le formateur pour un manuel donné. Le formé est ainsi conduit à une analyse réflexive de l'activité mathématique proposée dans le manuel et il est placé en position d'enseignant : il étudie une activité à destination des élèves. Il doit alors mobiliser des connaissances didactiques en acte, d'une part dans l'analyse didactique de l'activité mathématique du manuel (repérage des types de tâches, identification de procédures, anticipation d'erreurs et de difficultés possibles), d'autre part dans la découverte du choix des auteurs pour introduire la notion d'aire (par la grandeur ou par la mesure). Il peut également mobiliser des connaissances pédagogiques en acte s'il prend des informations sur le déroulement pédagogique décrit dans le livre du maître.

Renseigner la grille d'analyse proposée par le formateur suppose de la part du formé la capacité à réaliser l'activité mathématique présentée dans le manuel, c'est-à-dire la maîtrise de l'activité du palier 0, qu'il réalisera *a priori* de façon évoquée, en mettant en jeu des connaissances mathématiques en acte sur

la notion d'aire. Le formé a également la possibilité de vérifier ses connaissances mathématiques propres, en consultant le livre du maître où sont exposées les connaissances mathématiques décontextualisées à enseigner.

Dans la phase de mise en commun, le formé peut, par exemple, relever l'existence d'approches différentes de la notion d'aire : entrée par la mesure ou en tant que grandeur. Il se situe ainsi au niveau des connaissances didactiques au palier 1 d'étude de la situation. Le formateur pourra être amené à effectuer des rappels ou des apports de connaissances mathématiques décontextualisées à propos de la notion de grandeur et de celle de mesure. Il se situera alors au palier 1 au niveau des connaissances mathématiques, en revenant sur des acquis en lien direct avec l'activité du palier 0. Si au moment de la phase de synthèse, le formateur choisit d'aller au-delà du simple constat de choix différents faits par les auteurs de manuels et invite les formés à interroger la pertinence de chacune de ces deux approches, il exploite alors l'analyse de manuels au palier 2. En effet, son objectif consiste ici à amener le formé à une prise de recul sur l'activité mathématique elle-même afin de dégager certains aspects didactiques relatifs à l'enseignement de la notion d'aire. Des arguments en lien avec les difficultés et erreurs des élèves (confusion entre aire et périmètre par exemple), issus d'une analyse didactique du palier 1, peuvent permettre de justifier le choix d'une approche de la notion d'aire par les grandeurs plutôt que par la mesure. Le questionnement sur l'approche à privilégier pour enseigner la notion d'aire peut s'étendre à une réflexion sur d'autres grandeurs (palier 3). Et enfin, dans le cadre par exemple de séminaires de recherche, le formateur pourrait exploiter cette analyse de manuels à un palier 4 dans le but d'étudier les conceptions des auteurs sur l'enseignement de la notion d'aire et plus généralement sur l'enseignement des grandeurs en vue de construire une programmation sur ces notions.

Les différents paliers d'étude peuvent être représentés de la façon suivante :

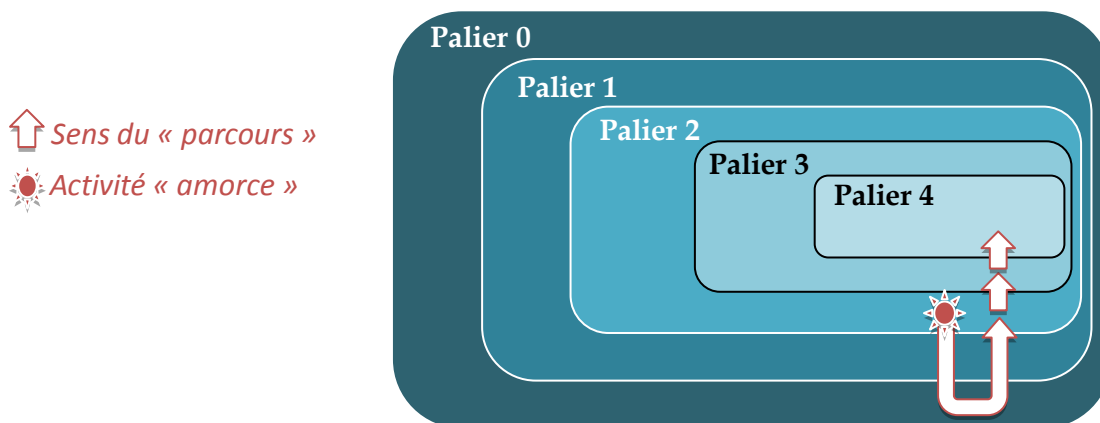


Figure 6 – Les différents paliers d'étude de l'analyse de manuels

Donnons une autre illustration de l'utilisation du cadre d'analyse. La comparaison de manuels permet de faire émerger la notion de variable didactique lorsqu'un même type de tâches est proposé dans chacun des manuels mais que les choix des valeurs des variables diffèrent. Un tel objectif de formation se situe au palier 3.

La notion d'aire peut, par exemple, être introduite par un type de tâches de rangement de surfaces selon leur aire. Les manuels choisis seront tels que dans l'un, les surfaces sont non déplaçables si bien que la comparaison doit se faire visuellement et sans manipulation, tandis que dans l'autre, la comparaison peut se faire par découpage et recollement avec une manipulation effective. Dans la comparaison de ces deux approches de la notion d'aire, une activité au palier 1 revient à identifier les différentes procédures de résolution liées à la variable didactique « nature de la situation », à savoir statique versus dynamique. Une activité au palier 2 consiste à s'interroger tout d'abord sur la nécessité de manipulations effectives avant de proposer des « manipulations mentales », et de s'interroger ensuite sur les moyens d'amener les élèves à une activité de comparaison mentale. Réfléchir plus généralement au rôle de la manipulation

en phase d'apprentissage et aux étapes intermédiaires permettant de se construire des images mentales (décrire l'action en acte, l'évoquer) correspond à une activité du palier 3. Comme le souligne Peltier (2003) :

« Ces expériences ne pourront être mobilisées que si elles ont été décrites au moment de l'action et surtout évoquées après avoir été menées, de manière différée et sans retour à la manipulation. » (Peltier, 2003)

Ainsi, selon les manuels qu'il choisit, la façon dont il les associe, selon la grille d'analyse qu'il propose et selon les éléments de synthèse qu'il choisit/privilégie/met en valeur, le formateur va exploiter cette situation de formation d'analyse de manuels scolaires à différents paliers.

V - CONCLUSION

Le cadre d'analyse élaboré semble être adapté à différentes situations de formation, en particulier celles s'inscrivant dans le cadre de stratégies de formation par homologie-transposition ou par transposition.

La présentation des différents paliers peut suggérer une hiérarchisation. En revanche les différents exemples explicités montrent que le terme « palier » ne fait pas référence à une chronologie à suivre dans une situation de formation : en effet, il est envisageable de proposer une activité « amorce » en entrant par un palier 0, 1, 2, voire 3 ou 4, mais pour réaliser l'activité, le formé devra revenir à des paliers inférieurs, faire éventuellement des aller-retour entre différents paliers.

Dans les trois exemples de situations de formation envisagés ici, le cadre d'analyse a permis de mettre en évidence :

- les paliers d'étude envisageables dans la formation, au niveau des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques ;
- l'existence de différents parcours possibles ;
- les imbrications des différents paliers d'étude.

Le cadre a ainsi révélé la richesse potentielle de telles situations ainsi que les conséquences des choix réalisés par le formateur lors de la mise en œuvre de ces situations sur la nature des apprentissages susceptibles d'être provoqués. Ainsi le formateur qui « découvre » une situation, analysée via ce cadre, devrait être à même de faire des adaptations, des choix éclairés, en fonction du public, du moment de la formation, des enjeux (mathématiques, didactiques, pédagogiques) qu'il vise selon le dispositif de formation plus global qu'il aura envisagé. Il ne s'agit pas de « dévoiler » la stratégie du formateur à l'intention du formé, mais de permettre au formateur de faire des choix, notamment sur le contenu des différentes institutionnalisations qui seront à envisager.

VI - BIBLIOGRAPHIE

AUBERTIN J.-C., GIRMENS Y. (2015). Une situation d'homologie-transposition : le solide caché. *Actes du XLI^{ème} Colloque de la COPIRELEM, Mont-de-Marsan 2014*. IREM de Bordeaux.

BROUSSEAU G. (2010). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998)*. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf

CHAMBRIS C. (2008). *Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^e siècle. Connaissances des élèves actuels*. Thèse. Paris : Université Paris-Diderot (Paris 7) <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00338665/en/>

COPIRELEM (2003). *Concertum, les carnets de route de la COPIRELEM*. ARPEME.

DANOS P., MASSELOT P., SIMARD A., WINDER C. (2015). Analyser une ressource de formation : exemple de la « situation des annuaires ». *Actes du XLI^{ème} Colloque de la COPIRELEM, Mont-de-Marsan 2014*. IREM de Bordeaux.

GRENIER D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse de l'Université Grenoble 1.

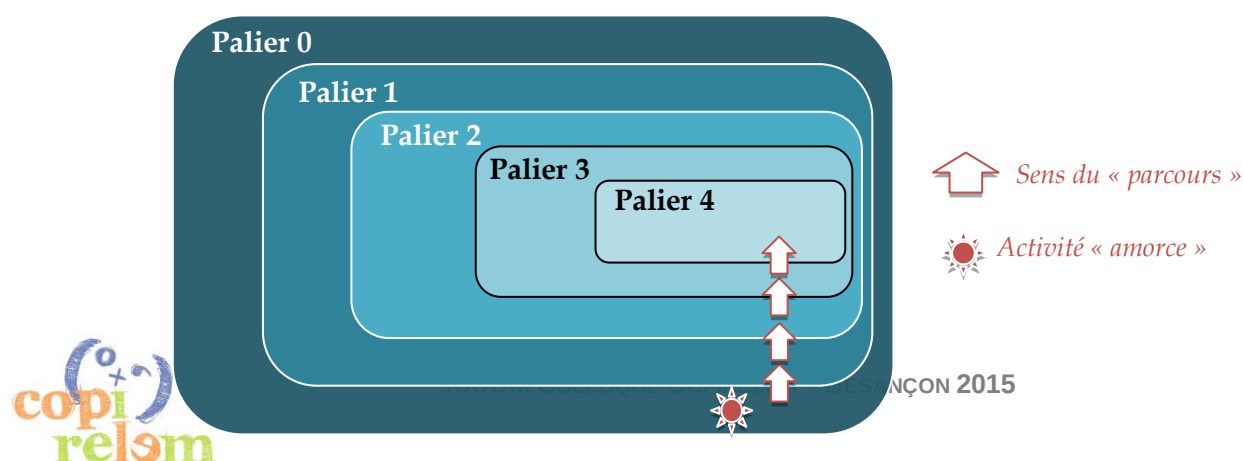
- HOUEMENT C. (1995). *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies*. Thèse de l'Université Paris 7.
- HOUEMENT C. (2006). Mathématique, didactique et découpage. *Actes du colloque Mathématiques et résolution de problèmes : un point de vue didactique*. IREM de Montpellier. 43-51
- HOUEMENT C. (2013). *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*. Note d'habilitation à diriger des recherches. Université Paris Diderot – Université de Rouen.
- HOUEMENT C., PELTIER M.-L. (2002). Aires de formation. *Les cahiers du formateur (tome 5)*. ARPEME. 64-108.
- HOUEMENT C., PELTIER M.-L. (2003). Aires de surfaces planes. *Concertum, Carnets de route de la COPIRELEM (tome 2)*. ARPEME. 199-221.
- KUZNIAK A. (1994). *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs des maîtres du premier*. Thèse de l'Université Paris 7.
- KUZNIAK A. (1995). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Actes du XXI^{ème} Colloque de la COPIRELEM, Chantilly 1994*.
- KUZNIAK A. (2003). *Paradigmes et espaces de travail géométriques*. Notes d'habilitation. IREM Université de Paris VII, Paris.
- MANGIANTE-ORSOLA C., PETITFOUR E. (2015). L'analyse de manuels en formation : pour quoi faire ? *Actes du XL^{ème} Colloque de la COPIRELEM, Mont-de-Marsan 2014*. IREM de Bordeaux.
- M.E.N. (2005). *Grandeurs et mesure à l'école élémentaire*. Documents d'accompagnements des programmes : Mathématiques. Scéren-CNDP. 78-88
- PELTIER M.-L. (2003). « Le napperon » : un problème pour travailler sur la symétrie axiale. In *Carnets de route de la COPIRELEM. CONCERTUM. Tome 2 (p.161-172)*. ARPEME.
- PETITFOUR E. (2011). *Enseignement de la symétrie axiale dans une classe d'élèves de sixième en difficulté intégrant des élèves DYS. Etude du cas d'un élève dyspraxique*. Mémoire de MASTER. Université Paris-Diderot (Paris 7).

ANNEXE 1: LES DIFFERENTS PALIERS DE LA « SITUATION DES ANNUAIRES »

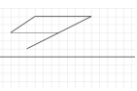
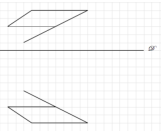
Palier	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0 	<i>Activité mathématique</i> Phases d'action, de validation, de formulation (« les deux surfaces ont la même quantité de papier donc la même aire »)	<i>Elève</i>	- notion aire utilisée <i>en acte</i> (phase 1), puis <i>explicitée en contexte</i> (dès la fin de phase 1) - symétrie centrale utilisée <i>en acte</i> (phase 1), puis <i>explicitée en contexte</i> (fin de phase 1, phase 2) - fractions <i>explicitées en contexte</i> (phases 2 et 3) - relation d'équivalence et notion de classe d'équivalence <i>utilisées en acte</i>		
1	<i>Analyse réflexive de l'activité mathématique du palier 0.</i> Synthèse mathématique (institutionnalisation). Quelles difficultés ?	<i>Elève</i> Il vérifie ses connaissances mathématiques propres. <i>Enseignant</i> Il met en perspective les apprentissages des élèves (et notamment la manière d'aborder la notion d'aire en lui donnant du sens)	<i>Décontextualisées</i> Les propriétés de la grandeur aire (additivité, mesurabilité, conservation de l'aire). Les différentes étapes permettant de définir la grandeur aire. Les différentes étapes permettant de définir une grandeur et la mesure.	<i>En acte</i> Explicitation des obstacles rencontrés (attendus ou provoqués par exemple la confusion aire/périmètre).	<i>Pas de connaissances pédagogiques car le formé n'est pas en situation d'enseignement (évoquée ou vécue)</i>
2	<i>Analyse des conditions de mise en œuvre (effective ou possible) de l'activité du palier 0.</i> Comment vous a-t-on fait travailler ?	<i>Enseignant</i> Il analyse les conditions de mise en œuvre.		<i>Explicitées en contexte</i> - choix des valeurs des variables : contraintes, consignes successives, ordre des consignes, ... ; - explicitation de ce qui est mis en évidence et de ce qui est « laissé de côté » ; - prise en compte des obstacles (difficultés prévisibles) ; - aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel moment) ; - organisation : intérêt d'un travail en groupes, composition des groupes, rôles dans les groupes ; - modes de validation retenus (et prise en charge de la validation) ;	

				- décalages éventuels avec ce qui est anticipé ; - prises de décisions à chaud ; - enchaînement des consignes et effets produits ; - gestion des mises en commun : choix des productions, ordre des interventions ; - ce que l'enseignant dit, fait dire, laisse dire, ... ce qu'il retient, oublie, met en valeur, ... ; - comment l'enseignant organise la prise de parole, en fonction de quels critères, ...
3	Analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique du palier 2.	Enseignant	<i>Décontextualisées</i> Approche à privilégier pour enseigner la notion d'aire ; vers une progression sur la notion d'aire ou d'autres grandeurs Généralisation à d'autres grandeurs Variables didactiques spécifiques au travail sur les grandeurs. Différentes phases d'une situation d'apprentissage par adaptation (théorie des situations didactiques).	<i>Décontextualisées</i> Conceptions sur la prise en compte et le traitement de l'erreur. Conceptions de l'apprentissage. Rôle du travail de groupe.
4	Problématisation d'une question professionnelle en lien avec le palier 3.	Chercheur	<i>Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire.</i> <i>Évolution de l'enseignement au cours du 20^e siècle.</i> (Chambris, 2008)	

Le sens de parcours de formation suivi dans cette situation de formation est alors caractérisé par le schéma suivant :



ANNEXE 2 : LES DIFFERENTS PALIERS DE L'ANALYSE DE PRODUCTIONS D'ELEVES

Palier	Nature de l'activité	Position du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Construction du symétrique d'une figure par r/t à une droite 	Elève	<i>En acte</i> (mentalement ou de façon effective) Techniques de construction du symétrique d'une figure sur papier quadrillé.		
1 	Repérage des erreurs des élèves à partir de productions 	Elève : vérifie ses connaissances propres Enseignant : étudie les productions des élèves	<i>Décontextualisées.</i> Identification de propriétés respectées ou non dans les productions des élèves : distance à l'axe, conservation de la forme, de l'alignement, des longueurs, retournement, identification d'autres transformations (translation)	<i>En acte.</i> Réflexion sur les procédures erronées des élèves	<i>En acte</i> S'intéresse à des productions d'élèves
2	Exploitation de l'activité d'analyse de productions par le formateur, lors de la mise en commun des analyses des formés	Enseignant : - analyse le type de tâche « réaliser le symétrique d'une figure sur papier quadrillé ». - réfléchit au traitement des erreurs.		<i>Explicitées en contexte</i> Identification des obstacles : - ce qui provoque les erreurs : la position de l'axe par rapport à la feuille ; des points d'intersection qui ne sont pas des nœuds du quadrillage - ce qui n'en provoque pas : l'orientation de l'axe sur le quadrillage → parallélisme conservé pour les horizontaux + conservation de la longueur pour le « haut du drapeau »	<i>Explicitées en contexte.</i> Quel retour sur les productions ? Les afficher ? Si oui, lesquelles ? Que demande-t-on de faire ? jusqu'où ? Qui valide ?
3	Pourquoi ces difficultés ? Comment les pallier ?	Enseignant		<i>Décontextualisées</i> → variables didactiques dans ce type de tâche (support position de l'axe, ...) → difficultés de conceptualisation de la symétrie	<i>Décontextualisées</i> Conceptions sur le traitement de l'erreur. Conception de l'apprentissage.

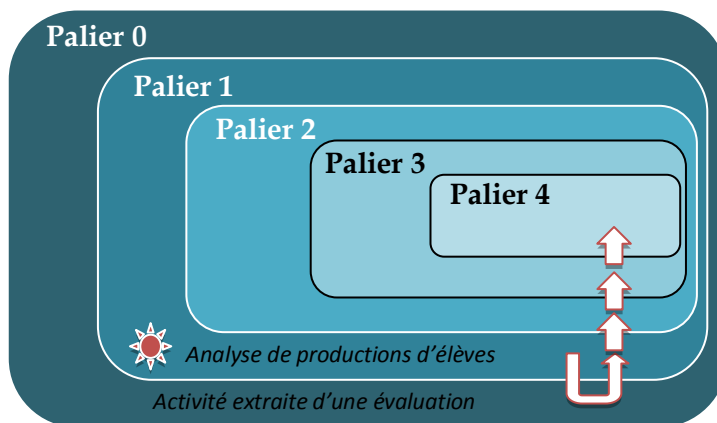
				(psychologiques, didactiques) ; manipulation des instruments → définition de la symétrie pour les élèves → vers une progression sur la symétrie	
4	Problématisation d'une question professionnelle en lien avec le palier 3.	Chercheur		Par exemple, sujet de mémoire : Enseignement de la symétrie axiale à des élèves dyspraxiques (Petitfour, 2011)	



Sens du « parcours »



Activité « amorce »



ANNEXE 3 : LES DIFFERENTS PALIERS DE L'ANALYSE COMPAREE DE MANUELS

Palier	Nature de l'activité	Positionnement du formé	Connaissances		
			mathématiques	didactiques	pédagogiques
0	Activités mathématiques proposées à l'élève par chacun des manuels.	Elève	<i>Contextualisées.</i> Connaissances mathématiques convoquées par les activités proposées.		
1	Renseignement de la grille d'analyse pour un manuel.	<i>Elève</i> car il vérifie ses connaissances mathématiques propres dans le livre du maître par exemple. <i>Enseignant.</i> Il étudie les activités à destination des élèves.	<i>Décontextualisées.</i> Connaissances mathématiques décontextualisées sur les notions de grandeur et de mesure. Connaissances sur la notion d'aire (grandeur et mesure)	<i>Implicites en contexte</i> Prise de conscience du choix d'entrée de la notion d'aire du manuel (grandeur ou mesure). Analyse didactique (nature de la situation ; variables ; procédures ; obstacles, difficultés et erreurs prévisibles).	<i>Implicites en contexte</i> Prise d'information sur le déroulement pédagogique proposé dans le livre du maître (activité évoquée).
2 	Exploitation de la grille d'analyse par le formateur	<i>Enseignant.</i> Il prend du recul sur les différents moyens permettant d'aborder la notion d'aire.		<i>Explicitées en contexte</i> Constat qu'on peut aborder la notion d'aire par la grandeur ou la mesure. Mise en lien avec les difficultés des élèves (confusion aire/périmètre).	<i>Explicitées en contexte.</i> Les modalités de travail proposées par les manuels (manipulation ou pas ; travail en groupe ou individuel ; prise en compte des erreurs).
3	<i>Analyse réflexive de l'activité didactique et pédagogique du palier 2.</i>	<i>Enseignant.</i>		<i>Décontextualisées</i> → approche à privilégier pour enseigner la notion d'aire ; vers une progression sur la notion d'aire ou d'autres grandeurs → généralisation à d'autres grandeurs	<i>Décontextualisées</i> Conceptions sur le traitement de l'erreur. Conception de l'apprentissage.
4	<i>Problématisation d'une question professionnelle en lien avec le palier 3.</i>	<i>Chercheur</i>		<i>Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle.</i>	

				(Chambris, 2008)	
--	--	--	--	------------------	--



Sens du « parcours »



Activité « amorce »

