

QUELLES RESSOURCES LES ENSEIGNANTS UTILISENT-ILS AFIN DE TROUVER DES ENONCES DE PROBLEMES OUVERTS EN MATHEMATIQUES AU CYCLE 3 ?

Christine CHOQUET-PINEAU

Formatrice, Espe de l'Académie de Nantes, Site du Mans

CREN, Université de Nantes

Christine.choquet@univ-nantes.fr

Résumé Cette communication rend compte d'un chapitre de notre thèse consacrée à l'étude, dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert, Rogalski, 2002), des pratiques de professeurs des écoles lorsqu'ils proposent en mathématiques des séances dédiées à des problèmes ouverts au cycle 3 (Choquet, 2014). Elle concerne l'analyse des ressources disponibles et l'étude des choix que font les enseignants parmi ces ressources afin de trouver des énoncés de problèmes ouverts. D'une part, après avoir identifié les ressources dont les professeurs des écoles peuvent raisonnablement disposer, nous en proposons une analyse qui vise à déterminer s'il est possible d'y trouver des énoncés de problèmes ouverts. Nous aborderons ainsi la question de la visibilité de ce type de problèmes pour des enseignants. Autrement dit, des enseignants cherchant des énoncés de problèmes ouverts peuvent-ils facilement en trouver dans les différentes ressources dont ils disposent ? D'autre part, nous présentons l'analyse des choix que cinq professeurs des écoles font pour leur classe. Cette analyse, utilisant des éléments du cadre théorique de l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche, 2010), nous permet de repérer, à partir de régularités identifiées dans les choix des professeurs, des invariants opératoires à savoir des connaissances, des représentations de l'enseignant, souvent implicites, qui semblent sous-tendre l'utilisation des ressources par ces cinq professeurs des écoles et envisager une explication des choix qui sont faits.

Cette communication s'appuie sur une partie de notre thèse. Nous présentons d'abord brièvement notre recherche en précisant la problématique, le cadrage théorique ainsi que la méthodologie de recueil puis d'analyse de données. Nous développons ensuite l'enjeu de la communication selon deux axes : un premier s'intéressant à une analyse des ressources disponibles pour des professeurs des écoles lorsqu'ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts et le second présentant les choix effectués par les cinq professeurs des écoles observés dans notre travail ainsi qu'une tentative d'explication de ces choix.

I - PRESENTATION DE LA RECHERCHE

Notre recherche s'intéresse aux pratiques ordinaires de professeurs des écoles proposant des problèmes ouverts dans leur classe de cycle 3. Afin d'étudier ces pratiques, il nous semble nécessaire d'aborder la question des ressources en étudiant celles dont les enseignants disposent et les choix qu'ils font parmi cet ensemble de ressources.

1 Problématique et cadrage théorique

Nous rappelons tout d'abord la caractérisation des problèmes ouverts établie par Arsac & Mante (2007) :

« L'énoncé est court. L'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « montrer que »). En aucun cas, cette solution ne doit se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours. Le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre-exemples. ». Dans notre recherche, nous

cherchons à décrire les pratiques ordinaires de professeurs des écoles lorsqu'ils proposent des problèmes de ce type dans leur classe afin de les comprendre. Concernant l'usage des ressources qui nous intéresse dans cette communication, il s'agit de décrire les choix que font les enseignants lorsqu'ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts et d'expliquer ces choix.

Pour cela, nous nous plaçons dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique développé par A. Robert & J. Rogalski (2002). Ce cadre permet d'envisager l'étude de la pratique des enseignants selon deux approches, didactique et ergonomique, en tenant compte de toute leur complexité. Cinq composantes de la pratique sont considérées : deux composantes, cognitive et médiative, sont liées aux séances menées par les enseignants et rendent compte du point de vue didactique des pratiques associées aux apprentissages potentiels des élèves. Les trois autres composantes, sociale, institutionnelle et personnelle, sont liées à l'exercice du métier d'enseignant et aux contraintes qui en découlent.

De plus, la résolution en classe de problèmes ouverts n'est pas directement liée à l'étude de savoirs mathématiques curriculaires. Les savoirs à enseigner dans le cas des problèmes ouverts restent flous (Hersant, 2010), ils ne sont explicitement exposés ni dans les instructions officielles, ni dans les manuels scolaires comme peuvent l'être les savoirs liés à l'enseignement d'une notion bien définie. L'ensemble des manuels scolaires à disposition des professeurs des écoles va par exemple réserver des pages à l'enseignement de la symétrie axiale et ces pages pourront être facilement identifiées par chaque enseignant. En revanche, même si les programmes de l'école primaire en vigueur (MEN, 2008) encouragent les enseignants à « *développer chez tous les élèves des capacités de recherche et de raisonnement* », ils ne sont pas clairs sur les moyens d'y parvenir, sur les savoirs alors à enseigner et les manuels ne proposent pas explicitement des pages réservées à des problèmes ouverts (dont un des objectifs est le développement de capacités de recherche chez les élèves). De ce fait, afin d'affiner les analyses en termes d'usage des ressources par les enseignants, nous utilisons des éléments du cadre théorique de l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche, 2010) et ceci notamment afin de renseigner plus précisément la composante institutionnelle de leur pratique.

2 Méthodologie générale de cette recherche

Notre travail concerne des pratiques ordinaires au sens où nous ne sommes intervenus ni dans le choix des problèmes ouverts à proposer en classe, ni dans la préparation et la mise en œuvre des séances dédiées à l'étude de ces problèmes. Afin d'étudier ces pratiques ordinaires et notamment l'usage des ressources dans le cas de la proposition de problèmes ouverts en classe, nous avons choisi d'observer cinq professeurs des écoles enseignant au cycle 3. Ces cinq professeurs ne sont pas débutants, ils enseignent dans des écoles non défavorisées socialement et depuis au moins cinq ans avec des élèves de niveau cycle 3. Par ailleurs, nous précisons que ces cinq enseignants n'ont pas suivi d'études en mathématiques à l'université. En cela, nous pouvons dire qu'ils ne sont pas, comme bon nombre de professeurs des écoles en France (Artigue, 2011), spécialistes des mathématiques comme peuvent l'être des professeurs de mathématiques du second degré.

L'observation des séances s'est faite sur un temps long, elle est répartie sur l'année scolaire. Après un premier entretien avec les cinq enseignants en début d'année scolaire, nous avons observé, filmé du fond de la classe puis transcrit toutes les séances qu'ils nous disent dédier aux problèmes ouverts. Nous avons recueilli les travaux écrits des élèves sous forme de brouillons, feuilles de recherche et/ou affiches. Des travaux de groupes ont été enregistrés et transcrits. Des échanges avec les enseignants ont également eu lieu avant et après chaque séance et ont été transcrits. Ils ont permis de recueillir, tout au long de l'année, des informations sur la préparation des séances, sur leurs mises en œuvre et sur le travail des élèves lors de ces séances.

Nous détaillerons plus loin, dans chaque partie, notre méthodologie d'analyse concernant l'usage des ressources. Nous précisons comment nous repérons les ressources raisonnablement disponibles pour les enseignants que nous observons et comment nous analysons ces ressources

puis comment, en nous appuyant sur le cadrage théorique choisi, nous tentons d'expliquer les choix que les enseignants font parmi les ressources disponibles.

II - ANALYSE DES RESSOURCES DONT LES PROFESSEURS PEUVENT RAISONNABLEMENT DISPOSER

Avant d'analyser les choix des cinq enseignants observés en termes de ressources, nous proposons dans cette partie de recenser celles que nous estimons être raisonnablement disponibles pour des professeurs des écoles lorsqu'ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts pour leur classe de cycle 3. Nous précisons ensuite comment nous les avons étudiées afin de déterminer si des énoncés de problèmes ouverts sont repérables dans ces ressources par des enseignants ordinaires et présentons les résultats de notre analyse.

1 Quelles sont ces ressources ?

1.1 Des manuels scolaires accompagnés de livres du professeur

Par manuels scolaires, nous entendons, dans la suite de cette communication, les ouvrages destinés aux élèves et par livres du professeur, nous considérons les ouvrages à destination des enseignants accompagnant, dans la plupart des collections, les manuels destinés aux élèves. Une majorité de professeurs des écoles de cycle 3 se réfère à un ou plusieurs manuels scolaires pour préparer leurs séances et pour travailler en classe (Durpaire, 2008), ces manuels étant le plus souvent accompagnés de livres du professeur. Suite aux nouvelles instructions officielles de l'année 2008, les maisons d'éditions ont envoyées, en 2009 et 2010, dans les écoles primaires de nouveaux spécimens pour le cycle 3. Nous avons recensé une douzaine de spécimens ainsi mise à disposition des professeurs. Il nous semble donc que tous ces manuels ne vont pas être utilisés, que les enseignants vont faire un choix parmi les collections proposées. Nous ne proposons ici pas une recherche exhaustive des manuels scolaires diffusés, nous décidons de centrer notre travail sur les deux collections les plus utilisées dans notre département (IA 72, 2010) : *J'apprends les maths* CE2, CM1 et CM2 (Editions Retz, 2010) et *CapMaths* CE2, CM1 et CM2 (Editions Hatier, 2008, 2010). Par ailleurs, nous choisissons d'étudier les manuels scolaires de CE2, CM1 et CM2 de la collection *Euromaths* (Editions Hatier, 2009, 2010). En effet, ces trois manuels étant conçus par des didacticiens (Briand, Ngono, Peltier & Vergnes), il nous semblait intéressant de l'intégrer à notre étude afin de les comparer aux deux autres collections.

1.2 D'autres types de ressources

Nous choisissons d'étudier d'autres ressources que nous pensons être raisonnablement disponibles pour des enseignants de cycle 3. Pour en faire une liste, nous nous sommes appuyés sur le document d'accompagnement des programmes intitulé « *Le problème pour chercher* » (MEN, 2003) que les professeurs observés dans notre travail, non débutant et enseignant depuis plus de cinq ans, ont pu avoir en main. Les auteurs de ce document proposent une liste de ressources, autres que les manuels scolaires, dans lesquelles il est possible de trouver des énoncés de problèmes de type ouvert :

« certains manuels intègrent de tels problèmes à leur progression.

- Des travaux de recherches (comme ceux de l'équipe Ermel de l'INRP) fournissent également des exemples de mises en œuvre.
- Certaines productions de la COPIRELEM ou des revues pour les enseignants [...], par exemple un numéro spécial de la revue *Grand N 'points de départ'* (édité en 2003) propose des activités et problèmes mathématiques pour des élèves de cycle 3.
- Les concours et rallyes mathématiques [...] sont une autre source d'inspiration pour les enseignants : ces problèmes sont souvent disponibles en ligne sur le réseau Internet et peuvent être trouvés en utilisant un moteur de recherche. La revue *Math-école* publie également les épreuves du rallye mathématique transalpin. » (MEN, 2003, p. 8).

Notre choix s'oriente donc tout d'abord vers les ouvrages de la collection *Ermel* dédiés aux niveaux CE2, CM1 et CM2 et le numéro spécial « *Points de départ* » de la revue professionnelle *Grand N* (IREM de

Grenoble, 2003). Il s'agit ensuite de différents sites Internet cherchant à promouvoir des rallyes mathématiques : le site dédié au rallye mathématique transalpin (ARMT) qui propose tous les ans, depuis l'année 1995, des épreuves communes à la Suisse, la France, la Belgique et l'Italie, les sites dédiés aux rallyes mathématiques de la Haute-Loire, du Puy de Dôme (niveau primaire) et de La Sarthe (niveau collège et cycle 3). Ces trois derniers rallyes sont choisis d'une part parce que, utilisant un moteur de recherche, les sites des rallyes de la Haute-Loire et du Puy de Dôme apparaissent régulièrement, au moment de nos analyses, en premier dans les listes proposées sur Internet et d'autre part parce que notre étude se situant dans la Sarthe, les enseignants observés sont susceptibles de connaître le site du rallye mathématique de la Sarthe et/ou d'être encouragés à le consulter par des inspecteurs et des conseillers pédagogiques du département.

2 Analyse des manuels scolaires

Nous cherchons ici à répondre à deux questions : les ressources identifiées proposent-elles des énoncés de problèmes ouverts ? Ces énoncés sont-ils repérables par des professeurs des écoles ordinaires ? Nous interrogeons ainsi la lisibilité des ressources pour des enseignants ordinaires. Autrement dit, s'ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts, peuvent-ils facilement en trouver dans les différentes ressources dont ils disposent ?

Pour cela, après avoir identifié le statut des auteurs dans la communauté éducative des différentes collections, nous procédons à deux analyses successives. La première concerne l'étude des sommaires des différentes ressources, la seconde est une analyse d'énoncés utilisant la caractérisation du problème ouvert (Arsac & Mante, 2007).

2.1 Analyse des sommaires

Il s'agit de déterminer si à la lecture du sommaire, il est possible de déceler ou non la présence de problèmes ouverts dans la ressource étudiée. Pour cela, nous repérons dans le sommaire, l'utilisation faite par les auteurs d'expressions autour du mot-clé *problème*. Nous étudions également ce qu'en disent les auteurs dans le manuel scolaire destiné à l'élève et dans le livre du professeur. Autrement dit, nous déterminons si les auteurs annoncent explicitement des pages dédiées à ce type de problèmes. Si oui, nous analysons ensuite les énoncés proposés dans les pages ainsi repérées.

2.2 Analyse des énoncés

Quand des pages susceptibles de contenir des énoncés de problèmes ouverts sont repérées dans le sommaire, nous analysons ces énoncés en nous appuyant sur la caractérisation des problèmes ouverts par Arsac & Mante (2007). Nous étudions notamment la longueur de l'énoncé, la présence ou non de questions intermédiaires. Nous nous demandons si le domaine mathématique abordé dans le problème est familier ou non des élèves de cycle 3 et s'il est possible de mettre en œuvre pour des élèves de cet âge une démarche scientifique (à savoir s'il est possible pour eux de faire des essais, de formuler des hypothèses quant aux résultats attendus, de faire des tests pour vérifier ces hypothèses).

2.3 Résultats de ces analyses

Ces deux analyses successives nous permettent d'obtenir des résultats pour chacune des ressources étudiées. Nous présentons le pourcentage de problèmes ouverts trouvés par rapport à l'ensemble des problèmes proposés par les auteurs dans les pages repérées dans le sommaire et indiquons entre parenthèses le nombre d'énoncés de problèmes ouverts repérés que cela représente.

Concernant les sommaires des neuf manuels étudiés

À travers les sommaires des neuf manuels étudiés, des pages réservées à la résolution de problèmes sont annoncées. En revanche, comme nous pouvions nous y attendre, l'expression « problème ouvert » n'est jamais mentionnée.

Plus précisément, les sommaires des deux collections *Cap Maths* et *Euromaths* proposent des pages réservées respectivement à des *problèmes pour chercher* et à des *problèmes pour apprendre à chercher*. De ce fait, nous étudions ces pages en termes de présence ou non de problèmes ouverts. Nous pensons que des

enseignants de cycle 3 cherchant des énoncés de problèmes ouverts, suite à la lecture de ces sommaires, peuvent penser qu'ils en trouveront dans ces deux collections. Par ailleurs, le sommaire de la collection *J'apprends les maths* annonce des pages réservées à des *ateliers de résolution de problèmes* sans plus de précision. Nous choisissons de les étudier afin de repérer ou non des problèmes ouverts. Nous faisons l'hypothèse que des enseignants de cycle 3, du fait d'un sommaire non explicite en termes de problèmes de type ouvert, ne choisiront sans doute pas cette collection lorsqu'ils cherchent des énoncés de problèmes ouverts.

Concernant les neuf manuels étudiés

Les propositions des trois collections sont différentes en termes de problèmes ouverts comme le montrent les résultats suivants :

- Collection *CapMaths*
 - dans les « unités » : CE2, CM1 pas de PO, CM2 (4),
 - dans la « banque de problèmes » : CE2 17% (19), CM1 11% (14), CM2 28% (37).
- Collection *Euromaths*
 - dans les pages « problèmes pour apprendre à chercher », « problèmes pour apprendre à débattre » : CE2 100% (9), CM1 100% (9), CM2 75% (12).
- Collection *J'apprends les Maths*
 - dans les « ateliers de résolution de problèmes » : CE2 2,8% (2), CM1 4,2%(5), CM2 2,3%(3).

Dans les manuels de la collection *Cap Maths*, peu d'énoncés de problèmes ouverts sont proposés dans les unités, les enseignants peuvent néanmoins en trouver dans les pages intitulées *banque de problèmes*, situées en fin de manuel. Ces énoncés sont en nombre suffisant pour permettre une utilisation sur l'année, mais ils relèvent presque tous de la résolution d'équations diophantiennes : des élèves de cycle 3, pour les résoudre, sont amenés à faire des hypothèses et à tester leur cohérence avec les données de l'énoncé. Malgré cela, la présentation de la *banque de problèmes*, peu explicite quant au caractère ouvert des problèmes, ne facilite pas le choix que les professeurs des écoles ont à faire parmi cette liste d'énoncés voire peut les décourager à l'utiliser.

Concernant la collection *Euromaths*, les pages intitulées « problèmes pour apprendre à chercher » proposent des énoncés de problèmes ouverts dans le domaine numérique pour les niveaux CE2 et CM1. Les pages intitulées « problèmes pour apprendre à chercher », « problèmes pour apprendre à débattre » proposent des problèmes ouverts dans les domaines numérique et géométrique. Nous considérons que le choix est ainsi facilité pour les enseignants de cycle 3. Ces différentes pages permettent d'identifier facilement des problèmes ouverts quand ils en cherchent.

Notre analyse des énoncés dans les pages intitulées « atelier de résolution de problèmes » de la collection *J'apprends les maths* montre que très peu des problèmes sont ouverts. De plus, la présentation des manuels n'est pas explicite en termes de problèmes ouverts et, même si certains énoncés pourraient être ouverts en les transformant, il nous semble difficile pour des professeurs des écoles ordinaires de faire un tri parmi les problèmes proposés.

3 Analyse des autres ressources

3.1 Méthodologie d'analyse

Afin d'étudier les autres ressources disponibles pour des enseignants du cycle 3, nous repérons, dans les sommaires des ouvrages et dans les pages d'accueil des sites, la proposition explicite ou non de problèmes ouverts. Puis nous analysons des extraits de ces ouvrages et des sites afin de repérer la présence ou non de problèmes ouverts.

3.2 Résultats des analyses

Dans la collection Ermel

Le sommaire des ouvrages destinés aux classes de CE2, CM1 et CM2 annonce la présence de problèmes rassemblés dans un module ayant pour enjeu de « *développer des stratégies de recherche* ». L'analyse de chacun des énoncés constituant ce module montre que 7 problèmes ouverts sont proposés pour la classe de CE2, 5 problèmes pour la classe de CM1 et 4 problèmes pour la classe de CM2.

Dans le numéro spécial Grand N

Le sommaire annonce la présence d'une cinquantaine de problèmes s'adressant à tous les niveaux de l'école primaire. En analysant quelques énoncés nous semblant représentatifs de l'ouvrage, comme celui présenté ci-après (Cf. Figure 1), nous constatons que ce sont des problèmes ouverts pour des élèves de cycle 3.

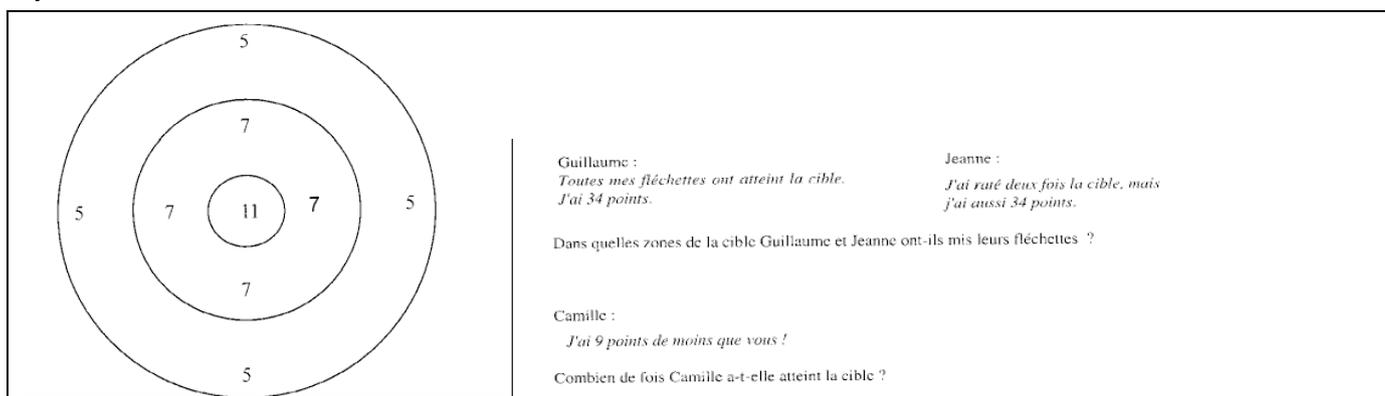


Figure 1 Point de départ, Grand N, p. 46, 2003

Sur le site du Rallye Mathématique Transalpin (RMT)

La page d'accueil du site oriente vers des archives du rallye mathématique qui a lieu tous les ans depuis l'année 2001. Les problèmes proposés au rallye sont disponibles sous la forme d'une fiche par énoncé, accompagné d'une brève analyse *a priori*. Bon nombre de ces problèmes, comme celui présenté ci-après (Figure 2), peuvent être des problèmes ouverts pour des élèves de cycle 3.

Sur les sites des autres rallyes mathématiques

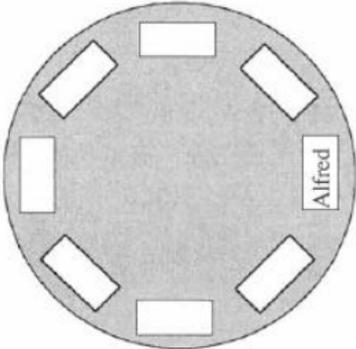
La page d'accueil de chacun des sites oriente vers des archives, vers des fiches d'une dizaine d'énoncés, accompagnés d'une brève solution. Ces fiches, dont nous donnons un exemple ci-après (Figure 3), ont été proposées aux élèves lors des rallyes mathématiques et ceci tous les ans depuis la fin des années quatre-vingt-dix.

14^e RMT ÉPREUVE I janvier - février 2006 CARMT 2006 9

7. CHACUN À SA PLACE (Cat. 4, 5, 6)

Alfred, Brice, Carla, Dany, Émile, Frédéric, Gina et Henri vont s'installer autour d'une table ronde. Alfred a déjà choisi sa place et a mis des cartons vides sur la table pour indiquer la place de ses camarades.

- Gina veut être à côté de Frédéric, mais pas à sa gauche.
- Carla veut être assise entre Brice et Émile.
- Dany veut être à côté de Gina.
- Émile veut être juste en face d'Alfred.
- Henri veut être assis juste à la droite d'Alfred.



Trouvez une disposition possible et écrivez le nom des enfants à leur place.
Indiquez les étapes qui vous ont permis de placer toutes les personnes.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : positions relatives
- Logique : déduction

Analyse de la tâche

- Comprendre logiquement les contraintes en se mettant à la place de chaque enfant.
- Procéder par essais, en plaçant les étiquettes et en vérifiant ensuite si les contraintes sont respectées.
- Commencer par placer les personnages dont la position est sans équivoque : Émile et Henri.
- Placer ensuite les autres enfants à partir de ceux qui sont déjà placés par essais successifs ou par déductions, par exemple, si Carla - qui doit être à côté d'Émile - était à sa droite, Brice viendrait ensuite et il ne resterait qu'une place entre Brice et Alfred et deux places entre Émile et Henri ; on ne pourrait plus alors placer les trois derniers enfants : Gina entre Frédéric et Dany.

Carla est donc à gauche d'Émile, suivie de Brice et de Henri. Les trois places qui restent sont pour Gina, à droite de Frédéric et Dany à droite de Gina (et à gauche d'Alfred). Ce qui donne dans le sens des aiguilles d'une montre :

A, D, G, F, E, C, B, H.

Attribution des points

4 Réponse correcte (dans le sens des aiguilles d'une montre : A, D, G, F, E, C, B, H), avec explication sur la démarche

Figure 2 Fiche présentant un problème proposé lors du 14^{ème} RMT, 2006.

6ème **Rallye mathématique de la Sarthe 2009/2010**

Retrouver tous les sujets, les corrigés, les annales, les finales sur le site du rallye : <http://www.maths.sarthe.org>

I^{ère} épreuve de qualification / Problèmes
Jeu 12 novembre 2009

I

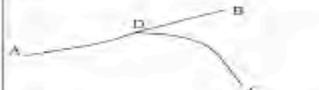
Martin a 2009 petits cubes tous identiques. Avec ces petits cubes, il a réalisé de nombreux gros cubes plats, différents, de plus en plus gros :



Combien de gros cubes peut-elle construire ? Elle ne peut pas terminer son dernier cube. Combien de cubes lui manque-t-il ?

II

Les maisons de quatre amis : Audrey, Baptiste, Caroline et David sont disposées comme l'indique le schéma ci-dessous.



Il se voit dans toutes ses maisons, chez Baptiste. David a coupé 3 l'arbres sur les bords du chemin. Audrey en a coupé 59 et Caroline 68. Combien y a-t-il d'arbres dans les maisons d'Audrey et de Caroline ?

III

Placez un des signes « + », « - », ou « entre deux », numériques pour que l'équation soit exacte (ou même signe peut être utilisé plusieurs fois, un signe peut donc ne pas être utilisé). Donnez deux solutions.

3...4...6...4...2

V. Les chanteurs.

« Qui a chanté ? » demande Papa.
 « C'est Paul », dit Claire.
 « C'est Alexandre », dit Julie.
 « Ce n'est pas moi », dit Alexandre.
 « Ce n'est pas Alexandre », dit Paul.
 Un seul des quatre enfants dit la vérité. Qui a chanté ?

IV

Quel jour sera-t-on dimanche, si mardi était quatre jours avant hier ?

VI

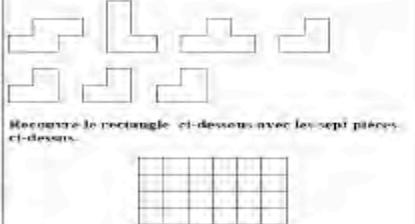
Où doit le mot SARTHE être écrit de fois que nécessaire. Quelle est la 2009^{ème} lettre écrite ?

VII

Chaque rangée et chaque colonne doivent contenir les nombres de 1 à 4 sans répétition. Les traits pleins délimitent des boîtes, en utilisant l'opération donnée vous devez trouver le nombre manquant en haut à gauche. L'ordre de l'opération n'ayant pas d'importance, regardez l'exemple donné et compléter la deuxième grille.



VIII. Le puzzle des 7 polyminos



Reconstituez le rectangle ci-dessous avec les sept pièces ci-dessus.

Figure 3 Epreuves destinées aux élèves de sixième, 2009.

3.3 Conclusion sur les autres ressources

Notre analyse des différentes ressources autres que les manuels scolaires, dont nous ne présentons ici qu'un extrait, montre que celles-ci mettent à disposition des professeurs des écoles de nombreux problèmes ouverts. De plus, la présentation de ces ouvrages étant explicite quant à la présence de problèmes visant le développement des capacités de recherche chez les élèves apporte une certaine lisibilité aux enseignants cherchant des énoncés de problèmes ouverts. Nous pouvons penser qu'ils vont facilement trouver ces énoncés dans ces ressources. Malgré tout, il nous semble qu'une difficulté apparaît ici : en effet, l'offre est importante tant dans ces ouvrages que sur les sites dédiés aux rallyes mathématiques. De ce fait, les enseignants ont un réel choix à faire parmi les nombreux énoncés et nous pouvons penser que ce choix peut s'avérer pour eux difficile.

4 Conclusion

La proportion de problèmes ouverts dans les manuels scolaires étudiés ici n'est pas majoritaire parmi l'ensemble des problèmes proposés. Notre analyse nous permet de penser qu'un professeur des écoles va facilement identifier des problèmes ouverts dans les ouvrages de la collection *Euromaths* alors qu'il aura plus de difficultés à en trouver dans les ouvrages des collections *CapMaths* et *J'apprends les maths* notamment du fait d'une présentation non explicite en termes de problèmes ouverts dans ces deux collections.

Finalement, les professeurs des écoles pourront trouver des problèmes ouverts dans les ouvrages *Ermel*, dans le numéro spécial de la revue *Grand N* ainsi que sur des sites dédiés à des rallyes mathématiques tels que le rallye RMT, les rallyes mathématiques du Puy de Dôme et de La Sarthe. Néanmoins, nous pensons que, du fait d'un nombre important d'énoncés, l'utilisation de ces autres ressources et le choix d'énoncés pour la classe peuvent s'avérer difficiles.

Dans la suite, nous étudions ces choix et comment les différentes ressources identifiées sont utilisées par les cinq enseignants participants à notre étude.

III - LES CHOIX DES PROFESSEURS DES ECOLES

Dans cette partie, nous présentons les choix effectués par chacun des cinq enseignants observés dans notre étude en termes de ressources puis les analysons afin de les expliquer.

1 Les choix des cinq enseignants observés

Le tableau suivant résume les ressources choisies par les cinq enseignants.

| | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 |
|---------------------------------------|----------------------------|---------|-----------|------------|--------------------------------|
| <i>Cap Maths</i> | | | | | |
| <i>J'apprends les maths</i> | | | | | |
| <i>Euromaths</i> | | | CM2 | | |
| <i>Ermel</i> | | CM1/CM2 | | | |
| <i>Revue Grand N</i> | | | | | |
| <i>Autres revues professionnelles</i> | | | | | Brochure IREM 6 ^{ème} |
| <i>Site ARMT</i> | | | | | |
| <i>Autres sites</i> | Site rallye du Puy de Dôme | | Site IA21 | | |
| <i>Formation initiale/continue</i> | | | | FI en IUFM | |

En premier lieu, nous constatons qu'aucun d'entre eux n'utilise le manuel habituel de la classe afin de trouver des problèmes ouverts pour sa classe. Les ressources utilisées sont assez différentes d'un enseignant à l'autre. E1 cherche des énoncés sur le site du rallye du Puy de Dôme, E2 utilise les ouvrages

Ermel CM1 et CM2 ainsi que le site du rallye mathématique transalpin. E3 utilise le manuel de la collection *Euromaths* CM2 (qui n'est pas le manuel habituel de la classe) ainsi qu'un dossier¹ consacré à une expérimentation en cycle 3 menée par un groupe de professeurs des écoles et un inspecteur, publié sur le site de l'Inspection Académique de La Côte d'Or, E4 reprend des énoncés choisis lors de sa formation initiale suite à l'organisation d'un rallye mathématique. E5 choisit des énoncés dans une brochure² rédigée par un groupe IREM des Pays de La Loire à destination des professeurs de mathématiques de sixième.

2 Explication de ces choix

2.1 Précisions méthodologiques

Matheron et Noirfalise (2008) montrent que les professeurs des écoles, du fait de leur polyvalence et afin notamment d'alléger leur travail de préparation, ont tendance à utiliser des manuels scolaires. Le tableau précédent indique que dans le cas des problèmes ouverts, les enseignants de notre étude utilisent au contraire autre chose qu'un manuel scolaire. Comment expliquer cette différence de choix ? Pour répondre à cette question et afin d'étudier les choix en termes de ressources des cinq enseignants de notre étude, nous complétons le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique d'éléments du cadre théorique de *l'approche documentaire du didactique* (Gueudet & Trouche, 2010).

À partir de régularités identifiées dans les choix des professeurs, nous repérons cinq *invariants opératoires* à savoir des connaissances, des représentations de l'enseignant, souvent implicites, qui semblent sous-tendre l'utilisation des ressources par les professeurs et donc envisager une explication des choix qui sont faits.

2.2 Repérage d'invariants opératoires

Afin de déterminer ces invariants opératoires, nous avons pris en compte les connaissances des professeurs en termes de problèmes ouverts, connaissances qui se sont révélées tout au long de nos observations sur l'année et pendant les entretiens avec chaque enseignant. Un premier invariant opératoire IO1 est révélé : un problème ouvert amène les élèves à chercher sans l'aide de l'enseignant. Le choix des énoncés faits pour leur classe et le fait que les enseignants précisent qu'ils désirent rompre, grâce à ces problèmes, avec une certaine routine révèlent des autres invariants opératoires IO2 et IO3. Certains des problèmes choisis et l'organisation de certaines des séances observées notamment chez E2 poussent les élèves à conjecturer et à prouver des résultats. Un quatrième invariant opératoire IO4 est alors à considérer. Les problèmes ouverts, initiés par Arzac et Mante pour le second degré, peuvent être l'occasion pour des professeurs des écoles de faire fréquenter à leurs élèves de cycle 3 des problèmes pouvant être ensuite étudiés au collège. De ce fait, un cinquième invariant opératoire IO5 peut être proposé.

Le tableau suivant rend compte des cinq invariants opératoires repérés par enseignant :

¹ Dossier intitulé « La résolution de problèmes au cycle 3 : expérimenter la résolution d'un problème pour chercher », disponible à l'adresse

http://mathematiques21.ac-dijon.fr/sites/mathematiques21.ac-dijon.fr/IMG/pdf/Exp_Problemes_et_calcul.pdf

² Brochure intitulée « Enseigner les maths autrement en sixième », (Gilig, Letourneux, Massot, Pons, 1999).

| | E1 | E2 | E3 | E4 | E5 |
|--|----|----|----|----|----|
| IO1 : un problème ouvert amène les élèves à chercher sans l'aide de l'enseignant | | | | | |
| IO2 : un énoncé de problème ouvert est différent d'un problème traité habituellement en classe | | | | | |
| IO3 : un énoncé de problème ouvert a un caractère ludique | | | | | |
| IO4 : un problème ouvert mène à l'étude de preuves en mathématiques | | | | | |
| IO5 : un problème ouvert se rapproche des problèmes proposés en mathématiques en classe de sixième | | | | | |

Comme l'indique le tableau, lorsque les cinq enseignants cherchent des énoncés de problèmes ouverts dans les ressources dont ils disposent, les cinq invariants opératoires n'interviennent pas tous en même temps et ne suivent pas la même hiérarchie. Les invariants opératoires IO1 et IO2 sont partagés par les cinq enseignants et renvoient aux enjeux des séances dédiées à des problèmes ouverts. Les trois autres invariants renseignent la fonction du problème : E2 choisit des problèmes afin de mener les élèves à la preuve en mathématiques ; E1 et E5 visent la préparation à l'entrée au collège ; E1, E3 et E4 s'attachent au caractère ludique des problèmes choisis.

IV - CONCLUSION

Nous avons étudié les ressources raisonnablement disponibles pour des enseignants de cycle 3 et examiné les choix en termes de ressources de cinq professeurs des écoles dans le cas de l'étude de problèmes ouverts en classe. Cette étude de pratiques ordinaires était placée dans le cadre théorique de la double approche didactique et ergonomique (Robert & J. Rogalski, 2002) en y associant des éléments du cadre théorique de l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche, 2010). Cette analyse a permis de préciser la pratique des cinq professeurs des écoles. Elle met à jour une certaine stabilité des pratiques du problème ouvert (Choquet, 2014) qui se révèle notamment dans le choix des ressources. Et le choix de ces ressources permet de révéler les enjeux des séances dédiées aux problèmes ouverts.

L'étude des choix des enseignants en termes de ressources renseigne trois composantes de la pratique de chacun des cinq enseignants. Elle renseigne d'une part la *composante institutionnelle* de leur pratique : des ressources différentes des ressources habituelles sont utilisées, le choix de ces ressources, une fois effectué, ne varie pas au cours de l'année, il est stable pour l'année. Elle renseigne d'autre part, la *composante cognitive* de leur pratique : l'enjeu d'apprentissage des séances dédiées aux problèmes ouverts apparaît dans les choix qui sont faits. Par exemple, E1 choisissant des énoncés sur un site dédié à un rallye mathématique oriente ses élèves dans des activités de recherche alors que E2 choisissant des énoncés dans les ouvrages *Ermel* vise plutôt l'initiation à la preuve en mathématiques. Elle renseigne enfin la *composante personnelle* de leur pratique en révélant leurs représentations personnelles sur l'enseignement des mathématiques, plus particulièrement sur la place à accorder aux problèmes ouverts dans cet enseignement en primaire.

Finalement, les éléments étudiés dans cet article, les choix faits par chacun d'entre eux en termes de ressources pour trouver des problèmes ouverts tendent à montrer que ces cinq enseignants ne veulent prendre aucun risque à propos de l'étude de ces problèmes ouverts : ils n'en inventent pas, ils ne transforment pas d'énoncés pour en faire des problèmes ouverts pour leur classe, mais ils utilisent des ressources proposées par des professionnels de l'éducation (professeur de mathématiques, didacticiens, équipe Ermel, équipe IREM, IEN et groupe mathématique académique) qu'ils peuvent assimiler à des spécialistes de l'enseignement des mathématiques contrairement à eux et dans lesquelles ces problèmes sont explicitement présentés.

V - BIBLIOGRAPHIE

- ARSAC M. & MANTE M. (2007) *Les pratiques du problème ouvert*. Scéren : Lyon.
- CHOQUET C. (2010) « Problèmes ouverts » au cycle 3 : quelques résultats sur les choix de professeurs des écoles, in *Actes du XXXVIIème colloque COPIRELEM*, Arpeme.
- CHOQUET C. (2014) Une caractérisation des pratiques de professeurs des écoles lors de séances de mathématiques dédiées à l'étude de problèmes ouverts au cycle 3. Thèse de doctorat. Université de Nantes.
- DOUAIRE, J., CHARNAY, R. & al. (2000). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2*, ERMEL, Paris : Hatier.
- DOUAIRE, J., CHARNAY, R. & al. (1999). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*, ERMEL, Paris : Hatier.
- DOUAIRE, J., CHARNAY, R. & al. (1999). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2*, ERMEL, Paris : Hatier.
- GILG, C., LETOURNEUX, A.M., MASSOT, A., PONS, G. (1999). Enseigner les maths autrement en sixième. Nantes: Irem des Pays de La Loire éditions.
- GUEUDET, G., TROUCHE, L. (2010). *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes, INRP.
- IREM de Grenoble (2003). *Spécial Grand N Points de départ, Activités et problèmes mathématiques pour les élèves de l'école primaire et du collège*. IREM de Grenoble éditions.
- ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2, n°4, 505-528.

Manuels scolaires et livres du professeur

- BRIAND, J., NGONO, B., PELTIER, M.L., VERGNES, D.(2010). *Euromaths CE2*. Paris : Hatier.
- BRIAND, J., NGONO, B., PELTIER, M.L., VERGNES, D.(2009). *Euromaths CM1*. Paris : Hatier.
- BRIAND, J., NGONO, B., PELTIER, M.L., VERGNES, D.(2009). *Euromaths CM2*. Paris : Hatier.
- BRIAND, J., NGONO, B., PELTIER, M.L., VERGNES, D.(2010). *Euromaths CE2, Livre du professeur*. Paris : Hatier.
- BRIAND, J., NGONO, B., PELTIER, M.L., VERGNES, D.(2009). *Euromaths CM1, Livre du professeur*. Paris : Hatier.
- BRIAND, J., NGONO, B., PELTIER, M.L., VERGNES, D.(2009). *Euromaths CM2, Livre du professeur*. Paris : Hatier.
- BRISSIAUD, R., CLERC, P., LELIEVRE, F., OUZOULIAS, A.(2010). *J'apprends les maths CE2*. Paris : Retz.
- BRISSIAUD, R., CLERC, P., LELIEVRE, F., OUZOULIAS, A.(2010). *J'apprends les maths CM1*. Paris : Retz.
- BRISSIAUD, R., CLERC, P., LELIEVRE, F., OUZOULIAS, A.(2010). *J'apprends les maths CM2*. Paris : Retz.
- BRISSIAUD, R., CLERC, P., LELIEVRE, F., OUZOULIAS, A.(2010). *J'apprends les maths CE2, Livre du maître*. Retz.
- BRISSIAUD, R., CLERC, P., LELIEVRE, F., OUZOULIAS, A.(2010). *J'apprends les maths CM1, Livre du maître*. Paris: Retz.
- BRISSIAUD, R., CLERC, P., LELIEVRE, F., OUZOULIAS, A.(2010). *J'apprends les maths CM2, Livre du maître*. Paris: Retz.
- CHARNAY, R., COMBIER, G., DUSSUC, M.P., MADIER, D.(2011). *Cap Maths CE2, Manuel de l'élève*. Hatier.
- CHARNAY, R., COMBIER, G., DUSSUC, M.P., MADIER, D.(2010). *Cap Maths CM1, Manuel de l'élève*. Hatier.
- CHARNAY, R., COMBIER, G., DUSSUC, M.P., MADIER, D.(2010). *Cap Maths CM2, Manuel de l'élève*. Hatier.
- CHARNAY, R., COMBIER, G., DUSSUC, M.P., MADIER, D.(2012). *Cap Maths CE2, Guide de l'enseignant*. Hatier.

CHARNAY, R., COMBIER, G., DUSSUC, M.P., MADIER, D.(2010). *Cap Maths CM1, Guide de l'enseignant*. Hatier.

CHARNAY, R., COMBIER, G., DUSSUC, M.P., MADIER, D.(2010). *Cap Maths CM2, Guide de l'enseignant*. Hatier.