

LA NARRATION D'UN JEU DE TÂCHES : UNE RESSOURCE POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

Christine DEL NOTARO

Chargée d'enseignement, Université de Genève

DIMAGE

Christine.DelNotaro@unige.ch

Résumé

À partir d'exemples de narrations d'étudiants, cette contribution examine de quelle manière la narration peut tout à la fois inciter les étudiants à faire ressortir l'activité mathématique de l'élève et les engager eux-mêmes dans une investigation personnelle et approfondie d'un milieu mathématique. Le terme de narration est pris au sens de restitution après-coup d'une situation vécue en classe de mathématiques. En nous appuyant sur Benjamin (1936), nous avons avancé l'hypothèse (Del Notaro, 2011) que ce que l'on narre peut devenir expérience non seulement pour qui l'écoute (reproductibilité), mais aussi pour soi-même. Le passage à la formulation écrite des événements et de leur enchaînement devient le fait d'une nouvelle interprétation de la mise en jeu de ses propres connaissances et de celles des élèves. La narration d'un jeu de tâches est utilisée ici pour rendre compte des actions d'un sujet et pour prendre de la distance par rapport à ses propres actions en tant qu'expérimentateur et/ou enseignant. Le jeu de tâches, défini comme un ensemble de tâches non hiérarchisées, se révèle donc une ressource qui permet d'enrichir l'investigation des potentialités du milieu. L'expérimentateur qui pilote la tâche est ici un élément du milieu qui va mettre en jeu ses propres connaissances pour interagir à la fois avec le milieu de la tâche et avec le milieu de l'élève. Notre communication a pour but de présenter la narration comme interface à la fois des contenus mathématiques, des connaissances en jeu de part et d'autre et de l'expérience effectuée par les élèves et les étudiants.

I - LE JEU DE TÂCHES, UNE RESSOURCE POUR LA FORMATION

1 La notion de jeu de tâches

Ainsi que nous avons déjà eu l'opportunité de le décrire dans des actes de la COPIRELEM (Del Notaro, 2012), le jeu de tâches est une manière originale de questionner les élèves qui a pris sa source dans les travaux du groupe DDMES (Didactique Des Mathématiques pour l'Enseignement Spécialisé) voici plus d'une dizaine d'années déjà. Ce groupe est animé par F. Conne (retraité de l'Université de Genève et de Lausanne) et J.-M. Favre (CFPS, Château du Seedorf, Noréaz) ; les membres sont enseignants dans le primaire, le secondaire, le spécialisé ou chercheurs en didactique des mathématiques¹.

De la difficulté d'interagir avec certains enfants de l'enseignement spécialisé est née l'idée du jeu de tâches, qui a pour particularité d'interférer à partir des propos et/ou des actions mathématiques des élèves dans le but de maintenir vive le plus longtemps possible, la tâche et/ou la question. Le groupe a présenté ses travaux au séminaire national en 2003² ; il en résulte un texte qui met en lumière les différentes interactions autour de tâches géométriques. Nous avons repris l'idée du jeu de tâches dans notre thèse de doctorat (Del Notaro, 2010) et avons élargi ce concept au domaine du nombre, avec des

¹ C. Cange (Institut Pré-de-Vert, Rolle), L. Del Notaro (École primaire du Mail, Genève), P. Depommier (Collège Arnold Reymond, Pully), D. Jean Richard (CPHV, Lausanne), C. Vendeira (Université de Genève), A. Meyer (ECES, Lausanne), J.-D. Monod (Gymnase cantonal, Nyon), C.-L. Saudan (Fondation de Vernand, Cheseaux-sur-Lausanne), A. Scheibler (enseignement secondaire, Aigle).

² DDMES (2003). L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence. *Actes du Séminaire national de recherche en didactique des mathématiques*, Paris, 28-29 mars.

élèves de l'enseignement dit ordinaire. Nous avons particulièrement ciblé les relations de divisibilité dans différents critères, avec comme point de départ le critère de divisibilité par 4.

2 Définition

Nous avons tenté une définition générale du jeu de tâches, que nous utilisons dans nos recherches. Il s'agit avant tout d'un ensemble de tâches qui découlent en principe les unes des autres, sans être hiérarchisées pour autant. Nous procédons en premier lieu à une investigation personnelle du milieu qui pourrait se rapprocher d'une analyse a priori, mais sans les attributs de l'enseignement projeté, comme par exemple, les stratégies des élèves ou les variables didactiques. Cette investigation donne lieu à une constellation de tâches corollaires s'exprimant comme autant de pistes à prendre en fonction de ce que l'élève répondra. DDMES parle de cartes du jeu, image très parlante si l'on imagine des cartes que l'on abat en fonction du jeu de l'adversaire.

Contrairement au problème ouvert, il ne s'agit donc pas d'une technique pédagogique visant à mettre les élèves en recherche, bien que nous obtenions des résultats proches sur le plan de la motivation à chercher. Il s'agit plus exactement d'un ensemble de tâches qui s'autoalimentent à travers les interactions de l'expérimentateur et des élèves, répondant à une exigence mathématique qui met en évidence les connaissances que les élèves ont accumulées. C'est donc une entrée par les contenus de la tâche mathématique et de ce qu'elle provoque chez les deux parties que nous privilégions. L'investigation mathématique s'élargit aux deux parties qui avancent de concert dans le problème, de par les questions de l'un et les réponses des autres. Il va de soi que le jeu de tâches n'est pas vierge et se trouve nourri et influencé par certaines techniques comme le problème ouvert³, par exemple, ou la technique des situations⁴. Notre réflexion actuelle sur le sujet nous amène à envisager le jeu de tâches comme une possible filiation d'ordre didactique, de l'entretien clinique-critique de Piaget⁵, à la différence près que l'expérimentateur en tant qu'élément du milieu, va mettre en jeu ses propres connaissances pour interagir à la fois avec le milieu de la tâche et avec le milieu de l'élève ; le jeu de tâches laisse ainsi une place importante à l'investigation en partant d'une tâche qui va s'enrichir, s'amplifier, se prolonger tout en résultant d'un savoir mathématique ; il procède d'une investigation du milieu à partir d'une tâche donnée.

Ducret (2004) décrit l'entretien clinique-critique comme un outil servant à comprendre, à découvrir la connaissance qu'un sujet a d'un concept ou d'un objet, ce qui implique pour l'expérimentateur une connaissance minimale de ce concept. Ducret ne développe pas cette dernière question; nous pourrions avancer que dans nos jeux de tâches, nous procédons à une investigation du milieu pour assurer cette connaissance minimale. Il dit encore que les questions posées à l'enfant peuvent être sans cesse rectifiées ou complétées en fonction des réponses obtenues et souligne le risque inhérent à cette méthode qui est de suggérer au sujet la notion que l'on croit/souhaiterait qu'il possède. Ce risque est bien connu en didactique des mathématiques ; notre jeu de tâches tente de se mettre à l'abri de l'induction de l'expérimentateur, premièrement en ne posant pas de question *stricto sensu*, mais en proposant une tâche mathématique en *réponse* à la tâche effectuée par l'élève. De ce fait, l'expérimentateur peut se laisser emmener par les propos de l'élève et bifurquer sur une autre tâche, ce que Ducret, citant Piaget (1926, p. 10), relève également concernant l'entretien clinique-critique :

« L'examen clinique participe de l'expérience en ce sens que le clinicien (l'aliéniste, mais ceci est valable pour le psychologue clinicien) se pose des problèmes, fait des hypothèses, fait varier les conditions en jeu (il changera par exemple l'objet de la discussion), et enfin contrôle chacune de ses hypothèses au contact des réactions provoquées par la discussion. Mais l'examen clinique participe aussi de l'observation directe, en ce sens que le bon clinicien se laisse diriger tout en dirigeant, et qu'il tient compte de tout le contexte

³ IREM de Lyon (1991)

⁴ SRP de Genève (1991)

⁵ Poster présenté à la 1st Conférence Jean Piaget les 26-27 juin 2014 à Genève

mental au lieu d'être victime d'erreurs systématiques, comme c'est souvent le cas du pur expérimentateur. »

La question de la constitution de l'expérience guide également nos recherches dans le sens que la question de l'épistémologie des connaissances y est non seulement reliée, mais joue un rôle de moteur dans le jeu. Relevons encore que, de même que pour le jeu de tâches,

« La méthode clinique-critique est un procédé par lequel le chercheur interagit dialectiquement avec des enfants, des adolescents ou des adultes, de manière à rassembler des informations qui, toutes ensemble, vont permettre à ce chercheur de répondre à la question qu'il se pose. »

Le type d'entretien mené en jeu de tâches se rapproche donc de l'entretien clinique-critique en ce qu'il permet à l'élève et à l'expérimentateur de se forger une expérience autour d'un savoir mathématique particulier, dans un entretien qui se présente comme un jeu dans lequel on répond à une tâche par une autre tâche.

Les propos de Perraudieu (1998) nous intéressent particulièrement du fait qu'ils impliquent l'enseignement dans le processus :

L'entretien, si l'on se place dans une perspective constructiviste, permet de comprendre le raisonnement. A la suite de Piaget, nous qualifions de -critique- ce genre d'entretien car il ne se contente pas d'enregistrer ce que dit l'élève, le questionnement incite à dépasser la première idée, à déployer sa pensée. L'entretien devient un outil au service de l'enseignant, il permet de savoir quel est l'état d'une notion étudiée (conservée, en cours d'acquisition, non fixée) ; il permet aussi de savoir quel est le fonctionnement cognitif de l'élève et les difficultés qui peuvent apparaître au cours de l'apprentissage. Mais l'entretien, et on l'aura compris, est aussi un instrument au service de l'élève : il peut identifier ses problèmes et s'impliquer dans leur résolution.

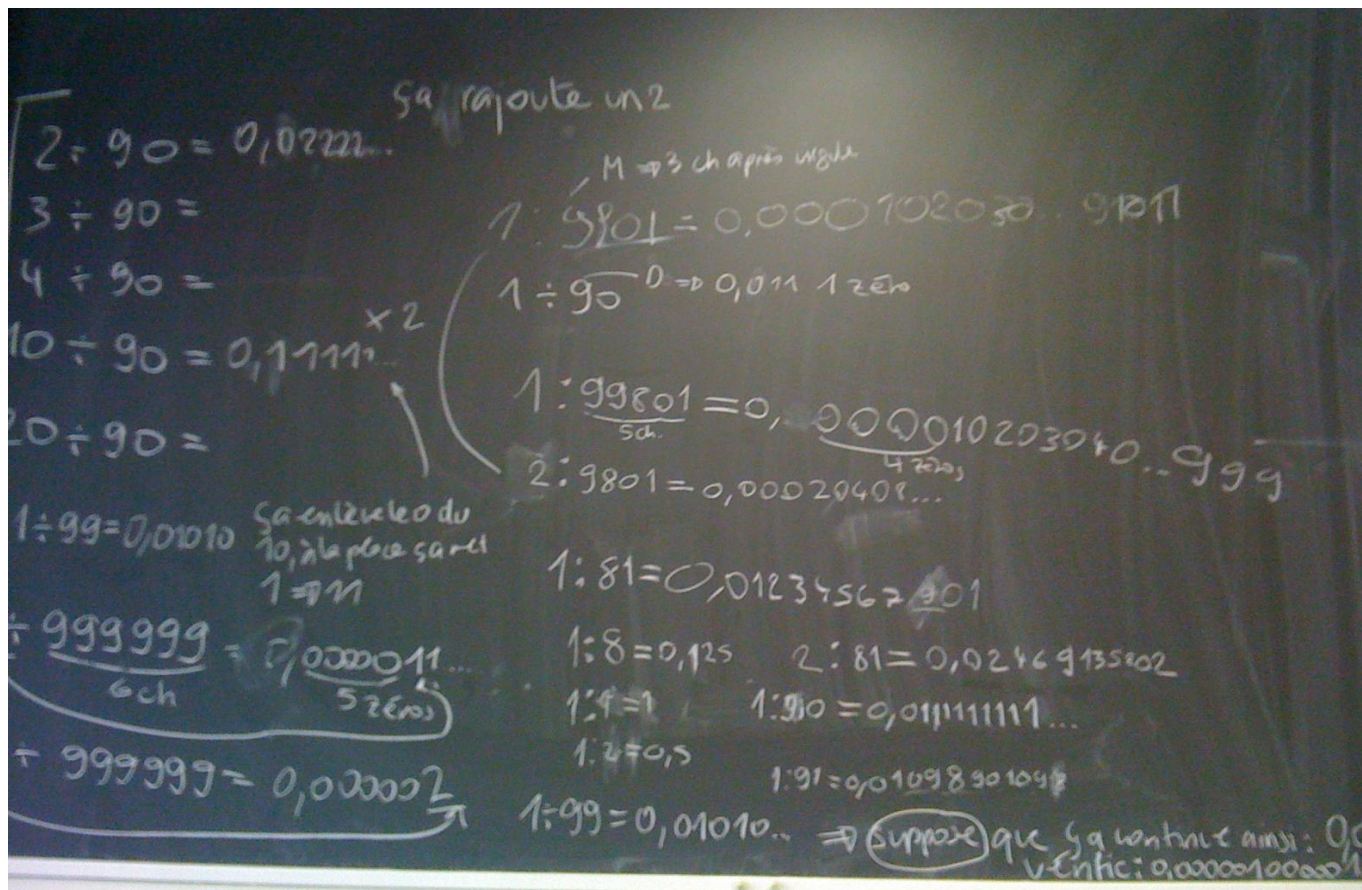
Ceci suppose, d'une part, que l'expérimentateur ou l'enseignant accepte l'idée de faire partie du milieu, dans le sens où il joue avec celui de l'élève, et admette une possible perte de contrôle de la tâche (Conne, 2001), ses propres représentations et/ou connaissances prenant le dessus et se trouvant parfois mises à mal par les propos de l'élève.

3 Exemple de jeu avec des élèves

Il n'y a pas véritablement de consigne dans un jeu de tâches : ces dernières ne sont pas préparées a priori dans la mesure où les réparties fusent en fonction de l'interlocuteur ; seules les différentes tâches issues de l'investigation du milieu de l'expérimentateur se trouvent prêtes à être injectées dans le milieu, mais sont parfois abandonnées au profit d'une intervention dictée par le moment présent.

Nous avons beaucoup exploré ce que nous avons nommé une *division particulière* (1/9801), du fait des nombreuses surprises qu'elle occasionne autant chez des élèves du primaire (11-12 ans) que chez des étudiants futurs enseignants. Elle est du reste bien connue pour toutes les curiosités qu'elle recèle. La première des choses que l'élève a envie de faire lorsqu'on lui propose cette division est de l'effectuer à la calculatrice ; le quotient : 0,0001020304 apparaît immédiatement comme surprenant, pour les questions que cela pose : est-ce que ça va continuer ? 050607 ? Qu'est-ce que l'on trouvera après 0809 ? La dévolution du problème se fait, le problème ne nous appartient plus : les élèves font des hypothèses (010 011 012 013 ou 10 11 12 13 ?) et s'engagent dans leur recherche. Les relances ou propositions de nombres permettent d'enrichir les variations du numérateur de 1 en 1 (1/9801, 2/9801, 3/9801) et ouvrent sur l'investigation des relations entre numérateurs (de 10 en 10 : 10/9801, 20/9801, ou 100 : 100/9801 ou 1000) et les incidences sur le dénominateur. Ce sont autant de relances qui font partie de nos « cartes » à abattre ; le jeu continue alors avec des tâches que l'on aura préalablement préparées (mais de manière non hiérarchisées) et qui seront proposées en fonction de ce que le sujet répondra. Qu'est-ce que des élèves de l'école primaire font de cette division et par quel bout l'empoignent-ils ? Ce sont ces questions à propos des relations numériques qui nous occupent et qui commencent à être traitées (Del Notaro, 2013, 2014).

Si l'on analyse les traces recueillies sur le tableau noir ci-après, notées par l'expérimentatrice en interaction avec une dizaine d'élèves de 11 ans, on constatera la quantité de recherches qui cohabitent, si l'on peut dire : en interagissant avec ces dix élèves, il est ressorti que leurs questionnements se focalisaient sur des déclinaisons de cette *division particulière*, les différentes cartes en étant les *coups du jeu*. Après une variation du numérateur de 1 en 1 de la division $1/90$ ont suivi de nombreux essais et constats. Le jeu de tâches est autoalimenté par les élèves eux-mêmes, chaque tâche leur évoquant une autre piste. En commençant par faire varier en premier lieu le numérateur, puis le dénominateur, les élèves testent l'effet produit sur le quotient : ils sont pleinement dans la recherche, nul besoin de les aiguiller.



Ce type de recherche auprès des élèves a été repris en cours de formation, ce que nous détaillerons ci-après.

4 La restitution de l'expérience des étudiants par la narration écrite d'un jeu de tâches

La question s'est posée de la restitution d'un jeu de tâches, d'une part pour garder une trace de l'interaction, et d'autre part, pour empoigner la question de l'expérience.

Parmi différentes méthodologies et cadres d'interprétation, il en est un très productif à notre sens, qui est celui de la narration que nous qualifions de « libre ». Nous entendons par là une écriture en langage naturel de ce dont on se souvient. Ce qui nous intéresse est de comprendre ce que les étudiants retiennent et ce qu'ils évoquent comme connaissances, sur injonction de restituer ce qui s'est produit pendant l'interaction avec les élèves.

Sans exposer l'ensemble de notre dispositif dans ces lignes, nous précisons toutefois que les étudiants, après avoir élaboré quelques tâches autour de la division, ont été tenus de les faire passer auprès de quelques élèves en un jeu dont les tâches seraient à choisir au gré de l'avancement de l'interaction.

II - LA NARRATION

Dans les lignes qui suivent, nous souhaitons procéder à un bref tour d'horizon de cette notion de narration, pour finalement contextualiser la façon dont nous l'envisageons. La narration telle que nous la décrivons dans ce texte traitera essentiellement de la restitution écrite d'étudiants, futurs enseignants primaires, et non pas d'élèves. Les futurs enseignants rendent compte de leurs jeux de tâches avec les élèves, afin de comprendre quelles connaissances se donnent à voir et ce qu'elles nous apprennent d'un point de vue épistémologique.

1 La narration de recherche

La question nous est parfois posée de savoir en quoi notre narration se distingue de la narration de recherche. En préambule, il nous faut préciser rapidement que la narration telle que nous la préconisons n'est pas une narration de recherche, ainsi qu'elle se caractérise dans les textes de Chevalier (1992), Sauter (1998), pour ne citer que ces deux auteurs. Issue des années 90, dans la foulée de la technique des problèmes ouverts de l'IREM de Lyon (1991), cette dernière se présente comme un « *exposé détaillé, écrit par l'élève lui-même de la suite des activités qu'il met en œuvre lors de la recherche des solutions d'un problème* ». L'accent est mis sur la recherche et son organisation, plus que sur le résultat lui-même, c'est pourquoi les auteurs la qualifient de technique pédagogique. La narration de recherche présente l'avantage de ménager une place à l'expression de l'ingéniosité des élèves et à leur goût pour la recherche en mathématiques. En lien avec le problème ouvert, l'énoncé est court, n'induit ni la démarche ni la solution et permet à chacun de se lancer dans le tâtonnement et l'expérimental. Le point de vue pédagogique est prépondérant en ce que la démarche prend en compte les élèves en difficulté.

2 La narration selon le groupe DDMES

Pour le groupe DDMES, la narration revêt une importance dans le sens qu'elle restitue de manière subjective, les interactions entre les élèves et le milieu ; le groupe utilise la narration pour communiquer entre chercheurs :

« Il s'agit en effet de rendre compte des interactions élèves-milieu provoquées par nos jeux de tâches. Il faut donc partager avec autrui ce qui s'est passé, mais surtout déterminer en quoi tel événement ou acte de l'élève est à relever plutôt que tel autre. Le narrateur se trouve donc impliqué dans son récit, pour y mêler ses intentions didactiques, les connaissances qu'il perçoit être en jeu, attendues ou surprenantes, les gestes qui lui paraissent robustes, mais qu'il ne peut analyser, les hypothèses qu'il échafaude pour relancer de nouvelles tâches, etc. » (2011, 6-7),

Ce que nous retenons ici comme fondamental pour notre propre travail est le fait que l'intuition de l'expérimentateur est clairement en lien avec ses propres connaissances en premier lieu et, nous le verrons, avec son expérience.

« L'enfant sait beaucoup plus qu'il ne peut dire, il fait. Si l'expérimentateur donne du crédit à tel acte, c'est qu'il élabore une hypothèse de connaissance, qui a le mérite d'être « d'actualité », et l'applique en termes de tâche. Seule la narration peut rendre compte de cette démarche. Elle raconte et argumente. Elle est idoine. »

Pour que l'expérimentateur puisse élaborer une hypothèse de connaissance, il faut qu'il y ait une interaction de ces connaissances en jeu afin qu'elles soient évoquées chez lui et qu'il puisse ainsi les reconnaître.

« Autre propriété de la narration: son caractère dynamique. Elle met le lecteur dans le même état que l'expérimentation narrée a mis le narrateur, et/ou peut-être dans le même état que la tâche a mis l'élève. Elle provoque donc à son tour des intuitions, des évocations, des liens à des connaissances et des savoirs. Ainsi elle donne à faire, incite le lecteur à expérimenter lui-même et du coup narrer à son tour. Cela fait de l'eau pour de nombreux moulins: interactions de connaissances des élèves avec des hypothèses sur des savoirs associés, interactions de connaissances de l'expérimentateur, associations argumentées avec des tâches, et savoirs didactiques. »

La question de la reproductibilité est une question de taille : peut-on vraiment compter sur un tel effet de la narration ? C'est ce que nous expérimentons auprès des élèves et qui ne fonctionne pas toujours aussi bien que ce qui est décrit pour des adultes. Dès lors notre question est « à quelle-s condition-s la narration peut-elle engager cette interaction ? ». Les étudiants se montrent très réceptifs et se laissent prendre au jeu ; les élèves quant à eux, sont parfois très pris dans leur propre recherche pour s'intéresser véritablement aux narrations de leurs camarades.

3 La narration selon les propos de Benjamin

Nous avons repris les propos de Benjamin (1936) et avons tenté de les réinterpréter à la lueur de notre postulat de formation. A partir de l'idée que la narration est en lien avec l'expérience du sujet, nous avons imaginé l'idée d'une circulation de l'expérience, à travers les expériences des sujets. Benjamin dit que « *Le narrateur emprunte la matière de sa narration soit à son expérience propre, soit à celle qui lui a été transmise. Et ce qu'il narre devient expérience pour qui l'écoute* » (p.150)

Nous faisons de ce fait l'hypothèse que ce que l'on narre peut devenir expérience non seulement pour qui l'écoute, admettant par là une certaine reproductibilité de la part de celui qui écoute (ou lit), mais aussi pour soi-même. Nous sommes ici très proche des propos de DDMES.

Pourquoi la narration en langage naturel plutôt que le protocole ? Sur le moment, l'expérimentateur (chercheur ou enseignant) interagit en fonction de ses propres connaissances, ce qui ne lui laisse pas le temps de l'analyse, pris dans la dynamique de la communication avec l'élève. Il faut un « après-coup », une distance entre le guidage du jeu et une éventuelle interprétation de ce qui s'y est passé. Nous n'avons pas choisi la restitution par le protocole qui est une forme trop contraignante à nos yeux. Le protocole garantit certes une certaine objectivité, mais ce n'est pas le but que nous poursuivons : à l'image des connaissances qui fusent souvent de toutes parts dans l'interaction, et de manière parfois incontrôlée, il nous fallait un cadre qui laisse une place au subjectif ; le jeu de tâches en étant l'une de ses expressions. Ainsi, la narration spontanée, *après-coup*, en fonction de ce dont on se souvient ou de la reconstruction de notes personnelles est-elle devenue notre moyen privilégié pour tenter d'accéder à cette épistémologie des connaissances des élèves. En l'occurrence, le jeu de tâches révèle également l'épistémologie des étudiants, mais nous ne la discuterons pas dans cette contribution. Ces derniers ont donc pour consigne de restituer ce qui s'est produit lors d'une interaction avec des élèves, ayant pour but premier de rapporter une expérience.

Ainsi nous avons abordé plusieurs facettes de la narration dans notre travail. Elles concernent d'une part l'expérimentatrice qui *se* narre les événements pour les analyser dans la distance décrite plus haut et pour répondre à sa question épistémologique ; elles concernent aussi les étudiants dont la narration de l'interaction entre eux-mêmes et les élèves vont servir à mettre en exergue les liens entre l'expérience, l'élaboration d'une règle et sa logique sous-jacente. Enfin, elle concerne les élèves eux-mêmes, dont la narration de leur propre tâche (encore très sommaire et orale) peut mettre en lumière leur propre organisation des savoirs et leurs représentations.

4 Exemple de narration

Le narrateur, en tant que (re)lecteur de sa propre narration, tire parti de la réinterprétation de sa propre expérience. L'expérience qu'il fait dans sa propre action de narrer une situation didactique vécue le met en condition de réinterpréter cette situation; le passage à la formulation écrite des événements et de leur enchaînement étant le fait d'une nouvelle interprétation de la mise en jeu de ses propres connaissances. Cette mise à distance permet de faire d'autres connexions logiques. La narration permet de montrer la pertinence d'une tâche pour un élève particulier du fait que l'interprétation des données (contenue dans la narration) par les étudiants, est ici le fil qui relie un jeu de tâches et une logique. Dans ce contexte, la narration nous permet de restituer un jeu de tâches particulier ; elle possède la particularité de projeter des intentions et de faire évoluer le scénario de l'investigation.

Prenons en premier lieu le cas de la transmission de l'expérience pour celui qui lit la narration – nous n'avons pas fait de narration orale avec les étudiants. A partir d'une narration d'étudiante intitulée

« *Laura : Tes divisions sont faciles* », nous avons proposé aux autres étudiants de tenter de retrouver le jeu de tâches à partir de la description. Cette étudiante avait « reçu » comme consigne de traiter les deux divisions $1/81$ et $1/891$. Précisons rapidement que les étudiants, après avoir investigué le milieu de la division $1/9801$ ont eu à tester un jeu de tâches auprès d'un élève, pour s'acculturer à ce type de questionnement et avaient pour tâche de rédiger une première narration. Ils pouvaient recourir à un choix personnel de tâche ou reprendre l'une des propositions de « cartes » établies durant l'investigation du milieu que nous avons faite collectivement. En tant qu'enseignante universitaire, nous avons commencé à interagir avec l'ensemble des étudiants à propos de cette division, ce qui a donné des propositions de jeux assez variées.

Voici donc la narration d'une étudiante :

6 novembre 2013

$1/81$ et $1/891$

Laura: « Tes divisions sont faciles ! »

Cette élève a d'habitude beaucoup de facilité en mathématiques. Lorsque je lui présente le calcul à effectuer, elle me dit qu'elle ne sait pas par quoi commencer. En effet, elle se retrouve bloquée car « le problème n'a pas de consignes », me dit-elle. Je suis surprise d'entre cela car quelques instants plus tard, elle me dit sans trop réfléchir que la deuxième division donne un résultat beaucoup plus petit que la première et le justifie correctement. Après avoir regardé un peu au plafond et par la fenêtre, elle prend sa calculatrice afin de vérifier son résultat. Elle effectue deux divisions et note sur une feuille le résultat de chacune d'entre elles. Je la regarde faire. Laura essaie alors immédiatement de taper sur sa calculatrice des divisions similaires à celle que je lui avais donnée et me dit très rapidement que « c'est facile ». N'étant pas très sûre qu'elle a compris, car cette élève avance particulièrement vite, je m'efforce de lui demander ce qu'elle trouve d'intéressant. Elle trouve que faire des divisions comme ça c'est facile et ajoute un 9 à chacune fois dans le nombre. À chaque fois, elle note le résultat que la division lui donne. Elle me formule par la suite oralement que s'il n'y a qu'un 9, tous les chiffres dans le résultat ne seront répétés que deux fois, si on ajoute un 9, ils seront répétés 3 fois et que si l'on met trois 9 ils seront répétés 4 fois. C'est tout à fait juste. Je lui demande à la fin de l'exercice pourquoi elle pense que je lui ai donné cela à faire et elle me répond qu'il fallait qu'elle « trouve la logique ».

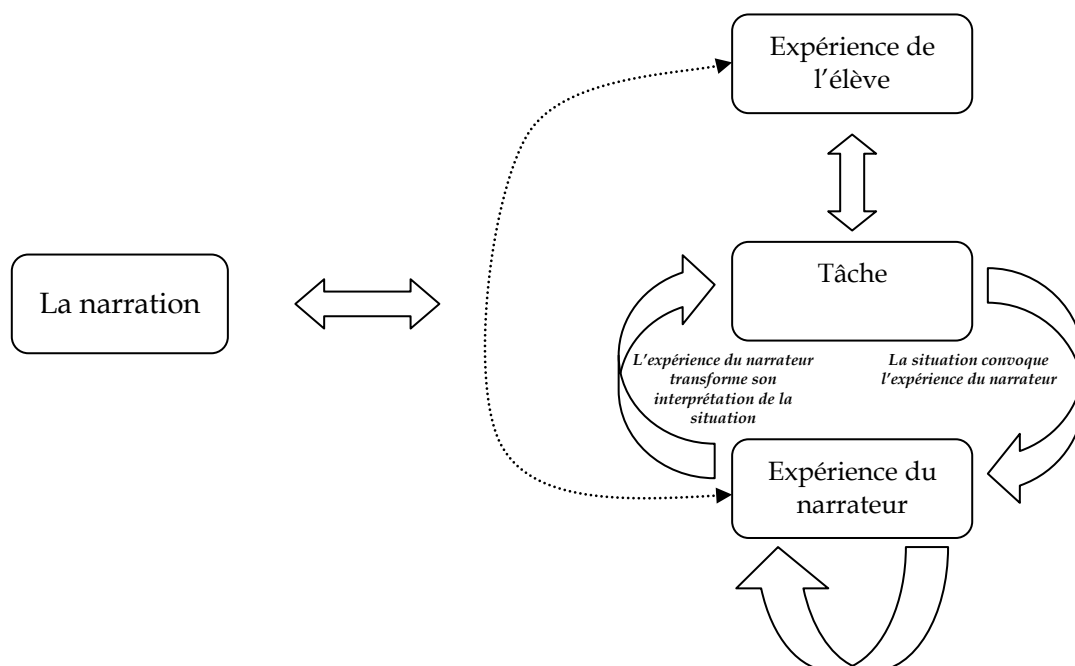
Ce n'est certes pas la plus intéressante ni la plus complète, mais ce que nous retiendrons est que même dans une narration simple et somme toute, assez laconique, le passage à la formulation écrite des événements et de leur enchaînement devient le fait d'une nouvelle interprétation de la mise en jeu de ses propres connaissances et de celles des élèves. Elle permet de rendre compte des actions mathématiques d'un sujet en ce qu'elle impose une distance par rapport à ses propres actions en tant qu'expérimentateur et/ou enseignant. La restitution de l'expérience par la narration suppose donc une interaction entre un milieu (une tâche mathématique) et un élève, ainsi que le stipule DDMES. On peut affiner le grain en précisant que cette interaction milieu-élève est constituée par un sous-système : *expérience de l'élève, tâche mathématique, expérience du narrateur (expérimentateur)*»

Nous souhaitons livrer une autre illustration de l'expérience, à travers la narration d'une situation mais ne poursuivons pas le but de la reproduction exacte de mots d'élèves. Ce que nous apporte ce mode de restitution, entre autres, est de pouvoir rendre compte d'une pensée qui implique le contenu mathématique de l'événement didactique narré. Reprenons la citation de Benjamin qui nous a semblé en

adéquation avec l'idée que nous cherchons à transmettre, d'une circulation de l'expérience, d'une interaction entre les expériences. Pour ce qui concerne la première partie de cette citation, « *Le narrateur emprunte la matière de sa narration soit à son expérience propre, soit à celle qui lui a été transmise* », nous faisons un parallèle avec la restitution de l'expérience d'une situation didactique vécue dans la contingence par tout chercheur ou professeur, et, osant une construction personnelle à partir de la deuxième partie « *Et ce qu'il narre devient expérience pour qui l'écoute* », nous tentons une superposition du narrateur et du lecteur, en tant que même personne. Et si ce que l'on narre devenait expérience pour soi-même également, dans cette mise à distance que permet l'écriture ? Le narrateur en tant que lecteur de sa propre narration tire parti de l'expérience qu'il se narre, bénéficiant ainsi de sa propre expérience. L'expérience que le narrateur fait dans sa propre action de narrer une situation didactique vécue, le met en condition de réinterpréter cette situation ; le passage à la formulation écrite des événements et de leur enchaînement étant le fait d'une nouvelle interprétation de la mise en jeu de ses propres connaissances. Cette mise à distance permet de faire d'autres connexions logiques ; la narration d'une situation produisant un effet sur le système interactif composé par l'expérience de l'élève, la situation didactique et l'expérience du narrateur.

Ainsi, nous envisageons cet effet comme un ensemble d'interactions entre la narration d'une situation didactique et le *système d'interactions entre l'expérience de l'élève, une situation didactique et l'expérience du narrateur*.

Dans l'expérience de la situation que l'élève fait faire à l'expérimentateur et l'interprétation de ce qui s'y déroule, il y a un recouvrement d'expériences entre élève et expérimentateur.



5 De l'interaction de connaissances à l'interaction entre les expériences

La narration montre la pertinence d'une tâche pour un élève du fait que l'interprétation des données contenues dans la narration, est le fil qui relie un jeu de tâches et une logique. Dans ce contexte, la narration nous permet de restituer un jeu de tâches particulier.

5.1 Les fonctions de la narration

La narration se révèle interface des contenus mathématiques, qui facilite la représentation de certaines notions. Elle soutient en outre leur appréhension : lorsque l'élève ou l'étudiant décrit ce qui s'est passé, il

y a une part d'élaboration du contenu. La narration restitue, en outre, les connaissances en jeu de part et d'autre, permettant l'accès pour les analyser. La narration révèle une certaine expérience effectuée par les élèves et les étudiants. Nous l'utilisons dans nos recherches ainsi qu'en formation pour montrer à la fois l'interaction de connaissances entre expérimentateur et élèves à travers un jeu de tâches et les contenus mathématiques mis en jeu par l'élève ainsi que, éventuellement, la pertinence d'une tâche. De ce fait, nous envisageons la narration comme étant au service de l'expérience.

En ce qui concerne les fonctions identifiées de la narration, nous distinguons l'expérimentateur (pour lequel il s'agit essentiellement d'une prise de distance) des élèves, pour qui il y a une véritable mise en évidence des contenus. La prise de distance pour l'expérimentateur réside dans le fait d'envisager la narration comme un acte de se narrer à soi-même (*Et ce qu'il narre devient expérience pour qui l'écoute*) afin d'élaborer une interprétation de sa propre narration pour comprendre comment se joue l'interaction de connaissances et peut-être, de jauger si la tâche est reproductible et à quelles conditions.

Du côté des élèves, la narration met en évidence les contenus mathématiques et permet la restitution d'une pensée qui implique les contenus de l'événement narré. L'expérience mathématique y est en outre restituée dans une certaine logique, déterminée par le recours à certaines règles ou certaines régularités.

III - PRATIQUE DE FORMATION

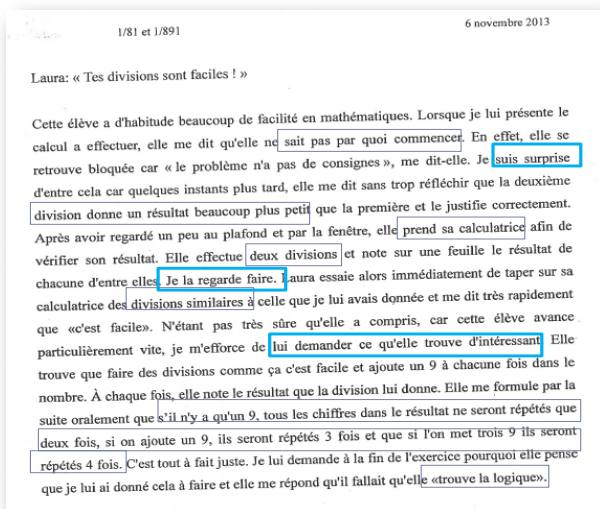
Nous tentons depuis deux ans de mettre sur pied un dispositif de formation qui implique le jeu de tâches et la narration. Ce dispositif laisse entrevoir l'avantage de mettre des étudiants en situation d'engager leurs propres connaissances dans l'interaction avec les élèves, plus habitués à être observateurs des procédures des élèves. L'idée de faire interagir les deux parties est née de la surprise manifestée par les étudiants à la lecture de narrations de nos propres jeux de tâches : il fallait les mettre en situation de faire passer eux-mêmes un jeu aux élèves, afin de les faire accéder à ce que les élèves étaient en mesure de produire et de les acculturer à une autre manière de faire des mathématiques, axée sur la réalisation d'expériences de part et d'autre. Nous envisageons la narration d'un jeu de tâches comme une ressource pour comprendre, d'un point de vue théorique, quelques éléments qui guident notre problématique :

- Comment les élèves se constituent-ils leurs connaissances et dans quel enchaînement ?
- La pratique de la narration peut-elle inciter les étudiants à faire ressortir l'activité mathématique de l'élève ?
- De quelle manière les étudiants s'engagent-ils dans une investigation personnelle approfondie du milieu mathématique pour cibler un objet ?
- En quoi les futurs enseignants peuvent-ils tirer profit d'une compréhension plus approfondie des connaissances des élèves et ce qu'ils en disent ?

1 Comment les élèves construisent-ils leurs connaissances ?

L'un des cribles sommaires que nous proposons aux étudiants réside dans la démarche de n'extraire de la narration que les faits:

Reprise de *Laura* :



- Ne sait pas comment commencer
- La 2^{ème} division donne un résultat plus petit
- Prend sa calculatrice
- Effectue les 2 divisions
- Note le résultat
- Divisions similaires
- Prononce une règle (une logique?) issue de régularités observées
- L'étudiante présente la tâche, émet une surprise
- Regarde faire
- Demande ce qu'il y a d'intéressant
- Demande pourquoi elle lui a fait faire cette tâche. Elle subit l'interaction

2 Inciter les étudiants à faire ressortir les connaissances mathématiques de l'élève

Si l'on poursuit avec une autre narration dont les étudiants ont extrait les actions des élèves (standard, justifié à gauche) et les surprises, constats, questions, etc. des élèves (italique, justifié à droite), on parvient à mettre en évidence l'activité mathématique de l'élève.

Extraire les actions des élèves de la narration de l'étudiant :

Extraire surprises, constats, questions des élèves :

- Effectue la division 1/81 grâce au logiciel
- Effectue l'autre calcul (1/8181)
- Récite les décimales et se questionne alors sur l'absence de 8
 - Elle remarque la présence de 8 (de la première périodicité)
- Refait le premier calcul
 - Remarque immédiatement qu'il n'y a pas de 8
- Refait la deuxième division
 - Une suite de nombre se répète
- Relit les décimales en « ciblant l'ordinalité », i.e qu'elle récite l'ordre, en faisant abstraction de leur répétition
- Ecrit les quotients : 0,012345679 et 0,0001222344456667889
 - Elle dit : il y a une logique.
 - Croissance dans les décimales dans les deux divisions
 - Croissance « de 1 en 1 », pour 1/81
 - Croissance « 3 chiffres, 1 chiffre, 3 chiffres, 1 chiffre » pour 1/8181
- Effectue le calcul 1/62 pour vérifier sa logique
 - Dit : un 0 immédiatement après la virgule pour chaque division
 - Compare les divisions 1/81 et 1/62, en laissant 1/8181 de côté
- Effectue alors une autre division : 1/12

On peut ainsi inciter les étudiants à faire ressortir l'activité mathématique de l'élève et les encourager à l'analyser pour mieux saisir les mathématiques convoquées par leurs élèves. Cela les engage en outre dans une investigation personnelle.

4 En quoi les futurs enseignants peuvent-ils tirer profit d'une compréhension plus approfondie des connaissances des élèves et ce qu'ils en disent ?

Pour commencer, je propose à ce garçon d'explorer le calcul $1/81$. Il réalise donc cette opération à la calculatrice et note la réponse. Pour continuer, je lui demande de changer le numérateur par des chiffres allant jusqu'à 10 et d'observer ce qu'il se passe. Il réalise tous les calculs et les note sur sa feuille. Il remarque immédiatement des régularités : « pour tous les numérateurs qui sont multiples de 3, le résultat présente une suite de nombres réguliers ». Par exemple, $6/81$ donne 0,07407407407... Je lui demande de vérifier cela en trouvant d'autres exemples. Il réalise alors les divisions suivantes en prenant des numérateurs multiples de 3 : $12/81$ (0,1481481481...), $15/81$ (0,1851851851...) et $18/81$ (0,2222222222...). Il me répond donc « bah oui ça fonctionne, y a à chaque fois des régularités ». J'allais lui poser une autre question lorsqu'il me dit que pour le $9/81$ et le $18/81$, les décimales se répètent avec toujours le même chiffre. Puis, il se reprend et explique que « ça joue quand même parce qu'on peut très bien voir dans le $9/81$ un 111 qui se répète après la virgule et dans le $18/81$

Après une investigation personnelle plus approfondie, les étudiants se sentent renforcés et encouragés à se confronter « sans filets » aux élèves. L'auteure de la narration ci-contre est dans une véritable interaction et pilote le jeu. Elle interagit à partir de ses propres connaissances, de ce qu'elle entend et « comprend » de ce que lui dit l'élève. Nous avons interprété succinctement sa narration ; les actions des élèves soulignées dans sa narration ont été réécrites sous forme de points, pour éclaircir l'interprétation. R signifie « élaboration d'une règle ».

- Je propose à ce garçon d'explorer le calcul $1/81$
- Je lui demande de changer le numérateur...
- J'allais lui poser une autre question lorsque...
- Je décide de rebondir... et lui demande...
- Je lui demande de tester avec d'autres numérateurs M9
- Je lui demande de prédire les résultats
- Je lui demande jusqu'où prédire
- Je propose d'essayer avec un numérateur plus grand
- Je lui demande de résumer les constats
- Ce qui laisse la porte ouverte à un autre jeu de tâches

- Il réalise l'opération à la calculatrice et note la réponse
- Il réalise tous les calculs...
- Il remarque des régularités
- Il observe M3 et M9
- Il réalise les calculs...
- Il prédit les résultats
- ...jusqu'à l'infini
- Ne sait plus que répondre
- R : Lorsqu'on divise les multiples...
- R : Lorsque les numérateurs sont aussi multiples...

Ces deux tableaux sous forme de question/réponse montrent la correspondance que l'on peut établir entre une injonction et une action effectivement réalisée. L'exercice qui consistait à interpréter les narrations des étudiants selon le crible élémentaire « qu'est-ce que l'étudiant dit que l'élève fait, et qu'est-ce que l'élève fait » est porteur pour plusieurs raisons : tout d'abord, il est simple à utiliser et garantit une certaine objectivité d'une part et l'assurance que les étudiants se centrent sur l'objet et non pas sur des considérations d'ordre émotionnel : l'interprétation du discours est centrée sur les connaissances et les actions de l'élève en mathématiques.

Les étudiants ont dû se centrer sur la question de savoir ce que fait réellement l'élève et donner des indices de ce qu'ils avancent, basés sur ce que le milieu renvoie.

IV - PROPOS CONCLUSIFS

En guise de conclusion, nous reprenons l'idée principale qui nous a portée dans la décision d'utiliser le jeu de tâches et sa narration en formation d'enseignants. Il nous a semblé que l'apport essentiel est de permettre aux étudiants d'inférer un raisonnement à partir des actions mathématiques des élèves et d'interpréter les connaissances manifestées. Le fait de procéder par étapes laisse le temps de l'élaboration de connaissances aux étudiants. Premièrement, ils procèdent à la narration de leur jeu de tâches en langage naturel ; une sorte de narration spontanée : ils écrivent comme les choses leur viennent, sans penser à autre chose que de restituer leur jeu de tâches. L'écriture possède cette fonction d'élaboration du contenu et de mise en ordre des idées. S'ils sont bloqués dans leur écriture, il leur suffit de restituer le plus objectivement possible, ce que l'élève a réellement fait, en pointant ce que le milieu

renvoie. Toutefois il est bien clair qu'il y a un abus de langage ici, car on ne peut parler de réelle objectivité dans cette démarche, partant du principe que ce qui nous intéresse n'est justement pas une réalité objective, mais bien ce que l'étudiant dit que l'élève fait. Toutefois, c'est à partir de cette subjectivité que l'on peut déceler les mathématiques évoquées par la tâche et convoquées dans l'interprétation de l'interaction entre l'élève et l'étudiant.

Les apports du jeu de tâches et de sa restitution par la narration peuvent s'inscrire dans une certaine stimulation des apprentissages et motivation à chercher, du fait de la propension des élèves et des étudiants à la création de questions de recherche à partir des tâches, qui s'égrènent au fil de la recherche ; ces dernières peuvent se révéler très personnelles et montrent où se situent les questions qu'élèves ou étudiants se posent à propos du nombre. Elles permettent en outre la mise en place et la constitution d'expériences chez les élèves, ce qui leur fait défaut la plupart du temps, car comme on le sait, la dévolution s'opère sur un temps très long, que les élèves n'ont pas toujours à disposition. La narration permet de mettre en évidence les mathématiques effectuées par les élèves et/ou les étudiants et de jauger l'expérience qu'ils en font. L'enseignant peut, lui aussi, exploiter de cette manière, les compétences et les connaissances de chaque élève pour stimuler et motiver ses apprentissages. Toutefois, il y a une condition forte : accepter l'idée de l'interaction de connaissances et de l'engagement de ses propres connaissances dans le milieu, ce qui suppose une dynamique. On n'est plus simple spectateur du travail de l'élève.

Pour terminer, nous avons retenu quelques lignes de narrations d'étudiants qui nous encouragent à poursuivre dans cette direction scientifique :

« Pour terminer, nous sommes surpris de l'engouement que nous avons eu lors de la phase réflexive concernant l'investigation du milieu. En effet, nous nous sommes laissés surprendre par l'envie d'investiguer davantage et par les possibilités de recherche que nos deux calculs de base offraient. Nous sommes donc convaincus du fait que ce type de démarche a un réel potentiel d'enseignement et d'apprentissage et qu'il serait pertinent de favoriser son utilisation en classe. Nous avons été impressionnés par l'intérêt dont les élèves ont fait preuve. Ils étaient réellement pris et motivés par les différentes tâches que nous leur avons mis à disposition afin de rechercher les différentes logiques autour de cette division. »

V - RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M. (1991) Situations-problème et problèmes ouverts. IREM de Lyon.
- BENJAMIN W. (1936). Rastelli raconte... et autres récits suivi de : le narrateur, Seuil.
- CHEVALIER A. (1992) Narration de recherche : un nouveau type d'exercice scolaire, *Petit x*, **33**, 71-79.
- CHARRIÈRE G. & al. (1991). Sur les pistes de la mathématique en division moyenne, *cahier n° 40 du Service de la Recherche Pédagogique*, Département de l'instruction publique, Genève.
- CONNE F. (2001). Pertes de contrôle et prises de contrôles dans l'interaction de connaissances. *Actes de la 11^{ème} Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Corps, France.
- DDMES (2011). Des narrations pour partager et faire rebondir nos expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Actes des deuxièmes journées didactiques*, Chaux-d'Abel, Suisse.
- DEL NOTARO C. (2011). La narration comme révélateur de l'expérience mathématique des élèves et de l'expérimentateur. *Actes des deuxièmes journées didactiques*, Chaux d'Abel, Suisse, 24-26.
- DEL NOTARO C. (2012). Le jeu de tâches, une interaction de connaissances particulière entre expérimentateur et élèves, 1-14, *Actes du XXVIIIème Colloque COPIRELEM*, IREM de Dijon, 1-14.
- DEL NOTARO C. (2014). Des élèves à l'Uni! De la narration de l'expérience à l'expérience par la narration: mise en évidence de relations entre «règle, expérience et logique», *Educateur*, 01.14, 16-18.
- DUCRET J.J. (2004). *Texte gris rédigé pour servir de base à un séminaire sur la méthode piagétienne qui s'est déroulé le 8 octobre 2004 dans le cadre du Service de la recherche en éducation du canton de Genève.*
- PERRAUDEAU M. (1998). Échanger pour apprendre : L'entretien critique, Paris, Armand Colin, 159 p., ISBN 2-200-01971-8
- SAUTER M. (1998). Narration de recherche : une nouvelle pratique pédagogique, *Repères IREM*, **30**, 9-21.