

DE LA CONCEPTION D'UNE RESSOURCE POUR ENSEIGNER LA NUMERATION DECIMALE DE POSITION A L'IDENTIFICATION DE BESOINS POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

Frédéric TEMPIER

PRAG, ESPE académie de Poitiers

LDAR, Paris 7

Frederick.templier@univ-poitiers.fr

Résumé

Les programmes et manuels actuels ne font pas de l'aspect décimal (relations entre unités) un enjeu essentiel pour l'apprentissage de la numération des nombres à quatre chiffres en CE2 (Chambris 2008, Tempier 2010a). Dans notre thèse (Tempier 2013), nous avons cherché à concevoir une ressource pour aider les enseignants à prendre en compte ce savoir dans le cadre d'une ingénierie didactique de développement (Perrin-Glorian 2011). L'objectif de cette communication est double : présenter la ressource construite (différentes parties, choix des situations, descriptions des savoirs en jeu ...) et pointer des éléments essentiels de formation des enseignants pour une utilisation adaptée de cette ressource (dégagés à partir des expérimentations de la thèse).

INTRODUCTION

La numération écrite chiffrée des nombres entiers est une notion essentielle pour les mathématiques de l'école primaire. Elle s'appuie sur deux principes qui sont indissociables :

- à chaque rang de l'écriture en chiffres correspond une unité de numération (par exemple au troisième rang on écrit des centaines) que je nommerai principe de position ;
- chaque unité est égale à dix unités de l'ordre inférieur (par exemple une centaine = dix dizaines) que je nommerai principe décimal.

L'étude de la transposition didactique de la numération à travers les programmes officiels et des manuels de 3^{ème} primaire (Chambris 2008, Tempier 2010a) montre qu'une place centrale est donnée aux tâches mettant en jeu le principe de position de la numération : l'association entre l'écriture en chiffres et le nom du nombre, la comparaison et les décompositions canoniques du type $1304 = 1 \times 1000 + 3 \times 100 + 4$. Cela a des conséquences :

- sur les pratiques des enseignants pour qui le principe décimal n'est pas toujours un enjeu d'enseignement (Tempier 2010b) ;
- sur les apprentissages des élèves : un certain nombre d'élèves rencontrent des difficultés dans des tâches mettant en jeu les relations entre unités (Tempier 2013), comme « 1 centaine = ... dizaines » (48% de réussite¹), « 60 dizaines = ... centaines » (31% de réussite) et « dans 764 il y a ... dizaines » (39% de réussite).

Pourtant les relations entre unités sont essentielles pour accéder à une véritable compréhension de l'écriture chiffrée. Elles sont aussi utiles pour comprendre le fonctionnement des techniques de calcul posé des quatre opérations.

Tout cela m'a amené, dans mon travail de thèse (Tempier 2013), à chercher à affiner mes constats (axe 1) sur la prise en compte du principe décimal à différentes étapes de la transposition didactique (étude des programmes et de manuels, étude de classes ordinaires) et à étudier comment enrichir les pratiques (axe

¹ Sur 104 élèves de 8/9 ans en France.

2) des enseignants en prenant davantage en compte le principe décimal. Pour cela j'ai choisi de concevoir une ressource qui soit à la fois :

- utile, c'est-à-dire qui permette aux enseignants de s'appropriier les enjeux de l'enseignement de la numération et aux élèves de construire les connaissances visées,
- et utilisable par les enseignants, c'est-à-dire qu'ils puissent s'en emparer facilement pour leur travail de préparation ou de mise en œuvre en classe.

J'ai fait le choix de restreindre mon objet d'étude à l'enseignement de la numération en classe de 3^{ème} primaire (élèves de 8/9 ans) pour les nombres à quatre chiffres car il y a de nombreuses relations entre le millier et les unités d'ordres inférieurs. De plus, c'est une étape essentielle avant d'aborder les grands nombres et les décimaux.

Je m'appuie sur une méthodologie d'« ingénierie didactique pour le développement d'une ressource et la formation des enseignants » (Perrin-Glorian 2011) afin de questionner

J'utilise une méthodologie par cycles pour l'ingénierie didactique. Il est en effet essentiel de réaliser plusieurs allers-retours entre phases de conception de la ressource et phases de mise à l'épreuve de la pratique pour produire une ressource utilisable par les enseignants.

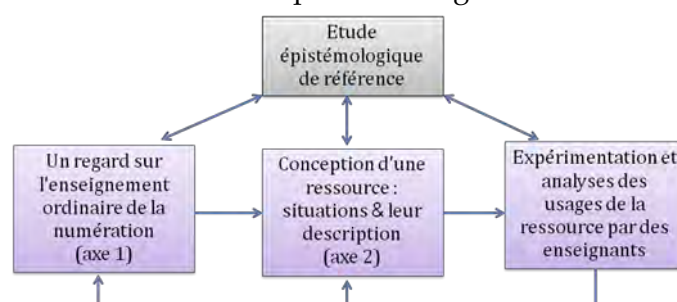


Figure 1 : schéma général de la méthodologie

Chaque cycle m'amène à prévoir des modifications des situations ou de leur description dans la ressource et me permet aussi d'identifier des besoins pour la formation des enseignants (voire des recommandations pour les programmes) quand il y a des résistances importantes du côté des enseignants que l'on peut lier à des manques de savoirs didactiques pour enseigner la numération.

Je souhaite ici présenter les deux versions de la ressource construites dans le cadre de cette thèse puis les besoins de formation que j'ai pu identifier dans les analyses des séances de classes ordinaires ou dans la mise en œuvre des situations proposées dans la ressource.

I - PRESENTATION DE LA RESSOURCE

1 Principes généraux pour la ressource

La conception des deux versions de la ressource s'appuie sur certains principes généraux définis au début de mon travail en m'appuyant sur des résultats de recherches portant sur l'usage des ressources par les enseignants de l'école primaire voire plus généralement sur leurs pratiques².

- La ressource est à destination des enseignants. J'y propose des situations à usage didactique. Il n'est pas visé un suivi pas à pas par l'enseignant : les usages seront nécessairement variés. Je décris donc les éléments qui semblent essentiels pour une mise en œuvre adaptée par l'enseignant. La détermination de ces éléments essentiels des situations fait partie des questions de recherche.
- Une place importante semble devoir être faite à la description des enjeux de savoir du fait de contraintes institutionnelles actuelles qui peuvent amener les enseignants à se centrer sur les

² Nous nous appuyons en partie sur les travaux de Ball et Cohen (1996), Margolinas, Mercier et René de Cotret (2006), Margolinas et Wozniak (2010), Arditi (2011), Coulange (2011), Margolinas et Laparra (2011). Par manque de place nous ne développons pas davantage les résultats de ces recherches. Pour davantage de précisions se reporter à Tempier (2013) p. 167-181.

activités proposées aux élèves sans toujours se préoccuper des savoirs qu'elles pourraient permettre de faire émerger.

- Des éléments sont proposés pour aider l'enseignant à construire une séquence à partir des situations proposées car les ressources ne permettent pas toujours aux enseignants de s'approprier les progressions sur un thème donné ou plus généralement sur l'ensemble des mathématiques travaillées dans l'année. Pour la numération il semble en particulier essentiel que les enseignants soient conscients de la mise en jeu des savoirs dans d'autres thèmes mathématiques de l'école comme le calcul posé. D'autres apports généraux sur l'enseignement de la numération peuvent être proposés. La détermination des principaux apports fait aussi partie des questions de recherche et sera affinée à partir des besoins des enseignants révélés par les expérimentations.
- Enfin, il faut motiver les enseignants à utiliser la ressource en leur montrant l'intérêt qu'ils peuvent y trouver. Cela peut se faire en pointant les manques au niveau des savoirs de numération observés dans certains manuels ou l'importance de la numération pour le calcul posé. Mais cette entrée par les savoirs pourrait ne pas suffire. Il est important de s'appuyer également sur les difficultés des élèves, notamment pour les tâches mettant en jeu le principe décimal de la numération.

2 Choix des situations

Pour la conception des situations, je m'appuie sur la situation fondamentale du nombre de Brousseau (1995) : un actant A et un actant B doivent se communiquer des informations nécessaires pour réaliser des collections équipotentes. Mais les actants sont éloignés dans l'espace et/ou la réalisation des collections est éloignée dans le temps (la seule correspondance terme à terme ne suffit pas pour réussir). Sous ces contraintes, l'utilisation du nombre (parlé ou écrit) est la solution la plus économique à ce problème. Pour mon travail sur la numération écrite, je ne considère que le cas de collections ayant au moins cent (voire mille) éléments et j'impose que le code de désignation utilisé soit l'écriture en chiffres. Le jeu 1 consiste alors à produire une écriture chiffrée à partir d'une collection et le jeu 2 est le jeu inverse.

J'ai choisi d'enrichir cette situation en introduisant une description de la quantité avec les unités de numération (UN) car elles permettent de décrire (à l'oral comme à l'écrit) des nombres d'unités supérieurs à dix contrairement aux mots de la numération parlée en France (Brissiaud 2005, Chambris 2008) : on peut dire « vingt centaines » alors que l'on ne peut pas dire « vingt cents » dans notre système de numération parlée. J'ai donc ajouté deux autres jeux (jeux 3 et 4) de traduction d'écritures d'une écriture chiffrée (par exemple 1304) à une écriture en UN (par exemple 1M 3C 4U) ou réciproquement :

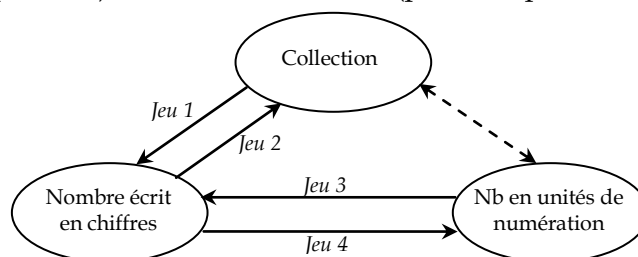


Figure 2 : les jeux de la situation fondamentale

La collection qui est à dénombrer (jeu 1) ou à constituer (jeu 2) peut être non organisée (« en vrac »), totalement groupée ou partiellement groupée. J'ai montré que c'est une variable didactique essentielle. Cela correspond au nombre d'unités de chaque ordre dans le cas de l'utilisation des écritures en UN (jeux 3 et 4). Le choix de cette variable didactique peut permettre de mettre en jeu différentes connaissances liées aux deux principes de la numération.

Pour la construction des situations et du canevas didactique de la ressource je m'appuie sur cette situation fondamentale en faisant des choix pour sa « mise en scène ». Concernant la progression générale, j'ai choisi de partir de la situation de dénombrement, c'est à dire passer d'une collection ou

d'une écriture en unités de numération (EUN) à une écriture chiffrée (EC), avant de proposer la situation de commande (passer d'une EC à une EUN).

Pour la situation de dénombrement il y a trois variantes. Je propose un matériel de référence constitué de bâchettes en bois. La première variante permet la constitution des groupements successifs. La deuxième permet de mettre en jeu le principe de position pour dénombrer une collection totalement groupée comme 1M (1 millier) et 4D (4 dizaines) par exemple. C'est seulement dans la troisième variante que les conversions entre unités sont véritablement un enjeu car la réunion de deux collections amène à avoir plus de dix unités à certains ordres³. Dans l'exemple donné ici en réunissant les deux collections on obtient 12C (12 centaines) qu'il faut convertir en 1M et 2C.

La situation de commande permet de réinvestir les connaissances en partant cette fois de la donnée de l'EC pour produire une EUN en tenant compte de différentes contraintes sur le stock du marchand qui permettent de mettre en jeu les conversions entre unités.

Situation de dénombrement de collections	V1 : Dénombrer une collection « en vrac »	
	V2 : Dénombrer une collection totalement groupée	
	V3 : Dénombrer une réunion de deux collections	1ère collection : 2M 8C 1D 3U 2ème collection : 4C 1M 2U. Nombres paris : 31215, 3215, 3315, 4215
Situation de commande de collections	V1 : Commandes de bâchettes	Il nous faut 2615 bâchettes, mais le marchand n'a plus de bâchettes par millier. Combien faut-il commander de centaines de bâchettes, de dizaines de bâchettes et de bâchettes seules ?
	V2 : Commandes de timbres	Le directeur de l'école de Villebois doit commander 2647 timbres. Combien doit-il commander de plaques de 100 timbres ?

Figure 3 : les situations (version 1 de la ressource)

3 Choix d'ergonomie de la ressource

Enfin, concernant l'ergonomie de la ressource, on peut voir sur la page d'accueil (annexe) de la version 1 trois parties : des apports sur la numération, des propositions de situations (les 2 situations principales avec leurs variantes et des situations complémentaires) et des aides pour construire une séquence. L'analyse de l'usage de cette première version a amené à revoir l'organisation générale de la ressource suite à des difficultés constatées pour la conception d'une séquence à partir des situations proposées :

- en intégrant des exercices d'entraînement car certains enseignants se contentaient des situations proposées ;
- en mettant en évidence le canevas didactique avec les deux situations et leurs variantes ainsi que le jeu sur les contextes différents (comme les situations de la version 1 ne proposaient qu'un travail autour du contexte des bâchettes, certains enseignants ne proposaient que ce contexte).

On peut voir cette entrée par le canevas didactique dès la page d'accueil de la version 2 (annexe).

³ Dans la version 2 de la ressource nous proposons de dénombrer directement une collection partiellement groupée plutôt qu'une réunion de deux collections.

II - DES BESOINS POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

Je m'appuie sur différentes expérimentations avec des enseignants ayant au moins 5 années d'expérience :

- en 2008/2009 : une étude de cas des pratiques de trois enseignants « ordinaires » (qui utilisent leur ressources usuelles, sans intervention du chercheur) ;
- de 2009 à 2012 : trois expérimentations dans le cadre de mon ingénierie didactique de développement d'une ressource, dont je vais maintenant préciser le dispositif expérimental.

J'ai commencé par mener une pré-expérimentation avec seulement deux enseignants qui devaient suivre la ressource proposée (version 0) tout en l'adaptant si besoin. La version 1 de la ressource a fait l'objet d'une expérimentation avec 7 enseignants qui devaient suivre les 5 problèmes proposés dans la ressource. Pour la version 2 de la ressource j'ai travaillé avec 6 autres enseignants qui avaient toute liberté dans l'usage de la ressource.

J'ai réalisé un entretien avant et après la séquence pour tous ces enseignants. L'entretien final a permis de faire le point sur l'utilisation de la ressource pour chaque enseignant et de discuter de modifications possibles. Mais pour mieux associer certains enseignants à ce travail collaboratif avec le chercheur j'ai aussi organisé des réunions de travail avec une partie des enseignants avant et après l'utilisation de la ressource (« groupe de travail », GT). Les autres enseignants utilisent la ressource dans des conditions plus ordinaires (« groupe libre », GL). Je n'ai observé que des séances des enseignants du GT.

Expérimentation	Nombre d'enseignants	« Contrat » d'expérimentation pour le suivi de la ressource	Nombre de séances observées	Evaluations des élèves
Pré-expérimentation (version 0)	2	Suivi de la ressource proposée avec adaptations possibles.	La plupart des séances mises en œuvre.	Avant/après
Expérimentation (version 1)	4 (groupe de travail GT) / 3 (groupe libre GL)	Suivi des 5 problèmes principaux. Adaptations possibles pour la mise en œuvre. Construction d'une séquence à la charge de l'enseignant.	3 séances (GT) / aucune (GL)	Avant/après
Expérimentation 2 (version 2, après-thèse)	3 (GT) / 3 (GL)	Liberté totale dans l'utilisation de la ressource.	2 séances (GT) / aucune (GL)	Avant/après

Figure 4 : tableau du dispositif expérimental de l'ingénierie didactique

Il y a une évolution des conditions d'expérimentation avec les enseignants au cours des cycles. J'ai fait le choix de donner de plus en plus de liberté aux enseignants dans la mise en œuvre des situations pour progressivement s'approcher des conditions « réelles » d'utilisation d'une ressource par des enseignants, hors contexte de recherche.

Pour l'analyse des séances je fais une comparaison entre l'analyse *a priori* des situations de la ressource et l'analyse des déroulements observés et je cherche à identifier les raisons des décalages éventuellement observés. Pour l'analyse des séquences je compare les séquences réalisées au canevas didactique proposé afin d'étudier les enrichissements produits par les enseignants et l'usage du canevas didactique.

Voici les principaux besoins de formation identifiés :

- Dans le cadre de l'utilisation de la ressource :
 - ✓ S'approprier la progression proposée dans la ressource (situations et variantes).
- En général :
 - ✓ Comprendre l'intérêt d'un travail sur les deux aspects de la numération.

- ✓ Comprendre le rôle du matériel et des unités de numération pour en faire un usage adapté en classe.
- ✓ Connaître les techniques pour décomposer/recomposer (Collection ou EUN -> EC et EC -> EUN) et leurs technologies afin d'identifier les savoirs à institutionnaliser en classe.

1 S'approprier la progression proposée dans la ressource (situations et variantes).

Lors de l'expérimentation 2 le fait que les enseignants aient une liberté totale dans l'utilisation de la ressource (alors que dans la 1 ils devraient suivre les situations) a pu permettre d'étudier leur appui sur le canevas didactique proposé (dès la page d'accueil, cf. annexe 2) pour construire leur séquence.

J'ai alors pu observer que certains enseignants prennent plus ou moins de libertés avec le canevas didactique proposé pour construire leur séquence. Certains suivent la chronologie générale mais « sautent » certains passages de la progression. D'autres piochent des exercices alternativement dans chaque situation principale sans prendre appui sur la logique de l'organisation didactique proposée dans la ressource. Tout se passe comme si, pour certains enseignants, la ressource était utilisée comme une banque d'exercices dans laquelle ils viennent « piocher » en fonction de leurs envies ou de leurs besoins.

Tous les enseignants, n'investissent ni la variante de dénombrement d'une collection partiellement groupée, ni les exercices de conversion : il y a donc toute une partie de la ressource qui n'est pas utilisée. Cela n'est pas sans lien avec le fait que ce sont des situations/exercices qui justement sont peu présents dans les manuels actuels (Tempier 2010a). L'importance du travail de conversion entre unités pourrait donc être difficile à faire passer par l'intermédiaire d'une ressource.

Dans le cadre de l'utilisation de cette ressource, donc de cette progression, il semble important que l'enseignant s'approprie la logique du canevas didactique et le lien entre les situations et les savoirs en jeu afin de faire des choix cohérents avec les enjeux principaux de la ressource :

- Le jeu sur l'organisation de la collection (en vrac, totalement groupée, partiellement groupée) permet de construire progressivement les différentes conditions de la technique de position (cf. 2.4) pour la situation de dénombrement et de faire des décompositions variées de nombres en jouant sur les relations entre différentes unités pour la situation de commande.
- Le rôle crucial de la variante 3 de la situation de dénombrement (collection partiellement groupée) pour introduire la nécessité des conversions entre unités. Si on s'arrête à la variante 2, les unités de numération ne sont utilisées que d'un point de vue positionnel. C'est la variante 3 qui permet de faire un travail sur les unités, en convertissant 10 unités d'un certain ordre en une unité de l'ordre supérieur.
- Les élèves ont besoin de ces connaissances sur les conversions avant d'aborder la situation de commandes de collection pour que les décompositions qu'ils y feront s'appuient sur les conversions en jeu (dans 1234 il y a 12 centaines car 1 millier c'est 10 centaines). Si le travail sur les commandes vient trop tôt le risque est que l'on ne cherche qu'un « découpage » adéquat de l'EC.

2 Comprendre l'intérêt d'un travail sur les deux aspects de la numération.

Les programmes et certains manuels ne font pas de l'aspect décimal un enjeu essentiel pour l'enseignement de la numération (Tempier 2010a). Cela a une influence sur le projet des enseignants ordinaires que nous avons observés lors de leur séquence sur la numération en dehors de l'utilisation de la ressource de l'ingénierie (Tempier 2010b). Cela a aussi des influences sur la mise en œuvre de ce projet et même jusqu'à la façon dont les enseignants interprètent les erreurs ou difficultés des élèves.

Dans la première classe, aucune situation proposée n'amène à faire un travail sur le principe décimal. Cependant, on peut trouver dans l'évaluation finale un exercice de recomposition pour lequel les deux cas de la dernière ligne mettent en jeu des relations entre unités :

Ecris le nombre correspondant aux écritures :

5 000 + 600 + 3 : <u>5603</u>	(2 x 1 000) + (5 x 10) : <u>2050</u>
(4 x 1 000) + 9 : <u>4009</u>	67c 8d 9u : <u>6789</u>
9 m 8 d : <u>9080</u>	6 000 + 80 + 1 : <u>6081</u>
12 centaines, 3 milliers : <u>123 400</u>	25 dizaines, 6 centaines, 4 milliers : <u>4625 4750</u>

Figure 5 : une production d'élève, évaluation finale

Quand j'interroge l'enseignante sur les difficultés rencontrées par certains élèves dans cet exercice, elle explique les choix qu'elle a effectués :

« On n'avait pas forcément l'ordre à chaque fois qui était imposé. J'avais inversé parfois, j'avais d'abord mis le nombre de centaines et le nombre de milliers ou alors je n'avais pas mis de centaines ou voilà. Et là c'est là où ils se sont trompés en général, enfin y'en a une partie, on va dire la moitié, se sont trompés dans ces cas-là. Ils ne font pas attention, de suite ils écrivent le nombre par rapport à ce qui est écrit dans l'ordre en fait »

Les variables indiquées par l'enseignante ne correspondent pas à celles qui permettent de mettre en jeu les relations entre unités (ici il s'agit du fait d'avoir des nombres à deux chiffres pour certaines unités) et les erreurs sont interprétées comme des erreurs d'inattention et non en référence aux savoirs en jeu.

Dans la deuxième classe le principe décimal est susceptible d'être un enjeu dans une seule situation. Les élèves ont à disposition des étiquettes 1, 10, 100, 1000 et ils doivent recomposer les nombres suivants :

8c 4d 3u = ..., 32d = ..., 13c = ..., 12c 8d 1u = ..., 14c 2u = ..., 12c 11d 2u = ...

(les lettres c, d, u représentent les centaines, dizaines, unités).

Pour les 5 premiers cas, les élèves se contentent de juxtaposer les chiffres sans utiliser le fait que 10 centaines = 1 millier. Cependant pour le dernier cas ce n'est plus possible car cela aboutirait à la réponse erronée 12112. Aucun élève ne trouve la solution et cela pose de réels problèmes de gestion de la mise en commun. L'utilisation des étiquettes aurait pu aider les élèves à échanger dix étiquettes 10 contre une étiquette 100, mais l'enseignant préfère amener les élèves à effectuer un comptage de cent en cent, dix en dix et un en un à l'oral. Cette approche par l'utilisation de la comptine numérique orale s'appuie sur une conception ordinale qui ne met pas en jeu de relations entre unités : par exemple le passage de « neuf-cents » à « mille » ne s'appuie pas sur la connaissance de la relation 10 centaines = 1 millier.

Ces constats me font penser qu'il y a d'abord un besoin pour les enseignants de prendre conscience de l'insuffisance de ce qui est proposé actuellement en numération dans les programmes et dans certains manuels et le déficit que cela peut entraîner pour l'apprentissage des élèves⁴ (cf. par exemple les difficultés des élèves pour certaines tâches de numération citées en introduction).

Mais il est aussi important d'élargir au-delà du travail sur la numération des entiers : les enseignants doivent prendre conscience de l'intérêt d'une bonne compréhension de la numération pour l'apprentissage d'autres notions : le calcul posé, le calcul mental et les grandeurs et mesures. De plus, ces connaissances s'étendent lors du travail sur les grands nombres et des nombres décimaux. Le principe décimal s'étend par prolongement des relations entre unités d'ordres supérieurs (avec cependant des noms d'unités s'appuyant sur certains ordres particuliers : milliers, millions, etc.) et dans l'autre sens avec les décimaux, pour ce qui concerne les relations entre unités/dixièmes, dixièmes/centièmes, etc.

3 Comprendre le rôle du matériel et des unités de numération pour en faire un usage adapté en classe

Le troisième besoin de formation identifié est davantage lié aux mises en œuvre des situations de la ressource dans les classes. En effet, il est proposé dans la ressource d'utiliser :

- Un matériel de numération constitué de bâchettes en bois dont les groupements successifs se font : avec un élastique (1 dizaine), un sachet (1 centaine) et une boîte (1 millier). Les entretiens

⁴ Les difficultés des élèves : c'est un aspect important dans le cadre de la conception d'une ressource (Margolinas, Mercier et René de Cotret, 2006) pour en permettre l'acceptabilité par l'enseignant. On peut penser qu'il en est de même pour une formation d'enseignant.

avec les enseignants montrent que cela n'est pas une pratique courante pour des nombres de cette taille (au-delà du millier).

- Les unités de numération : pour décrire les groupements et pour faire des conversions d'unités. Chambris (2008) a montré que cette utilisation des unités de numération s'était perdue après la réforme des mathématiques modernes. Les unités semblent principalement utilisées dans les manuels pour nommer les colonnes du tableau de numération.

Dans la ressource, les unités de numération sont utilisées à la fois :

- dans la description des situations pour décrire les groupements. Par exemple voici comment sont décrites les collections pour la variante de dénombrement d'une réunion de deux collections :

1^{ère} collection : 2 milliers de bâchettes, 8 centaines de bâchettes, 1 dizaine de bâchettes et 3 bâchettes seules.
2^{ème} collection : 4 centaines de bâchettes, 1 millier de bâchettes et 2 bâchettes seules ..

Figure 6 : description des deux collections (situation de dénombrement, variante 3)

- dans les éléments de savoirs de cette situation où des conversions sont expliquées :

2 milliers + 12 centaines + 4 dizaines + 5 unités
= 2 milliers + 10 centaines + 2 centaines + 4 dizaines + 5 unités
= 2 milliers + 1 millier + 2 centaines + 4 dizaines + 5 unités
= 3 milliers + 2 centaines + 4 dizaines + 5 unités
= 3245 unités



Figure 7 : description des conversions en jeu (situation de dénombrement, variante 3)

- dans les apports généraux pour l'enseignant, où le choix de leur utilisation est justifié par comparaison avec les écritures chiffrées des puissances de 10 (1, 10, 1000, 1000, ...), qui sont actuellement davantage utilisées dans les manuels (Chambris 2008). Il ne s'agit pas de préconiser aux enseignants de ne plus les utiliser mais plutôt de montrer pourquoi dans les situations proposées nous privilégions les unités de numération. Le lien entre ces deux types d'écritures devra être fait à un moment.

3 milliers + 24 dizaines + 5 unités = ?	3x1000 + 24x10 + 5 = ?
On commence par décomposer 24 dizaines : 24 dizaines = 20 dizaines + 4 dizaines = 2 centaines + 4 dizaines (aspect décimal) On a donc : 3 milliers + 2 centaines + 4 dizaines + 5 unités, ce qui fait 3245 (aspect position).	Pour recomposer il faut d'abord "calculer" 3x1000 + 24x10. On utilise la "règle des zéros" (mais le savoir qui justifie cette règle est invisible) : 3x1000 = 3000 et 24x10 = 240 Il reste donc à calculer la somme 3000 + 240 + 5 = 3245.
Dans ce cas on utilise les savoirs de la numération.	Dans ce cas on fait du calcul (règle des zéros, règles d'addition). Conséquence : Les savoirs de la numération sont invisibles quand on utilise les puissances de 10 (alors qu'ils justifient pourtant toutes les étapes).

Figure 8 : comparaison de deux types d'écriture relativement à la visibilité des savoirs en jeu (apports généraux pour l'enseignant)

Lors des deux expérimentations j'ai pu remarquer que les enseignants voient les apports de la ressource principalement à travers la question du matériel qui constitue la plus grande nouveauté apportée par cette ressource selon eux. Notamment, la première variante de dénombrement d'une collection en vrac apparaît pour certains comme centrale dans le processus, alors qu'elle sert surtout à permettre la constitution de différents groupements qui seront utiles pour la suite de la séquence (pour les vérifications notamment). Il y a peu de savoirs mathématiques construits dans cette première variante.

Au cours de l'expérimentation 1 j'ai pu étudier l'utilisation faite par les enseignants des unités de numération dans les séances observées. Pour le dénombrement d'une collection totalement groupée

(variante 2) j'ai d'abord pu constater une utilisation des UN par les enseignants pour décrire les rangs de l'écriture chiffrée (tableau de numération), conformément à ce qui est proposé dans la ressource. Mais pour les situations mettant en jeu le principe décimal (dénombrement d'une réunion de deux collections et situation de commande), plusieurs types de résistance à l'utilisation des UN sont apparus :

- rejet de l'utilisation des UN pour décrire les groupements ;
- référence prégnante au matériel de numération quand les conversions sont en jeu ;
- absence d'utilisation des UN à l'écrit pour faire des conversions.

Le rejet d'utilisation des unités de numération pour décrire les groupements a été observé dans une seule classe, celle de Mme A. Malgré les propositions de la ressource, l'enseignante utilise les expressions "boîtes", "sachets", etc. pour décrire les groupements matériels. Elle utilise pourtant toujours les UN pour décrire les rangs de l'EC comme l'illustre cet extrait d'une séance, où Mme A revient sur la conversion de 12 centaines en 1 millier 2 centaines en lien avec la retenue de l'addition (nous avons souligné le vocabulaire relatif aux groupements ainsi que l'utilisation des UN) :

Mme A : huit plus quatre qu'est-ce qui se passe ici dans les centaines ?

Un élève : douze

Mme A : on retrouve nos douze sachets sauf qu'est-ce qui se passe ?

Un élève : on met une retenue

L'enseignante finit d'écrire l'addition posée au tableau :

Mme A : et bien voilà pourquoi on met une retenue parce qu'on va garder que deux sachets pour les centaines et qu'ici avec nos dix ça va nous faire une boîte de mille en plus. [...] On comprend mieux maintenant la retenue : c'est notre petite boîte de mille en plus.

On voit qu'il y a bien un vocabulaire pour parler des rangs (UN) et un autre pour les groupements (« boîtes », « sachets » ...).

Le deuxième type de résistance, liée à une référence prégnante au matériel de numération quand les conversions sont en jeu, a été observé dans des classes où les enseignants acceptent d'utiliser les unités de numération pour décrire les groupements, conformément aux propositions de la ressource. Dans ces classes, lorsqu'il y a plus de dix unités à certains ordres l'enseignant fait une référence quasi systématique aux groupements matériels (réels ou dessinés). Ce phénomène peut se constater par exemple dans cet extrait de la mise en œuvre de la variante 2 de la situation de dénombrement dans la classe de Mme B (nous soulignons les éléments du discours de Mme B qui ramène vers le matériel)

Un élève (Marc) vient dessiner la réunion des deux collections au tableau (boîtes, sachets, etc.)). Mme B demande à cet élève comment on peut trouver le résultat. Face à la difficulté liée à la prise en compte des 12 sachets dessinés au tableau, Mme B demande à un autre élève (Joris) de l'aider « sans lui donner la bonne réponse, juste le mettre sur la voie » :

Joris : en fait comme t'en as douze, ça fait plus de centaines [...] Si t'as dix centaines ça revient à quoi ?

Mme B : qu'est-ce que tu peux faire ? Si t'as dix pochettes qu'est-ce que tu peux faire ?

Marc : ah oui un millier. *L'élève dessine une nouvelle boîte au tableau.*

Mme B : Les dix tu vas les mettre dans une boîte. Alors enlève-les maintenant les dix que tu as mis dans la boîte. Barre-les ou efface-les. Ah. [...] Quand on a dix sachets on peut les mettre dans une boîte. Et là le problème c'est qu'on n'en avait pas dix, on en avait douze. Donc dès que ça dépasse dix on peut les mettre dans une boîte de mille.

Alors que les élèves utilisent les UN à l'oral, l'enseignante reformule en ramenant au matériel et aux actions sur le matériel (mettre dix sachets dans une boîte). Elle montre aussi le matériel qui est posé sur son bureau pour illustrer ce qu'elle dit. Cette prégnance du matériel pourrait être guidée par une volonté des enseignants d'aider les élèves les plus fragiles (comme Marc) pour lesquels ils anticipent la difficulté des conversions.

Enfin le troisième type de résistance, l'absence d'utilisation des UN à l'écrit pour faire des conversions, a été observé dans les quatre classes, même dans celles où, par moment, les unités de numération sont utilisées à l'oral pour faire des conversions. En reprenant l'extrait de séance précédent on voit par exemple que Mme B raisonne sur le dessin des groupements au tableau sans jamais écrire la conversion

suggérée par l'élève Marc (12 centaines = 1 millier 2 centaines). Un peu plus tard dans cette même séance, alors qu'un élève explique les conversions qu'il a utilisées pour trouver le nombre total de bâchettes (« sept centaines et trois centaines ça fait dix »), l'enseignante n'écrit pas ces conversions mais continue de faire référence au matériel (« j'ai transformé mes sacs, je les ai mis dans une boîte puisque j'en ai dix »). Il aurait ici été possible, au contraire, d'utiliser l'écriture $7c + 3c = 10c = 1m$, ce qui aurait permis à la fois de souligner le raisonnement utilisé par cette élève, d'en garder une trace et de permettre aux autres élèves de se l'approprier. L'utilisation d'une écriture abrégée des unités de numération (contrairement aux exemples proposés dans la ressource) pourrait faciliter leur utilisation pour les élèves.

J'ai aussi pu constater une résistance au changement de contexte dont les entretiens avec les enseignants nous font penser qu'elle est liée :

- à l'absence d'exercices dans d'autres contextes dans la ressource ;
- à l'anticipation des difficultés pour les élèves liées au changement de contexte.

Cela amène certains enseignants à ne faire les situations proposées que pour le contexte des bâchettes et à proposer un nouveau contexte seulement à la fin. Cela pose des questions pour l'institutionnalisation : dans ces conditions comment amener les élèves à identifier les savoirs qui sont utilisables dans d'autres contextes ?

Tout cela me permet de penser qu'il y aurait besoin de travailler sur les unités de numération en formation pour comprendre leur intérêt, notamment justifier leur utilisation pour travailler avec des nombres d'unités supérieurs à dix, ce que l'on ne peut pas faire avec la numération parlée (valence instrumentale pour les conversions).

Il y a aussi un besoin de différencier ce qu'on appelle couramment les « groupements/échanges » et les conversions entre unités. Le premier type d'activités se situe dans une problématique matérielle : grouper/dégrouper pour organiser une collection (grouper 12 sachets en 1 boîte et 2 sachets) et le deuxième type dans une problématique mathématique (convertir entre unités pour changer d'écriture : $3M\ 12C\ 5U = 4M\ 2C\ 5U$) et elles permettent de justifier la réalisation des groupements/échanges. Ce sont les conversions qui ont un caractère général : que l'on utilise des bâchettes, de la monnaie, un boulier, ... on convertit toujours 10 dizaines en 1 centaine, alors que pour chacun de ces matériels on effectue des activités de groupements/échanges spécifiques (grouper dix paquets dans un sachet, échanger dix billets contre un billet, activer une boule de la colonne située à gauche, ...). Pourtant, pour accéder aux conversions on peut penser qu'il est important de s'appuyer sur de telles activités de groupements/échanges. Un travail en formation pourrait être alors de s'interroger sur le rôle des unités de numération pour amener les élèves aux conversions à partir d'activités de groupements et échanges.

De plus, pour amener les enseignants à avoir une utilisation adaptée des unités de numération comme unités de compte, il faut les amener à en comprendre les différentes interprétations possibles (Thanheiser 2009). Par exemple, une centaine peut-être vue comme cent unités, dix dizaines ou une centaine :

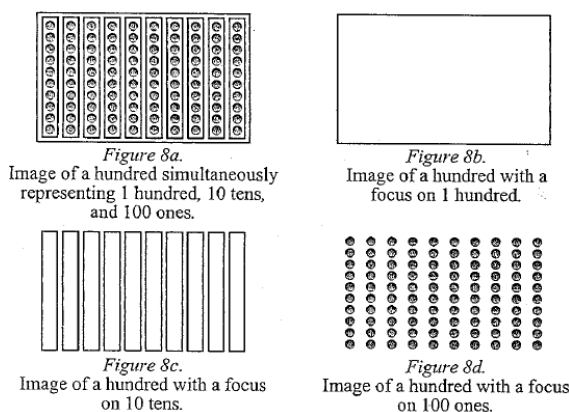


Figure 9 : différentes interprétations d'une centaine, extrait de Thanheiser (2009)

Ces différentes interprétations rendent possible une certaine flexibilité dans l'interprétation d'une écriture chiffrée. Par exemple le nombre 123 c'est à la fois : 123 unités (simples), 1 centaine 2 dizaines et 3 unités ou 12 dizaines 3 unités mais aussi 1 centaine 1 dizaine 13 unités, etc. Pour cela il faut une bonne connaissance des relations entre unités, ce qui peut se travailler avec la tâche de « conversion entre unités » qui est peu visible dans les manuels actuels. De plus, avec nos connaissances d'adulte nous avons en général d'autres procédés que l'appui sur les relations entre unités pour convertir entre unités. Par exemple pour convertir 60 centaines en milliers un adulte passe souvent par la multiplication par 100 qui donne le nombre 6000 dont il extrait l'information sur le nombre de milliers, plutôt que de s'appuyer sur la relation 10 centaines = 1 millier (60 centaines = 6x10 centaines = 6 milliers).

Enfin, les unités de numération sont aussi un point d'appui pour la décontextualisation des connaissances. En effet, cela permet de faire le lien entre les différents contextes : un millier peut représenter un millier de bâchettes, de cubes, d'euros, etc. Cela aide donc à identifier ce qui dans une situation particulière peut être utile pour d'autres situations.

4 Connaître les techniques pour décomposer/recomposer (EUN->EC et EC->EUN) et leurs technologies afin d'identifier les savoirs à institutionnaliser en classe.

Dans la version 1 de la ressource une tentative a été faite de description des savoirs en jeu pour chaque situation. J'ai pu faire le constat d'une certaine transparence du lien entre nombre écrit en chiffres et nombre parlé :

- le nombre est souvent seulement dit à l'oral lors d'un travail sur l'EC ;
- les enseignants ne donnent pas la possibilité aux élèves de l'écrire (situation de dénombrement : pas d'ardoise ou de cahier) même lorsque l'enjeu est la production de l'EC.

Cela rejoint ce que Mounier (2010) avait déjà observé en CP. Cela peut avoir pour conséquence le fait que l'EC n'est pas objet d'étude pour elle-même si elle est toujours confondue avec le nombre parlé, ce qui peut compromettre l'institutionnalisation de certaines techniques.

Voici les constats que nous avons pu faire concernant la formulation des techniques permettant de traduire une EUN en EC et réciproquement.

Pour la situation de dénombrement, passer d'une EUN à l'EC, tout se passe donc comme si on avait affaire à deux techniques différentes : une technique quand on a moins de 10 unités, une autre quand on en a plus. Le tableau de numération est seulement utilisé dans le cas où il y a moins de 10 unités à tous les ordres d'unités.

De plus, alors que c'était l'enjeu de cette situation, le dénombrement d'une réunion de collections ne permet pas toujours de faire émerger la nécessité des conversions. Le travail qui est fait sur l'addition posée dans les classes vient parfois empêcher le travail de conversion entre unités. Le lien entre les deux (à travers la retenue) n'est pas toujours fait.

Pour la situation de commande, passer d'une EC à une EUN, nous avons constaté une absence de formulation de technique dans toutes les classes (Tempier 2012). Plus précisément, lors des phases collectives de conclusion nous n'avons vu que des vérifications des commandes proposées par les élèves, c'est-à-dire un travail qui se fait toujours de l'EUN vers l'EC et jamais dans l'autre sens, celui visé par la situation de commande. Voici une transcription d'une phase collective dans la classe de Mme A, suite à la recherche d'une commande de 3167 bâchettes sans millier de disponible.

Un élève propose 31 sachets, 6 paquets de dix, 7 bâchettes seules.

Mme A : « combien de bâchettes dans trente-et-un sachets ? »

Un élève : « trois-mille-cent. »

Mme A écrit : « 31 sachets de 100 -> 3100 ».

Mme A : « combien il y a de sachets dans une boîte ? »

Un élève : « dix sachets ».

Un autre élève a fait une commande de 12 sachets ...

Mme A : « combien ça fait de bâchettes ? Combien il y a de sachets dans une boîte ? »

L'élève répond « dix » puis comprend que ça fait mille-deux-cent bâchettes.

L'enseignante ne laisse pas les élèves exprimer comment passer de l'EC de 3167 à la commande de 31 sachets, 6 paquets et 7 bâchettes.

En formation il nous semble important de rendre explicite ces techniques de traduction d'une EUN en EC (et réciproquement) en lien avec les savoirs mathématiques qui les justifient.

Pour traduire une EUN en EC par la technique dite « de position » il faut tenir compte de trois conditions :

- respect du rang de chaque unité dans l'écriture en chiffres ;
- présence de chaque unité (jusqu'à l'unité de plus grand ordre) dans l'écriture en chiffres ;
- présence de nombres à un seul chiffre à chaque rang de l'écriture en chiffres (afin d'assurer l'unicité de l'écriture en chiffres d'un nombre).

Le travail sur cette technique en formation peut se faire en lien avec les difficultés courantes des élèves qui témoignent, selon nous, d'utilisations de techniques de juxtaposition de nombres (construites par ces élèves) ayant une portée limitée. En fonction des conditions prises ou non en compte par les élèves, cela donne lieu à différentes techniques⁵ :

- Simple juxtaposition des nombres : écriture des nombres d'unités « visibles » dans l'ordre où ils sont donnés. Cette technique permet d'obtenir une écriture correcte pour 2m 3c 1d 4u (2314) mais des résultats erronés pour 3c 2m 4u 1d (3241) ou 2m 3c 4u (234).
- Juxtaposition avec respect de l'ordre des unités dans l'EC : écriture des nombres d'unités visibles en respectant l'ordre relatif des unités (prise en compte de la première condition) : les unités simples s'écrivent avant les dizaines (en partant de la droite et en allant vers la gauche), les dizaines avant les centaines, etc. Cette technique permet d'obtenir une écriture correcte pour les quantités 2m 3c 1d 4u (2314) et 3c 2m 4u 1d (2314) mais des résultats erronés pour 2m 3c 4u (234) et 12c 2m 1d 4u (21214). Elle prend en compte la condition de respect du rang de chaque unité.
- Juxtaposition avec respect de la position des unités dans l'EC : écriture des nombres d'unités « visibles » en respectant l'ordre relatif des unités et en écrivant des 0 en cas d'absence d'unité isolée. Cette technique permet d'obtenir une écriture correcte pour les quantités 2m 3c 1d 4u (2314), 3c 2m 4u 1d (2314) et 2m 3c 4u (2304) mais des résultats erronés pour 12c 2m 1d 4u (21214). Elle prend en compte les conditions de respect du rang de chaque unité et de présence de chaque unité.

La deuxième technique à connaître est la technique de décomposition (EC -> EUN) et son lien avec les conversions. Elle consiste à faire un « découpage » (troncature) approprié de l'écriture chiffrée. Par exemple 1234 = 12c 34u. Le nombre de centaines s'obtient directement à partir de l'EC en considérant le rang des centaines comme nouvelle référence (et non le rang des unités simples) : on obtient 12 centaines. On peut lire les unités simples restantes en reprenant le rang des unités simples comme référence et en considérant le nombre qui reste : 34 unités.

La formulation est complexe. En formation il est important de travailler des formulations plus adaptées de cette technique. Pour cela on peut s'appuyer sur des formulations d'élèves, comme par exemple :

- « Il faut couper le nombre en deux »
- « Il faut regarder les deux premiers chiffres du nombre et les deux premiers chiffres est égal au nombre de centaines ».

On peut alors étudier la validité de ces formulations pour d'autres nombres. Mais il nous semble surtout important d'amener les élèves à faire le lien avec les conversions entre unités, comme dans cet exemple de formulation d'une élève de CE2 : « *dans les centaines y'a forcément des centaines, dans les milliers on le sait* »

⁵ Ces techniques sont des « techniques-élèves », non explicitées dans des manuels par exemple. Celle qui a vocation à être institutionnalisée dans une classe est la technique de position du fait de son plus grand domaine d'application. Nous avons reconstruit ces techniques de simple juxtaposition à partir des observations des réponses des élèves aux exercices de l'évaluation ainsi qu'avec les résultats des travaux de Bednarz et Janvier (1984) et DeBlois (1996).

qu'il y a des centaines. On ne va pas aller jusqu'aux dizaines et les unités parce que dans les dizaines et les unités y'a pas de centaines. Donc on regarde le rang des milliers et le rang des centaines ».

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Certaines résistances rencontrées dans la mise en œuvre des situations de la ressource proposée aux enseignants semblent difficiles à dépasser dans le cadre de l'utilisation d'une ressource et pourraient nécessiter un travail en formation des enseignants. Je ne vais pas revenir sur tous les besoins évoqués mais concernant les conversions entre unités, qui sont un nœud de mon travail, j'ai montré des besoins de formation :

- pour comprendre l'enjeu du travail sur les relations entre unités, l'intérêt pour le travail sur le calcul ou les grandeurs et mesures ;
- pour comprendre comment les conversions interviennent dans le canevas didactique proposé dans la ressource (dans le cadre de l'utilisation de cette ressource) et voir l'intérêt d'entraîner les élèves à faire des conversions dans des exercices ;
- pour formuler les conversions (avec les unités de numération) et les institutionnaliser dans les mises en œuvre des séances en lien avec les techniques de traduction d'une écriture chiffrée en écriture en unités de numération.

Ces besoins de formation ont émergé dans le contexte des expérimentations de l'ingénierie didactique de développement de la ressource que nous avons présentée. Ils sont donc attachés aux situations proposées dans cette ressource, au contenu de la ressource, ... même si nous avons cherché à dégager des besoins plus généraux. Et nous n'avons pas cherché l'exhaustivité. Il y a certainement d'autres besoins qui concernent des aspects moins développés dans cette ressource (aspect ordinal du nombre, lien écrit/chiffrée ...).

J'envisage de poursuivre le travail de conception de ressource dans le cadre d'une collaboration plus étroite avec des enseignants pour mieux comprendre ces besoins et les moyens de les dépasser, notamment sur les questions liées à l'utilisation des unités de numération pour le travail sur le principe décimal.

Enfin, des questions importantes pour la formation n'ont pas été abordées ici : comment travailler ces besoins en formation des enseignants ? Y'a-t-il des besoins à travailler davantage en formation initiale, d'autres en formation continue ? Sur quelles ressources (extraits de manuels, productions d'élèves, vidéos, situation de formation, ...) peut-on s'appuyer en formation ? Cela constitue également des perspectives de travail pour la recherche et la formation.

BIBLIOGRAPHIE

- ARDITI, S. (2011). Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens. Thèse de Doctorat. Université Paris Diderot, Laboratoire de didactique André Revuz.
- BALL D., COHEN D. (1996). Reform by the Book : What Is - Or Might Be - The Role of Curriculum Materials in Teacher Learning and Instructional Reform ? *Educational Researcher*, 25(9), 6-14.
- BRISSAUD, R. (2005). Comprendre la numération décimale : les deux formes de verbalisme qui donnent l'illusion de cette compréhension. *Rééducation Orthophonique*, 223, 225-238.
- BROUSSEAU, G. (1995). Les mathématiques à l'école. Bulletin de l'APMEP, 400, 831-850. Disponible en ligne : <http://smf4.emath.fr/Enseignement/TribuneLibre/EnseignementPrimaire/APM95.pdf> (consulté le 27/06/2014)
- CHAMBRIS, C. (2008). Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20^e siècle. Connaissances des élèves actuels. Thèse de l'Université Paris Diderot, Laboratoire de didactique André Revuz.
- COULANGE, L. (2011). Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de CM2, In Rochex J-Y et Crinon J. (dir), *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* (pp.33-44). Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- MARGOLINAS, C., LAPARRA, M. (2011). Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In Rochex J-Y et Crinon J. (dir), *La construction des inégalités scolaires. Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* (pp.19-32). Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- MARGOLINAS, C., MERCIER, A., RENE DE COTRET, S. (2007). Les développements curriculaires dans l'enseignement obligatoire. In L. Trouche, V. Durand-Guerrier, C. Margolinas & A. Mercier (Eds.), *Quelles ressources pour l'enseignement des mathématiques?* Actes des journées mathématiques INRP (2006, pp.25-36). Lyon : INRP.
- MARGOLINAS, C., WOZNIK, F. (2010). Rôle de la documentation scolaire dans la situation du professeur : le cas de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. In G. Gueudet & L. Trouche (Eds.), *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs, le cas des mathématiques* (pp.233-249). Rennes : Presses Universitaires de Rennes et Institut National de Recherche Pédagogique.
- MOUNIER, E. (2010). *Une analyse de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes*. Thèse de doctorat. Université Paris Diderot, Laboratoire de didactique André Revuz.
- PERRIN-GLORIAN, M.J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. In C. Margolinas et al. (éds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (pp.57-78). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- TEMPIER F. (2010a). Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2, Grand N n°86, IREM de Grenoble, p.59-90.
- TEMPIER F. (2010b). L'enseignement de la numération décimale de position au CE2 : contraintes et libertés institutionnelles. Actes du 37^{ème} colloque international de la COPIRELEM, L'enseignement des mathématiques à l'école : l'évaluation dans tous ses états, La grande Motte, 9 au 11 juin 2010, ARPEME.
- TEMPIER F. (2013) La numération décimale de position à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, Paris 7. Disponible en ligne : <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00921691> (consulté le 27/06/2014)
- THANHEISER, E. (2009). Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 251-281.

ANNEXES

ANNEXE 1 : page d'accueil de la version 1 de la ressource

ENSEIGNER LA NUMÉRATION DÉCIMALE

Une ressource pour les enseignants de CE2

A⁺ A⁻

 recherche...

Accueil
Mode d'emploi
Imprimer
Faire des commentaires
Contact
Liens

LA NUMÉRATION DÉCIMALE

- Les deux aspects de la numération
- Les constats
- Le matériel, les unités, le tableau
- Liens avec d'autres notions

LES SITUATIONS

- Présentation générale
- 1. Combien de bûchettes ?
- 2. Comptes de bûchettes
- 3. Le jeu des paris
- 4. Marchand de bûchettes
- 5. Commandes de timbres
- Situations complémentaires

LA SÉQUENCE

- Objectifs généraux
- Objectifs des 5 situations clés
- Les autres tâches de numération
- Place dans la programmation

IDENTIFICATION

Bonjour admin,

DÉCONNEXION

Accueil

Une ressource pour enseigner la numération

5 situations sur la numération à mettre en œuvre avec les élèves.

Les situations

La séquence

Des aides pour construire une séquence permettant de construire les savoirs et savoir-faire essentiels.

Des points à connaître pour enseigner la numération.

La numération décimale

Accéder au [Mode d'emploi du site](#).

Une ressource pour la formation des enseignants

Ce site a pour objectif de permettre aux enseignants de mieux comprendre les enjeux de l'enseignement de la numération décimale. Nous proposerons donc **des situations** à mettre en œuvre avec les élèves mais aussi **différents outils** qui visent à **aider l'enseignant** à avoir une gestion de ces situations qui prennent en compte les procédures et difficultés des élèves ainsi que les savoirs mathématiques en jeu.

Une grande liberté pour l'enseignant

Pour permettre la dimension formative du site, le choix a été fait de donner une **marge de manœuvre importante** à l'enseignant dans la mise en œuvre des situations proposées et dans la construction de sa séquence.

Ainsi par exemple pour les situations proposées, aucune indication de temps ni d'organisation de la classe ne sont fournies. Il faudra compléter les situations proposées par des exercices d'entraînement, des traces écrites, des évaluations ... **Tout cela est entièrement à la charge de l'enseignant.**

AVIS

ANNEXE 2 : page d'accueil de la version 2 de la ressource

ENSEIGNER LA NUMÉRATION DÉCIMALE

Une ressource pour les enseignants de CE2

A⁺ A A⁻

ACCUEIL
DÉNUMBRER UNE COLLECTION
COMMANDER UNE COLLECTION
EN SAVOIR PLUS
PROLONGEMENTS

Accueil

Partant d'un constat de difficultés chez les élèves à prendre en compte un aspect essentiel de notre système de numération écrit, l'aspect décimal, ainsi que d'un manque de propositions à ce sujet dans les manuels courants ([en savoir plus](#)), nous proposons un scénario global permettant de travailler les principes de notre numération écrite (position et décimalité) ainsi que des activités pour le mettre en œuvre dans la classe.

Un scénario global

1. Dénumbrer une collection

Plusieurs cas à envisager :

Une collection « en vrac » (avec des objets matériels) : « Combien y a-t-il de [bûchettes](#) dans cette collection qui est devant nous ? »

Une collection totalement groupée (les unités de numération désignant des groupements d'objets) : « Combien y a-t-il de [cubes](#) dans une collection de 3 milliers de cubes, 5 centaines de cubes et 2 cubes seuls ? ».

Une collection partiellement groupée : « Quel est le montant en euros d'une somme de 3 milliers d'euros, 12 billets de 100 euros et 4 billets de 10 euros ? »

Dénombrements et conversions sans contexte : « 5 centaines + 4 milliers + 7 unités = ... ? » ou bien : « 2 milliers + 31 centaines + 7 unités = ... ? » ou encore : « 4 milliers = ... centaines ? ».

2. Commander une collection

Plusieurs cas à envisager :

Commandes sans contrainte : « des [bûchettes](#) sont vendues par milliers, centaines, dizaines et unités. On souhaite en commander 2615. Que peut-on commander ? »

Commandes avec contraintes :

- « le marchand n'a plus de bûchettes par milliers. On souhaite commander 3052 bûchettes. Que peut-on commander ? ».
- « le marchand a des bûchettes par milliers mais il n'en a plus par centaines. Que peut-on commander ? », etc.
- Autres contextes : « Combien faut-il de billets de 100 euros pour payer une somme de 2079 euros ? », etc.

Sans contexte : Trouver différentes décompositions de 3421 en utilisant les unités de numération (milliers, centaines, ...).

Les savoirs de la numération

Principe de position : Les milliers s'écrivent au 4^{ème} rang à partir de la droite, les centaines au 3^{ème} rang, etc.

Principe décimal : 1 dizaine = 10 unités, 1 centaine = 10 dizaines = 100 unités, 1 millier = 10 centaines = 100 dizaines = 1000 unités

Des propositions pour la classe

Situation d'introduction ("combien de bûchettes ?") et synthèse associée Commentaires	Situation d'introduction ("le jeu du marchand") et synthèse associée Commentaires
Exercices et problèmes Commentaires	Exercices et problèmes Commentaires
Bilan de savoirs Commentaires	Bilan de savoirs Commentaires