

COLLABORATION ENTRE PROFESSEURS D'ECOLE ET CHERCHEURS : UN EXEMPLE DE DIALOGUE DANS LE CADRE D'UNE INGENIERIE DIDACTIQUE COOPERATIVE EN MATHEMATIQUES

Mireille MORELLATO

PEMF, école St-Charles 1 (Marseille)

CREAD (Rennes)

mireille@syrah.fr

Résumé Dans cette communication, issue d'un travail de thèse en cours sous la direction de Gérard Sensevy et Serge Quilio, nous présentons l'étude de certaines modalités d'un travail coopératif entre professeurs d'école et chercheurs dont la finalité est la construction et la mise en œuvre d'une ingénierie pour l'enseignement et l'apprentissage des nombres à l'entrée de l'école élémentaire obligatoire (CP). Cette expérimentation s'inscrit dans le cadre d'une recherche nationale intitulée « Arithmétique et Compréhension à l'Ecole élémentaire » (ACE). La spécificité des développements produits repose sur une ingénierie didactique coopérative dans laquelle le travail collaboratif amène professeurs et chercheurs à dialoguer afin de proposer une construction de l'ingénierie plus pertinente aussi bien au plan ingénierie (transformer le dispositif) qu'au plan fondamental (comprendre la pratique).

I - INTRODUCTION

Nous proposons de présenter l'étude de certaines modalités de travail mises en œuvre récemment dans une ingénierie didactique de type coopératif (Sensevy, Forest, Quilio, & Morales, 2013) portant sur la construction du numérique au Cours préparatoire (CP). Cette expérimentation, implémentée de septembre 2011 à juin 2014 (soit 3 années scolaires), s'inscrit dans le cadre d'une recherche nationale intitulée « Arithmétique et Compréhension à l'Ecole élémentaire » (ACE). Dans ce contexte, le travail du collectif professeurs/chercheurs porte sur la mise en œuvre en classe de situations didactiques dans la lignée des travaux de Guy Brousseau (Brousseau, 2004). Les éléments de l'étude montrent qu'une telle mise en œuvre nécessite de nouvelles pratiques d'enseignement car elle implique une direction de l'étude des élèves par les enjeux de la situation, imposant aux professeurs une vigilance accrue aux enjeux mathématiques. Nous présentons dans ce texte un moment de travail coopératif entre professeurs et chercheurs sur l'enrichissement d'une ressource concernant les représentations de la situation didactique et l'analysons dans le cadre de la *Théorie de l'action conjointe* (Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2005), (Sensevy & Mercier, 2007), (Sensevy, 2011).

II - CADRES THEORIQUES ET METHODOLOGIQUES

1 Une ingénierie didactique de type coopératif

Une ingénierie didactique est un dispositif créé par et pour la recherche (cf les travaux de Michèle Artigue, Yves Chevallard, Marie-Jeanne Perrin-Glorian, Aline Robert publiés dans les actes de la 15^e école d'été organisée par l'ARDM, (Margolinas et al., 2009)). Nous nous inscrivons dans le cadre d'une ingénierie didactique de type coopératif telle que décrite par Gérard Sensevy, Dominique Forest, Serge Quilio et Grace Moralès (2013). Les modalités qui organisent le travail entre les membres du collectif suivent un processus itératif. La première année, des séances d'enseignement-apprentissage sont mises en œuvre dans des classes d'étude à partir d'un document princeps décrivant succinctement la situation

didactique. Une analyse des mises en œuvre est produite collectivement. Elles permettent l'élaboration d'un document présentant une progression de séquences d'enseignement. La deuxième année, les mises en œuvre s'effectuent dans des classes expérimentales et les classes d'étude à partir de ce document. A nouveau, des analyses collectives des mises en œuvre sont menées et le document réécrit partiellement ou complété. Le processus est reproduit la troisième année avec des classes supplémentaires. Chacun, en fonction de ses compétences, propose des stratégies, des gestes, des outils pour l'enseignement car chacun est « connaisseur de la chose » selon son point de vue et peut dire ce qui est envisageable, ce qui est nécessaire, indispensable... Collectivement des choix sont faits et les décisions qui en découlent assumées. De telles ingénieries de type coopératif permettent ainsi le partage des fins éducatives et des moyens entre professeurs et chercheurs, favorisent la co-conception et l'acquisition de connaissances mathématiques, didactiques, épistémologiques.

2 La situation fondatrice de l'ingénierie didactique et ses représentations

2.1 Description rapide de la situation didactique du « Jeu des annonces »

La situation didactique du *Jeu des annonces*¹ repose sur un jeu dans lequel les élèves doivent « annoncer » avec les doigts de leurs mains le score qui va s'afficher sur le(s) dé(s) avant le lancer de ce(s) dé(s). Le nombre obtenu par les annonces est ensuite comparé avec le score du/des dé(s) afin de déclarer une égalité ou une inégalité entre les valeurs obtenues.



Joueurs

Arbitre

(Photo 1 - Capture d'écran d'une vidéo tournée lors d'une séance du *Jeu des annonces*)

Sur la photographie 1, nous observons une partie : nous pouvons voir que chacun des trois joueurs a réalisé une annonce avec ses deux mains. Par exemple, le joueur du centre a annoncé « 6 » sous la forme « 3 et 3 » (notée par la suite « D3G3 » pour 3 doigts sur la main droite et 3 doigts sur la main gauche). Chacune de ces annonces est comparée avec le score d'un dé à six faces, lancé par l'arbitre après que les annonces ont été produites et immobilisées sur la table.

Le joueur du centre ainsi que celui de droite ont déjà gagné un pion (placé devant eux) lors de parties précédentes car leur annonce était égale au lancer du dé. C'est l'arbitre qui valide les annonces et distribue les pions.

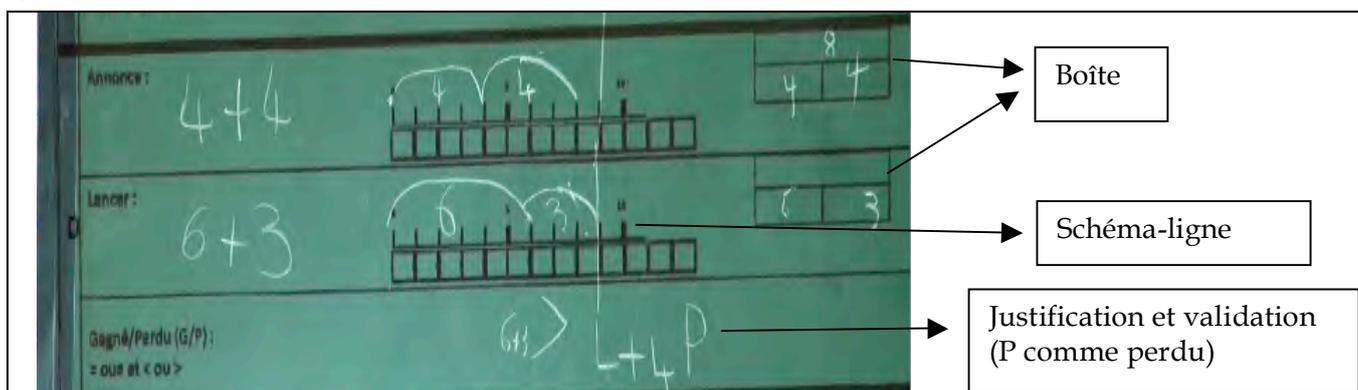
Lors de la partie, les élèves désignent la grandeur « quantité de points » à l'aide des doigts comme c'est l'usage dans l'environnement culturel et social. Cette pratique de désignation de quantité avec les doigts est faite au moyen d'une seule main, puis de l'autre si nécessaire. Ici la règle contraint à utiliser les deux mains. Le nombre à désigner se retrouve alors sous la forme d'une combinaison additive. Cette nouvelle pratique, mise en œuvre lors de nombreuses parties, permettra d'explorer les multiples modalités d'écriture des nombres à désigner puis à les comparer. La situation didactique construit ainsi l'étude pour l'apprentissage d'une pratique de mesure (la quantité associée à la grandeur nombre d'objets) qui utilise la propriété des ensembles à pouvoir se partitionner en sous-ensembles qui ne nécessitent pas de comptage. En effet, au début de l'année scolaire du CP, les quantités appréhendables sont inférieures à 6 et convoquent une forme spontanée de dispositions naturelles (configurations des points du dé, des doigts de la main). Cette étude prend pour les élèves une dimension expérientielle car ils doivent se

¹ La situation didactique a été initialement proposée, dans le cadre de la recherche ACE sous la forme d'un document de travail, par A. Mercier et S. Quilio (ENS-IFé).

construire une expérience pour cette pratique de mesure à partir de leurs connaissances. Les professeurs ont à diriger cette étude.

2.2 Représentations de la situation

Selon Raymond Duval, les notions, concepts, idées en mathématiques ne sont pas accessibles perceptivement et pour les étudier ou pour raisonner avec, il faut passer par des représentations sémiotiques rudimentaires ou complexes qui peuvent relever d'un registre oral, écrit, graphique, gestuel ou matériel (Duval, 2006). Voici un exemple des représentations utilisées dans la situation didactique du *Jeu des annonces* :



(Photo 2 - Capture d'écran d'une vidéo tournée lors d'une séance du *Jeu des annonces*)

Sur la photo 2 ci-dessus, une partie est ainsi représentée :

- en haut, l'élève a annoncé D4G4 (4 doigts sur sa main gauche et 4 doigts sur sa main droite) qu'il représente sous trois formes : (i) une écriture additive « $4+4$ », (ii) un schéma-ligne (un pont de 4 et un autre pont de 4) et (iii) une boîte (représentation « semi-algébrique » des parties et du tout) où il écrit le total car il connaît le résultat (« 4 et 4 font 8 ») ;
- en-dessous, il représente les lancers de deux dés (6 et 3) sous les formes d'écriture additive, de schéma-ligne et boîte. Remarquons que l'élève semble ne pas connaître le résultat de $6+3$; il ne l'écrit pas dans la boîte.

L'élève peut cependant comparer annonce et lancer et écrire $6+3 > 4+4$ puis « P » (la partie est perdue (P) car l'annonce n'est pas équivalente au lancer du dé) car il peut constater cette non-équivalence (et même la préciser : le lancer est supérieur à l'annonce) grâce au schéma-ligne, en utilisant l'analogie avec les longueurs.

Il s'agit de reconnaître une même situation mathématique dans des représentations dont les contenus sont apparemment différents ou de jouer sur des registres différents dans les procédures de résolution. Dans une situation didactique, toute représentation permet d'en éprouver l'économie. Elle se réfère à la situation mathématique et la dénote (Matheron & Mercier, 2004). Autrement dit, un dialogue est possible entre les différentes représentations. Guy Brousseau dirait que « l'intérêt des représentations réside dans ce qui peut être fait dans un univers et qui ne peut pas être fait dans l'autre » (Brousseau, 2004, p. 254) : je peux comparer $4+4$ et $6+3$ grâce au schéma-ligne même si je ne connais pas la somme de $6+3$.

Nous pourrions remarquer que dans cet exemple, nous nous situons à la charnière entre un travail dans la numérosité et un travail sur le nombre et avec les nombres. En effet, au début de la mise en place de la situation didactique, les élèves ont à désigner une quantité avec des nombres : ils agissent dans la numérosité en distinguant une quantité et en la dénotant. Quand les élèves ont à comparer deux écritures additives, ils opèrent sur les représentations de ces quantités.

3 Question étudiée

Après avoir lu et travaillé le document présentant la progression des séquences d'enseignement, document élaboré conjointement par les chercheurs et les professeurs des classes d'étude la première année d'implémentation du dispositif (2011-12), et après avoir mis en œuvre dans leur classe la situation didactique proposée, les professeurs des classes expérimentales (2012-13) ont une relecture du document (c'est-à-dire de la situation didactique). Cette relecture véhicule à la fois l'expérience de la mise en œuvre qu'ils ont réalisée et les questions qu'ils se posent, notamment sur la direction de l'étude des élèves dont ils ont la charge. En effet, nous avons décrit la situation didactique comme une étude expérientielle de la situation mathématique par les élèves, étude que les professeurs doivent diriger. Les réunions entre les professeurs et les chercheurs sont des moments où ils partagent ces réflexions.

Comment professeurs et chercheurs vont-ils partager leurs points de vue, leurs expériences et leurs questionnements ? Nous considérons qu'il s'agit d'une question didactique que nous aborderons ici au travers des échanges dans le collectif à propos des usages des représentations dans la situation didactique.

4 Méthodologie

Notre travail d'analyse s'effectue dans le cadre de la *Théorie de l'action conjointe* (Schubauer-Leoni & Leutenegger, 2005), (Sensevy & Mercier, 2007), (Sensevy, 2011). Nous nous intéressons aux transactions entre chercheurs et professeurs autour des enjeux (qui sont objets de savoir dans cette recherche ACE). Le travail d'analyse empirique repose sur les enregistrements vidéo des réunions du collectif ; ils constituent des traces de la réalisation effective et des questionnements à l'œuvre.

Le contenu des enregistrements des réunions a permis de produire un corpus de transcriptions. Nous avons procédé à une reconstruction du vécu par un découpage du corpus en épisodes. Nous avons opté pour une approche s'intéressant aux épisodes didactiques biographiques du collectif (Mercier, 1999) qui ont la particularité d'être significatifs par rapport aux enjeux de savoir tout en adoptant le point de vue des actants. Nous avons ainsi conduit une réduction des données (Sensevy, 2011) : il s'agit de comprendre les enjeux des interactions langagières à travers la production d'une vision synoptique des épisodes. La vision synoptique, concept de Ludwig Wittgenstein, est une vision d'ensemble qui consiste en « un arrangement possible des faits en vue de les penser », p.585 (Glock, 2003). Nous tentons d'analyser le mécanisme d'équilibration qui se joue au cours de ces épisodes entre le contrat et le milieu (Sensevy, 2011) c'est-à-dire entre un arrière-plan partagé (le contrat) dont le collectif dispose et un problème d'ingénierie (ou milieu-problème) qu'il aborde avec cet arrière-plan. Ce problème permet alors de faire évoluer l'arrière-plan partagé c'est-à-dire le système de connaissances du groupe.

III - ANALYSE DES TRANSACTIONS

Pour cette communication le choix s'est porté sur les transactions au sujet des usages des représentations (et non l'utilisation technique, sujet également et largement abordé dans le collectif) dans la situation didactique.

1 Des échanges autour des usages des représentations

Les épisodes ont été extraits de la seconde réunion de l'année (24 octobre 2012) entre chercheurs et professeurs ; c'est la première fois que le sujet est abordé. Il est à noter que le document de la progression de l'ingénierie ne mentionne pas quels sont les usages de ces représentations dans la version disponible à ce moment-là ; elles sont seulement présentées et le document engage à les utiliser « dans un langage écrit commun pour comparer leur annonce avec le lancer » sans plus d'autres précisions (cf. annexe 1).

Chaque épisode sera présenté de manière à rechercher le plus possible le sens de l'action pour qui serait un familier de cette action c'est-à-dire en respectant le sens que ces épisodes pourraient prendre pour les actants. La transcription des échanges est placée en annexe 2. Nous proposerons ensuite la synthèse de cette série épisodique.

1.1 Vue synoptique des épisodes

Dans le premier épisode, le chercheur présente de manière générale l'usage des représentations dans la situation didactique : mettre en évidence la composition de l'annonce en deux ou trois termes afin de permettre un raisonnement sur la situation mathématique (« les boîtes de Fischer / le schéma / la représentation avec des segments / c'est pour raisonner » Tour de Parole 150). Il anticipe sur le fait que le schéma-ligne, la boîte et les configurations de doigts et dé(s) forment un système de relations qui se réfèrent à la situation du jeu : « les manipulations qu'il va y avoir vont pouvoir être référées à ce système / à cette référence commune que sont les annonces et les usages qu'on a pu faire relativement aux annonces » (TdP 154).

Dans le deuxième épisode, un professeur (le professeur A) s'interroge sur l'usage des représentations mises en œuvre (« j'ai cherché à voir l'utilité » TdP 171). Il partage son expérience sur le rôle des représentations : pour le professeur A, la boîte sert à anticiper le nombre à atteindre (« je peux me rendre compte avant qu'on lance le dé si j'ai dépassé 6 ou pas » TdP 171) et le schéma-ligne à vérifier cette somme : si je place 2 puis 3 alors la composition doit correspondre au repère 5 (TdP 173). Il évoque également son interrogation sur le rôle et les limites du schéma-ligne dans la vérification : selon le professeur A, dans le cas d'élèves sachant compter, la vérification n'est pas nécessaire car les élèves sont sûrs du résultat de l'annonce (ils ont vérifié en comptant sur leurs doigts), dans le cas d'élèves ne sachant pas effectuer une somme, le schéma-ligne qui ne fait pas encore sens pour eux ne permet pas la validation du gain.

Dans le troisième épisode, un professeur (le professeur C) exemplifie l'usage des représentations. Il rebondit ainsi sur les propos tenus par le chercheur (TdP 150) au sujet de la fonction de raisonnement sur la situation mathématique en relatant sa propre mise en œuvre : « on travaille en fait sur les différences de ponts là-dessus / mais jamais pour vérifier » (TdP 180). En « visualisant » sur le schéma-ligne les ponts représentant les deux (ou trois) mains de l'annonce et le lancer du dé, les élèves peuvent tirer des informations de la situation (par exemple en cherchant de combien l'annonce est supérieure ou inférieure au lancer). Le professeur propose aussi des fictions de parties : combien aurait dû faire le dé pour qu'annonce et lancer soient égaux.

Dans le quatrième épisode, un professeur (le professeur B) discute le rôle du schéma-ligne comme outil de vérification. Pour ce professeur, le schéma-ligne est utile surtout pour la vérification du résultat de l'annonce dans un jeu à trois mains car les élèves ne peuvent plus utiliser leurs deux mains pour compter la somme (« ils vont utiliser leurs deux mains et vérifier l'annonce en direct / mais à trois mains ils ne peuvent plus le faire / et là le schéma ligné va servir de vérification » TdP 188). Le schéma-ligne permet alors d'agir là où l'on ne peut plus le faire matériellement. Mais pour les professeurs D et E, le schéma-ligne n'est pas assez fiable dans cette fonction de vérification car les élèves peuvent faire des erreurs en l'utilisant.

Dans un cinquième épisode, les professeurs D et F considèrent les représentations schéma-ligne, boîte et écriture comme répétitives (« c'est trois façons de faire la même chose » TdP 197)

Dans un sixième épisode, le chercheur montre que les représentations se réfèrent à la situation didactique du *Jeu des annonces* au départ mais qu'elles sont le modèle additif de nombreuses autres situations. A partir de l'évocation par le professeur G d'une autre situation qu'il utilise en calcul mental (il propose une référence à une quantité de billes provenant de deux poches de pantalon), le chercheur précise que les représentations du modèle additif que sont boîte, schéma-ligne et écriture additive sont bâties en référence à une situation mais transférables à d'autres. Il montre que l'usage des représentations pour anticiper sur une situation possible doit être sous le contrôle de la situation ; contrôle à construire par les élèves : « l'usage de cette représentation pour anticiper fictivement ce qui pourrait apparaître concrètement c'est un grand pas pour les élèves / c'est pas spontané / ça se construit / il faut apprendre à la contrôler » (TdP 403). Le contrôle consiste alors à mettre en lien

situation empirique et représentations qui sont des modèles de la situation : « il [le contrôle] doit référer aux usages que vous avez construits précédemment / ou qui pourront apparaître avec les billes / avec les fleurs / avec les élèves de la cour / y a des tas de situations où on pourrait utiliser convoquer / utilisez-le dans vos usages courants / combien on est aujourd'hui □ / et bien on est 4 filles plus 12 garçons » (TdP 403).

Dans un septième épisode, un professeur (le professeur H) rapporte au collectif une observation qu'il a faite dans sa classe. Il a observé chez des élèves un raisonnement par anticipation sur la situation didactique à trois mains : quelle troisième annonce pourrait-on proposer connaissant les deux premières ? (« ils ont réfléchi collectivement à ce que le troisième pouvait annoncer pour ne pas dépasser 6 » TdP 442). Le chercheur rappelle alors l'apport des représentations dans cette action d'anticipation qui permet de raisonner sur la situation et encourage à leur utilisation (« voilà une opportunité / n'hésitez pas à utiliser les représentations à ce moment-là / c'est là que ça va jouer fort » TdP 445).

Dans le huitième et dernier épisode de la série, professeurs et chercheur débattent sur les différentes fonctions de la boîte. Ils ne la considèrent pas de la même façon : pour le professeur C la boîte joue le rôle de répertoire additif (TdP 901) et n'autorise pas les manipulations telles que les décompositions et compositions (« ça enlève le côté malin du truc quoi moi j'ai des gamins qui cassent un nombre pour le mettre avec l'autre parce que c'est plus utile et avec la boîte tout est emboîté quoi » TdP 903), pour le professeur I elle permet de représenter la composition de l'annonce sans utiliser les signes opératoires « + » et « = » (« c'est une autre manière d'envisager l'addition » TdP 902), pour le chercheur elle aura un intérêt dans la désignation de la différence (« je vois des intérêts par rapport à la main manquante » TdP 904). Le chercheur rappelle alors que la représentation symbolique sous forme de nombres et de signes opératoires est la seule qui permet les calculs.

1.2 Synthèse

Cette série épisodique nous renseigne sur l'évolution des conceptions du groupe sur les représentations lors de la première année d'implémentation de l'ingénierie (2012-2013). La manière de considérer le schéma-ligne va s'enrichir au cours des transactions : d'outil de vérification le schéma-ligne est peu à peu construit comme un objet sur lequel raisonner pour anticiper ou imaginer une partie de jeu, et qui peut être un modèle pour d'autres situations additives. La fonction de vérification du schéma-ligne dont l'utilité est interrogée dès le départ par un professeur est remise en question par le groupe : en effet, des erreurs dans son utilisation technique le rendent non fiable, les élèves connaissent de manière plus sûre le résultat de leur annonce en utilisant leurs deux mains (ou le répertoire additif). Le schéma-ligne permet cependant selon un professeur de soutenir la vérification dans une situation de jeu à trois mains en l'absence de techniques de composition encore pas ou peu installées à ce stade de l'apprentissage. En orientant les transactions, dès le début des échanges, sur la diversité des fonctions des représentations (« c'est pour raisonner [...] les usages qu'on a pu faire relativement aux annonces » - Ch, TdP 146), le chercheur suscite la narration d'expériences de mises en œuvre autour des représentations dans les classes qui ne seraient pas de l'ordre de son usage technique (par exemple : « combien il y a de plus combien aurait dû faire le dé pour qu'il y en pour que ça soit égal et on travaille en fait sur les différences de ponts là-dessus » - prof C, TdP 180). Les différentes représentations (schéma-ligne, boîte mais aussi écritures) sont à la fois vues comme redondantes par certains professeurs et comme particulières dans le sens où ces représentations autorisent ou pas, et certaines plus que d'autres suivant les cas, l'expression d'une réponse au service d'une question posée dans et par la situation (par exemple mettre en évidence la composition d'une annonce ou le nombre à atteindre pour gagner au jeu ou la différence entre annonce et lancer). Le chercheur relève aussi que les représentations sont construites en un système qui se réfère à la situation du *Jeu des annonces*, situation qui les contrôle en retour, et, de par le modèle additif qu'elles figurent, sont transposables à d'autres situations.

2 Un mécanisme d'équilibration didactique à l'œuvre

L'arrière-plan concernant les représentations que les membres du collectif partageaient au départ était concrétisé par le document de la progression de l'ingénierie. Ce document (cf. annexe 1) indique les

différentes représentations et l'importance de les mettre en lien. Mais ce sont les mises en œuvre dans les classes expérimentales et les questionnements (utilité du schéma-ligne, schéma-ligne comme outil de vérification), les points de vue (sur le rôle de la boîte), les observations (d'actions d'élèves) et les constats (limites du schéma-ligne) qui ont permis qu'une discussion émerge, vive et soit appréhendée par tous. Autrement dit, les mises en œuvre et ce qui en découle ont fait milieu. Les transactions ont été rendues possibles et fructueuses car le chercheur a indiqué la direction du travail collectif (les représentations servent à raisonner) et a fourni des apports didactiques et épistémiques (fonctionnement des représentations en système, importance de la référence à la situation du jeu, modèle additif). Les transactions ont été aussi rendues possibles et fructueuses par les apports des professeurs qui ont donné à voir leur pratique (professeurs A, C et G), ont donné à voir leur compréhension (professeurs D et F), ont partagé des observations (professeurs B, D, E et H). Le chercheur a exprimé une hypothèse de travail (le jeu entre représentations) et les professeurs, en appui sur le milieu (en constitution) de leur pratique, lui donnent vraiment sa chair à la fois empirique et conceptuelle. De tels échanges ont permis que le système de connaissances du groupe sur ce point de l'ingénierie devienne plus riche et par là commence à se transformer.

IV - CONCLUSION

Les transactions ont permis aux membres du collectif de progresser dans leur connaissance de l'ingénierie et de sa mise en œuvre. Nous avons vu que le travail du collectif met au jour et met à jour ce qu'il faudrait montrer et faire et qui se trouve dans la pratique effective et non seulement dans le texte du savoir. En effet, dans une ingénierie de type coopératif, les ressources sont constituées dans et par le dispositif même, c'est-à-dire grâce au travail coopératif : les ressources ne sont pas uniquement constituées par le texte de la progression des séquences d'enseignement (même s'il est co-construit et réécrit ou complété) mais aussi par le style de pensée (Fleck, 2008) qui se constitue au fil de l'expérience et par l'expérience partagée entre les membres du groupe.

V - BIBLIOGRAPHIE

- BROUSSEAU G. (2004) *Théorie des situations didactiques* (2e éd.). Grenoble: La pensée sauvage.
- DUVAL R. (2006) Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques? *Relime*, numéro spécial, 45-81.
- FLECK L. (2008) *Genèse et développement d'un fait scientifique* (3e éd.). Paris: Flammarion.
- GLOCK H.-J. (2003). *Dictionnaire Wittgenstein*. Paris: Gallimard.
- MARGOLINAS C., ABBOUD-BLANCHARD M. & BUENO-RAVEL L. (2009) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.
- MATHERON Y. & MERCIER A. (2004) Les usages didactiques des outils sémiotiques du travail mathématique : étude de quelques effets mémoriels. *Revue des sciences de l'éducation*, **30(2)**, 355-377.
- MERCIER A. (1999) *Sur l'espace-temps didactique. Etudes du didactique, en Sciences de l'Éducation*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches. Université de Provence, France.
- SCHUBAUER-LEONI M.-L. & LEUTENEGGER, F. (2005) Une relecture des phénomènes transpositifs à la lumière de la didactique comparée. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, **27(3)**, 407-429.

SENSEVY G. (2011) *Le sens du savoir: éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles: De Boeck.

SENSEVY G., FOREST D., QUILIO S. & MORALES G. (2013) Cooperative Engineering as a Specific Design-Based Research in Joint Action Theory in Didactics. *ZDM*, 45(7), 1031-1043.

SENSEVY G. & MERCIER A. (2007) *Agir ensemble. L'action didactique conjointe*. Rennes: Presses universitaires de Rennes.

VI - ANNEXE 1

Extrait du document support de l'ingénierie - version du 24 septembre 2012 - p 8

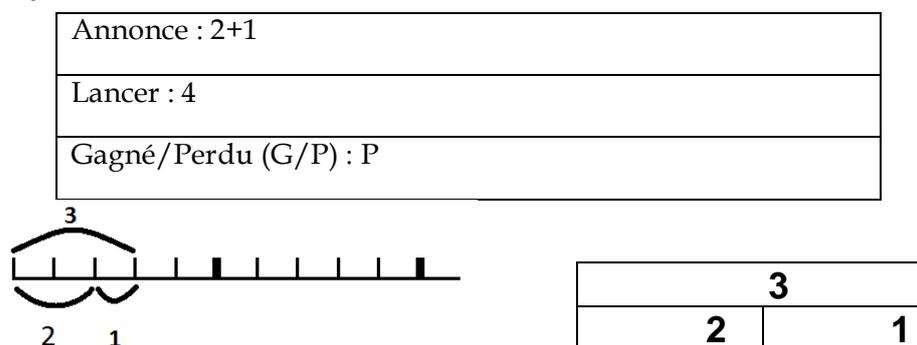
Présentation des représentations à utiliser dans la situation didactique

Le professeur lors de cette mise en commun notamment au cours de la première séance introduit les deux systèmes de représentation, le segment et la boîte, systèmes qui sont réinvestis lors des parties fictives (séances 3 et 4 de ce module et dans les modules suivants).

L'objectif est que les élèves puissent passer d'un système de représentation à un autre. Par exemple, à partir d'un segment représenter la boîte puis écrire l'addition correspondante.

L'introduction rapide des représentations segments et boîtes permet d'entraîner tous les élèves dans un langage écrit commun pour comparer leur annonce avec le lancer.

Par exemple, le professeur propose au tableau à partir d'une annonce choisie, de la représenter de plusieurs façons.



VII - ANNEXE 2

Transcription des épisodes concernant l'enjeu « représenter les quantités » - Usages des représentations

Episodes biographiques - Extraits transcription ou résumés - Réunion du 24 octobre 2012

Episode 1 (31 min 26 - 34 min 21)

Chercheur : entre nous on va adopter un vocabulaire entre nous on appelle ça les boîtes de Fischer le schéma la représentation avec des segments je ne souhaite pas qu'on appelle ça règle [...] c'est pour raisonner pour raisonner [...] c'est une représentation qui est liée et qui va être >j'avance un petit peu par rapport à ça< dont les usages vont être réglés par les usages soit avec les doigts soit avec les boîtes et la boîte va être réglée soit avec le schéma ligné soit avec les annonces et donc les

manipulations qu'il va y avoir vont pouvoir être référées à ce système à cette référence commune que sont les annonces et les usages qu'on a pu faire relativement aux annonces (TdP 146-154)

Episode 2 (épisode 36 min 19 – 37 min 53)

Prof A : le premier problème pour moi et je pense c'est aussi celui de nos élèves c'est pourquoi je remplis ça ça ne sert à rien pour jouer et du coup après au retour j'ai cherché à voir l'utilité alors la boîte c'est venu assez rapidement la boîte je mets les résultats de mon calcul et je peux me rendre compte avant qu'on lance le dé si j'ai dépassé 6 ou pas euh:: la boîte après c'est venu très naturellement pour la droite vérifier la somme de:: voilà son annonce et quel était le nombre et la droite graduée alors je sais pas si c'est bien ou pas mais ça a une utilité j'ai vu c'est une vérification du calcul effectué

Prof B : moi j'ai vu comme toi

Prof A : ils font leur calcul pour moi $3+2$ ça fait 5 d'accord je mets le 5 et sur ma droite je vais vérifier alors je mets 3 points après je mets 2 points et je vérifie que ça fait bien 5 et que je me suis pas trompé

Prof B : c'est ça oui

Prof A : alors après évidemment c'est qu'ils comptent mais d'un autre côté ils le faisaient aussi ils vérifiaient avec leurs doigts des fois ils sont sûrs ils avaient pas besoin de le faire mais du coup ceux-là je leur impose quand même de remplir quand même la droite et ça ça me gêne et euh:: par contre ceux qui arrivaient pas à faire la somme il fallait bien $3+2$ combien ça fait ils me regardent avec des yeux comme ça comment je fais et tu te rappelles pas non je me rappelle pas et alors comment je fais pour euh pour savoir si j'ai gagné ou pas (TdP 171-175)

Episode 3 (épisode 37 min 53 – 40 min 47)

Prof C : le sens du schéma ligné moi je l'ai introduit comme une comparaison entre une annonce et un lancer voilà mon annonce on compte pas forcément combien de ponts il y a ou combien mais on voit tout de suite si c'est différent ou si c'est égal et après on a beaucoup enfin moi j'insiste toujours sur combien il y a de plus combien aurait dû faire le dé pour qu'il y en pour que ça soit égal et on travaille en fait sur les différences de ponts là-dessus mais jamais pour vérifier (TdP 180)

Episode 4 (épisode 42 min 20 – 43 min 35)

Prof B : moi j'ai fait plutôt comme la collègue [Prof A] le schéma ligné et c'est encore plus flagrant sur le module 4 ouais sur le module 4 il sert de vérification parce que les élèves dans le module 2 ils n'en ont pas besoin dans le sens où ils vont utiliser leurs deux mains et vérifier l'annonce en direct mais à trois mains ils ne peuvent plus le faire et là le schéma ligné va servir de vérification c'est-à-dire qu'ils vont remplir la boîte ils vont écrire le résultat dans le haut de la boîte et le schéma ligné va leur permettre de vérifier ce résultat de la boîte en fait [...]

Prof D : parce que parfois ils font des erreurs sur le schéma ligné qu'ils font pas dans la boîte

Prof E : ça j'ai vu moi aussi (TdP 188-195)

Episode 5 (épisode 43 min 36 - 43 min 55)

Prof D : ils s'en servent pour représenter enfin c'est vraiment on refait trois fois le même truc je fais une annonce j'écris je fais une addition je fais la boîte je fais la ligne

Prof F : c'est trois façons de faire la même chose (TdP 196-197)

Episode 6 (épisodes 1h 12min 46 - 1h 19min 06 et 1h 25min 03 - 1h 29min 13)

A partir d'un constat par les professeurs de difficultés des élèves de transférer la situation du *Jeu des annonces* pour donner la somme de deux termes (sur la feuille de calcul prévue dans le domaine calcul mental), un professeur (G) propose une référence à une quantité de billes provenant de deux poches de pantalon. Le chercheur rappelle le système de référence construit avec le *Jeu des annonces* et demande de considérer l'écriture additive *comme modèle pour d'autres situations*.

Chercheur : l'usage de cette représentation *pour anticiper fictivement ce qui pourrait apparaître concrètement* c'est un grand pas pour les élèves c'est pas spontané ça se construit *il faut apprendre à la contrôler* voyez le contrôle sur ces représentations il est pas spontané donc *il doit référer aux usages que vous avez construits précédemment* ou qui pourront apparaître avec les billes avec les fleurs avec les élèves de la cour *il y a des tas de situations où on pourrait utiliser convoquer utilisez-le dans vos usages courants* combien on est aujourd'hui et bien on est 4 filles plus 12 garçons (TdP 403)

Episode 7 (épisode 1h 29min 13 - 1h 32min 12)

Prof H : j'en ai un qui a fait une annonce à un moment donné donc le premier a annoncé quelque chose le deuxième annonce autre chose et j'ai vu le troisième réfléchir alors *ils ont réfléchi collectivement à ce que le troisième pouvait annoncer pour ne pas dépasser 6*

Chercheur : c'est bon ça

Prof H : c'est génial

Chercheur : alors est-ce que tu as utilisé alors *voilà une opportunité n'hésitez pas s'il vous plaît à utiliser les représentations* à ce moment-là c'est là que ça va jouer fort (TdP 442-445)

Episode 8 (épisode 2h 43min 10 - 2h 44min 27)

Prof C : elle [la boîte] me gêne pour un truc alors je suis persuadée que les gamins quand ils ont 3 et 2 si on met le 5 en haut la seule utilité que j'y vois *c'est d'avoir un répertoire additif* >c'est pas inintéressant hein< effectivement mais ils vont chercher ils vont toujours compter quoi avec cette boîte

Prof I : pas spécialement non c'est une autre manière d'envisager l'addition

Prof C : *ça enlève le côté malin du truc* quoi moi j'ai des gamins qui cassent un nombre pour le mettre avec l'autre parce que c'est plus utile et avec la boîte tout est emboîté quoi

Chercheur : *je vois des intérêts par rapport à la main manquante [...]* il faut faire attention ce ne sera pas une représentation qui permet de calculer faut être très vigilant par rapport à ça *la*

représentation qui permet de calculer c'est le nombre et les signes opératoires (TdP 901-907)