LE LEA SAINT CHARLES PRESENTATION D'UNE INGENIERIE SUR LA SOUSTRACTION

Céline GIORDANO
PEMF école St Charles 1, l'ESPE Marseille
EA ADEF 4671 Aix-Marseille Université
giordano.celine@neuf.fr

Karine MILLON-FAURE
Chargée d'étude à l'IFE
EA ADEF 4671 Aix-Marseille Université
karine.MILLON-FAURE@univ-amu.fr

Résumé
Dans cette communication à deux voix, nous nous intéressons à l'usage qui peut être fait des ingénieries didactiques non seulement dans le cadre de la recherche mais également pour la formation des enseignants. Après nous être interrogés sur la finalité de certaines ingénieries didactiques, nous présentons les Lieux d'Éducation Associés (LéA) encadrés par l'Institut Français de l'Éducation (IFE) et nous cherchons à montrer l'intérêt que ce dispositif peut présenter à la fois pour les chercheurs et pour les enseignants. Pour illustrer ce point de vue, nous nous focalisons sur un exemple particulier, le LéA Saint Charles, dans lequel nous travaillons toutes deux depuis plusieurs années, et nous détaillons une des réalisations que cette collaboration entre enseignants et chercheurs a permise : une ingénierie didactique sur l'enseignement de la soustraction au CE1. Nous étudions alors l'activité mathématique que cette forme d'enseignement a impulsée dans la classe ainsi que le point de vue de l'enseignante en charge de la classe, afin de mieux comprendre quels ont pu être les changements provoqués par la mise en place de ce dispositif, notamment du point de vue des possibilités d'apprentissage des élèves. Ceci nous amène à nous interroger sur l'intérêt que ce LéA peut représenter non seulement pour les didacticiens, mais également pour les enseignants qu'ils soient ou non associés à cette collaboration.

I - INTRODUCTION

En lien avec la problématique du colloque qui s'intéressait aux ressources susceptibles d'enrichir les pratiques des enseignants et les apprentissages des élèves, nous questionnons dans cette communication, le rôle que pourraient jouer sur ce point les didacticiens. C'est pourquoi nous interrogeons dans une première partie les finalités de certaines ingénieries didactiques emblématiques et nous étudions les obstacles qui peuvent freiner la diffusion de ces ressources auprès des enseignants. Nous présentons ensuite un dispositif soutenu par l'Institut Français de l'Education et qui repose sur la collaboration entre enseignants et chercheurs : le LéA St Charles. L'objectif de ce LéA est de réfléchir à l'amélioration de l'enseignement de la numération et du calcul à l'école primaire en concevant des scénarios de séances susceptibles d'accroître les possibilités d'apprentissage des élèves. Nous illustrerons notre discussion en détaillant une de ces réalisations : une ingénierie de la soustraction au CE1. Après en avoir expliqué les différentes étapes, nous montrons, en nous appuyant sur des travaux d'élèves, en quoi l'usage de cette ingénierie peut enrichir les pratiques enseignantes et améliorer les apprentissages. Ceci nous amènera enfin, à statuer sur l'intérêt que peut représenter le LéA St Charles, d'une part pour les recherches en didactique, mais également pour la production de ressources susceptibles d'être diffusées auprès des enseignants ordinaires.

II - IMPACT DES INGENIERIES DIDACTIQUES SUR L'ENSEIGNEMENT ORDINAIRE

1 Les finalités des ingénieries didactiques

Artigue (1990) définissait les ingénieries didactiques comme étant « un schéma expérimental basé sur des réalisations didactiques en classe, c'est-à-dire sur la conception, la réalisation et l'analyse de séquences d'enseignement.» (Artigue, 1990, pp. 285-286). Brousseau (2008) précise que « l'ingénierie didactique consiste à déterminer des dispositifs d'enseignement communicables et reproductibles ». Il s'agit donc de la conception par des didacticiens de scénarios, plus ou moins longs, qui sont ensuite expérimentés dans des classes et analysés par les chercheurs. Ceci souligne la dialectique de l'aspect recherche et expérimentation mise en œuvre dans les ingénieries didactiques.

Les premières ingénieries ont été créées dès les années 70 au COREM, sous la direction de Guy Brousseau. Le COREM était formé de chercheurs mais également de professeurs des écoles qui mettaient en place les ingénieries conçues par les didacticiens et contribuaient à l'analyse des séances. Beaucoup d'autres ingénieries ont vu le jour depuis, avec quelques variantes. Citons par exemple les ingénieries de Grenier (1988), de Perrin-Glorian (1992), mais également les parcours d'étude et de recherche de Chevallard (2009 et 2011). De nombreux scénarios, s'appuyant sur des principes issus de recherches en didactiques ont ainsi été créés, puis expérimentés en classe. Les analyses a posteriori de ces séances ont généralement permis de mettre en évidence la richesse de l'activité mathématique auxquelles ces ingénieries didactiques donnaient accès.

Il ne faut toutefois pas croire que l'objectif de toutes ces ingénieries didactiques était de créer des scénarios susceptibles d'améliorer l'enseignement dans les classes, comme le précise Chevallard (2011) :

> « On pourrait distinguer ici, d'emblée, une ingénierie didactique de recherche d'une ingénierie didactique de développement. On saisit en tout cas l'existence d'une tension entre deux pôles, que je désignerai, provisoirement, comme l'ingénierie didactique pour l'usage et l'ingénierie didactique pour la connaissance, tension bipolaire qui existerait donc, à suivre Guy Brousseau, à l'intérieur même de ce qu'il nomme 'l'ingénierie à visée phénoménotechnique' » (Chevallard, 2011).

Perrin-Glorian (2009) distingue également les ingénieries « construites par la recherche et pour la recherche » et celles pour l'enseignement. Les ingénieries du COREM faisaient notamment partie des ingénieries didactiques pour la recherche puisque Brousseau s'est appuyé sur ces observations pour concevoir la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998). Son objectif, n'était pas d'améliorer de manière directe l'enseignement mais plutôt d'obtenir des observations nécessaires à ses recherches sans toutefois empêcher qu'enseignant et élèves n'atteignent les objectifs fixés par l'institution : « Dans le cadre des recherches scientifiques, l'ingénierie à visée phénoménotechnique a pour objet de concilier les obligations normales de tout enseignement à des élèves avec la reproduction et l'étude de phénomènes didactiques bien déterminés. » (Brousseau, 2008, p.3)

Pour ces chercheurs, les ingénieries didactiques constituent avant tout un moyen incontournable d'éprouver leurs théories. Ainsi Brousseau disait : « [l'ingénierie didactique] est indispensable pour étudier systématiquement et expérimentalement des modèles théoriques de dispositifs d'apprentissage et d'enseignement (les situations). » (Brousseau, 2008, p.3). De même, citant Chevallard (préparation à la 2e école d'été 1982), Artigue (2011) insistait sur « l'incapacité où nous nous trouvons étant donné le faible développement de notre théorie du système didactique et par conséquent la faiblesse du contrôle par la théorie des opérations de recherche de rencontrer notre objet de connaissance autrement que sous les espèces ou du moins hors du contrôle 'empirique' de l'objet réel dont l'élaboration théorique nous occupe» (Artigue, 2011, p.19). Nous voyons donc que pour beaucoup de didacticiens une ingénierie didactique a pour finalité première de permettre une avancée dans ses recherches. Dans ces conditions, on peut se demander si elles ont également pu être reprises dans les classes ordinaires afin de permettre un enrichissement des pratiques.

2 Diffusion des ingénieries

Au de-là de son utilisation par le chercheur qui l'a conçue, que devient ensuite une ingénierie didactique ? On peut constater que plusieurs d'entre elles jouissent d'une assez bonne diffusion auprès des autres chercheurs : tout didacticien, ou presque, a entendu parler de 'rationnels et décimaux' et de 'la course à 20' de Brousseau (1987 et 1998 respectivement). La diffusion auprès des enseignants par contre, se révèle beaucoup plus difficile. Ces ingénieries ne sont quasiment jamais reprises dans les classes ordinaires et on peut regretter que tout ce travail de recherche ne soit pas également utilisé par les praticiens.

Plusieurs raisons peuvent être évoquées pour expliquer cette réticence des enseignants à s'emparer du travail des chercheurs :

Certains reprochent notamment aux didacticiens de ne pas suffisamment prendre en compte les contraintes pratiques auxquelles ils doivent faire face et donc de concevoir des activités très difficiles voire impossibles à mettre en place dans des classes ordinaires.

Par ailleurs, la mise en place d'une ingénierie didactique va généralement nécessiter une réelle remise en cause de l'enseignant. Il va devoir transformer ses pratiques : modifier par exemple sa gestion de classe en travaillant davantage en groupe, en laissant les élèves manipuler plus souvent, faire davantage confiance au potentiel d'apprentissage des élèves en étant à certains moments, moins directif. On ne peut pas mettre en place une ingénierie didactique de la même manière qu'une activité d'un manuel ordinaire.

Troisième point important qui peut expliquer la faible diffusion des ingénieries didactiques auprès des enseignants : les difficultés de communication entre chercheurs et professeurs. Brousseau disait : « Alors que la description [des phénomènes didactiques] demande des efforts considérables, toutes ces précisions apparaissent comme superflues et même offensantes pour le lecteur, elles sont reçues comme un discours de cuistre. […] En résumé, les enseignants attendent la didactique sur un terrain où ils règnent en 'maîtres' (c'est bien le mot) et où rien ne les prépare ni les motive à la recevoir pour ce qu'elle est. » (Brousseau, 1990)

Ainsi, les didacticiens fournissent des précisions jugées inutiles, voire même offensantes par les professeurs mais oublient certaines informations pratiques que les enseignants jugent indispensables à l'appropriation de ces ingénieries. Il y a donc réellement un problème de communication entre chercheurs et praticiens.

III - LE LEA SAINT CHARLES

1 Les lieux d'Education Associés

C'est certainement la raison pour laquelle les ingénieries collaboratives se développent actuellement et notamment les LéA. Les LéA – Lieux d'éducation associés - ont été créés par l'IFE (Institut Français de l'Education) en 2011. Cette formule a remporté un certain succès puisqu'il y a à ce jour 31 LéA établis et beaucoup d'autres en cours de création. Parmi ces LéA, un seul porte sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Il s'agit du LéA Saint Charles dans lequel nous travaillons toutes deux depuis plusieurs années.

Quelles sont les caractéristiques de ces LéA ? Trois points nous paraissent importants et nous laissent penser que les LéA permettront de surmonter les difficultés précédemment évoquées concernant la diffusion des ingénieries didactiques auprès des enseignants :

- tout d'abord, le LéA est défini dès le départ comme une collaboration entre enseignants et chercheurs, collaboration qui nécessitera la mobilisation des compétences propres à chacune des instances. Ainsi est reconnu l'intérêt de l'expertise des enseignants qui va permettre une meilleure prise en compte des contraintes pratiques.

- deuxième point, cette collaboration s'inscrit dans un temps long. Il ne s'agit plus de demander à un enseignant de mettre en place une ingénierie ponctuelle durant une ou deux séances. Enseignants et chercheurs s'engagent à travailler ensemble pendant plusieurs années. A partir de là, des habitudes de travail vont pouvoir s'installer. La communication va s'améliorer, chacune de ces deux instances apprenant progressivement à connaître l'autre : peu à peu l'enseignant acquerra quelques appuis théoriques lui permettant de mieux appréhender les analyses didactiques qui accompagnent les scénarios d'ingénieries et le chercheur aura une meilleure vision des contraintes pratiques de l'enseignement.

- enfin, l'objectif est clairement double : il doit s'agir d'ingénierie de recherche *et* de développement. L'équipe dans son ensemble s'engage à ce que le fruit de son travail puisse être exploitable à la fois pour la recherche en didactique mais également pour la formation des enseignants. Chaque instance a donc quelque chose à gagner dans cette collaboration.

Comme le disaient Monold-Ansaldi & Favelier (2013) : « Plus que de recherches « sur » l'éducation, il s'agit de recherche « avec » les acteurs, « pour » le développement des acteurs, de la profession, de l'institution… ». Dans le même ordre d'idée, Sensevy (2013) ajoutait :

> « Une assertion synthétique pourrait être la suivante : contre la dichotomie recherche fondamentale/recherche appliquée, les LéA permettent une recherche fondamentale de meilleure qualité parce qu'en meilleure articulation avec l'objet même de la recherche, c'est-à-dire l'apprentissage des élèves à travers l'enseignement des professeurs. » (Sensevy, 2009, p.2)

2 Etude d'un cas particulier

Pour mieux comprendre le fonctionnement d'un LéA, nous allons parler à présent d'un LéA particulier : Le LéA St Charles. Ce projet a été initié en 2010 et il est devenu en 2011 l'un des premiers LéA. Il s'agit d'une collaboration entre des chercheurs de l'IFE et tous les enseignants d'une école primaire de Marseille : l'école St Charles.

Nous travaillons sur des ingénieries réécrites par Serge Quilio à partir des travaux de Guy Brousseau et qui portent toutes sur l'enseignement du numérique à l'école primaire. Ainsi nous réfléchissons à l'enseignement des nombres et des algorithmes opératoires pour chaque classe : notamment l'ingénierie sur la soustraction au CE1, qui sera plus longuement présentée par la suite.

Cela demande de la part des chercheurs un accompagnement de la mise en place des ingénieries. Il ne s'agit pas seulement de donner aux enseignants les scénarios de nos ingénieries mais de réfléchir aux contraintes pratiques, de répondre à leurs questions… Nous filmons ensuite la plupart des séances et nous analysons ces vidéos.

À partir de ces analyses et du vécu de la séance, enseignants et chercheurs repèrent d'éventuels problèmes, réfléchissent à de possibles améliorations. Ces échanges peuvent avoir lieu par mails, par téléphone, au cours d'entretiens individuels ou de réunions d'équipe. Il y a donc au sein de ce LéA, des interactions riches et régulières entre enseignants et chercheurs. Ensemble nous imaginons des améliorations de nos ingénieries que nous expérimentons l'année suivante. C'est là l'un des intérêts de travailler sur un temps long.

IV - ANALYSE D'UNE DES INGENIERIES DIDACTIQUES CONÇUE DANS LE LEA SAINT CHARLES

Cette partie a pour objectif de montrer en quoi l'ingénierie de la soustraction constitue une ressource didactique dont l'usage peut enrichir les pratiques de l'enseignant et améliorer les apprentissages des élèves. Après un bref rappel des Programmes Officiels de 2008, la démarche générale de l'ingénierie est exposée. Puis, un moment crucial, à savoir la construction du modèle théorique des problèmes soustractifs, sera développé.

1 Rappel du Programme Officiel (2008)

Dans le domaine Nombres et calcul, le Programme Officiel de 2008 indique p. 18 :

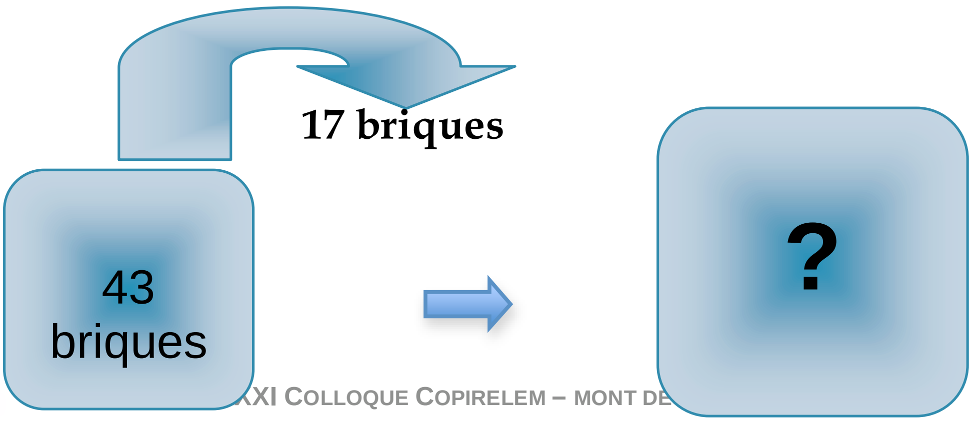
> « [les élèves] mémorisent les tables d'addition, […] apprennent les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction, […] et apprennent à résoudre des problèmes faisant intervenir ces opérations. L'entraînement quotidien du calcul mental permet une connaissance plus approfondie des nombres et une familiarisation avec leurs propriétés.
>
> La compétence 3 du socle commun Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique précise que l'élève doit être capable de calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions […] à l'issue du cycle 2. »

L'ingénierie que nous avons expérimentée, propose une approche différente de celle habituellement utilisée pour l'enseignement de la soustraction mais s'astreint tout de même à respecter les objectifs du programme officiel précédemment cités.

2 Présentation de l'ingénierie de la soustraction : la progression générale

Les problèmes travaillés sont de type partition ou retrait dynamique.

<u>Exemple 1</u> : Dans la boite, il y a 43 briques. J'en enlève 17. Combien en reste-t-il ?



Exemple 2 : Dans la boite, il y a 43 briques. 17 sont bleues. Les autres sont rouges. Combien y en a-t-il de rouges ?

La démarche de l'ingénierie peut se résumer par ces étapes : l'élève apprend à

1. identifier une situation soustractive grâce à la modélisation de problèmes : cette modélisation se réalise par une simulation du problème avec une boite et des briques, celles-ci pouvant s'imbriquer pour représenter des dizaines ou bien des unités ; ainsi, l'élève se construit une représentation des situations soustractives,

2. résoudre le problème de manière empirique : par dénombrement, en modélisant la situation avec la boite, l'élève résout le problème,

3. résoudre le problème de manière intellectuelle : le matériel n'est plus à la disposition de l'élève ; l'enseignant peut alors observer diverses procédures de résolution :

- par le dessin : l'élève représente de façon plus ou moins abstraite la boite et les briques ; la modélisation de la situation est donc représentée schématiquement
- par le calcul : l'élève utilise des stratégies personnelles : approximation, essais-erreurs, décompositions-recompositions du nombre en dizaines et unités.

L'étape 3 sera illustrée par des productions d'élèves dans la partie II.4.a de cet exposé.

4. vérifier un résultat de manière empirique : le statut de la boîte change ; d'outil de résolution, elle devient moyen de vérification ; en ouvrant la boite, l'élève vérifie le nombre de briques restant à l'intérieur.

5. vérifier un résultat de manière intellectuelle par l'addition : le surcomptage (1 par 1 puis par groupement), très vite remplacé par des recompositions, amène l'élève à écrire sa proposition sous forme d'écriture additive, l'addition devenant ainsi l'opération vérifiant la soustraction : 17 + … = 43.

6. réajuster son résultat, s'il est erroné, en utilisant l'addition pour atteindre le nombre total : au-delà du moyen de vérification, l'addition devient outil de résolution par réajustements et tâtonnements ; c'est la méthode de la fausse position

Les étapes 5 et 6 seront développées par des productions d'élèves dans la partie III.4.b de cet exposé.

7. améliorer l'efficacité de son réajustement en obtenant le résultat exact en deux coups, en un coup

8. améliorer l'efficacité de son algorithme : il s'agit de passer de l'addition à trou à la soustraction (opérations posées en colonnes) et notamment avec un traitement efficace du retrait des dizaines et des unités (commencer par les unités, gérer la retenue).

3 Présentation de l'ingénierie de la soustraction : les principes de l'ingénierie

Dans l'article *Hétérogénéité et attentes différentielles : une approche de didactique comparée* (2012), Leutenegger et Quilio exposent l'idée fondatrice de cette ingénierie : l'enseignement repose, bien sûr, sur le savoir antérieur des élèves, c'est-à-dire l'addition, pour construire les différents sens de la soustraction, repérer et résoudre les problèmes qui peuvent se résoudre avec une soustraction mais aussi pour fonder une technique. Ainsi dans la genèse de l'apprentissage envisagé, deux rôles sont assignés à l'addition : elle joue un rôle dans la construction des sens de l'opération de soustraction et elle fonde la recherche d'un moyen économique de calcul des différences.

Comme dans *Le cas de Gaël* (2001), de Brousseau et Warfield, texte fondateur de l'ingénierie sur la soustraction, « [dans la situation proposée], les définitions constructives de la soustraction [sont remplacées] par une définition algébrique (la différence) » « On ne cherche plus à construire un terme, explique Guy Brousseau, mais à comprendre une relation et à rechercher un objet qui satisfait une condition. C'est le prototype des situations avec lesquelles on a exploré les possibilités de remplacer l'arithmétique par l'algèbre à l'école primaire. » (Brousseau & Warfield, 2001).

Yves Chevallard (1989), dans *Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège*, expose que le calcul algébrique correspond à la syntaxe à laquelle le domaine de calcul associé fournit une sémantique. Il montre que la dialectique entre numérique et algébrique peut se reconstruire grâce à la modélisation mathématique. L'algèbre constitue le langage privilégié des modélisations car il assure une économie de moyens sémiotiques et donc un gain d'efficacité. Le raisonnement se réalise à travers le calcul algébrique qui conserve aussi une trace de ce raisonnement. Donc, l'algèbre est à la fois un outil qui permet de travailler le modèle mais aussi un langage qui assure la construction du modèle.

A l'école primaire, l'ingénierie de la soustraction permet cette rencontre avec l'algèbre et le fonctionnement de la dialectique entre algèbre et numérique : les élèves ne font pas de l'algèbre précocement mais raisonnent algébriquement grâce à un modèle lié aux situations mises en place.

4 Un moment crucial de l'ingénierie : la construction du modèle théorique

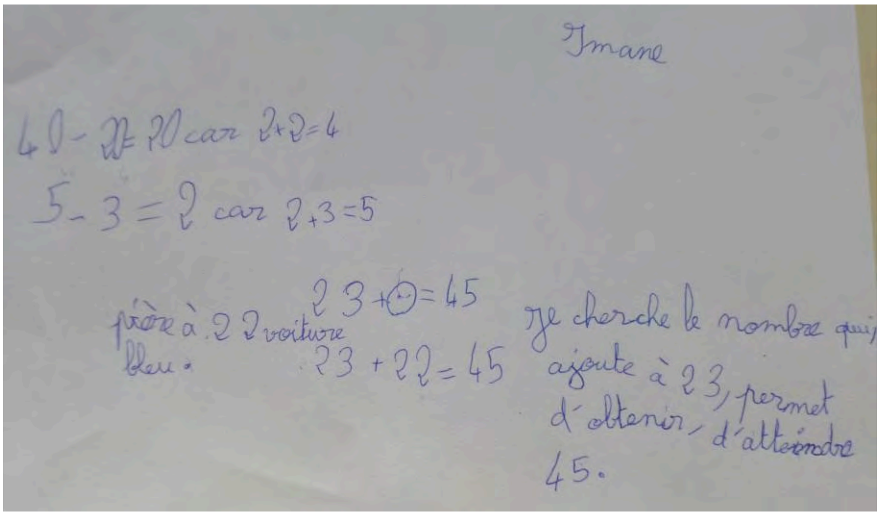
Un moment crucial de l'ingénierie est présenté plus en détails : celui qui correspond aux étapes 5 et 6 de la progression : vérifier de manière intellectuelle une proposition et éventuellement la réajuster. Cette vérification et ce réajustement, qui se réalisent par la méthode de fausse position, assurent la construction du modèle théorique des problèmes.

Après une phase d'action (la recherche de réponses provisoires), les élèves sont en phase de validation.

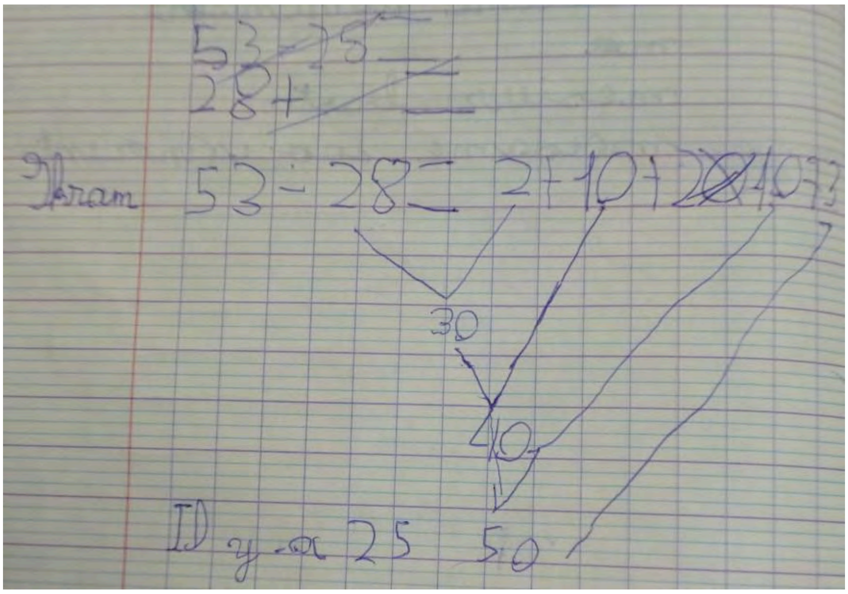
4.a Résolution des problèmes : obtention des premières réponses provisoires

Lors de la résolution des problèmes, les réponses provisoires des élèves sont obtenues à partir de stratégies personnelles. En voici deux exemples :

- Sur la production d'élève qui suit, nous pouvons observer après décompositions, le retrait des dizaines et des unités ; ces retraits sont justifiés par le répertoire ; puis l'élève recompose les nombres pour déterminer celui qui ajouté à 23 permet d'atteindre 45.



- Sur cette deuxième production d'élève, nous observons une écriture algébrique permettant de déterminer la différence par recomposition du nombre 53 à partir d'une partition 28 de la collection totale ; à chaque fois, l'élève cherche à atteindre la dizaine supérieure.

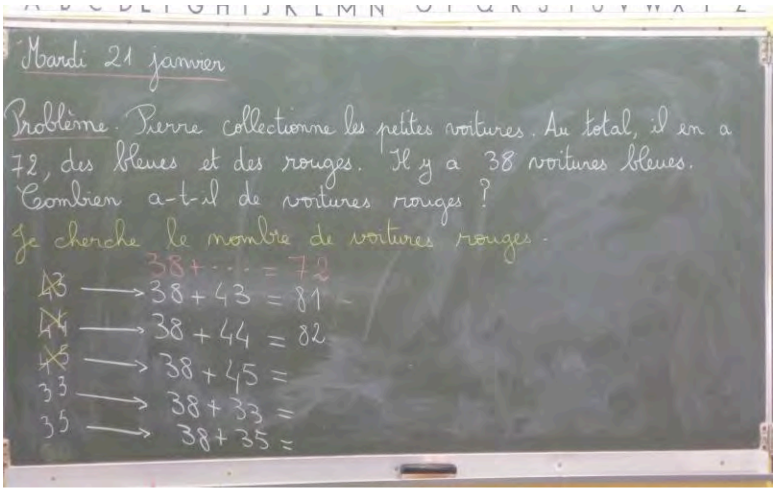


4.b Vérification des réponses provisoires

Les élèves avaient à résoudre le problème suivant :

Problème 1. Pierre collectionne les petites voitures. Au total, il en a 72, des bleues et des rouges. Il possède 38 voitures bleues. Combien a-t-il de voitures rouges ?

Le milieu est constitué des réponses provisoires suivantes: 43, 44, 45, 33, 35.



- Après avoir testé 43 par l'addition 38 + 43 et obtenu 81, Imane et Malika invalident cette proposition
- Ikram et Amina rejettent également 45 parce que « déjà avec 43 on a dépassé 72, ça va encore plus dépasser »
- le même raisonnement est mené pour 44
- puis, à partir de cette réponse 44, Soheib propose un premier réajustement : il explique qu'avec 44 « on a trouvé une dizaine de trop 82 je dois enlever une dizaine »
- les élèves augmentent le milieu d'une nouvelle proposition qu'ils veulent tester : 34.

Ainsi, à partir des premières réponses proposées, les élèves sont capables:

- d'éliminer certaines réponses
- de réajuster une réponse par modification des dizaines ou des unités
- d'augmenter le milieu de nouvelles propositions sans recommencer complètement les calculs.

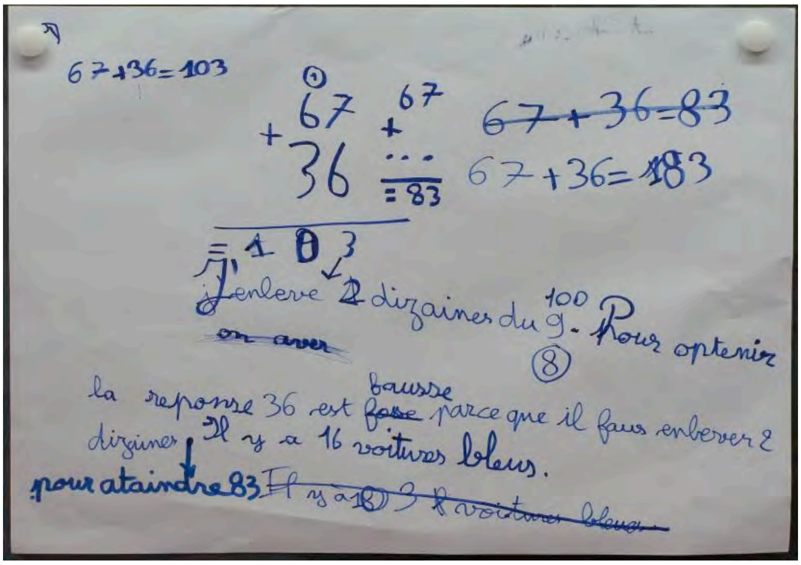
Le même problème est conservé en variant les nombres (83 et 67) mais cette fois-ci la première partie de la consigne (résoudre le problème) est supprimée. C'est l'enseignant qui fournit des réponses factices à la classe afin de les choisir assez proches de la solution et ainsi induire chez les élèves des procédures de réajustement : une ou deux unités d'écart, une ou deux dizaines, supérieures ou inférieures ou bien les deux cumulées.

Après avoir vérifié les réponses, l'objectif est d'être capable de réajuster la réponse pour atteindre le total initial. La classe utilise pleinement la méthode de la fausse position.

Problème 2. Marc a 83 voitures, des rouges et des bleues. 67 sont rouges. Combien en a-t-il de bleues ?

Les réponses fournies à la classe sont: 35 37 36 25 26 27 15 17. Chaque groupe a une réponse à tester.

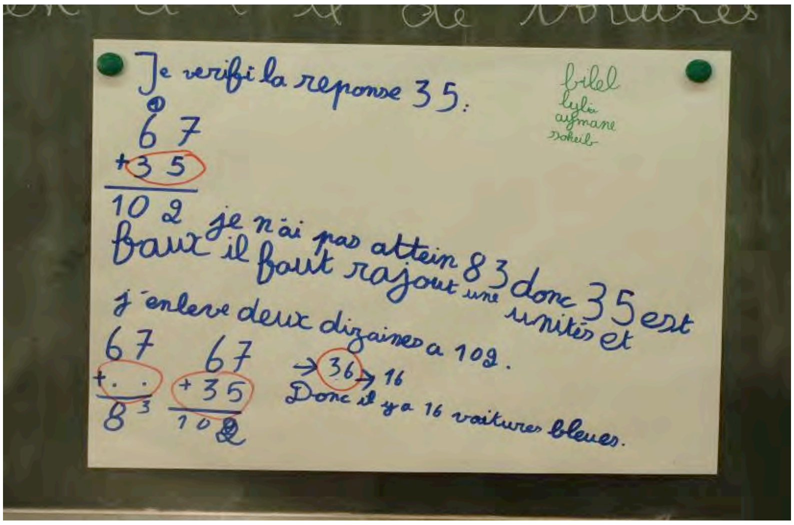
Regardons tout d'abord le travail d'Amina et d'Ikram qui testent la réponse 36.



Les élèves écrivent l'addition à trou qui montre quel total doit être atteint. Puis, ils effectuent l'addition 67 + 36. A partir du total obtenu, 103, ils déduisent que la proposition est erronée et qu'ils doivent enlever 2 dizaines à 103 pour retrouver 83. Le décompte des dizaines à partir de 103 est écrit (sur le film, Ikram explique qu'il a enlevé deux dizaines à 103 et obtenu 93 puis 83, et non pas 9 et 8 comme ce qui est noté).

Enfin, ils concluent en annonçant la solution du problème, 16 voitures bleues, mais sur l'affiche le retrait des dizaines à 36 est implicite.

Examinons à présent le travail de Soheib, Lylia, Aymane et Bilel



De même, sur cette affiche, les élèves posent en colonne les additions à trous et cherchent le nombre qu'il faut ajouter à 67 pour atteindre 83. Lors de la phase de formulation, les élèves explicitent comment ils déterminent la solution du problème par la méthode de fausse position qui fonctionne par réajustements.

Le réajustement effectué sur les dizaines et les unités est ici cumulé, comme nous avons pu l'observer en analysant une vidéo de séance de classe. Voici un extrait de la retranscription de la vidéo :

> Lylia : en fait on a posé en colonne 67 + 35 et on a trouvé au total 102 et 102 c'était pas...
>
> Bilel : fallait retrouver 83
>
> Soheib : il fallait enlever 2 dizaines et rajouté 1 unité
>
> P: pourquoi ?
>
> Soheib : pour que ça fait 103 et que ça fait 83
>
> […]
>
> Soheib : donc on a compté jusqu'à 36 et on a enlevé 2 dizaines et ça fait 16

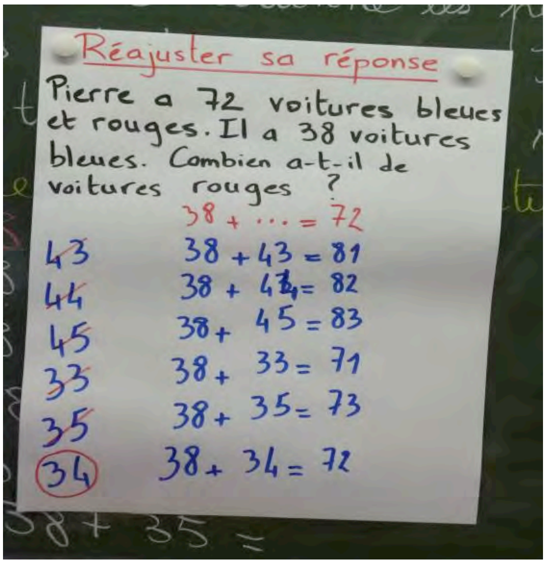
Le questionnement de l'enseignante permet aux élèves, cette fois-ci, d'expliciter la « manipulation » qu'ils mènent sur leur première réponse car les élèves expliquent le réajustement sur le total mais passent sous silence celui sur la réponse provisoire.

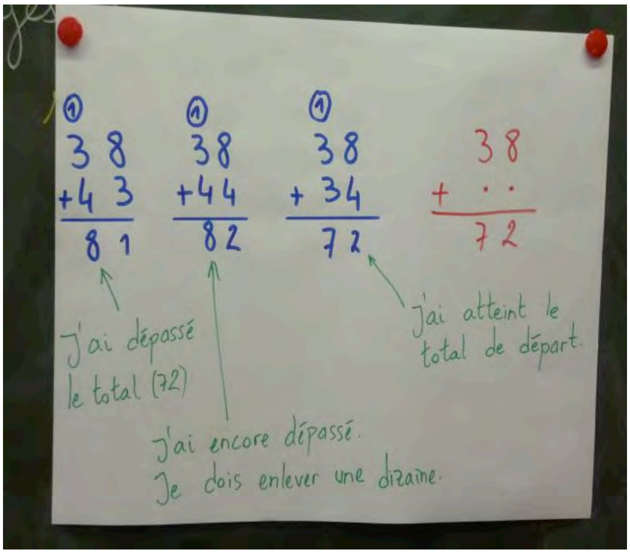
> P: vous avez posé 67 + 35 égal 102. Si la réponse 35 était exacte vous auriez dû retrouver quel...
>
> Aymane : 83
>
> P: et 83 ça représente quoi ?
>
> Aymane : c'est le nombre de voitures rouges et bleues
>
> P: c'est le nombre total de voitures. On veut atteindre 83. Mais vous, vous avez atteint 102. […] Vous avez ajouté 1 unité et enlevé 2 dizaines à quel nombre ?
>
> Les élèves : à 102
>
> P: Est-ce que 35 est la réponse exacte ?
>
> Les élèves : non
>
> P: Comment vous avez trouvé 16 à partir de 35 ?
>
> Soheib : dans 35 on doit ajouter 1 unité et enlever 2 dizaines
>
> P: quelle est la réponse au problème ?
>
> Aymane : il y a 16 voitures bleues.

Ainsi, la validation des propositions par addition et la méthode de fausse position qui s'en suit permettent de construire le modèle théorique du problème : a + … = b.

Le relevé de toutes les additions que nous gardons en mémoire sur une affiche participe à cette construction. En effet, lister les additions, comme nous le voyons sur les deux affiches suivantes, présente un double intérêt :

- en ligne, l'affiche permet aux élèves d'observer les données du problème (les constantes) et la variable ; la dialectique algèbre-numérique est ici mise en évidence,
- en colonne : les élèves gardent une trace du réajustement.





<u>Remarque</u> : l'algorithme qui se déduit naturellement des procédures personnelles des élèves est celui de l'emprunt de dizaines et non pas celui qui utilisent la propriété d'invariance de la différence par ajout d'un terme à chaque membre.

5 Bilan de cette ingénierie

L'usage de cette ingénierie dans la pratique enseignante présente des points communs avec tout enseignement de la soustraction : le recours à des problèmes pour identifier une classe de problèmes, la nécessité de construire et mémoriser un répertoire, également la construction d'un algorithme.

Sa spécificité vient de l'usage de la méthode de fausse position. Celle-ci présente un double intérêt : elle rend les élèves experts sur l'utilisation en acte des propriétés du code numérique et par conséquent sur les stratégies de résolution personnelle ; au-delà de cette expertise, les élèves apprennent à procéder en suivant une démarche mathématique fondamentale : déterminer la solution d'une équation à partir d'une approximation voire d'une erreur pour s'en approcher jusqu'à l'obtention de la solution exacte.

V - INTERET DU LEA SAINT CHARLES POUR LES ENSEIGNANTS ET LES CHERCHEURS

1 Du point de vue des enseignants

Regardons à présent ce que le LéA St Charles a pu apporter aux enseignants et notamment à ceux associés à notre équipe. Cela leur a notamment permis de découvrir dans des conditions privilégiées des activités résultant de recherches en didactique et d'en ressentir les avantages pour leur enseignement et les apprentissages de leurs élèves. Ainsi, une enseignante qui a travaillé avec nous sur l'ingénierie du CE2 continue d'utiliser ces mêmes activités dans sa nouvelle école d'affectation.

Cela leur a également permis de s'initier à la didactique et de mieux comprendre ce que cette science pouvait apporter à leurs pratiques. D'ailleurs, deux des enseignantes de cette école ont déjà commencé une thèse en didactique.

Plus largement, le fait de pouvoir travailler avec l'ensemble des enseignants de cette école nous a amené à réfléchir à la compatibilité de nos ingénieries d'une année à l'autre et donc de concevoir un enseignement du numérique plus homogène. Par ailleurs, leur collaboration nous a permis de mieux prendre en compte les contraintes pratiques et donc de concevoir des ingénieries didactiques plus faciles à mettre en place dans les classes. Ceci nous a également amené à améliorer le discours accompagnant les ingénieries afin de donner effectivement aux enseignants toutes les informations nécessaires à leur mise en place. A partir de ce travail il est à présent envisageable de diffuser nos ingénieries auprès d'autres enseignants. Cette étape a déjà été amorcée pour l'ingénierie développée au CP, sous le nom de projet ACE. C'est d'ailleurs l'objet de la communication de Mireille Morellato et Dominique Truant dans ce colloque *(« Coopération entre professeurs d'école et chercheurs au sein d'une ingénierie didactique concernant les premiers apprentissages numériques »)*. Nous réfléchissons actuellement à une possible accélération du processus, en formant éventuellement non pas les enseignants mais les formateurs d'enseignants.

2 Du point de vue des chercheurs

Ce dispositif a également permis de recueillir de précieuses données pour les chercheurs de l'équipe. Tout d'abord, nous avons trouvé là une sorte de terrain d'expérimentation pour nos ingénieries. La collaboration des enseignants de l'école Saint Charles, habitués à exploiter dans leurs classes les scénarios que nous leur proposons, garantit une mise en œuvre la plus fidèle possible de nos *desideratas*. Ceci nous permet de réellement observer les effets de nos ingénieries, de juger de leur pertinence et de repérer les points à améliorer.

Par ailleurs, alors que chaque enregistrement vidéo d'une séance de classe nécessite habituellement des démarches fastidieuses (discussion avec l'enseignant, le directeur de l'école, demande d'autorisation pour les droits à l'image…), nous pouvons, dans le LéA St Charles, facilement effectuer plusieurs films par semaine. Toutes ces ressources constituent des supports intéressants pour observer divers phénomènes didactiques et mettre en place des méthodologies généralement délicates à utiliser. C'est ainsi que ce dispositif facilite le suivi de *biographies didactiques* d'élèves (Mercier, 1995). Il s'agit en effet de repérer et d'étudier les moments (appelés *biographèmes)* attestant d'une évolution dans les apprentissages d'un élève particulier. Les très nombreux films que nous enregistrons régulièrement dans chaque classe, nous permettent de suivre les réactions, les propos ainsi que les stratégies utilisées par l'élève choisi. Nous avons ainsi pu suivre pendant un an le travail d'un élève de CE2 concernant l'apprentissage de la multiplication et nous avons pu étudier les facteurs (issus du milieu ou des interactions avec l'enseignant ou les pairs) qui ont pu influer sur cette progression dans ses apprentissages. Ceci a donné lieu à un article, encore en cours d'expertise (Quilio, Millon-Fauré, à paraître). Nous avons également entrepris de suivre pendant deux ans une élève durant les tâches de résolution de problèmes. L'objectif est de déterminer les éléments qui guident ses choix lors de la détermination des opérations à effectuer et de voir si le travail effectué en classe facilite cette étape. Un autre chercheur, Alain Yaïche, a décidé de consacrer ses recherches de thèse au suivi (pendant deux ans) du travail de plusieurs élèves lors d'activités numériques.

La mise en place du LéA St Charles nous permet enfin d'effectuer des *suivis de cohortes.* Il s'agit cette fois d'observer sur un temps long, tout un groupe d'élèves. Or, le fait de travailler avec l'ensemble des enseignants de cette école, nous permet de mettre en place dans chaque niveau, des évaluations régulières. Nous pouvons ainsi surveiller les apprentissages de tout un groupe d'élèves à courts et à longs termes et réfléchir ainsi aux faiblesses des ingénieries que nous avons proposées. Nous voudrions d'ailleurs prolonger ce suivi jusqu'au collège de secteur, voir jusqu'au lycée.

3 Quelques obstacles à surmonter

Il faut bien reconnaître toutefois que certains obstacles demeurent. La mise en place de ces ingénieries nécessite pour l'enseignant beaucoup plus de temps et d'investissement pendant les séances de classes : en effet, nos activités se déroulent l'essentiel du temps sous forme de travail de groupes, ce qui demande une régulation particulière durant les phases de recherche et une gestion spécifique des temps de mise en commun. C'est une des raisons pour lesquelles, le temps didactique avance moins vite dans nos ingénieries qu'avec des activités ordinaires. Mais l'enjeu de cette forme de travail est également d'installer des savoirs plus solides et plus facilement transférables dans d'autres contextes, ce qui pourrait éventuellement permettre de gagner un peu de temps les années suivantes. Par ailleurs, ces activités devraient permettre de travailler d'autres compétences, directement en lien avec l'activité mathématique (comme la méthode de fausse position lors de l'ingénierie sur la soustraction) ou bien transdisciplinaires (autonomie, travail de groupes…).

Les enseignants signalent également que l'appropriation de ces ingénieries leur demande davantage de temps et d'investissement que la préparation d'activités ordinaires. Les scénarios comportent en effet de nombreuses indications sur la régulation attendue de la part des enseignants, celle-ci étant particulièrement délicate. Ceci rend la lecture et l'appropriation de ces consignes particulièrement longue. Enfin, la participation au LéA nécessite également un travail supplémentaire : les enseignants doivent effectuer des comptes rendus de leurs séances, assister aux réunions et participer à nos échanges par mails ou téléphone…

Signalons toutefois qu'aux dires des enseignants associés, ces difficultés apparaissent essentiellement la première année, puis s'estompent avec le temps. Ainsi, une fois l'ingénierie bien en main, l'enseignant peut l'intégrer sans problème dans sa gestion de classe, ce n'est que dans un premier temps qu'elle peut déstabiliser les pratiques.

En outre, en ce qui concerne plus spécifiquement le problème de la diffusion, là encore de nombreux obstacles subsistent : la conception d'un document d'accompagnement qui contienne très précisément les informations nécessaires à un enseignant ordinaire pour une mise en place satisfaisante de nos ingénieries reste un défi de taille, même si ce travail collaboratif nous a grandement aidés dans cette entreprise. De plus, cet accompagnement des enseignants ne peut se cantonner à l'élaboration d'un document écrit. Une régulation directe de l'activité de l'enseignant demeure nécessaire, au moins au départ. Reste à réfléchir à un mode de transmission suffisant pour que des enseignants extérieurs à notre expérimentation puissent s'approprier nos ingénieries, mais tout de même moins exigeant que celui mis en place au sein du LéA St Charles.

VI - CONCLUSION

En examinant le LéA St Charles, nous avons pu observer l'intérêt qu'un tel dispositif pouvait représenter : l'analyse détaillée d'une de ses conceptions (l'ingénierie sur la soustraction) a permis d'illustrer la richesse de l'activité mathématique que celle-ci avait provoquée dans la classe. De manière plus générale, nous avons insisté sur le rôle qu'avait joué ce projet dans la formation des enseignants associés, ainsi que sur les recherches qu'il avait rendues possibles en facilitant l'accès à certaines données, difficiles à récoltées habituellement.

Ainsi, même si nous disposons encore de peu de recul sur cette expérimentation, ces premières considérations sur les LéA paraissent encourageantes. Ces collaborations, sur un temps long, entre didacticiens et enseignants semblent en mesure d'atteindre le double objectif qu'elles se sont fixés : constituer une avancée à la fois pour la recherche et pour l'enseignement ordinaire.

Toutefois il reste encore à surmonter le problème de la diffusion auprès des enseignants. Si les scénarios que nous avons créés constituent déjà des outils intéressants pour les enseignants associés à notre expérimentation, nous aimerions à présent diffuser ces ressources locales auprès d'un plus large public.

Il convient alors de réfléchir aux moyens à mettre en œuvre pour que tous les enseignants volontaires puissent s'approprier ces ingénieries sans les dénaturer. Ceci permettrait à chacun de disposer de ressources qui s'appuient sur des résultats de la recherche en didactique tout en étant réellement utilisables dans une classe ordinaire.

VII - BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE, M. (2011). L'ingénierie didactique comme thème d'étude. In, C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gilel, F. Vandebrouck, F. Wozniak (Eds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques. XVe école d'été de didactique des mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage Editions. 15-26.

ARTIGUE, M. (1990). Ingénierie didactique. Recherches en didactiques des mathématiques, 9, 3, 282-307.

BROUSSEAU G. & BROUSSEAU N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire.* IREM de Bordeaux Collaboration(s).

BROUSSEAU G. (1990). Utilité et intérêt de la didactique. *Grand N*, 47, 93-114.

BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques.* Grenoble, La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. & Warfield V. (2001) *Le cas de Gaël.* P.3

BROUSSEAU G. (2008). Premières notes sur l'observation des pratiques de classes. http://visa.inrp.fr/visa/presentation/Seminaires/Journees_inaugurales/premieres_notes_observation.pdf

CHEVALLARD Y. (1989) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie : perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x*, **19.**

CHEVALLARD Y. (2009). La notion de PER : problèmes et avancées. *Texte d'un exposé présenté à l'IUFM de Toulouse le 28 avril 2009.*

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_notion_de_PER___problemes_et_avancees.pdf

CHEVALLARD Y. (2011). La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponse à partir de la TAD. In, C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gilel, F. Vandebrouck, F. Wozniak (Eds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques. XVe école d'été de didactique des mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage Editions. 81-108.

GRENIER D. (1988) *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale en 6ème*. Thèse, Université Joseph Fourrier, Grenoble 1.

LEUTENEGGER F. & QUILIO S. (2012) Hétérogénéité et attentes différentielles : une approche de didactique comparée. *Revue suisse des Sciences de l'Education. Academic Press Fribourg*, **34 (3)**.

MERCIER A. (1995) La biographie didactique d'un élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15 (1), 97-142.

MONOLD-ANSALDI, R. & FAVELIER, N. (2013). Les lieux d'éducation associés à l'IFE ; des laboratoires pour l'action conjointe des chercheurs et des enseignants. Journal de l'IFE de Mars 2013.

PERRIN-GLORIAN M.-J. (1992). *Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6e.* Thèse de doctorat. Paris : université de Paris 7.

PERRIN-GLORIAN M.-J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. In, C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gilel, F. Vandebrouck, F. Wozniak (Eds.). *En amont et en aval des ingénieries didactiques. XVe école d'été de didactique des mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage Editions. 57-78.

QUILIO S. & MILLON-FAURE K. (à paraître) Quels sont les éléments qui peuvent influer sur l'évolution des stratégies utilisées dans la classe ? Etude d'une biographie d'élève**. (ou)**

SENSEVY, G. (2013). Neuf propositions pour les LéA. Journal de l'IFE de Mars 2013.