ANALYSER UNE RESSOURCE POUR FORMER A L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

Catherine Taveau
Formatrice ESPE Aquitaine
COPIRELEM
Catherine.taveau@espe-aquitaine.fr

Résumé
Cet article reprend, en grande partie, celui édité dans les actes du XXXXè colloque de la COPIRELEM puisque l'atelier, qui en est l'origine, a été de nouveau proposé à ce colloque. Le titre était alors « Analyser la pertinence d'une ressource pour la construction de modules de formation dans le domaine de la géométrie plane ». Entre temps, la ressource a évolué, s'est enrichie et les réactions des participants à l'atelier ont été différentes.

Les travaux actuels de la COPIRELEM se sont orientés sur les contenus mathématiques et didactiques « incontournables » pour enseigner la géométrie à l'école primaire et également sur des situations de formation « consistantes » souvent reprises dans l'ouvrage Concertum (2003).
Pour cela, nous avons construit une ressource ouverte, évolutive et susceptible de s'adapter à des dispositifs de formation très variables (formation initiale ou continue).

Cette ressource met en lien, dans une carte mentale (construite à partir du logiciel libre « xmind »), ces contenus d'enseignement et ces situations de formation. L'entrée par les situations de formation a été privilégiée et est complétée par des analyses de manuels, de productions d'élèves, de vidéos de classe,…

Lors de l'atelier, les participants vont découvrir et s'approprier cette ressource pour essayer de concevoir une trame de formation.

Après avoir présenté l'origine du projet et rappelé les objectifs assignés à la formation des maîtres en géométrie, nous explicitons la forme de la ressource construite et nous évoquons les critiques et les exemples d'utilisation ébauchés par les participants au cours de l'atelier.

L'ORIGINE DU PROJET

1 Évolution des structures de formation

Depuis une dizaine d'années, la formation initiale destinée aux Professeurs des Écoles au sein des IUFM n'a cessé d'être modifiée afin de s'adapter aux plans de formations successifs, à l'évolution des contenus et de la structure du concours de recrutement (CRPE) puis aux différentes maquettes d'enseignement dans le cadre de la « mastérisation ».

Ainsi, en quelques années, les heures de formation sont passées de 150 h en moyenne pour deux années (PE1-PE2) à moins de 80 h (M1-M2) dans la plupart des Masters et l'intégration des IUFM au sein des universités a souvent entraîné des changements de format de cours : les cours intégrés de 3 h devenant des TD de 2 h accompagnant des cours magistraux.

De plus, depuis la « mastérisation », une nouvelle contrainte très forte s'est imposée, celle de valider les différents enseignements répartis en UE à travers des épreuves écrites en temps limité et communes. Cette contrainte pèse sur le travail des formateurs qui doivent penser la cohérence de l'ensemble et

l'articulation entre TD, cours magistraux et évaluation des UE semestrielles, problématique inexistante auparavant puisque seule l'obtention du CRPE validait l'année de PE1.

Ces contraintes institutionnelles ont obligé les formateurs à faire des choix, souvent dans l'urgence, et jamais satisfaisants. Il s'agit d'adapter les contenus d'enseignement, tout en essayant de conserver les mêmes objectifs : revisiter, en donnant du sens, les savoirs mathématiques nécessaires pour enseigner à l'école primaire.

Ce nouveau cadre, et notamment le découpage imposé en cours magistraux et TD, a parfois favorisé le développement de démarches d'enseignement dont la cohérence interne est plus que floue : les savoirs mathématiques n'étant plus revisités d'un point de vue professionnel, articulant savoirs savants et savoirs didactiques et pédagogiques, mais plutôt présentés comme une succession de notions indépendantes illustrées par un cours magistral suivi de travaux dirigés d'application.

2 Un manque de formation des nouveaux formateurs

Au niveau de la COPIRELEM, nous nous sommes interrogés sur notre propre capacité à développer une formation mathématique professionnelle dans cette nouvelle structure universitaire et nous nous sommes rendu compte que, en s'appuyant sur notre culture commune, nous pouvions plus facilement concilier les contraintes institutionnelles avec une formation mathématique professionnelle de qualité.

Cette culture commune, constamment interrogée et enrichie des réflexions à différents niveaux (notamment depuis les travaux de thèses de Kuzniak (1994), Houdement (1995), etc.), a été pendant 10 ans (de 1997 à 2009) diffusée et partagée au sein du réseau des formateurs non seulement au moment des colloques, mais plus spécialement dans le cadre des séminaires de formation de nouveaux formateurs, organisés par la COPIRELEM.

Lors de ces séminaires, au-delà des échanges et des questionnements liés à leur nouvelle fonction, les nouveaux formateurs étaient confrontés aux situations de formation, les vivaient, les analysaient et pouvaient ainsi se les approprier. Les situations de formation privilégiées dans ce cadre étaient le résultat d'une co-construction par les formateurs de la COPIRELEM qui les avaient auparavant mises à l'épreuve en formation et en avaient analysé le potentiel.

Beaucoup de ces situations, s'appuyant souvent sur des démarches d'homologie (Kuzniak 1994), visent l'acquisition des contenus mathématiques destinés à des Professeurs des Écoles et abordent simultanément les notions didactiques liées à l'enseignement de ces notions.

Or le changement structurel que représente la « mastérisation », accompagné par le recrutement de nouveaux formateurs de profils très différents (enseignant-chercheurs ou enseignants issus du second degré), a vu souvent disparaître le recours à ces situations de formation au profit de pratiques très universitaires, plus économiques en temps, non porteuses de sens pour des étudiants bien souvent en grande difficulté concernant les savoirs mathématiques.

Il nous a semblé opportun de mobiliser notre énergie pour réorganiser et enrichir notre « patrimoine culturel », issu du travail dans le réseau des IREM, concernant les situations de formation construites par la COPIRELEM (Concertum (2003)) et donc d'élaborer une première ressource qui mette en évidence la richesse et la complémentarité de ces situations consistantes et porteuses de sens pour la formation initiale ou continue des Professeurs des Écoles.

Nous nous sommes, dans un premier temps, focalisés sur l'enseignement de la géométrie plane.

II - LES OBJECTIFS PRIORITAIRES DANS LA FORMATION DES MAÎTRES DANS LE DOMAINE DE LA GÉOMÉTRIE

1 Qu'est-ce que « faire » de la géométrie à l'école primaire ?

L'une de nos priorités est de préciser auprès des enseignants en formation une certaine conception de l'enseignement et de l'apprentissage de la géométrie et des idées relativement partagées à ce sujet.

La géométrie n'est pas une leçon de choses…

Il ne suffit donc pas de présenter les objets géométriques les uns après les autres ou d'illustrer leurs définitions par quelques exemples pour atteindre les objectifs visés. La construction de concepts géométriques nécessite des actions concrètes sur du matériel.

L'activité géométrique suppose la mobilisation « en actes » de certaines connaissances plus ou moins explicitables selon l'âge des élèves mais néanmoins opérationnelles. Par exemple, à l'école maternelle, les élèves peuvent reconnaître un rond en le faisant pivoter sur lui-même et utiliser ainsi implicitement la propriété d'invariance d'un cercle par rotation.

L'enseignant favorisera l'entrée de ses élèves dans la géométrie en faisant vivre les concepts, c'est-à-dire en les confrontant à certaines situations. Ainsi, il nous semble important d'insister auprès des enseignants (en formation initiale ou continue) sur la nécessité de **"faire faire de la géométrie"** aux élèves plutôt que d'enseigner de manière ostensive des connaissances géométriques.

Faire de la géométrie, c'est résoudre des problèmes.

Les situations proposées aux élèves doivent être suffisamment riches pour les amener à entrer dans une réelle démarche de résolution de problèmes. Ainsi, comme pour toute résolution de problème, l'élève devra prendre des initiatives, il aura à sélectionner des informations (par exemple, lors de l'analyse d'une figure) pour ensuite organiser sa démarche de résolution (par exemple, rédiger les étapes nécessaires de la construction).

2 Spécificités de la géométrie et de son enseignement

Une autre de nos priorités vise à attirer l'attention des enseignants en formation sur les spécificités de la géométrie et de son enseignement. Il existe une complexité intrinsèque à la géométrie qui, selon nous, se manifeste à travers différents aspects de l'activité géométrique.

Les modes de validation

L'activité géométrique requiert des modes de validation spécifiques et évolutifs dans la mesure où l'élève est amené, lors de la résolution d'un problème, à se référer, plus ou moins directement (ne serait-ce que mentalement), à l'espace sensible. Par conséquent, du cycle 1 au cycle 3, l'enseignement de la géométrie participe à l'apprentissage du raisonnement mathématique, à l'initiation au débat et à l'argumentation.

L'importance du langage

Une autre spécificité de l'enseignement de la géométrie est le rôle joué par le langage dans l'acquisition des concepts (Gobert 2005). Le vocabulaire géométrique présente certaines difficultés liées notamment à la polysémie de certains termes. Il est important d'attirer l'attention des enseignants sur la nécessité de choisir, au moment de la préparation de la séance, les définitions à donner aux élèves et le vocabulaire à employer. C'est à travers la mise en mots de certaines actions sur le matériel que se construisent les concepts géométriques. De plus, ce vocabulaire évoluant au fil de la scolarité, il est nécessaire pour l'enseignant de s'interroger sur les mots à utiliser et/ou à exiger en fonction de l'âge de ses élèves. Il faut aussi insister sur l'existence pour un concept donné d'une pluralité de définitions renvoyant à des conceptions différentes (exemples : le cercle ; les droites parallèles…) et de la nécessité de la mise à disposition des élèves de plusieurs conceptions ou de conceptions adaptées à leur niveau (Duval & Godin 2005).

L'usage d'instruments

Enfin, l'activité géométrique nécessite le recours à divers instruments dont l'usage ne va pas de soi et nécessite également un apprentissage.

L'enseignant doit en particulier avoir conscience des spécificités des instruments du commerce. La règle graduée est à la fois instrument de géométrie (outil pour vérifier l'alignement ou pour réaliser des tracés (relier des points, prolonger des segments, tracer des droites parallèles particulières…)) mais aussi instrument de mesure (y compris lorsque la règle est cassée…). Grâce aux graduations figurant en général sur l'un de ses côtés, l'équerre peut servir non seulement de gabarit pour construire ou vérifier

un angle droit mais aussi d'instrument pour tracer des lignes ou encore mesurer des longueurs… Cette multiplicité de fonctions des instruments est souvent source de confusions. Il est nécessaire d'accompagner les élèves dans la découverte de ces instruments afin de les aider à établir des liens entre leur usage, les relations voire les concepts en jeu (exemple : la règle est l'instrument privilégié pour faire vérifier l'alignement de points, cet alignement définissant la notion de droite).

3 Enseigner la géométrie nécessite certaines connaissances

Il est souvent "douloureux" pour les étudiants de travailler eux-mêmes la géométrie. De plus, leurs représentations de ce domaine et des connaissances à acquérir restent très liées à leur parcours scolaire. Les étudiants identifient spontanément un certain nombre de manques, ils ressentent non seulement la nécessité d'une prise de recul relative aux connaissances à enseigner mais également un manque par rapport aux tâches à proposer aux élèves. Il est donc indispensable de les aider à re-donner du sens à l'activité géométrique.

Rappelons que les étudiants doivent tout à la fois revoir certaines notions dans la perspective des épreuves du concours mais également acquérir des connaissances mathématiques et didactiques pour enseigner.

Enseigner la géométrie nécessite des connaissances disciplinaires pour pouvoir dominer les notions à enseigner.

Voici une liste de notions géométriques de base :

Les objets et leurs propriétés : le point, les droites, les segments, les polygones, les non polygones, les lignes, secteur angulaire, diagonale, axe de symétrie, médiatrice, hauteur, bissectrice...

Les relations entre objets : alignement, parallélisme, perpendicularité, intersection, centre, milieu, symétrie orthogonale, symétrie centrale, translation, rotation, avoir même longueur, représenter le même angle, agrandissement-réduction.

Enseigner la géométrie nécessite des connaissances relatives au maniement des instruments

Tout instrument de construction est d'abord un objet technologique. Analyser le lien entre l'objet technologique et l'objet géométrique peut permettre de mieux comprendre le maniement de ces instruments.

Enseigner la géométrie nécessite des connaissances didactiques

Il s'agit non seulement de connaissances issues de la didactique générale des mathématiques (exemple : variables didactiques liées aux instruments et aux supports) mais aussi des connaissances issues de la didactique de la géométrie (ex : espaces, paradigmes géométriques, …).

Le formateur permet aux futurs enseignants de s'approprier un certain nombre de connaissances et d'en percevoir leur opérationnalité dans la pratique de leur métier. Celui-ci sélectionne ainsi des résultats issus de la recherche dans le but d'une transposition visant à donner aux enseignants des outils pour enseigner. Citons ici les principales recherches dans le domaine de la géométrie.

Les travaux de Houdement et Kuzniak (1999) ont mis en évidence différents paradigmes géométriques qui permettent de :

- donner des repères dans une progressivité des apprentissages, identifier les objectifs visés et saisir les enjeux des programmes ;

- donner des repères par rapport aux attentes vis à vis des élèves aux différents moments de leur scolarité ;

- aider à la construction de séances qui balisent cette progression.

La définition des différents niveaux d'espaces - micro, méso et macro - (Berthelot-Salin - 1999) aide à :

- faire prendre conscience de l'intérêt de proposer des activités aux élèves dans différents niveaux d'espaces ;

- établir des liens entre connaissances spatiales et connaissances géométriques.

Concernant le rapport aux figures géométriques, Duval (registres des représentations sémiotiques) (Duval, Godin, 2005) et Perrin-Glorian (2012) proposent un cadre qui peut aider à :

- décrire différentes manières de « voir » une figure ;

- faire prendre conscience de la nécessité d'accompagner le changement de regard sur les figures ;

- concevoir des tâches spécifiques pour apprendre à travailler et à manipuler des objets autres que points, droites, segments (retour sur des objets 3D, puis 2D, puis 1D, voire 0D).

Nous avons donc choisi de construire une ressource ouverte, évolutive qui illustre la richesse et la variété des travaux de la COPIRELEM dans le domaine de la géométrie. Il est aussi essentiel que cette ressource puisse être utilisée par un formateur peu familier de ces situations.

III - UNE CARTE MENTALE POUR ORGANISER LES SITUATIONS DE FORMATION

Notre principale difficulté a été de trouver un moyen d'organiser la diversité des situations de formation, de les compléter par des outils permettant d'enrichir un cours et aussi d'intégrer des éléments théoriques issus de la recherche sur le domaine.

Pour cela, nous avons choisi d'utiliser un logiciel libre de carte mentale (*xmind*), disponible et fonctionnant sur tout système d'exploitation.

1 L'entrée par les situations

Un logiciel de carte mentale, nécessite dans un premier temps de prendre une option concernant l'arborescence : quel sujet principal ? quels sujets secondaires ?

Concernant les choix sur le type d'entrées et sur la cohérence dans l'organisation des branches de cette carte, plusieurs options étaient possibles :

- Entrer par les savoirs mathématiques (triangles, théorème de Thalès, quadrilatères, médiatrice,…) ;

- Entrer par les compétences des programmes de l'école primaire (reconnaître, reproduire, décrire, construire) ;

- Entrer par les situations de formation.

Pour rester en cohérence avec notre projet, nous avons choisi une entrée par ***les situations de formation*** déjà éprouvées qui représentent pour nous, formateurs, une culture commune, partagée et souvent fondamentale dans le cadre de la formation des Professeurs des Écoles.

Au fur et à mesure de l'élaboration de cette ressource, nous nous sommes demandé quelles ressources supplémentaires pourraient être pertinentes pour tout formateur débutant ou chevronné.

En listant les supports que les uns et les autres utilisaient en formation après avoir proposé les situations déjà évoquées et qui pouvaient constituer un ensemble cohérent, nous avons alors décidé de compléter la ressource notamment par des analyses de productions d'élèves, des analyses de manuels scolaires, des analyses de scénarios de classe et des extraits de vidéos.

Les documents proposés dans la ressource sont quasiment tous issus des travaux de la COPIRELEM, enrichis par des articles de recherche sur le domaine de la géométrie et complétés par des liens vers des sites institutionnels (académiques ou ESPE).

Une dernière question, non banale, a été de savoir si cette ressource pouvait être lisible, pertinente, exploitable pour un formateur n'ayant pas participé à la conception de cette ressource.

Une des solutions pour obtenir des réponses à cette question était de tester l'opérationnalité de la ressource lors d'un atelier, ce qui est donc l'objet de cet article.

Au moment de la rédaction de ce compte-rendu, cette ressource a déjà évolué et s'est enrichie par la construction d'autres branches de la carte mentale.

IV - MISE À L'ÉPREUVE DE LA RESSOURCE LORS DE L'ATELIER

1 Le travail dans l'atelier

Suite à une présentation de l'origine du projet et des questions soulevées précédemment, les consignes de travail sont ainsi énoncées :

Dans un premier temps, vous allez essayer de vous approprier cette ressource. Elle est construite sous la forme d'une carte mentale, mais chaque branche ne constitue pas un parcours obligatoire.

Puis par binôme, vous allez essayer de construire un module de formation pour lequel vous choisirez le format (public visé : formation initiale, formation continue ; durée du module choisie) tout en vous aidant de la ressource proposée.

Pendant cette élaboration de module, il s'agit de questionner la ressource : ses manques, sa pertinence, ses difficultés d'appropriation…

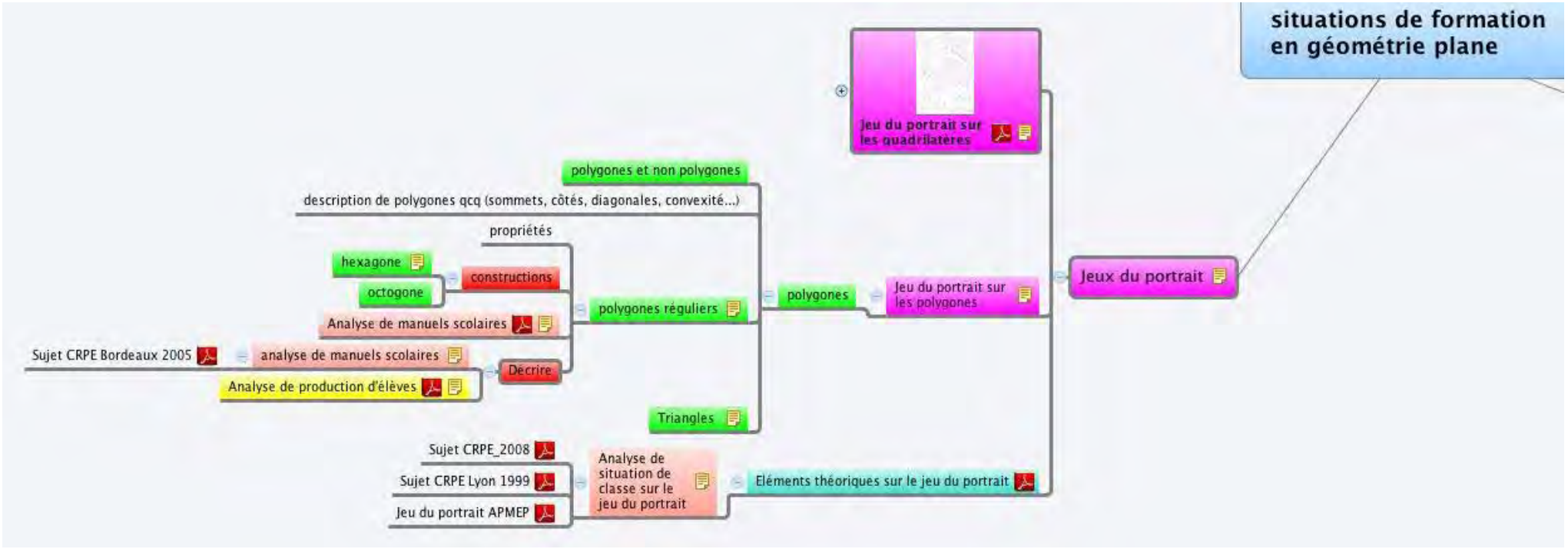
Pour terminer, nous mettrons en commun vos analyses afin de pouvoir améliorer notre ressource pour une utilisation plus pertinente.

2 Présentation de la ressource[1]

Deux images successives de la ressource proposée aux participants de l'atelier sont représentées ci-dessous : l'une illustrant une vue générale de la ressource et l'autre développant en détail la branche concernant la situation *jeu du portrait*.

[1] La ressource interactive, sous le logiciel *xmind*, est disponible sur le CD des actes. Pour la lire, il suffit d'installer le logiciel en utilisant la version adaptée à votre système d'exploitation.

Lors du colloque de Mont-de-Marsan, l'ensemble de la ressource est disponible sur clé USB.


situations de formation en géométrie plane
Jeu du portrait sur les quadrilatères
polygones et non polygones
description de polygones qcq (sommets, côtés, diagonales, convexité...)
propriétés
hexagone
octogone
constructions
Analyse de manuels scolaires
polygones réguliers
Sujet CRPE Bordeaux 2005
analyse de manuels scolaires
Décrire
Analyse de production d'élèves
polygones
Jeu du portrait sur les polygones
Jeux du portrait
Triangles
Sujet CRPE_2008
Sujet CRPE Lyon 1999
Jeu du portrait APMEP
Analyse de situation de classe sur le jeu du portrait
Eléments théoriques sur le jeu du portrait

3 Une ressource très riche mais peut être difficilement accessible en l'état

Contrairement à l'atelier de l'an passé, les participants de cette année n'ont pas réussi, dans le temps impartis, à concevoir des trames de scénarios de formation. La ressource étant beaucoup plus complète, ils ont choisi de l'explorer dans sa totalité pour mieux répondre à notre demande qui était de mettre cette ressource à l'épreuve.

Après avoir exploré les différentes branches et leurs contenus, les participants s'accordent sur l'intérêt et la grande richesse d'une telle ressource. L'appropriation de la carte mentale semble simple, mais néanmoins, de nombreuses remarques surgissent :

- Il est difficile de retrouver les notions mathématiques qu'un formateur souhaite aborder avec ses étudiants (Pythagore, droites des milieux, constructions à la règle et au compas) ;

- Les intitulés des situations de formation peuvent être trompeurs (assemblages de triangles équilatéraux qui entraînent vers les polygones par exemples) ou peuvent ne pas donner de sens à un formateur non habitué à utiliser ces situations appartenant, entre autres, à la culture de la COPIRELEM.

- Face à la richesse de cette ressource, il manque une indexation concernant :

  - les contenus mathématiques à travailler ;
  - les analyses de productions d'élèves ;
  - des analyses d'extraits de manuels scolaires ;
  - le nom des activités possibles à mener en formation ;

Des mots-clés devraient apparaître pour faciliter la recherche.

Certains participants se sont demandé ce dont ils auraient besoin pour une formation destinée à des enseignants de cycle 2. Ils ont alors cherché dans la ressource ce qui pouvait manquer : introduction du vocabulaire, le type de traces écrites. On constate que les documents de la ressource sont principalement destinés à l'enseignement de la géométrie au cycle 3, il serait donc souhaitable de l'enrichir par des documents destinés à l'enseignement au cycle 2 ou adapter ceux du cycle 3 au cycle 2.

4 Quelle suite possible pour ce type de projet ?

Les différentes remarques des participants de l'atelier ont fait apparaître la difficulté d'adapter une ressource.

En construisant cette carte mentale, la COPIRELEM avait pour objectif de faire connaître une façon de penser la formation, une façon de concevoir des enseignements auprès d'étudiants se destinant à devenir enseignant à l'école primaire.

Elle illustre une palette des possibles pour penser une formation de qualité en géométrie, notamment en évitant d'entrer par les contenus, ce qui nous semble réducteur et peu adapté à un public souvent en difficulté en mathématiques et plus particulièrement en géométrie.

Elle réunit finalement un ensemble de ressources de nature différente, organisées selon des choix pas toujours explicites pour un formateur lambda. Elle nécessite donc une bonne connaissance de la totalité des documents proposés pour une utilisation efficace.

Si un travail se poursuit, il semble nécessaire alors de faire des propositions de parcours de formation utilisant cette ressource.

V - BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1999). L'enseignement de l'espace à l'école, in *Grand N* n° 65, pp. 37-61

COPIRELEM, (2003). Concertum, Carnet de route de la COPIRELEM, éd. Arpeme.

DUVAL R., GODIN M. (2005). Les changements de regards nécessaires sur les figures, *in Grand N* n° 76, pp. 7-27.

GOBERT S. (2005). Quelles formulations pour les savoirs géométriques ?, in *Grand N* n° 76, pp. 29-44.

HOUDEMENT C. (1995). Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies, Thèse Université Paris-Diderot.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1999). Réflexions sur l'enseignement de la géométrie, in *Grand N* n° 64, pp. 65-78.

KUZNIAK A. (1994). Étude des stratégies de formation en mathématiques des enseignants du premier degré, Thèse Université Paris-Diderot.

PERRIN-GLORIAN M-J. (2012). Vers une progression cohérente de l'enseignement de la géométrie plane du CP à la fin du collège ? Les mathématiques en marche au long de la scolarité obligatoire : L'exemple de la symétrie axiale, in *Bulletin de l'APMEP*. n° 499. pp. :25-332.