LES CONSTRUCTIONS A LA REGLE A BORDS PARALLELES EN FORMATION INITIALE DES PROFESSEURS DES ECOLES. POURQUOI ? COMMENT ?

Valentina CELI
ESPE d'Aquitaine, Université de Bordeaux
E3D – LACES,
valentina.celi@espe-aquitaine.fr

Françoise JORE
Université Catholique de l'Ouest
Equipe PESSOA, Département de Sciences humaines et sociales
jore@uco.fr

Résumé
Avec une stratégie d'homologie-transposition (Kuzniak, 1993), nous cherchons à proposer à nos étudiants de Master, futurs professeurs des écoles, des situations riches permettant de revisiter ou de construire des savoirs en géométrie plane, mais aussi en pédagogie et didactique. À partir de problèmes de constructions géométriques, l'idée est ainsi venue de concevoir pour des groupes d'étudiants de Master 1 MEEF une première situation exploitant la règle à bords parallèles (Berthe & Cazier, 2000).
Dans cet atelier, à partir de la mise en activité des participants et de la présentation des expérimentations qui ont pu être menées, nous avons proposé de réfléchir ensemble à des questions posées par ce travail à ses débuts. Dans le cadre d'une formation qui vise également la préparation d'un concours et compte tenu des spécificités de la règle à bords parallèles comme instrument de construction, est-il pertinent de proposer à des étudiants de Master 1 des situations exploitant cet instrument ? Quelles sont les conditions pour un « bon » fonctionnement de cette situation ?

AVERTISSEMENT ! Avant d'entreprendre la lecture de cet article, nous invitons le lecteur à jouer le jeu comme s'il était un participant à l'atelier. Nous lui proposons donc de se munir d'une règle à bords parallèles (RBP par la suite), d'une feuille de papier uni et d'un crayon : après avoir placé deux points A et B tel que la distance AB soit supérieure à la largeur de la RBP, construire le milieu de [AB] et justifier la construction. La RBP n'a pas de graduation, ni de côtés perpendiculaires, ni d'épaisseur, elle permet juste de tracer des droites parallèles d'écart fixé par sa largeur. Plusieurs constructions sont possibles, il serait donc intéressant de ne pas s'arrêter à la première trouvée. Ce travail préalable est utile pour mieux suivre les analyses et les réflexions qui feront l'objet d'une bonne partie de ce texte.

I - LE CONTEXTE

La population avec laquelle nous travaillons est celle des étudiants de première année des masters MEEF (Métiers de l'enseignement, de l'éducation et de la formation), population spécifique à plusieurs titres.

1 Un concours en fin d'année

La première de ses particularités est de préparer un concours en fin d'année, concours qui depuis la session 2014, comporte en mathématiques des questions notionnelles et des questions didactiques. On peut critiquer la réelle valeur didactique des questions effectivement posées dans les sujets mais il est certain que la préparation à ce concours nécessite de travailler avec les étudiants à la fois les concepts mathématiques, qui rappelons-le relèvent tous du collège, et quelques concepts de didactique des mathématiques.

2 Une formation professionnelle

Parallèlement à cette préparation du concours, les étudiants sont engagés dans une formation professionnelle. Nous ne pensons pas qu'il faille attendre la seconde année du master pour commencer cette formation. Il nous semble important de permettre aux étudiants de réfléchir sur ce qu'est l'activité mathématique d'une part, et sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire d'autre part dès la première année de master. Pour beaucoup d'étudiants, leur conception des mathématiques et de leur enseignement mérite fortement d'être questionnée, voire remise en cause. Leur modèle d'apprentissage, souvent très transmissif, est peu adapté à l'école primaire.

3 Une population très hétérogène

Si quelques étudiants sont issus de filières scientifiques, ce n'est pas la majorité. Beaucoup d'entre eux ont un faible bagage mathématique, et un rapport aux mathématiques parfois très douloureux. Pour eux, l'enjeu est, simultanément, de leur permettre de construire des savoirs mathématiques et didactiques, et de leur faire changer leur rapport à la discipline, afin qu'ils puissent découvrir le plaisir de résoudre des problèmes de mathématiques, qu'ils puissent envisager de faire des mathématiques autrement. En revanche, pour les étudiants scientifiques, l'enjeu majeur est de leur proposer des situations nouvelles, pour lesquelles ils n'ont pas d'automatismes, qui vont les obliger à réfléchir, à construire des procédures de résolution inédites, à mettre en œuvre leurs savoirs mathématiques, vérifiant ainsi qu'ils ne sont pas seulement *mobilisables* mais aussi *disponibles* (Robert, 1995). Il s'agit donc de disposer de situations qui puissent être pertinentes simultanément pour tous ces étudiants très différents.

4 Un volume horaire annuel limité

Les contraintes de la formation sont multiples, mais l'une d'elles vient tout particulièrement se heurter aux éléments précédents : le volume horaire annuel est (très, trop) limité et il est donc indispensable de disposer d'activités qui permettent de travailler simultanément plusieurs aspects.

II - OUTILS THEORIQUES ET PROBLEMATIQUE

Dans le cadre institutionnel précisé ci-dessus, il s'agit donc pour nous de proposer aux étudiants des situations qui leur permettent tout à la fois de :

- voir ou revoir un maximum de savoirs géométriques indispensables pour le concours ;
- développer des savoirs didactiques et pédagogiques en vue de l'épreuve de mathématiques du concours mais aussi de leur métier futur d'enseignant de l'école primaire ;
- faire évoluer leur rapport aux mathématiques et à leur enseignement.

Comment y parvenir ?

1 Des stratégies d'homologie et de transposition

En observant les stratégies qu'un formateur d'enseignants met en place pour gérer la transmission de savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques, Kuzniak (1994) identifie et caractérise deux grands types de stratégies de formation. Nous rappelons ci-après les définitions qui intéressent de plus près notre recherche actuelle.

Parmi les stratégies axées sur la professionnalisation, celle d'homologie est une stratégie *où le professeur utilise (ou tente d'utiliser) un mode de transmission identique à celui qu'il souhaite voir utiliser par ses étudiants lorsque ceux-ci enseignent dans les classes élémentaires* (Kuzniak, 1994, p. 51)[1].

Dans la même classe, la stratégie de transposition se propose de *transmettre des savoirs de référence portant sur la pratique de la classe* (Kuzniak, 1994, p. 48). Plus précisément, on pourrait parler d'une stratégie d'homologie enrichie par des réflexions d'ordre didactique, notamment :

[1] Nous nous tenons aux définitions de l'auteur. Notons cependant que le terme « transmission » ne nous paraît pas adapté à une démarche volontairement plus constructiviste que transmissive.

« *[…] Elles tentent de lier l'action sur les représentations des mathématiques, propre aux stratégies d'homologie, et la distanciation par rapport à la pratique que permet la théorisation didactique* » (Kuzniak, 1994, p. 54).

Pour des raisons que nous précisons plus loin, parmi les stratégies qui ne visent pas particulièrement la formation professionnelle, nous retenons aussi la définition de stratégie culturelle :

« *Les stratégies culturelles […] privilégient l'accroissement des connaissances dans le domaine mathématique sans préjuger de la mise en œuvre opérée dans les classes par les étudiants […] Ces stratégies intègrent avant tout le savoir qui fait l'objet de tous les efforts des formateurs : les mathématiques* » (Kuzniak, 1994, p. 47).

2 La problématique

À partir de problèmes de constructions géométriques, l'idée est venue de concevoir des situations où la RBP est le seul instrument de tracé disponible. Dans les constructions à la règle et au compas, les étudiants utilisent souvent des procédures de manière automatique et il est difficile de leur faire se poser la question de leur justification mathématique. Avec la RBP, aucun automatisme n'est en place puisque la situation est nouvelle pour tous. Les étudiants disposent en outre de savoirs géométriques dont ils ne disposaient pas lorsqu'ils ont appris à construire avec les instruments usuels. Cela peut représenter un levier pour les encourager autant à effectuer des constructions nouvelles qu'à les justifier. La situation est inédite pour eux, ce qui est également un gage de motivation pour un certain nombre d'étudiants qui n'ont ainsi pas la sensation de faire et refaire toujours la même chose.

Nous sommes ainsi amenées à nous poser la question suivante : **dans le cadre de la formation des étudiants de M1 du master MEEF, des situations exploitant la RBP avec des stratégies d'homologie et de transposition peuvent-elles être pertinentes ?**

Un de nos objectifs est de faire évoluer le rapport de nos étudiants aux mathématiques et à leur enseignement. Comme nous l'avons signalé plus haut, une des difficultés est que beaucoup gardent un souvenir des mathématiques, au collège ou au lycée, très négatif. Nous constatons malgré tout qu'une grande majorité d'entre eux prend du plaisir à résoudre les problèmes proposés. Selon nous, de telles situations seraient susceptibles de les réconcilier avec les mathématiques, en leur permettant à la fois d'éprouver la satisfaction de la résolution et de se rendre compte qu'eux aussi sont capables de résoudre des problèmes de mathématiques. Il resterait bien sûr à vérifier que cette réconciliation n'est pas éphémère mais qu'elle est durable.

Afin qu'ils construisent des savoirs mathématiques, nous pensons qu'il est efficace de proposer aux élèves des problèmes dans lesquels plusieurs procédures sont possibles, qui leur laissent une marge d'autonomie, qui permettent à chacun de s'investir dans la tâche, même avec des savoirs minimes au départ, etc. De telles situations, en faisant vivre aux étudiants ce type de problèmes, pourraient alors nous servir pour les convaincre qu'il n'y a pas que le modèle transmissif pour enseigner les mathématiques, mais que des problèmes riches sont motivants pour les élèves et permettent de construire et structurer des savoirs. Cette stratégie relève des stratégies d'homologie.

Parallèlement, notre second objectif est de faire travailler un maximum de savoirs géométriques indispensables pour le concours. Afin que le problème soit véritablement adapté à nos étudiants et aux savoirs mathématiques que nous visons (les propriétés de géométrie du collège pour le concours de professeurs des écoles), *la situation présentée aux étudiants n'est pas susceptible d'un transfert simple à l'école primaire* (Kuzniak, 1994, p. 52). Il ne s'agit pas en effet de proposer la règle à bords parallèles à l'école comme nouvel instrument de construction. Notons que l'importance que nous accordons au travail mathématique peut nous permettre de faire également relever notre stratégie des stratégies culturelles. Ce qui n'acquiert pas forcément une connotation négative dans la mesure où elle s'articule avec des stratégies d'homologie et de transposition[2].

Enfin, notre troisième objectif est de développer des savoirs didactiques et pédagogiques en vue de l'épreuve de mathématiques du concours et conjointement de leur métier futur d'enseignant de l'école

[2] Remarquons aussi que, dans le contexte actuel, nos étudiants sont là aussi pour valider un master, ce qui n'était pas le cas à l'époque où Kuzniak menait ses recherches sur les stratégies de formation d'enseignants.

primaire. Or, le seul fait de vivre de telles situations ne permet pas nécessairement aux étudiants de construire ces savoirs, il nous semble nécessaire de prévoir une phase d'institutionnalisation et, par conséquent, pertinent de mettre en place un temps particulier d'explicitation de la manière dont la séance s'est déroulée. Si le premier temps de la séance, comme nous le verrons plus loin, est essentiellement centré sur le travail mathématique et *métamathématique* (cf. paragraphe VI), le second est lui organisé pour mettre au jour des éléments didactiques et pédagogiques. Cet aspect fait relever notre stratégie des stratégies de transposition.

3 D'autres outils théoriques

Le sujet de notre recherche, qui est à ses débuts, se situe dans le domaine de la géométrie plane. Nous serons ainsi amenées à utiliser les paradigmes géométriques, au sens de Parzysz (2002), pour interpréter certaines questions d'étudiants. Ils seront également un outil d'analyse des tâches qui sont proposées aux élèves et des procédures que ces derniers utilisent. Ils peuvent également devenir l'objet d'un enseignement didactique afin d'aider à l'analyse des tâches proposées aux élèves.

Nous nous questionnons sur la pertinence de la RBP comme outil à exploiter dans des problèmes de constructions géométriques, sans oublier qu'il ne s'agit pas d'un outil *routinier* pour nos étudiants ni pour nous. Cela nous conduit à davantage nous questionner en termes d'*artefact* et d'*instrument*, au sens de Rabardel (1995), en nous intéressant notamment aux schèmes d'utilisation de cet instrument, ainsi qu'au passage de l'artefact à l'instrument pour l'étudiant.

Les diverses appréhensions de la figure de Duval (1994), *perceptive*, *discursive*, *séquentielle*, mais surtout *opératoire* avec ses diverses modifications *méréologiques*, *optiques*, *positionnelles* seront également convoquées pour l'analyse du problème.

III - UN PROBLEME DE CONSTRUCTION AVEC LA REGLE A BORDS PARALLELES

Avant de présenter un problème de construction géométrique pouvant se réaliser à l'aide de la RBP, nous nous attardons sur quelques caractéristiques et fonctionnalités de cet instrument.

1 Présentation de la règle à bords parallèles : caractéristiques et fonctionnalités

Voici ci-dessous une image de RBP :

Cet instrument n'a pas de graduations, il ne peut donc servir pour mesurer. Il n'est pas non plus *informable*, à savoir qu'il n'est pas porteur d'information, l'information consisterait par exemple en trait(s) rectiligne(s) que l'on trace sur l'instrument pour permettre des reports de longueur ou des reports d'angles et de direction (Duval & Godin, 2005). On ne peut s'en servir pour tracer des cercles. Ses extrémités ne sont pas significatives (elles sont découpées de manière quelconque). C'est une règle « plate », on ne peut se servir de son épaisseur.

On peut se servir de la RBP comme une règle *non graduée* habituelle. On utilise alors un seul bord de cet instrument pour tracer :
- une droite ou un segment ;
- une droite parallèle à une droite donnée à une distance de celle-ci égale à la largeur de cet outil ;
- une droite passant par deux points donnés ou un segment joignant deux points donnés ;
- tracer deux droites sécantes en un point ou un point comme intersection de deux droites.

On peut se servir des deux bords de cet instrument et considérer sa largeur L pour tracer :
- un couple de droites parallèles à une distance L l'une de l'autre,
- deux points A et B étant données tels que AB > L, une droite passant par l'un des deux points et telle que A soit sur l'un des deux bords de la règle et B sur l'autre bord,
- deux points A et B étant donnés tels que AB > L, deux droites parallèles telles que A soit sur l'une (un des deux bords de la règle) et B sur l'autre droite (l'autre bord).

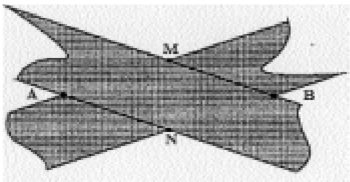


Figure 1

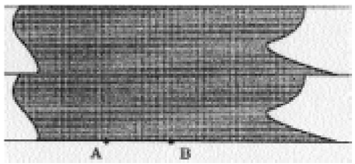


Figure 2

Ces divers usages de la RBP conduisent à identifier deux schèmes d'utilisation (Rabardel, 1995). Comme nous le verrons plus loin, dans les diverses constructions réalisables avec la RBP, deux configurations de base correspondent en effet à deux manipulations différentes de l'instrument. Étant donnés deux points A et B tels que AB soit supérieure à la largeur de la RBP, on peut construire[3] :

- un *losange* (Figure 1) en traçant deux couples de droites parallèles telles que, pour chaque couple, A soit sur l'une (un des deux bords de la règle) et B sur l'autre droite (l'autre bord), nous désignons par la suite SU1 le schème d'utilisation associé ;
- un *réseau de droites parallèles équidistantes* (Figure 2) en utilisant les deux bords de l'instrument de telle sorte que, en traçant le premier couple de droites parallèles, l'une passe par les deux points donnés, nous désignons par la suite SU2 le schème d'utilisation associé.

2 Un problème de construction : le milieu d'un segment dont on connait les extrémités

Que l'on exploite un seul des deux schèmes ou que l'on exploite la combinaison des deux, l'éventail des constructions possibles avec une RBP est riche[4]. Nous nous focalisons ici sur la construction du milieu d'un segment, problème qui a fait l'objet de nos expérimentations avec nos étudiants et que nous avons proposé aux participants à notre atelier. Notamment, après avoir distribué des RBP, la consigne formulée a été la suivante : « *Vous disposez d'une RBP. Placez deux points A et B dont la distance est supérieure à la largeur de votre règle. Tracez le milieu du segment [AB]. Justifiez la construction réalisée et listez les savoirs mathématiques mis en œuvre. Recommencez éventuellement avec une autre construction* ».

Munis de tout le matériel nécessaire, les participants à l'atelier se sont aussitôt investis. Comme cela a été le cas avec nos étudiants, dans les premières propositions de construction, les deux schèmes d'utilisation de la RBP évoqués ci-dessus sont assez vite apparus.

Nous avions aussi prévu des aides : dans un premier temps, nous avons montré au tableau la Figure 1 et la Figure 2 sans faire de commentaires. Dans un second temps, localement, nous avons proposé aux participants en difficulté des *cartes aides*, nous en parlerons plus loin dans la partie consacrée à nos expérimentations.

De cette phase de recherche à propos du problème posé, ce qui nous semble important de faire ressortir concerne les différentes façons de l'aborder. Dans les premières solutions trouvées, il y a souvent une phase de tâtonnement où l'instrument et les propriétés s'articulent sans intention explicite : c'est là que l'on découvre les deux schèmes d'utilisation évoqués ci-dessus.

Ce n'est que par la suite que l'on cherche **à partir** d'une propriété ou d'une configuration connues, plus ou moins étroitement liées au problème, pour développer **ensuite** une construction possible. Dans le

[3] La Figure 1 et la Figure 2 sont extraites de Berthe & Cazier (2000).

[4] Selon Berthe & Cazier (2000), on peut réaliser toutes les constructions qui sont réalisables avec la règle et le compas

paragraphe qui suit, nous allons présenter les principales constructions que nous avons rencontrées jusqu'ici, et nous indiquerons celles qui sont apparues lors de l'atelier.

IV - ESQUISSE D'UNE ANALYSE MATHEMATIQUE DU PROBLEME POSE

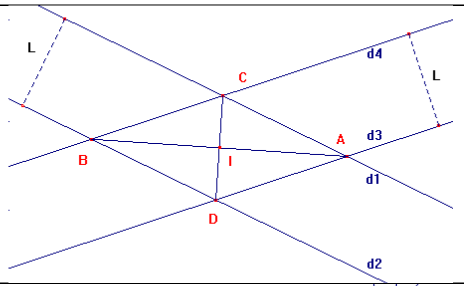
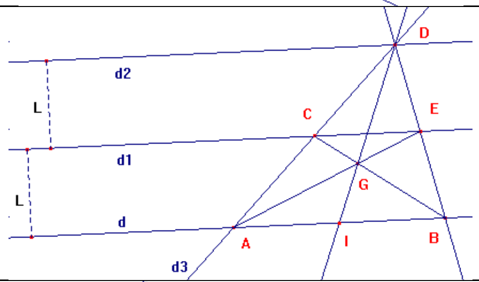
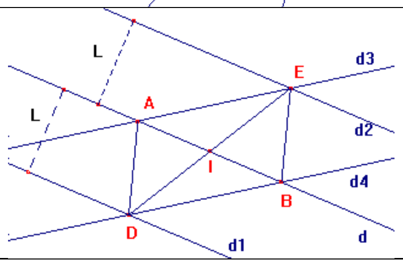
En respectant la dynamique de l'atelier, nous ne donnons pas ici les programmes de construction ni les démonstrations : nous invitons le lecteur à les faire lui-même et ainsi s'approprier la situation pour mieux saisir les réflexions et les analyses qui vont suivre.

Nous présentons les diverses constructions dans un tableau en deux colonnes : à gauche, le dessin final de la construction[5] ; à droite, la liste des principales propriétés permettant de la justifier.

Nous traitons d'abord le problème de la construction du milieu d'un segment dont on connaît les extrémités. En nous focalisant sur la première construction présentée (CM1 dans la suite, pour <u>c</u>onstruction du <u>m</u>ilieu), nous traitons ensuite le problème de la construction d'un losange, problème qui demeure lié au schème d'utilisation SU1 et dont la justification s'avère intéressante, dans le cadre de notre recherche, dans la mesure où elle peut d'appuyer sur des savoirs géométriques très variés.

1 Problème de construction du milieu d'un segment dont on connait les extrémités

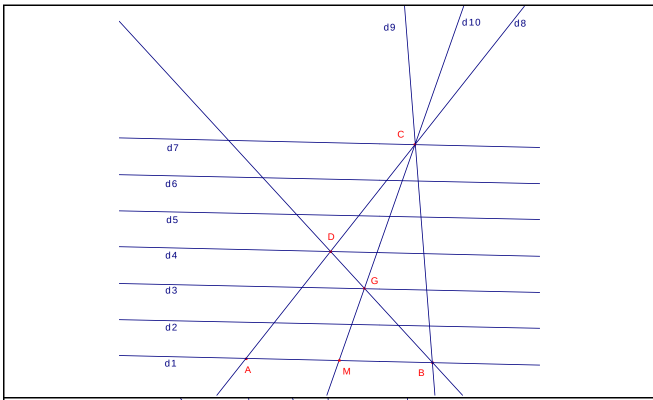
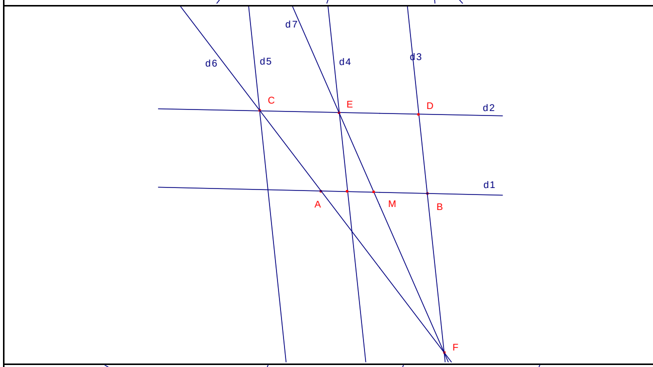
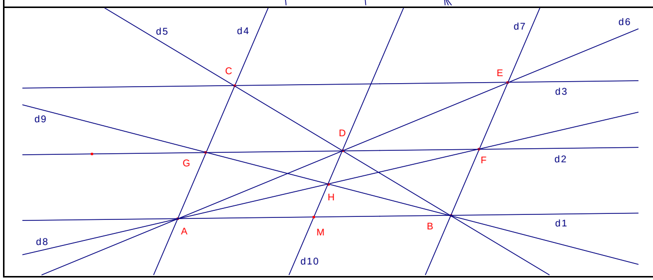
Les trois constructions ci-après sont effectivement apparues dans les expérimentations avec les étudiants. Les participants n'ont pas eu trop de mal à les trouver.

<table>
<tr><td>
</td><td>CM1
Droites parallèles
Parallélogramme : définition (côtés opposés parallèles) et propriété des diagonales</td></tr>
<tr><td>
</td><td>CM2
Droites parallèles équidistantes et équipartition
Triangle : milieux des côtés, centre de gravité</td></tr>
<tr><td>
</td><td>CM3
Droites parallèles équidistantes et équipartition
Parallélogrammes : définition, propriété caractéristique des côtés et propriété des diagonales</td></tr>
</table>

Dans le cas des constructions CM2 et CM3, on recourt à une propriété non routinière : *toute sécante qui coupe une famille de parallèles équidistantes est partagée en segments de même longueur*. Nous y revenons plus loin.

Ce qui est intéressant, et qui nous interroge, porte sur d'autres procédures trouvées après l'expérimentation ou par les participants à l'atelier[6].

[5] Les numéros des droites et l'ordre alphabétique des noms des points indiquent leur ordre de construction.

<table>
<tr><td>
</td><td>CM4
Droites parallèles équidistantes et équipartition
Triangle : milieux des côtés, propriété du centre de gravité</td></tr>
<tr><td>
</td><td>CM5
Partage d'un segment en n segments de même longueur
Théorème de Thalès (dans un triangle)</td></tr>
<tr><td>
</td><td>CM6
Parallélogrammes : définition, propriété caractéristique des côtés et propriété des diagonales
Droites parallèles équidistantes et équipartition</td></tr>
</table>

Comme nous l'avons indiqué plus haut, ces constructions naissent d'une réflexion *a priori* sur des savoirs (propriétés ou constructions de base) plus ou moins étroitement liés au problème et permettant de réaliser une construction valide. Dans la construction CM4 par exemple, une participante est partie de la propriété relative à la position du centre de gravité d'un triangle sur chacune de ses médianes et a ensuite cherché une construction qui utilise cette propriété. De même, les deux autres constructions s'appuient respectivement sur deux constructions de base connues[7]. Dans le cas de la construction CM5, nous avons exploité la construction permettant de partager un segment en *n* segments de même longueur, dans le cas où $n = 2$. Dans la construction CM6, un participant a utilisé une construction de base, à savoir celle de la droite parallèle à une droite donnée passant par un point donné[8] : il s'agit ici de la droite d7 parallèle à d4 et passant par B.

De toutes les constructions envisagées dans ce texte (le lecteur en aura peut-être trouvées d'autres), la construction CM1 s'appuie sur le schème d'utilisation SU1 ; la construction CM3 exploite les deux schèmes mis en évidence ; toutes les autres constructions s'appuient sur le schème SU2. Le schème SU1, moins spontané que l'autre, ne fait pas vraiment obstacle à la recherche de solutions au problème posé.

---

[6] Nous remercions les participants pour nous avoir suggéré les constructions CM4 et CM6.

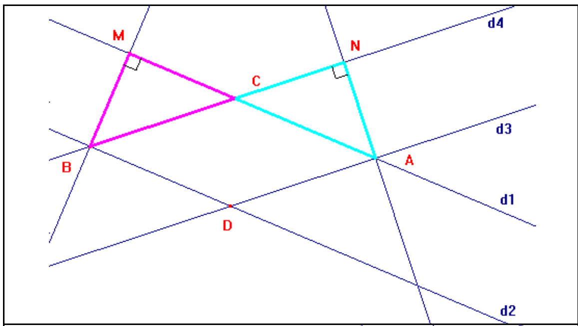
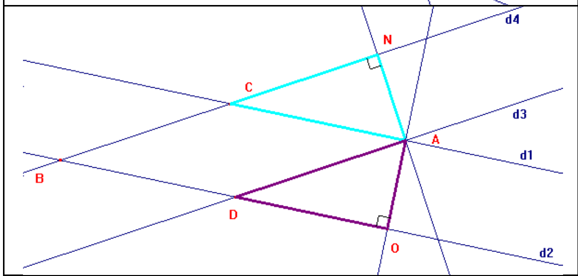
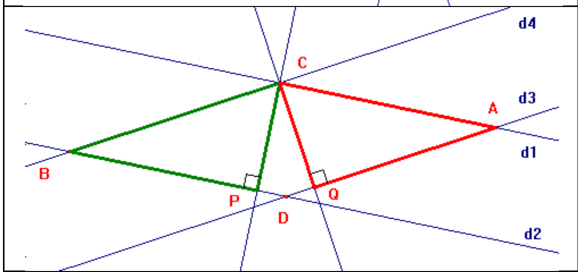
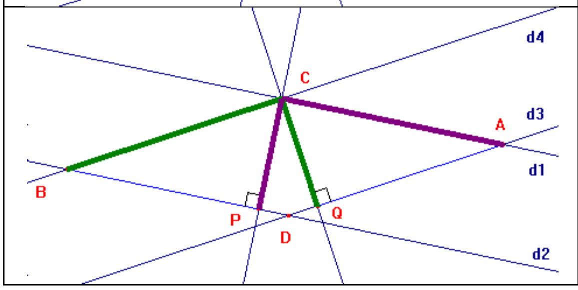
[7] Pour plus de détails sur les constructions de base exploitées ici, cf. Berthe & Cazier (2000).

[8] Nous n'avions évoqué cette construction à aucun moment de l'atelier mais le participant en question avait dit connaître les constructions avec la RBP.

2 Problème de construction d'un losange

Lorsque les étudiants découvrent la construction CM1, ils parlent soit de parallélogramme (ce qui suffit pour la justifier), soit de losange. Dans le second cas, ils se fient à ce qu'ils voient. Nous profitons de leur affirmation qu'il s'agit d'un losange pour leur proposer d'effectuer la démonstration, avec laquelle ils ont quelques difficultés. Cette étape nous semble intéressante d'autant plus que l'on peut s'appuyer sur des propriétés variées selon la manière dont on analyse le dessin produit et selon les propriétés dont on dispose.

Dans tous les cas, on parvient à retenir une propriété non routinière : *un losange est un parallélogramme dont les hauteurs sont de même longueur*.

	Angles opposés par le même sommet Triangles (rectangles) isométriques
	Angles correspondants Triangles (rectangles) isométriques
	Parallélogramme : angles opposés Triangles (rectangles) isométriques
	Formule de calcul de l'aire d'un parallélogramme

3 Intérêt de la situation : les savoirs mathématiques en jeu

Nous venons de voir que, dans cette situation, les définitions et les théorèmes de la géométrie plane convoqués sont nombreux. Elle permet en effet de faire émerger une bonne partie des savoirs de géométrie plane à maîtriser en vue du concours.

La construction du milieu d'un segment dont on connaît les extrémités permet, par exemple, de revisiter des propriétés liées aux parallélogrammes et au triangle.

En partant de la construction CM1, pour prouver que le parallélogramme ACBD est un losange, l'un des cas des triangles isométriques devient un outil efficace. On peut alors revisiter diverses propriétés sur les angles – angles opposés par le même sommet, angles correspondants, somme des angles dans un triangle, etc. – en produisant un éventail assez riche de démonstrations. Sans compter que l'on a aussi l'occasion de faire ressortir un exemple de preuve exploitant les aires[9].

La réciproque du théorème (de la droite) des milieux est aussi un résultat utile dans cette situation. Par exemple, lorsque l'on trace un réseau de droites parallèles et équidistantes, elle permet de prouver que *toute droite coupant ce réseau est partagée en segments de même longueur*, propriété fondamentale car strictement liée au schème d'utilisation SU2.

Une fois prouvé que le parallélogramme ACBD est un losange, on pourra en déduire d'autres constructions immédiates : la médiatrice d'un segment, une droite perpendiculaire à une droite donnée, la bissectrice d'un angle donné. Et déduire encore comment construire les points remarquables d'un triangle, le centre d'un cercle donné, etc.

Les participants ont partagé avec nous l'idée que la situation est certainement riche. Le regard porté sur les figures est aussi varié : droites, segments, points, points comme intersections de droites ou de segments, surfaces.

Mais l'entrée dans l'activité ne risque-t-elle pas d'être coûteuse ?, se sont-ils demandés. Le moment était alors venu de présenter le déroulement que nous avons retenu pour nos expérimentations, en motivant aussi certains de nos choix.

V - PRESENTATION DE NOS EXPERIMENTATIONS

Comme nous l'avons vu, lorsque l'on utilise la RBP, le schème SU1 conduit assez vite au losange qui devient ainsi une figure de base pour diverses constructions. Dans Berthe & Cazier (2000), les auteurs choisissent d'introduire l'usage de cet instrument à travers *une voie naturelle mais plus dynamique en épuisant, dans un premier temps, tout ce qu'on peut tirer des parallèles équidistantes*. Dans leur progression, ils privilégient donc le schème SU2 et proposent d'abord le problème de la construction d'une droite parallèle passant par un point donné.

En guise de pré-expérimentation, nous avons conçu une séance en partageant ce même choix. Nous avons en plus demandé au groupe d'étudiants concernés d'utiliser leur règle graduée. Les résultats ont été quelque peu décevants, ce qui ne nous a pourtant pas découragées mais nous a conduit à mener une analyse plus approfondie en jouant davantage sur les différentes variables didactiques de la situation.

En répertoriant les principaux problèmes que l'on peut traiter à l'aide de cet instrument, nous nous sommes alors rendues compte que celui de la construction du milieu d'un segment est le plus riche en termes de stratégies possibles : on y parvient en exploitant le schème SU1 ou bien le schème SU2 ou encore avec une combinaison des deux[10]. Comme nous l'avons déjà évoqué plus haut, il permet en outre de faire découler d'autres constructions immédiates. Nous avons donc choisi de proposer ce problème en premier aux étudiants.

Une autre question à aborder portait ensuite sur la nature de l'artefact. Pour éviter les manipulations illicites rencontrées dans la pré-expérimentation, nous avons construit nous-mêmes des lattes de longueurs et de largeurs variables n'ayant que deux bords parallèles, ceci afin de prendre en compte les différents aspects de l'instrument que ces lattes doivent incarner (cf. § III).

Pour permettre aux étudiants de découvrir plus rapidement le schème SU1, nous avons décidé d'une rapide présentation des possibilités offertes par la RBP (cf. annexe 2, étape 1).

En anticipant l'éventualité que les étudiants soient encore bloqués comme dans la phase pré-expérimentale ou que la motivation s'estompe et qu'ils aient envie d'abandonner, nous avons conçu des aides : elles sont proposées si les étudiants en demandent ou bien si on en repère qui seraient en

[9] C'est ici probablement la démonstration la plus rapide mais elle est loin d'être spontanée pour les étudiants !

[10] Pour les détails, cf. Berthe & Cazier (2000).

difficulté ou en train de se démotiver. Dans les deux cas, soit ils choisissent l'aide qui leur semble convenir soit on leur donne une aide selon les difficultés rencontrées ou les pistes essayées.

En effet, deux sortes d'aides sont prévues : l'une sous forme de texte, l'autre sous forme de dessin. Dans chacun des deux cas, la construction évolue selon trois phases (cf. Annexe 1). Comme un jeu de cartes, ces aides sont disponibles sur des petits cartons posés sur le bureau du professeur. L'étudiant ayant recours à une aide, quelle que soit sa forme, pourra se contenter de la première carte ou bien demander au fur et à mesure les deux suivantes. Dans la conception de ce matériel, la difficulté majeure consiste à faire en sorte de fournir des indications tout en laissant une place à l'initiative de l'étudiant.

Ces aides pourraient aussi être utilisées au bénéfice du groupe classe : dans ce cas, afin d'enrichir la mise en commun, l'enseignant choisirait de fournir à un groupe une construction qui n'a pas été découverte ou utilisée par d'autres groupes.

Nous sommes finalement parvenues à structurer une séance en quatre étapes :

- Étape 1. Présentation de la RBP : *Que peut-on faire avec cet instrument ?*

Lors de la mise en commun de cette étape, on se limite à mimer au tableau les propositions de quelques étudiants afin de ne pas laisser de traces suggérant trop des usages possibles lors de l'étape suivante.

- Étape 2. Le problème de la construction du milieu d'un segment.
- Étape 3. Zoom sur la construction CM1 : *Peut-on prouver qu'il s'agit d'un parallélogramme particulier ? Lequel ?*

Les étapes 2 et 3 comportent chacune un moment de travail de groupes suivi d'une mise en commun qui servira aussi pour revisiter les savoirs géométriques que nous avons évoqués plus haut. La phase 3 peut se conclure avec une réflexion sur d'autres constructions possibles et immédiates ainsi qu'un problème classique d'application.

- Étape 4. Retour sur la situation : analyses « méta ».

Le lecteur trouvera en Annexe 1 des précisions supplémentaires sur chacune des quatre étapes.

Dans l'atelier, après avoir discuté avec les participants autour des savoirs mathématiques mis en jeu par la situation, nous avons orienté les discussions sur des points qui demeurent cruciaux dans cette phase de la recherche.

Dans la suite de ce texte, nous allons donc traiter ces différents aspects en croisant nos réflexions avec celles des participants à l'atelier dont la contribution a été forte enrichissante.

VI - LES SAVOIRS METAMATHEMATIQUES, DIDACTIQUES ET PEDAGOGIQUES EN JEU

Nous désignons par *savoirs métamathématiques* les savoirs qui sont destinés aux étudiants eux-mêmes afin qu'ils améliorent leurs compétences en mathématiques. Nous parlons de savoirs pédagogiques ou didactiques pour ceux qui pourraient leur servir en tant qu'enseignants. Les savoirs didactiques demeurent liés à la discipline, en l'occurrence les mathématiques ; les savoirs pédagogiques sont des savoirs communs à différentes disciplines scolaires.

Quels savoirs de ces types pourraient émerger au travers de cette situation en relation avec le scénario que nous avons conçu et mis en place ? Et comment les faire émerger ?

Cette première réflexion nous a encouragées à analyser, avec la complicité des participants, la structure de ce scénario : est-elle pertinente ? Les choix opérés sont-ils judicieux ?

Nous présentons ci-après une synthèse des échanges que nous avons eus avec les participants sur les différents savoirs en question : lesquels pourraient faire avec les étudiants l'objet d'un travail de relecture, voire d'une institutionnalisation ?

1 Savoirs métamathématiques

1.1 *Prise de conscience des* savoirs mobilisables *et non* disponibles

Les étudiants sont souvent capables de réciter des propriétés, par exemple celle de la position du centre de gravité d'un triangle sur ses médianes. Mais aucun ne pense à utiliser cette propriété pour effectuer la construction, comme a pu le faire une des participantes de l'atelier. De la même manière, certains peuvent réciter la formule du calcul de l'aire d'un parallélogramme, mais aucun ne l'utilise pour effectuer une démonstration. On peut faire prendre conscience de cela aux étudiants et introduire à ce propos les concepts de savoirs *mobilisables* ou *disponibles*, au sens de Robert (1995), comme outils d'interprétation de ces phénomènes.

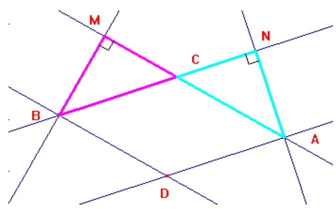
1.2 *Appréhender une figure géométrique*

Deux étapes bien distinctes apparaissent dans la consigne proposée aux étudiants : d'une part effectuer une construction, d'autre part démontrer que la construction effectuée produit bien le résultat demandé. La première étape demande une articulation entre les propriétés géométriques de la figure à construire et les contraintes techniques de l'instrument à disposition. Ici, on cherche un point, le milieu d'un segment, mais pour ce faire il faudra passer par des éléments de dimensions supérieures, des droites et des surfaces sans compter que le point cherché sera obtenu par l'intersection de droites.

Une fois ce premier obstacle franchi, les étudiants doivent parvenir à trouver l'idée d'une solution pour la démonstration cherchée. Pour cela, il faut qu'ils prennent conscience qu'il faudra modifier le regard sur la figure en l'enrichissant de tracés supplémentaires et en focalisant l'attention sur certaines de ses parties On voit ici l'intérêt de la description de Duval (1994) de l'appréhension d'une figure géométrique, pour interpréter les différentes difficultés qui se présentent à chacune des étapes. A ce stade de notre recherche, cet aspect reste à développer.

1.3 *Dialectique dessin/figure et paradigmes géométriques*

Comme nous venons de l'évoquer, au moment de la démonstration, il peut être utile d'introduire des points, des droites, etc. Par exemple, lorsque l'on veut montrer que la construction CM1 permet d'obtenir un losange, on peut par exemple tracer des perpendiculaires à main levée pour obtenir la figure ci-contre. La question qui est alors posée par quelques étudiants est : « mais comment fait-on pour tracer une perpendiculaire avec la RBP ? ». Un pas de côté peut alors être fait sur les différents statuts du dessin.



Dans la construction avec la RBP, on peut considérer que l'on est dans G1 (au sens de Houdement & Kuzniak, 2006), le dessin est l'objet géométrique sur lequel on travaille. Au moment de la démonstration, on passe dans G2 (Houdement & Kuzniak, 2006) et le dessin n'est plus qu'un représentant d'un objet théorique. Il peut alors tout aussi bien être fait à main levée. La perpendiculaire à (BC) passant par B existe, je peux donc la tracer.

Il est intéressant de faire repérer aux étudiants ces différents statuts du dessin, ces différents paradigmes géométriques, mettre en évidence que l'on n'arrête pas de naviguer entre les deux paradigmes, expliciter ce que l'on attend d'eux dans l'épreuve de mathématiques du concours[11].

Ces paradigmes sont aussi un outil pour leur expliquer pourquoi on ne les laisse pas, par exemple, affirmer que le quadrilatère obtenu dans la construction CM1 est un losange et qu'on leur demande de le démontrer : on attend d'eux non pas une justification perceptive (« je vois sur le dessin ») qui relèverait de G1, mais une démonstration de type hypothético-déductif, qui relève de G2.

1.4 *La difficulté de la rédaction des programmes de construction*

On connaît les difficultés que les étudiants rencontrent lors de la rédaction d'un programme de construction, difficultés qu'eux-mêmes sont souvent amenés à sous-évaluer. Dans cette situation, les

[11] Houdement & Kuzniak (2006, p 196) et JORE (2006, p 121) mettent en évidence que certains sujets de concours obligent les étudiants à travailler tantôt dans G1, tantôt dans G2, et ce de manière totalement implicite.

étudiants peuvent être invités à dicter un scénario de construction à l'enseignant au moment de la mise en commun. Celui-ci peut alors mettre en évidence que :

- il est nécessaire de nommer les objets construits (droites, points) au fur et à mesure, pour pouvoir les réutiliser ensuite ;
- il faut utiliser le vocabulaire approprié, et donc maîtriser le vocabulaire géométrique ;
- il faut prendre conscience des tracés effectués et mémoriser l'ordre dans lequel on les a effectués (*appréhension séquentielle*, au sens de Duval, 1994).

Une réflexion à ce propos peut être l'occasion pour avancer vers des réflexions pédagogiques et didactiques sur la classe. Lorsque l'on travaille en classe avec des élèves d'école primaire, si on veut qu'ils se souviennent de ce qu'ils ont fait et ne reconstruisent pas autre chose, il ne faudra pas différer cette mise en commun. Ou alors, en la différant, on pourrait faire prendre conscience aux élèves de l'intérêt de nommer les objets construits, de l'utilité d'un programme de construction et, par conséquent, de l'importance de connaître et partager un vocabulaire approprié.

2 Les savoirs didactiques et pédagogiques en jeu

Le postulat de notre stratégie de formation, entre homologie et transposition, est en effet que, après avoir fait vivre aux étudiants une situation riche, ici la construction du milieu d'un segment avec la RBP, on peut introduire des éléments de didactique de manière contextualisée, de sorte que ces éléments apparaissent comme des outils permettant de mieux analyser les activités qui ont été vécues.

2.1 Le passage de l'artefact à l'instrument

D'après Offre et *al.* (2006), les difficultés dans l'utilisation des instruments semblent moins être liées à la manipulation de ceux-ci qu'à la capacité à isoler une propriété géométrique dont l'instrument est porteur. L'usage des instruments par les élèves nécessite donc l'apprentissage des schèmes qui les gouvernent. Le sujet de notre atelier a spontanément orienté nos discussions dans ce sens : nous avons ainsi partagé nos avis à propos des difficultés à prendre en compte dans le passage de l'artefact à l'instrument (Rabardel, 1995).

On met du temps à s'approprier la RBP, dit une participante, comme l'élève qui découvre une équerre pour la première fois et qui se demande ce qu'il peut en faire et comment l'utiliser. Il a fallu un temps à certains pour apprivoiser la manipulation de la RBP, un temps pour tous pour découvrir ses deux schèmes d'utilisation. De la même manière, il faut un temps aux élèves pour apprendre à positionner correctement l'équerre, un temps pour comprendre ce que l'on peut faire avec cet instrument.

Si on s'intéresse au compas à l'école, il nous semble qu'un autre aspect peut être mis en évidence. En début de cycle 3, les élèves doivent apprendre à utiliser le compas pour tracer des cercles. Plus tard, le compas va servir à reporter et comparer des longueurs. Cette nouvelle fonctionnalité de l'instrument est difficile à mettre en place chez les élèves. De la même manière, nos étudiants comme les participants à l'atelier ont pu vivre la difficulté à changer leurs habitudes. Quand deux points A et B sont sur la feuille, il va falloir du temps pour apprivoiser le schème d'utilisation SU1 car l'artefact spécifique que nous avons construit pour l'activité pourra aussi être utilisé en tant que règle ordinaire.

Le repérage de cette difficulté étant fait avec les étudiants, on peut introduire les concepts d'artefact et d'instrument, pour mettre des mots sur ces observations. Il ne suffit pas de donner un artefact aux élèves pour qu'il devienne ipso facto un instrument : il faut du temps, résoudre des problèmes avec, pour que les schèmes d'utilisation de l'instrument se construisent. Une question s'est alors posée au groupe, qui reste pour le moment sans réponse définitive : faut-il montrer dès le départ les deux schèmes d'utilisation aux étudiants, ou faut-il prendre le temps de les leur laisser construire ?

2.2 Le travail de groupe

Cette activité peut être l'occasion d'une analyse de la situation du travail de groupes. Différents fonctionnements apparaissent :

- dans certains groupes, l'un trace, les autres regardent et discutent, proposent ;
- dans d'autres groupes, chacun effectue sa construction et les étudiants échangent après.

On voit, ou non, apparaître un fonctionnement espéré : l'un des étudiants lance une piste, reprise par un autre, qui aboutit avec un troisième. La collaboration prend alors toute sa valeur. On a réussi ensemble ce que l'on n'aurait pas réussi à faire seul. Il peut être intéressant de faire échanger les étudiants sur le fonctionnement de leur groupe, pour faire émerger des conditions de bon fonctionnement du travail de groupes, de sorte que les étudiants puissent ensuite oser proposer des travaux de groupes à leurs élèves.

2.3 Les cartes aides

Comme nous l'avons déjà évoqué plus haut, les *cartes aides* ont été conçues comme un dispositif de différenciation, pour relancer le travail de l'étudiant en difficulté. Dans ce cas, notre intention est de remplacer l'enseignant qui ne peut aider tous les groupes en même temps ; mais aussi de *doser* les informations fournies car l'enseignant, s'il est là, pourrait en dire trop.

En concevant un dispositif en trois étapes, nous avons pensé à aider l'étudiant en lui fournissant d'abord les premiers éléments de la construction et en l'encourageant ensuite à poursuivre de façon autonome. L'étudiant en grande difficulté peut toutefois profiter de la totalité des cartes. Nous pensons qu'il lui reste alors encore du travail à sa charge car, qu'il s'agisse du dessin ou du texte, il devra l'interpréter.

À l'issue des discussions eues dans l'atelier, une question a surtout été soulevée à l'égard de ces aides. Vaut-il mieux des photographies avec la présence de l'instrument plutôt qu'un dessin ? Dans ce cas, l'aide conceptuelle serait accompagnée d'une aide gestuelle.

Ces mêmes réflexions pourraient faire l'objet d'une discussion avec les étudiants où, en considérant les aides comme étant une des variables didactiques de la situation, on pourrait se demander quelle est leur influence sur les stratégies que les élèves pourraient mettre en œuvre. Et puis, spontanément, orienter leurs réflexions sur des savoirs davantage pédagogiques et didactiques, par exemple : quels dispositifs de différenciation dans des activités de géométrie avec les élèves ? sur quelles variables jouer pour les mettre en place ?

2.4 Typologie de problèmes

Une autre variable didactique que les étudiants doivent pouvoir utiliser est la nature des problèmes que les enseignants proposent aux élèves, en étant conscients que, pour un même énoncé, cette nature dépend de plusieurs facteurs, notamment des savoirs disponibles des élèves. Il est possible de réfléchir avec les étudiants sur le type de problème qui leur a été posé. Est-ce un problème ouvert ? ou un problème de réinvestissement ?

Si on reprend les caractéristiques des problèmes ouverts de Arsac et al. (1991), il s'agit bien *d'un problème d'énoncé court et compréhensible, ne contenant ni la méthode ni la solution, permettant à chacun qui le cherche de faire des essais*. L'objectif des problèmes ouverts est principalement la démarche de résolution. Elle est ici intéressante. Il s'agit de faire émerger qu'une manière de trouver, c'est de choisir une configuration, un théorème, qui permet d'effectuer la construction demandée. A défaut, on obtient le tracé un peu par hasard. C'est aussi de faire fonctionner les différentes appréhensions de la figure (Duval, 1994). C'est encore de travailler alternativement dans G1 pour effectuer les tracés et émettre une conjecture, et dans G2 pour effectuer la démonstration de la pertinence du tracé.

Mais quand le formateur propose cette activité, il attend également des étudiants qu'ils utilisent des propriétés de géométrie plane au programme du concours. Le contenu mathématique est central, généralement déjà connu des étudiants (même si mal maîtrisé). C'est alors de ce point de vue également un problème de réinvestissement des savoirs antérieurs.

VII - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

1 Conclusions

Les participants à l'atelier nous ont confortées dans l'idée que cette situation est pertinente en formation des M1, tant sur le plan mathématique, que sur les plans métamathématique, pédagogique et didactique. Certains souhaitent d'ailleurs l'utiliser, avec des M1, des M2, et même en formation continue. Pour notre population, des questions demeurent cependant, que nous allons ici synthétiser.

La construction des schèmes d'utilisation de la RBP, en particulier le schème SU1, peut s'avérer longue. La pré-expérimentation que nous avons faite, tout comme la mise en activité des participants à l'atelier, a montré que certains pouvaient ne jamais penser au SU1. Comme nous l'avons signalé précédemment, une question reste alors posée : quel peut être l'inconvénient à présenter dès le départ les deux schèmes d'utilisation de la RBP ?

Deux possibilités s'offrent au formateur : utiliser cette situation en début de formation, ou en fin de formation. Dans le premier cas, elle est l'occasion de revisiter les théorèmes de géométrie plane, dans le second cas, il s'agit plutôt d'une activité de révision de ces mêmes contenus. Il semble que la majorité des participants envisagent de l'utiliser plutôt en début de formation mais la question reste ouverte.

En nous concentrant sur la RBP en tant qu'instrument, plusieurs aspects méritent d'être approfondis.

Tout d'abord, à propos du matériau de la RBP : faut-il qu'il soit opaque ou transparent ? Car, lorsqu'elle posée sur la feuille, la règle opaque cache le segment ou une partie de la construction, ce qui représente une difficulté dans l'utilisation.

Par ailleurs, la RBP est-elle un simple prétexte pour faire de la géométrie plane, voire de la didactique de la géométrie, ou peut-elle devenir un nouvel instrument dans la trousse de l'étudiant ? Qu'advient-il si, lors du concours et alors qu'on lui demande d'effectuer une construction sans indiquer les instruments autorisés, il utilise la RBP ? Remarquons, à ce propos, que certaines constructions de base telles que, par exemple, le milieu d'un segment ou la bissectrice d'un secteur angulaire sont moins coûteuses à réaliser avec la RBP qu'avec la règle et le compas.

L'utilisation de la RBP dans le cadre du concours suggère une autre question. Les démonstrations des constructions effectuées amènent à utiliser des propriétés qui n'ont pas forcément l'habitude d'être institutionnalisées. Citons par exemple : *Toute sécante qui coupe une famille de droites parallèles équidistante est partagée en segments de même longueur, la propriété caractéristique du losange comme parallélogramme avec des hauteurs égales,* ou encore *les cas d'isométrie pour les triangles rectangles.* Peut-on sans inconvénient institutionnaliser ces propriétés et laisser les étudiants les utiliser dans l'écrit du concours ?

La situation de la construction du milieu d'un segment a été la seule exploitée dans les premières expérimentations. Serait-il intéressant de travailler avec les étudiants sur d'autres constructions à l'aide du même et seul instrument ? Nos objectifs à court terme nous encouragent à rester encore sur la construction du milieu d'un segment mais l'éventualité d'en introduire d'autres n'est pas à écarter car, par exemple, des activités de réinvestissement pourraient être proposées aux étudiants en cours d'année. Ce serait un prétexte pour réviser encore le chapitre de la géométrie plane.

2 Perspectives

Ces questions encore ouvertes vont être au cœur de nos prochaines expérimentations et analyses. Certaines constructions feront l'objet de nouvelles expérimentations auprès d'étudiants de première année pour l'année universitaire à venir : elles enrichissent en effet nos perspectives de travail sur le sujet en nous permettant d'envisager d'autres types de consignes et d'activités, par exemple : partir d'une bande dessinée et demander aux étudiants de retrouver la construction et de la justifier ; partir d'un programme de construction pour effectuer la construction et la justifier ; partir d'une propriété et trouver une procédure qui l'exploite.

Mais nous envisageons aussi un travail avec un groupe d'étudiants de deuxième année : avec ce public, nous viserions davantage un questionnement qui les conduirait à mettre en question et/ou élargir leurs savoirs pédagogiques et didactiques.

Un problème de construction conduit à un travail d'analyse et de synthèse où les savoirs géométriques s'articulent avec ce que l'instrument à disposition permet (ou ne permet pas) de faire. Dans ce contexte, il nous semble important d'observer plus finement les étudiants en activité, au travers des vidéos réalisées et à réaliser, afin d'étudier leurs difficultés en relation avec les différentes manières d'appréhender une figure (Duval, 1994) et aux déconstructions dimensionnelles que l'on est conduit à opérer selon le savoir géométrique mis œuvre (Duval & Godin, 2005).

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC G. & AL (1991), *Problème ouvert et situation-problème*. IREM de Lyon.

BERTHE D. & CAZIER B. (2000), La règle à bords parallèles, *Repères-IREM*, **40**, TOPIQUES éditions

DUVAL R. (1994), Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *Repères-IREM*, **17**

DUVAL R. & GODIN M. (2005), Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, 76, 7-27

HOUDEMENT C. & KUZNIAK A. (2006), Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, **11**, IREM de Strasbourg

KUZNIAK A. (1994) Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, *Actes du XXI^e Colloque Inter-Irem des professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres, 16-18 mai 1994, Chantilly*

JORE F. (2007), Paradigmes géométriques et formation initiale des professeurs des écoles, en environnements papier-crayon et informatique. Thèse de l'université Paris 7.

OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M.-J., VERBAERE O. (2006), Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, *Grand N*, **77** et *Petit x*, **72**

PARSYSZ B. (2002) : Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1, *Actes du 28^ème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres*, Tours, mai 2001, éd. Presses Universitaires d'Orléans.

RABARDEL P. (1995). Qu'est-ce qu'un instrument ? Appropriation, conceptualisation, mises en situation, *Outils pour le calcul et le traçage de courbes*, CNDP–DIE (http://www.cndp.fr/archivage/valid/13420-1126-1194.pdf, consulté le 13 juillet 2014)

ROBERT A. (1995), *L'épreuve sur dossier à l'oral du CAPES de mathématiques, Tome I, Géométrie*, éd. Ellipses

ANNEXE 1. UN EXEMPLE DE *CARTES AIDES* : LA CONSTRUCTION CM2

Aide « Texte T »

Tracez la droite d passant par A et B.

Tracez une droite d_1 parallèle à d.

Tracez une droite d_2 parallèle à d_1 et distincte de d.

Tracez une droite d_3 sécante à d en A. Elle coupe d_1 en C et d_2 en D.

Aide « Suite Texte T »

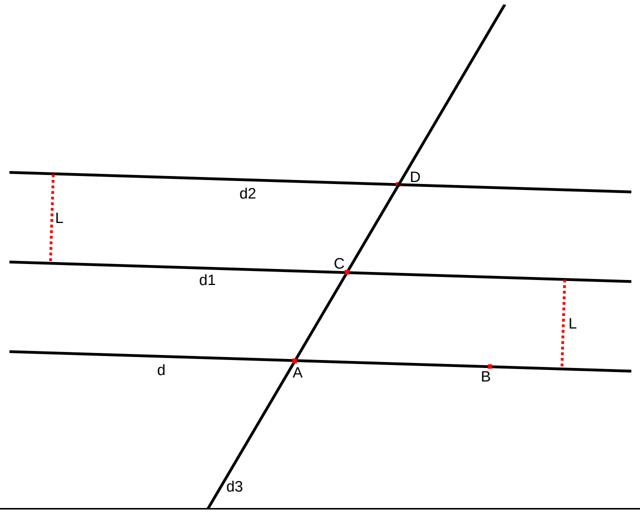
Tracez la droite (BD).

Travaillez dans le triangle ABD.

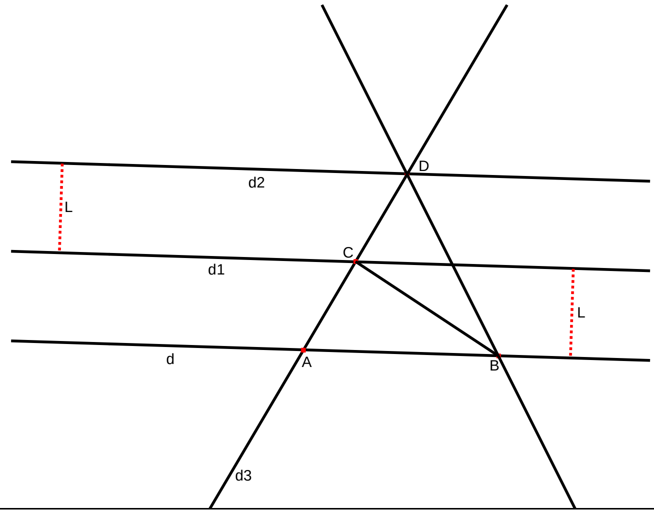
Aide « Fin Texte T »

Tracez les médianes du triangle ABD.

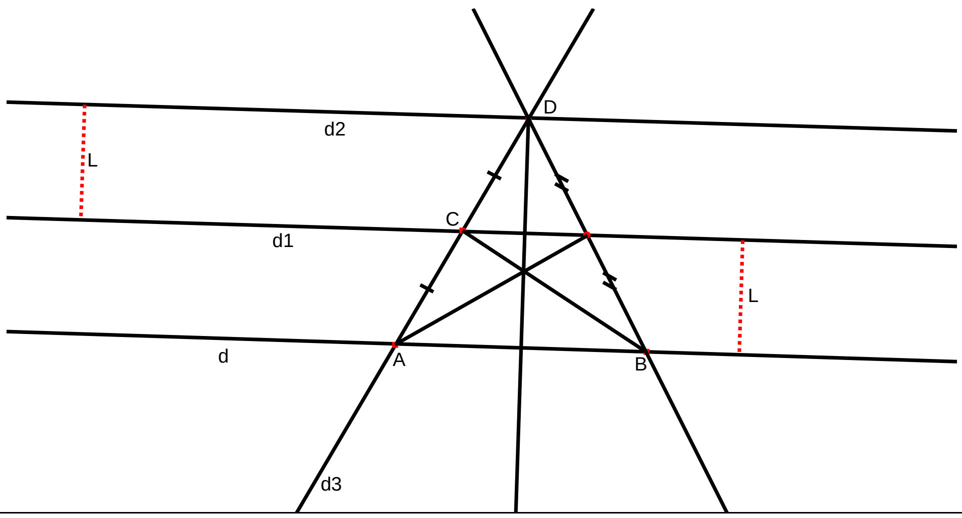
Aide « Dessin T »



Aide « Suite Dessin T »



Aide « Fin Dessin T »



VIII - ANNEXE 2. LES QUATRES ETAPES DE LA SEANCE EXPERIMENTEE

Étape 1

On montre aux étudiant(e)s, sans les nommer, deux règles à bords parallèles (une petite qui sera distribuée plus tard, et une grande qu'on utilisera au tableau) : ***Voici un instrument de géométrie. Que peut-on faire avec cet instrument ?***

On pose la question aux étudiant(e)s. On les laisse réfléchir quelques minutes et on fait aussitôt une mise en commun en ***mimant*** *au tableau leurs propositions à l'aide de la grande règle et un faux feutre (seuls les points donnés, les droites données seront tracés, à main levée). Une liste des usages possibles est donnée dans le texte, § III.1. Les usages exploitant les deux bords de cet instrument sont sans doute moins connus mais il faudra les faire ressortir car utiles pour le problème proposé en étape 2.*

A chaque binôme d'étudiant(e)s, on distribue du papier uni, format A4 et A3, et des règles à bords parallèles. On leur demande de se munir d'un crayon à papier.

Étape 2

« Vous disposez d'une règle à bords parallèles, d'un crayon papier et de feuilles de papier uni.
Placez deux points A et B distincts, tels que AB > L (L étant la largeur de la règle).
Tracez le milieu de [AB].
Démontrez que le point ainsi construit est bien le milieu de [AB].
Vous ne pouvez pas vous servir de la gomme pour effacer. Nous vous demandons également de numéroter au fur et à mesure les différents traits de construction afin de retrouver plus facilement la chronologie des tracés ».

On peut construire le milieu de [AB] de différentes manières, ce qui conduit à envisager des aides variées qui seront mises à disposition des étudiant(e)s au bout de x min depuis le moment où on a proposé l'énoncé de l'exercice.

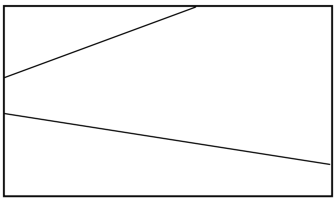
Étape 3

A partir de là, on retient la construction amenant à tracer un « parallélogramme » et ses diagonales et on s'interroge sur sa nature : ***Peut-on prouver qu'il s'agit d'un parallélogramme particulier ? Lequel ?***

Les étudiant(e)s ont peut-être déjà affirmé qu'il s'agit d'un losange mais on les conduit à prouver que, par cette construction, on obtient bien un losange.

À partir de là, on demanderait aux étudiant(e)s de déduire d'autres constructions possibles et immédiates (cf. § IV.3).

Un problème classique pourrait ainsi être proposé : ***à l'aide d'une règle à bords parallèles, sans sortir du cadre, tracez la bissectrice du secteur angulaire dont on n'a pas le sommet.***



Étape 4

Retour sur certains moments de la séance : une analyse didactique.