ANALYSER UNE RESSOURCE DE FORMATION : EXEMPLE DE LA « SITUATION DES ANNUAIRES »

Pierre DANOS
ESPE Toulouse Midi-Pyrénées
Pierre.danos@univ-tlse2.fr

Pascale MASSELOT
UCP – Institut de l'éducation
Laboratoire de Didactique André Revuz
pascale.masselot@u-cergy.fr

Arnaud SIMARD
ESPE Franche-Comté
Laboratoire de Mathématiques de Besançon
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Claire WINDER
ESPE Nice
claire.winder@free.fr

Résumé
Dans un premier temps, l'atelier a permis aux participants de s'approprier une situation de formation éprouvée (Houdement C., Peltier M-L, 2003), dans le cadre d'une stratégie basée sur l'homologie (Kuzniak, 1995). Ensuite, un questionnement a visé à faire émerger les potentialités de la situation (Imbert J-L., Masselot P., Ouvrier-Buffet C., Simard A., 2011). Enfin il s'est agi de définir différents indicateurs en vue de construire un modèle d'analyse de situations de formation. Ce travail devrait permettre d'enrichir la réflexion sur l'appropriation et la conception de ressources mises à la disposition des formateurs.

I - INTRODUCTION

Les réflexions menées, notamment par la COPIRELEM depuis plus de trente ans, dans le domaine de la formation en mathématiques des enseignants du premier degré, alliées à la nécessité de leur diffusion, ont conduit à la production d'un grand nombre de documents à destination des enseignants du premier degré ainsi qu'à l'intention de leurs formateurs[1]. Cette profusion de documents nous semble nécessiter la création de nouveaux outils qui permettront, aux utilisateurs de ces ressources, de mieux appréhender et de s'approprier de manière plus fidèle aux intentions des concepteurs, les enjeux de formation sous-jacents.

Par ailleurs, la plus grande partie de ces documents ont été produits dans des contextes institutionnels, des conditions et des formats de formations différents de ceux que nous connaissons aujourd'hui. En

[1] On peut citer plus particulièrement :

- *Documents pour la Formation des Professeurs des Écoles en Didactique des Mathématiques* (de 1991 à 1997) ;
- *Cahiers pour le Formateur* (1999 à 2005), rédigés suite à des stages de formation des formateurs organisés par la COPIRELEM avec le soutien des IUFM ;
- *Concertum* (2003) présentant une sélection d'articles déjà publiés dans différentes brochures issues de manifestations organisées par la COPIRELEM et qui rend compte de l'évolution des questions soulevées par l'enseignement des mathématiques à l'école ;
- *Actes des Colloques* (rédigés tous les ans à partir de 1974) ;
- *Annales des sujets de mathématiques des concours de recrutement* (avec corrigés et compléments didactiques) à partir de 1992 ;
- *Calcul mental à l'école primaire* (2012) ainsi qu'une *clé « Géométrie »* (2014), dont la diffusion est assurée par l'ARPEME.

IUFM, la formation s'effectuait sur deux ans avec un nombre d'heures relativement conséquent. La stabilité des groupes d'étudiants permettait de garantir la cohérence de l'ensemble et une possible adaptation du formateur aux spécificités de son public. « La mastérisation a assujetti la formation professionnelle au moule des maquettes de master, imposées par chaque université. (…) [Elle] semble avoir transformé une logique de formation à un métier unique (si on occulte la diversité des terrains sur lesquels il s'exerce et qui engage d'autres spécificités : maternelle ou élémentaire, milieux reconnus difficiles….) qui prévalait dans les instituts en une logique de certification. » (Houdement ; 2014 ; p. 23).

Ainsi, en ESPE, la formation universitaire avec des cours magistraux, des TD et des TP, l'alternance avec une affectation dans une ou deux classes en deuxième année, des groupes à géométrie variable selon le type d'intervention, voire des groupes « dématérialisés » lors de formations à distance… amènent des formateurs à renoncer à certaines stratégies de formation qu'ils pouvaient privilégier auparavant. Ces derniers se retrouvent alors dans l'obligation d' « apprêter» les anciennes situations de formation au risque d'en perdre la pertinence et la richesse, de faire des choix en faisant le « pari » d'un certain transfert…

Cet atelier est le premier d'une série de trois ateliers connectés présentant des situations de formation et proposés par la COPIRELEM lors de ce colloque. Il vise à rendre compte de l'état d'une réflexion sur l'élaboration d'un « modèle » permettant d'éclairer le travail du formateur lors de la conception d'un module de formation, à travers un exemple permettant d'illustrer notre démarche. Les comptes-rendus des deux autres ateliers (A25 et A36), auxquels les participants de cet atelier étaient conviés, complètent ce travail.

Le scénario de l'atelier visait à amener les participants à envisager successivement différents niveaux de lecture des activités proposées. Dans un premier temps, il s'agissait de faire vivre une activité qui a déjà plusieurs fois été mise à l'épreuve, aussi bien en formation que dans le cadre de la formation de formateurs, pour permettre aux participants de se l'approprier. Cette activité n'est pas l'objet principal de l'atelier donc le nombre de phases de cette situation de formation a été réduit.

Dans un deuxième temps, en s'appuyant sur ce premier travail, les participants ont été amenés à identifier « à chaud » les potentialités de cette activité particulière proposée dans le cadre d'une formation de professeurs d'école.

La réflexion s'est ensuite prolongée par l'analyse de situations de formation de ce type, dans le but de se donner des indicateurs pour éclairer les choix qu'il est possible de faire en tant que formateur parmi des ressources existantes ou lors de la conception de nouvelles ressources.

Nous considérons que cette activité ne constitue qu'un prétexte, une amorce, un « déclencheur », pour aider les enseignants (ou les futurs enseignants) à s'approprier des savoirs de différentes natures. Pour le formateur, il nous semble nécessaire d'éclairer d'une part, ce qu'il pourra « institutionnaliser » à différents niveaux à la suite de la mise en œuvre de ce scénario, et d'autre part, la manière de penser son intégration dans un processus plus large de formation. Pour cela nous avons cherché à ne pas en rester à l'analyse de l'activité elle-même en proposant un modèle pour analyser toute « situation de formation ».

Nous utilisons ici le mot « situation » au sens de Brousseau (2010) :

« Une situation est caractérisée dans une institution par un ensemble de relations et de rôles réciproques d'un ou de plusieurs sujets (élève, professeur, etc.) avec un milieu, visant la transformation de ce milieu selon un projet. Le milieu est constitué des objets (physiques, culturels, sociaux, humains) avec lesquels le sujet interagit dans une situation. Le sujet détermine une certaine évolution parmi des états possibles et autorisés de ce milieu, vers un état terminal qu'il juge conforme à son projet. (…) . La situation permet de « comprendre » les décisions du professeur et des élèves, erreurs ou appropriées. ».

Ainsi une « situation de formation » est pour nous une situation impliquant des étudiants ou stagiaires et des formateurs au sein d'une institution de formation (ESPE par exemple). Elle consiste en un

ensemble d'activités proposées par le formateur et construites autour d'une activité « amorce ». Un « module de formation » peut intégrer plusieurs situations de formation.

II - PRESENTATION GENERALE DE L'ATELIER

1 Organisation de l'atelier

L'atelier prend appui sur une situation de formation emblématique que nous nommons « situation des annuaires », qui a été présentée à plusieurs reprises dans des stages de formation de formateurs de professeurs des écoles, en didactique des mathématiques organisés par la COPIRELEM (Séminaire de formation des nouveaux formateurs Pau 1992, Maxéville 2001, Istres 2006), et qui a fait l'objet de plusieurs publications (Houdement & Peltier, 2002, 2003 ; Houdement, 2006). Un tour de table permet de constater que 12 des 15 participants ne connaissent pas cette situation. Nous proposons aux trois participants connaissant la situation (un seul l'ayant déjà mise en œuvre) de devenir observateurs de l'activité des autres participants d'une part, de la structuration de l'atelier d'autre part.

L'atelier comporte quatre phases. Dans un premier temps, les participants sont répartis par groupes de quatre ou cinq personnes, l'animateur leur propose une suite de consignes directement reprises de la « situation des annuaires ». Ensuite chaque groupe est amené à prendre du recul sur cette activité en l'analysant d'un point de vue formateur, à partir d'un questionnement. Les participants, répartis par groupe, cherchent alors des prolongements à cette situation de formation. La dernière phase consiste en la présentation d'un modèle, encore en cours de construction, d'analyse des potentialités d'une situation de formation. Le but est de discuter ce modèle d'analyse, sa pertinence et de le faire évoluer.

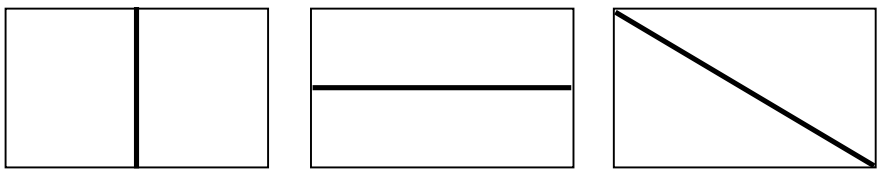
2 Première phase : mise en situation, l'activité des annuaires

Le déroulement de cette première phase prend appui sur les écrits déjà existants de la « situation des annuaires » initialement à destination des professeurs des écoles en formation initiale ou continue. Le déroulement qui figure en annexe 1 est extrait de (Houdement & Peltier, 2002). Les adaptations spécifiques à l'atelier sont précisées dans ce qui suit.

Activité 1

Les participants, placés en îlots de quatre personnes, doivent partager des feuilles rectangulaires en deux parties exactement superposables sans perte et sans recollement. Ils sont invités à trouver le maximum de partages différents.

La consigne est explicitée à la fois oralement et en présentant les trois solutions immédiatement envisageables par des adultes (adaptation au public) :



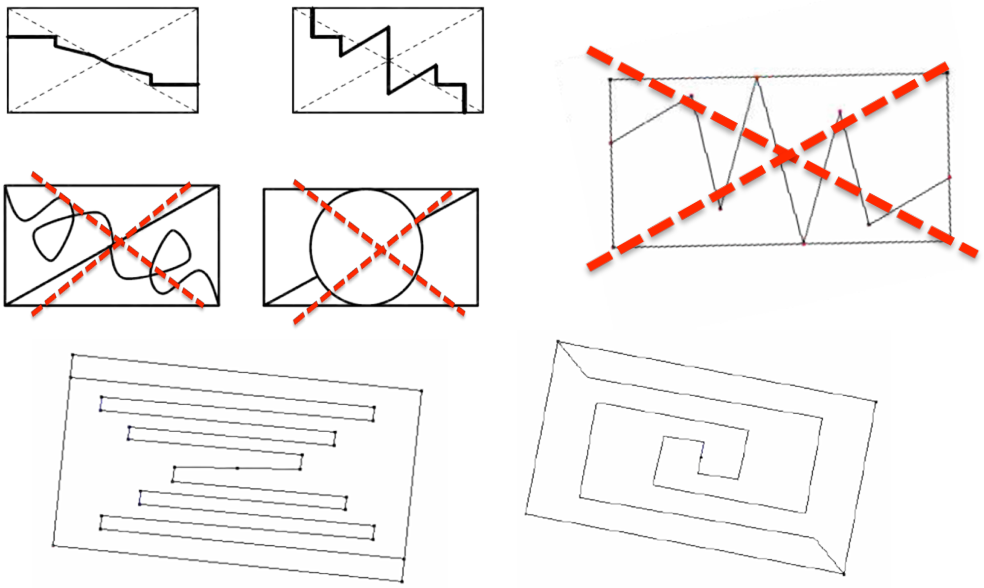
Le travail est individuel, mais la présence du groupe permet les échanges. Les productions sont affichées au fur et à mesure sur une grande feuille.

Activité 2

Lorsque tous les groupes ont produit quelques partages, les participants sont invités à formuler par écrit une condition (ou plusieurs) sur la ligne de partage pour qu'elle « marche ». Une mise en commun suit ce travail de groupe et met immédiatement en évidence que la ligne de partage est symétrique par rapport au centre de la feuille. Les autres conditions sur la ligne de partage sont énoncées à la suite de la présentation des différentes propositions ci-dessous :

- la ligne de partage passe par le centre ;
- la ligne de partage part d'un bord pour rejoindre le bord opposé ;

- la ligne de partage ne se recoupe pas.



À l'issue de la mise en commun, les participants à l'atelier peuvent constater que les productions des différents groupes sont semblables à celles d'étudiants de Master MEEF Première Année confrontés à la même activité. Ces productions sont présentées en annexe 2.

Lien avec une mise en œuvre en formation (initiale ou continue) de professeurs des écoles

La durée de l'atelier étant limitée, nous avons choisi de seulement évoquer l'exploitation mathématique de cette activité à destination des professeurs des écoles. Elle prend tout d'abord la forme de constats à réaliser à l'issue des deux activités. Puis la suite de l'activité mise en œuvre en Master MEEF Première Année à Draguignan (ESPE de Nice) en 2013/2014 est partiellement présentée (son déroulement effectif complet, réalisé à partir de l'analyse d'une vidéo, fait l'objet de l'annexe 2 ; la partie présentée correspond aux temps 1 à 17). Des productions d'étudiants permettent de l'illustrer.

3 - Deuxième phase : analyse du déroulement de l'activité

Il s'agit maintenant de prendre du recul face à l'activité vécue. Le but de cette phase est d'analyser, d'un point de vue mathématique, ergonomique et didactique les différentes phases de la situation. Pour cela, un tableau est projeté et les participants sont invités à proposer en quelques mots des éléments pour compléter chaque case du tableau :

Timing	Chronologie de l'activité (identification des phases)	Description rapide	Rôle de l'enseignant	Rôle du participant	Analyse didactique	Savoirs mathématiques en jeu

Les participants-observateurs ont un rôle particulièrement important dans cette phase. Ils peuvent clarifier la chronologie et formuler des remarques pertinentes, car plus distanciées, sur l'activité des groupes. Les discussions permettent de commencer à remplir ce tableau sur les premières phases de la situation. Le tableau suivant recense quelques réponses formulées pour les trois premières phases de l'activité :

Timing	Chronologie de l'activité (identification des phases)	Description rapide	Rôle de l'enseignant	Rôle du participant	Analyse didactique	Savoirs mathémati-ques en jeu
3 min	Présentation et explicitation de la consigne 1.	Phase collective. Méthode de partage (sans recollement ni chevauchement).	Explique la consigne. Illustre la consigne. Organise le travail.	Ecoute. Demande de clarifier.	Dévolution, appropriation	Surfaces superposables
7 min	Recherche. Mise en activité. Action.	Travail individuel puis en groupe. Essai-erreur.	Observe et affiche les productions des groupes.	Cherche des partages « qui marchent ». Teste. Valide.	Action. Validation par rétroaction du milieu.	Symétrie centrale. Symétrie axiale. Pavage.
3 min	Mise en commun.	Exemple et contre-exemple.	Distribue la parole. Questionne pour faire émerger les conditions. Reformule. Gère le débat.	Formule, explicite, essaie de comprendre les enjeux. Cherche à comprendre les productions des autres.	Formulation, validation.	Conditions nécessaires et suffisantes.

Le tableau ainsi rempli apporte une vue d'ensemble du déroulement de l'activité. L'idée première des organisateurs de l'atelier était de confronter ce tableau avec la fiche de préparation élaborée lors d'une analyse *a priori* (voir annexe 2). Par manque de temps, cette confrontation n'a pas eu lieu. Notons déjà que cette phase proposée aux participants dans le cadre de l'atelier, peut aussi être proposée dans le cadre de la situation de formation, en formation initiale. Procéder à une discussion sur la préparation de séquence d'enseignement du formateur au moyen d'un tel tableau peut permettre de sensibiliser à des notions de didactique, voire de les aborder dans le cadre de cette activité particulière (dévolution, validation, institutionnalisation, …).

4 - Troisième phase : analyse du potentiel de formation

Les participants travaillent de nouveau par groupe et sont invités à répondre à la consigne suivante : « Dégagez les potentiels de cette situation pour une formation d'enseignants (initiale ou continue) ». Il s'agit de dire pourquoi, en tant que formateur d'enseignants, le participant choisirait cette situation et de préciser les objectifs visés. Chaque groupe présente ses choix dans le cadre imposé (une feuille A4 maximum).

Les différents potentiels peuvent être regroupés en trois catégories :

- Potentiels notionnels :

En formation initiale particulièrement mais aussi en formation continue, les notions mathématiques visées par cette situation peuvent être non seulement la définition de la notion d'aire et ses propriétés (additivité, conservation), mais également un usage des transformations (symétries centrale et axiale comme outil pour repérer des points communs aux lignes de partages adaptées) et un travail sur les fractions dans le cadre de la grandeur aire. Des notions plus fines sont en jeu comme la distinction entre grandeur et mesure, les grandeurs repérables, les grandeurs mesurables, le choix de l'unité dans la notion de mesure, les notions de relation d'équivalence et de classes d'équivalence.

- Potentiels pédagogiques et didactiques :

En formation initiale et en formation continue, une situation, telle que celle proposée, peut permettre d'engager une discussion sur les notions d'enjeux et d'objectifs. Elle peut également servir de base à l'introduction de concepts de base en didactique des mathématiques (variables didactiques, rôle des différentes phases, validation, dialectique outil objet, …). Plus finement, on peut s'intéresser :

- aux consignes : présentation d'une consigne, vocabulaire employé, reformulation, choix et rôle des exemples ;
- au choix des contraintes (ici pliage, tracé des lignes de partage, découpage…) ;
- aux moyens de validation en lien avec la possibilité de travail par essai-erreur ;
- à la répartition des tâches dans le temps (précision, impact d'un changement…) ;
- à la gestion des productions ;
- à l'institutionnalisation (contenu ? quand ? comment ? quel vocabulaire ?...).

Le lien avec les programmes est également mis en évidence et les thèmes de « résolution de problèmes », « recherche en groupe », « manipulation » sont mis en avant. Le travail sur la nécessité d'une analyse *a priori* approfondie et sur la création d'une fiche de préparation ressort également.

- Autres potentiels :

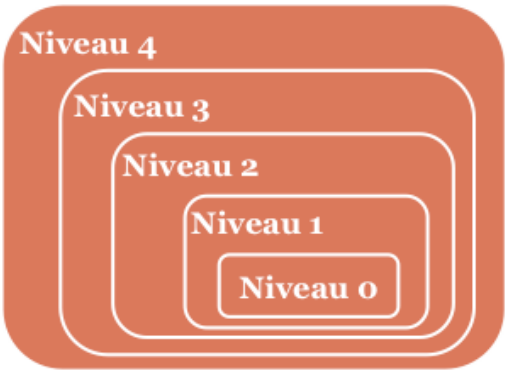
Un groupe propose de prolonger cette situation par une analyse de manuel concernant la notion d'aire. Un autre groupe propose de réfléchir à l'adaptation de cette situation en classe.

3 Quatrième phase : présentation d'un outil d'analyse des potentiels d'une « situation de formation »

Lors de cette phase, les animateurs de l'atelier présentent un outil en cours de développement qui sera également illustré dans les ateliers A25 et A36. Cet outil va être présenté et commenté dans le paragraphe suivant.

III - DIFFERENTS NIVEAUX D'ANALYSE DES POTENTIALITES D'UNE SITUATION DE FORMATION

À cette étape de notre réflexion et pour cette situation de formation spécifique, nous avons retenu pour notre analyse une structure sous forme de niveaux emboîtés : chaque niveau correspond à une prise de recul (mettant en jeu des connaissances mathématiques et didactiques) à partir de l'analyse du niveau précédent, c'est-à-dire à une mise à distance s'accompagnant d'un changement de posture : de l'élève-étudiant à l'étudiant-professeur… ainsi que des aller-retour entre les aspects outil et objet des différentes connaissances (notionnelles, didactiques et pédagogiques) mises en évidence par le formateur… Ainsi selon les niveaux, les institutionnalisations portent sur des concepts de plus en plus généraux, ou de moins en moins contextualisés.



Le niveau 0

Ce niveau correspond à ce que nous avons désigné par « activité » : les différentes consignes et leur enchaînement, les mises en commun successives, les synthèses locales… À ce niveau, le formé a une posture élève ; il « joue le jeu » et se focalise sur ce que les différentes consignes données lui demandent de travailler. Il n'est pas sollicité pour s'interroger sur ce que le formateur « cherche à lui faire apprendre » ; même si, comme pour tout élève, cette question peut être en arrière-plan de ses actions. À cette étape, il ne lui sera rien demandé explicitement à ce sujet.

Lors de la phase 1, la mise en activité des participants, ainsi que l'évocation partielle de la poursuite des activités en Master MEEF Première Année (temps 1 à 17 de l'annexe 2) correspondent à ce niveau.

Le niveau 1

La nécessité pour le formateur de dévoiler ce qu'il a voulu « enseigner » en faisant vivre cette activité aux étudiants (car cela ne peut être laissé à la charge de « l'étudiant ») conduit à un nouveau degré d'analyse qui englobe l'activité, envisagée à ce niveau comme un « outil pour faire apprendre », utilisé sciemment par l'enseignant qui a proposé cette « activité ».

Le niveau 1 correspond donc à une prise de recul réflexive par :

- la mise en évidence des aspects mathématiques et didactiques qu'il est possible d'aborder avec cette activité,
- l'explicitation des obstacles rencontrés (attendus, voire provoqués),
- la mise en perspective des apprentissages susceptibles d'être provoqués (côté élèves).

La posture de l'étudiant qui apprend à devenir enseignant nécessite ainsi un changement de regard.

Dans la « situation des annuaires », le niveau 1 correspond d'une part à l'analyse mathématique réalisée, lorsque les enjeux mathématiques sont explicités (temps 18 de l'annexe 2) qui fait émerger la notion de grandeur et de mesure, et d'autre part à l'analyse didactique à un niveau local, présentée dans la colonne « analyse didactique » de cette même annexe 2.

Le niveau 2

La nécessité pour le formateur de dévoiler « comment il s'y est pris » (comment il a en quelque sorte « manipulé » les étudiants) et de faire apparaître des « régularités » dans la pratique conduit à se situer à un nouveau niveau d'analyse incluant les niveaux précédents. Il s'agit tout d'abord de mettre en évidence des gestes professionnels (pédagogiques et didactiques) par la reprise à travers l'analyse des choix effectués par le formateur (voire en explicitant des alternatives possibles) des aspects de la pratique :

- analyse *a priori* de l'activité, avec :
  - choix des valeurs des variables (par exemple contraintes, consignes successives, ordre des consignes) ;
  - explicitation de ce qui est mis en évidence et de ce qui est « laissé de côté » ;
  - prise en compte des obstacles (difficultés prévisibles) ;
  - aides éventuelles (lesquelles, pour qui, à quel moment) ;
  - organisation (ici intérêt d'un travail en groupes, composition des groupes, rôles dans les groupes) ;
  - modes de validation retenus (et aussi qui a la charge de la validation) ;
- analyse *a posteriori* de l'activité :
  - les décalages éventuels ;
  - les prises de décisions à chaud ;
  - l'enchaînement des consignes et les effets produits ;
  - la gestion des mises en commun (choix des productions, ordre des interventions) ;
  - ce que l'enseignant dit, fait dire, laisse dire… ce qu'il retient, oublie, met en valeur… ;

- comment l'enseignant organise la prise de parole, en fonction de quels critères…

D'autres activités peuvent être également proposées pour renforcer ou conforter l'acquisition des connaissances mises en jeu et éclairer leur usage (aspect outil) dans le cadre d'autres activités. Ainsi il s'agit également de proposer des prolongements possibles en formation :

- organiser un jeu de rôle pour cette même situation ;
- élaborer une séance/séquence intégrant l'activité vécue ;
- analyser des ressources ;
- analyser des séances filmées ;
- analyser des productions d'élèves … (cela permet également au formateur d'évaluer…) ;
- comparer des scénarii.

Cette analyse correspond à une mise en perspective, et à un glissement vers une posture enseignant qui n'est pas encore effective, mais qui s'acquiert ici via le travail de l'enseignant hors la classe. Cette posture sera effective si une possible mise en actes dans une classe se présente.

À l'issue de la « situation des annuaires », l'analyse de productions d'élèves donnée par exemple en annexe 3 permet de mettre en évidence, pour des étudiants de master MEEF Première Année, les difficultés des élèves à dissocier aire et périmètre.

En formation initiale et continue des professeurs des écoles, on peut, en s'appuyant sur les analyses précédentes, présenter la proposition du manuel Euromaths CM1 (Hatier) de mise en œuvre de l'activité des annuaires en classe de CM1 ainsi que des séances suivantes.

Le niveau 3

Ce niveau correspond à une généralisation des niveaux précédents par une reprise de certains concepts mis en évidence dans d'autres contextes plus ou moins proches :

- proposition de progression ;
- enjeux des programmes ;
- variables didactiques spécifiques au champ concerné ;
- procédures spécifiques…

La « situation des annuaires » est un point de départ permettant de mettre en évidence les grandes lignes de la progression concernant l'enseignement des grandeurs et des mesures à l'école élémentaire en s'appuyant par exemple sur le document d'accompagnement des programmes 2002 « Grandeurs et mesures à l'école élémentaire » pour analyser les régularités et les spécificités dans l'enseignement et l'apprentissage d'autres grandeurs introduites à l'école.

Le niveau 4

Il s'agit au niveau de la formation, d'un accompagnement dans le cadre d'une initiation à la recherche :

- envisager des lectures complémentaires (textes issus de la recherche ou de vulgarisation) qui pourront être « mieux compris » car la curiosité, l'envie d'en savoir plus aura été éveillée ;
- s'engager dans un mémoire sur le thème abordé (ou l'un des thèmes mathématiques et/ou didactiques abordés).

IV - CONCLUSION

La situation des annuaires est exemplaire pour la formation initiale et continue des enseignants. La richesse de cette situation vient de sa conception précise et surtout des nombreuses exploitations qu'il est possible d'en faire en s'adaptant au public, au moment et à la durée de la formation. Que ce soit au niveau mathématique, didactique ou pédagogique le formateur peut utiliser la situation des annuaires comme situation de référence pour illustrer différents concepts. En opposition, la richesse de cette situation peut aussi être un inconvénient pour le formateur. En effet, trop de possibilités peut créer un

certain flou dans l'utilisation de la ressource et si seul le niveau de l'activité est exploré, l'étudiant peut la vivre de manière un peu « anecdotique » sans percevoir les intentions du formateur. L'idée de l'atelier est de proposer un modèle d'analyse des activités pour permettre à l'utilisateur de faire des choix éclairés. Ce modèle est exemplifié sur la situation des annuaires. Les participants vivent succinctement cette situation avant de l'analyser avec de plus en plus de recul.

Le modèle d'analyse élaboré a tout d'abord permis de mettre en évidence les différents degrés d'exploitation possibles, du point de vue des savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques, de la situation des annuaires. Les stagiaires ont pu alors constater la richesse de cette situation de formation. Ce modèle d'analyse semble être adapté aux situations s'inscrivant dans le cadre d'une stratégie de formation par homologie-transposition, comme le confirme le compte-rendu de l'atelier A36.

Par ailleurs, l'utilisation du modèle d'analyse a conduit les participants de l'atelier à des échanges plus pointus sur l'identification des potentialités de la situation au regard des besoins supposés des futurs professeurs d'école. Ceci semble confirmer que les indicateurs retenus dans le modèle proposé pourraient être reconnus par le formateur comme pertinents pour choisir sciemment la ressource étudiée. Le travail d'analyse de situations de formation initié lors des ateliers A15, A25 et A36 est encore à poursuivre (ou à mettre à l'épreuve…) au regard d'autres situations de formation.

V - BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (2010) G*lossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques (1998)*. http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf.

HOUDEMENT C. (2006) Mathématique, didactique et découpages, 43-51, in *Actes du colloque Mathématiques et résolution de problèmes : un point de vue didactique*, IREM de Montpellier.

HOUDEMENT C. (2014) *Au milieu du gué : entre formation des enseignants et recherche en didactique des mathématiques*, Note de synthèse, LDAR Paris Diderot.

HOUDEMENT C. & PELTIER M-L. (2002) Aires de formation, 64-108, in *Les Cahiers du Formateur*, **5**, ARPEME.

HOUDEMENT C. & PELTIER M-L. (2003) Aires de surfaces planes, *Concertum Les carnets de route de la COPIRELEM*, ARPEME, 199-221.

IMBERT J-L., MASSELOT P., OUVRIER-BUFFET C., SIMARD A. (2011) Quelles modalités de contrôle des connaissances dans la formation en mathématiques des professeurs d'école ?, in *Actes du XXXVIIème Colloque COPIRELEM, La Grande Motte 2010*, IREM de Montpellier.

KUZNIAK A. (1995) Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, in *Actes du XXIème Colloque COPIRELEM, Chantilly 1994*.

M.E.N (2005) Grandeurs et mesure à l'école élémentaire. *Documents d'accompagnements des programmes : Mathématiques*, Scréren-CRDP, 78-88.

PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2009) *Euromaths CM1 (Livre de l'élève et livre du maître)*, Hatier.

VI - ANNEXE 1

Aires de surfaces planes, Houdement Catherine., Peltier Marie-Lise (2003).

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - Pau 1992.

Cet article propose un dispositif destiné à la formation initiale et continue prévu pour deux séances de trois heures. Il s'appuie sur un problème très simple : chercher un maximum de façons de partager une feuille de papier rectangulaire en deux parties superposables.

Les auteurs décrivent le déroulement en plusieurs phases distinctes dont les objectifs sont clairement identifiés au départ. En fin d'article, le dispositif est analysé à la fois sur le plan mathématique et sur le plan didactique.

1 Objectifs

1.1 Objectifs mathématiques

- Indépendamment, dans un premier temps, du dénombrement sur quadrillage, du calcul numérique et de l'utilisation de formules :
  - Construire le concept d'aire,
  - Construire la notion de mesure,
  - Faire fonctionner l'additivité des mesures d'aire.
- Distinguer aire, périmètre et forme d'une surface.
- Utiliser la symétrie centrale comme outil de résolution de problème et en déduire quelques propriétés.
- Introduire les fractions, produire des égalités entre fractions, les comparer, les ranger.

1.2 Objectifs didactiques

La situation présentée illustre les notions d'outil et d'objet puisqu'elle permet de mettre en jeu deux concepts mathématiques : l'aire en tant qu'objet, la symétrie centrale en tant qu'outil implicite de résolution du problème posé. Cette situation permet en outre d'introduire les fractions comme des codages nécessités par l'insuffisance des entiers pour des classes de surfaces de même aire.

2 Activité

2.1 Première phase

Objectif

Construire des surfaces de même aire, mais de formes différentes et définir la notion d'aire (hors contexte numérique).

Matériel

- Feuilles d'annuaires téléphoniques (format A4) en grand nombre.
- Ciseaux, instruments usuels de géométrie.

Organisation

Travail individuel

Consigne 1

« Vous devez partager chaque feuille en deux parties exactement superposables sans perte et sans recollage (c'est-à-dire qu'avec les deux parties il sera possible de reconstituer la feuille initiale) : vous devez chercher un maximum de partages différents répondant à cette consigne de partage que nous désignerons par (P) ».

Procédures observées

- Les étudiants commencent par plier en deux suivant les médianes, puis les diagonales du rectangle. En général à ce moment, certains pensent qu'ils ont trouvé tous les partages possibles, il est alors nécessaire de redonner la consigne en précisant qu'ils doivent essayer d'en trouver d'autres.

- La procédure suivante consiste à plier la feuille de telle sorte que deux sommets opposés se superposent. Ce partage permet généralement à l'idée qu'il existe un nombre infini de solutions de se répandre.

Les autres procédures que l'on rencontre sont les suivantes :

- Des pliages en 8 ou 16 suivis de dépliages et découpages en suivant certaines lignes de pliages plus ou moins bien choisies (d'où des réussites ou des échecs !).
- Des recherches en construisant des segments de même longueur en partant de deux sommets diamétralement opposés.
- Des procédures consistant à construire une ligne de partage symétrique par rapport à une médiane, puis en raison de l'échec, évolution de cette procédure vers la construction d'une ligne de partage symétrique par rapport au centre de la feuille.

Remarque

On peut constater de très nombreux essais qui n'aboutissent pas, mais ces essais permettent à leurs auteurs de faire de nouvelles hypothèses sur les propriétés de la ligne de partage. De nombreux étudiants trouvent assez vite comment construire une ligne de partage polygonale qui permet de résoudre le problème en faisant des tracés symétriques de part et d'autre du centre de la feuille, puis certains cherchent des lignes de partage curvilignes à main levée ou en traçant des cercles.

Synthèse

Les étudiants viennent afficher un certain nombre de partages réalisés. Ils vérifient à chaque fois la superposition exacte des deux parties et la reconstitution possible de la feuille initiale avec les deux parties, ils expliquent à leurs camarades le procédé utilisé pour obtenir la ligne de partage.

2.2 Apport du professeur et première institutionnalisation

Sur l'aire

- Les deux parties issues d'un même partage (P) sont superposables, elles ont donc même forme et même périmètre.
- Deux parties issues de deux partages (P) différents ne sont pas directement superposables, pourtant elles vérifient toutes les deux la propriété : « avec deux parties analogues à chacune d'elles on peut reconstituer la feuille entière ». Elles sont donc aussi « étendues » l'une que l'autre, elles contiennent toujours la même quantité de papier, elles correspondent toujours à une « demi feuille », on dit qu'elles ont même aire.
- Constats
    - Deux surfaces de même aire n'ont pas nécessairement la même forme.
    - Deux surfaces de même aire n'ont pas nécessairement le même périmètre.
    - Deux surfaces superposables ont même aire, même forme, même périmètre.
    - À partir d'une partie quelconque issue d'un partage (P), on peut, par découpage et recollement, sans chevauchement et sans perte de papier, construire n'importe quelle autre partie issue d'un autre partage (P).

On conviendra d'appeler momentanément famille G, la famille des parties obtenues.

Sur la symétrie

La propriété vérifiée par la ligne de partage pour répondre à la consigne est la suivante : cette ligne est symétrique par rapport au centre du rectangle.

2.3 Deuxième phase

Objectifs mathématiques

- Réinvestir la notion d'aire et celle de symétrie centrale.
- Constituer un stock de formes d'aires différentes mais facilement comparables.
- Introduire un codage fractionnaire et le faire fonctionner.

Enjeu

Permettre à tous de créer des surfaces de formes originales et tarabiscotées.

Organisation

Travail individuel ou par groupes de deux.

Matériel

Le même que précédemment.

Consigne 2

« Vous devez recommencer l'activité de la consigne précédente mais avec des rectangles ayant même aire que les formes précédentes, c'est-à-dire avec des demi-feuilles rectangulaires ».

Remarques

Les étudiants peuvent ainsi réinvestir ce qu'ils ont fait, ou ce qu'ils ont vu faire par d'autres, lors de la phase 1. On note, à ce stade, qu'ils prennent plaisir à laisser libre cours à leur imagination et qu'ils prennent conscience que l'on peut augmenter à loisir le périmètre de la surface sans en augmenter l'aire.

On constitue ainsi une seconde classe de surfaces de même aire que l'on désigne par H. On matérialise les deux classes déjà obtenues par des grandes feuilles de papier (type paper board) sur lesquelles on colle plusieurs surfaces de la classe.

Lorsqu'il s'agit d'introduire un codage des classes ainsi construites, rendant compte des surfaces qu'elles contiennent, l'ensemble du groupe s'accorde généralement pour désigner la classe G par ½, car elle contient des demi-feuilles et la classe H par ¼, car elle contient des quarts de feuilles. Ce codage est retenu et noté sur les grandes feuilles qui matérialisent les classes.

Consigne 3

« Vous allez construire, par groupe de deux (ou de quatre), des surfaces ayant même aire que la feuille d'annuaire, mais de formes différentes ».

Procédures observées

Les étudiants placent côte à côte de diverses façons :

- Deux surfaces de la famille ½, issues d'un partage (P), c'est-à-dire exactement superposables.
- Ou deux surfaces de la famille ½, issues de deux partages (P) différents, donc de même aire mais de formes différentes.
- Ou une surface de la famille ½ et deux surfaces de la famille ¼.
- Ou quatre surfaces de la famille ¼.

Synthèse

Les différentes propositions sont présentées et discutées. En cas de désaccord, on reconstitue par découpage et recollement la feuille d'annuaire à partir de la feuille proposée.

Les surfaces retenues constituent une nouvelle classe de surfaces de même aire que l'on décide de coder par 1, puisqu'il s'agit de surfaces ayant même aire qu'une feuille d'annuaire.

La description des différentes procédures donne lieu à leur traduction en terme de codage fractionnaire :

- Les deux premières procédures citées se traduisent par ½ + ½ = 1 ou par 2 x ½ = 1 (lu comme « deux fois un demi »)
- La troisième par ½ + ¼ + ¼ = 1 ; ou par ½ + 2 x ¼ = 1.
- La dernière par ¼ + ¼ + ¼ + ¼ = 1 ; ou par 4 x ¼ = 1.

Consigne 4

« Vous allez travailler par groupes de quatre, construire de nouvelles classes de surfaces de même aire ».

Procédures observées

- Partage en deux parties superposables de rectangles correspondant au quart de la feuille d'annuaire.
- Assemblage de surfaces de différentes classes obtenues.

Mise en commun

Les différentes classes proposées sont comparées, des surfaces de chaque classe sont collées sur de grandes feuilles, chaque classe est codée en fonction des surfaces qu'elle contient et l'on donne des écritures variées rendant compte des différentes procédures utilisées pour construire les surfaces de la classe.

Lors de cette mise en commun, on obtient généralement de très nombreuses classes et donc de très nombreuses écritures, par exemple :

1/8 + 1/4 = 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3 x 1/8 = 3/8

1/2 + 1/4 = 3/4 ; 1 + 1/4 = 5/4 ; 1 + 1/2 = 3/2 = 6/4 ;

1 + 1/2 + 1/4 = 7/4 ; etc.

Consigne 5

« Vous allez mettre en ordre les différentes classes obtenues : pour cela, vous pouvez construire pour chaque classe, un rectangle de la famille dont une des dimensions est fixée, par exemple, la largeur de la feuille d'annuaire ».

Mise en commun

Le rangement des classes en fonction de la relation « … est moins étendue que… » est matérialisé par la mise en ordre des grandes feuilles représentant les classes, elle est justifiée par la superposition des rectangles des différentes classes qui ont une dimension commune, elle donne lieu à une série d'écritures du type : 1/8 < 1/4 < 3/8 < 1/2 < 3/4 < 1 < 3/2 < 7/4 < 2

Un réinvestissement individuel de ces différentes phases peut être proposé à partir de surfaces planes distribuées (cf. annexe). Lors de la mise en commun de ce travail individuel, on constate qu'il est possible de choisir n'importe quelle classe comme unité et que les codages qui s'en déduisent sont proportionnels aux codages de départ.

3 Analyse de l'activité

Analyse mathématique

Cette série d'activités est un exemple d'une progression sur une grandeur et la mesure liée à cette grandeur.

Le professeur reprend avec les étudiants l'explicitation du rôle des différentes étapes :

1. Pour définir la grandeur aire :

- Définition d'une relation d'équivalence sur un ensemble de surfaces, ici la relation « avoir même aire ».
- Construction de l'ensemble quotient, ici les classes des surfaces ayant même aire.

- Caractérisation des classes, ici par un codage fractionnaire et par le choix d'un représentant « rectangle » de chaque classe.
- Construction d'une relation d'ordre sur l'ensemble quotient.

2. Pour construire un codage numérique qui est une mesure : construction d'une application de l'ensemble quotient dans l'ensemble des nombres réels :

- Positive
- Additive
- Monotone
- Parfaitement déterminée par le choix d'une unité, ici la feuille A 4.
- Vérifiant les propriétés suivantes : l'inégalité triangulaire, les surfaces vides ont une aire nulle, il existe des surfaces non vides d'aire nulle.

Remarque

Cette situation permet de distinguer naturellement objet mathématique, grandeur mesurable, mesure.

D'autre part, elle apparaît comme une introduction pertinente de la nécessité des nombres non entiers, et plus précisément des fractions. En effet, elle permet de donner du sens à des écritures fractionnaires :

- Définition de 1/n par 1/n +1/n +…+1/n = 1 et par n x 1/n = 1/n x n = 1 ;
- Production d'égalités variées sur ces nombres ;
- Comparaison et rangement de fractions et d'écritures fractionnaires.

Enfin elle permet de faire des rappels sur la symétrie centrale qui est apparue comme un outil de résolution du problème de partage.

Analyse didactique

Cette situation permet de pointer :

- L'aspect auto-validant de la première consigne de la première phase : c'est l'étudiant lui-même, sans intervention de quiconque, qui décide si le partage qu'il vient de réaliser convient ou s'il est à rejeter ;
- Le rôle de l'hypothèse erronée dans cette phase : en effet c'est très souvent à partir d'une ligne de partage qui ne convient pas que l'étudiant réussit à trouver les propriétés que doit vérifier cette ligne pour répondre à la consigne ;
- L'aspect outil de la notion de symétrie centrale qui est utilisée par tous les étudiants après un certain temps de recherche, bien qu'elle n'ait pas fait l'objet d'un apprentissage antérieur : la notion de symétrie centrale n'est donc pas abordée par sa définition, elle est perçue par son aspect fonctionnel ; il est possible ici de faire le choix d'institutionnaliser (ou non) cette notion pour dégager son aspect objet de savoir et d'étudier les propriétés utilisées pour construire la ligne de partage ;
- L'aspect objet du concept d'aire, qui est ici mis en évidence non pas par une définition, mais par une relation d'équivalence ;
- L'aspect outil de la notion de fraction, qui apparaît ici comme un codage rendant compte de manipulations finalisées avant de devenir objet de savoir institutionnalisé et d'être réinvesti dans d'autres contextes.

4 Prolongements

4.1 Sur l'aire

Au niveau mathématique

Transfert des notions étudiées sur d'autres matériaux.

Activités de réinvestissement.

Au niveau didactique

Étude de manuels à partir d'un questionnement du type :

- Comment est introduite dans les manuels scolaires la notion d'aire ?
  - Aspect dénombrement ;
  - Aspect encadrement ;
  - Rôle des quadrillages ;
  - Introduction de l'unité ;
  - Formules.
- Quels sont la part et le type des manipulations proposées aux élèves ?
- Comment le manuel prend-il en compte les distinctions :
  - Aire / dénombrement ;
  - Aire / nombre ;
  - Aire / surface ;
  - Aire / périmètre ?

4.2 Sur les rationnels

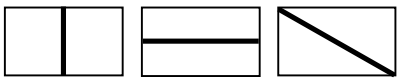
Cette situation est l'une des situations phares pour travailler l'extension de la notion de nombre entier. Elle fait partie à ce titre de la progression sur l'introduction des rationnels.

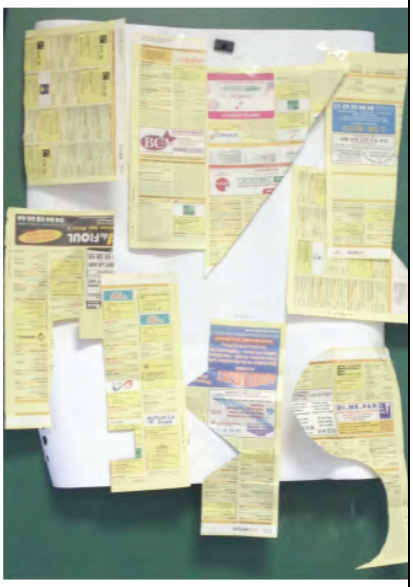
VII - ANNEXE 2

Déroulement effectif de la « situation des annuaires » en Master MEEF Première Année – (C. Winder, Draguignan, ESPE de Nice, novembre 2013)

Le déroulement présenté ci-après a été établi suite à l'analyse de la vidéo prise au cours de la séance avec les étudiants.

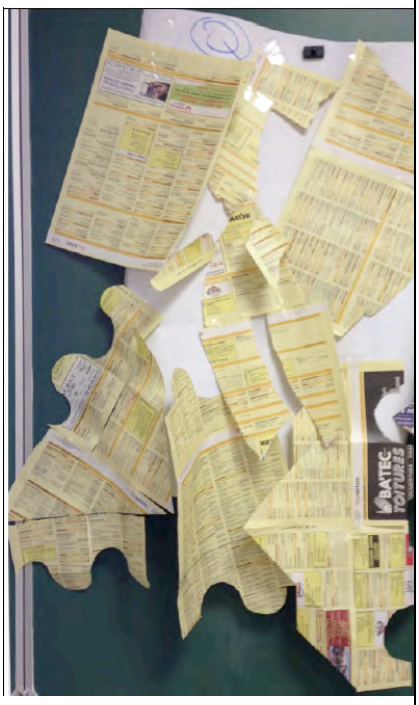
Ce document permet de montrer comment le dispositif initial a été repris ou aménagé. Les adaptations, qui font partie intégrante du travail du formateur mais aussi de tout enseignant qui s'appuie sur des ressources, peuvent ainsi être mises en évidence.

Durée et identification des phases	***Description***	***Rôle de l'enseignant***	***Analyse didactique***	***Savoirs mathématiques***
3 min **1** Présentation et explicitation de la consigne 1.	Phase collective. Consigne1 : « *Vous devez partager une feuille en deux parties exactement superposables sans perte et sans recollement, (c'est-à-dire qu'avec les deux parties, il sera possible de reconstituer la feuille initiale). Vous devez chercher un maximum de partages différents répondant à cette consigne de partage, que nous désignerons par (P).* » La méthode de partage est illustrée à l'aide de trois exemples :  *Exemple 1* *Exemple 2* *Exemple 3* - exemples 1 et 2 : selon les médianes du rectangle ; - exemple 3 : selon l'une des deux diagonales. Dans ce dernier cas, le retournement de l'une des deux parties, nécessaire pour vérifier la superposabilité des deux surfaces, est exhibé. La fin de la consigne est donnée : « *Il faut trouver le maximum de partages différents.* »	• Expliciter la méthode de partage en mettant en évidence les critères de réussite : - partage en deux parties ; - parties superposables ; - reconstitution de la feuille d'annuaire à l'aide des deux parties. • Donner la consigne. • Organiser la classe : tables de 4 mais travail individuel	Peut résumer la phase de dévolution du problème (formation d'adultes)	Notion de « superposabilité » et méthode pour s'en assurer.

10 min **2** Recherche	Travail individuel en groupe. Recherche des partages « qui marchent » par essais/erreurs.  *Productions obtenues*	Afficher les productions des étudiants au fur et à mesure sur une affiche.	• Phase d'action : émission d'hypothèses sur la ligne de partage, invalidation, contrôle des productions. • Validation par rétroaction du milieu : l'élève décide, sans intervention de quiconque, si le partage qu'il vient de réaliser convient ou pas. • Rôle de l'hypothèse erronée : c'est à partir d'une ligne de partage qui ne convient pas que l'élève réussit à trouver les propriétés que doit vérifier cette ligne pour répondre à la consigne. • Statut des savoirs : Prise en compte en acte de la symétrie de la ligne de partage → aspect outil de la symétrie centrale.	Symétrie centrale de la ligne de découpage.

9 min **3** Mise en commun	Phase collective. Les productions sont validées, puis les conditions permettant de conduire à la réussite de la tâche (donc portant sur les méthodes de partage « qui marchent ») sont explicitées au cours d'une discussion. La ligne de partage doit : - être symétrique par rapport au centre du rectangle ; - passer par le centre du rectangle ; - partir d'un côté du rectangle pour rejoindre le côté opposé.	• Faire valider les productions • Gérer la discussion. • Mettre en évidence certains savoirs (la symétrie est rendue explicite, centre du rectangle). • Régler certaines erreurs (symétrie centrale et non axiale).	• Phase de formulation : caractérisation de la ligne de partage. • Statut des savoirs : Aspect outil de la symétrie centrale.	Symétrie axiale et symétrie centrale. Axes de symétrie du rectangle.
1 min **4** Consigne 2	Phase collective. Consigne 2 : « *Vous devez recommencer l'activité de la consigne précédente, mais avec des demi-feuilles rectangulaires (A5)* »	Donner la consigne.	Une « nouvelle » consigne permet la relance de l'activité.	
3 min **5** Recherche	Travail individuel en groupe. Réalisation de partages qui « marchent » pour constituer une deuxième famille appelée (R). *Productions obtenues*	Afficher les productions des étudiants au fur et à mesure sur une deuxième affiche.	Deuxième phase d'action qui permet à tous de recommencer l'activité et donc de réinvestir les connaissances ou propriétés découvertes dans la phase 2. Cette phase évite la mise en échec car conduit à la réussite de la tâche pour tous.	Symétrie centrale de la ligne de découpage.
6 min	Phase collective.	• Gérer la discussion.	• Phase de	Relation « avoir

6 Synthèse	Emission de constats sur les feuilles obtenues. Les points communs et les différences entre les productions obtenues sont explicités : - Les 2 parties issues d'un partage (P) sont superposables, elles ont donc même forme et même périmètre ; - deux parties issues de 2 partages (P) différents ne sont pas directement superposables. Elles vérifient toutes deux la propriété : « Avec 2 parties analogues à chacune d'elles, on peut reconstituer la feuille entière ». - deux parties (moitiés) issues de deux partages différents sont aussi étendues l'une que l'autre, elles contiennent la même quantité de papier, elles ont même aire.	• Régler certaines erreurs : certaines surfaces qui ont même aire n'ont pas le même périmètre (à vérifier par report de longueur ou par comparaison directe).	formulation. • Statut de savoirs : aspect objet de la grandeur aire.	même aire ». Dissociation Aire / Périmètre / Forme
1 min **7** Institutionnali-sation	Phase collective. Généralisation : - deux feuilles superposables ont même forme, même aire, même périmètre. - deux formes issues de deux partages différents de la feuille d'annuaire ont même aire. - deux surfaces qui ont même aire n'ont pas forcément même périmètre ou même forme.	• Expliciter des savoirs portant sur aire et périmètre.	Phase d'institutionna-lisation locale.	Relation « avoir même aire ». Dissociation Aire / Périmètre / Forme
25 s **8** Consigne 3	Phase collective. Consigne 3 : « *Construire des surfaces de même aire que la feuille d'annuaire, mais de forme différente* ».	Expliciter la consigne. Souligner qu'il n'y a plus de partage.	• Nouvelle activité.	
4 min	Travail individuel en groupe.	Afficher les	• Phase	Additivité et

9 Recherche	Réalisation de la famille appelée « Q ».  *Productions obtenues*	productions des étudiants au fur et à mesure sur une troisième affiche.	d'action. • Utilisation en acte des propriétés d'additivité des aires et de conservation des aires.	conservation des aires.
5 min **10** Mise en commun	Phase collective. Justification de la validité des productions.	• Mettre en évidence les deux procédures envisageables : - par découpage et recollement sans perte ni superposition d'une feuille d'annuaire ; - ou par assemblage de deux demi-feuilles ou de quatre quarts de feuilles, ou d'une demi-feuille et de deux quarts de feuille. • Faire discuter de la validité de ces deux procédures.	Phase de formulation : mise en évidence des propriétés de l'aire.	

2 min 30 s	Phase collective.	• Expliciter les savoirs	• Phase	

11 Institutionna-lisation	Constats : - À partir d'une feuille d'annuaire, on peut par découpage et recollement, sans chevauchement et sans perte de papier, construire une autre surface de même aire. - Plus généralement, à partir d'une partie quelconque issue d'un partage (P), on peut par découpage et recollement, sans chevauchement et sans perte de papier, construire n'importe quelle autre partie issue d'un autre partage (P). *C'est la propriété de conservation des aires.* - À partir de deux parties quelconques issues d'un partage (P), on peut par recollement, sans chevauchement et sans perte de papier, construire une surface d'aire égale à celle de la feuille d'annuaire. *C'est la propriété d'additivité des aires.*	sous-jacents (propriétés de l'aire) aux deux procédures utilisées : - conservation de l'aire ; - additivité de l'aire. • Illustrer le principe de conservation des aires en choisissant deux surfaces de la famille (P) et en transformant l'une en l'autre par découpage et recollement sans perte ni superposition.	d'institutionnalisation sur les propriétés de l'aire.	
20 s **12** Consigne 4	Phase collective. Consigne 4 : « *Réaliser par groupe une famille de 2 ou 3 surfaces ayant même aire, mais qui ne peuvent pas s'intégrer aux familles précédentes.* »	Expliciter la consigne.		
2 min	Travail individuel en groupe.	Afficher les	• Phase d'action	Propriétés de l'aire

13 Réalisation		productions des étudiants sur des affiches distinctes par groupe.	• Réinvestissement des propriétés de l'aire.	
7 min **14** Réflexion	Phase collective. Questionnement : - Comment savoir si les différentes familles sont bien distinctes ? - Comment ranger ces différentes familles de surfaces ?	• Gérer la discussion. • Faire émerger la nécessité d'exhiber des surfaces-témoins pour comparer des surfaces par superposition.		Notion de classe d'équivalence. Comparaison d'aires.
3 min **15** Réalisation	Travail par groupe. Consigne 4 : « *Par groupes, vous pouvez construire un rectangle ayant même aire que les surfaces que vous venez de construire, et dont une de ses dimensions correspond à la largeur de la feuille d'annuaire* ».	• Faire construire une surface-témoin pour la famille de chaque groupe.		
3 min **16** Mise en commun	Phase collective. Constat : L'aire est une grandeur repérable et mesurable	• Expliciter la relation d'ordre portant sur l'aire à partir de la comparaison de deux surfaces issues de familles différentes. • Réaliser le rangement des familles de surface (des affiches) selon la relation d'ordre liée à l'aire.	• Phase d'institutionnalisation locale sur le fait que grandeur aire est repérable et mesurable.	Relation d'ordre « avoir une plus grande aire que » .
3 min 30 s **17** Réflexion	Phase collective. Donner les mesures des aires de différentes surfaces selon différentes unités de mesure. La présentation se fait sous forme de tableau.	• Expliciter la mesure de certaines aires. • Régler certaines erreurs : lorsqu'on change d'unité, la mesure change mais pas l'aire.	• Statut des savoirs : aspect outil des fractions.	Mesure d'une grandeur, l'unité étant choisie.
7 min	Phase collective.	• Des grandeurs	•	Grandeurs et

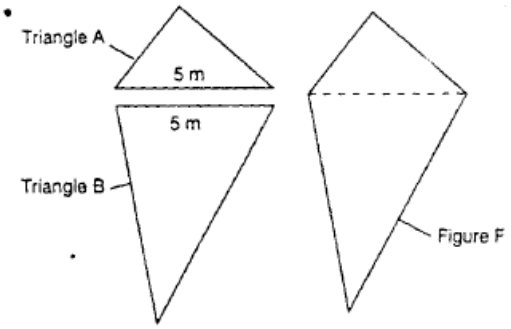
18 Institution-nalisation	Notion de grandeur : • Comparaison de deux objets physiques : définir selon quel aspect ainsi qu'un procédé de comparaison • Différents procédés doivent conduire à la même classification • On obtient des classes d'objets équivalents. Chaque classe d'équivalence définit une grandeur. • ***Une grandeur est le caractère commun aux objets d'une même classe***. Une grandeur est ***repérable*** lorsqu'il est possible de définir une relation d'ordre, qui permet de comparer et ranger des objets selon cette grandeur. Une grandeur repérable pour laquelle il est possible de définir une addition et donc une multiplication par un réel positif est une ***grandeur mesurable***. Mesure : • Pour mesurer une grandeur, on la compare à une grandeur particulière appelée étalon, choisie comme unité, et on cherche à savoir combien de fois cette grandeur étalon est contenue dans la grandeur. ***Mesurer c'est associer un nombre à une grandeur.*** • La mesure d'une grandeur dépend de l'unité choisie. Le changement d'unités entraîne donc un changement de la mesure mais PAS de la grandeur ! • À partir du moment où l'on a introduit les nombres, on se trouve en présence de trois catégories : - des objets → les surfaces - des grandeurs →les aires (classes d'équivalences) - des mesures → les mesures (nombres) d'aires	physiques à leur mesure : aspects mathématiques • Quelques remarques d'ordre didactique : • Une grandeur se définit à partir d'activités de comparaisons d'objets (permettant de les classer), indépendamment des nombres. Les activités de comparaison (directe ou indirectes) sont donc essentielles. • Remplacer une grandeur par un nombre représente un grand intérêt pour communiquer sur la grandeur, fabriquer un objet de grandeur donnée, comparer des objets selon une grandeur.	institutionnalisation dans le cadre plus général des grandeurs.	mesures.

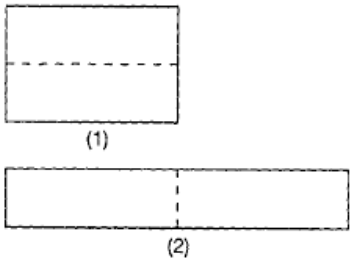
La durée totale de la séance est de 1 heure 10 minutes.

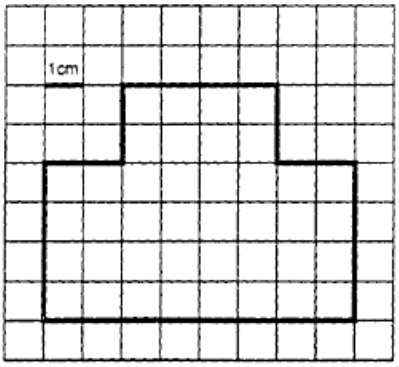
VIII - ANNEXE 3

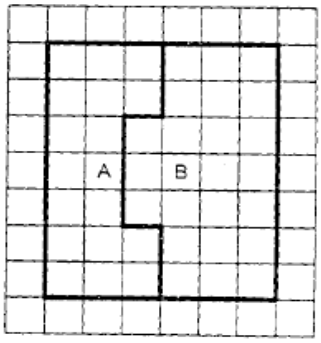
Analyse de réponses d'élèves à différentes évaluations

(Document donné en Master MEEF Première Année, C. Winder, Draguignan - ESPE de Nice)

<table>
<tr>
<td>


Le périmètre du triangle A est 12 m.
Le périmètre du triangle B est 17 m.
La figure F est formée à l'aide des deux triangles, comme indiqué sur le dessin.
Quel est le périmètre de la figure F ?
(extrait évaluation 6e - 1991)
Réponse : 29 cm
</td>
<td>
• La figure (2) a été obtenue en découpant la figure (1).
Ces deux figures ont-elles même aire ?


Réponse : Non, la figure (2) est la plus grande
</td>
</tr>
<tr>
<td>
• Quel est le périmètre de la figure ?


(extrait évaluation 6e - 1995 - La figure ci-dessus a été réduite)
Réponse Elève 1 : 26
Réponse Elève 2 : 22
Réponse Elève 3 : 40
</td>
<td>
• : Un terrain a été partagé comme l'indique la figure ci-dessous :


Entoure dans chaque cas la réponse qui convient.
Cas 1
a) L'aire de la parcelle A est la plus grande.
b) Les deux parcelles ont la même aire.
c) L'aire de la parcelle B est la plus grande.
Explique ton choix . . . . . .
Cas 2
a) Le périmètre de la parcelle A est le plus grand.
b) Les deux parcelles ont le même périmètre.
c) Le périmètre de la parcelle B est le plus grand.
Explique ton choix . . . . . .
(extrait évaluation 6e - 1990)
Cas 1 : L'élève a entouré la réponse c) avec comme explication : « car il y a plus de carreaux ».
Cas 2 : l'élève a entouré la réponse c) avec comme explication : « car B a une plus grande aire ».
</td>
</tr>
</table>