GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE AU CYCLE 3 : INSTRUMENTATION ET INGÉNIERIE DIDACTIQUE.

Isabelle PAYET
Doctorante, Formatrice en mathématiques, ESPE de la Réunion
Laboratoire d'Informatique et de Mathématiques (LIM)
isabelle.payet@univ-reunion.fr

Résumé
La géométrie dynamique est un environnement encore peu pratiqué à l'école et dont le potentiel reste à explorer à ce niveau de scolarité. Dans le cadre de cette recherche, nous travaillons avec le logiciel libre de géométrie dynamique CaRMetal. Ce dernier présente certaines spécificités comme la construction anticipée de tous les objets (désormais, GeoGebra le propose depuis la version 4), ainsi qu'un outil qui lui est spécifique : le Monkey, qui « secoue » les figures construites permettant d'être confronté immédiatement à la résistance des figures par rapport aux propriétés. Des recherches antérieures ont montré que la validation des propriétés par le mouvement véhicule de nouvelles représentations des objets géométriques étudiés et de leurs propriétés. Plus généralement, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique peut induire un travail plus conceptuel avec des situations complexes permettant ainsi d'entrer dans une démarche d'investigation pertinente en termes de propriétés des objets. Cette recherche s'inscrit donc dans cette continuité et la prolonge sur tout le cycle 3 (du CE2 au CM2) en construisant des ingénieries utilisant la réactivité immédiate des outils de CaRMetal.

Cet article se propose de rendre compte de travaux menés dans des classes de cycle 3 de l'école primaire depuis quelques années, sur l'introduction de la géométrie dynamique (GD) et notamment sur l'instrumentation de certains outils spécifiques au logiciel utilisé. Des recherches antérieures nous ont appris que les nouvelles technologies peuvent créer de nouveaux problèmes ou agir sur l'enseignement de la géométrie. Dans un premier temps, il s'agira d'étudier l'instrumentation dans l'environnement de la géométrie dynamique et de la comparer avec celle déployée en environnement papier-crayon. Les genèses instrumentales déployées dans chacun de ces environnements participent à la construction de représentations différentes des objets géométriques étudiés et de leurs propriétés. Cette recherche porte ensuite sur une ingénierie didactique de la GD en cycle 3, et vise à son utilisation efficace et généralisée en proposant des exemples de séquences.

Nous dégagerons ici quelques premières réflexions sur l'usage de la géométrie dynamique à ce moment de la scolarité en étudiant les effets de l'instrumentation sur les représentations des élèves en géométrie.

Après une première partie qui présentera le logiciel utilisé dans ces classes (CaRMetal) la suite de l'article fera état des premières ingénieries didactiques mises en place, sous-tendues par les différents cadres théoriques. Il se terminera avec des situations illustrant quelques-uns des premiers résultats. En conclusion, il abordera les perspectives au regard de ce qui a déjà été accompli.

I - CHOIX DU LOGICIEL

Les interfaces de logiciels de géométrie dynamique progressent régulièrement dans plusieurs domaines en prenant en compte les analyses didactiques relatives à la genèse instrumentale. C'est le cas en particulier du logiciel CaRMetal que nous avons choisi pour cette recherche, parce qu'il permet la construction anticipée des objets, l'a-modalité de nombreux outils et un engagement direct plus fin que ce qui peut exister ailleurs. Cette partie présente quelques-unes de ses spécificités qui ont conduit à ce choix.

1 La construction anticipée des objets

Les pratiques informatiques sont intimement liées à la pertinence des interfaces (Artigue, 2011). Nous pouvons faire l'hypothèse que la visualisation anticipée des constructions participe chez les élèves, à la construction d'images mentales des concepts engagés beaucoup plus riches. Au début de ce travail, CaRMetal était le seul logiciel à le proposer. Depuis, GeoGebra (version 4) le propose également de manière moins systématique mais suffisante pour l'école primaire.

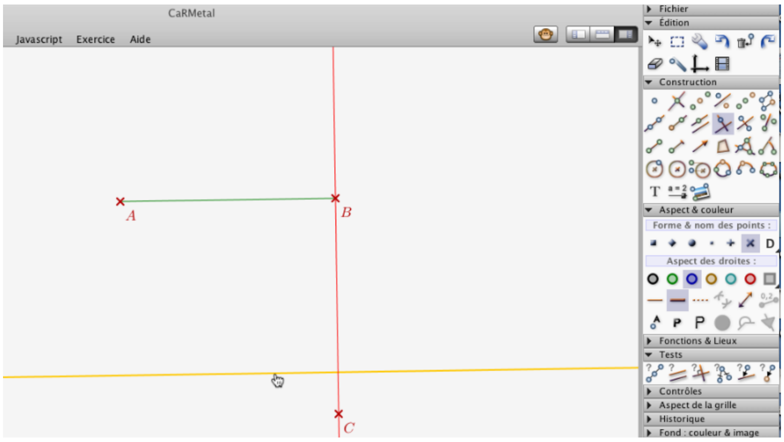


Figure 1 : capture d'écran, construction d'une perpendiculaire.

Par exemple, dans la figure 1, l'élève souhaite créer la perpendiculaire à [BC] passant par le point C : il choisit l'outil perpendiculaire, sélectionne la droite (BC) ; alors la droite perpendiculaire apparaît en jaune fluo sur l'écran, portée par la souris (icône en forme de main). L'élève peut constater de visu différentes propriétés comme le parallélisme de cette droite au segment [AB] mais encore le parallélisme de toutes les droites qui sont perpendiculaires à (BC).

Même si ces propriétés ne sont pas verbalisées, elles participent à la création d'images mentales cohérentes autour de l'orthogonalité. L'engagement direct (le rapport au savoir de l'élève) est plus fin que dans les logiciels antérieurs puisque l'objet est construit avant le clic sur le deuxième item et ainsi l'élève dépose, dans notre exemple, la perpendiculaire où il le veut. Même si ce serait complexe à évaluer, nous pouvons penser qu'un rapport au savoir est modifié.

2 La validation

En environnement papier-crayon on travaille sur des dessins géométriques ; les validations se font par manipulation de gabarits, par pliage ou par usage des instruments divers. ERMEL (ERMEL, 2006) utilise cela pour mettre en œuvre des débuts de raisonnement dans le cadre d'une géométrie des propriétés des objets.

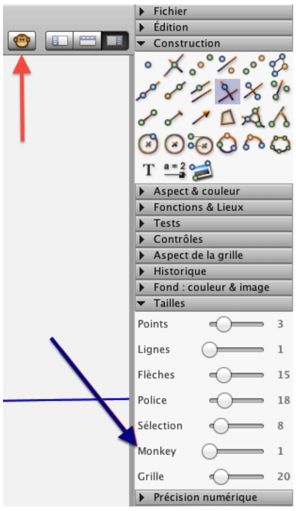


Figure 2 : le Monkey et la palette d'outils de CaRMetal.

En géométrie dynamique, on ne travaille plus sur des dessins géométriques mais sur des figures (Laborde, 1994). La validation est faite par la résistance de la figure issue d'un programme de construction, au déplacement des points initiaux. Les analyses antérieures montrent que les élèves n'utilisent pas spontanément la manipulation des points initiaux pour valider la résistance d'une figure au déplacement. Tenant compte de ce résultat de recherche en didactique, CaRMetal dispose d'un outil de validation spécifique : le Monkey (indiqué par la flèche rouge dans la figure 2), qui va faire bouger aléatoirement les objets construits et proposer ainsi des instanciations différentes de la construction réalisée. Lors de notre expérimentation, nous avons institutionnalisé l'outil Monkey afin que les élèves puissent l'utiliser pour valider leur construction. L'appropriation a été immédiate et les élèves sont confrontés à leurs productions (les gestes faits) et à leurs représentations géométriques de ce qu'ils pensent avoir fait.

Au début de notre recherche, dans l'usage du Monkey, la vitesse du mouvement des objets construits était beaucoup trop rapide pour être interprétable par des élèves de cycle 3. En effet, s'il y a trop d'objets en mouvement, les élèves ne peuvent plus repérer des invariants sur la figure qu'ils ont construite et ainsi analyser leurs erreurs éventuelles. Comme les figures construites sont élémentaires à l'école primaire, nous avons demandé au concepteur du logiciel (Hakenholz, 2007) d'avoir la possibilité de réduire sa vitesse : il a donc ajouté un paramètre (indiqué par la flèche mauve), ce qui permet ainsi d'avoir des réglages adaptés au niveau d'enseignement. Ainsi, progressivement les logiciels de géométrie dynamique s'adaptent aux analyses ou besoins didactiques des situations rencontrées.

3 La palette restreinte

Ce qui nous a guidée aussi dans notre choix, c'est l'accès rapide à une palette restreinte qui permet d'adapter chacune des séances en choisissant les outils dont les élèves peuvent avoir besoin. Comme en environnement papier-crayon, où l'enseignant choisit les outils qu'il désire mettre à disposition de ses élèves, il est aussi possible dans l'environnement de CaRMetal de choisir de manière rapide et détaillée les outils avec lesquels les élèves vont pouvoir travailler.

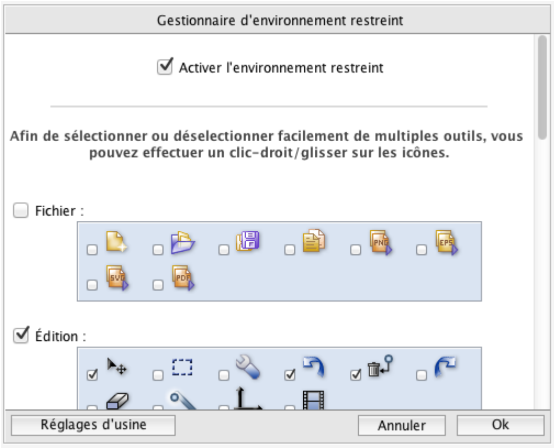


Figure 3 : fenêtre d'accès à la palette restreinte.

La suite de l'article a pour objet d'exposer successivement nos questions de recherche ainsi que nos hypothèses de travail puis les cadres théoriques sous-tendant cette recherche.

II - NOS QUESTIONS DE RECHERCHE ET CHOIX THÉORIQUES

Les recherches précédentes (T. Assude, 2007 et C. Laborde, 1994) ont montré que les changements induits par l'intégration des TICE sont divers : savoirs anciens revisités, résolution de nouveaux problèmes, travail de nouvelles techniques…

Suite à ces différents constats, nous avons commencé à dégager des questions autour de cette intégration et à formuler des hypothèses de travail.

1 Questions de recherche et hypothèses

L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique modifie profondément les situations didactiques (rapport au milieu, non transposition du savoir papier–crayon) et donc les situations d'apprentissage. Cela nous a amenée à poser les questions suivantes :

Q1 : Quelles ingénieries didactiques proposer aux élèves pour accompagner la construction des savoirs géométriques au cycle 3 ?

Q2 : Comment assurer une instrumentation efficace et adéquate pour que CaRMetal devienne un outil utilisable notamment en résolution de problèmes ?

Q3 : Dans quelle mesure la pratique de la géométrie dynamique influence–t-elle les représentations des élèves sur les objets et les concepts géométriques ?

Suite à ce questionnement, nous avons formulé les hypothèses suivantes :

H1 : L'anticipation des constructions et la validation par le mouvement participent à la conceptualisation des propriétés des objets.

H2 : L'appropriation du déplacement permet aux élèves de distinguer un dessin d'une figure.

H3 : Une bonne instrumentation de la géométrie dynamique et de l'interface du logiciel rend cet outil utilisable par les élèves de cycle 3.

Les hypothèses H1 et H2 font référence principalement à la question Q3 et l'hypothèse H3 à la question Q2. Même si elle est plus globale et ne pourra être abordée qu'en synthèse de notre travail, la question Q1 est néanmoins toujours présente dans les activités choisies.

Pour tenter de répondre à nos questions de recherche et vérifier nos hypothèses, nous sollicitons plusieurs approches théoriques afin d'étudier les différents aspects de notre questionnement.

2 Les cadres théoriques

La théorie principale sur laquelle nous nous appuyons est celle des paradigmes et espaces de travail géométriques développée par A. Kuzniak et C. Houdement (2006).

Pour la question de l'instrumentation, nous utilisons les travaux de chercheurs utilisant une approche ergonomique avec la théorie de l'instrumentation de Rabardel ; cette dernière nous permet d'étudier la dimension instrumentale des outils utilisés et d'avoir ainsi un regard plus attentif à l'utilisation de l'outil informatique et de son impact dans la construction des savoirs géométriques.

En ce qui concerne la question de l'ingénierie, la théorie des situations didactiques donne les outils nécessaires à l'analyse et l'étude du système en jeu ; l'accent est mis notamment sur la notion de milieu et de validation.

Enfin, la question du passage du papier/crayon à l'écran est éclairée par la notion de milieu couplée avec celle des paradigmes.

Revenons à présent sur ces différents cadres théoriques.

2.1 Les paradigmes géométriques et les espaces de travail géométriques (ETG).

Alain Kuzniak présente la géométrie élémentaire comme étant répartie entre trois paradigmes géométriques différents. Il établit comme le montre ce tableau (figure 4) un parallèle entre ces paradigmes et les niveaux de Van Hiele. Pour notre recherche, nous nous intéressons uniquement aux deux premiers paradigmes.

Les objets de la Géométrie I sont des objets matériels, traces graphiques ou virtuelles. L'expérience usuelle dans ce paradigme est le dessin instrumenté. La GI est donc la géométrie de l'espace perceptif avec un vocabulaire encore non mathématique. Dans ce paradigme, *les modes d'accès aux connaissances font appel à l'intuition, comme la reconnaissance perceptive de certains dessins, à l'expérience, notamment celle liée aux instruments, mais aussi au raisonnement*[1].

	GEOMETRIE NATURELLE G I	**GEOMETRIE AXIOMATIQUE NATURELLE G II**	**GEOMETRIE AXIOMATIQUE FORMALISTE G III**
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Liée à un schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur un système complet d'axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien
Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Support du raisonnement et « figural concept »	Schéma d'un objet théorique, outil heuristique
Aspect privilégié	Evidence et construction	Propriété et démonstration	Démonstration et liens entre les objets.

Figure 4 : Extrait de « Sur la gestion des différents paradigmes géométriques », 2001, Houdement C. et Kuzniak A., Actes du XXVIIIème Colloque Inter-IREM.

[1] HOUDEMENT C. (2007), À la recherche d'une cohérence entre géométrie de l'école et géométrie du collège, Repères IREM, n°67, p.73.

La Géométrie II est la géométrie des propriétés des objets[2], elle est partiellement axiomatisée et fait encore souvent référence au monde perceptif.

Pour notre recherche nous allons tenter de faire évoluer ce tableau en tenant compte des autres approches dont celle de Rabardel.

Associée aux paradigmes géométriques, Alain Kuzniak a développé la notion d'espaces de travail géométrique (ETG) ; cette notion nous fournit une base pour examiner les caractéristiques spécifiques à l'activité géométrique de l'élève dans notre recherche. Dans cet article, nous n'abordons pas ce point encore en cours de développement.

2.2 La théorie de l'instrumentation de Rabardel.

L'approche instrumentale est reconnue comme un cadre théorique riche pour les recherches dans le domaine de l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques.

La notion de genèse instrumentale renvoie au processus progressif au cours duquel un instrument se construit pour un sujet donné, en faisant émerger ses schèmes d'utilisation. Derrière l'intégration d'un logiciel dans l'activité mathématique des élèves, on émet l'hypothèse que le travail en environnement informatique présente un intérêt par rapport à l'environnement papier-crayon, mais aussi que les genèses instrumentales des élèves sont bénéfiques à la conceptualisation des notions mathématiques (meilleure illustration des concepts, le travail est plus centré sur l'abstrait car le logiciel prend en charge les tracés).

De ce fait certaines questions apparaissent en relation avec notre question Q2 :

Q2a : Comment peut-on organiser le travail ?

Q2b : Quelles activités concevoir et mettre en place pour accompagner les genèses instrumentales des élèves ?

Q2c : et les rendre effectivement bénéfiques à l'apprentissage des mathématiques ?

De manière générale, cette approche permet d'examiner la relation entre l'usage des outils et la conceptualisation (c'est à dire l'imbrication et les interactions entre les connaissances de l'artefact et les connaissances mathématiques) mais aussi d'analyser les genèses instrumentales aussi bien que d'en étudier la gestion didactique.

Nous avons délibérément fait le choix de ne nous intéresser qu'aux genèses instrumentales des élèves dans l'environnement CaRMetal (en laissant de côté le parcours de la genèse instrumentale de l'enseignant) : l'accent est mis sur les processus d'instrumentation chez les élèves de cycle 3.

2.3 La théorie des situations didactiques.

La théorie des situations didactiques nous permet de décrire la genèse d'un savoir. Nous ciblons plus exactement la validation comme élément clé de l'apprentissage. Ici, l'élève a la possibilité de décider de la validité de ses propres actions et l'élément permettant cette validation est le milieu. Si ce dernier est soigneusement choisi et préparé, il permet le travail en autonomie de l'élève qui va pouvoir mettre en œuvre des stratégies, les tester et les faire évoluer.

Dans la partie suivante, nous allons exposer le cadre de l'expérimentation ainsi que la méthodologie d'analyse.

III - EXPÉRIMENTATION ET MÉTHODOLOGIE D'ANALYSE

Cette recherche est un approfondissement d'un travail entamé il y a maintenant plus de trois ans. Les prémices de celle-ci ont débuté dans une classe de CM1 en 2009/2010 (avec des interventions ponctuelles) dans le cadre d'un atelier IREM. Puis cela s'est poursuivi l'année suivante dans le cadre d'un mémoire de Master avec l'élaboration et l'expérimentation d'un premier dispositif

[2] Des travaux proches de ceux menés par A. Kuzniak, ont été développés par l'équipe ERMEL sous la direction de R. Charnay dans l'ouvrage Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, 2006.

mettant en œuvre l'utilisation de la géométrie dynamique dans une classe de CM2. Suite à l'analyse de ces premières expérimentations, qui nous a permis de mettre en évidence la nécessité de construire une ingénierie didactique pertinente de la GD visant à son utilisation efficace et généralisée, nous avons voulu poursuivre et approfondir ce travail, dans le cadre d'un projet de recherche doctoral.

1 L'expérimentation

Dans le protocole actuel, nous avons choisi de suivre une même classe du CE2 au CM2.

Lors des toutes premières expérimentations (notamment dans le cadre de l'expérimentation pour le mémoire de recherche de Master), nous ne pouvions que travailler en classe entière suite à des contraintes organisationnelles ne permettant pas à l'enseignant titulaire de la classe de séparer sa classe en deux groupes.

Pour ce projet de recherche doctoral, nous avons retenu de ne travailler qu'en demi-groupe classe, les élèves étant par binôme. Nous avons la responsabilité du choix de la séance et l'enseignant titulaire de la classe a, en partie, la responsabilité de sa mise en œuvre ; un travail spécifique de préparation et de mise en œuvre avec l'enseignant est nécessaire pour équilibrer les activités collectives (notamment sur les mises en commun, les institutionnalisations) et individuelles.

Le corpus des données est constitué des fiches de préparation des diverses séances, des fichiers élèves de géométrie dynamique, des productions papiers-crayons (quand il y en a), et enfin des observations filmées et enregistrées. Les analyses a priori et a posteriori se font avec l'enseignant.

Pour la suite de notre recherche (cette année, en classe de CM2), deux à trois séances de géométrie dynamique sont organisées par période scolaire (alors qu'auparavant les séances étaient regroupées sur uniquement deux périodes consécutives) et de manière à ce que la géométrie dynamique fasse partie intégrante des séquences de géométrie, nos choix de situations s'adaptent à la progression de l'enseignant. Nous suivons aussi toutes les séances de géométrie en environnement papier-crayon.

Lors des premières expérimentations et suite aux travaux de M. Artigue et T. Assude qui montrent que genèse instrumentale et construction de connaissances mathématiques ne peuvent pas être séparées, mais qu'au contraire, ces deux processus sont imbriqués, nous avions mis en évidence les questions suivantes :

Q2c : Quelles sont les connaissances instrumentales nécessaires à la manipulation du logiciel afin que celles-ci ne soient pas un obstacle au travail de l'élève ?

Q2d : Ces connaissances devaient-elles s'imbriquer dans la séance ou au contraire devait-on alterner les séances ?

Ce qui nous a amené à construire deux grands types de séances durant lesquelles une part d'instrumentation du logiciel est présente :

- Les séances de construction ou de reproduction de figures, qui obligent les élèves à faire la distinction entre tracés et procédés de tracé.
- Les séances d'expérimentation et d'argumentation. Les logiciels de géométrie dynamique étant propices à l'expérimentation et libérant les élèves de la tâche des tracés, ces derniers peuvent se concentrer plus sur l'expérimentation.

Les séquences réalisées en CE2 et en CM1 sont en annexe.

2 Méthodologie d'analyse

Toutes les séances sont filmées par trois caméras. Les enregistrements audios et vidéos des différentes activités constituent la première partie du corpus. À ceci s'ajoutent les entretiens avant et après les séances avec l'enseignant titulaire de la classe : c'est la seconde partie du corpus de données.

Pour chaque séance, les analyses a priori permettent de préciser les enjeux de la séance en anticipant les possibles comportements des élèves aussi bien d'un point de vue mathématique que stratégique (usage du logiciel). Au regard de ces analyses a priori, nous dégageons les observables suivants : les rétroactions du milieu, les validations, les gestes des élèves, l'utilisation du vocabulaire géométrique et les connaissances mises en jeu.

L'analyse a posteriori, grâce aux vidéos réalisées, nous permet de confronter nos anticipations aux observations des actions des élèves et de leur réactivité face au logiciel : analyse des gestes faits d'un point de vue de la pertinence fonctionnelle (instrumentation) et du sens mathématique éventuellement associé à ces gestes (théorèmes en actes ou approfondissement de la conceptualisation) mais aussi les savoirs utilisés et leur mise en œuvre par ces élèves (tout cela n'étant pas toujours observable en direct). La transcription du corpus audio permet d'analyser les interactions langagières entre les élèves mais aussi entre élèves et enseignant et donc d'analyser la place et le rôle du langage dans la situation d'apprentissage (nous nous centrons sur la qualité du vocabulaire géométrique employé que ce soit pour décrire une figure géométrique ou les procédés de tracés).

La partie suivante se propose d'exposer certains résultats au regard des questions de recherche posées précédemment.

IV - LES PREMIERS RÉSULTATS

Nous proposons d'analyser en plus des premiers résultats issus de la classe de CE2[3] pour notre recherche doctorale, quelques résultats issus des toutes premières expérimentations dans la classe de CM2[4] lors de notre recherche en Master.

1 En référence à la question Q2

Pour tenter de répondre à la question Q2, nous avons formulé l'hypothèse H3. Les résultats présentés dans cette partie, font donc référence à l'instrumentation du logiciel et aux différents schèmes d'action mis en œuvre par les élèves dans l'environnement papier-crayon et celui de la géométrie dynamique.

1.1 Sur l'instrumentation

La séance 6 proposée en CM2 nous sert de bilan sur l'instrumentation du logiciel. En quarante-cinq minutes les élèves ont à réaliser deux constructions différentes du pentagone régulier, l'une réinvestissant plus particulièrement l'utilisation des cercles (figure 5), l'autre des segments et droites (figure 6).

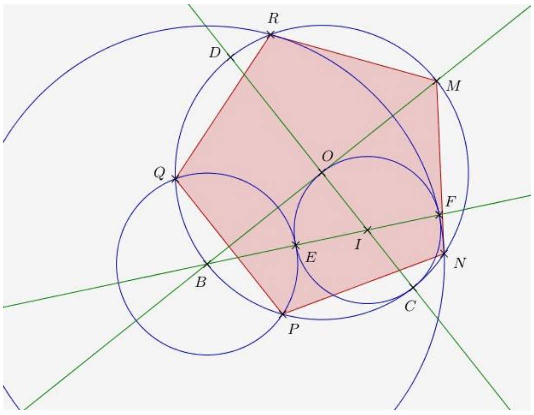


Figure 5 : pentagone régulier construit à partir d'un programme de construction réinvestissant plus particulièrement l'outil cercle.

[3] A ce jour, les analyses réalisées portent uniquement sur la classe de CE2 et sur les classes antérieures à cette recherche doctorale.

[4] Séquence CM2 en annexe.

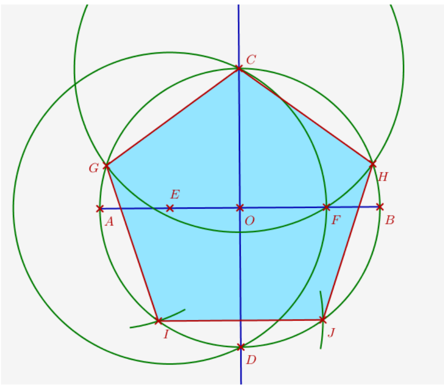


Figure 6 : pentagone régulier construit à partir d'un programme de construction réinvestissant plus particulièrement les outils droites et segments.

Les élèves ont à leur disposition les deux programmes de construction. Nous constatons que plusieurs binômes réalisent les deux figures plus rapidement que ce qui était prévu et ce bien que les consignes sur la construction par les cercles soient relativement complexes à interpréter et à mettre en œuvre.

De manière générale, nous constatons que les élèves manipulent le logiciel avec aisance et que l'instrumentation proposée dans les séances précédentes a été efficace. La séance se termine par la réalisation vidéo-projetée de la construction du pentagone par une élève sous la dictée des consignes d'une autre élève.

L'élève qui manipule le logiciel, utilise le nommage anticipé des points et semble donc être experte dans la manipulation de cet outil. Cependant l'analyse de la vidéo montre qu'en définitive elle se refuse à l'utilisation d'autres outils pour le nommage des points et que tout au long de la construction, elle n'utilise que cette procédure. En fait, elle ne sait pas faire autrement c'est à dire renommer un point en double-cliquant sur celui-ci et en changeant son nom dans l'inspecteur d'objets.

Ce que nous pensions être une expertise de l'élève n'en ait pas une ; en effet, elle ne pratique qu'un schème d'action alors que l'expert possède plusieurs schèmes d'action pour une même tâche.

Nous constatons pour chaque outil, des niveaux d'instrumentation différents chez les élèves : l'expertise dans l'utilisation de certains outils cachant le défaut d'instrumentation d'autres.

1.2 Induction des schèmes d'action par le milieu

Nous sommes en CM1, l'activité proposée[5] en séance 4 consiste à reproduire une configuration de droites sécantes (figure 8) à partir de quelques points donnés (figure 7) ; il s'agit de travailler la notion d'incidence par l'intersection de droites et/ou de segments.

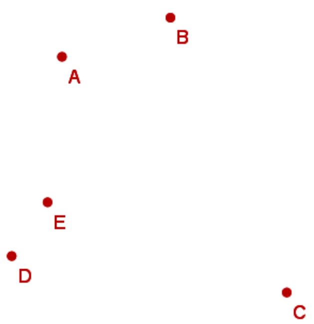


Figure 7 : points de départ de la reproduction de la configuration de droites sécantes.

[5] Transcription d'une activité de ERMEL (2006), Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, Hatier.

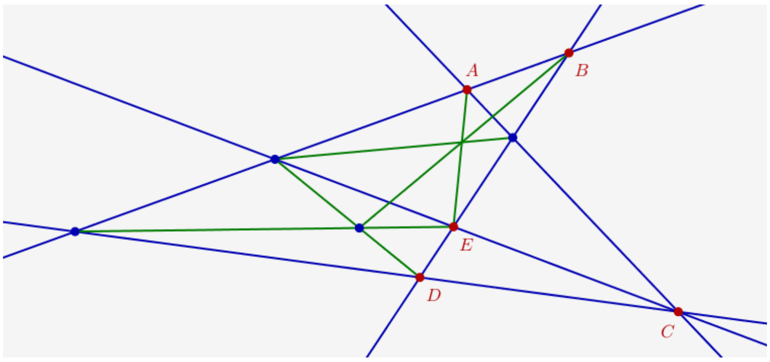


Figure 8 : configuration de droites sécantes à reproduire.

En environnement papier-crayon, les élèves disposent de leur crayon et d'une règle ; la règle se posant en premier, les élèves tracent les droites attendues et arrivent à produire la figure. En environnement GD, l'item droite étant un item de tracé parmi d'autres (même avec la palette restreinte), le choix préalable de cet outil n'est pas aussi immédiat que dans l'environnement papier-crayon où la règle est présente sur la feuille. Choisir l'item droite relève d'une conceptualisation géométrique plus aboutie que la simple saisie d'une règle ; de fait on observe que les élèves cliquent à l'écran et donc créent des points perceptivement aux intersections possibles sans référence à l'intersection des droites.

Cette situation illustre une critique historique sur les logiciels de GD parfois décriés comme des logiciels de la "géométrie du point".

On constate que la règle est un outil primordiale de l'environnement papier-crayon et le crayon qu'un scripteur alors que sans instrumentation particulière, le pointeur, item par défaut dans le logiciel, est l'outil de construction de base dans l'environnement GD.

Comme on prend naturellement la règle avec la main, on prend spontanément un point avec la souris.

2 En référence à la question Q3

Pour répondre à la question Q3, plusieurs hypothèses H2 et H1 sont sollicitées. Dans cette partie, nous mettons l'accent sur l'instrumentalisation (au travers de deux situations), l'argumentation et l'évolution des représentations géométriques des élèves.

2.1 Sur l'instrumentalisation

Exemple d'instrumentalisation spontanée de l'anticipation des constructions

Avec le logiciel, les élèves peuvent faire des expériences en mettant en œuvre les outils dont ils disposent. Grâce au fil à la patte[6], les élèves peuvent s'approprier de manière avantageuse ces outils.

Lors de la séance 7 en CM2, les élèves doivent reproduire une figure mettant en jeu la construction du carré.

[6] Termes utilisés à l'oral avec les élèves pour exprimer *"cette capacité du logiciel à anticiper la construction avant le dernier clic de souris."* La démarche d'investigation et les TICE : une opportunité pour l'inventivité ? 2008, Revue Sesamath, n°9.

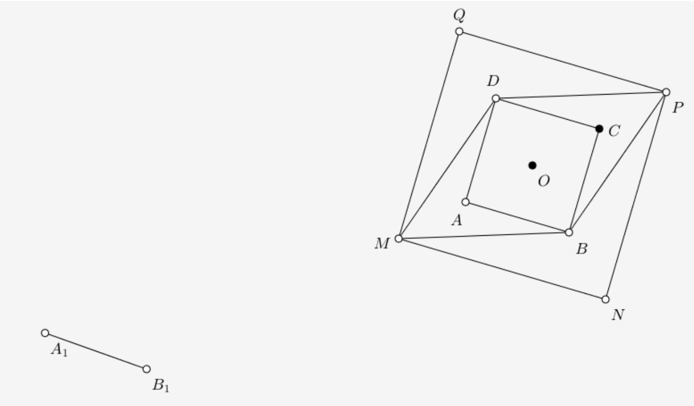


Figure 9 : figure à reproduire, issue de CapMaths CM2.

Nous sommes vers la fin de la reproduction (le carré $A_1B_1C_1D_1$ de centre O_1 étant fait) ; il s'agit de construire les points N_1, P_1, Q_1 et M_1 c'est-à-dire les points du grand carré. Les élèves savent qu'il faut construire N_1 tel que B_1 soit le milieu de $[O_1N_1]$, car B est le milieu de [ON]. Cela suppose la construction du cercle de centre B_1 et de rayon B_1O_1.

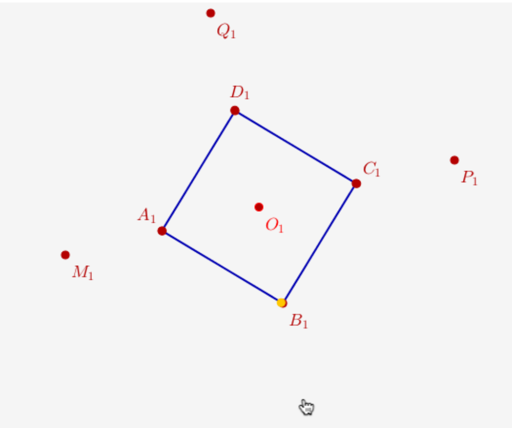


Figure 10 : capture d'écran, utilisation en cours de l'outil milieu ; ici l'élève veut placer de visu le milieu (en jaune fluo) sur le point B_1.

Cependant, l'engagement direct de l'outil milieu qui permet de voir le milieu pendant sa construction donne une idée aux élèves : celle de retrouver les symétriques[7] à partir des milieux. En cliquant sur l'outil milieu puis sur le point O_1, les élèves voient le milieu (en jaune fluo) se déplacer et essaie de le placer visuellement sur le point B_1, par exemple, pour construire le point N_1 (figure 10). Et ils font de même pour les autres points.

Cependant ils s'aperçoivent après avoir activé le Monkey, que les points M_1, N_1, P_1 et Q_1 formant le grand carré, se déplacent, ne conservant pas la forme attendue.

Il s'agit d'une instrumentalisation "inversée" de l'outil milieu, possible de par l'anticipation de sa construction. Cela signifie que l'élève sans connaître la notion, utilise le milieu de manière pertinente pour chercher un symétrique. Même si la démarche ne peut aboutir, elle permet de voir où les points N_1, P_1, Q_1 et M_1 doivent être construits sur la figure.

Les élèves ont temporairement fait un dessin pour positionner les points puis ont vérifié avec le Monkey que ce n'était pas une figure. Ils sont ensuite passés par des procédés plus adéquats (création du point N_1 par l'intersection de la droite (D_1O_1) avec le cercle de centre B_1 et de rayon O_1B_1).

[7] Dans le vocabulaire de l'enseignant.

L'usage de la GD permet aux élèves de gérer différents essais de manière assez rapide par rapport à l'environnement papier-crayon. Ainsi si cela ne fonctionne pas, les élèves peuvent réajuster leurs stratégies pour en tester de nouvelles.

Exemple d'a-modalité instrumentalisée spontanément par les élèves

Dès les premières années d'expérimentation, nous avons rencontré le problème de l'instrumentalisation de l'a-modalité de la couleur de fond et de l'aspect et couleur des objets ; nous avons résolu cette question en supprimant les onglets " Fond : couleur & image " et " Aspect & couleur " dans la palette d'outils grâce au gestionnaire d'environnement restreint. Malgré cela, la créativité et la curiosité des élèves qui sont probablement des invariants, se sont manifestées dans d'autres classes. Ces derniers ont trouvé une autre façon de modifier les couleurs des objets en temps réel grâce à l'a-modalité des outils de CaRMetal, en la retrouvant dans l'inspecteur d'objets.

Lors de la séance 4 visant une instrumentation des outils associés au cercle, en CM2, un groupe d'élèves, réalise une figure qu'ils devaient animer après avoir activé la trace d'un des objets construits (le cercle C_2 dans la figure 11) afin d'avoir une néphroïde. Ce groupe d'élèves a profité de l'a-modalité de l'animation pour faire varier les couleurs du cercle C_2 donc de la néphroïde.

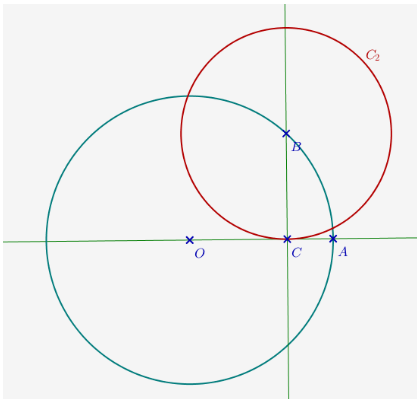


Figure 11 : figure à construire, les élèves doivent ensuite animer le point B sur le cercle vert.

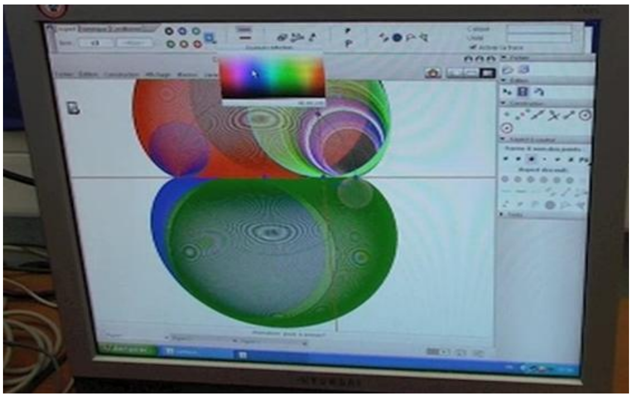


Figure 12 : tracé d'une néphroïde avec changement de couleur.

Nous voyons sur ces deux exemples que l'anticipation des constructions et l'a-modalité de toutes les fonctionnalités sont très vite utilisées comme des outils d'exploration mathématique ou de créativité artistique. Rien que pour cela, il est dommage que ce logiciel soit si peu connu.

2.2 L'argumentation

Nous sommes en CE2 en séance 5, les élèves doivent construire la figure suivante (figure 13) puis tester l'alignement de quatre points. Dans CaRMetal, il existe un test pour savoir si des points sont alignés ou pas, cependant il ne permet de tester que l'alignement de trois points.

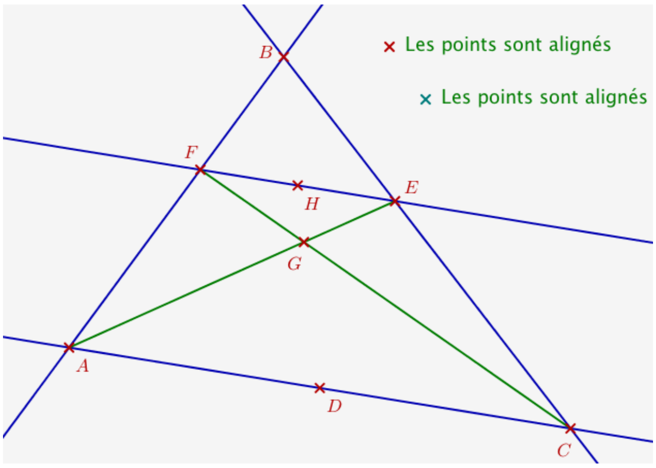


Figure 13 : figure à construire.

Les élèves testent par exemple, l'alignement de B, H et G puis de H, G et D ; ils doivent ensuite en déduire l'alignement des quatre points.

Lors de cette séance un élève s'exclame tout à coup « J'ai compris. » ; après avoir expliqué à l'enseignant, ce dernier lui dit d'aller partager son raisonnement avec l'ensemble de la classe. Voici ce qu'il dit (ses dires sont accompagnés de gestes indiquant les objets impliqués) :

Élève : « Si ces trois-là sont alignés (en montrant les points B, H et G) et ces trois-là sont alignés (en montrant les points H, G et D), eh bien, ils sont tous alignés ! »

Réponse de l'enseignant : « Effectivement oui… »

Élève : « Parce que ces deux-là sont alignés (l'élève indique les points B et G) et celui-là (en montrant le point H) fait parti de celui-là (en montrant le segment [BG]) et de celui-là (en montrant le segment [HD])… »

Plus clairement, si B, H et D sont alignés c'est que H appartient à la droite (BD) ; si B, G et D sont alignés c'est que G appartient à la droite (BD) donc on peut dire que H et G sont sur la même droite et que les points B, H, G et D sont alignés.

Nous sommes en présence de ce que Balacheff appelle une expérience cruciale. Nous avons peut-être ici, un début de preuve intellectuelle.

2.3 Sur les représentations des élèves

Bien que le triangle soit une figure connue depuis la maternelle, sa construction nous a réservé quelques surprises. Nous sommes en classe de CE2, en séance 3, et nous demandons aux élèves en début de séance, de construire un triangle.

Les élèves sont par binôme ; une élève trace un triangle, son binôme s'exclame alors « ce n'est pas un triangle, ça ! » À cette réaction, sa camarade lui rétorque que si. Nous intervenons en demandant à cet élève qui n'est pas d'accord, de construire un triangle. Ce dernier s'applique de manière à faire des côtés de longueur identique. Ses explications nous indiquent que sa représentation du triangle est dans une configuration prototypique « inversé » (triangle équilatéral avec « la pointe vers le bas » (issu du vocabulaire élève)). On constate ici la prégnance de figure prototypique chez cet élève. En fait, l'élève a mobilisé une figure qu'il a rencontrée antérieurement dans sa scolarité (avec les blocs logiques par exemple). De manière générale, les figures simples sont mémorisées et reconnues par le biais de dessins les représentant : ce qui permet de mémoriser généralement un ensemble de propriétés géométriques, plus ou moins bien retenues par les élèves.

Par la suite, lorsque cet élève utilise le Monkey, le triangle, qu'il a soigneusement construit c'est à dire perceptivement équilatéral, se déforme sans conserver ni ses propriétés spatiales ni ses propriétés d'équilatéralité. Ce qui fait dire de manière hésitante à cet élève dubitatif, qu'il n'a plus un triangle. La déstabilisation est importante car cet élève est perturbé dans ses représentations. Il avait focalisé son attention sur certaines propriétés de la figure plutôt que sur d'autres. Il y a donc comme une résistance à se détacher de cette forme visuellement reconnue. Cette appréhension perceptive spontanée (ici, du triangle équilatéral) bloque l'appréhension mathématique de l'objet triangle.

Le Monkey a brisé la représentation du triangle de cet élève. Le milieu a modifié le rapport au vrai pour cet élève.

De manière générale, comprendre et interpréter les effets d'une déformation (le mouvement déforme la figure, ce qui diffère du déplacement d'un seul point) est une véritable difficulté pour les élèves. Il n'y a pas forcément d'analyse mathématique et les effets de la déformation sur les propriétés géométriques ne sont pas toujours compris. Dès les petites classes, les élèves sont amenés à déplacer les objets : il y a donc une représentation du mouvement d'une figure qui est essentiellement un déplacement composé de translations et rotations (de gabarits) et ensuite éventuellement de retournements, ce qui peut entraîner une représentation fausse du « mouvement » car ce sont des mouvements de pièces solides alors que la GD a une notion du mouvement différente, celle du point. Il semble donc que déplacer les objets ne suffise pas à construire les propriétés de ces derniers.

Finalement, on peut voir le Monkey comme un « modificateur global » qui est une aide sérieuse à l'instrumentation initiale mais qui peut être ensuite une limite à la compréhension fine.

La théorie des situations didactiques pourra nous éclairer sur la validation et comment celle-ci va être perçue par les élèves.

3 Les interactions langagières

L'analyse de l'activité langagière est conduite en relation avec les différentes activités proposées aux élèves : nous nous axons surtout sur les restitutions de connaissances, les explications relatives à l'instrumentation du logiciel et les justifications de démarches.

Le fait d'avoir un élève qui construit et un autre qui conseille voire contrôle, favorise la métacognition sur les objets géométriques. Les interactions langagières participent à la construction des concepts engagés, la communication aidant à la conceptualisation. De même, les témoignages des enseignants nous ayant accueillie tendent à montrer que le fait de travailler en binôme et de faire fonctionner les élèves dans un environnement a-didactique a permis à ces derniers d'évoluer dans leur langage mathématique qui s'est enrichi et précisé.

V - DIFFICULTÉS RENCONTRÉES ET PERSPECTIVES

1 La maintenance informatique

D'une année sur l'autre, le système d'exploitation de la salle informatique a changé ce qui a évidemment eu des conséquences sur la version du logiciel téléchargée. Malgré les précautions prises, les versions Linux et Mac OS du logiciel utilisées ne sont pas tout à fait les mêmes sur certains points précis et parfois des parties de séance ont dû être modifiées directement en séance.

2 Complexité de l'intégration des TICE

Comme l'a souligné Michèle Artigue, se pose le problème de l'instrumentation de l'enseignant : cela reste un exercice très complexe car il nécessite une transformation des pratiques enseignantes ; or ces derniers dans le primaire n'y sont pas tous préparés : ils n'ont pas forcément le temps ou n'osent tout simplement pas. De même, malgré la plus-value espérée, cette tâche nouvelle d'intégration demande un surcoût en travail de préparation pour l'enseignant.

Pour la suite de cette recherche, nous suivons ces élèves en CM2 ; l'enseignante de ce niveau n'étant pas très à l'aise avec l'outil informatique, c'est l'enseignant de l'année de CM1 qui est en charge de mener les séances en GD cette année 2013/2014 (décloisonnement).

3 Évolution de la méthodologie et perspectives

Lors de l'expérimentation pour le mémoire de recherche, quand nous travaillions avec le demi-groupe classe en informatique, l'autre demi-groupe était dans une activité non mathématique.

Pour pouvoir enrichir le corpus de notre travail et les analyses qui en découlent, actuellement nous menons avec un groupe des activités en GD et avec l'autre groupe des activités en environnement papier-crayon. Par ailleurs, nous suivons les élèves en séance « classique » de géométrie.

D'un point de vue des interactions langagières, désormais l'instrumentation s'accompagne du discours conceptuel associé afin que l'élève conscientise les gestes effectués, cela signifie un vocabulaire simple mais précis accompagnant les schèmes d'action associés. De par la quantité d'apprentissages opérationnels qu'ils ont à gérer, les enseignants de l'école primaire ont généralement une tendance naturelle à transformer ce qui devrait être une instrumentation en tâche d'exécution. Un volet de notre ingénierie didactique que nous mettons en place pour un usage généralisé de la GD est particulièrement vigilant à ce que cette pratique non seulement résiste à cette tendance mais puisse aussi l'évacuer. Nous veillons de notre côté à la présence et l'expression correcte du sens mathématique de ce qu'on propose.

Enfin, pour cette année, nous comptons affiner les travaux menés en analysant en détail tout le corpus recueilli.

VI - CONCLUSION

Nous avons vu à travers les activités précédentes l'efficacité d'une instrumentation bien menée (construction du pentagone régulier) et la richesse des productions des élèves utilisant l'anticipation et l'a-modalité du logiciel.

S'il est plus riche et plus facile d'accès, le cadre dynamique est aussi géométriquement plus exigeant car il déconstruit un rapport implicite au dessin géométrique encore trop présent au cycle 3. L'évolution des interfaces des logiciels, comme ici la mise en œuvre du Monkey, adaptée à l'école primaire, permet de nouvelles ingénieries didactiques qui savent prendre à leur charge une part de cette exigence. L'organisation d'activités autour d'interactions langagières est une autre façon de prendre en charge, mais aussi d'accélérer l'entrée dans la géométrie des propriétés des objets.

L'utilisation du Monkey, considéré comme autre tiers validant que l'enseignant, permet aux élèves de mettre à distance leurs propres démarches perceptives pour mieux les regarder, favorisant ainsi des changements de représentations et donc de stratégies de construction.

Enfin, suite à ces expérimentations, nous avons pris conscience du caractère spécifique d'un travail en petit groupe piloté par un projet de recherche. Comme l'a mis en évidence Michèle Artigue, va se poser le problème du transfert d'une expertise locale à sa massification. Même si elle est théoriquement incontournable, nous nous appliquons dans la construction de notre ingénierie, à ce que la décohérence quantique (influence de l'environnement) s'applique le moins possible à la pratique de la géométrie dynamique.

VII - BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE M. (2011) Les défis de l'enseignement des mathématiques dans l'enseignement de base, UNESCO, 43-44.

ASSUDE T. (2007) Modes et degré d'intégration de Cabri dans des classes du primaire, in Floris R. et Conne F. (éd) *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*, 119-134, Bruxelles : De Boeck.

CHARNAY R. & DOUAIRE J. (2006) *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3,* Paris : Hatier.

GOUSSEAU-COUTAT S. (2006) Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire collège : une ingénierie didactique au collège sur la notion de propriété, thèse de doctorat de l'université JOSEPH FOURIER, Grenoble 1.

HOUDEMENT C, KUZNIAK A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, IREM de Strasbourg, *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, **11**, 175-193.

LABORDE C., CAPPONI B. (1994) Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherche en didactique des mathématiques*, **14**, 1.2, 165-210.

HAKENHOLZ E. (2006) Concepteur du logiciel CaRMetal, http://db-maths.nuxit.net/CaRMetal/

PAYET I. (2013) Bilan d'une séquence de géométrie dynamique au CE2, IREM de la Réunion, en cours de rédaction.

PAYET I. (2011) Géométrie dynamique au cycle 3 : construction d'un rectangle, IREM de la Réunion,

http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/spip.php?article472.

PAYET I. (2010) Comparaison des environnements papier-crayon et informatique en cycle 3 sur une activité géométrique non usuelle, *Expressions*, **35**, 119-145.

http://espe.univ-reunion.fr/bibliotheque/revue-expression/

RABARDEL P. (1995) *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

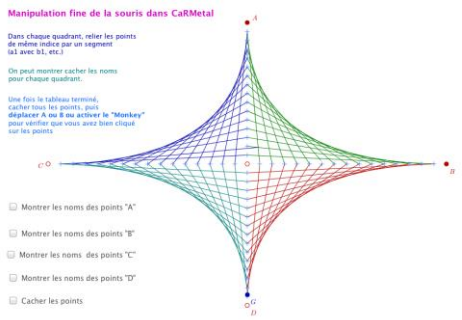
RESTREPO A. M. (2008) Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème, thèse de doctorat de l'université JOSEPH FOURIER, Grenoble 1.

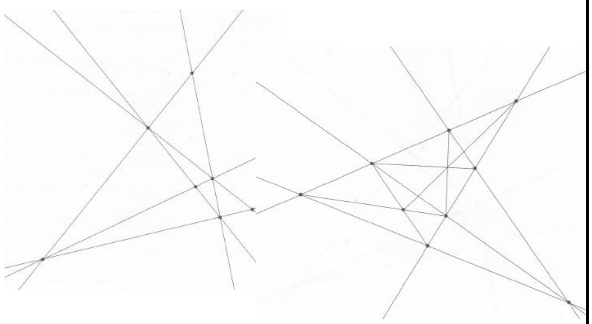
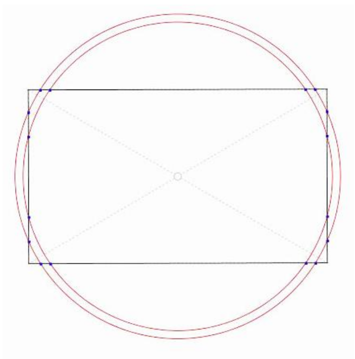
VIII - ANNEXES

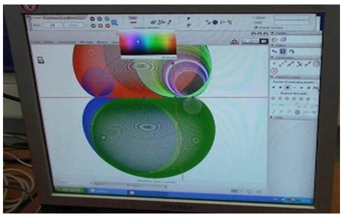
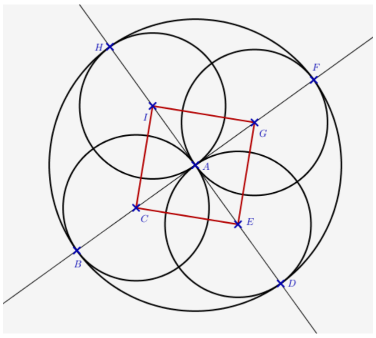
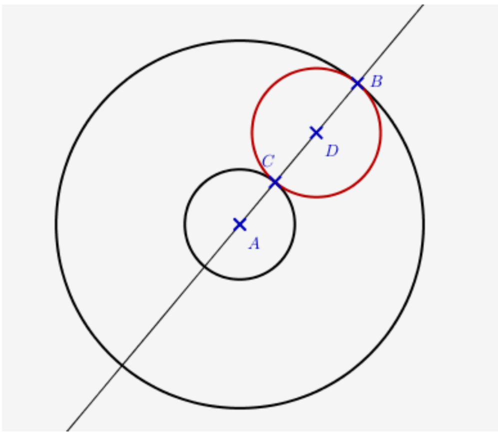
Les fiches pédagogiques des séquences seront accessibles sur le site de l'IREM de la Réunion (article en cours : Bilan d'une séquence de géométrie dynamique au CE2, et article à venir : Bilan d'une séquence de géométrie dynamique au CM1).

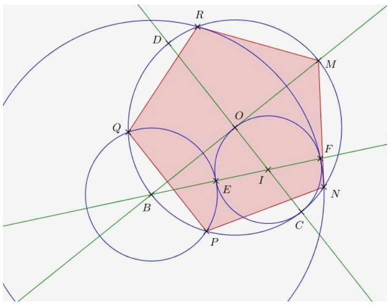
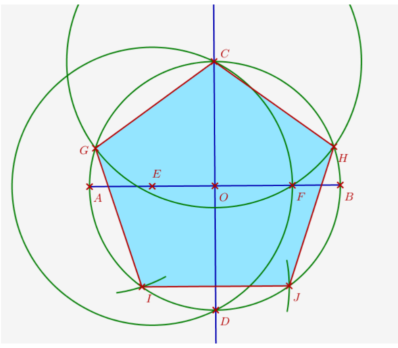
Pour chaque niveau de classe, les séquences se présentent sous la forme d'un tableau avec d'une part les activités mathématiques avec les objectifs visés dans un premier temps et les consignes données aux élèves (pour plus de détails et notamment les différents programmes de construction des figures, se référer aux fiches pédagogiques disponibles dans les articles cités précédemment sur le site de l'IREM de la Réunion) et d'autre part l'instrumentation du logiciel.

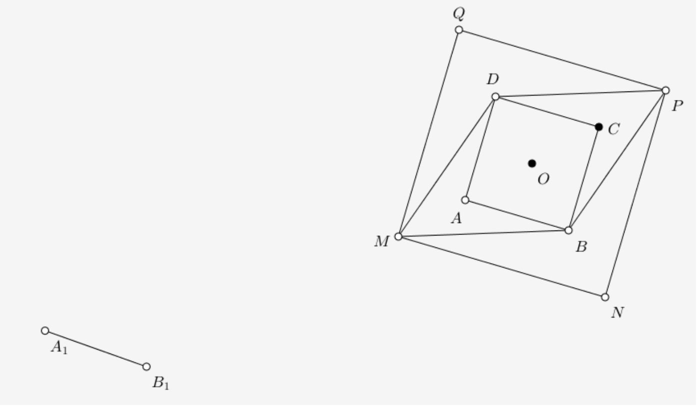
Annexe 1 - Séquence en CM2 (année 2010/2011)

Séances	**Activités mathématiques**	**Instrumentation du logiciel**
S1 Découverte du logiciel	- utiliser en situation le vocabulaire géométrique. **Consignes :** * Créer un point A et un point B ; puis déplacez-les en utilisant l'icône  Les déplacements sont-ils libres? Faire la même chose mais cette fois-ci en utilisant le Monkey  * A partir de ces deux points A et B, tracer le segment [AB]. Cliquez droit sur le segment, et dans l'inspecteur d'objet, changez sa couleur et sa forme. Puis déplacez-le en utilisant les deux façons de faire. Qu'observe-t-on dans les deux cas? * Tracer un segment de longueur fixe ; cliquez droit dessus et dans l'inspecteur d'objets, fixez la longueur à 4 puis allez dans l'onglet aspect et activez la trace. Déplacer le point B, que remarque-t-on?	Découverte du logiciel : palette, inspecteur d'objets. Instrumentation des outils suivants : point, segment, segment de longueur fixe, Monkey. Instrumentation sur la manipulation directe. Activité d'instrumentation : les tableaux de fils. 

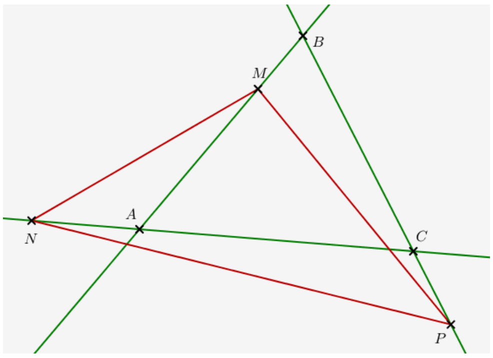
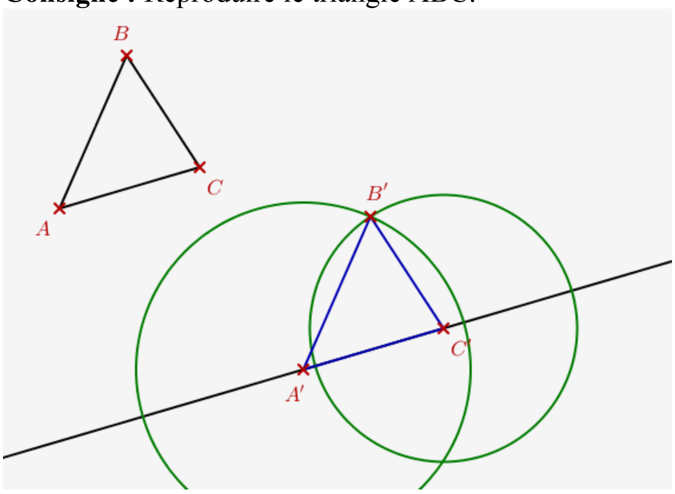
Séances	Activités mathématiques	Instrumentation du logiciel
S2 Faisceaux de traits (ERMEL) : reproduction de figures mettant en jeu des relations d'incidence	- utiliser en situation le vocabulaire géométrique. - employer des relations d'incidence. - comprendre la nécessité de mettre en place une chronologie (situation n°2). - comprendre que les points peuvent être définis par des alignements (situation n°2). **Consignes :** Reproduire les figures à partir des points donnés.  Situation n°1 Situation n°2	Instrumentation sur les outils droites, segments et point.
S3 Construction du rectangle et Problème ouvert : nombre d'intersections d'un rectangle avec deux cercles	Construction du rectangle - construire une figure **Consigne :** construire un rectangle qui résiste au mouvement. Problème ouvert - émettre des hypothèses sur l'intersection de deux cercles avec un rectangle. **Consigne :** construire deux cercles ayant un maximum de points d'intersection avec le rectangle construit. 	Instrumentation sur les outils perpendiculaire et parallèle. Instrumentation sur la manipulation directe et sur le Monkey.

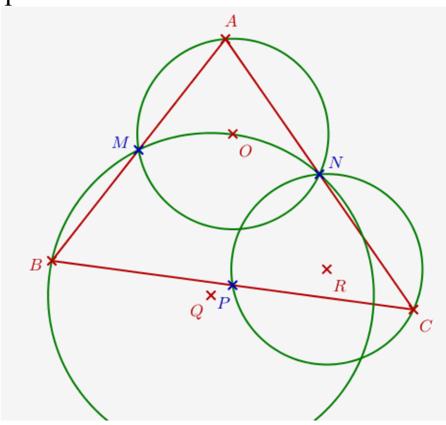
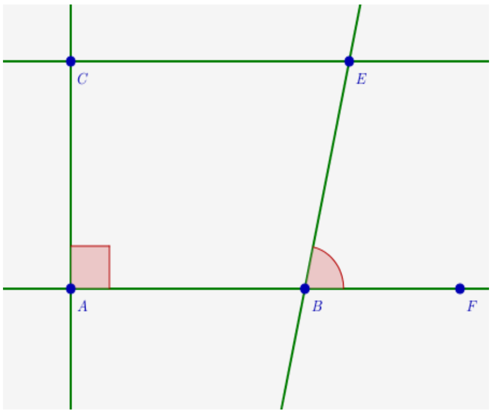
Séances	Activités mathématiques	Instrumentation du logiciel
S4	- suivre un programme de construction. - émettre des hypothèses sur le problème de la situation n°2. - utiliser les propriétés géométriques d'une figure valider une hypothèse. *Activité 1 : la néphroïde* **Consigne :** suivre le programme de construction et animer le point indiqué.  *Activité 2 :* Suite à une construction mettant en jeu la construction de cercles, les élèves doivent répondre à la **consigne** suivante : comment s'appelle le quadrilatère construit? Pourquoi? 	Instrumentation sur les cercles. Instrumentation sur l'outil animation.
S5 Le cercle et les cercles (ERMEL)	- faire émerger des propriétés géométriques d'une figure pour la construire. - argumenter la validité d'une procédure de construction. **Consigne :** tracer un autre cercle qui touche les deux premiers. 	Instrumentation sur les cercles.

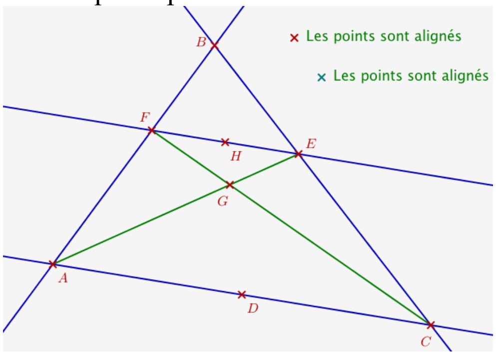
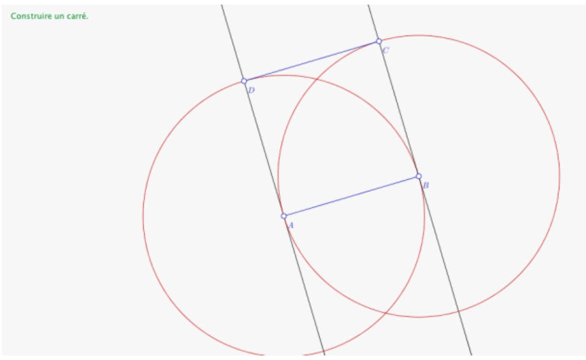
Séances	Activités mathématiques	Instrumentation du logiciel
S6 Le pentagone régulier	- suivre un programme de construction **Consigne :** Suivre les programmes de construction pour construire les deux figures demandées.  programme n°1  programme n°2 **Consignes :** Quelles sont les propriétés de ce polygone construit ? Comment se nomme-t-il ? On attend que les élèves nous disent qu'il a cinq côtés de même longueur, cinq sommets et qu'on le nomme pentagone (on précisera régulier).	Bilan sur l'instrumentation.

Séances	Activités mathématiques	Instrumentation du logiciel
S7 Reproduction de figure mettant en œuvre la construction du carré	- construire un carré. - décrire une figure. - reproduire une figure. **Consignes :** Décrire la figure à l'écran. Reproduire le petit carré à partir de l'un de ses côtés. Terminer la reproduction de la figure initiale.  	

Annexe 2 - Séquence en CE2 (année 2011/2012)

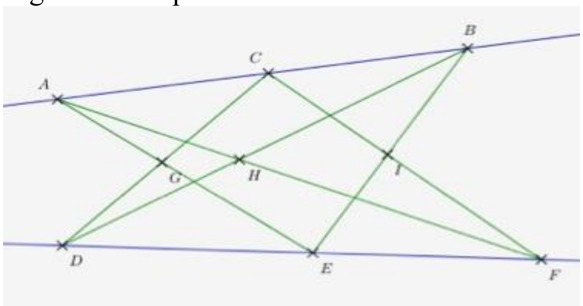
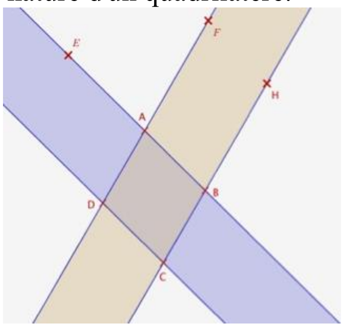
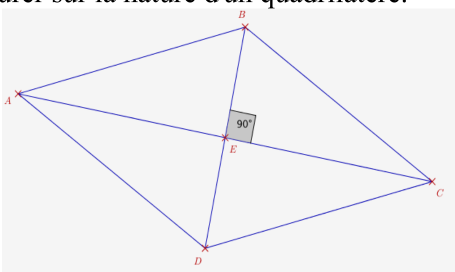
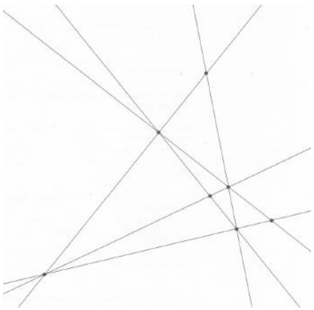
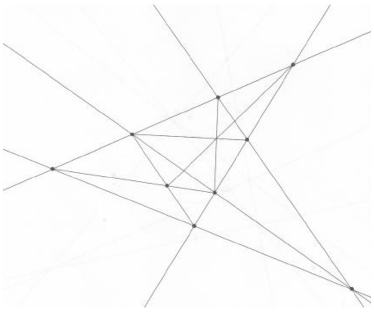
Séances	Activités mathématiques	Instrumentation du logiciel
S1 Le triangle des milieux, permanence des propriétés lors de l'utilisation du Monkey.	- utiliser en situation le vocabulaire géométrique. - construire un triangle. - faire des conjonctures. **Consignes :** Comment placer les points M, N et P pour que le triangle MNP soit à l'intérieur du triangle ABC ? Comment placer les points M, N et P pour que le triangle MNP soit à l'extérieur du triangle ABC ? 	Découverte du logiciel. Instrumentation sur les points, segments. Instrumentation sur le Monkey. Travail sur la manipulation directe. Les tableaux de fils et les cardioïdes (pour apprendre à cliquer au bon endroit).
S2 Reproduction de figure : le triangle.	- reproduire à partir d'un modèle un triangle donné. - décrire ses procédés de tracés. **Consigne :** Reproduire le triangle ABC. 	Instrumentation de l'outil cercle report de longueur. Instrumentation de l'outil cacher et supprimer. Instrumentation de l'outil cercle de rayon fixe. Instrumentation de l'outil animation.

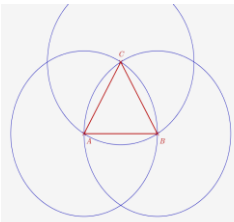
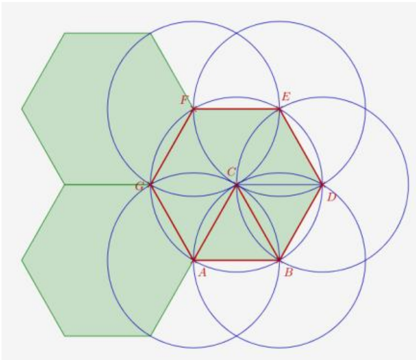
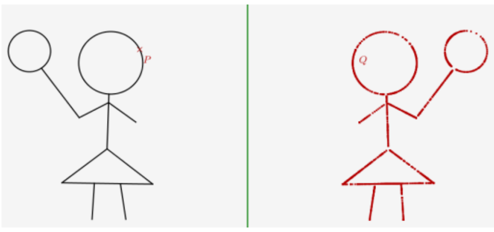
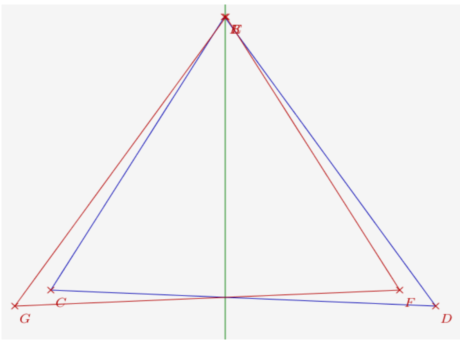
S3 Conjecture	- suivre un programme de construction. - émettre des hypothèses. **Consigne :** suivre le programme de construction. Les élèves sont ensuite sollicités sur la question suivante : où se coupent les cercles? 	Instrumentation de l'outil cercle passant par trois points
S4 La double perpendicularité et le parallélisme. Le rectangle et ses propriétés.	- utiliser en situation le vocabulaire géométrique. - suivre un programme pour la construction des droites sécantes. - conjecturer. - faire des hypothèses. **Consignes :** ces dernières étant nombreuses, se référer à la fiche pédagogique pour cette activité. 	Instrumentation sur l'outil angle. Instrumentation sur les tests perpendiculaire et parallèle.

S5 L'alignement	- utiliser en situation le vocabulaire géométrique. - suivre un programme de construction. - conjecturer. **Consignes :** suivre le programme de construction et dire si les quatre points B, H, G et D sont alignés. Le logiciel permet de faire un test sur l'alignement de 3 points uniquement ; les élèves doivent donc argumenter sur l'alignement de quatre points sachant cela. 	Instrumentation sur les macros polygones. Instrumentation sur le test points alignés.
S6 Le carré	- construire un carré. - utilisation en situation du vocabulaire associé à cette construction - décrire les procédés de tracés. **Consignes :** construire un carré à partir d'un côté et décrire les procédés de tracés. 	

Annexe 3 - Séquence en CM1 (année 2012/2013)

Les consignes étant nombreuses, elles n'ont pas été détaillées dans ce document ; pour cela se référer aux articles (cités en bibliographie) sur le site de l'IREM de la Réunion.

Séances	**Activités mathématiques**	**Instrumentation du logiciel**
S1 Alignement de points	- suivre un programme de construction. - tester l'alignement de points. 	Rappel sur l'instrumentation vue en CE2.
S2 Nature des quadrilatères : propriétés (des côtés) du carré, du losange.	- conjecturer sur la nature d'un quadrilatère. 	Instrumentation sur la manipulation directe. Instrumentation sur les outils de test (perpendiculaire et parallèle).
S3 Nature des quadrilatères : propriétés des diagonales du carré, du losange.	- conjecturer sur la nature d'un quadrilatère. 	Instrumentation sur la manipulation directe. Instrumentation sur l'outil test.
S4 Reproduction de figures (configuration de droites sécantes) : faisceaux de traits (ERMEL).	  Se reporter à la séance S2 en CM2.	Instrumentation sur les points, droites et segments.

S5 Le triangle L'hexagone régulier et pavage.	- construire un triangle et argumenter sur la nature du triangle.  - suivre un programme de construction de l'hexagone régulier. - réaliser un pavage avec l'hexagone. 	Instrumentation sur les macros polygones. Instrumentation sur le test points alignés.
S6 La symétrie axiale.	- faire le symétrique d'une figure donnée.  - retrouver l'axe de symétrie d'une figure (triangle isocèle et équilatéral). 	Instrumentation sur l'outil aimantation. Instrumentation sur la trace. Instrumentation sur l'outil symétrie axiale.

S7 L'octogone.	- construire un carré à partir de son centre et d'un sommet. - description les procédés de tracés. - construire d'un octogone régulier à partir du carré.