

ANGLE DROIT À L'ARTICULATION ENTRE LE CYCLE 2 ET LE CYCLE 3

Equipe ERMEL¹
IFÉ

Résumé

Au cycle 2, comme au début du cycle 3, dans le cadre des recherches sur les apprentissages géométriques de l'équipe ERMEL, nous avons cherché à amener les élèves à construire des significations du concept d'angle droit comme outil implicite de résolution de problèmes spatiaux. L'atelier se propose d'étudier les connaissances que les élèves peuvent mobiliser lors de ces résolutions : leur « nature » (sont-elles perceptives ? instrumentées ? spatiales ou géométriques ?) ainsi que les savoirs auxquels elles se réfèrent (angle droit, mais aussi autres savoirs).

Les conditions d'apparition et d'évolution de ces connaissances peuvent dépendre des significations de l'angle droit sous-tendues par les situations de référence, des types de problèmes proposés (reconnaissance, production), des variables didactiques qui leur sont appliquées (le caractère spatial ou non des objets, la présence ou non d'instruments). Il en résulte une évolution possible de ces connaissances au cours du cycle : de spatiales initialement, elles peuvent acquérir un « statut » différent, en prenant une forme plus conceptualisée.

Dans l'atelier proposé, nous avons présenté quatre situations issues de notre recherche et les résultats obtenus. Nous avons cherché à expliciter les connaissances sur angle droit auxquelles un élève de cycle 2 peut « raisonnablement » accéder, et celles qui peuvent faire l'objet d'une institutionnalisation. Nous avons soumis à la discussion des participants les conditions permettant de définir une ingénierie didactique cohérente et satisfaisante du point de vue des apprentissages visés.

Nous développons plus particulièrement l'analyse de la situation « Contour de feuille à réparer » dont la présentation s'est appuyée sur le visionnement d'une vidéo tournée dans une classe.

I - DÉROULEMENT DE L'ATELIER

- Présentation de l'équipe et de la recherche.
- Analyse par groupe de deux situations d'apprentissage du cycle 3 : « Rectangle à terminer » (version CM1) et « Triangle à deux angles droits ? » (CM2).
- Analyse par groupe de deux situations d'apprentissage du cycle 2 : « Contour de feuille à réparer » et « Jacquette ».
- Analyse d'une vidéo d'une séance tournée en CE1 dans la classe de Catherine Mazuy (PEMF en CE1 Bourg-en-Bresse) par Georges Combier et Marie-Paule Dussuc.
- Discussion et synthèse.

¹ Henri-Claude ARGAUD, IUFM de Grenoble

Georges COMBIER, IUFM de Lyon

Jacques DOUAIRE, IUFM de Versailles

Marie-Paule DUSSUC, IUFM de Lyon

Gérard GERDIL-MARGUERON, IUFM de Grenoble

Catherine MAZUY, ÉCOLE des Venues, Bourg-en-Bresse (01)

Cyril VIVIER, École de Coinot, St Rambert d'Albon (26)

II - LA RECHERCHE DE L'ÉQUIPE

L'équipe ERMEL a conduit des recherches sur les apprentissages mathématiques à l'école, d'abord dans le domaine numérique puis géométrique. Le but de la recherche actuelle est d'analyser les compétences spatiales et géométriques que les élèves de l'école primaire, principalement au cycle 2, peuvent construire par l'utilisation conjointe de différents environnements notamment des logiciels de géométrie. Cette recherche conduit à la production de savoirs sur ces apprentissages et à la production de ressources pour les enseignants et les formateurs.

La méthodologie de la recherche comporte :

- une identification des besoins sociaux, notamment le fait que peu de problèmes soient proposés en géométrie et que son enseignement soit souvent réduit à celui du vocabulaire et des tracés ;
- une analyse du savoir géométrique (problèmes, propriétés, ...), ainsi que des connaissances spatiales que les élèves ont pu développer ;
- la formulation d'hypothèses sur les apprentissages pour préciser notamment les relations entre les apprentissages spatiaux et géométriques ;
- l'organisation de l'étude des différentes notions spatiales et géométriques sur les trois années du cycle (quels problèmes poser ? pour quel apprentissage ?) ;
- l'élaboration de situations didactiques et leur expérimentation dans plusieurs académies ;
- la rédaction d'un ouvrage pour les formateurs et pour les enseignants du premier degré comportant une explicitation des enjeux des apprentissages et des problématiques de l'enseignement dans ce domaine et parmi les dispositifs d'enseignement expérimentés, les progressions et les situations qui ont été retenues.

Ces composantes sont en interaction : l'identification des potentialités des élèves étant aussi issue des expérimentations menées.

Cette méthodologie et les résultats seront explicités à partir de l'étude de la notion d'angle droit, l'un des nombreux thèmes relatifs aux apprentissages spatiaux et géométriques au cycle 2.

Nous avons choisi d'interroger le groupe sur les connaissances disponibles chez les élèves en partant de situations de cycle 3 sollicitant, pour la production et la validation des solutions, des raisonnements faisant appel à des propriétés, puis en proposant des situations de cycle 2 (CP ou CE1), lorsque les solutions s'appuient sur l'action sur les objets physiques ou spatio-graphiques.

1 Situations du cycle 3 proposées à l'analyse des groupes

Les deux situations du cycle 3 (dont nous donnons une description sommaire ici) sont présentées dans ERMEL Géométrie « Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3 » :

1. La situation « Rectangle à terminer 2 » (CM1)² : pour la moitié des groupes.
2. La situation « Triangle à deux angles droits ? » (CM2)³ : pour l'autre moitié des groupes.

Les questions posées à chaque groupe étaient : « Quels sont les savoirs visés ? » « Quelles sont les procédures attendues ? ». Les échanges ont porté sur :

- des interrogations sur les procédures ;
- la mise en évidence dans « Rectangle à terminer » du caractère non opératoire de propriétés qui sont censées avoir déjà été étudiées dans certaines progressions ;
- la nature théorique du problème dans « Triangle à deux angles droits ? » pour lequel le recours au dessin chez des élèves de CM2 est plus limité que ce que pensaient les participants ;

² Présentation du descriptif de la situation en Annexe 1.

³ La question posée aux élèves dans la situation (cf ERMEL, p. 274) étant la suivante : « est-il possible de construire un triangle ayant deux angles droits ? ».

- la question du statut du dessin : constitue-t-il une expérience ou est-il principalement en appui du raisonnement⁴ ? En fait « Triangle à deux angles droits ? » est un problème théorique qui permet une argumentation.

Plusieurs questions plus générales, dans nos propositions, ont porté sur l'institutionnalisation :

- Quels termes utilisons-nous régulièrement - traits/droites, angle droit/perpendiculaire - ?
- Quelle définition d'angle droit, de perpendicularité ?
- La situation « Rectangle à terminer 2 » n'est-elle qu'« ... une occasion, pour la notion de droite, de faire faire le lien par les élèves entre des connaissances spatiales (de l'espace sensible), et des connaissances plus conceptualisées » ?

2 Situations du cycle 2 proposées à l'analyse des groupes

Le choix a été fait d'organiser les activités de l'atelier autour de deux situations, l'une plutôt en début de cycle, l'autre en fin de cycle. La situation « Contour de feuille à réparer », pour laquelle un déroulement dans une classe de CE1 a été filmé, est analysée de façon plus détaillée en Annexe 4. Les questions posées à chaque groupe étaient : « Quels sont les savoirs et connaissances visés ? » « Quelles sont les procédures attendues ? ».

2.1 La situation « Jaquette »

Les élèves ont à produire le rectangle de carton entrant dans l'étui de plastique d'une boîte de CD sous différentes contraintes (le descriptif complet de la situation figure en Annexe 3) :

- ils la fabriquent complètement, mais en disposant de la jaquette originale (duplication) ;
- ils en terminent le tracé qui a déjà été commencé.

Les problèmes les amènent à utiliser différentes procédures qui mobilisent différents savoirs et connaissances qui étaient à inventorier.

Les questions du groupe ont été les suivantes :

- Pourquoi un rectangle presque carré ? Quelles sont les procédures effectives dans l'étape 1 ?
- Est-il important de ne pas transposer les procédures d'adultes sur des élèves de CE1 ?
- Quelle durée pour la situation ?

2.2 La situation « Contour de feuille à réparer »

Les élèves disposent d'une feuille A4 fixée sur le bureau, sur laquelle est dessiné le contour inachevé d'une feuille de bristol A5 ainsi que de pièces faites en papier 60gr, étiquetées A, B, C... et découpées chacune de façon à ce que les extrémités des traits soient en limite de pièce – ces pièces sont donc libres. Les coins dessinés sur ces pièces soit des angles droits, des angles aigus, des angles obtus ; pour une même valeur d'angle, les longueurs des traits sont variables. La question est de savoir si telle ou telle pièce répare comme il faut le coin du contour de la feuille (voir le descriptif de la situation en Annexe 4).

Les procédures et formulations des élèves sont relevées : « Là ça descend, ça dépasse, cette barre ... le trait commence à rentrer dans le rectangle : accord sur les critères matériels de validité... » ; le trait droit est déjà reconnu comme ayant des propriétés.

III - REMARQUE SUR LES ÉCHANGES

Questions sur les apprentissages :

- Peut-on encore considérer le spatial comme pré-géométrique ?
- Peut-on considérer qu'il est possible de construire des situations de résolution de problème robustes dans le spatial comme dans le géométrique ?

⁴ En Annexe 2 sont présentées des productions d'élèves (ERMEL, 2006, 275).

- Aura-t-on des procédures toujours sous-ensembles de procédures décrites ?

Question sur la gestion de la situation : si les situations sont suffisamment décrites dans le contexte pour éviter de sortir du dispositif ..., quelle autonomie dans l'utilisation de la situation par le maître ?

IV - CONCLUSION : SAVOIRS ET CONNAISSANCES MOBILISÉS AU CYCLE 2

En prenant en compte les résultats que nous avons produits dans la recherche précédente au cycle 3 exemplifiés par l'étude de deux situations, nous nous sommes posé la question des savoirs accessibles à des élèves du cycle 2.

Sur le plan des connaissances des élèves :

- De quelles connaissances disposent-ils (de connaissances spatiales ? de connaissances géométriques ? d'autres connaissances ?) ?
- Ces connaissances sont-elles mobilisables en résolution de problèmes ? Est-il possible de les faire évoluer ? Vers quelles connaissances ?

Sur le plan des moyens pour l'enseignement et les apprentissages : les situations peuvent-elles être aussi « robustes », c'est-à-dire les procédures des élèves sont-elles suffisamment décrites par anticipation pour qu'un enseignant puisse les identifier et favoriser leur évolution ?

1 Quelques exemples de savoirs et connaissances employés par les élèves à travers leurs procédures

1.1 Dans la situation « Jaquette »

A l'étape 1, les élèves tracent le contour du gabarit ou « décalquent ». Les procédures décrites ci-dessous sont employées de façon très variable dans les étapes 2 et 3 :

- le prolongement progressif alternativement des traits jusqu'à leur point de concours :
 - de façon rectiligne,
 - de façon non rectiligne ;
- le prolongement non progressif des traits jusqu'à la zone estimée de leur point de concours et ajustement final « à la main » ;
- le prolongement non progressif des traits au-delà de la zone estimée de leur point de concours ;
- le prolongement de chaque trait à longueur du trait opposé, et ajustement du point de concours à l'estimation ;
- le prolongement d'un trait à longueur du trait opposé, et jonction de son extrémité à l'extrémité du trait incomplet.

L'utilisation des longueurs n'est ici pas nécessaire et pourtant des élèves l'utilisent quand même. Les procédures progressives nous semblent bien correspondre aux connaissances disponibles chez les élèves. La troisième procédure est très peu employée.

A l'étape 4, notamment si les règles graduées sont absentes, des élèves ont recours :

- à un positionnement du sommet cherché au jugé, suivi de réajustements ;
- à une construction des côtés au moyen des longueurs (mais sans mesurage), avec des bords d'outils qui font l'enveloppe de la jaquette ;
- à une construction d'un côté au moyen de l'angle droit.

L'angle droit est identifié à travers les instruments de la boîte à outils qui sont choisis : les rectangles et carrés sous transparent (instruments peu commodes malgré tout car davantage propices au contrôle d'angle droit qu'à la production) ; les rectangles et carrés en gabarit ; les « équerres » mises à disposition sont assez peu utilisées.

1.2 Dans la situation « Contour de feuille à réparer »

A l'étape 1, les procédures observées sont les suivantes :

- une décision au jugé (appréciation visuelle), sans essai de mise en correspondance effective traits des secteurs / traits du contour – avec ou sans réorientation des objets (contour ou pièces) ;
- un positionnement bout à bout des extrémités des secteurs avec les extrémités du contour – pour obtenir un contour (fermé) : obtention de « pointe » ;
- le positionnement d'un des traits de la pièce en superposition avec un trait du contour et essai d'ajustement de la superposition ou non des deux autres traits ;
- un positionnement simultané en superposition des deux traits de la pièce avec les deux bords du contour.

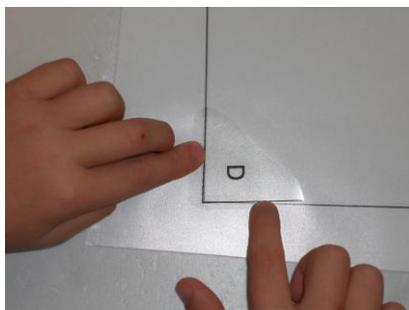
On constate que ces procédures mettent en jeu :

- l'angle droit, comme propriété particulière d'un coin de rectangle ;
- l'identité des coins d'un rectangle du point de vue de l'angle ;
- la contiguïté de traits (la propriété d'avoir une extrémité commune) ;
- la rectitude d'une ligne plane.

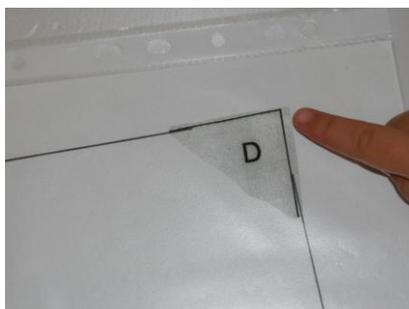
Ces propriétés sont mobilisées comme outils de solution. La contiguïté et la rectitude sont aussi utilisées fortement comme critères de validité.

Pour une pièce qui ne répare pas comme il faut, par exemple la pièce D :

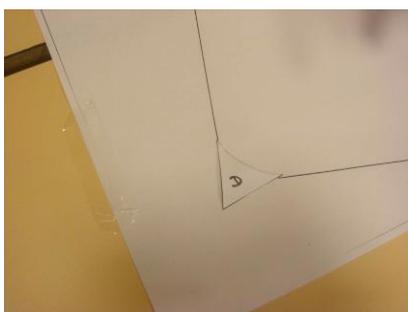
- positionnement d'un des traits de la pièce superposé avec un côté du rectangle, et positionnement implicite du sommet de la pièce sur le prolongement rectiligne de l'autre côté du rectangle, ce qui fait que le trait de la pièce est « rentrant » :



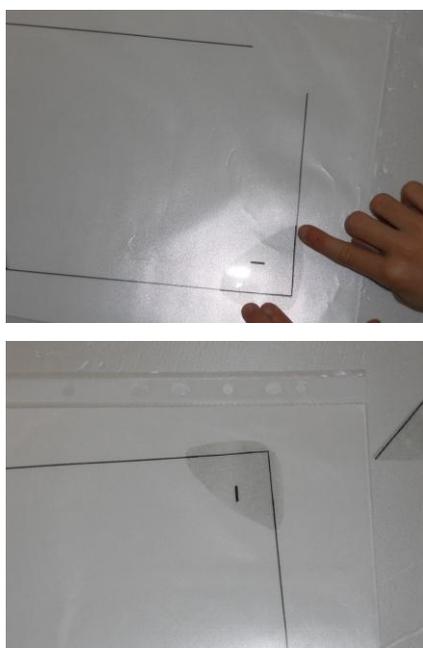
- positionnement de la pièce de façon à obtenir une forme qui ait l'aspect global d'un rectangle (implicitement le sommet est placé « correctement ») :



- positionnement de la pièce de façon à obtenir une forme qui ait l'aspect global d'une figure fermée :



A l'étape 1 pour une pièce qui répare comme il faut, par exemple la pièce I : le contrôle de « conformité » de la pièce avec un coin matérialisé du rectangle (Figures 1), puis le positionnement d'un de ses traits en prolongement rectiligne d'un côté du rectangle - avec contrôle de parallélisme de son second trait avec le côté du rectangle (Figure 2) - et enfin son positionnement (correct) au coin à réparer.



Figures 1

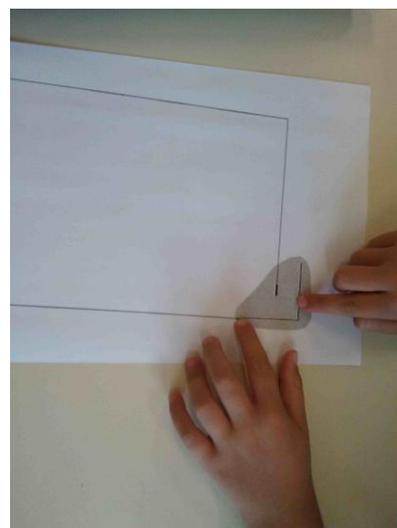


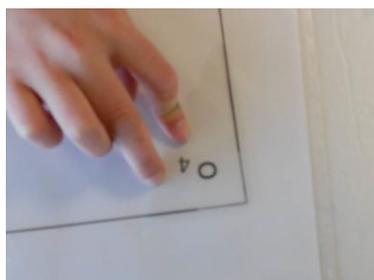
Figure 2

A l'étape 2, deux procédures ressortent :

- l'application d'une procédure précédente pour tous les coins ;
- l'application d'une procédure précédente pour un coin, ou pour deux coins avec induction pour les autres coins.

Cette dernière procédure est encore assez peu utilisée, mais la succession des problèmes posés la favorise. Les élèves la manifestent d'abord en acte ; ensuite dans les phases de verbalisation, ils parviennent à dire : « Si une pièce répare un coin, elle répare tous les coins ».

A cette étape où la comparaison directe est encore possible, cet élève compare la pièce aux coins 3 et 4 :



Les élèves comparent la pièce à tous les coins, comparent à deux ou trois coins ; quelques uns comparent à un seul coin. Mais cette étape d'action est utile à l'étape 5 où le but est d'institutionnaliser. Par ailleurs, en fin d'étape, il y a peu de réponses erronées.

A l'étape 3, la comparaison de la pièce aux différents coins n'est plus possible. Les élèves font :

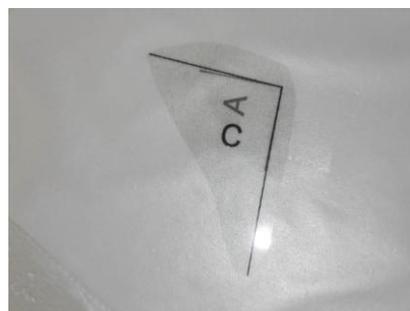
- une comparaison au jugé (appréciation visuelle de l'angle) ;
- la comparaison de la pièce problème à toutes les pièces des étapes précédentes qui réparent ;
- la comparaison de la pièce problème à une (ou deux) pièce(s) des étapes précédentes qui répare(nt) et complète(nt) leur conclusion par induction.

Comme les élèves disposent d'un nombre conséquent de pièces - plusieurs pièces problème et des pièces angle droit - certains d'entre eux commencent par espacer les pièces sur leur table à les disposer le plus possible en orientation H/V, et ils effectuent un premier tri, au jugé, qui leur permet d'éliminer les pièces qui, à coup sûr, ne conviennent pas.

Les productions d'élèves ci-dessous attestent d'une comparaison des pièces deux à deux :



Une pièce qui convient (I)



Une pièce qui ne convient pas (C)

On peut penser qu'ils mobilisent une connaissance comme : « Si une pièce répare, et si une autre pièce se « superpose » à celle-ci, alors cette pièce répare aussi ». L'angle apparaît comme un invariant commun à plusieurs secteurs plans.

A l'étape 4, lorsque les instruments de la boîte servent d'intermédiaires, ce sont essentiellement les rectangles et carrés sur transparent ou en gabarit qui sont employés ; les élèves renforcent à cette occasion la connaissance selon laquelle :

- ils peuvent utiliser un angle indifférent d'un rectangle ou d'un carré ;
- ils peuvent utiliser l'un quelconque des rectangles de formes différentes, l'un quelconque des carrés de taille différentes.

Ainsi l'angle droit est introduit comme un invariant de l'espace, et se rattache en particulier à des polygones plans, et à des instruments qui deviendront de référence.

De même, les élèves renforcent leur connaissance du rectangle et du carré : il leur apparaît que des polygones ont des propriétés particulières :

- « Si une pièce répare un coin, elle répare tous les coins » : cela permet aux élèves d'approcher le fait que les angles d'un rectangle sont égaux.
- « L'angle droit est une propriété commune à deux rectangles différents ».
- « Plusieurs instruments de la boîte possèdent un angle droit ».

Les connaissances mobilisées pourraient se classer en trois catégories en fonction de leur mode d'explicitation :

- les connaissances qui s'expriment par des actions sur des objets, par des gestes... ;
- les connaissances qui s'expriment par du langage verbal ;
- les connaissances qui s'expriment de façon mixte (langage et gestes).

Elles peuvent aussi se classer selon qu'elles sont :

- spatiales (liées à l'espace usuel environnant) ;
- spatiales graphiques (liées à l'espace graphique de la feuille, mais tout en restant spatiales) ;
- « pré-géométriques » au sens où elles sont les premières connaissances déclarées, « transcontextualisées » (communes à plusieurs « contextes » comme des rectangles de formes différentes, des rectangles et un carré ou un triangle rectangle), voire quelque peu décontextualisées.

Aussi il nous semble nécessaire d'explicitier les connaissances spatiales en jeu réellement au cycle 2 dans la résolution de problèmes et les différentes activités ou expériences spatiales. Par ailleurs le passage d'une action sur des objets à celle sur leur représentation spatio-graphique doit faire aussi l'objet d'un apprentissage.

V - BIBLIOGRAPHIE

ARGAUD H-C. (1998) Problèmes et milieux a-didactiques, pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier-crayon et Cabri-géomètre. Thèse : Université Joseph Fourier Grenoble 1.

BERTHELOT R. & SALIN M-H. (1992) L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse : Université Bordeaux 1.

BROUSSEAU G. (1998) Théorie des situations didactiques. Grenoble : La Pensée Sauvage.

DOUADY R. (1986) Jeu de cadres et dialectique outil-objet, *RDM*, 7-2, 5-31. Grenoble : La Pensée Sauvage.

ERMEL (2006) Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3. Hatier.

LABORDE C. (1990) L'enseignement de la géométrie en tant que terrain d'exploitation de phénomènes didactiques, *RDM*, 9-3, 337-364. Grenoble : La Pensée Sauvage.

VI - ANNEXES

1 Annexe 1 : « Rectangle à terminer 2 » (CM1)⁵

1.1 Description rapide

Dans la progression sur le thème de la perpendicularité, la situation « Rectangle à terminer 2 » arrive après une série de situations qui ont permis à l'élève de rencontrer l'angle droit dans différents contextes, et après l'institutionnalisation du langage correspondant et celle des différentes procédures instrumentées caractéristiques de l'angle droit. Elle reprend le contexte de la situation « Rectangle à terminer 1 », mais le côté de l'angle droit à construire n'a plus d'extrémité commune avec le côté fourni.

La situation « Rectangle à terminer 1 » avait pour objectif la mobilisation de connaissances spatiales sur l'objet rectangle pour approcher l'angle droit alors que « Rectangle à terminer 2 » utilise les connaissances des élèves sur l'angle droit pour approcher la notion de droites perpendiculaires.

« Rectangle à terminer 2 » peut être utilisée en début de CM1 quand les situations précédentes ont été réalisées en CE2. Dans ce cas, pour une reprise de contact avec l'angle droit et le concept de perpendicularité, il est important de proposer auparavant la situation « Rectangle à terminer 1 » telle qu'elle est décrite dans l'additif⁶.

Objectifs

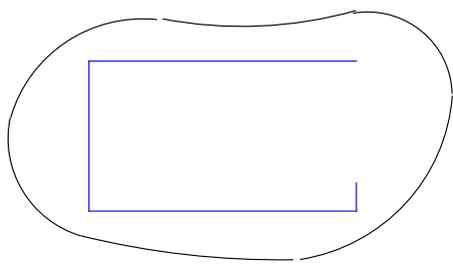
Renforcer la perception de la relation de perpendicularité comme invariant de positions spatiales de segments.

Aborder la relation de perpendicularité entre droites (traits, segments) en construisant un angle droit à partir de segments (traits) n'ayant pas d'extrémité commune.

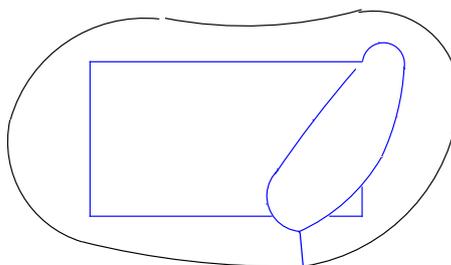
Renforcer la nécessité du recours à l'instrument pour construire deux segments perpendiculaires et vérifier s'ils le sont effectivement.

Problème

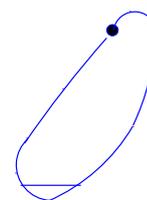
Le problème est analogue à celui de la situation « Rectangle à terminer 1 » ; il s'agit de terminer un rectangle, dessiné sur une feuille à bords arrondis, comme indiqué sur le Dessin 1. Cette feuille est ensuite découpée en deux parties comme indiqué ci-après (Dessins 2 et 3 - pour éviter la partie correspondant au Dessin 3, il est plus commode de partir du bord de la feuille avec les ciseaux comme indiqué sur le Dessin 2). La feuille conservée par le maître (Dessin 2) comporte un vide correspondant à la feuille de travail de l'élève. Sur sa feuille de travail (Dessin 3), l'élève doit donc construire le morceau manquant du côté en ne disposant pas du coin du rectangle mais en disposant d'un point du côté à terminer.



Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3

⁵ Extrait de (ERMEL, 2006).

⁶ Voir additif à la situation « Rectangle à terminer 1 » (ERMEL, 2006,193-196).

Le problème posé consiste donc à construire un segment perpendiculaire à un segment donné sans extrémité commune avec ce dernier.

Matériel

Pour la classe : un rectangle référence Rr de dimensions 18 x 27 cm (fiche 1) à reproduire sur une feuille de papier découpée dans une feuille A3 suivant des bords non rectilignes ; il est le même pour les trois phases de la situation. Les dimensions du rectangle de base doivent permettre l'utilisation de l'équerre.

Par équipe de deux :

- la boîte à outils pour la géométrie ;
- un crayon à papier et un feutre assez épais de façon à atténuer les problèmes de précision lors de la validation ;
- deux rectangles à terminer de mêmes dimensions (fiches 2 et 3) à reproduire sur une feuille A3 dont les bords seront découpés suivant des lignes courbes comme décrits ensuite (sans les lettres !)... *Bien s'assurer que, suite aux photocopies, le rectangle référence et le rectangle à terminer restent superposables. Les maîtres qui le souhaitent peuvent agrandir les fiches pour travailler avec des formes de dimensions plus importantes et gêner davantage les procédures perceptives.*

La situation est décrite avec un exemplaire de chacune des deux parties (cf. dessins 2 et 3) par équipe. Pour économiser les photocopies, il est possible de n'utiliser qu'une seule partie témoin gardée par le maître et de ne photocopier que les parties données aux élèves. Il faut alors faire très attention au découpage pour pouvoir reconstituer le puzzle au moment des validations.

Sur les fiches, les lignes de découpage ne sont pas tracées pour éviter des contraintes et faciliter celui-ci ! Seuls deux points du côté fourni et le sommet correspondant au côté à terminer sont à respecter rigoureusement pour le découpage. Il faut veiller à ce que ce dernier point soit bien évident sur la feuille de travail de l'élève. Si nécessaire, on l'agrandira au feutre.

Ne pas oublier de supprimer les titres des fiches avant de les reproduire pour éviter toute orientation induite de la feuille...

Procédures observées

Procédure 1 - Dessin du côté, en référence à la forme globale, sans mettre en jeu la perpendicularité.

Procédure 2 - Dessin du côté avec utilisation perceptive de la perpendicularité.

Procédure 3 - Dessin du côté avec utilisation instrumentée de la perpendicularité, par le moyen de deux règles transparentes graduées, positionnées de façon à reconstituer un coin de rectangle en dehors de la partie fournie.

Procédure 4 - Dessin du côté avec utilisation instrumentée de la perpendicularité, par le moyen d'un rectangle de référence (celui de la boîte à outils ou un autre disponible dans la classe : affiche, boîte, ...).

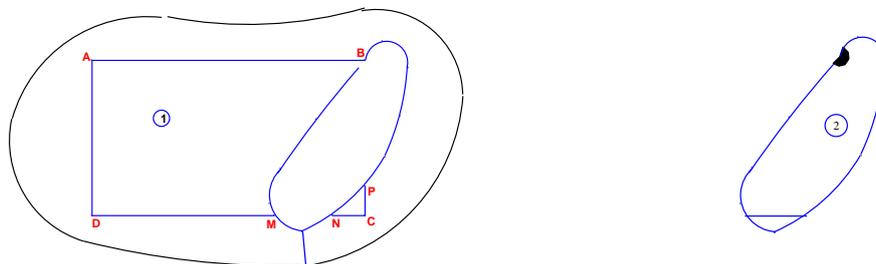
Procédure 5 - Dessin du côté avec utilisation instrumentée de la perpendicularité par le moyen de l'équerre (éventuellement prolongée par une règle si elle n'est pas assez grande).

Procédure 6 - Dessin du côté avec utilisation instrumentée de la perpendicularité par le moyen d'une feuille annexe glissée sous la feuille de travail (de façon à prolonger le trait donné) et de l'équerre.

1.2 Déroulement de la première phase : quand on est tout prêt du petit coin...

Problème

Pour le rectangle R1, construire la partie [BP] du côté [BC], connaissant la partie [MN] du côté [DC] et le point B.



Partie 1 : gardée par le maître

Partie 2 : feuille de travail de l'élève

Les distances NC et PC sont petites de façon à faciliter la reconstitution mentale du coin du rectangle. Le segment [MN] est dessiné sur la partie 2 donnée à l'élève. Le point correspondant à B doit être bien matérialisé et mis en évidence (couleur) pour la compréhension du problème. Les instruments de la boîte de géométrie sont tous disponibles.

Le découpage de la partie 2 est délicat ; il est nécessaire de partir du bord de la feuille arrondie pour rejoindre le morceau correspondant à la feuille de travail de l'élève. Il faut aussi veiller à ce que le découpage passe bien par les points M et N mais surtout qu'il passe par le point B avec une grande précision et qu'il évite le point P ! *Attention : aucune lettre ne figure sur les dessins fournis aux élèves ; elles ne sont utilisées que pour faciliter la présentation du matériel dans cette fiche de préparation !*

Procédures attendues

Ce sont les procédures 4 et 5 qui sont visées dans cette phase. La difficulté de concevoir la perpendicularité pour deux segments sans extrémité commune va probablement entraîner un retour des procédures de type perceptif (procédures 1, 2 et 3). La procédure 3 peut être une procédure pertinente si les règles sont de « vrais » rectangles, à bords et coins non arrondis...

Etape 1 : mise en place et communication du problème

Les élèves travaillent par deux. Chaque équipe est désignée par une lettre : A, B, C... Les rectangles à terminer R1 sont désignés du nom des équipes A, B, C... écrit au recto sur le bord de la feuille de chacune des deux parties.

Le maître montre le rectangle référence Rr puis le fixe au tableau, dans une position quelconque, côtés non parallèles aux bords du tableau. Puis il montre le rectangle R1 en disant : « On a commencé à reproduire le rectangle affiché. Trois côtés sont déjà dessinés. Il reste ce côté à terminer (il montre [BC]). » Le maître découpe ensuite au vu de tous ce rectangle suivant un contour correspondant à la partie 2, montre chacune des deux parties puis les fixe au tableau en position quelconque.

Les autres rectangles ayant été découpés auparavant par le maître pour gagner du temps, leurs parties 2 sont présentées aux élèves puis distribuées à chaque paire. Le maître fixe toutes les parties 1 au tableau en veillant à en installer peu en position « horizontale/verticale ». Il amène ensuite les élèves à reformuler le problème en veillant à ce que chaque équipe perçoive le rôle du point figurant sur chacune des parties 2. Si besoin, il place à nouveau la partie 2 dans la partie 1 du rectangle affiché.

Etape 2 : recherche

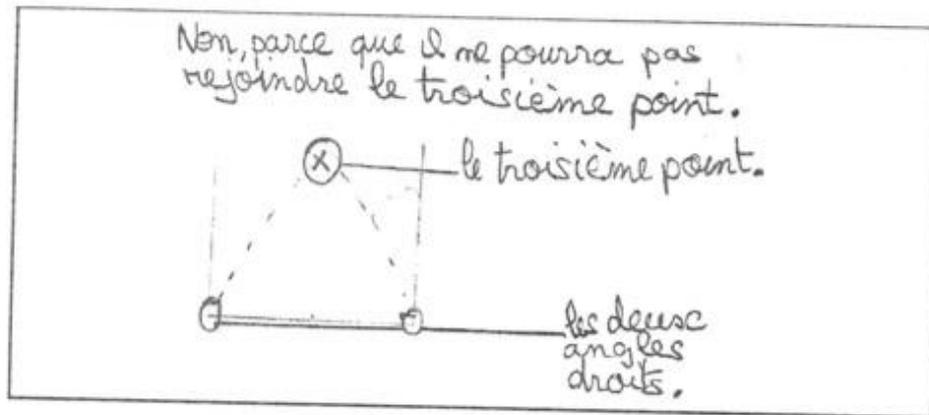
Pendant la phase de recherche, les élèves peuvent faire leurs essais au crayon mais ils devront faire leur production définitive au feutre.

Etape 3 : bilan

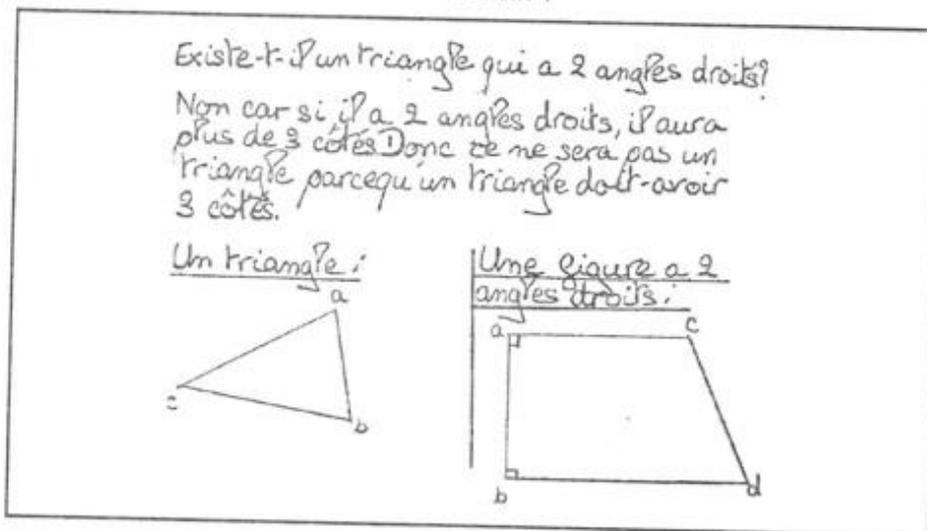
Le maître affiche les productions correspondant aux parties 2 en demandant aux élèves de repérer les productions qui conviennent et de noter leurs lettres sur un brouillon. Puis il envoie deux élèves les classer (« bons » d'un côté, « pas bons » de l'autre, « on ne sait pas » au milieu). On ne vise là que des réponses établies perceptivement du type « C'est bon ! », « C'est pas bon ! », « On ne peut pas dire, c'est presque bon ! »...

Dans cette première phase, la mise en commun sera rapide et conduite en termes de réussite ou non-réussite sur les productions. L'explicitation des procédures n'est pas un objectif de cette phase, mais elle peut surgir lors du classement des productions tout comme le besoin de valider ou d'invalidier avec l'équerre.

2 Annexe 2 : « Le triangle à deux angles droits ? » (CM2)



Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3

3 Annexe 3 : « Jaquette de boîte de CD »

La situation est construite autour d'une boîte de CD, avec feuille de dessus, carrée ; son ruban ; son fond : sa jaquette. Les élèves disposent d'une boîte à outils.

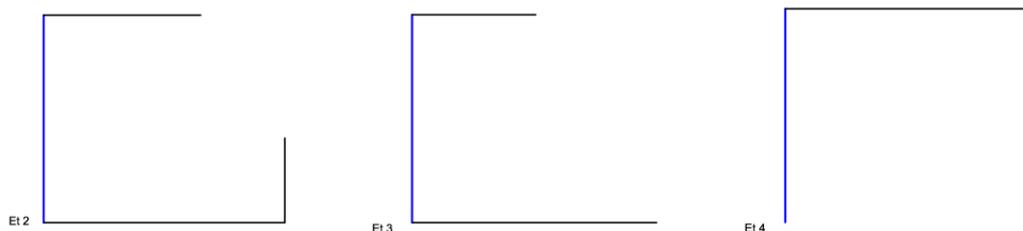
La situation s'organise en plusieurs étapes, dont la première a pour but de faire approprier par les élèves les données de la situation et ce qu'il leur faudra produire. Au cours de cette première étape, ils disposent de :

- une boîte de CD, fermée par un morceau d'adhésif, sans sa jaquette ;
- la jaquette, libre, rectangulaire (13.7 x 12.6) ;
- une feuille de papier à bords quelconques, avec le dessin du ruban (de largeur celui de la jaquette) ;
- la boîte à outils sans les ciseaux, mais avec calque.

Il leur est demandé : « Dessine sur la feuille de papier la jaquette pour le fond de la boîte ».

Dans les étapes suivantes, la jaquette « modèle » n'est plus disponible ; les élèves disposent d'un dessin inachevé de la jaquette, et le problème devient : « Termine le dessin de la jaquette pour le fond de la boîte ». La situation s'organise alors autour de deux variables principales :

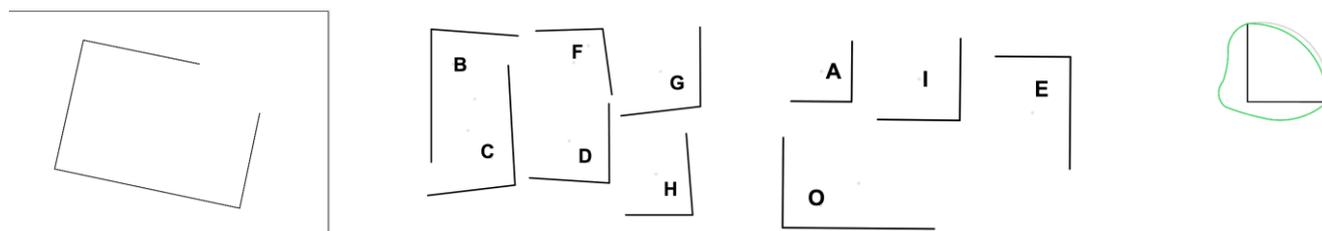
- la partie du contour à réparer :



- les outils à disposition : dorénavant donc, dans ces étapes, la boîte à outils est fournie sans ciseaux, ni calque, mais avec règles graduées ou bien sans règle graduée ; cette variable est très sensible dans la mesure où les élèves (en raison des usages familiaux, scolaires, des apprentissages effectués à l'école) utilisent très fortement ces outils et donc le mesurage pour résoudre les problèmes. Le fait de n'autoriser que des règles non graduées a pour but de faire mobiliser l'angle droit par les élèves comme outil de solution, même si le report de longueur est encore possible.

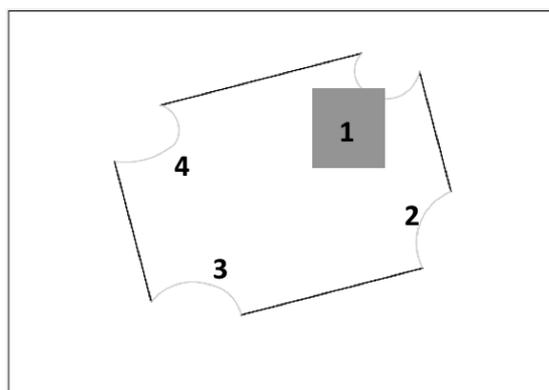
4 Annexe 4 : « Contour de feuille à réparer »

Les élèves disposent d'une feuille A4 fixée sur le bureau, sur laquelle est dessiné le contour inachevé d'une feuille de bristol A5, de pièces faites en papier 60gr, étiquetées A, B, C..., et découpées chacune de façon à ce que les extrémités des traits soient en limite de pièce – ces pièces sont donc libres. Les coins dessinés sur ces pièces sont des angles droits, des angles aigus, des angles obtus ; pour une même valeur d'angle, les longueurs des traits sont variables.



Au cours de la première étape, le problème suivant est donné : « Est-ce que la pièce I (respectivement B, puis G), répare comme il faut le coin du contour de la feuille ? ». La question est posée successivement pour différentes pièces. En fin de séance, des gommettes vertes sont collées sur les pièces qui réparent « comme il faut ».

Dans la seconde étape, sont donnés : un contour, fixé sur le bureau, inachevé aux quatre coins (numérotés), ainsi que des pièces problème choisies dans le lot précédent, libres, et données successivement.



L'élève doit répondre à quatre questions :

- Est-ce que la pièce C répare comme il faut le coin 1 ?
- Est-ce que la pièce C répare comme il faut le coin 2 ?
- Est-ce que la pièce C répare comme il faut le coin 3 ?
- Est-ce que la pièce C répare comme il faut le coin 4 ?

Dans la troisième étape, les pièces des étapes précédentes qui réparent (elles ont une gommette verte), ainsi que des pièces problème sont données. Il faut que l'élève décide si ces dernières réparent. Toutes les pièces sont libres. Contrairement aux étapes précédentes, le contour n'est pas donné.

La quatrième étape doit être l'occasion pour les élèves de chercher des équivalents angle droit dans la boîte à outils. Les élèves en disposent, comme du contour incomplet, et de pièces problème. Les procédures attendues sont celles des étapes précédentes. Nous sommes intéressés par les instruments choisis pour établir la comparaison, au cas où ils sont employés : ce sont essentiellement les rectangles et les carrés (sur transparent ou en gabarit de bristol). Il s'avère beaucoup moins nécessaire d'effectuer la comparaison pour les quatre coins de tels instruments : un ou deux suffisent en général.

La cinquième étape est consacrée à une institutionnalisation.

Enfin, les différentes étapes peuvent être reprises avec le carré.