GEOGEBRA ENTRE COUR DE RÉCRÉATION ET FEUILLE DE PAPIER : ILLUSTRATION AVEC LE CONCEPT DE CERCLE AU CYCLE 3

Cécile BOMBRUN-NIGON
Formatrice permanente,
IUFM LYON, centre de Saint-Etienne
Cecile.bombrun@univ-lyon1.fr

René THOMAS
Formateur permanent, irem de Lyon
IUFM LYON, centre de Saint-Etienne
rené.thomas@univ-lyon1.fr

Résumé
L'article présente une expérimentation réalisée en classe de CM1. Celle-ci a pour objectif d'étudier en quoi le travail sur le cercle dans les différents espaces (Artigue, 1982) et en particulier dans le méso-espace et dans l'environnement informatique, permet aux élèves de modifier leur regard sur une figure et de favoriser ainsi la déconstruction dimensionnelle des formes (Duval, Godin, 2005). La construction du concept de cercle a servi de support à cette expérimentation. Afin de mieux comprendre l'apport des notions de robustesse et de mouvement liées à l'utilisation du logiciel, qui sont deux éléments importants dans notre expérimentation, les participants sont, dans un premier temps, invités à chercher une situation de type boite noire. Dans un second temps, le visionnage de vidéos réalisées à l'école des Ovides à Saint-Etienne, permettra un échange avec les participants afin de repérer en quoi l'utilisation de GeoGebra participe à la construction d'une vision non-iconique du cercle (Duval, 2005).

« Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspective. » : le thème de ce colloque résume les interrogations que nous avons eues lorsque nous avons décidé de mener cette expérimentation.

En effet, nous avons constaté en formation initiale que certains étudiants ont des difficultés en géométrie car ils n'ont pas de vision des figures géométriques ce qui occasionne des blocages lorsqu'ils doivent faire les liens avec les propriétés mathématiques sous-jacentes. L'exemple que nous pouvons prendre est celui du cercle. La vision du cercle comme ensemble des points à égale distance du centre n'est souvent pas mobilisable par ces étudiants. Ils ont une vision iconique du cercle : c'est un rond. Or la déconstruction géométrique des formes est un enjeu de l'école primaire (Duval, Godin, 2005).

De plus, dans la perspective de « l'entrée de l'école dans l'ère numérique », nous nous sommes questionnés sur la place d'un logiciel de géométrie dynamique. Quel rôle peut avoir un logiciel de géométrie dynamique dans l'apprentissage des objets géométriques théoriques pour des élèves de cycle 3 ? Comment l'intégrer dans une progression en articulant des activités dans différents espaces ?

Dans cet article nous décrirons, dans une première partie, la mise en situation des participants en explicitant nos choix en lien avec nos interrogations et nous rapporterons les réactions suscitées par les activités proposées. Dans une deuxième partie, nous rapporterons les échanges découlant des vidéos que nous avons présentées. Enfin nous conclurons en présentant les expérimentations que nous souhaitons mener à la rentrée 2013 : en CM1 en tenant compte des propositions qui nous ont été faites lors de l'atelier, en CM2 en prolongement de ce qui a été fait cette année, avec les mêmes élèves.

I - INTRODUCTION

De nombreux travaux de recherche ont montré la complexité des apprentissages en géométrie. Ils ont permis l'élaboration de cadres théoriques qui favorisent l'étude des processus d'enseignement et d'apprentissage des compétences mathématiques.

Nous nous sommes en particulier référés aux travaux de Houdement et Kuzniak (1999) qui définissent les paradigmes géométriques qui permettent de situer le niveau de résolution d'un exercice. Ils précisent : « *Notre étude de la géométrie semble se limiter au micro espace (la feuille de papier, l'écran d'ordinateur) décrit par G. Brousseau et son équipe. C'est effectivement celui dans lequel il est le plus usuel de « faire de la géométrie ». Mais cet espace est un espace de travail, celui dans lequel on peut ramener tous les autres espaces, moyennant une transformation dont bien sûr il faut maîtriser les invariants et une modélisation adaptée au traitement de la question qui s'y rapporte.* ***Pour nous, faire de la géométrie revient à travailler dans un modèle****, dont la feuille de papier fournit un support* **».**

Dans notre expérimentation, nous avons fait le choix de travailler une même question dans le méso-espace et dans le micro-espace, le support choisi dans cet espace étant l'écran d'ordinateur. L'objectif est d'amener les élèves à passer « du rond » de la géométrie G1 au cercle de la géométrie G2.

Nous nous sommes interrogés sur la complémentarité des activités dans ces différents espaces. Dans le méso-espace les instruments de géométrie utilisés dans le micro-espace ne sont pas adaptés. Les élèves doivent mettre en œuvre d'autres procédures pour résoudre le problème posé. Ce changement de procédure favorise-t-il le passage d'une vision surface à une vision ligne ? Dans l'environnement informatique, deux aspects nous semblent intéressants à observer : la possibilité de faire des essais et d'ajuster sans avoir à recommencer entièrement la figure et le mouvement lié à la possibilité de déplacer des points manuellement ou automatiquement. Ce deuxième aspect conduit à l'élaboration d'un nouveau contrat avec l'élève : la construction est juste si la figure est robuste. Ces deux dimensions du logiciel participent-ils à la construction d'une vision non-iconique des figures géométriques ?

Afin d'illustrer les spécificités du travail dans un environnement informatique, nous avons choisi, dans notre atelier, de mettre les participants en activité avec le logiciel GeoGebra.

II - MISE EN SITUATION

« *L'environnement informatique est un environnement nouveau pour manipuler les objets et les relations géométriques, en complément de la feuille de papier et de la cour de récréation* » (Soury-Lavergne, 2011).

La possibilité de manipuler la figure facilite l'exploration qui permet de mettre en évidence les propriétés de la figure afin de produire la solution du problème posé. Le mouvement permet d'obtenir des rétroactions porteuses d'informations pour la résolution, pour la validité de la stratégie sans l'intervention de l'enseignant. Ceci favorise l'autonomie de l'élève dans la recherche du problème.

Dans cet atelier, nous avons choisi deux activités de mise en situation pour les participants. Elles pouvaient être mise en œuvre avec n'importe lequel des logiciels de géométrie dynamique en usage dans le secondaire. Le choix de GeoGebra pour cet atelier s'est fait en cohérence avec l'expérimentation présentée en CM1. Dès nos premiers échanges avec l'enseignante, Geogebra s'était imposé en tant que logiciel libre (des familles ont pu installer le logiciel à la maison) et multi-plateforme (la maîtresse utilise régulièrement son MacBook dans la classe). L'enseignante s'était déjà intéressée à la version GeoGebraPrim adaptée à un usage à l'école qui était à l'époque téléchargeable sur le site www.geogebra.org ; l'information avait été diffusée dans certaines circonscriptions. Ainsi les élèves ont commencé leur travail avec cette version allégée. Le passage à la version complète GeoGebra 4… s'est fait en cours du deuxième trimestre sans difficulté pour les élèves qui n'ont pas été perturbés par l'excès de fonctionnalités.

1 Analyse de la situation

Dans des activités de type boite noire, les compétences listées ci-dessus sont mises en œuvre. Comme nous ne connaissions pas le niveau des participants dans la maîtrise du logiciel de géométrie dynamique nous avons préparé deux activités.

1.1 Le cercle, les cercles

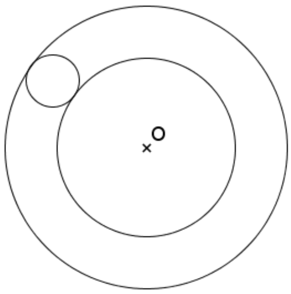
La première, pour les débutants, est la situation que nous avons proposée aux élèves de CM1 et qui est une adaptation de la situation « Le cercle et les cercles » extraite de l'ouvrage ERMEL apprentissages géométriques au cycle 3.

Ci-dessous, nous présentons la situation proposée dans l'ouvrage :

SITUATION « LE CERCLE ET LES CERCLES » en CM2

ERMEL - Cycle 3 - Apprentissages géométriques et résolutions de problèmes –

HATIER – p 453 / 459



PHASE 1 :

CONSIGNE : « Sur la feuille sont tracés deux cercles de même centre.

Vous devez tracer un autre cercle qui touche les deux premiers ».

COMMENTAIRES :

Dans deux classes de CM2 (47 élèves), dans la très grande majorité on n'observe aucun tracé à la règle. On voit ainsi à quel point une solution acceptable peut être obtenue par tâtonnement.

PHASE 2 :

CONSIGNES :

ETAPE 1 : « même défi mais d'abord vous rangez les compas, vous allez réfléchir à la manière de faire le dessin correctement mais sans vous servir de votre compas. Vous devez :

- sur la feuille écrire quel écartement vous choisirez pour votre compas et expliquer votre choix
- sur le dessin placer le centre du cercle que vous tracerez expliquer où vous l'avez placé ».

ETAPE 2 : « avec votre cercle, tracez le cercle en utilisant la méthode que vous avez décrite ».

COMMENTAIRES :

Quasiment tous les élèves proposent un rayon correct et placent correctement le centre (à 1 mm près). Mais les justifications sont presque toujours imprécises. Elles font souvent référence à un segment qui joint le « petit cercle » au « grand cercle ». Or ce segment prolongé passe rarement par O, ils proposent néanmoins un rayon correct.

PHASE 3 : « figures téléphonées », les élèves sont par binômes

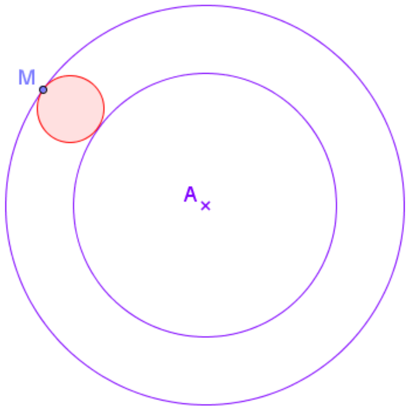
CONSIGNE :

ETAPE 1 : « sur la feuille est écrite une réponse… si on fait comme il dit, est-on sûr de réussir ? »

L'élève n'a pas précisé que les points choisis sur le cercle doivent être alignés avec le centre. Dans la discussion apparaît… « il faut que le segment soit en ligne droite avec le centre »

ETAPE 2 : idem avec 1 et 8 pour rayon, l'information est la distance à O de O', une procédure non utilisée par les élèves. Des réponses « oui » apparaissent mais non argumentées.

Nous avons choisi de proposer cette situation dans l'environnement informatique et nous l'avons présentée sous la forme suivante :



Lancer une animation automatique sur le point M.

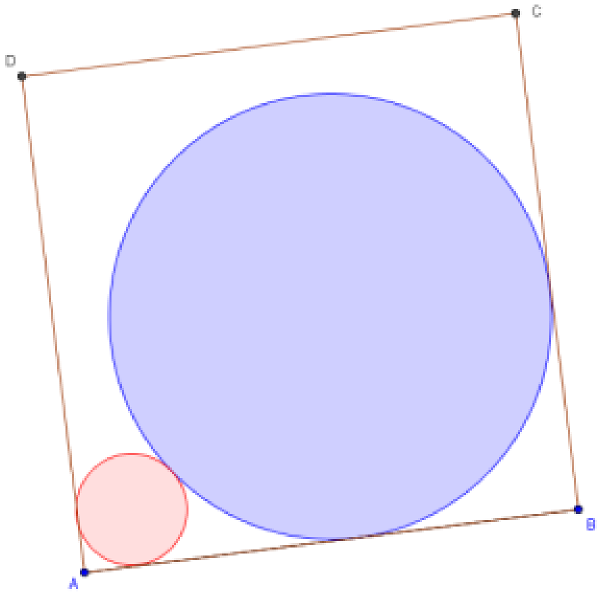
- *Observer*
- *Construire une figure qui se « comporte pareil »*

L'apport du logiciel de géométrique dynamique est double : il contraint les élèves à réfléchir sur la construction de la figure à partir de ses propriétés car sinon « elle ne se comporte pas pareil » et il permet de contourner l'obstacle de la production d'un texte par les élèves.

La commande « animer » de la dernière version du logiciel GeoGebra nous semble particulièrement intéressante dans cette activité car elle apporte une motivation supplémentaire pour les élèves. En effet ils voient tourner le petit disque dans la couronne, ils s'attachent alors à vouloir reproduire cette situation, à résoudre un problème authentique à leurs yeux, c'est un défi qui les a visiblement passionnés.

1.2 Sangaku

La situation choisie pour les utilisateurs chevronnés de GeoGebra est une activité que nous avons imaginée pour l'atelier donc nous ne l'avions pas encore testée. En voici l'énoncé :



Le rayon du grand cercle est quatre fois plus grand que celui du petit.

Les deux cercles sont tangents entre eux et tangents au côté du carré.

Déplacer A ou B, observer.

Construire une figure qui se comporte pareil.

Cette activité a un intérêt particulier pour notre problématique. Si on reste dans une vision 2D de la figure ou vision surface comme l'a définie Marie-Jeanne Perrin (à paraître) lors de la deuxième conférence de ce colloque : « Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres », nous observons deux ronds et un carré. Cette figure semble simple et ne pose pas de difficulté d'identification des sous-figures. Par contre, si l'on souhaite reproduire cette figure, la tâche se complique. Dans un environnement papier crayon, la contrainte sur les rayons complexifie la procédure par essais/ajustements mais on peut supposer que des élèves puissent mettre en œuvre la procédure suivante : chercher en utilisant le compas les centres des cercles, tracer les diagonales du carré et observer que ces centres semblent être situés sur chacune des diagonales, mesurer le côté du carré puis les rayons des deux cercles, mesurer la distance d'un sommet du carré au centre du cercle puis à l'aide de ces informations, reproduire la figure.

Dans un environnement informatique, la tâche est plus complexe car le côté du carré étant variable, la mesure des rayons des cercles ne peut pas être obtenue. Nous ne proposerions bien évidemment pas cette activité à des élèves de l'école primaire. L'objectif était de proposer un défi suffisamment résistant aux participants afin d'illustrer l'obligation d'un travail sur les propriétés des figures si l'on veut respecter le contrat induit par la nécessité de robustesse de la figure.

2 Déroulement de l'atelier

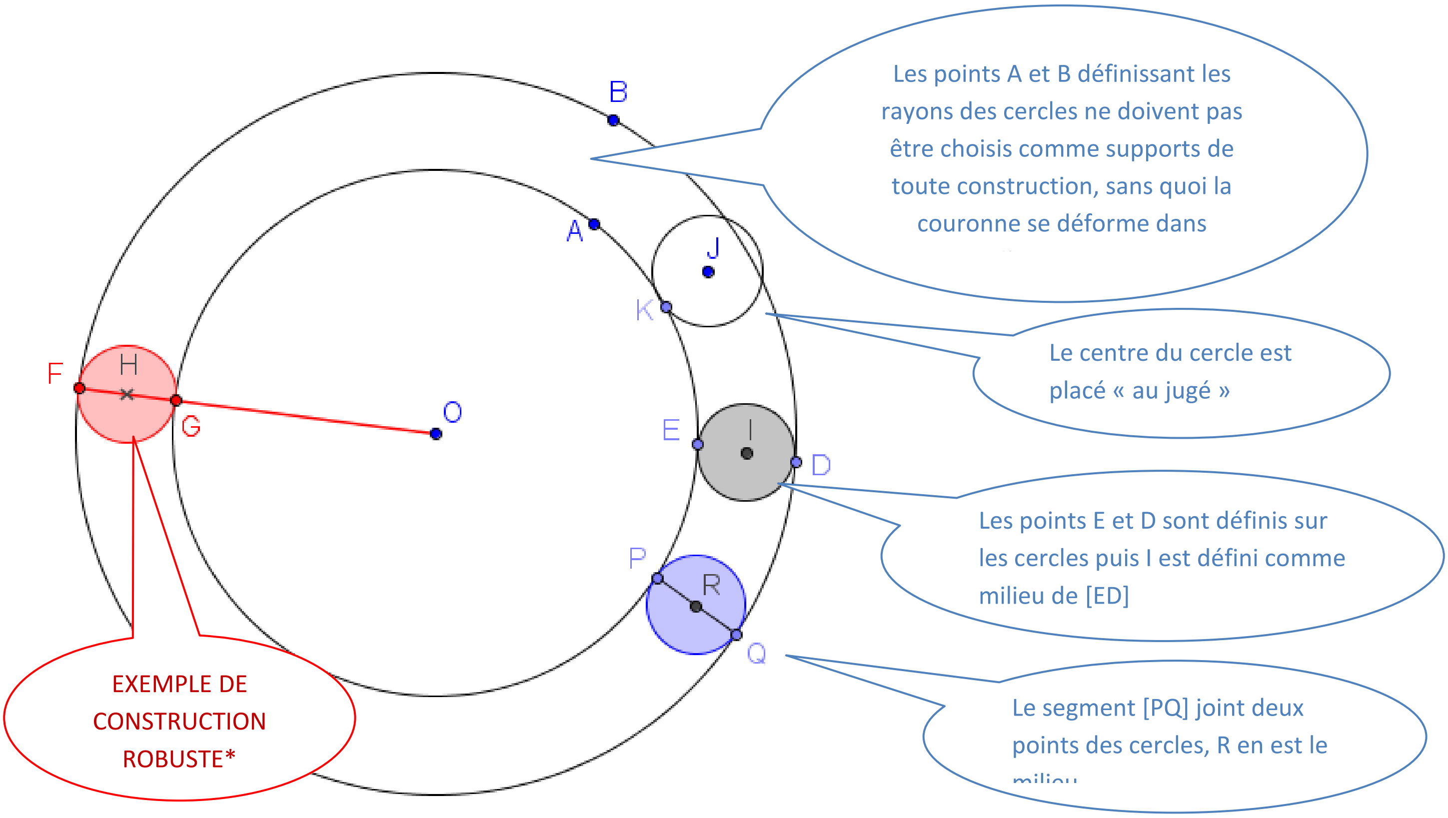
2.1 Descriptif du déroulement

L'atelier s'est déroulé en salle informatique. Chaque participant avait son ordinateur. Nous avons laissé à chacun le choix de l'activité selon son niveau ou sa préférence. Nous avions déposé au préalable dans l'espace commun un fichier dans lequel nous avions neutralisé certaines commandes du logiciel afin que les participants n'aient pas accès aux étapes de construction de la figure. Ils pouvaient observer l'animation automatique pour la première activité et manipuler les points pour la deuxième. À partir du constat des invariants, ils devaient être capable de construire une figure « qui se comporte pareil ».

Nous avons laissé du temps pour explorer, essayer, recommencer. Nous avons répondu aux questions d'ordre technique sur l'utilisation du logiciel mais nous n'avons donné aucune piste de résolution.

2.2 Productions et réactions des participants

Pour l'activité « Le cercle et les cercles », nous avons constaté les erreurs que l'on avait anticipées et que nous avons également retrouvées, comme nous le détaillerons plus loin, dans les productions des élèves de CM1, elles sont représentées dans la partie droite.



Protocole de la construction robuste :

1	Point O	
2	Point A	
3	Cercle c	Cercle de centre O passant par A
4	Point B	
5	Cercle d	Cercle de centre O passant par B
6	Point F	Point sur d
7	Segment a	Segment [FO]
8	Point G	Point d'intersection de c et a
9	Point H	Milieu de [FG]
10	Cercle f	Cercle de centre H passant par F

Tout comme les élèves les plus rapides, certains participants ont approfondi l'activité en animant simultanément plusieurs points de la figure afin que plusieurs cercles tournent en même temps dans la couronne. Ce qui laisse à penser que la commande « animer » ne plait pas seulement aux enfants !

Pour la deuxième activité, des participants ont eux-aussi proposé des variantes de l'activité. En particulier, Yves Thomas a proposé plusieurs améliorations de boites noires avec curseur qui permet de faire varier le côté du carré mais aussi le rapport entre les deux rayons des cercles et Anne Calpe a animé un sommet du carré.

Une présentation de la solution de ce problème se trouve en annexe 5.

Cette situation d'introduction a permis à chacun de se familiariser avec GeoGebra et de se confronter à la contrainte de la robustesse des figures liée l'utilisation de l'environnement numérique. Une autre adaptation de la situation « Le cercle et les cercles »dans un environnement numérique avait déjà été expérimentée dans l'académie de la réunion :

http://www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/spip.php?article391

Isabelle Payet qui était présente à notre atelier avait participé à cette expérimentation. Elle a été intéressée par notre approche et notamment par la place de la commande « animer » et s'est dit décidée à expérimenter de nouveau cette situation.

Il nous a semblé important de faire ce premier temps en position d'élèves. La confrontation au logiciel permet une prise de conscience des enjeux de l'utilisation de cet outil. Nous pensons ainsi faciliter une observation critique du travail des élèves dans l'environnement informatique lors de la présentation des videos dans le deuxième temps.

III - COMPTE RENDU DE L'EXPÉRIMENTATION

Tout d'abord, nous allons préciser le cadre dans lequel s'est déroulée notre expérimentation. Nous avons été sollicités par une maitresse formatrice à la suite d'une intervention en formation continue sur le thème de la géométrie au cycle 3 qui s'était déroulée au mois d'octobre 2012. Elle a proposé un travail avec le logiciel tout au long de l'année. Elle avait en charge, cette année, une classe de CM1 de 26 élèves de niveau hétérogène. Elle disposait dans la classe :

- du vidéo-projecteur de l'école qu'elle réservait pour les séances, couplé à son portable,
- de quatre ordinateurs fixes au fond de la salle de classe et de deux ordinateurs portables.

Le travail se déroulait en binôme dans le cadre d'ateliers sur la semaine et sur des temps collectifs de mise en commun ou de recherche. La durée des séances était de 40 à 45 minutes.

En début d'année, les élèves ont commencé à travailler avec la version GeoGebraPrim qu'ils pouvaient utiliser en « libre service » dans la classe lorsqu'ils avaient fini un travail ou sur le temps de l'étude. Certains parents ont fait la demande d'installer le logiciel à la maison.

Voici la progression établie par la professeure des écoles, responsable de la classe :

<u>Objectifs et compétences travaillés lors des ateliers mis en place sur la période de fin octobre à fin décembre :</u>

- S'approprier un logiciel de géométrie dynamique
- **Faire évoluer les représentations mentales** des élèves
- Comprendre l'intérêt de hiérarchiser ses constructions
- **Utiliser, comprendre, réinvestir** le vocabulaire géométrique vu en classe : polygone, quadrilatères (carré, rectangle...), triangles, segment, droite, droite perpendiculaire, droite parallèle, angle droit, milieu d'un segment....
- **Tracer** des droites perpendiculaires et parallèles ; une figure simple à partir de consignes ou d'un programme ou protocole de construction
- **Reproduire** une figure complexe en utilisant les propriétés et les relations
- **Construire un programme ou protocole de construction** à partir d'une figure imposée en utilisant le vocabulaire adapté, en ordonnant les étapes.

Nous avons décidé de mettre en place une expérimentation dans sa classe. Nous avons donc choisi trois activités que nous sommes allés expérimenter. Nous avons filmé les élèves lors des deux premières. La dernière étant une activité de recherche, elle s'est déroulée sur plusieurs séances. Nous avons récupéré le compte rendu de l'enseignante et les productions des élèves.

1 Présentation et analyse des situations retenues

La première activité se déroule dans la cour avec un retour réflexif en classe et les deux autres dans l'environnement informatique. La première expérimentation (dans la cour de l'école) s'est déroulée le mardi 2 avril. La deuxième (le 18 avril) était une reprise de ce qui a été fait dans la cour mais sur l'écran d'ordinateur. La dernière est la situation que nous avons proposée en introduction à l'atelier, « Le cercle et les cercles ». Nous n'avons pas fait d'activité dans le micro-espace avec comme support la feuille de papier. En effet la professeure a été remplacée par une étudiante M2 au mois de mars. Celle-ci a fait une leçon sur le cercle. Un affichage était présent dans lequel était défini le vocabulaire lié au cercle et la propriété « ensemble des points à égale distance du centre ». L'étudiante a proposé des situations papier/crayon.

1.1 Dans la cour

Nous avons choisi une situation volontairement ouverte pour laisser aux élèves l'initiative de la méthode de résolution.

1ère expérimentation :

Lieu : dans le méso-espace, cour de récréation.

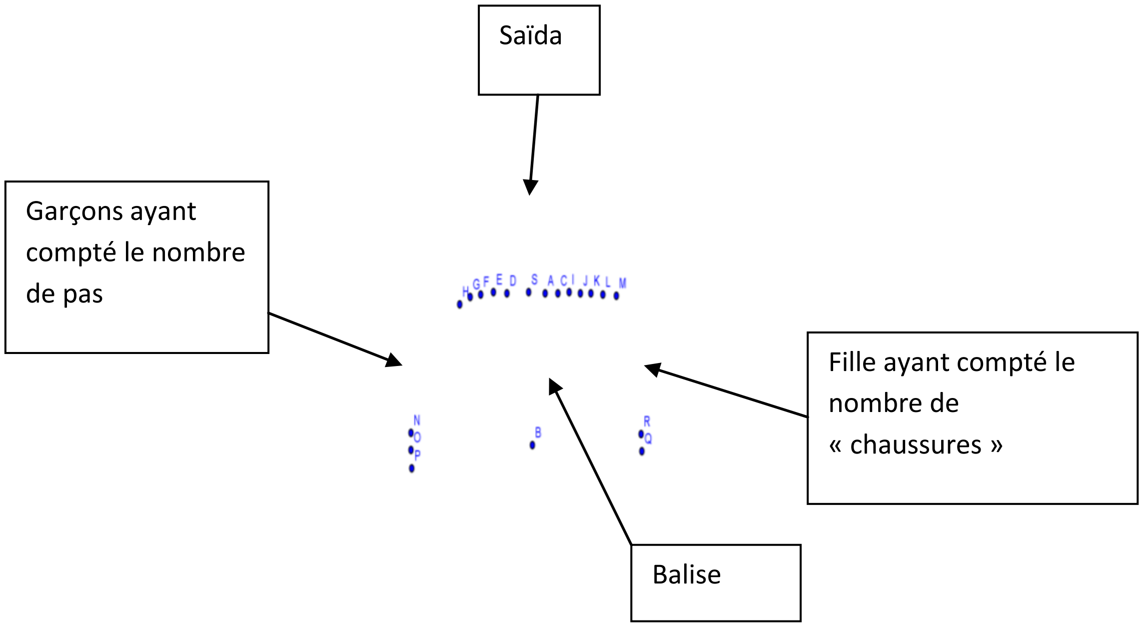
Matériel : une balise. Matériel caché dans un sac : ficelle, craie, décamètre.

Déroulement : nous plaçons la balise à un endroit quelconque de la cour. Nous demandons à une élève, Saïda, de se placer à une distance pas trop éloignée de la balise.

Consigne pour les autres élèves : « vous devez vous placer à la même distance de la balise que Saïda ».

L'objectif était d'observer si les élèves étaient capables de mobiliser la propriété qu'ils avaient énoncée trois semaines plus tôt dans un nouvel espace de travail. Nous pensions qu'une majorité se placerait en ligne droite à côté de Saïda. Autre placement possible : aux quatre points cardinaux relativement à Saïda.

Les élèves se dispersent. Certains vont directement se placer à côté de Saïda. D'autres comptent le nombre de pas entre Saïda et la balise et se placent malgré tout à côté d'elle mais trois élèves vont se placer différemment. Enfin une élève compte le nombre de fois où elle met ses chaussures bout à bout et va se placer diamétralement opposé au groupe de trois garçons. Ci-dessous une schématisation des placements :



Nous constatons que les placements anticipés se sont retrouvés sur le terrain. On peut cependant noter que tous les élèves se sont placés dans le demi-plan contenant Saïda.

Nous avons ensuite interrogé certains élèves :

Un élève placé dans la position K de la schématisation n'a pas su expliquer pourquoi il s'était placé à cet endroit et pensait malgré tout que O,N ET P était eux aussi bien placés

Un élève placé dans la position K de la schématisation à répondu : « je me suis un peu arrondi parce si on se met tous en ligne et bien par exemple si on se met là bas (il montre du doigt une position sur la ligne mais éloignée de Saïda) ça fera 31 pas alors que Saïda ça fait 6 pas » un élève à côté complète : « il faut faire un cercle »

Un élève placé dans la position N de la schématisation : « si on se met sur la ligne ça va pas, normalement ça fait un rond autour »

On peut donc conclure que certains élèves comprennent que la droite ne peut pas convenir mais qu'ils hésitent à se placer à un endroit quelconque même si celui-ci se trouve bien à la même distance. Ceci peut peut-être s'expliquer que dans les activités papier/crayon les directions horizontale et verticale sont très présentes et influencées par les quadrillages de la feuille.

Après cette première mise en commun, nous leur avons demandé de retourner vers la balise et de se mettre de nouveau à la même distance que Saïda en s'espaçant le plus régulièrement possible.

Nous leur avons demandé ensuite comment vérifier si tout le monde est à la même distance de la balise que Saïda. Voici les différentes propositions des élèves :

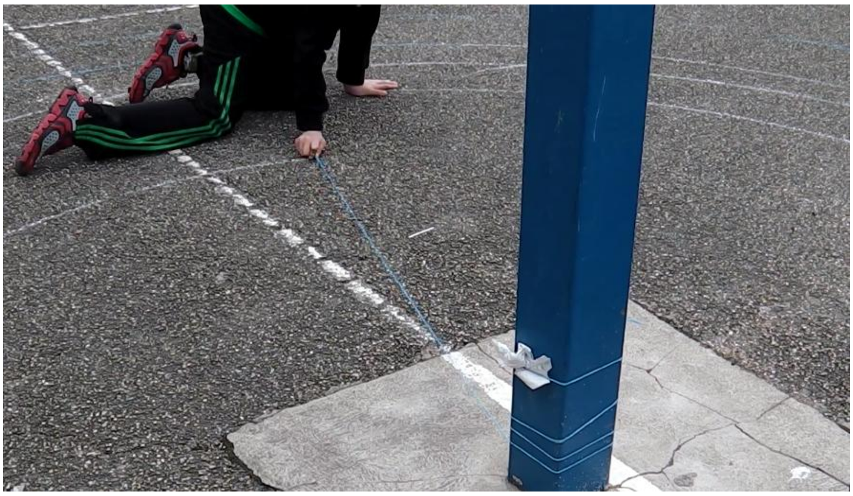
- Un grand compas comme en classe
- Une grande forme ronde.
- Mettre des règles de tableau bout à bout pour mesurer. Cette proposition a engendré la suivante.
- Un décamètre. Nous pensions que l'élève allait mesurer la distance entre les élèves et la balise mais il a fait le tour de ces camarades avec le décamètre pour voir si la forme obtenue était ronde. Le décamètre s'est révélé trop court pour faire le tour de tout le monde (décamètre déroulé sur le sol visible sur la photo précédente)
- Un autre élève a proposé d'utiliser le décamètre autrement et a commencé à mesurer la distance entre chaque enfant et la balise mais la procédure lui a semblé trop longue.

- Un autre élève a demandé de la ficelle. Il a fait le tour de ces camarades avec la ficelle. Nous lui avons demandé si maintenant on pouvait être sur d'être bien positionné. Les autres ont répondu non car le cercle n'était pas rond !
- Un élève a alors proposé d'attacher le ficelle à la balise de tendre la ficelle jusqu'à Saïda et de tourner autour de la balise pour vérifier si tout le monde était bien à la bonne distance. Nous lui avons ensuite proposé de mettre une craie au bout de sa ficelle pour garder la trace de son déplacement.

Une fois le cercle tracé, nous avons demandé aux élèves de revenir vers la balise et de se mettre à nouveau à la même distance de Saïda le lus rapidement possible. Certains élèves ont encore mesuré les pas mais d'autres sont allés se placer directement sur le cercle tracé à la craie.

Pour terminer cette séance dans la cour, nous avons séparé la classe en trois groupes. Chaque groupe devait tracer un cercle autour d'un poteau de basket puis dans un deuxième temps, bloquer la ficelle tourner autour du poteau en traçant au sol la forme obtenu dans ce déplacement. Les élèves ont pu observer qu'ils obtenaient un escargot que l'on a appelé spirale. Quand on leur a demandé pourquoi on n'obtenait pas de cercle, les élèves ont dit que la ficelle était bloquée. Ils sont restés sur la cause matérielle. Nous avons du nous même précisé que si la ficelle était bloquée cela entrainait une diminution de sa longueur à chaque tour et donc que la distance entre le poteau et la craie diminuait donc à chaque tour la craie n'était pas à la même distance du centre.

Cette dernière activité a posé des problèmes d'interprétation et il faudra envisager une autre mise en œuvre l'année prochaine. Nous verrons dans les écrits produits lors du retour en classe ce que les élèves en ont retenu.



La séance a duré de 13h30 à 15h00.

1.2 Retour réflexif

Après la récréation, la professeure leur a demandé : Est-ce que la séance dans la cour vous a plu ? Est-ce que vous pensez avoir fait des mathématiques ? Écrire ce que vous avez retenu de la séance dans la cour.

Tous sauf un ont aimé la séance dans la cour. Tous ont dit avoir fait des mathématiques.

Pour le dernier point, certains ont fait des schémas, d'autre des textes.

Les schémas peuvent être classés en trois groupes :

- Les élèves qui ont essayé de représenté la réalité (annexe 1)
- Les élèves qui ont schématisé la réalité (annexe 2)
- Les élèves qui ont utilisé des instruments de géométrie pour schématiser la réalité. (annexe 3)

Les textes produits décrivent ce qui a été fait concrètement dans la cour (annexe 4).

On peut noter que pour la dernière activité, aucune production n'explique pourquoi on a obtenu une spirale, ce qui confirme le fait d'envisager une autre mise en œuvre l'année prochaine.

1.3 $1^{\text{ère}}$ activité avec GeoGebra

Les élèves sont répartis en trois groupes qui passeront à tour de rôle, par binômes, sur les ordinateurs. L'énoncé que nous avons choisi est très proche de celui choisi dans le méso-espace. La propriété mathématique visée était la même.

Consigne pour les binômes :

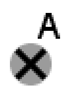
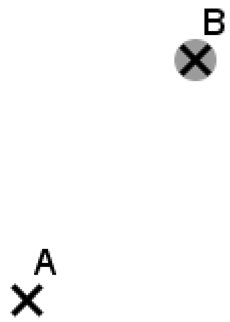
- placer un point A à peu près au centre de l'écran.
- Placer un point B n'importe où sur l'écran.
- Placer 5 points qui soient tous à la même distance de A que le point B.

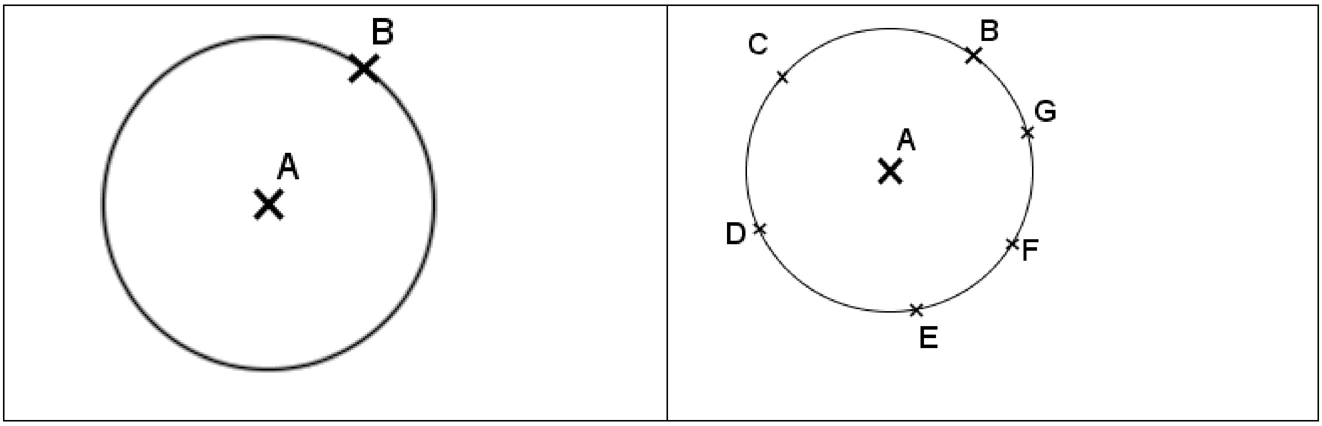
Lorsque vous pensez avoir réussi, vous enregistrer votre travail et vous vous préparer à exposer votre méthode à la classe.

Nous avions anticipé plusieurs procédures :

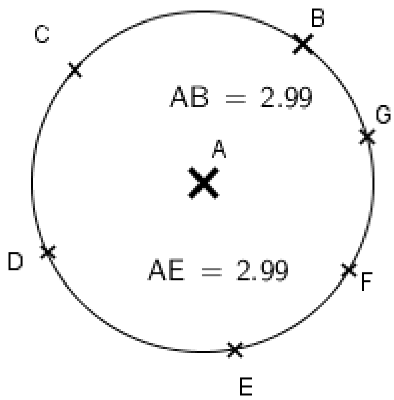
- Les élèves placent visuellement des points qui semblent à la même distance.
- Les élèves font afficher la distance AB puis placent un point C, font afficher la distance AC et ajustent en déplaçant le point. Nous ne pensons pas que les élèves vont effacer le point s'il n'est pas à la bonne distance et recommencer avec un autre point, la professeure ayant constaté que les élèves ont bien intégré la notion de déplacement.
- Les élèves tracent le cercle de centre B passant par A puis placent cinq points sur ce cercle.
- Les élèves tracent le cercle de centre A passant par B et placent cinq points sur ce cercle.

Nous avons constaté avec étonnement que tous les binômes sauf un ont produit la procédure suivante :

$1^{\text{ère}}$ étape 	$2^{\text{ème}}$ étape 
$3^{\text{ème}}$ étape	$4^{\text{ème}}$ étape

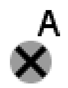
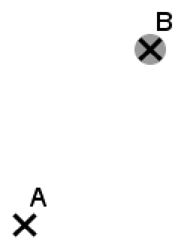
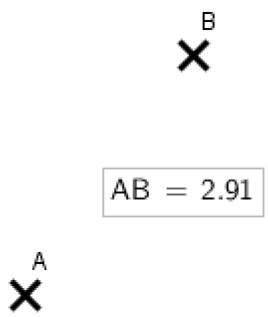
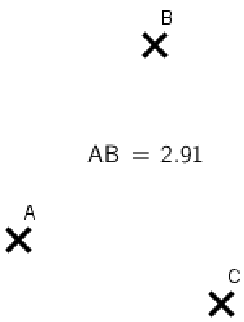


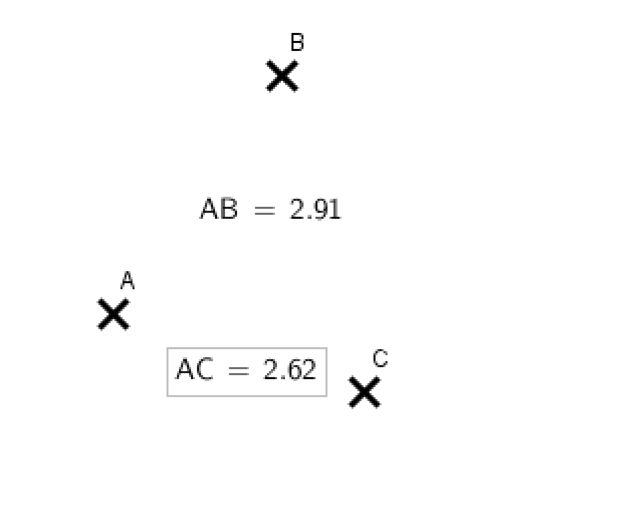
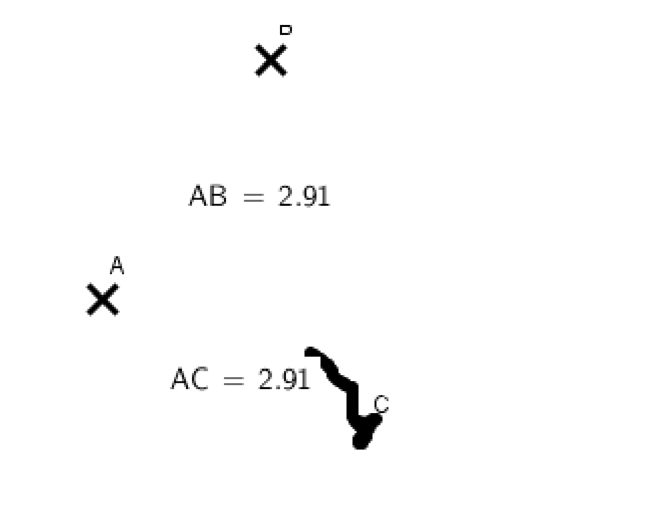
Certains élèves ont senti le besoin de vérifier et ont fait afficher la distance du centre aux points



On peut se demander s'ils avaient des doutes sur leur procédure ou s'ils voulaient montrer qu'ils connaissaient d'autres commandes du logiciel.

Un seul binôme a procédé de la façon suivante :

1ère étape 	2ème étape 
3ème étape 	4ème étape 

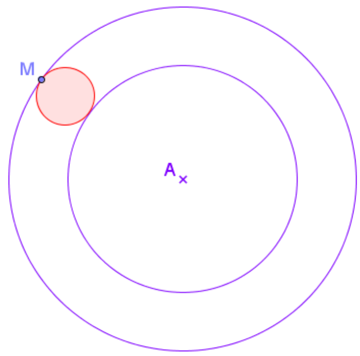
5ème étape	6ème étape
	

Sans le vouloir, lors de la mise en commun, un élève a activité le mode « trace » du point qu'il déplace. Cela a permis de garder la trace de la procédure utilisée. Il fait cette même démarche pour les quatre autres points. Une élève fait la remarque que c'est comme dans la cour (on ajuste sa position). Lorsque la professeure propose de tracer le cercle de centre A passant par B pour retrouver la procédure des autres binômes, les autres élèves commentent : « ça va forcément marcher ». Tous semblent convaincus que les points, puisqu'ils sont à la même distance de A que le point B, seront sur le cercle de centre A passant par B. Nous pensons que nous pouvons voir dans ce commentaire la trace d'un apprentissage car les élèves sont capables de faire le lien entre être à la même distance de A et être sur le cercle de centre A

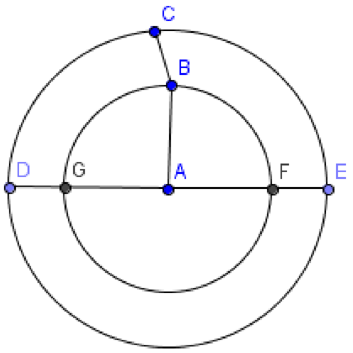
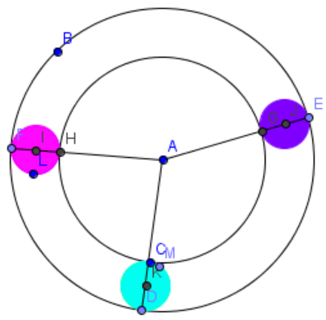
La professeure fait remarquer que ce n'est pas la procédure la plus rapide et que ce n'est pas une figure robuste par contre l'élève a bien placé 5 points à la même distance de A que le point B.

1.4 2ème activité avec GeoGebra

La maîtresse projette la figure animée, avec le disque de couleur qui tourne tourne dans la couronne en lançant une animation sur le point M. Elle annonce que nous leur avons préparé un défi ce qui mobilise aussitôt les élèves.



Cette activité était proposée en CM2 dans l'ouvrage ERMEL. Le descriptif de la situation d'origine est celui détaillé dans la partie II. L'objectif de ce problème pour chercher était de vérifier si les élèves restaient sur une vision 2D de la figure et s'ils étaient capables de mettre en œuvre une procédure de résolution basée sur la recherche des propriétés de la figure. Nous avons pu observer les mêmes erreurs que celles présentées dans la situation d'introduction. Nous n'avons pas pu être présents aux séances mais quand nous avons rencontré la maîtresse nous avons pu ouvrir les fichiers des élèves et constater l'avancement des projets. Certains pas encore terminés (1), d'autres très aboutis (2).

(1)	(2)
	

2 Réactions des participants

Pour la première activité les participants ont proposé de faire varier la position de Saïda et de demander aux élèves d'anticiper l'endroit où il faudrait se placer afin de voir s'ils ont vision statique ou dynamique de la situation.

Pour la spirale, il faudrait trouver une activité GeoGebra accessible à des élèves de CM1 qui permettrait d'évaluer ce qui a été retenu de l'activité dans le méso-espace.

Pour la première activité avec GeoGebra, la consigne très proche de la consigne dans la cour a peut-être influencé les élèves et explique le nombre important de binômes qui ont pensé au cercle. De plus la formulation de la consigne « place un point A à peu près au centre de l'écran » a orienté les élèves vers le tracé du cercle de centre A.

Les participants se sont demandé si la professeure n'était pas en difficulté pour répondre aux attentes des élèves lors des séances avec GeoGebra. La professeure ne semble pas en difficulté, elle prend le temps de reprendre toutes les étapes de la démarche avec les élèves, elle organise régulièrement des mises en commun où les binômes viennent exposés leur démarche. La validation est soumise à la classe. Les élèves et la professeure progressent en même temps dans la maitrise du logiciel. Les élèves ont du temps pour faire des essais, pour explorer. La professeure trouve très porteur pour l'enseignement le fait que les élèves puissent valider par eux même en testant la robustesse de leur figure.

Un participant fait remarquer que les élèves manipulent ce que ne permettent pas les activités papier/crayon.

Un autre participant fait remarquer que l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique nécessite l'apprentissage de geste spécifique à cet environnement, les boutons sont inducteurs de conduites propres à l'environnement informatique.

Enfin un autre participant se demande si le transfert sur papier/crayon restera un enjeu dans les années à venir !

Nous n'avons pas tranché sur la question que nous nous posions en termes d'apprentissage. Certes l'utilisation du logiciel est un facteur motivant pour les élèves, la géométrie devient leur atelier préféré mais qu'en est-il des apprentissages ? La réussite de certains binômes dans l'activité « le cercle et les cercles » montre que les élèves ont été capables de travailler sur les propriétés de la figure, ce qui était l'enjeu de notre expérimentation.

IV - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

1 Conclusion

Cette expérimentation a permis de montrer que le travail dans différents espaces permettait de construire des éléments de géométrie qui prennent du sens pour les élèves. Ceux-ci ont été capables de faire le lien entre ce qu'ils ont vécu dans la cour et la première activité avec le logiciel de géométrie dynamique. Dans la deuxième activité avec GeoGebra les élèves ont expérimenté, testé, validé leur procédure sans l'intervention de l'enseignante. C'est dans la pratique de classe de se donner du temps, de laisser aux élèves le temps de rentrer dans les apprentissages. Les moments de mise en commun avec le vidéoprojecteur sont des moments importants pour faire le point sur ce qui a été trouvé et pour relancer la recherche. Nous pouvons donc nous positionner pour une intégration de la géométrie dynamique pour proposer une géométrie non statique libérée de l'angoisse de la figure bien faite pointée lors de la conférence d'ouverture et de la leçon bien structurée que l'on affiche dans la classe.

Il faut également pointer la motivation qu'apporte l'utilisation du logiciel. Les élèves ont envie de faire de la géométrie. Certains ont installé le logiciel chez eux, d'autres l'utilisent pendant l'étude. Cela peut donner envie aux élèves d'apprendre de nouvelles connaissances en géométrie pour enrichir les activités que l'on peut faire avec GeoGebra. Pour la deuxième activité avec le logiciel, les élèves ont utilisé la version complète de GeoGebra à la place de GeoGebraprim. Ils ont exploré des outils nouveaux. Un élève a trouvé la commande « polygone régulier » et a construit le carré ! L'utilisation de l'ordinateur est familière aux élèves, ils ont l'habitude de le manipuler. La prise en main du logiciel n'est pas un obstacle pour eux.

Pour terminer nous pouvons ajouter que GeoGebra est devenu un outil disponible dans la classe qui est utilisé pour d'autres projets liés aux arts visuels ou à la technologie. Parallèlement aux séances de mathématiques, les élèves ont utilisé GeoGebra pour différentes réalisations : un tableau à la manière de Delaunay et le monogramme de la classe qui était un projet d'école. La richesse de la palette de couleur du logiciel et la précision des tracés permet des productions de qualité.

2 Perspectives

Pour clôturer sa séquence sur le cercle, l'enseignante a fait faire un projet de figure sur l'ordinateur qu'ils devaient ensuite aller reproduire dans la cour ce qui n'a pu être réalisé en fin d'année.

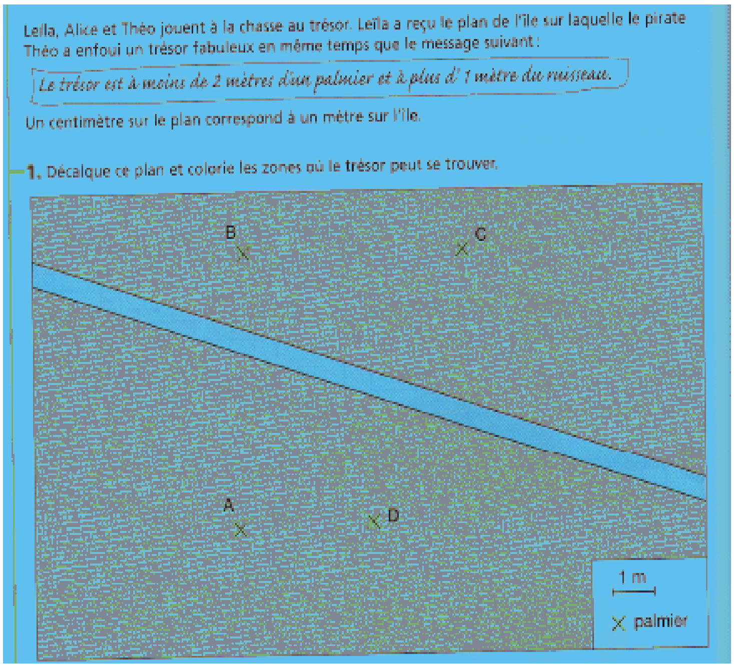
Un autre enseignant de CM1 a souhaité s'intégrer au projet pour l'année prochaine. Nous tiendrons compte des remarques qui nous ont été faite lors de l'atelier pour faire évoluer nos expérimentations.

Enfin, nous espérons pouvoir travailler avec les maitres de CM2. Nous souhaiterions travailler sur la construction d'un triangle dont ont connait les trois dimensions pour voir si les élèves sont capables de faire le lien avec le cercle et ainsi donner du sens à cette construction qui est comme nous l'avons dit en introduction un automatisme dépourvu de sens.

En CM1, comme en CM2 un réinvestissement du logiciel se fera naturellement dans des activités de reproduction de figures, l'enseignante pourra s'inspirer des modèles de la brochure de l'IREM

Paris Nord « *Papiers Crayons - aborder la géométrie par le dessin* » et des fichiers GeoGebra installés en accompagnement sur le site http://www-irem.univ-paris13.fr/site_spip/spip.php?rubrique48.

L'actualité s'oriente vers la géométrie dynamique sur tablette, nous suivons l'évolution des premiers logiciels. Nous avons fait quelques essais prometteurs avec le logiciel DGPAD (voir les sites http://www.dgpad.net et http://revue.sesamath.net/spip.php?article509). L'extrême simplicité du tactile, l'enregistrement automatisé (un historique garde la trace de toutes les sessions), la mobilité de l'outil qui peut être utilisé dans la cour (par exemple pour réaliser un projet) sont des éléments à prendre en compte. Un lot de tablette est en cours d'achat à l'iufm de Lyon et l'enseignante est partante pour une expérimentation. Nous pourrions, par exemple, adapter, dans la cour et sur l'écran, une activité comme celle figurant dans Euromaths CM2 :


Leïla, Alice et Théo jouent à la chasse au trésor. Leïla a reçu le plan de l'île sur laquelle le pirate Théo a enfoui un trésor fabuleux en même temps que le message suivant :

Le trésor est à moins de 2 mètres d'un palmier et à plus d'1 mètre du ruisseau.

Un centimètre sur le plan correspond à un mètre sur l'île.

1. Décalque ce plan et colorie les zones où le trésor peut se trouver.

Nous terminons en laissant la parole :

… à la maîtresse à propos de la 2è activité GeoGebra :

« ils sont à fond, maintenant l'atelier de géométrie, c'est « ouhaaa ! »

… aux enfants à propos de la séance dans la cour :

- On n'est tous ensemble et on devait trouver une solution

J'ai aimé car je sais pas assez faire de la gé
géomètrie maintenant grace a vous je sail mieu
faire de la géométrie.

V - BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE M. (1982) A propos des conceptions du cercle. Présentation des situations de classes privilégiant certaines conceptions (CE2 et CM), *Grand N*, **27**, 45-72.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements, *Annales de didactique et sciences cognitives*, 5-53.

DUVAL R., GODIN M. (2005) Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, **76**, 7-27.

ERMEL (2006) *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes*, éditions Hatier

HOUDEMENT C., KUZNIAC A. (1999) Réflexions sur l'enseignement de la géométrie pour la formation des maitres, *Grand N*, **64**, 65-78.

PERRIN M-J. (2014) *Géométrie en primaire : des repères pour une progression et pour la formation des maîtres, actes de la Copirelem*

SOURY-LAVERGNE S. (2011) De l'intérêt des constructions molles en géométrie dynamique, *MathémaTICE n*° 27 http://revue.sesamath.net/spip.php?article364

VI - ANNEXE

Annexe 1 : production d'élève lors du retour réflexif

Annexe 2 : production d'élève lors du retour réflexif

Annexe 3 : production d'élève lors du retour réflexif

Annexe 4 : production d'élève lors du retour réflexif

Annexe 5 : solution de la situation d'introduction

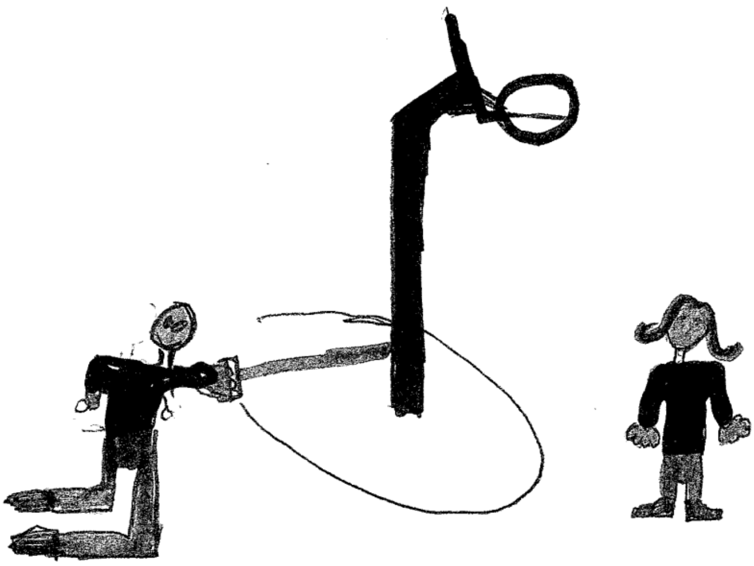
Annexe 1

J'ai bien aimé cette activité

Oui pour Moi ce qu'on a fait c'est de la géometrie.

La première activites c'est était de se metre a la même distance de Laïda. Pas gagné!!

La deuxième activites

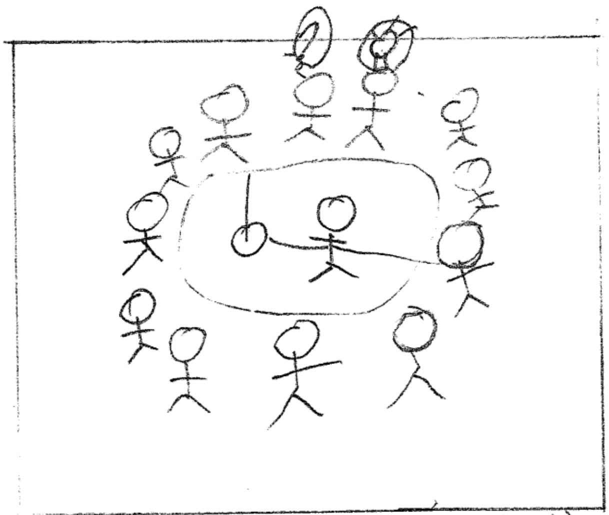


troisimemme activites:
la corde s'en enrouler au tour du potaus- a la fin le cercle peu a peu.

Annexe 2

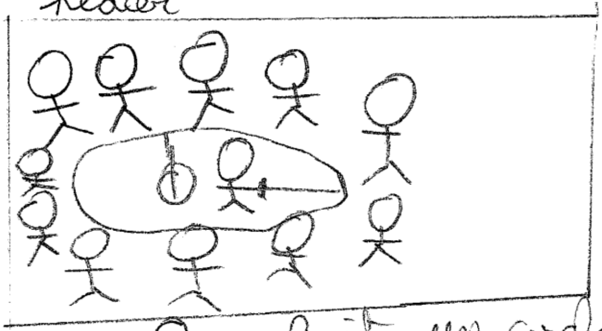
J'ai aimé car je sais pas assez faire de la gé
géométrie maintenant grâce a vous je sais mieu
faire de la géométrie.
est-ce que vous avez fait des mathématiques? ~~Mai~~
car on ma mesurer cercle.
1) on a

1

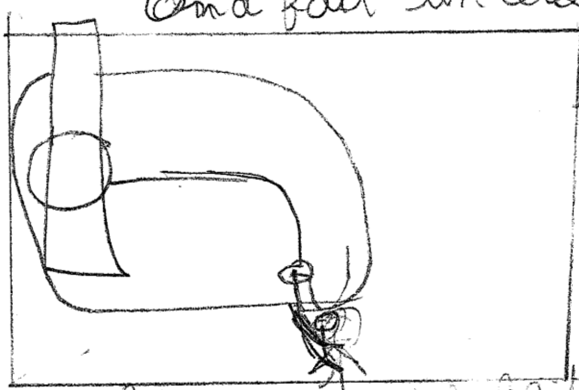


trouver une pour savoir si on ai bien placer

2



On a fait un cercle

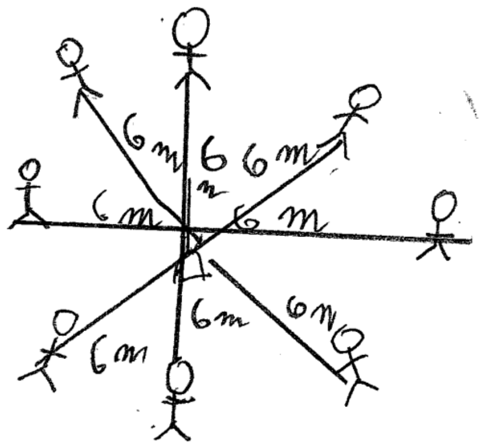


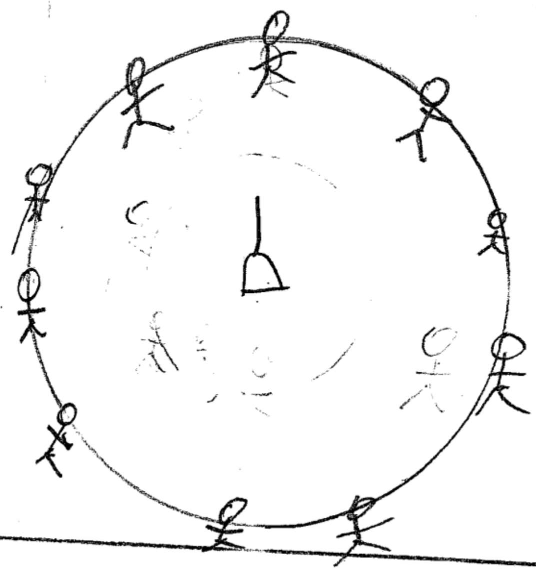
il fallait fair plein de cercle et à la fin sa doi donner un escargot

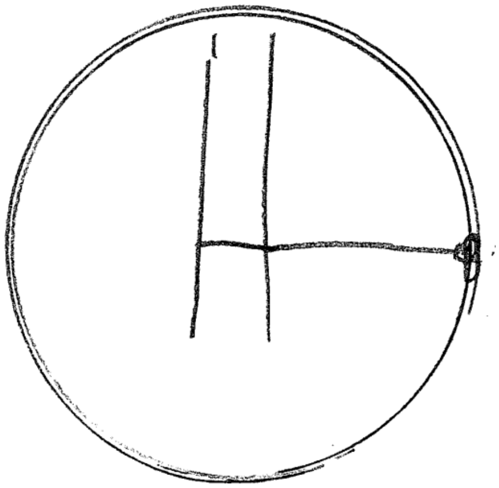
fait plein cercle pour

Annexe 3

J'ai émmé car on a été fermé et on n'a tous participé
On a fait de mathématique
on a fait une activité on devait être a même distanse de
La valise. La 2 ème était de trassé un long cercle.
la troisième était de faire plusieur cercle amenet a un
scargot.







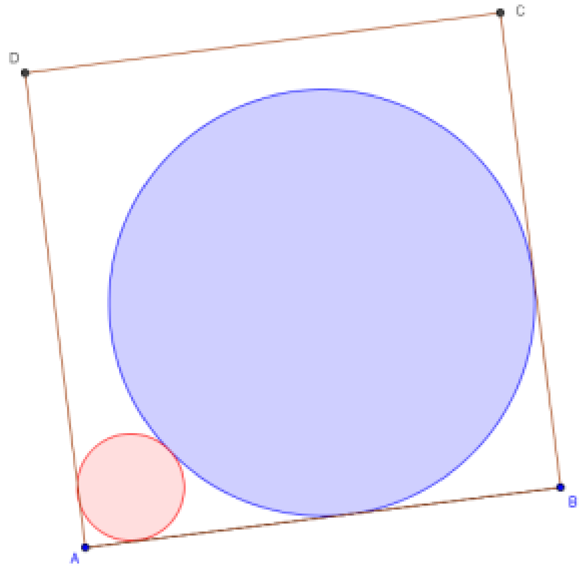
Annexe 4

J'ai aimé travailler dehors, c'était amusant.
Nous avons fait des mathématiques (géométrie)

La première activité qu'au début René a
mit une balise jaune, ensuite nous avons mit
Saïda en face de la balise jaune. Cécile a
déballée le matériel et nous avons commencé.
Nous avons utilisé plusieurs métode mais elles
étaient toutes fausses sauf la dernière, nous
avons pris du fil et une craie, nous avons
attaché la craie au bout du fil et le fil à la
balise. Ça a fait un compas. Nous avons
tracé un cercle partant de Saïda et nous
nous somme mit dessus le cercle et nous étions
sûrd être à la même distance.
La 2ème nous avons mit un fil autour du
panier de basket nous avons accroché
une craie bleu et un cercle. La 3ème ont a aussi
mit un fil autour mais de façon à que le fil ne
tourne pas, ça a fait une spirale

Annexe 5

<u>LE PROBLEME</u> : inspiré du Sangaku « Wasan », proposé sous forme de « boîte noire »



Le rayon du grand cercle est quatre fois celui du petit

Les deux cercles sont tangents entre eux et tangents au côté du carré.

Construire une figure qui se comporte pareil

Explorer le rapport entre les rayons des cercles : 4 *

Pour cela on peut tracer les centres O et O' et les points de tangences T et U.

Explorer le rapport entre le rayon du petit cercle et AB : 9

Ce rapport peut être calculé en raisonnant dans le triangle rectangle OO'K. En effet, si r et 4r sont les rayons respectifs des deux cercles, la relation de tangence implique OO'= 5r.

Dans le triangle rectangle OO'K on a OO'=5r et O'K=3r, on en déduit OK=4r.

On a donc AB = AT + TU + UB = r + 4r + 4r = 9r.

<u>La construction</u> : on trace respectivement

- le segment [AB], le carré ABCD

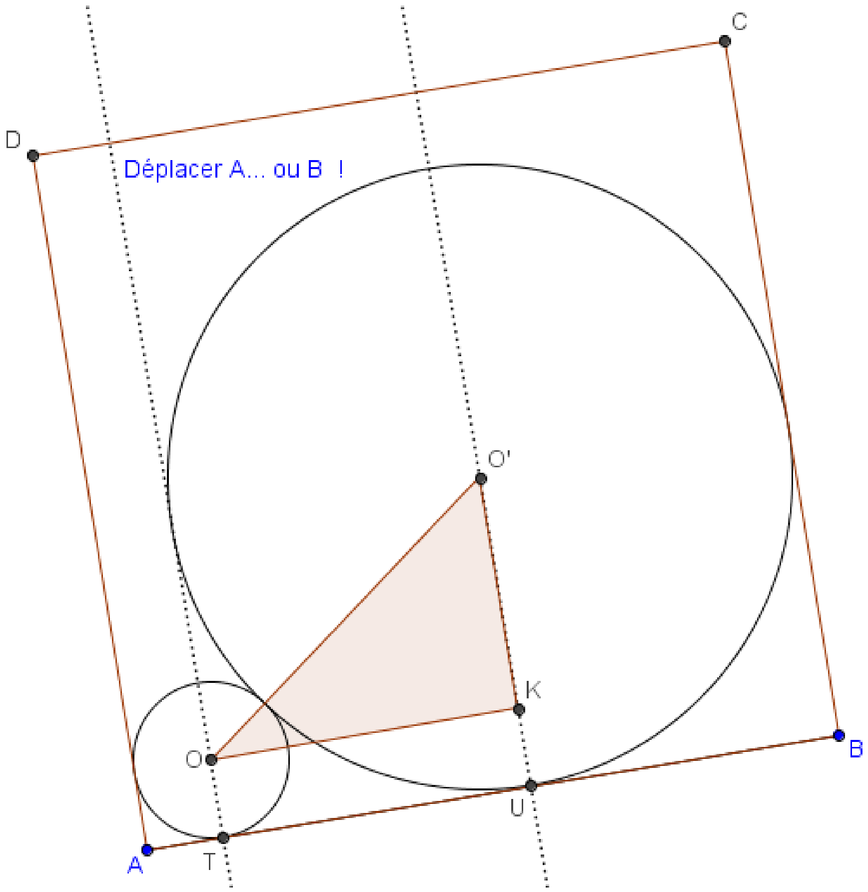
- le point T en fractionnant en 9 parties égales le segment [AB] (théorème de Thalès)

- le point U milieu de [TB]

- les centres O et O' (on peut par exemple utiliser le fait qu'ils appartiennent respectivement aux diagonales [AC] et [BD])

- les deux cercles !

* C'est une donnée de ce modèle de Sangaku qu'on peut choisir d'afficher avec le problème de même que la relation de tangence des deux cercles.


C
D
Déplacer A... ou B !
O'
K
O
B
U
A
T