SPÉCIFICITÉS DES APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES ET SPATIAUX DANS LA SCOLARITÉ OBLIGATOIRE : QUELS ENJEUX POUR LA FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS ?

Mhammed ENNASSEF
PRAG, IUFM D'AQUITAINE-UNIVERSITÉ BORDEAUX IV
Laboratoire LACES, équipe E3D
Université de Bordeaux
Mhammed.Ennassef@iufm.u-bordeaux4.fr

Patrick GIBEL
MCF, IUFM D'AQUITAINE-UNIVERSITE BORDEAUX IV
Laboratoire LACES
Université de Bordeaux
Patrick.Gibel@iufm.u-bordeaux4.fr

Sylvie HENRY
PRCE, IUFM D'AQUITAINE-UNIVERSITE BORDEAUX IV
Laboratoire LACES, équipe E3D
Université de Bordeaux
Sylvie.Henry@iufm.u-bordeaux4.fr

Résumé
Dans un premier temps nous présenterons et analyserons des situations d'enseignement et d'apprentissage qui nous semblent constituer des supports privilégiés pour sensibiliser les étudiants de M1, Master SMEEF[1], aux différents types de géométrie et aux contrats didactiques spécifiques qui les sous-tendent. Il s'agira de montrer comment nous négocions avec les étudiants de M1 le passage de la géométrie G1 à la géométrie G2 (Houdement & Kuzniak, 2006).
Puis, à partir de vidéos, nous effectuerons avec les participants l'analyse en Théorie des Situations Didactiques de séquences expérimentées en cycles 2 et 3, supports privilégiés pour faire prendre conscience aux étudiants de M2 des enjeux didactiques spécifiques liés à l'apprentissage de la géométrie. Pour chacune de ces séquences, nous expliciterons et justifierons en quoi la dévolution de situations d'action et de formulation permet aux élèves de privilégier l'expérimentation et l'élaboration de raisonnements géométriques.

I - INTRODUCTION

Ce compte-rendu d'atelier a trois fonctions distinctes, d'une part formuler les principaux éléments théoriques qui nous ont servi de référence pour préciser les concepts de base de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) sur lesquels repose notre démarche de réflexion, d'autre part exposer les éléments résultant des mises en commun des présentations de travaux réalisés par les participants et ensuite mettre en lumière et analyser a posteriori certains travaux d'élèves que nous n'avons pas eu le temps de présenter lors de l'atelier. Ces derniers ont été produits lors de l'activité de reproduction de losanges dans le méso-espace, expérimentée dans une classe ordinaire de CM1-CM2, durant l'année scolaire 2012-2013, nous ne présenterons dans la dernière partie que les productions qui nous paraissent les plus représentatives.

[1] Master SMEEF, Master « Sciences pour les Métiers de l'Enseignement, de l'Education et de la Formation » dispensé à l'IUFM d'Aquitaine.

II - OUTILS DE LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES POUR L'ÉLABORATION ET L'ANALYSE DES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

1 Notion de situation

Les conditions d'une utilisation particulière d'une connaissance mathématique sont considérées comme formant un système appelé "situation".

A chaque objet de savoir mathématique, on peut associer un ensemble de situations dont la résolution nécessite la mise en œuvre de cet objet de savoir.

2 Caractérisation d'une situation adidactique

Reprenons les caractéristiques d'une situation adidactique.

« Les situations adidactiques sont les situations d'apprentissage dans lesquelles le maître a réussi à faire disparaître sa volonté, ses intentions, en tant que renseignements déterminants de ce que l'élève va faire : ce sont celles qui fonctionnent sans l'intervention du maître au niveau des connaissances » (Brousseau, 1998).

Parmi les situations adidactiques (action, formulation, validation) l'une d'elles nous intéresse plus particulièrement c'est la dialectique de l'action qui consiste à placer l'enfant devant une situation, appelée situation d'action, telle :

- qu'elle pose à l'élève un problème dont la meilleure solution, dans les conditions proposées, est la connaissance à enseigner
- qu'il puisse agir sur elle et qu'elle lui renvoie de l'information sur son action.

Lors d'une situation d'action, un véritable dialogue s'instaure entre l'enfant et la situation. Cette dialectique de l'action lui permet donc de se créer un modèle implicite, c'est-à-dire d'avoir des réactions qu'il ne peut pas encore formuler, ni encore organiser en théorie.

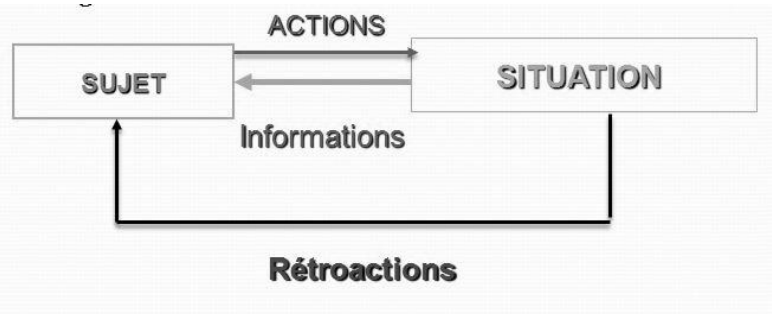


Figure 1 : schéma de la structuration du milieu

Explicitons à présent les interactions avec le *milieu* dans le cadre d'une situation d'action.

« Dans une situation d'action, on appelle "milieu" tout ce qui agit sur l'élève ou/et ce sur quoi l'élève agit. L'actant est « ce » qui dans le modèle agit sur le milieu de façon rationnelle et économique dans le cadre des règles de la situation. En tant que modèle d'un élève ou plus généralement d'un sujet, il agit en fonction de son répertoire de connaissances. » (Brousseau, 2000)

3 Dialectique d'institutionnalisation

Les situations d'institutionnalisation sont celles par lesquelles l'enseignant fixe conventionnellement et explicitement le statut cognitif d'une connaissance ou d'un savoir.

Une fois construite et validée, la nouvelle connaissance va faire partie du *répertoire didactique* de la classe. Après cette dernière dialectique, la connaissance est étiquetée comme quelque chose que tous les élèves sont censés savoir et peuvent appliquer. Des exercices de fonctionnement sont alors proposés.

Nous proposons une classification générale des situations selon différents critères qu'il nous paraît important de spécifier.

- Les « types » de situations d'apprentissages : didactiques, adidactiques, non didactiques ;
- Les formes de la connaissance mobilisée en situation : connaissance implicite, langage, savoir pratique,…
- La forme sous laquelle *la connaissance* se manifeste : décision, message, assertion, convention, référence,…
- Les rapports que le sujet établit avec son milieu : action, communication, justification, institutionnalisation, …

4 Notion de répertoire didactique de la classe

L'ensemble des moyens que le professeur pense pouvoir attendre des élèves, par suite de son enseignement, constitue le répertoire didactique de la classe. Par conséquent l'enseignant identifie un répertoire qu'il juge légitime d'utiliser dans la relation didactique compte tenu des institutionnalisations antérieures, afin de produire la solution ou la réponse attendue (Gibel, 2004).

Le répertoire didactique de la classe désigne aussi l'ensemble des moyens qui vont permettre à l'élève de générer de nouvelles connaissances à partir de ses connaissances antérieures.

III - SPÉCIFICITÉS DES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE DANS LE DOMAINE DE L'ESPACE ET DE LA GÉOMÉTRIE

1 Répertoire de représentations

Le répertoire de représentations, défini dans Gibel (2008) et dans Bloch & Gibel (2011), est une composante du répertoire didactique essentielle dans la construction des connaissances géométriques et spatiales.

Un répertoire de représentations est, par définition, un ensemble de moyens, connus ou donnés, dont l'élève est censé disposer, pour répondre à la situation. Il est constitué d'énoncés, de signes, de schémas, de symboles, de figures, de dessins ; nous y incluons également les outils (règle, équerre, compas, gabarit d'angle,...) et leur(s) usage(s).

2 Classification des différents espaces en TSD

Selon l'espace avec lequel le sujet est en interaction, ce dernier développe des modèles conceptuels différents qui définissent trois types d'espaces : le micro-espace, le méso-espace et le macro-espace.

Nous allons à présent caractériser chaque type d'espace.

2.1 Le micro-espace

L'enfant construit ses premières connaissances spatiales dans la manipulation de petits objets. Par le toucher avec ses mains ou sa bouche autant que par la vue, par les mouvements qu'il leur fait subir, il identifie leur consistance, leur forme solide, leurs positions relatives, et leurs propriétés.

Le micro-espace est le milieu de l'élaboration de la conception du mouvement des objets autres que l'observateur. Il s'agit de conception, non pas de taille objective des objets. En effet un pilote d'hélicoptère peut interpréter le sol à ses pieds à l'aide de sa conception micro-spatiale.

2.2 Le méso-espace

Les situations où l'enfant doit concevoir ses propres déplacements dans un territoire placé sous le contrôle de sa vue, sont l'occasion de développer des représentations différentes de celles du micro-espace et qui préfigurent celles qui seront nécessaires dans le macro-espace.

2.3 Le macro-espace

Les situations où un sujet doit prendre des décisions relatives à un territoire beaucoup trop grand pour qu'il puisse l'embrasser d'un regard, lui posent des problèmes, entre autres de recollement de cartes et d'incrustation.

Pour identifier et retrouver un lieu, établir un trajet, déterminer la forme d'un territoire etc. il est nécessaire de développer des concepts et des moyens spécifiques.

2.4 Des conceptions différentes selon les espaces

Pour des raisons ergonomiques et à cause des techniques différentes qu'elles imposent, la conception des objets de la géométrie est différente dans chacun de ces milieux.

Par exemple la "droite" (ou le segment de droite) peut être déterminée :

-dans le micro-espace par le glissement qu'elle permet ou par l'intersection de deux plans

-dans le méso-espace, par un alignement visuel,

-dans le macro-espace, par le prolongement à l'aide d'un angle plat…

IV - LES DIFFÉRENTS TYPES D'ACTIVITÉS EN LIEN AVEC LES DIFFÉRENTS TYPES DE GÉOMÉTRIE

1 Les différents types de géométrie dans la scolarité obligatoire

Dans ce paragraphe nous présenterons une classification des différents types de géométrie et nous nous référerons principalement aux travaux de recherche de Houdement & Kuzniak (2006). La Géométrie I ou géométrie naturelle : La géométrie I a pour source de validation la réalité et le monde sensible. Elle agit sur les objets et se base sur des expériences comme le pliage, le découpage et recomposition, le pavage effectif,…la confusion entre le modèle et la réalité est grande et tous les arguments sont permis pour justifier.

La Géométrie II ou géométrie axiomatique naturelle : Dans cette géométrie la source de validation se fonde sur les lois hypothético-déductives, dans un système axiomatique aussi précis que possible. Elle s'est constituée pour organiser les connaissances géométriques issues de problèmes spatiaux, d'où sa relation avec la réalité. Son modèle est la géométrie euclidienne classique.

La Géométrie III ou axiomatique formaliste : c'est une géométrie où les axiomes ne sont plus fondés sur le sensible et la réalité. Elle se base sur la logique et le formel.

	Géométrie naturelle ou Géométrie I	**Géométrie axiomatique naturelle ou Géométrie II**	**Géométrie axiomatique formaliste ou Géométrie III**
Intuition	Sensible, liée à la perception, enrichie par l'expérience	Liée aux figures	Interne aux mathématiques
Expérience	Liée à l'espace mesurable	Schéma de la réalité	De type logique
Déduction	Proche du réel et liée à l'expérience par la vue	Démonstration basée sur des axiomes	Démonstration basée sur des axiomes
Type d'espace	Espace intuitif et physique	Espace physico-géométrique	Espace abstrait euclidien

Statut du dessin	Objet d'étude et de validation	Support du raisonnement et "figural concept"	Schéma d'un objet théorique, outil heuristique
Aspect privilégié	Evidence et construction	Propriétés et démonstration	Démonstration et lien entre les objets.

2 Organisation de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et au collège

À l'école maternelle c'est la dimension perceptive qui est privilégiée. Les élèves doivent être capables de différencier et de classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme, de reconnaître, de classer, de nommer et de dessiner des formes simples (carré, triangle, rond), et de reproduire un assemblage d'objets de formes simples à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).

À l'école élémentaire c'est la dimension instrumentée qui est déterminante. L'enseignement élémentaire vise des compétences de repérage sur le plan ou dans l'espace, la connaissance des objets géométriques de base du plan et de l'espace et de leurs propriétés les plus importantes ; les élèves doivent pouvoir contrôler les propriétés géométriques d'une figure à l'aide des instruments.

Ils doivent aussi être capables de tracer des figures planes simples ou complexes en utilisant les instruments adaptés, sur papier uni ou quadrillé, à partir d'un modèle, d'une description ou d'un programme de construction. Ils utilisent un vocabulaire spécifique (solides de l'espace et figure planes).

Au collège, la dimension déductive est privilégiée du point de vue des raisonnements. Les objectifs du collège sont d'une part l'enrichissement des savoirs concernant les figures élémentaires et leurs relations ainsi que leur hiérarchisation et leur structuration : propriétés d'incidence, des propriétés fondamentales des triangles, des quadrilatères et des cercles, des théorèmes de Thalès et de Pythagore ainsi que des formules trigonométriques permettant ainsi de calculer des mesures de longueur ou d'angle. Quelques connaissances concernant les isométries du plan (symétrie orthogonale et symétrie centrale) sont également visées.

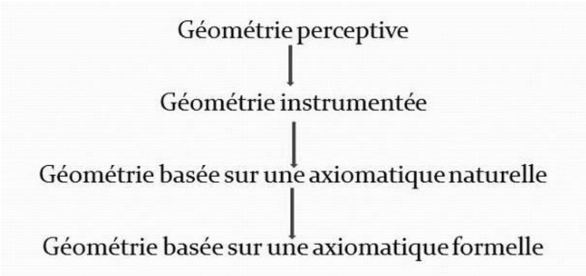


Figure 2

Les différents types de géométrie

Le diagramme ci-dessus précise les différents types de géométrie auxquels l'élève est confronté au cours de sa scolarité, de l'enseignement primaire à l'enseignement secondaire. Si le contrat didactique est spécifique à chacun des types de géométrie, les connaissances et les savoirs inhérents au « précèdent » type de géométrie, occupent une place importante et jouent un rôle essentiel lors de l'élaboration du répertoire de représentation associé au nouveau type de géométrie objet d'étude.

3 Analyse des difficultés des étudiants de M1 lors de la résolution d'activités géométriques

Nous avons proposé, durant l'année universitaire 2012-2013, à nos étudiants de première année de master SMEEF, Sciences pour les Métiers de l'Enseignement de l'Education et de la Formation, option enseignement auprès des enfants, le problème de géométrie ci-dessous (Extrait du CRPE[2] Amiens 2000). Ces étudiants de M1 se destinent à enseigner les mathématiques et d'autres disciplines à des enfants de l'école primaire âgés de 3 à 11 ans. La plupart de ces futurs enseignants du primaire ne sont pas issus de filières scientifiques.

Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à l'analyse des réponses produites par les étudiants à la dernière question du problème de géométrie objet de notre étude.

Notre objectif est l'analyse des difficultés des étudiants à passer de la géométrie GI à la géométrie GII plus précisément à répondre aux attentes du contrat didactique en proposant une procédure de type GII de manière à apporter une réponse argumentée idoine.

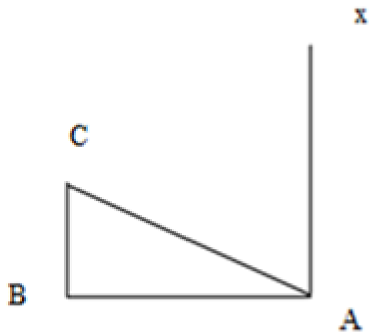
On donne le triangle ABC rectangle en B tel que AB = 4 cm et BC = 2 cm. La demi-droite [Ax) est perpendiculaire à la droite (AB). M est un point de la demi-droite [Ax).

Le but de ce problème est d'obtenir des configurations particulières du triangle AMC.

5) On note C' le symétrique du point C par rapport à la droite (AB).

a) Le triangle ACC' est-il équilatéral ? Justifiez.

b) Existe-t-il un point M tel que le triangle ACM soit équilatéral ? Justifiez.



Analyse des réponses des étudiants M1 :

L'analyse didactique des travaux des étudiants conduit à classer les réponses produites selon trois catégories dans le cadre de la classification proposée par Houdement & Kuzniak (2006).

1) Les réponses qui élaborent une procédure expérimentale de non existence du triangle s'appuyant exclusivement sur la réalisation d'une construction (GI)

Pour illustrer cette première catégorie examinons les réponses de deux étudiants (e1) et (e2) à la question 5 b respectivement 5a et 5b suite à la réalisation de la construction :

(e1) "Non. L'intersection du cercle de centre A et du cercle de centre C, de diamètre AC correspond au point M de manière à avoir AC=AM=CM. Le point d'intersection M n'est pas situé sur la droite [Ax). "

Pour certains étudiants, l'utilisation des instruments, comme le compas, résout par la négative le problème c'est-à-dire conduit l'étudiant à établir la non existence du triangle équilatéral. Mais dans le cadre du contrat didactique inhérent à la géométrie déductive, la construction permet seulement d'établir une conjecture mais elle ne constitue en aucun cas une preuve acceptable du point de vue du contrat didactique.

Un autre étudiant (e2) ayant réalisé la construction rédige sur sa copie le raisonnement suivant :

"Si AMC est équilatéral alors ACM=CMA=MAC ou AC=AM=CM.

Si AM est équilatéral, il est nécessairement isocèle en A. On reporte donc la longueur [AC] sur la demi-droite [Ax) de telle sorte que CA=AM.

On trace le triangle CAM et on remarque que CM≠CA."

Ces deux productions contribuent véritablement à illustrer des productions qui relèvent de cette première catégorie.

2) Les réponses qui relèvent de l'élaboration d'un raisonnement hypothético-déductif qui s'appuie sur des propriétés géométriques (GII).

---

[2] Concours de Recrutement de Professeurs des Ecoles

3) Les réponses qui relèvent d'un raisonnement s'appuyant tour à tour sur des arguments qui se réfèrent à GI et des pas de raisonnements hypothético-déductifs relevant de GII.

Mise en activité des participants

La mise en activité des participants repose sur l'analyse didactique de productions d'étudiants de M1 notées respectivement Production 2, Production 3, Production 4, Production 8, Production 11 (Annexe 1)

La consigne donnée aux participants est la suivante : Dans une première partie, pour chacune des productions numérotées proposées (2, 3, 4, 8) respectivement (2, 3, 8, 11) analyser les connaissances et les savoirs mobilisés par les étudiants lors de la résolution de 5a) et de 5b). En déduire à quel(s) type(s) de géométrie peut-être rattachée chaque étape des raisonnements produits.

Dans une seconde partie, expliciter quels usages vous feriez de ces productions d'étudiants en formation initiale ?

Première partie : analyse des connaissances, savoirs et raisonnements mobilisés

Production 2 : La production « de rêve » selon certains participants.

Question d'un participant : « Des étudiants ont-ils déduit des questions précédentes la réponse à la question 5b ? »

Réponse : oui. Plusieurs étudiants ont appuyé leur raisonnement sur la conclusion d'une question précédente.

Production 3 : Des participants parlent de « pseudo-paradigme ». L'étudiant est persuadé qu'il est en GII car il utilise les racines carrées et des instruments pour illustrer des propriétés mathématiques.

Il y a un effet de contrat : quand on demande de donner un contre-exemple, la production d'une figure suffit souvent. L'étudiant cherche peut-être à produire un contre-exemple.

L'étudiant éprouve des difficultés à se positionner. Il écrit « M' » et la configuration est telle que visuellement M' n'appartient pas à la demi-droite [A,x). Les participants se demandent quelle aurait été la conclusion de l'étudiant si le point M' avait été plus proche de cette demi-droite.

Les participants utilisent le terme « d'allers et retours » entre GI et GII.

On peut noter que les étudiants ont posé cette question lors de la « correction » de ce devoir : « A partir de quel « écart[3] » est-il nécessaire de produire une démonstration ? ». Pour eux il y aurait continuité et non pas rupture entre les deux types de géométrie. On démontre quand la précision des instruments ne permet pas de « lire » le résultat sur la figure. Ils ne font pas la distinction entre la figure mathématique et sa représentation.

Production 4 : Mesure des angles au rapporteur. L'étudiant est clairement en GI.

Production 8 : Idem production 3.

Production 11 : L'étudiant se situe en GI. Il compare les trois longueurs mais ne produit pas un « contre-exemple » comme les autres étudiants.

En conclusion, les réponses de classification des productions sont conformes à nos attentes et peuvent se résumer dans un tableau de synthèse :

- Elaboration d'une procédure expérimentale de non existence du triangle s'appuyant exclusivement sur la réalisation d'une construction (GI)
- Les réponses qui relèvent d'un raisonnement hypothético-déductif qui s'appuie sur des propriétés géométriques (GII)

[3] Il faudrait comprendre tolérance

- Production s'appuyant tour à tour sur des arguments qui se réfèrent à GI et des pas de raisonnements hypothético-déductifs relevant de GII.

	Question 5b	**Connaissances et savoirs mobilisés**	**Type de géométrie**
P_2	Utilisation de la question précédente pour montrer qu'un angle ne peut pas avoir une mesure de 60°.	Propriétés des triangles particuliers et de la symétrie axiale.	GII
P_3	Essai de justification. Cite les propriétés que devrait vérifier le triangle puis conclut avec une lecture sur la figure.	Propriétés du triangle équilatéral.	Les raisonnements produits relèvent de GI et GII.
P_4	Lecture d'un angle à l'aide du rapporteur	Somme des angles d'un triangle.	GI
P_8	Par essai de construction et lecture sur la figure	Egalité de longueur des côtés d'un triangle équilatéral	Les raisonnements produits relèvent de GI et GII.
P_{11}	Comparaison des longueurs sur la figure. Cite le compas comme outil pour le report des longueurs.	Egalité de longueur des côtés d'un triangle équilatéral	GI

Classification des productions proposées par les participants à l'atelier

<u>Deuxième partie</u> : exploitation possible en formation initiale

Ce type de travaux aide à l'analyse de productions d'élèves. On peut par exemple projeter les différentes productions et demander aux étudiants de les comparer. La confrontation des analyses des étudiants peut amener un débat qui fera évoluer leurs conceptions. Ces productions peuvent permettre d'expliciter les attendus du concours et de clarifier les règles du contrat.

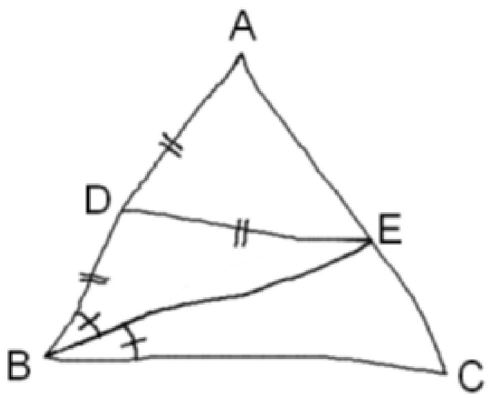
La question du statut de la figure est alors un élément de débat émanant de participants. Est-elle toujours identifiée comme relevant exclusivement de G1 quels que soient les instruments et outils utilisés ? Les étudiants de M1 découvrent pendant la formation les constructions à la règle et au compas. Ne leurs donnent-elles pas un statut privilégié en leurs faisant jouer le rôle de démonstration? Après discussion entre les participants la réponse apportée est oui. Des participants font remarquer que dans ce cas une figure à main levée suffit et qu'elle permet plus facilement aux étudiants d'accéder à la nécessité d'une démonstration.

Exemple : Sujet de concours blanc –IUFM d'Aquitaine (mai 2013)

Dans la figure ci-contre effectuée à main levée, les points A, D, B sont alignés ainsi que les points A, E et C.

Affirmation 5 : E est le milieu de [AC].

Vraie/fausse. Justifier votre réponse

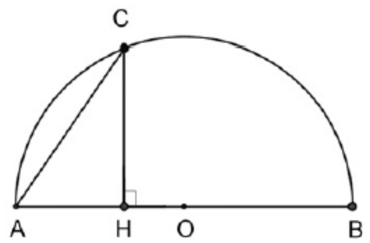


Il appartient donc aux formateurs d'être vigilants aux énoncés proposés qui peuvent être ambigus et entretenir la confusion entre GI et GII. Quand la construction d'une figure précise à la règle et au compas est demandée en début d'exercice le programme de construction qui permet de l'obtenir relève de GII (analyse des propriétés de la figure, raisonnement et prise de décision pour établir une chronologie des tracés) mais la figure produite est en GI et ne pourra pas servir d'appui pour une démonstration en GII.

Les exemples sont nombreux de difficultés induites par les formulations des sujets d'examen et de concours.

Exemple 1 : CRPE 2012 groupement 3

Sur la figure ci-dessous, C est un point du demi-cercle de diamètre [AB].



Affirmation 7 : Si $AB = n$ et $AH = 1$, alors $AC = \sqrt{n}$.

L'énoncé ne dit pas que le point H appartient au segment [AB], cette information est « lue » sur la figure Au-delà de cette nécessaire attention portée aux énoncés il nous semble indispensable d'amener les étudiants à une distinction des différents types de géométrie dès les premières heures d'étude de ce domaine. Les apports théoriques seront appuyés par un travail systématique sur la validité des preuves produites en référence à un niveau de géométrie donné.

V - ANALYSES DIDACTIQUES D'ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUEPROPOSÉES DANS LE MICRO-ESPACE ET DANS LE MÉSO-ESPACE

1 Quelques points de repères inhérents au dispositif de formation en deuxième année de Master SMEEF dans le domaine espace et géométrie

Dans cette dernière partie nous nous intéresserons plus particulièrement aux apprentissages géométriques tels qu'ils sont étudiés dans le cadre de la deuxième année de Master SMEEF.

A l'IUFM d'Aquitaine, les apprentissages spatiaux et géométriques entrent dans le cadre de l'UE4.2, Spécificités du métier, programmation des apprentissages en mathématiques. Le volume horaire qui leur est consacré est 10h de travaux dirigés (soit 5TD de 2 h) et 1 Cours Magistral sur le thème Espace et géométrie (de 2h).

- Dans le domaine Grandeurs et Mesure/Espace et Géométrie

Cycle 1 : Géométrie Formes et grandeurs, géométrie perceptive, activités dans le micro et méso-espace. Dimension langagière.

Cycle 2 : Géométrie/Grandeurs et mesure

Utilisation des instruments de mesure (règle, équerre) et de géométrie

Géométrie les activités de reproduction (papier quadrillé) travaux sur l'alignement de points, notion de perpendicularité. *Spécificité du contrat didactique en géométrie*. Analyse des procédures de construction (rapport à la figure/utilisation des instruments/nature des situations/analyse des processus de vérification/ analyse des difficultés/place du langage)

- Mesure et mesurage. Les enjeux du mesurage dans le méso-espace.

Cycle 3

La construction d'un triangle à partir de 3 segments matérialisés (situation d'action) dans le micro-espace.

Caractérisation des losanges par mise en place de situation de communication dans le micro-espace.

Reconnaissance de droites parallèles, construction de droites parallèles.

Caractérisation des quadrilatères

Description de figures complexes (assemblage de figures)

2 Etude d'une situation de reproduction de figures dans le méso-espace

2.1 *Mise en activité des participants*

Nous avons fait le choix de prendre comme objet d'étude la reproduction de figures dans le méso-espace et pour cela de confronter les participants à une mise en situation. Ceci dans le but de prendre conscience des connaissances et des savoirs susceptibles d'être mobilisés dans la cadre de l'activité mais également de faciliter le travail des participants lors de l'élaboration de l'analyse a priori de cette même situation qui a été proposée à des élèves de CM1-CM2.

La consigne donnée est la suivante:

Consigne : Nous vous proposons de travailler dans le méso-espace, vous allez devoir reproduire sur le sol une figure géométrique, à l'aide d'instruments mis à votre disposition. L'espace est partagé en deux, d'une part celui dans lequel se trouve chacune des figures à reproduire, d'autre part l'espace dans lequel vous devrez effectuer le tracé au sol. La figure modèle doit être conservée dans l'espace qui lui est dévolu.

Nous considérerons que la reproduction est correcte si "l'écart" entre le tracé et la figure-modèle n'excède pas 1 cm.

Nous souhaiterions que vous rédigiez sur une feuille de paperboard les étapes de la construction afin de confronter les procédures utilisées.

Les instruments et outils mis à disposition sont : ficelles, tasseaux de bois, équerre en carton, feutres, craies.

Les figures données en modèle ont pour dimensions

Figure	A, H	B	C	D	E	F
Côté (cm)	68	68	75	68	75	68
Angle aigu (degré)	60	70	70	60	70	70

Voici dans le tableau ci-dessous l'analyse des procédures mises en œuvre par les différents groupes de participants

Groupe	Vérification de la nature de la figure	(1) Prise d'information et décision à partir de la figure modèle (2) Technique de tracé	Outils utilisés	Analyse de la figure
A	Double pliage selon les axes de symétrie supposés. Conclusion : la figure est un losange.	(1) Après le double-pliage, mesure des longueurs des côtés du triangle rectangle obtenu. (2) Construction de ce triangle. Tracé des symétriques de ce triangle par rapport à ses côtés perpendiculaires. Vérification des longueurs des côtés.	Ficelle Gabarit angle droit Tasseau	Losange vu comme assemblage de 4 triangles rectangles isométriques.
B	Double pliage pour comparer les longueurs des 4 côtés. Puis comparaison de la longueur d'une diagonale et des côtés pour savoir si le losange est constitué de deux triangles équilatéraux. Conclusion : la figure est un losange qui est constitué de deux triangles isocèles non équilatéraux.	(2) Tracé d'une diagonale Tracé de deux triangles isocèles de base commune cette diagonale. Ficelle utilisée comme compas.	Ficelle Tasseau	Losange vu comme deux triangles isocèles isométriques et symétriques par rapport à une diagonale.

C	Idem A	(1) Mesure d'une diagonale, repérage du milieu (cf. pliage précédent) (2) Tracé de cette diagonale, de son milieu. Tracé de la perpendiculaire passant par le milieu (1) Mesure de la deuxième diagonale, repérage du milieu (2) Tracé de la deuxième diagonale. Tracé des côtés.	Gabarit d'angle droit pour tracer les diagonales perpendiculaires.	Les diagonales d'un losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.
D	Idem A	(2) Idem B puis Vérification de la longueur de la deuxième diagonale.	Ficelle Tasseau	Idem B
E	Idem A	Idem C	Tasseau pour reporter les longueurs et tracer les droites. Gabarit d'angle droit pour tracer les diagonales perpendiculaires.	Idem C
F	Idem A	(1) Longueur des deux demi-diagonales à l'aide de la ficelle. (2) Tracé d'une demi-diagonale puis de son symétrique par rapport à l'une de ses extrémités. Même procédé pour la deuxième diagonale afin que ces diagonales soient perpendiculaires et se coupent en leur milieu.		Idem C
G	Idem A	Idem C	Ficelle	Idem C
H	Idem A	Idem C	Idem C	Idem C

Analyse des procédures mises en œuvre par les participants de l'atelier

2.2 Présentation et analyse a priori de la situation de reproduction dévolue aux élèves d'une classe de CM1-CM2

Présentation de la situation dévolue aux élèves

Consigne donnée aux élèves : « Le travail que vous allez réaliser va se passer sous le préau. Vous allez travailler par groupes. Chaque groupe aura une figure géométrique qui sera collée sur le mur du préau. Il devra la reproduire sur le sol du préau le plus précisément possible. Pour réussir, l'écart entre la figure modèle et la figure reproduite ne devra pas excéder 1 cm. Chaque groupe devra tracer la figure dans l'endroit qui lui est réservé. Les figures à reproduire peuvent être détachées du mur mais ne doivent pas quitter l'espace initial délimité par des bancs. »

Les instruments et outils mis à disposition des élèves sont : ficelles, tasseaux de 2 m, équerres en carton, feutres, craies, brosses pour effacer (ces outils et instruments sont similaires à ceux dont les participants ont disposé lors de la mise en situation).

Les différentes phases du déroulement de la séquence

Phase 1 : Dévolution de l'activité
Phase 2 : Mise en situation d'action
Phase 3 : Regroupement. Validation et formulation des procédures

Matériel utilisé

Losange	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Côté (cm)	68	68	75	68	75	68
Mesure des angles aigus (en degré)	60	70	70	60	70	70

Analyse a priori de la situation d'apprentissage

A. Sur le plan mathématique

- La réponse attendue est :
  - La vérification de la nature de la figure modèle.
  - L'organisation des prises d'informations et tracés et la réalisation de la figure demandée conformément au contrat didactique.
  - La formulation des étapes de construction avec l'explicitation et la justification des procédures utilisées.
- Procédures attendues (idoines) présentées de façon détaillée et construites à partir du répertoire didactique de la classe :

Première partie : procédures attendues pour les prises d'informations sur la figure initiale.

Report ou comparaison de longueurs : utilisation de la ficelle ou du tasseau, pliage.

Report d'angle : fabrication d'un gabarit d'angle.

Détermination du milieu des diagonales : pliage de la figure modèle, tracé de ses diagonales ou utilisation de la ficelle pliée en deux.

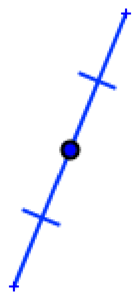
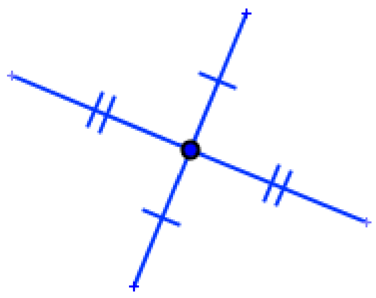
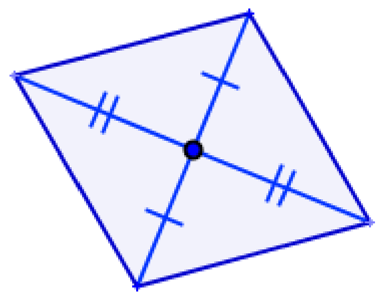
Deuxième partie : procédure attendue pour vérifier la nature de la figure

Comparaison des longueurs des côtés du quadrilatère à l'aide de la ficelle, du tasseau ou par double pliage.

Troisième partie: procédures attendues pour l'organisation du tracé.

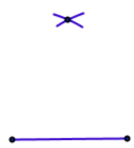
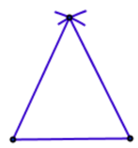
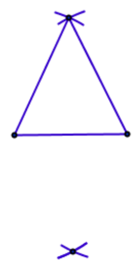
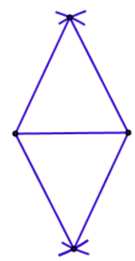
<u>Procédure 1</u> : par utilisation en acte des propriétés des diagonales d'un losange.

- Tracé d'une diagonale et de son milieu.
- Tracé de la deuxième diagonale perpendiculaire et de même milieu.
- Tracé des côtés du losange.

		
Etape 1	Etape 2	Etape 3

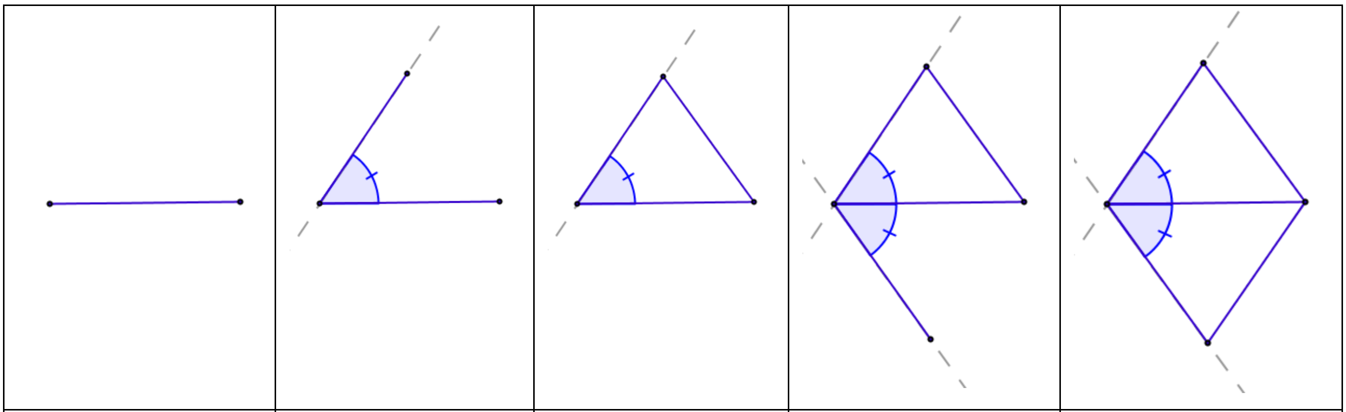
<u>Procédure 2</u> : décomposition du losange en deux triangles isocèles isométriques de même base et report de longueurs.

- Tracé d'une diagonale
- Tracé d'un triangle isocèle ayant cette diagonale pour base en utilisant la ficelle pour reporter les longueurs.

				
Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5

<u>Procédure 2 bis</u> : décomposition du losange en deux triangles isocèles isométriques de même base et report d'un angle.

- Tracé d'un côté d'un des deux triangles isocèles.
- Tracé d'un second côté par report d'un angle.

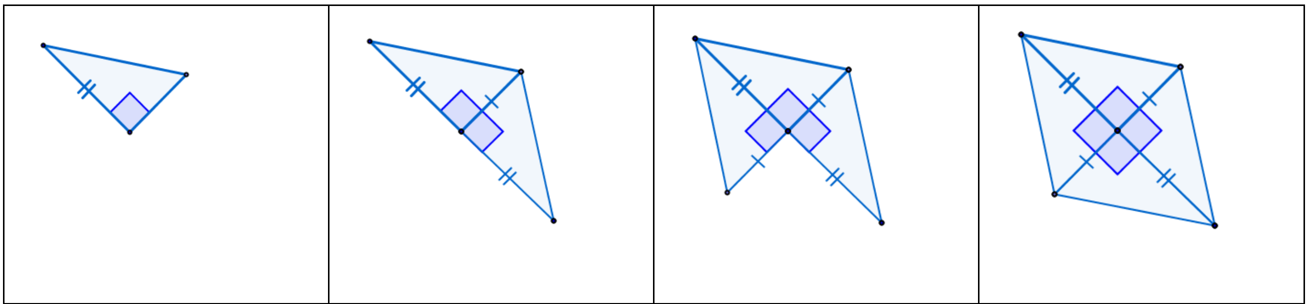


Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5

- Tracé du troisième côté de ce triangle.

Procédure 2 ter : décomposition du losange en deux triangles équilatéraux ayant un côté commun (dans le cas d'un losange dont les angles aigus ont pour mesure 60°)

Procédure 3 : décomposition du losange en quatre triangles rectangles



Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4

B. Sur le plan didactique

a) Les élève sont confrontés initialement à une situation d'action permettant différents niveaux de rétroaction et ensuite lors de la mise en commun à une situation de communication visant à formuler la démarche de réalisation.

b) Les principales variables didactiques sont :

- Les dimensions des losanges à reproduire : d'une part la longueur des côtés et d'autre part la mesure des angles.
- La nature du support qui permet ou non d'avoir recours à une procédure de pliage. Nous avons fait le choix d'une matière (tissu) qui permet d'effectuer des pliages et d'en conserver la trace.
- Les outils mis à disposition des élèves et en particulier le rapport entre la longueur des tasseaux et la longueur des diagonales, le type de gabarit d'angle droit fourni (équerre « cassée », feuille de papier à plier…).
- La présence ou non d'une trace de pli (axe de symétrie) sur les figures à reproduire.

c) Scénario envisagé : dans cette situation les élèves travaillent en groupes hétérogènes, mixtes (CM1/CM2) de 3 à 4 élèves.

- Dévolution de l'activité : en classe le maître donne la consigne, la fait reformuler et présente le matériel qui n'est pas familier en le nommant (les tasseaux). Il précise la composition des groupes qui est affichée au tableau.
- Mise en situation d'action : sous le préau les élèves sont répartis par groupes. Chaque groupe prend connaissance de la figure à reproduire et de l'espace attribué à cet effet. Les instruments et outils sont mis à disposition de tous les élèves. Après reformulation de la consigne les groupes sont mis en activité pour une durée de 20 minutes.
- Mise en commun et validation : à l'issue de la phase d'action chaque groupe présente son tracé à l'ensemble de la classe et explicite sa démarche en précisant les étapes de construction et les outils utilisés. Le groupe valide ensuite en effectuant la superposition avec la figure modèle. Si l'écart entre la figure modèle et le tracé réalisé est inférieur à 1cm la production est déclarée valide par l'ensemble de la classe.
- Institutionnalisation : de retour dans la classe une synthèse est faite des différentes procédures utilisées et du rôle de chaque outil.

d) Les difficultés prévisibles sont :

- le maniement des tasseaux auquel les élèves ne sont pas familiarisés.
- La gestion des repères sur le tasseau (oubli de l'origine, confusion entre les différentes marques inscrites sur le tasseau)
- Le manque de précision dans le report des longueurs, en particulier lors de l'usage de la ficelle.
- La nécessité d'effectuer de nombreux allers retours entre le modèle et la figure reproduite par manque d'anticipation et d'organisation de l'action. La durée de l'activité étant limitée.
- Le non transfert des connaissances acquises dans le micro-espace dans un espace de travail nouveau.
- Le manque de coordination au sein du groupe pour organiser les prises d'information et les tracés.
- La difficulté à prendre des décisions quant aux choix des informations à prendre sur la figure modèle.

e) Aides et différenciations envisagées

- La figure en papier peut avoir été pliée pour marquer une ou les deux diagonales.
- Des questions peuvent être posées aux groupes en difficulté : de quelle information avez-vous besoin ? Quel outil pourrait vous être utile ?
- Si un groupe a terminé son tracé avant les autres il sera invité à rédiger par écrit les procédures utilisées pour la reproduction de la figure.

f) La validation est faite par les élèves par superposition de la figure modèle sur la figure reproduite.

2.3 Analyse a posteriori de certaines productions d'élèves

Groupes	Groupe 1	Groupe 2
Outils et instruments utilisés	Ficelle pour reporter des longueurs Ficelle pour trouver le milieu d'une diagonale Gabarit d'angle Tasseau pour tracer des droites	Tasseau, équerre
Prise d'information	Report de la longueur d'un côté. Report de l'angle entre ce côté et la diagonale à partir d'un gabarit d'angle construit par les élèves. Utilisation de la ficelle pour obtenir le milieu de la petite diagonale.	Pliage selon la grande diagonale afin d'obtenir le milieu. Utilisation du tasseau pour reporter la grande diagonale.
Raisonnements et décisions	Tracé d'un côté du losange par report de longueur avec la ficelle. Essai de tracé d'une diagonale. Nécessité de connaître l'angle formé par le côté et la diagonale : Report de l'angle entre ce côté et une diagonale à partir du « gabarit » d'angle produit. Tracé de la petite diagonale. Tracé du troisième côté du triangle. Tracé de la hauteur du triangle. Puis tracé du symétrique par prolongement de la « droite » et report de la longueur. La figure est ensuite codée et les points sont nommés.	Pliage de la figure en deux pour marquer le milieu d'une diagonale. Report puis tracé de la grande diagonale, report puis tracé de la petite diagonale perpendiculairement et de même milieu.
Connaissances et savoirs mobilisés	Construction d'un triangle connaissant les longueurs de deux côtés et l'angle qu'ils forment. Axe de symétrie du losange Construction du symétrique d'un point par rapport à une droite.	Axes de symétrie du losange. Les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Groupe	**Groupe 3**	**Groupe 4**
Outils et instruments utilisés	Tasseau, équerre	Tasseau, équerre
Prise d'informations	Pliage de la figure modèle selon la petite diagonale Mesure grande diagonale à l'aide du tasseau (marque). Mesure de la petite diagonale à l'aide du tasseau (marque) Pliage de la figure selon la grande diagonale. Identification du milieu, intersection des diagonales. Report de la petite diagonale et du milieu sur le tasseau identification par marquage de couleur.	Pliage de la figure modèle selon la petite diagonale. Mesure petite diagonale, marque sur tasseau. Utilisation du tasseau pour déterminer le point d'intersection des diagonales sur la figure, marquage de ce point sur la figure initiale. Difficultés pour identifier les marques sur le tasseau.
Décisions et raisonnements	Tracé de la grande diagonale par report de mesure sur le tasseau. Tentative de tracé de la hauteur d'un triangle sur la figure. Double pliage selon les diagonales pour déterminer le milieu. Tracé de la seconde diagonale	Multiples tentatives de mesurage des diagonales à l'aide du côté de l'équerre. Tracé de la petite diagonale. Repérage du milieu. Tracé de segments perpendiculaires à l'aide de l'équerre. Tracé de la grande diagonale.
Connaissances et savoirs mobilisés	Les diagonales sont perpendiculaires entre elles. Les triangles qui forment le losange sont isocèles. Les diagonales se coupent en leurs milieux.	Les diagonales se coupent en leurs milieux. Les diagonales sont perpendiculaires entre elles.

Analyse des connaissances et des savoirs mobilisés par les élèves

2.4 La conception des objets et de leurs propriétés dans les différents espaces

Pour des raisons ergonomiques et à cause des techniques différentes qu'elles imposent, la conception des objets de la géométrie est différente dans chacun de ces milieux. La mise en situation des participants visait principalement à une prise de conscience de la spécificité et de la richesse (du point de vue des apprentissages) des activités géométriques dans le méso-espace. Cet atelier a permis de mettre en lumière la diversité des procédures mises en œuvre, de plus la richesse des techniques utilisées reflète la variété des représentations que les participants ont d'une même figure.

Les propriétés géométriques, la propriété d'alignement, la propriété de perpendicularité, la conservation des distances (transformations isométriques : symétrie axiale, rotation) conduisent à la mise en œuvre de raisonnements distincts selon l'espace dans lequel les tâches doivent être réalisées mais aussi selon les instruments et outils mis à disposition des élèves.

«Dans le micro-espace, les tâches de tracé - droites, cercles- sont effectuées avec des instruments qui prennent en charge le travail et le contrôle sans que l'élève ait à investir des connaissances pour effectuer ou vérifier; dans le méso-espace, la cour par exemple, le tracé d'une droite, d'un angle droit ou d'un cercle nécessite la mise en œuvre de connaissances géométriques » (Bloch & Salin, 2004)

VI - CONCLUSION

L'analyse des productions d'étudiants de la partie III illustre la difficulté des étudiants à identifier le type de géométrie auquel ils doivent se référer. Pour les aider dans cette différenciation il appartient au formateur d'établir un contrat didactique clair, sans ambiguïté et d'être vigilant au statut de la figure qui peut prêter à confusion. Ainsi des constructions produites avec rigueur et précision en utilisant les instruments idoines peuvent donner l'illusion aux étudiants de travailler dans GII. Le recours aux figures à main levé est préconisé pour éviter cet écueil.

Il résulte, des analyses didactiques présentées dans la partie précédente (partie IV), que l'élaboration du répertoire de représentation nécessite de faire dévolution aux élèves de situations adidactiques permettant de favoriser la mise en œuvre de raisonnements et ainsi d'accéder aux raisons de l'apprentissage du savoir visé. Cette mise en situation adidactique est nécessaire mais n'est pas suffisante, en effet il convient de réfléchir aux « formes » d'institutionnalisation des savoirs spatiaux et géométriques autrement dit à la manière d'élaborer et de structurer le répertoire didactique en aval de la situation adidactique dévolue aux élèves.

La construction de connaissances et de savoirs dans le domaine spatial et géométrique nécessite de privilégier les situations favorisant la prise de décisions, l'utilisation des instruments et la schématisation mais aussi d'intégrer au dispositif des modes de validation des productions en proposant des situations d'action qui permettent à l'élève d'obtenir des rétroactions significatives afin de prendre conscience de la pertinence de son raisonnement et ainsi percevoir le domaine de validité de sa procédure.

Les phases de formulation des démarches contribuent à conjuguer la pluralité des raisonnements et par là-même à une confrontation des représentations conduisant à un enrichissement du répertoire de représentation.

Les activités spatiales et géométriques doivent être proposées tour à tour dans le micro-espace et dans le méso-espace afin de pouvoir accéder aux différents sens des connaissances et des savoirs en les reliant aux situations adidactiques, dévolues dans les différents espaces, ayant eu un rôle déterminant et significatif dans l'élaboration du répertoire.

VII - BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (2001) L'enseignement de la géométrie au début collège. Comment peut-on concevoir le passage de la géométrie du constat à la géométrie déductive ?, Petit x, **56**, 5-34.

Bloch I. & Gibel P. (2011) Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite, Recherche en Didactique des Mathématiques, 31-2, 191-228, Grenoble : La Pensée Sauvage.

BLOCH I. & OSEL C. (2009) L'apprentissage de la géométrie à l'école primaire : analyse d'une progression centrée sur les problèmes spatio-géométriques et leurs représentations. Actes du XXXVIème Colloque COPIRELEM, IREM de Toulouse.

BLOCH I. & SALIN M.H. (2004) Espace et géométrie dans le méso-espace à l'école primaire et au début du collège. Actes du XXXème colloque COPIRELEM IREM de Marseille

BRACONNE-MICHOUX A. (2008) *Evolution des conceptions et de l'argumentation en géométrie chez les élèves: paradigmes et niveaux de Van Hiele à l'articulation CM2 - 6ème*, Thèse de l'Université Paris7-Diderot.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (2000) Espace et géométrie. Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques du Département des Sciences de l'éducation de l'Université de Crète à Réthymnon.

BROUSSEAU G. & GIBEL P. (2005) Didactical Handling of Students' Reasoning Processes in Problem Solving Situations, *Educational Studies in Mathematics* **59**, 13-58.

GIBEL P. (2004) *Fonctions et statuts des différentes formes de raisonnement en clases de mathématiques à l'école primaire*, Thèse soutenue à l'université Bordeaux 2-Victor Segalen.

GIBEL P. (2008) Analyse en Théorie des Situations Didactiques d'une séquence destinée à développer les pratiques du raisonnement en classe de mathématiques, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **13**, 5-39.

GOBERT S. (2001) *Questions de didactique liées aux rapports entre la géométrie et l'espace sensible dans le cadre de la géométrie à l'école élémentaire*, Thèse université Paris7-Denis Diderot.

HOUDEMENT C. & KUZNIAK A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, **11**, p. 175-193.

PERRIN-GLORIAN M.J. ET AL. (2013), Comment peut-on penser l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans? Repère-IREM **90**, 5-41.

VIII - ANNEXES

Annexe 1 Productions des étudiants de M1

5) a La droite (AB) est axe de symétrie pour le triangle ACC' donc $AC = AC'$, soit $AC' = 2\sqrt{5}$.

De plus, B est le milieu de [CC'] donc $CC' = 2BC$, soit $CC' = 4$.

Un triangle équilatéral a ses trois côtés de même longueur.

Comme $AC' \neq CC'$, le triangle ACC' n'est pas équilatéral.

b Le triangle ACC' est isocèle ($AC = AC'$) avec (AB) comme axe de symétrie et non équilatéral, l'angle $\widehat{BAC}$ ne mesure pas 30°.

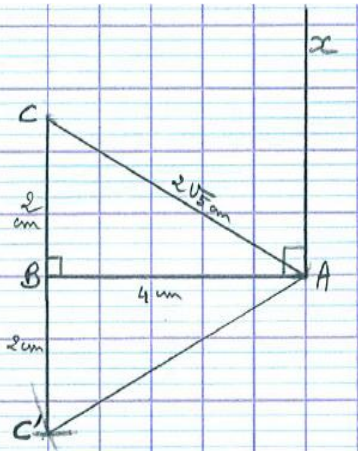
Or l'angle $\widehat{BAM}$ mesure 90° car M est sur [Ax), donc l'angle $\widehat{CAM}$ ne mesure pas 60° quel que soit le point M sur (Ax).

Un triangle équilatéral a trois angles qui mesurent 60° donc il n'existe pas de point M tel que ACM soit équilatéral.

Production 2 (5a et 5b)

5)

a)



C' est le symetrique de C par rapport à AB

alors $BC = BC' = 2$ cm et $AC = AC' = 2\sqrt{5}$

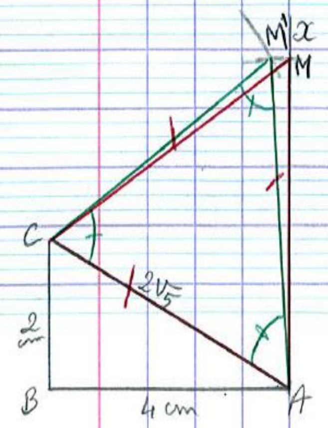
Dans le triangle ACC', on a donc AC et AC' qui sont de même longueur et $CC' = BC + BC' = 4$ cm

$4 \text{ cm} \neq 2\sqrt{5}$ cm or dans un triangle équilatéral, les trois côtés sont de même longueur.

Le triangle ACC' est donc isocèle en A.

Production 3 (5a)

b) M doit toujours se situer sur la droite (Ax)
Si ACM est un triangle équilatéral alors
$AC = CM' = AM' = 2\sqrt{5}$ cm et $\widehat{ACM'} = \widehat{CAM} = \widehat{AM'C} = 60°$



Avec cette configuration, le point M ne se situe pas sur la demi-droite $[Ax)$.
Si M est sur la droite (Ax) alors
$AM = AC = 2\sqrt{5}$ mais $AM \neq CM$ et
L'angle $\widehat{CAM}$ vaut plus que 60°.

Production 3 (5b)

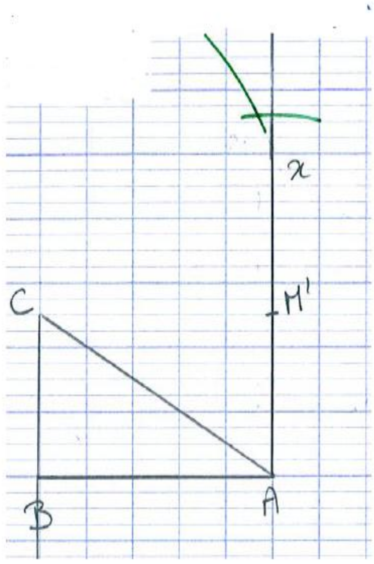
5) a) Le triangle ACC' n'est pas un triangle équilatéral : Un triangle équilatéral possède trois côtés de même mesure alors pour que ACC' soit équilatéral il faut que $AC = CC' = C'A$.
On sait que $AC = \sqrt{20}$ cm.

Calcul CC' : Le point C' est le symétrique de C par rapport au point B. Ainsi $BC = BC' = 2$ cm.
Le segment $[CC']$ mesure donc 4 cm. Le segment $[CC']$ n'a pas la même mesure que $[AC]$. ACC' n'est pas équilatéral.

Production 4 (5a)

b) Il n'existe pas de point tel que ACM soit équilatéral. En effet, l'angle CÂM mesure 65° (après lecture au rapporteur). Or, dans un triangle équilatéral, les angles ont la même mesure ; chaque angle mesure donc 60° de telle sorte que la somme des angles soit égale à 180°.

Production 4 (5b)



5) a. Avec C' symétrique de C par rapport à (AB) alors B est milieu de CC' et BC = 2 cm = BC'
donc CC' = BC + BC' = 2 + 2 = 4 cm.
On a AC = $2\sqrt{5}$ cm d'après question 1).
Donc le triangle ACC' n'est pas un triangle équilatéral, c'est un triangle isocèle en A.

b. Il n'existe pas de point M situé sur [Ax) qui soit à $2\sqrt{5}$ cm de A et de C donc il n'exist pas de point M tel que ACM soit équilatéral.
(voir sur la construction traits verts)
Le point n'est pas situé sur [Ax).

Production 8 (5a et 5b)

5) a) (BA) est l'axe de symétrie du point C par rapport à C' dans le triangle ACC'.

CB = BC' = 2 cm.

Donc CC' = CB + BC' (C, B et C' 3 points alignés)

= 2 + 2

= 4 cm.

On sait que CA = $\sqrt{20}$ cm

$\neq$ 4 cm.

Donc le triangle ACC' n'est pas équilatéral.

b) On reporte à l'aide du compas la longueur AC sur la demi-droite [Ax). On nomme Π le point trouvé sur [Ax).

On compare les trois longueurs AC, CΠ, AΠ.

Les trois longueurs ne sont pas égales donc le triangle ACΠ n'est pas équilatéral.

Donc il n'existe pas de point Π tel que le triangle ACΠ soit équilatéral.

Production 11 (5a et 5b)

ANNEXE 2

Eléments relatifs à la progression de l'enseignant

1. Tracés de figures. Utilisation du compas pour reporter une longueur
2. Notion de droites parallèles. Activités axées sur la construction. P1 et P2
3. Cercles et compas P1
4. Angles
5. Notion de « bande » constituée de deux droites parallèles.
6. Introduction du parallélogramme comme intersection de deux « bandes » (de couleurs différentes pour mieux visualiser…). Les diagonales sont tracées et leurs propriétés sont « vues » à partir de ces tracés. P2
7. Idem pour le carré, le rectangle puis le losange dans cet ordre. Le losange est introduit comme intersection de deux bandes de même largeur. Dans une deuxième séance le maître présente la construction au compas (voir cahier de leçons).P3
8. Les triangles sont étudiés en commençant par les triangles particuliers. Les élèves cherchent à les tracer par eux-mêmes puis au moment de la correction les différentes méthodes sont exposées. Certains ont utilisé le compas. Cette méthode est reprise par le maître. P3
9. Hauteurs d'un triangle P3-P4
10. Symétrie axiale
11. Situation de communication les losanges micro-espace
12. Reproduction de losanges dans le méso-espace
13. Programmes de construction

ANNEXE 3 Quelques photographies des participants confrontés à la tâche de reproduction de losange dans le méso-espace