

# EXPLORER LES PATRONS DU CUBE : DE L'INTÉRÊT DES REPRÉSENTATIONS À L'AIDE DE LOGICIELS DE MATHÉMATIQUE DYNAMIQUE

**Anne CALPE**

Enseignante, collège Gaston Baty  
Institut Français de l'Éducation  
[anne.calpe@ac-lyon.fr](mailto:anne.calpe@ac-lyon.fr)

**Jean-Pierre RABATEL**

Professeur des écoles, Maître formateur, école Jean Moulin CALUIRE  
[jeanpierre.rabatel@laposte.net](mailto:jeanpierre.rabatel@laposte.net)

**Jean-François ZUCCHETTA**

Formateur, ESPé de Lyon  
[jean-francois.zucchetta@univ-lyon1.fr](mailto:jean-francois.zucchetta@univ-lyon1.fr)

**Sophie SOURY-LAVERGNE**

Enseignant-chercheur, Institut français de l'Éducation  
[sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr](mailto:sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr)

## Résumé

Nous avons présenté un travail sur l'utilisation des technologies pour l'apprentissage de la géométrie dans l'espace réalisé dans le cadre du projet MaDyP (Mathématiques Dynamiques au Primaire) de l'Institut Français de l'Éducation. L'atelier a permis aux participants de découvrir des cahiers informatisés créés avec le logiciel Cabri Elem pour travailler la notion de patron du cube. Ils ont exploré ces cahiers et ont pu les analyser du point de vue des variables didactiques et des différents types de rétroactions que permet le logiciel dans le but d'en dégager les potentialités didactiques.

Les usages en classe que nous avons expérimentés en classe de CM2 et de 6<sup>ème</sup> associent l'utilisation des cahiers informatisés à celle de matériels tangibles. Notre hypothèse, confortée par les observations, est que les environnements sont complémentaires pour l'apprentissage des élèves ; les différentes caractéristiques d'un patron de cube (forme et agencement des faces) ne faisant pas l'objet des mêmes contraintes sur l'action des élèves dans les deux environnements. Le débat dans l'atelier a porté sur les caractéristiques du travail proposé aux élèves, sur les conditions du réinvestissement de connaissances par les élèves dans les différents environnements et sur les apports de ce type de travail dans l'appropriation des ressources mathématiques et informatiques par les enseignants du primaire.

Au cours de l'atelier, les participants ont pu étudier différentes activités relatives aux patrons du cube en explorant du matériel et des logiciels mis à leur disposition. La discussion a porté sur les questions relatives aux aspects didactiques, pédagogiques et techniques des logiciels que nous avons conçus, ces logiciels étant présentés sous la forme de cahiers d'activité informatisés, puis sur les expérimentations réalisées avec deux classes, une classe de CM2 et une classe de 6<sup>ème</sup>, et enfin sur les apports et les difficultés de l'utilisation de ce type de ressources.

## I - LES CAHIERS CABRI ELEM

L'équipe du projet MaDyP (Mathématiques Dynamiques au Primaire) regroupe des enseignants du primaire et du secondaire et une didacticienne des mathématiques de l'IFÉ (Soury-Lavergne & Calpe 2012). Nous concevons des ressources informatisées pour l'enseignement des mathématiques au primaire. Nous utilisons la technologie Cabri Elem, qui est mise à notre disposition par la société Cabrilog, pour concevoir les cahiers d'activité informatisés (comme par exemple dans Soury-Lavergne & Maschietto 2013), car cette technologie nous permet d'élaborer des ressources informatiques et de les modifier au fur et à mesure de nos analyses et expérimentations.

### 1. Deux environnements : l'un pour les concepteurs de ressources, l'autre pour les élèves

Cabri Elem se présente sous la forme de deux environnements complémentaires. Cabri Elem Creator permet aux auteurs, enseignants ou chercheurs, de concevoir leurs propres ressources et de les adapter à leurs besoins. Cabri Elem Player permet aux élèves de réaliser les activités dans un environnement simplifié, doté d'une ergonomie adaptée. Les ressources pour les élèves sont appelées « cahiers d'activité informatisés », car elles se présentent sous la forme d'une succession de « pages » informatisées, regroupant des activités autour d'un même thème, en fait une suite d'écrans sur lesquels les élèves peuvent interagir.

Le travail de conception de cahiers avec le logiciel Cabri Elem Creator demande un certain degré de maîtrise des outils de géométrie dynamique, en plus d'un travail de réflexion sur les actions prévues et supposées des élèves avec le logiciel. Le but est de proposer aux élèves des tâches et des rétroactions qui leur permettent de s'impliquer dans la recherche d'une solution au problème posé. Dans notre équipe, si chacun s'est essayé à la partie que l'on pourrait appeler « programmation » pour comprendre l'outil de création, nous avons finalement évolué vers une répartition des rôles. Les enseignants du secondaire, professeurs de mathématiques ayant une expérience des logiciels de mathématiques dynamiques, ont pris en charge le développement informatique des ressources. Les enseignants du primaire ont pris en charge la proposition de problèmes, l'analyse *a priori* des cahiers au fur et à mesure de leur développement, les propositions pour faire évoluer les cahiers et les situations, la mise en place d'une méthodologie pour effectuer des tests avec les élèves et enfin la conduite des tests en classe.

Un point clé qui fait l'intérêt du travail avec le logiciel Cabri Elem Creator est la maîtrise constante du contenu des cahiers conçus et la possibilité de les faire évoluer et de les adapter sans avoir recours à des équipes d'ingénieurs en informatique.

Nous avons commencé le développement de plusieurs cahiers pour les élèves du cycle 3. Seuls certains de nos projets ont abouti à un produit qui a pu être testé en classe (voir un autre exemple sur les triangles dans la contribution d'A. Voltolini dans ces mêmes actes). Le fonctionnement des cahiers repose sur la manipulation de représentations d'objets mathématiques, la construction d'objets géométriques, mais aussi la manipulation d'images et l'écriture de textes. Quand les élèves estiment que le travail est accompli, ils peuvent en demander l'évaluation.

Les concepteurs des cahiers doivent créer toutes les commandes nécessaires à l'activité, depuis les outils de navigation de page en page, jusqu'aux possibilités d'évaluation de l'activité de l'élève. En particulier, les concepteurs décident des diverses rétroactions encourageant les élèves à poursuivre leurs recherches et à modifier leurs démarches pour résoudre le problème.

## 2 Patrons du cube

### 2.1 Les choix initiaux

Le logiciel Cabri Elem permet un passage continu entre les représentations 2D comme vues de dessus ou comme patrons) et 3D des objets (perspective et objet pouvant pivoter par rapport à l'observateur) (Laborde et Marchetteau 2009). Nous avons donc décidé d'étudier l'apport que

pouvait constituer cette fonctionnalité du logiciel pour les apprentissages dans le domaine de la géométrie dans l'espace (Douaire, Emprin & Rajain 2009). Une des activités classiques avec les élèves de cours moyen est la construction de patrons de solides dessinés sur du papier que l'on découpe puis replie pour assurer la validation. Une variante existe avec du matériel solide, les Polydron, qui permet l'assemblage à plat de surfaces articulées puis le pliage en vue de reconstituer des polyèdres (figure 1).

Nous avons imaginé de compléter ces activités par un cahier Cabri Elem qui permettrait à l'élève de fabriquer différents patrons de cubes, de les plier et déplier à volonté et qui validerait ou invaliderait les réalisations de l'élève. Nous avons fait le constat que l'activité papier-crayon était chronophage et que, bien souvent dans les classes, la construction d'un seul patron était réalisée (principalement celui en forme de croix latine). Nous souhaitons compléter cette activité avec une situation qui permettrait à l'élève d'explorer et de manipuler d'autres combinaisons de polygones et donc d'autres patrons afin qu'il puisse identifier les caractéristiques d'un patron du cube : assemblage de six carrés, seuls certains assemblages étant possibles (11 sur les 35 possibles). Pour cela, nous avons cherché à exploiter le fait que la réalisation d'un patron dans l'environnement informatique ne soulève pas les mêmes difficultés que dans une situation papier-crayon. Notre objectif a donc été d'étudier ce qu'il était possible de faire avec un cahier informatisé relatif à la notion de patron du cube, en complément de l'usage d'autres matériels pédagogiques.

Nous avons finalement opté pour la situation de recherche des onze patrons du cube qui nécessite l'assemblage et l'exploration systématique de différents éventuels patrons de cube (possibles et impossibles). L'exhaustivité n'est pas un objectif d'apprentissage pour les élèves de cycle 3, mais la recherche d'un maximum de patrons du cube est une façon de finaliser l'activité de recherche des patrons, d'amener les élèves à construire, plier et déplier un maximum d'assemblages, corrects ou pas, et ainsi de construire les critères qui permettent d'identifier les bons patrons.

## 2.2 Les éléments clés des cahiers « Patrons du cube »

Notre première ébauche d'activité informatisée proposait un « distributeur » de carrés que l'on pouvait assembler (figure 2). Au moment de l'assemblage, lorsque l'utilisateur approche un carré d'un autre carré de même taille, les deux carrés s'assemblent automatiquement selon un côté commun en faisant coïncider les deux sommets. Ce n'est donc pas l'utilisateur qui contrôle cet aspect. L'outil « patron » du logiciel, appliqué à n'importe quel assemblage plan de carrés, permet ensuite de le transformer en un éventuel solide en 3D qui commence à se replier (figure 3).

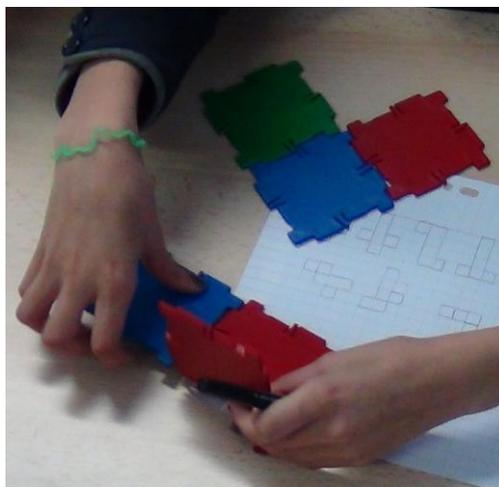


Figure 1. Manipulation de surfaces de plastique rigides appelées « Polydron »

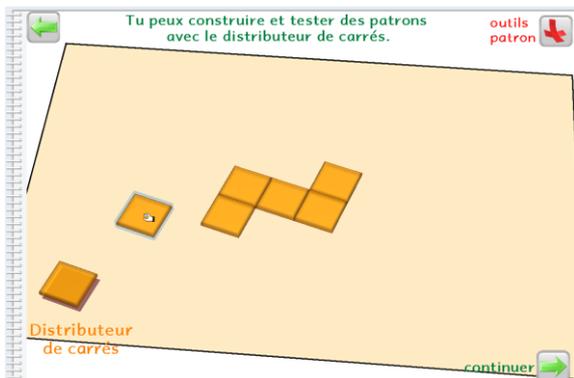


Figure 2. Image écran de la page 2 d'un cahier patron présentant un début d'assemblage de carrés.

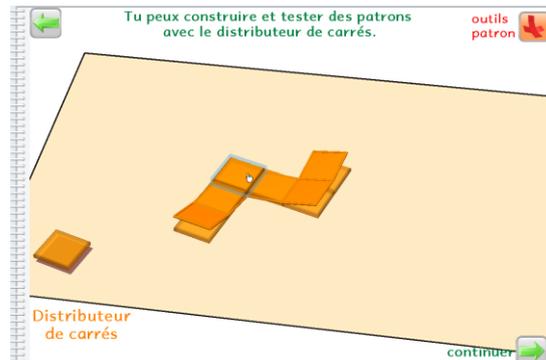


Figure 3. Image écran de la page 2 d'un cahier patron présentant un assemblage de carrés qui commence à se replier.

Cet assemblage peut ensuite être replié, face par face, pour obtenir le cube, ou pas si l'assemblage de carrés n'est pas un patron. Chaque carré de l'assemblage ou face du solide est manipulable séparément avec la souris, elle pivote autour de l'arête commune avec un autre carré/face et s'ajuste automatiquement selon les arêtes. Seul un carré n'est pas manipulable. Il s'agit de celui qui est désigné par la souris au moment de la transformation en patron. Il constituera la face qui reste « collée » dans le plan d'origine du patron et fournit ainsi un repère stable autour duquel les faces sont repliées. Le développement actuel de l'environnement Cabri Elem Creator n'intègre pas de fonctionnalité qui permette de valider automatiquement un éventuel patron à partir du solide reconstitué, dans notre cas un cube. C'est l'utilisateur qui doit décider s'il a formé ou pas le solide voulu en l'examinant et en changeant de point de vue (en faisant pivoter l'objet).

La question de la validation de l'assemblage de carrés, éventuel patron du cube, complémentaire à celle faite par l'utilisateur, s'est donc immédiatement posée. En effet, l'attente de l'utilisateur, en particulier l'élève, est que l'environnement informatique reconnaisse s'il a réussi ou pas. Même si l'on peut avoir un autre point de vue sur l'intérêt didactique de l'évaluation par l'environnement, un cahier informatisé, qui ne le ferait pas, serait considéré comme inabouti par les utilisateurs, élèves comme enseignants.

Dans le cas des patrons obtenus par un assemblage de carrés générés pas un distributeur, comme expliqué ci-dessus, seul l'enseignant peut confirmer à l'élève que l'assemblage de carrés proposé est correct (cube fermé sans faces excédentaires). Nos objectifs d'autonomie pour l'élève n'étaient donc pas atteints. En effet, de notre point de vue, l'autonomie de l'élève résulte d'une activité où il peut, indépendamment du professeur, choisir le moment de la validation et interpréter correctement la rétroaction de l'environnement qu'il s'agisse de validation ou d'invalidation. En cas d'invalidation, l'élève doit être capable d'analyser la rétroaction du logiciel pour poursuivre sa recherche et progresser vers une solution.

Pour surmonter cet obstacle lié à l'environnement de conception du cahier, nous avons élaboré un quadrillage à mailles carrées dans lequel l'élève peut sélectionner les carrés un à un pour constituer un patron. Dans ce cas, une validation par le logiciel est possible. Elle repose sur le fait d'associer à chaque sous-ensemble de carrés du quadrillage un nombre unique obtenu à l'aide d'une écriture binaire (figure 4). Le patron est validé si le nombre correspondant à la sélection de carrés par l'élève est dans la liste des réponses possibles pour un patron du cube. Un recensement pour chacun des onze patrons a donc été nécessaire, tenant compte des différentes positions possibles d'un même assemblage de carrés dans le

0	0	1	0	0
1	1	1	1	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

1000111100100  
4580 (base 10)

Figure 4. Pavage de carrés codés par 0 (carré non sélectionné) ou 1 (carré sélectionné). Exemple avec la croix latine positionnée en haut à gauche qui correspond au nombre 4580 en base 10.

quadrillage. Ainsi, un même patron de cube (par exemple celui en forme de T) placé sur le quadrillage est associé à plusieurs nombres (figure 5). Pour un quadrillage de quatre carrés par quatre carrés ( $4 \times 4$ ), il faut établir une liste de plusieurs centaines de nombres pour pouvoir recenser la totalité des positions possibles des différents patrons.

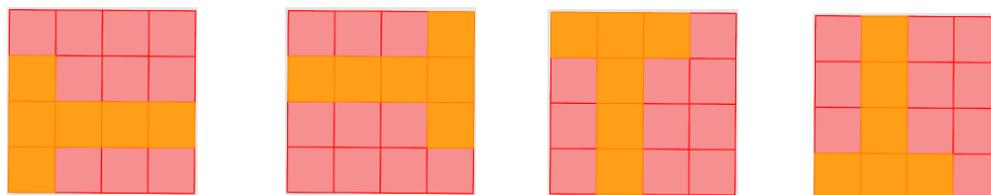


Figure 5. Différentes positions d'un même patron dans une grille  $4 \times 4$ .

L'idée du travail sur un quadrillage à mailles carrées étant posée, plusieurs versions du cahier ont été construites tout au long de l'année 2012, utilisant des dimensions de quadrillage différentes, la complexité augmentant avec la dimension.

### 2.3 Description d'un cahier « Patrons du cube »

Le cahier « Patrons du cube » basé sur un quadrillage de dimension  $4 \times 4$  de carrés est constitué de deux pages de travail principales et de dix pages supplémentaires présentant chacune l'un des dix patrons du cube constructibles dans le quadrillage  $4 \times 4$ .

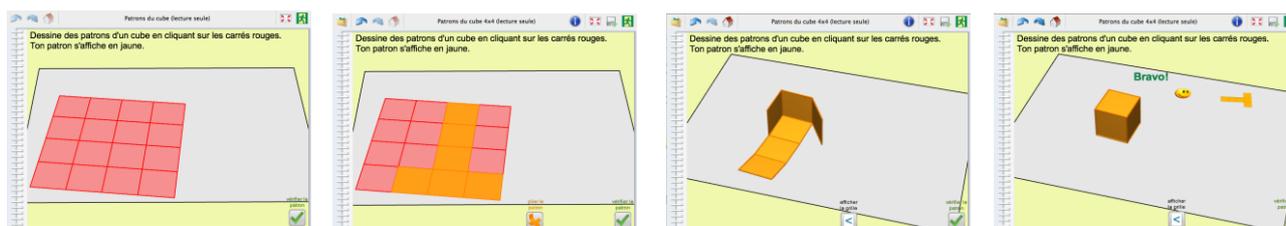


Figure 6. Construction et pliage d'un patron de cube à partir d'un quadrillage à mailles carrées de dimension  $4 \times 4$ .

La première page de travail présente le quadrillage et invite l'élève à sélectionner des carrés pour constituer un patron de cube (figure 6, à gauche). L'élève crée un assemblage en sélectionnant des carrés (figure 6, deuxième en partant de la gauche), puis commande le pliage virtuel en utilisant le bouton « patron ». Sa sélection plane de carrés est alors transformée en une surface en 3D dont chaque face carrée peut être « déplacée dans l'espace », en pivotant autour d'une de ses arêtes et ajustée aux autres faces (figure 6, troisième en partant de la gauche). Lorsque l'élève demande l'évaluation, si l'assemblage construit constitue un patron, un smiley s'affiche et le patron plan, en taille réduite, s'affiche en tournant (figure 6, à droite). Chaque patron identifié par l'élève reste affiché à l'écran et permet d'accéder à une page de travail dédiée à cette forme de patron. Plusieurs manipulations différentes du patron sont alors possibles, notamment sa reconstruction à partir de carrés que l'élève assemble (figure 7).

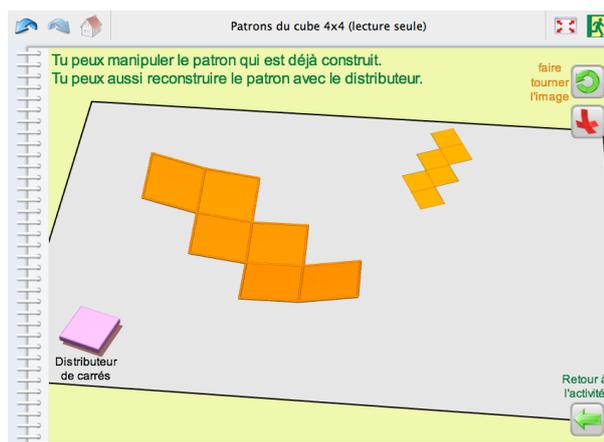


Figure 7. Page du patron en escalier qui permet à l'élève de faire tourner le patron, de le replier et de le reconstruire à partir de carrés. Cette page n'est accessible que lorsque l'élève a construit une première fois ce patron dans la première page.

Une dernière page du cahier propose l'outil patron et un distributeur de carrés (de la même taille que les mailles du quadrillage, figures 2 et 3) que l'on peut assembler librement pour faire un patron. Il n'y a pas de contrainte liée au quadrillage ni de validation de patron dans cette page.

Seuls dix des onze patrons sont manipulables dans ce cahier. Le patron formé de deux rangées de trois carrés nécessite un quadrillage d'au moins 5 x 4 mailles carrées.

## II - LES UTILISATIONS EN CLASSE

### 1. Le test dans une classe de CM2

Nous avons mené le premier test du cahier « Patrons du cube » dans la classe de CM2 de Jean-Pierre Rabatel, en février 2013. Nous avons utilisé la version du cahier précédemment décrite. Notre objectif n'était pas que les élèves apprennent ce qu'est un patron, ni de construire la notion de patron d'un polyèdre. La notion de patron est un pré-requis. L'enjeu était de faire apparaître les caractéristiques d'un patron du cube : nombre et nature des faces et les différents agencements possibles des faces, ce qui repose sur la possibilité de plier et déplier concrètement ou mentalement les assemblages. Les élèves de cette classe avaient déjà utilisé la géométrie dynamique et étaient habitués à l'utilisation des ordinateurs.

#### 1.1 Organisation

Nous avons construit la séance pour étudier l'articulation entre le travail papier-crayon, l'utilisation des Polydron et celle du cahier Cabri Elem. L'enseignant a débuté la séance en classe entière par une discussion orale sur les patrons du cube destinée à raviver les connaissances antérieures. Sans représentations, dessins ou autres objets, l'enseignant a demandé aux élèves s'ils savaient ce qu'est un patron du cube ; les élèves ont acquiescé, puis il a posé la question : « Combien pouvez-vous trouver de patrons du cube ? ». La classe a alors été partagée en deux groupes qui ont travaillé alternativement en salle informatique avec le cahier (figure 8) et en salle de classe avec les Polydron (figure 9), sans bilan ni validation par l'enseignant entre les deux phases.

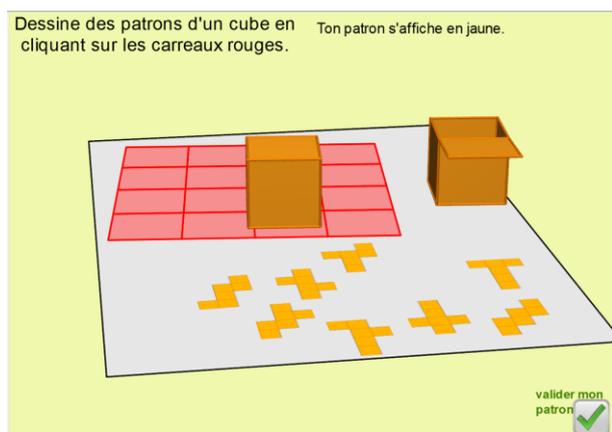


Figure 8. Image écran de la page 1 du cahier au cours de l'activité de l'élève.



Figure 9. Elève construisant un patron de cube avec des Polydron.

Les deux outils n'étaient pas disponibles simultanément afin de pouvoir observer les changements provoqués par l'un des environnements sur les procédures mises en œuvre et les résultats établis avec l'autre environnement. Pour terminer, un temps de bilan sur les différents patrons du cube et les caractéristiques d'un assemblage constituant un patron du cube (six faces, des faces carrées, des assemblages particuliers de faces) en classe entière a été réalisé.

Chaque élève du groupe qui a commencé par le cahier « Patrons du cube » disposait d'un ordinateur et avait pour objectif de construire plusieurs patrons du cube (des patrons différents). Les élèves de l'autre groupe travaillaient en binômes, avec des pièces carrées et rectangulaires du matériel Polydron mises à leur disposition dont ils pouvaient choisir librement le nombre et la forme. Leur objectif était de trouver plusieurs patrons du cube à l'aide des pièces du matériel Polydron mais aussi de les représenter sur une feuille format A4 de papier quadrillé, ce qui n'était pas demandé pour le groupe travaillant avec l'outil informatique. L'intérêt d'une représentation papier des patrons identifiés à l'aide des Polydron est de pouvoir ensuite les construire dans l'environnement informatique, de les replier et déplier à nouveau et de constater qu'ils sont éventuellement identiques à une transformation près (symétrie orthogonale ou rotation). Le document papier permet de garder l'information relative aux patrons, telle que le nombre de carrés, le type d'assemblage et l'orientation dans la feuille. Il n'a pas été fait de bilan ou de mise en commun après la première phase de travail et avant que les deux groupes ne passent à l'autre phase (les élèves ayant travaillé avec les Polydron utilisent ensuite le cahier d'activité informatisé « Patrons » et ceux ayant utilisé le cahier « Patrons » travaillent alors avec les Polydron).

Nous avons fait l'hypothèse que l'ordre dans lequel était effectué le travail, d'abord le cahier informatisé puis les Polydron ou le contraire, allait provoquer un travail différent chez les élèves.

Les élèves qui commencent par le cahier informatisé n'ont pas à prendre en compte la forme des faces car elle est donnée par l'environnement informatique. Cela entraîne que cette caractéristique des patrons du cube ne pourra être identifiée qu'au moment du travail sur les Polydron. En revanche, ils auront rencontré la question des patrons identiques mais dans différentes positions. Enfin, ils n'auront pas pu construire tous les patrons du cube. Cependant, comme ils ne connaissent pas le nombre de patrons du cube, cela ne devrait pas être pris en compte par ces élèves.

Les élèves qui commencent par le matériel Polydron auront, quant à eux, identifié la nécessité de choisir des faces carrées, car les assemblages utilisant des faces rectangulaires auront été invalidés soit lors de l'assemblage, soit lors du pliage. En revanche, ils auront pu construire et reproduire des patrons identiques dans des positions différentes sans que cela soit invalidé. Ils auront également ainsi pu obtenir plus de onze patrons. Au moment de l'utilisation du cahier informatisé, ils pourront alors déterminer quels sont les patrons identiques et questionner l'existence du onzième patron. En effet, lorsqu'un patron déjà construit et déjà validé est à nouveau reconstruit

par l'élève, la rétroaction du cahier consiste à mettre en évidence le patron en question, affiché en taille réduite sur la droite (cf. figure 6 à droite) et à le faire pivoter. En cliquant sur cette image de patron, l'élève accède à une page dédiée à ce patron. Il peut le construire, le replier et obtenir le cube puis le déplier à sa convenance. Il peut à nouveau construire les deux versions qu'il pensait distinctes, notamment les versions symétriques. L'intérêt de faire prendre conscience à l'élève qu'il s'agit de deux patrons considérés comme identiques, réside dans le pliage et dépliage mental que doit effectuer l'élève et qu'il peut accompagner d'un pliage et dépliage à l'écran.

Nous nous étions donné comme tâche de repérer les difficultés relatives à la prise en main des fonctionnalités de Cabri Elem, telles que l'usage de l'outil patron, mais aussi les réactions ou attitudes des élèves face aux rétroactions de l'environnement. Lors de la mise en route de la situation, le patron en forme de croix latine a été proposé par les élèves comme étant le patron connu du cube. Pour certains d'entre eux c'était d'ailleurs le seul.

### **1.2 Observations du groupe débutant avec le cahier « Patrons du cube »**

Les élèves, travaillant d'abord sur le cahier « Patrons du cube », ont rencontré très rapidement des problèmes liés à la mise en œuvre des fonctionnalités de l'environnement :

- face à la lenteur de réaction des postes informatiques en réponse aux actions des élèves, ces derniers ont multiplié les clics, provoquant des rétroactions incohérentes ;
- les difficultés de manipulation des outils disponibles sur la page du cahier ont été nombreuses et nous ont fait prendre conscience qu'une prise en main des fonctionnalités du cahier, préalable à l'activité, était nécessaire pour pouvoir ensuite aborder la situation des patrons ;
- l'interprétation de certaines manipulations réalisées à l'interface a laissé les élèves perplexes comme les enseignants. Par exemple, il était possible de transformer l'ensemble du quadrillage à mailles carrées 4 x 4 en un assemblage et c'est alors le quadrillage entier qui commençait à se replier. Pour sortir de cette situation, il aurait fallu supprimer le quadrillage complet, ce que n'ont pas osé faire les élèves et les enseignants. Ils ont préféré relancer le cahier quitte à perdre le travail déjà accompli.

Ces dysfonctionnements ont rendu nécessaire de retravailler la conception de certains objets dans l'environnement Cabri Elem, ce qui nous a donné l'occasion d'optimiser le fonctionnement du cahier pour les ordinateurs peu puissants qui constituent l'essentiel de l'équipement des écoles.

En ce qui concerne les rétroactions fournies par l'environnement informatique, l'identification des patrons identiques mais présentés et positionnés différemment dans le quadrillage à mailles carrées 4 x 4 a été facilitée par les rétroactions du logiciel. Cela constitue un apport très net pour les élèves. C'est particulièrement visible dans le cas des élèves ayant commencé avec le matériel Polydron. Dans la phase avec le matériel, ils ont trouvé différents patrons qui s'avèrent être les mêmes (figure 10). Ils ne s'en sont rendus compte qu'au moment de l'utilisation du cahier informatisé et ont alors rectifié leur proposition de patrons.

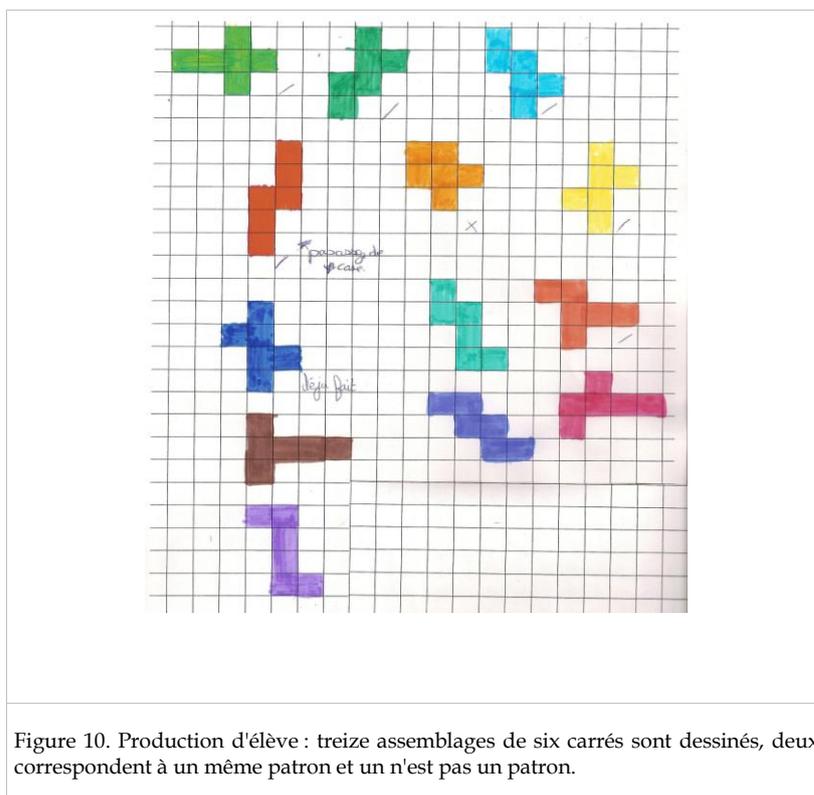


Figure 10. Production d'élève : treize assemblages de six carrés sont dessinés, deux correspondent à un même patron et un n'est pas un patron.

Comme prévu, la question de la forme des faces des patrons du cube ne s'est pas posée pour les élèves travaillant d'abord avec le cahier informatisé. En effet le choix de travailler sur un quadrillage à mailles carrées ou avec un distributeur de carrés ne permet pas de poser le problème de la forme des faces du cube. L'enjeu du travail est la nature de l'assemblage des carrés et la forme globale des patrons. En ce qui concerne le nombre de faces carrées, égal à six, nous avons pu observer que ce n'était pas un critère disponible chez les élèves au début de la séance. Cependant, il a nécessairement très vite émergé pour tous les élèves travaillant sur le cahier informatisé. En effet, le cahier produit des rétroactions indiquant qu'il y a « trop » ou « pas assez » de carrés dans la proposition de l'élève.

Lors de l'utilisation du matériel Polydron par les élèves ayant débuté avec le cahier informatisé, nous avons vu qu'ils observaient attentivement les assemblages plans de pièces tout en les faisant pivoter, ce qui n'était pas le cas des élèves ayant débuté avec ce matériel. Il semble donc qu'ils se réfèrent à leurs manipulations sur le cahier « Patrons du cube ». À noter, que le retournement, non réalisé par le logiciel, ne pose pas de problème non plus.

### 1.3 Observations du groupe débutant avec le matériel Polydron

Pour le groupe d'élèves ayant commencé par le matériel Polydron, nous avons pu observer deux types de procédures initiales :

- les procédures qui prennent en compte le critère du nombre de faces : certains élèves ont pris une poignée de faces et d'autres n'en ont pris systématiquement que six ;
- les procédures qui prennent en compte la forme des faces : la plupart des élèves ont pris des faces carrées et rectangulaires, seules ces deux formes étant disponibles.

Avec le matériel Polydron, les élèves ont rencontré des difficultés dans la construction du cube. En particulier, le matériel invalidait certains assemblages mais ne permettait pas à l'élève de savoir ce qui posait problème : la nature des faces ou la façon dont elles étaient assemblées. Lorsqu'un patron était obtenu, les élèves devaient en garder une trace écrite et le représenter à main levée sur une feuille quadrillée. Nous avons alors constaté que, la plupart du temps, les doublons correspondant à des patrons identiques mais dans une position différente sur la feuille n'ont pas été repérés et ont été considérés par les élèves comme des patrons différents.

Au cours de cette phase de travail, l'enseignant a proposé à certains élèves de partir d'un cube fabriqué avec le matériel Polydron assemblé devant eux pour l'ouvrir en dépliant les faces, le mettre à plat et obtenir un patron. Cette démarche n'est pas possible avec le cahier « Patrons du cube » tel qu'il est conçu actuellement.

Chaque binôme du groupe débutant avec le matériel Polydron a représenté environ neuf patrons dont cinq à six différents. Sur l'ensemble des élèves de ce groupe, les onze patrons du cube ont été trouvés. Lors du passage de ce groupe sur le cahier informatisé, les élèves ont rencontré les mêmes difficultés liées à la manipulation et au logiciel que les élèves de l'autre groupe. Ils ont utilisé le cahier d'abord pour vérifier les patrons dessinés sur leur feuille (à partir des constructions qu'ils avaient réalisées avec le matériel Polydron) et se sont alors rendus compte des doublons qu'ils ont éliminés. La question du nombre de faces semble une question réglée pour le groupe à l'issue du travail avec le matériel Polydron avant la deuxième phase de travail. Il apparaît donc que l'utilisation du cahier informatisé permette de stabiliser la connaissance du nombre de faces du cube.

Du point de vue des difficultés d'instrumentation de l'environnement, on observe que quelques élèves se contorsionnent, tournent la tête ou se penchent pour mieux voir, alors que le logiciel leur permet de faire tourner l'image du cube pour en voir les différentes faces. Il est donc nécessaire de prendre en charge explicitement la présentation de cette fonctionnalité, en même temps que l'usage de l'outil « patron ».

L'impossibilité de réaliser le patron constitué de deux rangées de trois carrés a beaucoup perturbé les élèves qui l'avaient identifié avec le matériel Polydron. Nous les avons incités à utiliser la page présentant le distributeur de carrés pour qu'ils puissent construire ce patron et le valider au moins perceptivement.

L'enjeu représenté par ce onzième patron a pris une place importante dans le temps collectif de retour avec la classe entière. L'utilisation de la page avec le distributeur de carrés a permis de construire, plier et valider ce dernier patron pour toute la classe.

#### **1.4 Conclusion sur les modifications qu'il faut apporter au cahier**

Notre hypothèse sur l'utilisation complémentaire des deux environnements de travail pour la construction des critères qui font qu'un assemblage de carrés est un patron du cube paraît être validée.

Cette première mise en situation du cahier « Patrons du cube » et son utilisation avec une classe a permis de mettre en évidence les modifications à apporter tant du point de vue technique que pédagogique. C'est ainsi qu'il est apparu comme indispensable de prévoir une première page d'accueil avec laquelle l'élève puisse découvrir le fonctionnement des outils mis à sa disposition pour ensuite aborder spécifiquement l'activité.

## **2. Le test dans une classe de 6<sup>ème</sup>**

Nous avons réalisé un second test du cahier « Patrons du cube » dans la classe de sixième d'Anne Calpe en mai 2013. Nous avons utilisé une nouvelle version du cahier prenant en compte les améliorations identifiées comme étant nécessaires après le test précédent. Les élèves de sixième, comme les élèves de CM2, avaient déjà utilisé un logiciel de géométrie dynamique. Ils avaient aussi l'habitude de la vidéo-projection sur TBI des figures manipulées par le professeur ou les élèves devant le groupe classe.

### **2.1 Les modifications du cahier**

Nous avons construit une version du cahier « Patrons du cube » sur un quadrillage de dimension 5 x 5 qui permet aux élèves de créer et manipuler les onze patrons. Nous avons aussi construit une page d'accueil (figure 11) qui présente le cahier et met à disposition l'outil « patron ». Cette page permet de tester les manipulations possibles avec l'outil patron sans pour autant proposer la tâche à résoudre qui n'apparaît qu'à la page suivante. Cette page est utilisable par le professeur ou bien

par les élèves seuls. Elle a servi à la présentation du logiciel lors de cet atelier. Le rôle de cette page est de permettre à l'utilisateur d'initier la genèse instrumentale de l'outil « patron » (Rabardel 1995).

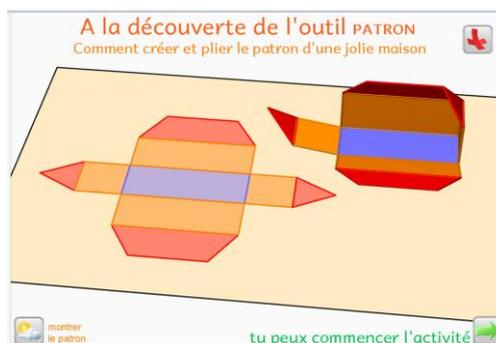


Figure 11. Page d'accueil du cahier « Patrons du cube » qui propose un patron à replier. Il ne s'agit pas d'un patron de cube.

## 2.2 Modification du déroulement de la séance

Pour cette expérimentation en classe de sixième, un travail préalable sur les pré-requis avait été proposé à faire à la maison. Il s'agissait de construire un dé en utilisant une feuille A4 blanche. Sans utiliser le mot patron, l'enseignant a demandé à ses élèves de tracer une figure et de la découper avec l'objectif de la replier une fois de retour en classe afin d'obtenir le dé. Les élèves pouvaient replier leur patron mais avaient le conseil de le remettre à plat pour le transporter facilement.

Pendant la séance observée, les élèves ont travaillé en groupe de cinq ou six sur un espace constitué d'un regroupement de tables. Chaque groupe disposait d'une collection de pièces du matériel Polydron et d'un ordinateur portable avec le cahier « Patrons du cube ». Le groupe avait pour tâche de recenser les différents patrons du cube en les dessinant sur une seule feuille de synthèse.

## 2.3 Observations

Le travail préliminaire confirme que la croix latine est le seul patron envisagé par la plupart des élèves. Lors de la collecte des patrons de dés, une seule élève avait proposé un autre patron (en forme de T, figure 12).



Figure 12. Présentation au tableau des patrons de dé fabriqués par les élèves en préparation à la séance de travail sur les patrons du cube. En bas sur la droite, le seul patron en forme de T.

La validation des patrons s'est faite par pliage. La proposition en T a permis de renvoyer à la classe la question des différents patrons possibles et les élèves se sont investis dans le problème proposé (notons que l'enseignant avait apporté également un patron de dé différent de la croix latine, qu'il n'a pas eu besoin d'utiliser).

### 2.4 Utilisation simultanée des pièces du matériel Polydron et du cahier d'activité informatisé

Nous avons émis l'hypothèse que l'utilisation consécutive ou complémentaire du matériel Polydron et du cahier « Patrons du cube » contribue à l'identification des caractéristiques d'un patron de cube par les élèves. Cette hypothèse a également été validée lors du test en sixième, pour lequel les élèves avaient à disposition simultanément les pièces du matériel Polydron et le cahier « Patrons du cube » (figures 13 et 14).



Figures 13 et 14. Travail de groupe des élèves de sixième. Ils utilisent simultanément le cahier Cabri Elem et les pièces du matériel Polydron.

D'une façon semblable dans tous les groupes, ils ont d'abord collaboré en se partageant le travail. Certains élèves ont exploré le problème avec le matériel Polydron, tandis que d'autres ont utilisé le cahier « Patrons du cube » pendant qu'un dernier élève recensait les différents patrons obtenus et les dessinait sur la feuille de synthèse. Assez rapidement, les patrons obtenus avec le matériel Polydron ont été testés avec le cahier pour vérifier s'ils n'étaient pas déjà identifiés (élimination des doublons). De fait, dans tous les groupes, les élèves ont rapidement délégué au cahier « Patrons du cube » un rôle de validation.

## III - L'ATELIER ET LES DÉBATS

Les participants à l'atelier ont tout d'abord utilisé le cahier « Patrons du cube » dans sa version avec le quadrillage 5 x 5 et la page d'accueil (figure 11), celle de notre test avec les élèves de sixième. Cela leur a permis de prendre en main les outils nécessaires, en particulier l'outil patron. Les difficultés d'instrumentation rencontrées avec les élèves ont également été vécues par les participants. Par exemple, lors de l'utilisation de l'outil patron qui permet de replier dans l'espace un assemblage plan de carrés, l'utilisateur ne perçoit pas immédiatement que la position de la souris sur l'une des faces de l'assemblage au moment de la « transformation en solide » détermine la face qui restera dans le plan. De même, lorsque l'utilisateur saisit le patron, s'il place sa souris au milieu d'une face, il fait pivoter la face autour de son arête, mais s'il place sa souris sur un côté du patron, il translate tout le patron dans la page.

Après cette phase de découverte, l'analyse des ressources a porté sur les différentes manipulations de patrons possibles, les variables didactiques de la situation et les rétroactions implémentées.

### 1 Les différentes manipulations d'un patron du cube permises par le cahier

La question posée aux participants était : quelles différentes façons de travailler sur les patrons du cube pouvez-vous identifier dans ce cahier ? Plus précisément pour produire un patron, pour le manipuler etc.

Différentes façons de travailler sur les patrons sont possibles dans le cahier. L'utilisateur peut construire un patron de deux façons différentes :

- soit en cliquant sur des carrés du quadrillage pour les sélectionner et pour obtenir un assemblage plat, le patron est alors un certain sous-ensemble de carrés dans une grille ;
- soit en assemblant les carrés issus d'un distributeur.

L'utilisateur peut visualiser le passage 2D à 3D et plier et déplier les patrons obtenus, ce qui constitue un apport particulier du logiciel Cabri Elem par rapport à d'autres environnements

informatiques. Dans ce cahier, l'utilisateur peut faire tourner les patrons en faisant pivoter le plan qui les porte, c'est-à-dire modifier son point de vue sur le patron. Par ailleurs, les images des patrons déjà trouvés tournent automatiquement. L'utilisateur peut faire se superposer deux patrons. En revanche, il ne peut pas obtenir directement la transformation par symétrie axiale d'un patron (retournement) ou bien compléter un patron qu'il a déjà commencé à replier (il doit détruire le patron et recommencer). Ces impossibilités résultent du croisement des contraintes et potentialités de l'environnement et de nos exigences en terme de validation. Par exemple, il serait facilement possible d'obtenir le symétrique d'un patron, mais alors pour l'instant impossible de valider ou invalider ce nouveau patron. Ces différentes façons de travailler les patrons dans le cahier participent à l'enrichissement des représentations que se font les élèves de l'objet patron.

Lors de leurs manipulations des patrons dans le logiciel, les participants ont remarqué que dans le cas d'un assemblage de carrés ne correspondant pas à un patron parce qu'ayant des faces en double, les faces se superposent parfaitement à l'écran quand on les replie. Cela peut amener un élève à ne pas invalider un assemblage incorrect. Ce comportement des faces du patron dans le logiciel ne semblait pas « réaliste » pour les participants à l'atelier. La discussion a permis de considérer que les comportements lors du pliage et dépliage d'un patron, correct ou pas, sont différents suivant que le patron est découpé sur papier ou réalisé avec des pièces du matériel Polydron ou assemblé dans le logiciel. Avec le papier, les faces et les arêtes peuvent se déformer (ne pas rester planes ou rectilignes), ne pas s'agencer parfaitement arête contre arête, les sommets ne pas être bien unifiés et les deux carrés d'une face doublée peuvent être superposés. Le papier a une épaisseur et une couleur qui ne sont pas des propriétés d'un patron et, lors du pliage et dépliage, du scotch et des ciseaux sont nécessaires. Avec les pièces de Polydron, les arêtes ne sont pas rectilignes, les faces ont une épaisseur de quelques millimètres et les sommets sont difficiles à localiser. Lors du pliage, la superposition de deux faces n'est pas possible mécaniquement (cela provoque le déboîtement des faces). Une fois le cube formé, il peut être déplié pour obtenir un autre patron que celui de départ (comme avec le papier si l'on utilise ciseau et scotch). Avec le logiciel, les faces n'ont pas d'épaisseur contrairement aux arêtes, les agencements des arêtes et des sommets sont perceptivement parfaits. Aucun de ces patrons n'étant « réaliste », la question « Qu'est-ce que la réalité d'un patron ? » a donc été débattue. Il semble important que les élèves, comme les enseignants, manipulent différentes représentations d'un objet, chaque représentation ayant ses propres caractéristiques, certaines cohérentes avec les propriétés mathématiques en jeu, d'autres non, comme le traduit l'idée de domaine de fonctionnement d'une représentation de Laborde et Capponi (1994). Il est alors nécessaire d'aider les élèves à mobiliser différentes représentations d'un même objet mathématique. De ce point de vue, le logiciel présenté dans l'atelier a un grand intérêt car il propose une représentation complémentaire et différente des objets en 3D. Le logiciel semble être une passerelle entre la manipulation concrète, celle d'un geste sur un objet réel, et la manipulation abstraite, celle d'un geste de la pensée sur un objet immatériel ou virtuel, conduisant à l'abstraction.

## 2 À propos de la variable didactique « taille du quadrillage »

La conception du cahier dans l'environnement Cabri Elem et le choix de pouvoir valider les propositions de patrons des élèves nous ont conduit à introduire un quadrillage. Il est clairement apparu que la « taille du quadrillage » est une variable didactique. En effet, le changement de la taille influence les stratégies de résolution : tous les patrons sont possibles ou pas, plusieurs positions d'un même patron sont possibles ou pas, etc. Ces différentes valeurs induisent des scénarios pédagogiques différents à la disposition de l'enseignant.

Mais il n'était pas évident de mettre en relation les valeurs de cette variable didactique et la nature des apprentissages relatifs aux patrons qui pourraient en découler.

Notre premier choix a été celui d'un quadrillage à mailles carrées de  $4 \times 4$  mailles (quadrillage carré) afin de ne pas induire une « orientation » des patrons chez les élèves. En effet, un quadrillage  $3 \times 5$  serait plus économique du point de vue informatique, car c'est le plus petit qui permette de construire tous les patrons. Mais il restreint beaucoup les explorations des élèves

relatives à l'orientation du patron dans le quadrillage. Nous avons donc conçu le premier cahier à partir d'un quadrillage 4 x 4 qui permettait, pour nous, en tant que concepteurs, d'explorer la complexité du travail à réaliser et de faire des premiers tests avec les élèves. Nous avons alors observé que le travail sur un quadrillage 4 x 4 conduit les élèves à imaginer des stratégies différentes que la réalisation du patron pour identifier le onzième patron, celui que le quadrillage ne permet pas de construire. De l'avis des participants à l'atelier, l'objectif d'identification des onze patrons n'est pas forcément souhaitable pour les écoliers, ainsi le quadrillage 5 x 5 permettant l'exhaustivité n'est pas en soi une nécessité pour l'école primaire. Nous avons réalisé le cahier à partir du quadrillage 5 x 5, sur lequel tous les patrons sont réalisables mais il n'a pas encore été expérimenté avec des élèves.

Nous souhaitons aussi, à l'origine, pouvoir faire travailler les élèves sur un quadrillage 6 x 6, voire plus grand, car ce sont ceux qui autorisent tous les assemblages possibles des six carrés, y compris les six carrés en ligne. Mais ces choix se heurtent à des contraintes techniques que nous avons choisi de ne pas résoudre tant que l'analyse didactique ne nous en montrait pas la nécessité. Cette question de l'intérêt didactique d'un quadrillage 6 x 6 n'a pas été reprise par les participants à l'atelier.

Une dernière proposition était celle d'une paramétrisation des dimensions de la grille au choix de l'élève ou de l'enseignant. Cette idée nous permet d'imaginer d'autres versions de cahiers à développer sur le même thème des patrons de solides, différentes paramétrisations pouvant aller jusqu'à un travail sur les polyèdres.

### 3 À propos des rétroactions

La troisième question posée aux participants à l'atelier à propos de l'analyse du cahier a concerné les rétroactions : quelles différentes rétroactions identifiez-vous ?

Nous avons voulu attirer l'attention des participants sur le fait que l'environnement de conception Cabri Elem Creator donne aux concepteurs du cahier un choix important au niveau des rétroactions, même si tout n'est pas possible. Or le choix de rétroactions est primordial pour l'apprentissage. En effet, dans la théorie des situations (Brousseau 1998), une rétroaction est construite à partir de ce que renvoie l'environnement à l'action des utilisateurs.

On peut identifier trois types de rétroactions lorsqu'un élève utilise un cahier Cabri Elem, par exemple le cahier « Patrons du cube » :

- les rétroactions liées à la manipulation directe : le changement de couleur des carrés sélectionnés, l'affichage d'un nouveau point de vue sur la figure lors du changement d'orientation du plan de travail, la transformation en patron, le pliage et dépliage d'un patron, l'agencement précis des faces (lorsque deux arêtes de même longueur sont suffisamment proches l'une de l'autre, elles s'associent automatiquement en faisant correspondre leurs extrémités comme si elles étaient aimantées), le déplacement des patrons dans la fenêtre. De fait, tous les effets graphiques (statiques ou dynamiques) ou sonores en retour de l'action de l'utilisateur sont des rétroactions à partir desquelles les deux autres types de rétroactions sont construits.
- les rétroactions relatives à la stratégie : ce sont les rétroactions que renvoie le système à propos de la stratégie de résolution du problème mise en œuvre par l'élève. Par exemple les messages « trop de carrés » ou « pas assez » ou « mal positionnés » ou encore le message « tu as déjà trouvé ce patron ». Ces messages sont déterminants pour l'évolution des stratégies de résolution des élèves.
- les rétroactions d'évaluation qui indiquent si une solution a été atteinte ou pas. Par exemple le message « ce n'est pas un patron » ou bien le message « bravo », ou encore l'affichage d'une image du patron qui tourne.

Des débats au sein de l'atelier à propos des rétroactions ont d'abord concerné les messages à propos du nombre de carrés sélectionnés par l'élève. Sont-ils à retirer ou modifier ? Il s'agit d'une rétroaction liée à la stratégie mise en œuvre par l'élève. Cette question mérite d'être posée car nous

avons observé que lorsqu'une erreur relative au nombre de faces dans le patron est commise, la rétroaction conduit les élèves à ne pas terminer l'action en cours. Ils font confiance au logiciel, comme ils feraient confiance au professeur, et par conséquent ils ne vérifient pas grâce au pliage de l'assemblage ainsi créé si le nombre de faces choisi convient ou pas. Ils choisissent rapidement des carrés jusqu'à obtenir la validation comme ils pourraient le faire avec un jeu sur une console. Ces messages semblent ainsi favoriser une stratégie de choix des carrés rapide et aléatoire, ce qui n'est évidemment pas le but recherché. Les participants de l'atelier ont suggéré qu'il fallait faire une rétroaction moins précise, telle que « tu n'as pas choisi le bon nombre de carrés » qui aurait un rôle stimulant pour la recherche de l'élève sans trop la réduire. Nous implémenterons cette proposition dans les futures versions du cahier.

Notre choix d'afficher le message final « Bravo, tu as trouvé les 11 patrons du cube » a également été discuté. Il rejoint la question de la recherche d'exhaustivité. Si ce n'est pas l'objectif d'apprentissage pour les élèves, mais le moyen de finaliser la réalisation, le pliage et le dépliage de plusieurs patrons, cet objectif est intéressant et la rétroaction justifiée. Cependant, nous nous interrogeons sur la façon dont cela pourra être compris par les enseignants.

L'un des souhaits exprimés par plusieurs participants a été de pouvoir suspendre l'action de l'élève pour l'obliger à entrer dans un processus d'anticipation. C'est une caractéristique des situations didactiques nécessaire à l'apprentissage. C'est par ailleurs un de nos objectifs lors de la conception des cahiers informatisés. Nous essayons d'organiser les cahiers, pour que, dans une première phase de travail, l'élève puisse mettre en œuvre facilement tout type de stratégies, y compris des successions d'essais-erreurs peu coûteuses ; puis dans une deuxième phase de travail, l'environnement oblige l'élève à anticiper sur l'action avant de pouvoir la réaliser et valider ou invalider le résultat. Cependant, si nous avons pu implémenter ce principe dans d'autres cahiers, pour d'autres thèmes, nous n'avons pas encore réussi à le faire à propos des patrons de cube. Cela fait partie des objectifs d'évolution des cahiers.

#### 4 Diffusion du cahier et prolongements envisagés

La complexité de la conception des cahiers Cabri Elem et le temps de travail nécessaire à la production d'un cahier finalisé sont apparus clairement comme un frein à ce que les enseignants s'emparent du logiciel pour produire des activités telles que celle proposée. L'orientation actuelle du projet MaDyP est d'identifier quelle est la part du processus de conception qu'il serait possible et acceptable pour un enseignant de prendre en charge, avec quels outils pour l'assister et lui permettre de modifier et d'adapter le cahier à ses propres contraintes d'enseignement (idée de genèse documentaire de l'enseignant (Poisard, Bueno-Ravel et Gueudet 2011)).

Ces difficultés ont également des conséquences sur l'utilisation du cahier « Patrons du cube » finalisé. En effet, il semble peu probable que les enseignants se lancent avec leurs élèves dans l'utilisation de ce cahier et investissent du temps dans la prise en main de l'environnement s'ils ne peuvent pas poursuivre avec d'autres activités utilisant le même logiciel. Il faut donc produire un ensemble de ressources suffisamment riche et complet pour que les enseignants puissent s'engager.

Plusieurs autres cahiers pourraient compléter le travail sur la notion de patron. Par exemple, durant les tests nous avons observé que la forme carrée des faces n'est pas une évidence pour tous les élèves lorsqu'ils utilisent des pièces du matériel Polydron. Pour approfondir ce point, il serait intéressant de proposer un cahier qui offre sur une même page des distributeurs de carrés et de rectangles, voire d'autres polygones. Ce cahier constituerait également un prolongement vers d'autres patrons que ceux du cube, en particulier ceux du pavé droit. Nous avons aussi l'idée d'un cahier qui propose des grilles avec

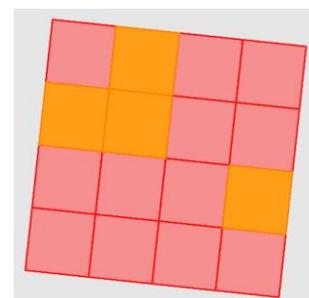


Figure 15. Un début de patron à compléter.

certaines des carrés déjà sélectionnés (figure 15), la tâche de l'élève étant de compléter la sélection afin d'obtenir le patron d'un cube.

Les participants ont également fait des propositions :

- choisir des couleurs différentes pour les faces parallèles du cube : ce n'est pas réalisable pour le moment du point de vue logiciel, de plus cette possibilité existe déjà et fonctionne de façon assez satisfaisante avec d'autres matériels (papier-crayon ou Polydron). L'idée n'est pas poursuivie pour le moment, l'apport du logiciel n'étant pas immédiatement visible.
- créer un compteur du nombre de demandes d'évaluation : cette proposition semble être une piste intéressante pour induire un contrôle sur le processus « essai-erreur ». Nous envisageons de l'implémenter rapidement.
- obliger l'élève à passer en 3D et à replier le patron avant d'en demander l'évaluation : cela semble en effet souhaitable mais nous n'avons pas de solution technique en vue dans l'immédiat. Une suggestion est de lancer des vidéos montrant différentes façons de plier le patron lorsque l'évaluation est demandée (si le patron est correct la vidéo montrerait comment fermer le patron et avec différentes façons de le faire, si le patron est incorrect, la vidéo montrerait les faces qui se superposent ou les trous).

---

## IV - CONCLUSION

---

Un des objectifs du projet MaDyP est de créer des ressources utilisant les technologies numériques pour permettre aux élèves d'explorer les objets mathématiques, de les manipuler, les construire et de valider leur travail.

Le logiciel Cabri Elem offre la possibilité de représenter des objets géométriques en 2D et en 3D, avec un passage continu de l'un à l'autre. Nous avons voulu étudier les potentialités de ces fonctionnalités pour le domaine de la géométrie dans l'espace et la question des patrons des solides figurant dans les programmes officiels. La conception de cahiers d'activité informatisés « Patrons du cube » et leurs tests en classe ont permis d'étudier les apports et les limites de la technologie pour le travail de cette notion. La possibilité de manipuler un grand nombre de patrons, de les plier et les déplier, est effectivement utilisée par les élèves. Cependant, l'existence d'une validation des patrons construits, par le système, conduit certains élèves à ne plus réaliser les pliages. Une évolution des cahiers pour inciter les élèves à effectuer les pliages ou à ne plus le faire lorsqu'ils sont capables d'anticiper le résultat du pliage s'avère nécessaire.

Cependant, utilisé en articulation avec du matériel Polydron, le cahier « Patrons du cube » a montré qu'il pouvait constituer une transition entre la manipulation concrète d'objets et la manipulation plus abstraite de représentations, favorisant les processus de conceptualisation. Les observations des usages en classe montrent que les apports de l'une et de l'autre de ces activités lors d'une utilisation consécutive ou simultanée contribuent à la construction de connaissances relatives aux patrons du cube chez les élèves.

Ce cahier « Patrons du cube » peut être utilisé de diverses manières par les enseignants qui peuvent l'intégrer dans leur enseignement à la fois comme une activité de découverte et de recherche ou bien comme une activité de réinvestissement.

---

## V - BIBLIOGRAPHIE

---

BROUSSEAU, G. (1998). Le contrat didactique, l'enseignant, l'élève, le milieu. In G. Brousseau & N. Balacheff (Eds.), *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques, 1970-1990*. Grenoble : La pensée sauvage.

DOUAIRE, J., EMPRIN, F., & RAJAIN, C. (2009). L'apprentissage du 3D à l'école, Des situations d'apprentissage à la formation des enseignants. *Repères IREM*, n°77, 23-52.

LABORDE, C., & CAPPONI, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1.2), p.165-210.

- LABORDE, C., & MARCHETTEAU, A. (2009) L'incontro tra reale e virtuale in Cabri Elem per attività matematiche nella scuola primaria, *La matematica e la sua didattica*, 23, n°1, 19-34.
- POISARD, C., BUENO-RAVEL, L., & GUEUDET, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(2), 151-189.
- RABARDEL, P. (1995). *Les hommes et les technologies : une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- SOURY-LAVERGNE, S. & CALPE, A. (2012) Mathématiques dynamiques pour l'école primaire et mallettes de ressources, in Aldon G. et al. (eds.) *Actes des Journées Mathématiques de l'IFÉ*, juin 2012.
- SOURY-LAVERGNE, S., MASCHIETTO, M. (2013), À la découverte de la "pascaline" pour l'apprentissage de la numération décimale, in *Actes du XXXIX<sup>ème</sup> Colloque de la COPIRELEM*, Quimper juin 2012.