

QUELS TYPES D'ACTIVITÉS PERMETTENT DE DÉVELOPPER LES CONNAISSANCES SPATIALES CHEZ LES ÉLÈVES DU PRIMAIRE ?

LE CAS DE LA BOÎTE À IMAGE

Patricia Marchand

Université de Sherbrooke

Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage
des sciences, mathématiques et technologie (CREAS)

patricia.marchand@usherbrooke.ca

Annette Braconne-Michoux

Université de Montréal

annette.braconne-michoux@umontreal.ca

Résumé

L'objectif de cet atelier était de présenter et de soumettre à la discussion une séquence d'activités expérimentée auprès d'élèves de niveau CP et CE1 afin de développer leurs connaissances spatiales et de mettre en exergue une structure génératrice d'activités (SGA), employée pour la conception et l'analyse de ce type de séquences d'activités. Trois questions sont à la source de cette préoccupation du développement des connaissances spatiales. Comment se fait-il que certains élèves possèdent et développent des connaissances spatiales (Berthelot et Salin, 1992 ; Clements et Battista, 1992) et d'autres non ? Quels types d'activités permettent ce développement (Braconne-Michoux, 2012) ? Comment pouvons-nous outiller les enseignants face à cet apprentissage difficile pour plusieurs élèves (Parzysz, 1988) ? De ce questionnement, a émergé un cadre de référence qui comprend, entre autres, une SGA (Marchand, 2006a) permettant l'analyse et la création d'activités. Grâce à cette structure, nous analyserons la séquence d'activités en lien avec la boîte à image et nous identifierons les paramètres de la situation permettant le développement des connaissances spatiales. Ce recul nous permet d'obtenir un regard longitudinal de ce développement. Pour présenter les fruits de cet atelier, nous présenterons d'abord le déroulement de l'atelier puis chacun des temps de ce dernier sera repris en présentant à la fois ce qui était prévu et les échanges réalisés durant l'atelier.

INTRODUCTION ET PRÉSENTATION DE L'ATELIER

Les connaissances spatiales se développent tout au long de la vie et surtout à travers diverses expériences scolaires et extrascolaires. La classe de mathématiques n'a donc pas l'emprise sur le développement de ces connaissances, mais il nous apparaît tout de même pertinent de proposer des activités ayant un potentiel pour le développement de ces connaissances étant donné qu'elles sont indissociables des connaissances géométriques (Berthelot et Salin, 1992), et qu'il nous semble que, jusqu'à présent, rares sont les propositions qui vont dans ce sens dans le contexte de la classe de mathématiques. Ainsi, notre questionnement de départ en lien avec le développement des connaissances spatiales et de son enseignement était le suivant : comment se fait-il que certains élèves possèdent et développent des connaissances spatiales (Berthelot et Salin, 1992 ; Clements et Battista, 1992) et d'autres non ? Quels types d'activités permettent ce développement (Braconne-Michoux, 2012) ? Comment pouvons-nous outiller les enseignants face à cet apprentissage difficile pour plusieurs élèves (Parzysz, 1988) ?

Pour aborder ces questions, l'atelier a été divisé en quatre temps. En premier lieu, les grandes lignes d'une séquence d'activités en lien avec la boîte à image (Freudenthal et al., 1976) ont été présentées aux participants. Une version modifiée de cette séquence a été vécue par la suite par les participants. Ce deuxième temps a constitué le cœur de l'atelier en permettant aux participants de se familiariser avec la boîte à image et ses diverses possibilités d'exploitation en classe pour en faire une séquence plus ou moins élaborée, et l'adapter selon le niveau scolaire visé. Dans un troisième temps, les animatrices ont présenté une structure génératrice d'activités (SGA), en cours d'élaboration, servant de point de repère pour l'analyse et l'élaboration de séquences d'activités ayant un potentiel pour le développement des connaissances spatiales. La boîte à image a été retenue ici à titre d'exemple pour concrétiser les diverses pistes d'exploitation de cette SGA. Enfin, le quatrième temps devait être consacré au transfert vers la formation initiale et continue de ce qui avait été présenté dans l'atelier, mais le temps a manqué. Par conséquent, nous y reviendrons dans le texte en identifiant quelques pistes pouvant être exploitées en formation initiale et continue.

Dans le texte qui suit, nous présentons en détails chacun des quatre temps de l'atelier en faisant un parallèle entre ce qui était prévu et ce qui a été vécu par les participants lors de l'atelier.

I - TEMPS 1. AVEC VOS ÉLÈVES

Dans cette partie, nous présentons la séquence telle qu'expérimentée par les animatrices en classes de 1^{ère} et 2^{ème} années primaire au Québec (équivalent au CP et CE1), accompagnée de trois productions d'élèves.

La séquence expérimentée était découpée en quatre séances.

Séance 1 : Construction de la boîte

- Les boîtes à chaussures avec un trou sur l'une des petites faces latérales, ainsi que le matériel de construction des objets (ici la pâte à modeler) ont été préparés préalablement à cette première séance. De plus, une thématique a été choisie par l'enseignant (ex. : les animaux marins).
- La consigne donnée aux élèves a été la suivante : « Imaginez une scène que vous pouvez totalement observer par le trou. Quand vous aurez tous terminé votre construction, il faudra écrire trois indices qui permettront de reconnaître votre boîte parmi toutes les autres de la classe. ». À l'aide de la pâte à modeler, les élèves ont dû construire quatre objets qui respectaient le thème des animaux marins, puis ont dû les disposer dans la boîte afin qu'ils soient tous visibles par le trou.
- Durant la réalisation de cette tâche, l'enseignant a circulé dans la classe pour questionner les élèves : vois-tu les 4 objets par le trou ? Comment dois-tu les placer pour tous les voir ? Utilises-tu tout l'espace de ta boîte ? Pour bien voir un objet par le trou, comment dois-tu le disposer dans la boîte (debout, couché, de côté...) ? Y a-t-il des objets plus difficiles à placer ? Tous tes objets entrent-ils dans la boîte ? Qu'y a-t-il à gauche de ton arbre ?....
- Lors du retour en grand groupe, l'enseignant est revenu sur ce qu'il avait observé chez les élèves durant la réalisation (stratégies et difficultés rencontrées).

Voici trois exemples de boîtes construites par les élèves – vues de haut :

<i>Anne</i>	<i>Maxime</i>	<i>Sophie</i>
		

La majorité des élèves ont construit plus de 4 objets, l'espace n'a pas toujours été utilisé entièrement (les objets ont pu être regroupés vers l'avant ou l'arrière). Maxime est un cas particulier : il a construit son zèbre (brun et noir), son léopard (jaune et noir) et son arbre en pâte à modeler à plat sur la table ; il leur a ensuite mis une base afin qu'ils puissent tenir debout. Les profils des animaux sont donc filiformes. Comme d'autres élèves, Anne et Sophie ont dû faire plusieurs aller-retour entre le positionnement des objets de la boîte et la vérification de la vue de face par le trou. La boîte d'Anne est composée d'un dauphin (le plus gros des deux poissons), d'un poisson, de trois « roches » à l'avant de la scène et de deux algues. Celle de Sophie est composée d'un dauphin (le plus gros des deux poissons), d'un poisson, d'une méduse, d'une tortue et de deux algues.

Séance 2 : Devinettes

- L'enseignant s'est assuré que toutes les boîtes des élèves étaient intactes avant de débiter la séance.
- La consigne de description des boîtes à l'aide de trois indices a alors été donnée. L'objectif de cette description donné dès le départ aux élèves était de permettre une meilleure dévolution du problème pour les élèves et qu'ils anticipent le jeu de devinette qui s'en suit.
- Durant la réalisation de la tâche, l'enseignant a circulé pour vérifier la clarté et la justesse de la description des attributs spatiaux (positionnement des objets dans la boîte et relations avec les autres objets).
- Ensuite, les élèves ont joué au jeu des devinettes. Différentes modalités sont possibles à cette étape. Celle-ci a été utilisée dans l'une des deux classes où a eu lieu l'expérimentation : toutes les boîtes à image ont été disposées sur une table et, à tour de rôle, l'enseignant choisissait trois élèves pour réaliser le jeu de devinettes. Il lisait une description et les trois élèves sélectionnés devaient retrouver la boîte en question. En lisant la description, l'enseignant l'a parfois légèrement modifiée afin d'enrichir le jeu (ex. : au lieu de dire qu'un lion était à droite de l'arbre, l'enseignant a pu dire qu'un animal se trouvait à droite de l'arbre). Lorsque les trois élèves avaient choisi une boîte, ils devaient expliciter les indices qui les avaient guidés. S'il y avait différents choix, une discussion s'en suivait pour analyser les différences entre les choix et déterminer la boîte qui correspondait à la description (En quoi ces boîtes sont-elles différentes ? Est-ce qu'elles correspondent toutes à la description ? La description est-elle assez précise pour retrouver la bonne boîte parmi les autres ? Avons-nous besoin d'autres indices pour retrouver la boîte en question?...). Le jeu fut répété un nombre suffisant de fois pour que tous les élèves aient pu y participer activement.

- Lors du retour, l'enseignant est revenu sur l'étape active des élèves de ce jeu de devinette : la description donnée te permettait-elle d'imaginer la scène ? Arrivais-tu à imaginer toute la scène ? Y avait-il un objet plus difficile à imaginer ? Arrivais-tu à imaginer ce qui était en avant, en arrière, à gauche, à droite... ? Maintenant que tu connais la boîte, arrives-tu à revoir la scène dans ta tête sans regarder par le trou ?...

Voici les descriptions respectives des trois élèves :

Anne	Maxime	Sophie
<i>La roche est devant le dauphin</i> <i>Le poisson est devant l'algue</i> <i>Une des algues est derrière le dauphin</i>	<i>Le zèbre est derrière l'herbe</i> <i>L'arbre est à côté de l'herbe</i> <i>Le léopard est à droite du zèbre</i>	<i>Le poisson est à côté de la tortue</i> <i>Le dauphin est devant l'algue</i> <i>La méduse est à droite</i>

La description d'Anne ne possède pas de fausses informations, mais elle est centrée sur une relation spatiale particulière entre deux objets, soit devant-derrière. Il n'y a aucune précision sur la latéralité des objets entre eux ou en lien avec leur emplacement dans la boîte. De plus, cette description ne donne aucun indice sur l'orientation de chacun des objets (de face, de profil...).

Celle de Maxime ne possède pas non plus d'informations erronées ; elle est composée de plusieurs relations spatiales, mais toujours entre deux objets. Comme dans la description d'Anne, celle de Maxime manque de précision : quelle algue ? De quel côté ?

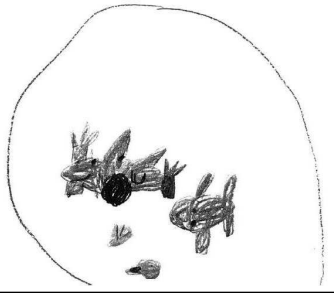
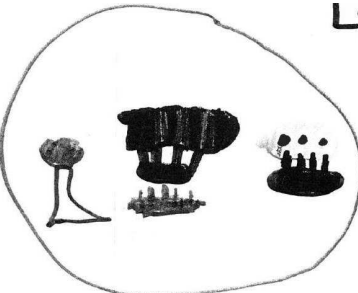
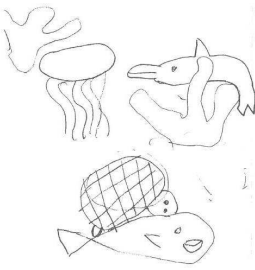
Enfin, la description de Sophie est similaire à celle de Maxime, mais elle comporte une inversion : c'est l'algue qui est devant le dauphin et non l'inverse. Plusieurs élèves ont effectivement eu tendance à inverser les diverses relations entre deux objets, même en ayant accès visuellement à la scène qu'ils avaient construite. Comme il s'agissait d'une première description de leur scène, nous considérons que ces textes représentent un point de départ et qu'ils pourront être précisés par le biais d'activités subséquentes. Par exemple, d'autres boîtes pourraient être construites à partir, cette fois-ci, des mêmes objets, afin de préciser l'utilisation de gauche et droite (la méduse est à ma droite... à la droite de la scène...) et l'orientation de chacun des objets.

Séance 3 : Dessin de la scène

- La consigne qui a été donnée aux élèves pour cette activité était de dessiner, sur une feuille blanche, la scène telle qu'ils la voyaient en l'observant par le trou – comme s'ils en prenaient une photo.
- Durant la réalisation de cette tâche, l'enseignant a circulé pour questionner les élèves sur leur production (Tu as dessiné l'arbre à droite du tigre; est-ce bien ce que tu vois par le trou ? Vérifie. Vois-tu l'arbre au complet lorsque tu regardes par le trou ? Est-ce que cet objet est en avant de la scène ou en arrière ? Est-ce que cet objet touche à l'autre ? Tu as dessiné cet objet en haut sur ta feuille, est-ce qu'il est placé plus haut dans la boîte ?...) Il demandait fréquemment aux élèves d'expliquer leur dessin. Cette phase de verbalisation lui permettait de mieux comprendre ce que l'élève voulait représenter et, du même coup, de mieux comprendre le processus mental lié aux relations spatiales.
- Un deuxième dessin a été réalisé pour la boîte d'un autre camarade de la classe. Une comparaison des deux dessins réalisés pour une même boîte a ensuite été discutée en équipe de deux avec la consigne suivante : quelles sont les ressemblances et divergences entre leurs dessins ?

- En guise de synthèse l'enseignant a donné un dessin à un élève en lui demandant de retrouver la boîte en question parmi toutes les boîtes. Il est également revenu sur les difficultés que certains élèves avaient éprouvées lors des tâches de dessin.

Voici la photo de ce que chacun des élèves voyait par le trou et les dessins respectifs de ces derniers :

<i>Anne</i>	<i>Maxime</i>	<i>Sophie</i>
 	 	 

Le positionnement des objets est respecté dans le dessin d'Anne, mais il manque un rocher. De plus, l'orientation du dauphin n'est pas très précise, mais le fait qu'il soit placé en diagonale par rapport au plan frontal a pu causer ce manque de précision. Enfin, le poisson est dessiné comme si nous le regardions vu d'en haut et non du trou. Anne a donc réussi à mettre certains objets de sa scène en relation les uns avec les autres, mais pas tous, et il semble y avoir eu un changement de perspective pour au moins l'un d'entre eux.

Maxime a respecté le positionnement et l'orientation de chacun de ses objets toujours dans la vue de face (par le trou), sauf pour l'arbre qu'il a positionné plus à l'avant-scène qu'il ne l'était en réalité (l'arbre devrait être au même niveau ou même un peu plus loin que l'herbe sur le dessin). L'orientation de ses objets était plus simple à gérer que pour Anne, étant donné qu'ils étaient tous dans des plans parallèles au plan frontal, donc de profil quand on regarde par le trou.

Enfin, le dessin de Sophie nous laisse croire qu'elle a procédé par dyade d'objets pour faire son dessin : la tortue et le poisson sont mis en relation, le dauphin et l'algue, et enfin la deuxième algue et la méduse. Mais les relations entre ces dyades ne sont pas respectées. Tout comme Anne, Sophie a dessiné un objet en vue de dessus, la tortue, alors que tous les autres sont dessinés en vue de face.



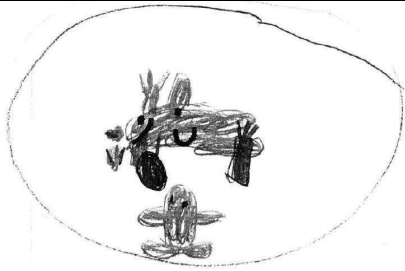
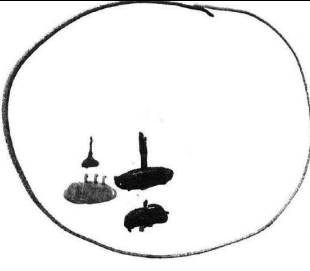
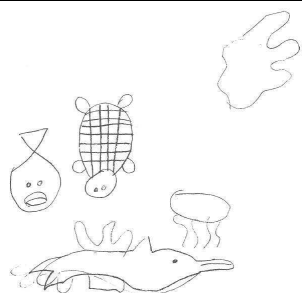
Mais lorsque Sophie a voulu mettre de la couleur à son dessin, elle en a refait un autre et ce dernier ne tenait plus compte des relations spatiales entre les objets. De plus, il y avait toujours une ambiguïté entre la vue de dessus et la vue de face de la scène.

Tout comme nous pouvons le voir avec le premier dessin de Sophie, plusieurs élèves ont eu de la difficulté à dessiner en perspective. Ils ont donc représenté des objets plus hauts que d'autres comme s'ils étaient dans les airs. Dans cette tâche, les élèves devaient apprendre à respecter le positionnement et l'orientation des objets dans la boîte et l'un par rapport à l'autre. Ils devaient dessiner ce qu'ils voyaient et non ce qu'ils savaient de chacun des objets. On retrouve ici le fait que le conflit entre le *su* et le *vu* à l'intérieur de la boîte a été difficile à gérer (Parzysz, 1988). D'une part, le dessin ne saurait refléter des changements de points de vue mais d'autre part, l'éloignement de certains objets et l'effet de perspective, quand on regarde par le trou, ont été difficiles à traduire par le dessin.

Séance 4 : Dessin de la scène vue par un trou imaginaire

- Cette dernière tâche consistait à demander aux élèves de dessiner leur scène comme s'ils la regardaient par un trou du côté droit de la boîte (vue de droite). Mais ils ne pouvaient pas faire ce trou ; ils devaient donc imaginer ce qu'ils verraient. La consigne a été : à quoi ressemblerait ta scène si tu prenais une photo par un trou fait sur le côté droit de la boîte ? (Où seraient les objets dans la boîte et les uns en lien avec les autres ?)
- En circulant, l'enseignant a poursuivi la réflexion en lien avec les relations spatiales en jeu en questionnant les élèves sur ce qu'ils réussissaient à voir ou non dans leur tête et ce qu'ils dessinaient. Il a fallu, à cette étape, aider les élèves dans le développement de stratégies pour qu'ils arrivent à s'imaginer leur scène ou du moins une partie de leur scène dans leur tête et qu'ils puissent anticiper une vue du côté droit de la boîte : par exemple, en leur proposant de prendre d'abord un objet à la fois et ensuite d'en mettre deux en relation l'un avec l'autre, de choisir un point de repère dans la boîte (ex. : balayer de gauche à droite), de tourner la boîte ou de se déplacer pour être du côté droit de la boîte ...
- Lors de la mise en commun, l'enseignant est revenu sur les diverses stratégies que les élèves avaient utilisées et qu'ils pouvaient réinvestir lors d'une activité ultérieure.

Voici les productions de nos trois élèves :

Anne	Maxime	Sophie
		

Le dauphin d'Anne est toujours représenté perpendiculairement par rapport à ce nouveau point de vue. L'orientation du poisson et son positionnement par rapport au dauphin sont respectés, mais pas son point de vue ; il est encore dessiné en vue de haut. Nous avons, de plus, l'impression que le dauphin est au-dessus du poisson alors que les deux sont sur la base de la boîte, donc l'un cache l'autre partiellement. En revanche, elle a correctement mis en relation le dauphin avec d'autres plus petits objets (les rochers et les algues).

Maxime a réussi à produire un dessin respectant l'orientation et le positionnement de chacun de ses objets selon ce nouveau point de vue. Il faut par contre mentionner que les relations entre ses

objets, leur positionnement et orientation dans la boîte étaient simples (perpendiculaires à ce nouveau plan frontal et très minces).

Sophie a su mettre en relation le dauphin et l'algue, mais ce nouveau point de vue ne semble pas avoir été respecté pour les autres objets (qui ont été plutôt dessinés en vue de dessus). Ces dessins devront être retravaillés avec les élèves par le biais d'activités subséquentes afin d'améliorer la prise en compte des relations spatiales dans ce type de tâches.

Cette séquence est prise ici à titre d'exemple, mais il existe une infinité de variantes selon les choix que l'enseignant fera quant aux objectifs d'enseignement et d'apprentissage. Nous pourrions, entre autres, demander aux élèves de construire une boîte à image à partir d'un dessin ou d'une description, ou encore, donner à un élève les objets et une boîte à image vide et lui demander de la reconstituer grâce aux indices qu'un autre élève lui fournirait. Ces deux variantes pourraient permettre aux élèves de préciser leur description, leur dessin ou leur construction d'un point de vue spatial.

II - TEMPS 2 : À VOUS DE JOUER

Lors de l'atelier, les participants ont expérimenté une version un peu modifiée de cette séquence. La variante est ici présentée avec trois exemples de productions du groupe. (Nous voudrions d'ailleurs en profiter pour remercier tous les membres du groupe qui ont joué le jeu – tous les membres ont très bien joué le jeu pendant toute la période !!!)

Temps 1 : construction de la scène

Cette étape a été réalisée avec des figurines pour enfants prédéterminées (ex. : bonhomme, chaise, cheval, fleurs...) et les participants ont eu à les positionner afin qu'ils puissent tous les voir par le trou. Initialement, toutes les équipes devaient avoir les mêmes objets, mais une erreur de manipulation est venue court-circuiter cette variante. Voici trois productions :

<i>Équipe A</i>	<i>Équipe B</i>	<i>Équipe C</i>
		

Lors de la construction, les équipes ont discuté du positionnement des objets (ex. : ne pas mettre les plus gros en avant), de l'orientation des objets (ex. : debout, couché, de profil...), des limites de l'espace (ex. : nous devons fermer la boîte et donc le cavalier ne doit pas dépasser), des limites du point de vue (tous les objets doivent être visibles en un seul coup d'œil par le trou, comme si nous prenions une photo). Ainsi, tout comme les élèves, les échanges en sous-groupe lors de la construction de la scène ont porté sur les relations spatiales entre les objets.

Temps 2 : description

Chaque équipe devait produire une description de sa boîte en quelques lignes afin qu'une autre équipe puisse l'identifier parmi toutes les autres. Voici trois exemples de descriptions obtenues :

<i>Équipe A</i>	<i>Équipe B</i>	<i>Équipe C</i>
<i>Le lapin est posé sur la chaise à gauche de la scène.</i> <i>Le cheval mange les fleurs. Il a un cavalier.</i> <i>La femme regarde le cheval et les fleurs, elle est à sa gauche.</i>	<i>Je suis le lapin. Je tourne le dos à la fenêtre et je vois toute la scène.</i> <i>Devant moi, un bac à fleurs, derrière ce bac à fleurs, à ma droite, un chat me fait face, assis sur une chaise. Un peu plus loin sur ma gauche, un homme sur un cheval. Je vois leurs profils gauches. Une dame debout à gauche du cheval me regarde.</i>	<i>Au premier plan à gauche, on voit le bac à fleur sur toute sa longueur.</i> <i>Au deuxième plan à droite, on voit le cavalier sur son cheval, parallèle au bac à fleurs, le cheval et le cavalier regardent vers la gauche.</i> <i>Au troisième plan à gauche, la femme est assise sur la chaise avec le lapin sur ses genoux. Le lapin a la queue vers sa main droite et la tête vers sa main gauche. La chaise est orientée Nord-Ouest, Sud-Est et fait face à l'observateur.</i>

Cette étape a duré une dizaine de minutes. Les équipes ont dû choisir leur point de repère (ex : celui de l'observateur ou d'un personnage dans la scène). En classe, les élèves ont tous choisi spontanément le point de vue de l'observateur (à l'extérieur de la boîte). Ensuite, les échanges ont porté sur le choix des mots, leur niveau de précision en lien avec la position des objets dans la boîte, leur orientation et leur relation les uns par rapport aux autres. Les élèves ont réalisé le même type d'échanges selon leurs compétences spatiales.

Temps 3 : devinettes

À cette étape, une animatrice a lu la description de l'équipe A à tout le groupe alors que toutes les boîtes étaient réunies sur le bureau de la salle. Les participants ont été amenés à écouter la description en imaginant la scène (ex. : sans prendre de note). La description a dû être lue à deux reprises. Par la suite, au hasard, chaque équipe a reçu une boîte et a dû déterminer si cette boîte correspondait à la description qui venait d'être lue. Le fait d'avoir inversé certains objets lors de la préparation du matériel a créé des absences ou des intrus dans les boîtes et a permis à certaines équipes d'éliminer rapidement certaines boîtes. Un retour en grand groupe a été fait où nous avons demandé aux participants comment ils avaient procédé. Les principales procédures retenues pour s'imaginer la scène à partir de sa description étaient les suivantes : « dans l'ordre de la description, je me suis demandé quel était le référent ; le fait d'avoir manipulé les objets avant nous a permis d'avoir des images dans notre tête, mais il est difficile de s'imaginer la scène lorsque le point de vue change ; puisque la description ne nous permettait pas de voir les positionnements relatifs, je suis passé à une vue de dessus (sur une seule dimension), je me suis imaginé plusieurs scénarios afin d'avoir une vue d'ensemble de la scène ; je me suis rappelé des informations importantes (recourir à la mémoire si nécessaire) et enfin, la scène était séparée en deux images puisque la description ne donnait pas d'indices sur la relation entre ces deux parties de la scène ».

Une deuxième description (équipe B) n'a été lue qu'une seule fois. Tous les participants, contrairement à la première description, semblaient avoir construit une image dès la première lecture. Une discussion s'en est suivie à propos de l'expression « à gauche du lapin » : par rapport à quoi ? À sa gauche, à celle de l'observateur ? Les procédures utilisées par les participants à propos de cette description étaient du type : la scène est construite dans le sens de la lecture et

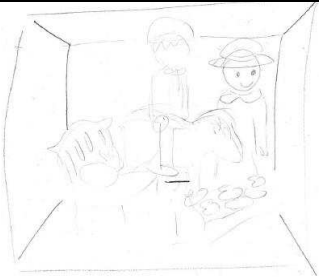
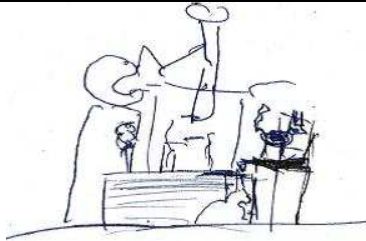
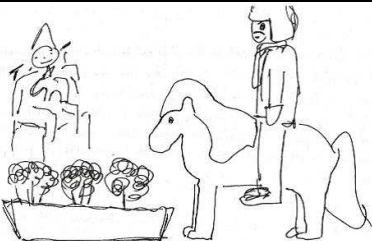
donc j'ai suivi cet ordre ; cette description était plus visuelle, on pouvait facilement se construire la scène... Mais, le point de vue du lapin pris par les auteurs de cette description en a aidé certains et pas d'autres. Lorsqu'ils ont reçu leur boîte, plusieurs équipes ont procédé par élimination selon les indices donnés par la description.

Globalement, certains participants ont mentionné que la première description était plus facile que la seconde parce qu'ils ont considéré que la présence d'un autre référent (le lapin est l'observateur, comme cela a été le cas dans la deuxième description) avait rendu la tâche plus complexe. Dans le même temps, d'autres participants disaient le contraire, affirmant que le changement de référent, ici le lapin observateur, leur avait permis d'entrer plus facilement dans la scène puisqu'ils faisaient à présent partie de cette scène. Les participants ayant trouvé la première plus facile se sentaient contraints par le nouveau point de référence (ex. : « ça choque et cela a changé ma façon de faire »). Des questions ont émergé de cette discussion : et si le lapin était dans un point de vue opposé à l'observateur ? Est-ce que s'approprier un personnage représente une aide ? Enfin, une comparaison entre les deux types de descriptions lues a été réalisée : alors que la première était davantage structurée en deux parties, la deuxième permettait d'entrer en profondeur dans la boîte, plan par plan ; alors que la première ne donnait que peu d'indices sur l'organisation spatiale des éléments les uns en lien avec les autres, la deuxième exposait la scène comme un enchaînement, une histoire, on n'avait pas besoin de revenir en arrière. En classe, les élèves ont également observé des différences dans la formulation des descriptions lues, mais souvent celles-ci étaient orientées vers la précision des informations.

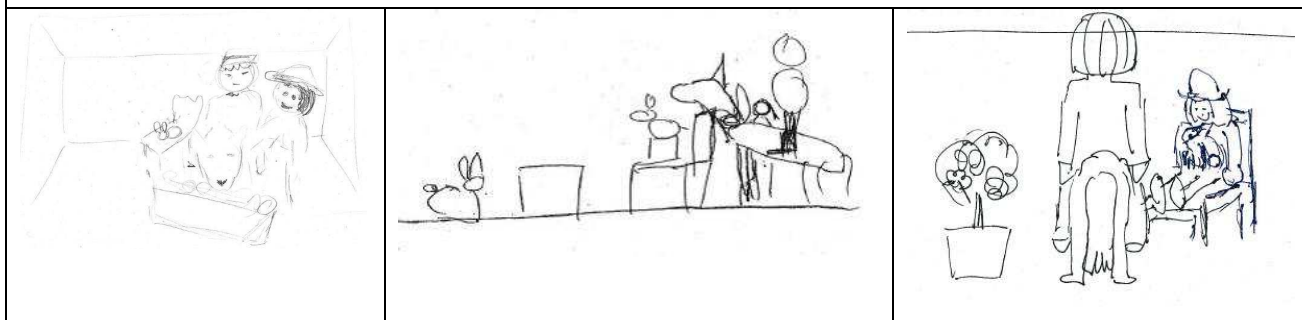
Temps 4 : dessins de la boîte

La consigne qui a été donnée demandait de faire deux dessins : un premier dessin qui illustre la scène que nous pouvons voir par le trou et un deuxième dessin illustrant la scène que nous pourrions voir par un trou imaginaire placé sur la face de droite de la boîte.

Voici des exemples de dessins produits par les trois équipes respectives :

<i>Équipe A</i>	<i>Équipe B</i>	<i>Équipe C</i>
Dessin selon la vue du trou		
		

Dessins selon la vue de droite



Pour le premier dessin, les échanges ont porté sur la lunette à prendre pour faire le dessin (soit d'un seul coup d'œil soit en balayant la scène) et sur la manière de dessiner les objets cachés par d'autres : faut-il rendre compte de la perspective à l'intérieur de la boîte ou au contraire, dessiner une vue de face de la boîte ? Pour la vue de droite, les échanges à propos de la gestion des informations, du positionnement et de l'orientation des différents objets composant la scène se sont intensifiés : comment sera placé le cheval ? Qu'allons-nous voir du lapin ? Quelle sera la distance entre les objets ? Voici certaines procédures explicitées par des groupes pour la vue de droite : j'ai tourné la boîte, j'ai imaginé une fenêtre à droite et j'ai regardé la scène dans ma tête ; je me suis fixé un point de repère (ex. : tous les objets sont placés parallèlement au trou lorsque je les regarde par le trou existant et donc ils seront perpendiculaires par le trou de droite, j'ai reconstruit la scène plan par plan, tous mes personnages étaient de face initialement et donc par le trou de droite, il seront tous de profil) ; j'ai utilisé la vue du dessus comme perspective intermédiaire ; dans notre équipe chacun a fait un dessin alors que pour la description nous avons collaboré pour la produire, mais nous considérons que les brouillons ont été bénéfiques car ils nous ont permis de voir ce qui était correct et ce qui ne l'était pas. Il semblait difficile ici d'obtenir la vue demandée, certains revenant spontanément à une vue du dessus vue de droite. Le groupe a également mentionné que le but de la réalisation d'un tel dessin doit être clair dès le départ puisque les élèves ne produiront peut-être pas le même type de dessins si c'est pour rejouer au jeu de devinette ou si c'est pour reproduire le plus fidèlement possible leur propre scène. De plus, une question a été soulevée : ferions-nous le même type de dessin si nous dessinions la boîte, vue de droite, d'une autre équipe ? Cette question serait intéressante à explorer. Le conflit *su* et *vu* au sens de Parzys (1988) a également été soulevé. Mais nous sommes ici dans le cadre des relations spatiales entre différents objets, alors s'agit-il du même *su* et du même *vu* ? La question est à explorer. Enfin, le moyen utilisé pour avoir accès aux connaissances spatiales des élèves, soit le dessin, pourrait être questionné : le dessin peut-il représenter un obstacle supplémentaire pour les élèves ? Serait-il préférable de demander une description verbale (voire orale) de la vue de droite ? Ou encore, aurait-on intérêt à fournir une description d'une scène, vue de face, et demander aux élèves de construire la vue de droite de cette même scène à l'aide du matériel nécessaire (boîte et objets) ? Ces propositions qui sont autant d'interrogations en termes d'apprentissages que d'aides à apporter aux élèves sont apparues au cours de la phase de dessin de la vue de droite.

Temps 5 : description de la vue de droite

<i>Équipe A</i>	<i>Équipe B</i>	<i>Équipe C</i>
<i>Le lapin est posé sur la chaise à gauche de la scène.</i> <i>Le cheval mange les fleurs. Il a un cavalier.</i> <i>La femme regarde le cheval et les fleurs, elle est à sa gauche.</i>	<i>Je suis toujours le lapin. Je suis tout à gauche de la scène et je vous montre mon profil droit.</i> <i>Devant moi, un bac à fleurs, derrière ce bac à fleurs, à ma droite, un chat me fait face, assis sur une chaise. Un peu plus loin sur ma gauche, un homme sur un cheval. Je vois leurs profils gauches. Une dame debout à gauche du cheval me regarde.</i>	<i>Je suis le cavalier. Je suis sur un cheval et nous tournons tous les deux le dos à la fenêtre (de droite). À ma gauche, un bac à fleurs est placé parallèlement au cheval.</i> <i>Au fond à droite, une femme me regarde assis sur une chaise avec un lapin sur les genoux. La tête du lapin est tournée vers sa droite.</i>

Ce temps est un ajout par rapport à la séquence d'activités expérimentée, considérant que le défi était trop grand pour des élèves d'école primaire (CP et CE₁). Voici, outre les procédures déjà mentionnées pour le temps 2 de la séquence d'activités, quelques commentaires émis par le groupe pour la rédaction de cette description : il faut se choisir un point de repère ; il nous a semblé difficile de prendre le nouveau point de vue de l'observateur et nous ne savions pas si nous devions inscrire des informations au sujet des objets non-visibles depuis ce nouveau point de vue (ex. : un lapin se cache derrière le cheval). Ainsi, pour orienter davantage les élèves plus âgés dans ce type de tâche, nous pourrions leur demander de compléter la phrase suivante : « si je fais un trou ici, à droite de ma boîte, et que j'y regarde, je vois... ». Les élèves pourraient alors poursuivre leur description de la scène de la même manière. À la fin de cette étape, une autre question fut posée : quelle pourrait être la validation ? Devrions-nous prévoir des photos préalablement des vues de droite des diverses scènes et demander aux élèves de valider leur dessin avec cette dernière ? Ce type de validation pourrait tout à fait être adapté selon le but fixé par l'enseignant. Lors de l'expérimentation avec les élèves, la validation se faisait davantage au cours du jeu des devinettes, par la reconnaissance du dessin ou de la description avec la scène initiale par les camarades. Nous n'avons pas eu tendance à proposer aux élèves une validation visuelle puisque nous voulions nous centrer sur le développement des connaissances spatiales et donc sur le processus d'intériorisation et de création d'images mentales. Nous ne voulions pas que les élèves demeurent au niveau de constat visuel. Mais, la question de la validation doit être abordée en fonction des objectifs que l'enseignant se donne en proposant ce genre d'activités.

Temps 6 : Devinettes

Nous avons encore fait le choix de distribuer les boîtes à chacune des équipes une fois que la description a été lue par l'animatrice. Même si cette tâche a semblé plus complexe que les premières devinettes, les procédures ont été sensiblement les mêmes, en particulier les procédures par élimination : l'orientation d'un objet n'était pas respecté (le bac à fleurs devait être parallèle, mais il ne l'était pas); il y avait un intrus ou un absent; il y avait 4 plans alors que seulement 3 étaient décrits. Mais certaines équipes ont eu besoin de plus de temps avant de donner une réponse définitive. La description a été relue une fois alors que toutes les équipes avaient leur boîte en main et ont pu vérifier les informations en observant la scène par la vue de face. Certains

participants ont soulevé que dans la description lue, il y avait un mélange entre le vocabulaire utilisé par l'observateur et celui qui s'appuie sur un repère extérieur et ceci a été perturbant. D'autres se sont posé la question de savoir si la description était bonne, c'est-à-dire compatible avec une des scènes des boîtes existantes.

Enfin, une discussion autour de la progression d'apprentissage entourant une telle séquence d'activités en lien avec le développement des connaissances spatiales a émergé. La répétition d'activités comme celles proposées autour de la boîte à image fournit une multiplicité d'occasions pour approfondir les connaissances spatiales (positionnement, orientation et organisation spatiale) en demandant d'une fois à l'autre aux élèves de préciser certains éléments de leurs productions. Par exemple, cinq boîtes différentes peuvent avoir été générées à partir d'une seule description et nous pourrions demander aux élèves comment préciser la description pour en obtenir une qui soit unique et spécifique de la scène initiale. Le travail autour de ces activités permet, parallèlement au processus d'intériorisation des connaissances spatiales, de préciser le vocabulaire en lien avec les différents points de repères, les objets orientés, les repères générés par l'objet ou par l'observateur.

III - TEMPS 3 : À NOUS DE JOUER

Dans cette section, nous présentons quelques éléments théoriques soutenant les enjeux didactiques derrière certains choix critiques qui ont été effectués dans l'adaptation de la séquence d'activités de la boîte à image autant en classe qu'avec les participants à l'atelier.

D'abord, clarifions ce que nous entendons par connaissances spatiales. Notre définition s'inspire fortement de celle énoncée par Berthelot et Salin (1992) : il s'agit de connaissances qui, par le biais des cinq sens, amènent l'apprenant à contrôler, anticiper et communiquer les états, les transformations ou les déformations des données (forme, position, orientation) d'objets relatifs à l'espace (Marchand, 2009). Par exemple, être en mesure d'anticiper la forme, l'apparence, d'un solide d'après son patron relève des connaissances spatiales.

À partir de cette définition, nous avons analysé plusieurs activités, certaines semblant plus riches que d'autres ; nous avons conçu et expérimenté diverses séquences d'activités pour arriver à concevoir une structure théorique, une structure génératrice d'activité, la SGA, nous permettant de porter un regard nouveau sur les activités proposées en classe et, de manière longitudinale, sur des séquences d'activités pouvant être potentiellement plus propices au développement des connaissances spatiales chez les élèves. Cette structure donne des éléments d'analyse des productions des élèves réalisant ses activités. Elle est présentée ici sous forme d'une « marguerite ». Les pétales représentent des variables de la situation déjà énoncées par la littérature actuelle mais que nous considérons comme primordiales dans la planification de séquences d'activités visant le développement des connaissances spatiales. Le centre de la « marguerite » est l'élément que nous considérons incontournable non seulement pour solliciter les connaissances spatiales, mais surtout pour les développer de manière plus transparente en classe de mathématiques (Marchand, 2009; 2006a et b) : l'élève ne doit avoir un temps de réflexion, sans avoir recours à la vue. Rappelons les cinq variables tirées de la littérature, les cinq pétales de la « marguerite ».

Un premier choix que nous devons faire lors de la conception d'une activité, ou plus largement d'une séquence d'activités, est celui de l'espace visé. Voulons-nous travailler dans le micro-espace, dans le méso-espace ou le macro-espace (Brousseau, 1983) ? Dans notre cas, l'espace était déjà prédéterminé pour les activités en lien avec la boîte à image, soit le micro-espace. Un deuxième

choix porte sur les **objets** qui seront mis en jeu dans l'activité : quelle sera la dimensionnalité de ces objets ? Ici, ils sont tirés de l'espace en trois dimensions, mais ils pourraient être des objets du plan donc en deux dimensions. Quelles seront leur nature, physique ou géométrique, familier ou non ? Ici, nous avons fait le choix de travailler sur des objets physiques tirés du quotidien des élèves. Le mode d'accès à ces objets (représentation prototypique (ou non), construction, ou description) sera une autre variable de situation exploitable. Chronologiquement pour la séquence expérimentée auprès des élèves, ils ont eu accès d'abord aux objets réels, puis les allers-retours entre ce mode d'accès et leurs descriptions ont été valorisés par l'activité des devinettes et enfin un dernier passage a été réalisé grâce aux deux dessins entre les objets eux-mêmes dans la boîte et leur représentation. La quantité et la complexité des objets sont autant de variables didactiques. Pour les élèves, nous avons choisi de leur demander d'utiliser quatre objets et la complexité spatiale de ces derniers pouvait dépendre de leur choix d'animal (ex. : poisson versus hippocampe). Pour des élèves plus âgés nous pourrions choisir des solides (non orientés) au lieu des objets (orientés) et ainsi jouer sur leur niveau de complexité (ex. : pyramide droite ou oblique) et sur leur composition (ex. : construction composée d'un ou plusieurs solides).

Maintenant que ces deux premières variables sont fixées, troisième choix, il faut envisager les **tâches** qui seront demandées aux élèves : devront-ils observer et identifier, décrire, classer, construire, représenter, chercher ou argumenter (Piaget, 1973) ? Chronologiquement dans notre cas, les élèves ont été amenés à construire la boîte, à la décrire et l'identifier et à en proposer deux représentations relevant du dessin, la première en observant ce qu'ils voyaient par le trou et la deuxième en anticipant, en cherchant, la scène selon un autre point de vue, non accessible. Le choix des tâches est important, mais leur ordre l'est d'autant plus : l'inversion de deux tâches peut provoquer un tout autre apprentissage spatial chez les élèves. Par exemple, ici les élèves ont dû construire leur boîte puis la décrire, mais si nous leur avions demandé de décrire leur boîte avant de la construire auraient-ils procédé de la même manière ?

Les deux dernières variables découlent des choix précédents. D'abord, quelles sont les **images mentales** mises en jeu dans l'activité (Piaget et Inhelder, 1947; Legendre, 1993; Denis, 1979) : statiques, cinétiques ou transformatrices ? Reproductrices ou anticipatrices ? La boîte à image fait référence à des images mentales statiques, sauf peut-être pour le dessin vu de droite où certains élèves pouvaient mentalement faire tourner les objets dans leur tête pour voir leur nouvelle apparence selon le point de vue de droite. De plus, il s'agit d'images reproductrices sauf, encore une fois, pour la tâche liée au dessin vu de droite où les élèves devaient s'imaginer leurs objets depuis un nouveau point de vue, où l'anticipation était non pas sur les objets eux-mêmes, mais sur leur positionnement dans la boîte et en relation les uns avec les autres. Enfin, à quel niveau du **développement** spatial se situe l'activité ? Plusieurs théories peuvent être utilisées pour répondre à cette question. Nous pensons à la théorie des niveaux de pensée en géométrie de Van Hiele (1959, 2002), la théorie des paradigmes géométriques de Houdement et Kuzniak (2000), les différents rôles de la figure de Duval (2005) et le conflit entre le *su* et le *vu* de Parzysz (1988, 2007). Mais, ce volet de la SGA est encore en construction puisque le développement des connaissances spatiales a été jusqu'à présent traité en parallèle au développement des connaissances géométriques et selon nous, il faudrait proposer un modèle qui soit spécifique au développement du sens spatial, dissocié des connaissances géométriques dans un premier temps pour, dans un second temps, les arrimer à nouveau. Ce travail est à suivre...



Ces cinq variables sont celles que nous avons considérées pour la SGA, mais elles ne sont pas exhaustives, d'autres pourraient s'y greffer éventuellement. Il nous reste une seule variable à décrire pour notre SGA et il s'agit d'une variable novatrice et incontournable pour la valorisation du développement des connaissances spatiales pour l'ensemble des élèves de la classe. Celle-ci a émergé des suites d'une étude doctorale ayant un cadre conceptuel multidisciplinaire et puisant sa source dans d'autres domaines d'apprentissage que les mathématiques, où la valorisation du développement des connaissances spatiales spécifiques, comme le développement des images mentales, a fait l'objet de tout un champ de recherches, soit le domaine sportif (Marchand, 2006b). Ainsi, ce qui a été mis en évidence est que certains élèves peuvent développer leurs connaissances spatiales seulement avec les variables précédemment identifiées ou grâce à des expériences extracurriculaires (ex. : sport, musique ou jeux vidéo), mais pour la majorité des élèves il semble qu'il faut faire davantage. En fait, comme les connaissances spatiales font référence à des composantes de contrôle, d'anticipation et de communication, nous croyons que leur intériorisation est primordiale à leur construction chez l'apprenant. Par conséquent, l'enseignant doit non seulement jouer sur les variables précédentes, mais également planifier des temps d'intériorisation dans le déroulement des tâches qu'il proposera à ses élèves et il devra les questionner sur ce temps pour en savoir davantage sur leur activité en terme de développement du sens spatial. Une des façons simples de provoquer cette intériorisation en géométrie est de limiter le temps d'observation ou encore d'éliminer complètement le recours à la vue comme source de résolution d'une problématique spatiale. Par exemple, pour la boîte à image, nous avons retrouvé ce temps lorsque nous avons demandé aux élèves de dessiner la vue de droite alors qu'ils n'avaient pas accès à cette vue visuellement. La mise en commun gérée par l'enseignant a alors porté essentiellement sur cette intériorisation et sur le passage au dessin. Avec les participants à l'atelier, nous avons ajouté un autre temps où la vue ne pouvait pas être la source de la résolution : lors du jeu des devinettes, les participants n'ont pas eu accès aux boîtes, ils ont dû imaginer la scène « dans leur tête » et comparer cette anticipation par la suite avec la boîte qu'ils avaient reçue, le questionnement des animatrices par la suite portant spécifiquement sur la construction de cette image mentale, sur sa comparaison avec la boîte reçue et sur une seconde devinette.



Lors de l'atelier, une question a été posée :

En quoi cette SGA est-elle spécifique au développement des connaissances spatiales ?

Voici des pistes de réponse : ce qui nous semble être spécifique aux connaissances spatiales sont les problématiques mises en jeu lors du temps d'intériorisation. Ces dernières ne sont pas en lien avec les connaissances géométriques des objets en jeu : par exemple, la question n'est pas de savoir s'il s'agit bien d'un pavé droit pour parler du bac à fleurs, mais quelle est sa position et son orientation dans la boîte et par rapport aux autres objets de la boîte. L'enjeu est spatial et non géométrique. De plus, cette problématique oriente le questionnement de l'enseignant lors de la mise en commun comme nous l'avons vu plus haut. Il ne pose pas des questions du type : quels sont les solides que vous reconnaissez à travers les objets dans la boîte ? Est-ce bien un pavé ? La boîte est composée de combien d'arêtes ? Comme l'ont remarqué Berthelot et Salin (1993-1994), ce glissement vers les connaissances géométriques à travers les activités proposées en classe, même parmi celles proposées par les manuels scolaires, est très fréquent et représente, selon nous, une des sources principales de la méconnaissance des acquis des élèves du point de vue des connaissances spatiales et du même coup du potentiel de leur développement en classe de mathématiques. Les trois questions essentielles à se poser pour un enseignant s'il veut développer les connaissances spatiales chez ces élèves sont : l'activité met-elle en jeu des problématiques spatiales ? Y a-t-il un temps d'intériorisation durant l'activité ? Et, mon questionnement porte-il explicitement sur ce temps de l'activité ?

Cette description de la SGA en lien avec la séquence d'activités de la boîte à image met en évidence son exploitation possible dans la conception et l'adaptation d'activités déjà existantes, en explicitant les variables qui ont été prises en compte *a priori* pour cette séquence d'activités. Elle pourra également, *a posteriori*, servir de point de repère dans l'analyse de productions des élèves : les élèves semblent-ils bien fonctionner dans le micro-espace ? Quelles tâches semblent difficiles pour eux ? ... De plus, elle pourrait être utilisée comme structure génératrice d'activités en jouant sur une ou deux variables pour les activités subséquentes : on pourrait demander aux élèves de

construire une boîte à image avec de nouveaux objets à partir d'une description verbale. Ainsi, en inversant l'ordre des tâches, on y ajouterait une plus grande part d'images anticipatrices en introduisant de nouveaux objets et une disposition de ces derniers encore jamais vue par les élèves. Il s'agit de modifier une des variables identifiées pour générer une nouvelle activité pour les élèves. D'ailleurs, un mode de fonctionnement court et répétitif durant l'année scolaire est propice au développement de ce type de connaissances en opposition avec un mode de fonctionnement plus intensif et long (Marchand, 2006a; 2009). Cette facette du développement des connaissances spatiales a été soulevée par certains participants de l'atelier qui ont mentionné qu'ils pourraient aisément intégrer la séquence d'activités de la boîte à image dans la routine de la classe.

Une deuxième question a été posée :

Cette idée d'une nécessité d'un passage constant entre l'image, sa représentation et sa description existe déjà, alors qu'est-ce qui est novateur dans la SGA ?

Voici des pistes de réponse : en fait, ce que dit la SGA est qu'il faut introduire un temps intermédiaire entre ces passages où la vue des objets (papier ou réelle) ne peut être la source de résolution d'une problématique ici spatiale. De plus, le but de l'enseignant devrait être de questionner les élèves sur ce temps d'intériorisation des relations spatiales en jeu afin d'en prendre connaissance et d'aider les élèves à les construire. Par conséquent, si ce temps n'est pas prévu dans la tâche demandée, sur quoi l'enseignant questionnera les élèves lors de la mise en commun ? Sur des constats visuels ou encore des propriétés géométriques. Dans le premier cas, nous restons au niveau de l'observation et dans le deuxième, nous glissons vers les connaissances géométriques. En affirmant que ce temps d'intériorisation est nécessaire au développement des connaissances spatiales, la SGA sous-entend également que la manipulation (sans intériorisation) peut même nuire ou court-circuiter le développement des connaissances spatiales chez plusieurs élèves (Marchand, 2006b). Un autre exemple que l'on peut tirer de la boîte à image : la construction d'une maison à partir d'une description. Nous pourrions donner une description écrite de la maison (sa base étant un pavé droit et son toit, une pyramide à base rectangulaire...) et ensuite demander aux élèves de construire cette maison à l'aide de pailles à leur disposition en s'assurant que la construction respecte la description. Mais ce type d'activité qui permet le passage entre la description et l'objet et vice-versa ne possède pas de temps d'intériorisation et donc n'a peut-être pas un grand potentiel pour le développement des connaissances spatiales ou du moins elle donne peu d'accès à leur développement chez l'élève. Si nous mentionnons aux élèves qu'ils devront construire leur maison avec des pailles de trois grandeurs différentes (petites, moyennes et grandes) et qu'ils devront venir chercher en une seule fois et avant toute construction le nombre exact de pailles de chacune des trois grandeurs, nous ajoutons un temps d'intériorisation et l'enseignant pourra questionner les élèves sur ce temps lors de la mise en commun (Marchand, 2006b). Nous croyons que ce temps d'intériorisation et le questionnement qui en découle lors du retour collectif constitue un maillon important dans le développement des connaissances spatiales en classe de mathématiques, mais négligé jusqu'à présent.

IV - TEMPS 4 : AVEC VOS ÉTUDIANTS

Nous voulions qu'à l'issue de cet atelier, les participants repartent avec non seulement une séquence d'enseignement valorisant le développement des connaissances spatiales à l'école primaire (celle de la boîte à image), mais aussi qu'ils soient initiés à un outil de création et

d'analyse pour des activités ultérieures sur cet objet d'apprentissage, soit la SGA. Nous pensons que ces objectifs ont été atteints en majeure partie, mais qu'une partie importante reste sans réponse selon le discours des participants. Effectivement, la SGA ouvre plusieurs portes et peut-être même trop pour pouvoir l'exploiter telle quelle en formation initiale ou continue. Il est vrai que la SGA ouvre une panoplie de possibilités et que dans le cadre de la formation initiale, il serait pertinent de canaliser l'information en diminuant le nombre de variables et en proposant des ordres d'ouverture des portes d'entrée à la SGA, un peu comme nous venons de le proposer dans le présent texte. Dans le cadre d'une séance de formation continue, il serait sans doute plus plausible de développer davantage la SGA pour l'analyse ou la création d'une activité favorisant le développement du sens spatial.

V - CONCLUSION

Les participants à l'atelier ont découvert, par l'activité de la boîte à image, la distinction que l'on peut faire entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques. La Structure Génératrice d'Activités (SGA) permet d'analyser ou de créer des activités source d'apprentissage et de développement des connaissances spatiales chez les élèves. La particularité de cette SGA est de mettre en évidence le fait que, dans toute activité liée à l'espace (construction d'une scène, dessins de ces scènes, etc.), l'enseignant doit ménager un temps d'intériorisation entre la dévolution de l'activité et l'action de l'élève, interroger l'élève sur ce temps d'intériorisation pour mettre en évidence ses apprentissages spatiaux éventuels.

Cette activité de la boîte à image telle que proposée à l'atelier s'est révélée très riche (voire trop) et a mené les participants à évoquer les changements de variables, les conditions de mises en œuvre, les apprentissages qui peuvent y être associés, autant de paramètres décrits dans la SGA. Mais cette même SGA est sans doute un support théorique trop complexe pour être présentée telle quelle en formation initiale, faute de temps devant les étudiants. Il faut donc penser à proposer des versions plus segmentées mettant en évidence chaque « pétale de la marguerite » de la SGA pour que les étudiants puissent envisager de l'exploiter rapidement en classe. En revanche, elle pourrait être présentée dans le contexte de la formation continue des enseignants du primaire.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R. & SALIN M-H. (1993-1994) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N*, **53**, 39-53.

BERTHELOT R. & SALIN M-H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I.

BOLDUC M. (1982). La boîte à image. *Instantanés mathématiques*, mai, 26-30.

BRACONNE-MICHOUX A. (2012) Des tours de D. Valentin aux représentations planes des objets de l'espace, in *Actes du XXXIXe colloque de la COPIRELEM*, Quimper, France.

BROUSSEAU G. (1983). Étude de questions d'enseignement, un exemple de la géométrie. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*.

CLEMENTS D. H. & BATTISTA M.T. (1992) Geometry and spatial reasoning, *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, Douglas A. et Grouws, Macmillan publishing compagny, New York, Chap. 18, 420-464.

- DENIS M. (1979). *Les images mentales*. Presses universitaires de France, Paris.
- DUVAL R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, *Annales de didactique et de Sciences cognitives*, 10, 5-53.
- FREUDENTHAL H. *et al.* (1976). Five Years IOWO on H. Freudenthal's Retirement from the Directorship of IOWO. Reprinted from *Educational Studies in Mathematics*, Reidel Publishing company, Dordrecht, Holland, 7 (3), 197-203.
- HOUEMENT C. & KUZNIAK A. (2000). Formation des maîtres et paradigmes géométriques, *Recherches en didactique des mathématiques*, 20/1. La pensée sauvage : Grenoble.
- LEGENDRE R. (1993) *Dictionnaire actuel de l'Éducation*. 2e édition, La collection «Le défi Éducatif», Guérin, Montréal, et ESKA, Paris.
- MARCHAND P. (2009). L'enseignement du sens spatial au secondaire : analyse de deux leçons de troisième secondaire. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education (CJSMTE)*, Routledge, Taylor & Francis Group, 9 (1), 30-49.
- MARCHAND P. (2006a). Comment développer les images mentales reliées à l'apprentissage de l'espace en trois dimensions ? *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 11, 103-121.
- MARCHAND P. (2006b). *La géométrie, tout un sport !* Les Éditions Bande Didactique, Mathèse.
- PARZYSZ B. (1988) Knowing *vs* Seeing : Problems of the plane Representation of Space Geometry., *Educational Studies in Mathematics*, 19, 79-92.
- PARZYSZ B. (2007). La géométrie dans l'enseignement secondaire et en formation de professeurs des écoles: de quoi s'agit-il? *Quaderni di Ricerca in Didactica*, 17, 121-144.
- PIAGET J. (1973) *La géométrie spontanée de l'enfant*, Presses Universitaires de France, Paris.
- PIAGET J. & INHELDER B. (1947) *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Presses Universitaires de France, Paris, (ed. 1977).
- VAN HIELE P. M. (2002). Similarities and differences between the theory of learning and teaching of Skemp and the Van hiele levels of thinking. *Intelligence, learning and understanding in mathematics. A tribute to Richard Skemp*. D. Tall et M. Thomas (eds), PostPressed: Flaxton, Australia.
- VAN HIELE P.M. (1959) La pensée de l'enfant et la géométrie, *Bulletin de l'APMEP*, 198, 199-205.