CONFÉRENCE N°2

GÉOMÉTRIE EN PRIMAIRE : DES REPÈRES POUR UNE PROGRESSION ET POUR LA FORMATION DES MAÎTRES

Christine MANGIANTE-ORSOLA
MCF, Université d'Artois
Laboratoire de Mathématiques de Lens
christine.mangiante@espe-lnf.fr

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN
Professeur émérite, Université d'Artois
Laboratoire de Didactique André Revuz
marie-jeanne.perrin@univ-paris-diderot.fr

Résumé
Ce qu'on appelle géométrie en cycle 2 a-t-il quelque chose à voir avec ce qu'on appelle géométrie en classe de quatrième ? Qu'est-ce que raisonner sur une figure ? Comment la notion de figure géométrique définie par des énoncés peut-elle se construire de manière cohérente dans une progression de la maternelle au collège ? Quel regard porter sur un dessin pour y voir une figure géométrique ? Comment peuvent s'exercer ces changements de regard sur la figure nécessaires à l'entrée dans une géométrie déductive ? Quelle place pour la construction et la reproduction de figures avec des instruments (du gabarit au compas) dans cette progression ? A supposer qu'on puisse penser une telle progression, quelle formation des professeurs des écoles suppose-t-elle ? Quelles ressources peut-on proposer aux maîtres pour les aider à faire évoluer leurs pratiques dans le sens d'une meilleure progression des élèves ?
La conférence à deux voix présentera quelques réflexions autour de ces questions en s'appuyant sur une recherche qui a eu lieu pendant une dizaine d'années à l'IUFM Nord-Pas-de-Calais et qui se poursuit dans l'étude des possibilités de développement professionnel des enseignants du primaire à travers l'analyse d'un dispositif de production de ressources associant chercheurs, formateurs et enseignants de l'école primaire.

Cette conférence s'appuie sur le travail d'un groupe de recherche[16] qui a fonctionné à l'IUFM Nord-Pas-de-Calais pendant une dizaine d'années et continue actuellement sous d'autres formes. Ce groupe a élaboré une approche de la géométrie à l'école élémentaire décrite dans plusieurs publications, dont des ateliers ou communications à la COPIRELEM. On les retrouvera dans la bibliographie en fin d'article. Avant de la présenter rapidement dans une première partie, nous commencerons par situer cette approche dans une réflexion un peu plus générale sur la géométrie. La deuxième partie sera consacrée à l'étude des possibilités d'évolution des pratiques et de développement professionnel d'enseignants du primaire à l'aide de ressources[17] prenant appui sur cette approche de la géométrie.

[16] Ont participé à ce groupe, à un moment ou un autre, J.R. Delplace, R. Duval, C. Gaudeul, M. Godin, B. Keskessa, R. Leclercq, C. Mangiante-Orsola, A.C. Mathé, B. Offre, M. J. Perrin, O. Verbaere.

[17] Dans ce texte, nous désignons par le terme « ressources » les documents sur papier ou numériques produits pour aider les enseignants à s'approprier les situations conçues dans le cadre de la recherche. Certaines ont été rédigées par les chercheurs eux-mêmes (en y associant ou non des enseignants, des conseillers pédagogiques…)

I. INTRODUCTION

La géométrie semble mal aimée actuellement :

- des programmes : elle a pratiquement disparu des programmes de lycée qui ne parlent plus que de géométrie analytique. Même au collège, les programmes ont été réduits : les vecteurs et la translation ont migré en seconde, les seules transformations qui subsistent sont la symétrie orthogonale en 6ème et la symétrie centrale en 5ème. Les élèves n'entendent plus parler de rotation, homothétie, similitude à aucun moment du secondaire.

- des enseignants du primaire qui la considèrent comme moins importante que les nombres ; d'ailleurs les maîtres formateurs la laissent souvent à leur remplaçant.

Pourtant, en général, les élèves du primaire aiment la géométrie mais quand ils arrivent au collège, beaucoup d'entre eux se sentent perdus, ne comprennent plus et se mettent progressivement à ne plus aimer la géométrie.

La géométrie disparaît-elle des programmes du secondaire parce qu'elle est inutile, qu'on y ennuie les élèves avec des savoirs scolaires et une forme de rhétorique dépassée qui ne leur servira jamais ? Vu le thème du colloque, on peut penser que tout le monde n'est pas de cet avis. Alors, en quoi est-elle utile ?

D'abord elle est utile par ses applications : d'une certaine manière c'est une science physique qui modélise les positions et les déplacements dans l'espace à trois dimensions dans lequel nous vivons. Géométrie veut dire mesure de la terre. Nous reviendrons sur le terme mesure un peu plus loin en considérant pour le moment que, dans la géométrie comme modèle de l'espace, il s'agit surtout de décrire et caractériser les formes, décrire et caractériser les positions, décrire et caractériser les transformations de formes et de positions.

Cependant, si c'est le résultat qu'on vise, si le but de la géométrie est d'avoir un modèle de l'espace, on peut se demander si, de nos jours, une modélisation numérique n'est pas bien plus efficace et on aurait donc raison de se limiter rapidement à la géométrie analytique. Même si c'est le cas, on peut toutefois remarquer que des considérations géométriques élémentaires comme des symétries, du parallélisme ou de l'orthogonalité permettent parfois de simplifier considérablement les calculs, ne serait-ce que par le choix des variables. Pour en tenir compte, encore faut-il les voir, disposer d'une certaine intuition géométrique… Comment se construisent une vision et une intuition géométriques utiles dans d'autres domaines ? Quel rapport entre la visualisation et la théorie pour y parvenir ?

Les exposés de Marie-Hélène Salin et Valentina Celi dans la conférence à quatre voix nous ont montré d'un côté la grande importance accordée aux dessins précis et soignés dans l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et au début du collège, d'un autre côté l'insistance précoce sur la défiance vis-à-vis de ce qu'on voit sur le dessin pour raisonner en géométrie. Ce paradoxe soulève de nombreuses questions sur la nature même de la géométrie et sur les objectifs poursuivis par son enseignement dans la scolarité obligatoire. En voici quelques unes :

- En reproduisant des figures aux instruments, les élèves apprennent-ils autre chose que la manipulation technique des instruments ? Si oui, quoi et sous quelles conditions ? Cette question est abordée dans la thèse en cours d'Edith Petitfour qui s'intéresse à l'enseignement de la géométrie aux élèves dyspraxiques : ces élèves ne pourront jamais arriver à une manipulation précise des instruments ni à des tracés soigneux. Peuvent-ils conceptualiser sans manipuler eux-mêmes les instruments ? Quel rapport aux figures est-il nécessaire pour raisonner en géométrie ? Comment le construire ?

- Quelle théorie pour penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de l'école élémentaire au collège ? En effet, un enseignement cohérent de la géométrie de l'école au collège suppose une axiomatique, implicite pour les élèves, au moins en très grande partie, mais qui devrait être explicite pour les professeurs de collège au moins (et pouvoir être évoquée sur certains points avec les professeurs des écoles).

puis d'autres ont été produites dans le cadre d'un dispositif de travail associant chercheurs, formateurs et enseignants. Ce sont ces dernières ressources qui font l'objet de notre étude actuelle.

- Le modèle de la géométrie d'Euclide, complété par Hilbert s'est développé, a changé de forme, permettant de définir d'autres géométries (non euclidiennes), et ainsi de mieux comprendre la géométrie euclidienne mais dépasse l'enseignement secondaire. Alors, au collège, faut-il continuer à enseigner la géométrie d'Euclide, avec des figures et des démonstrations ?

Notre réponse est positive à la dernière question parce que l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie des figures type Euclide, ce qu'on appelait géométrie « synthétique » au 19ème siècle par opposition à l'analytique, vise plus que la résolution de problèmes de l'espace physique et leur modélisation. Cette géométrie a une grande valeur formative, d'une part à travers la lecture de figures qui est utile bien au-delà de la géométrie, d'autre part pour le développement du raisonnement : c'est un domaine qui regorge de problèmes élémentaires non aisément algorithmisables. Cependant la demande trop précoce d'une rédaction rigoureuse risque d'aller à l'encontre de cet apprentissage de la rigueur du raisonnement.

Les propriétés géométriques que l'on rencontre dans la scolarité obligatoire correspondent à des groupes de plus en plus petits de transformations qui opèrent sur des points. Quand on parle de géométrie dans le secondaire, on pense surtout aux propriétés affines et euclidiennes. Cependant, les propriétés topologiques sont reconnues perceptivement dès la maternelle, où on introduit quelques mots comme intérieur, extérieur, ligne ouverte ou fermée, mais elle ne seront pas formalisées. Elles sont gérées, comme l'orientation, par les connaissances spatiales (Berthelot et Salin, 1992, 1994, 2000) et continuent à se lire sur la figure au collège. Il est d'ailleurs très difficile de raisonner juste sur une figure fausse qui ne vérifie pas ces propriétés là comme le montre l'exemple convaincant de Dehaene[18] (1997, p. 273).

Les propriétés d'incidence (intersection, appartenance d'un point à une droite…) qui sont des propriétés projectives sont essentielles et toute la géométrie s'appuie sur elles. Au collège, elles sont en général considérées comme déjà là ; or l'observation des élèves de sixième montre que ce n'est pas nécessairement le cas. Nous faisons l'hypothèse que c'est un maillon manquant dans l'enseignement et notre approche a notamment pour objectif de proposer des moyens de l'aborder.

Cette introduction un peu longue visait à situer l'approche de la géométrie que nous avons commencé à élaborer à l'IUFM Nord Pas-de-Calais dans une perspective plus large de réflexion sur ce que pourrait être une progression de l'enseignement de la géométrie plane au long de la scolarité obligatoire. Un point essentiel de cette réflexion porte sur l'évolution du regard sur les figures. C'est à cela que sera consacrée la suite de la conférence en commençant par quelques repères théoriques fondant notre approche.

II. DES REPÈRES POUR UNE PROGRESSION POUR LES ÉLÈVES

1 Des usages du mot « figure » en géométrie et dans ce texte

Du visage à la figure de style, en passant par la figure de danse, le terme « figure » a beaucoup d'usages hors des mathématiques. En didactique de la géométrie, il est d'usage de faire une distinction entre dessin et figure, le dessin désignant l'aspect matériel de la figure, sur papier ou sur écran. Nous ne la ferons pas parce que c'est bien aux figures matérielles que nous nous intéressons ainsi qu'à leurs propriétés graphiques qui sont réglées au plan théorique par des propriétés géométriques.

Cependant, très tôt, la figure matérielle peut représenter une infinité de figures qui ont les mêmes propriétés, par exemple un rectangle, un triangle… On en voit l'illustration dans la contribution de F. Emprin à la conférence à quatre voix ouvrant ce colloque.

En revanche, nous ne parlerons de figure que pour des tracés, que ce soit sur papier ou écran d'ordinateur et pas pour des assemblages d'objets matériels qu'on peut déplacer comme les puzzles. Nous distinguerons éventuellement figure simple, celle qu'on pourrait obtenir en faisant le tour d'un gabarit et figure composée, une figure qui, pour la reproduire, nécessiterait le contour de plusieurs gabarits juxtaposés ou superposés.

[18] Nous avons reproduit cet exemple dans Perrin-Glorian et al. (2013)

Les figures peuvent être tracées à main levée ou avec des instruments en entendant instrument en un sens très large : les gabarits, pochoir, papier calque sont des instruments, un logiciel de géométrie aussi. Le support peut être un écran ou du papier uni, quadrillé, pointé, mais dans le présent texte, nous ne nous intéresserons qu'à du papier uni.

2 Porter un regard géométrique sur les figures

Les figures de géométrie tracées sur du papier (uni ou quadrillé notamment) peuvent être regardées comme des dessins mais faire de la géométrie, même à un niveau très élémentaire (par exemple pour les reproduire ou les décrire avec le vocabulaire de la géométrie), demande de porter sur ces figures un regard différent de celui qu'on porte ordinairement sur des dessins et en particulier d'identifier des surfaces, des lignes et des points qui composent cette figure en même temps que les relations qui les lient, visuellement et conceptuellement.

2.1 Différents regards sur une figure

Nous allons essayer de préciser ce que nous entendons par regard géométrique sur les figures en distinguant d'abord différentes visions qu'on peut avoir de la figure comme assemblage de surfaces ou de lignes ou comme ensemble de points dont certains suffisent pour la définir.

Vision « surfaces » de la figure

La vision « surfaces » d'une figure est celle qu'on porte sur un puzzle, c'est-à-dire un assemblage de figures simples. On peut toutefois distinguer les puzzles par juxtaposition où les figures simples juxtaposées sans chevauchement et les puzzles par superposition où les figures simples peuvent se chevaucher. Des caractéristiques matérielles techniques comme le coloriage, des traits pleins ou pointillés, peuvent influer sur l'identification des figures simples qui composent la figure et inciter à voir la superposition plutôt que la juxtaposition ou l'inverse (voir Duval et Godin, 2006).

Par exemple, une figure simple non convexe comme celle de la figure 1, peut être vue, par exemple pour la reproduire, comme une juxtaposition de diverses figures simples (figures 2, 3, 4) ou comme une superposition de figures simples (figure 5, 6).

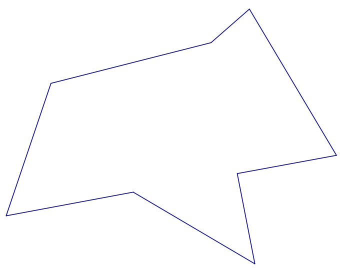


Figure 16

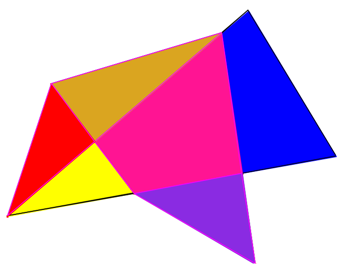


Figure 17

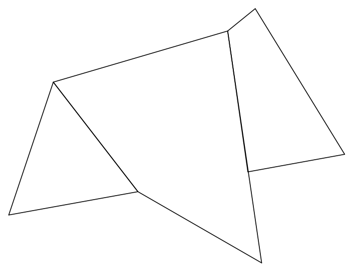


Figure 18

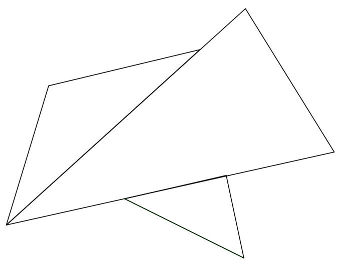


Figure 19

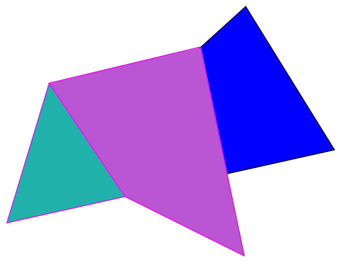


Figure 20

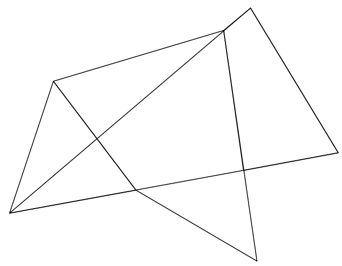


Figure 21

Dans une *vision surfaces* de la figure, les lignes sont des bords de surfaces (elles ne se prolongent pas, par exemple), les points sont des sommets de surfaces ou des intersections de bords (dans le cas de la superposition) ; ils ne permettent pas d'engendrer de nouvelles lignes.

Vision « lignes » de la figure

Dans une *vision lignes,* la figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments : la règle pour les droites et les segments, le compas pour les cercles ou les arcs de cercles.

Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes. On peut prolonger des segments (imaginer la droite support d'un segment), tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points qu'on a déjà mais on ne cherche pas à définir une droite nouvelle pour obtenir de nouveaux points ni à obtenir un point nouveau pour définir une ligne nouvelle.

A partir de la figure précédente, on peut envisager une figure « lignes » (figure 7) obtenue en prolongeant tous les côtés et en gardant tous les sommets. On a ainsi tous les supports des bords de la figure « surfaces » et ainsi, à partir de ces lignes, on peut reconstituer les surfaces précédentes.

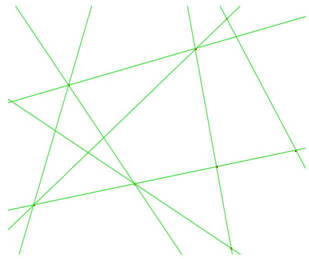


Figure 22

Vision « points » de la figure

Dans la *vision points* de la figure, les points s'obtiennent par intersection de deux lignes (droites ou cercles, pour les niveaux qui nous intéressent) qu'on peut tracer avec des instruments ou définir par des propriétés et les points déterminent des lignes :

- il faut deux points pour déterminer une droite, une demi-droite ou un segment ;

- il faut deux points pour déterminer un cercle (le centre et un point du cercle) ou un point et une longueur

La figure « lignes » précédente est déterminée par sept des huit sommets : le point encerclé peut s'obtenir par intersection de deux lignes de la figure obtenues à partir des autres points.

Deux points quelconques déterminent une droite mais sur la figure il y a des (trois) alignements de trois points ou plus.

A partir de ces points, on peut reconstituer toutes les lignes et toutes les surfaces des figures précédentes.

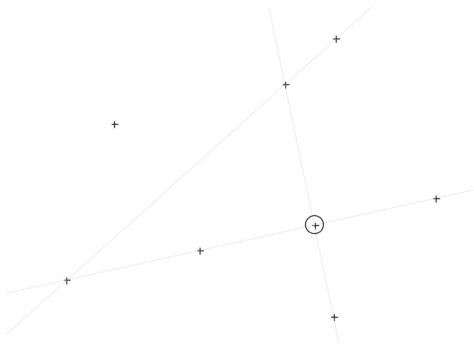


Figure 23

L'exemple de la roue de voiture donné par Sophie Soury Lavergne dans la conférence à quatre voix nous montre que la vision de la roue comme un disque de même taille que l'autre roue dont le centre est au milieu du garde-boue est sollicitée immédiatement et reste un moyen de contrôle disponible pour tous mais qu'il est beaucoup plus difficile de voir que, pour que la roue reste attachée à la voiture sans se déformer, il faut attacher à la voiture deux points qui permettent de définir le tracé du cercle avec les instruments (le centre et un point ou les extrémités d'un diamètre). Il faut définir de nouveaux points à partir d'éléments graphiques dont on dispose, c'est-à-dire solliciter une vision points de la figure.

Dans une vision points aboutie, la figure devient un ensemble de points ainsi que toutes ses parties ; cependant, la vision points commence à exister bien avant : dès qu'on est capable de faire apparaître des points dont on a besoin, par exemple pour tracer, à partir d'autres éléments graphiques dont on dispose.

2.2 Articuler plusieurs regards sur la figure dans une démonstration

Dans une démonstration de géométrie, il est en général nécessaire d'articuler les trois visions de la figure que nous venons d'identifier avec le langage géométrique qui permet d'une part de décrire la figure et d'autre part d'énoncer les définitions et théorèmes. La flexibilité entre ces trois visions contribue à l'appréhension opératoire de la figure au sens de Duval (1994). Nous allons l'illustrer par un exemple emprunté à Robotti (2008) et déjà utilisé dans Perrin-Glorian et al. (2013).

Il s'agit de résoudre le problème suivant :

> Soit C un cercle de centre O et de diamètre [AB] et un point D sur ce cercle, tel que AD = AO.
>
> La perpendiculaire à (DO) passant par A recoupe le cercle C au point E.
>
> Montrer que le quadrilatère ADEO est un losange.

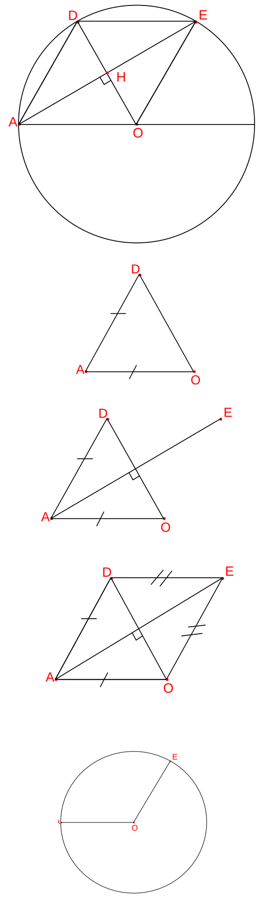


Figure 24

Examinons une des démonstrations possibles, en indiquant en italiques les changements de regard sur la figure qu'elle suppose et en soulignant les savoirs (définitions et théorèmes) qu'elle mobilise :

AD=AO donc A est sur la médiatrice de [DO].

Isolement du triangle isocèle ADO comme sous-figure (associer un triangle aux trois points A, D, O et identifier l'égalité des côtés par un codage) et mobilisation d'une des définitions de la médiatrice.

Il existe une seule perpendiculaire à [DO] passant par A donc (AE) est la médiatrice de [DO].

Sous figure : segment DO triangle ADO et segment [AE] perpendiculaire à [DO]. Mobilisation d'un axiome et de l'autre définition de la médiatrice.

E est sur la médiatrice de [DO] donc DE = EO

Voir les deux autres côtés du quadrilatère ADEO comme joignant un point de la médiatrice aux extrémités du segment. Mobilisation à nouveau de la définition de la médiatrice en termes d'équidistance, mais dans l'autre sens.

Mais [OA] et [OE] sont des rayons du même cercle donc OA = OE.

Isoler le cercle et ses rayons. Définition du cercle comme ensemble de points équidistants du centre.

Finalement AD = AO = OE = ED

Relier les deux points de vue et la transitivité de l'égalité pour conclure en utilisant la caractérisation du losange par l'égalité des quatre côtés.

Au long de la démonstration il faut voir la figure comme assemblage de plusieurs figures superposées (triangle, segment, losange, cercle). Le recours aux théorèmes ou définitions nécessaires accompagne ces changements de regard sur la figure et demande de plus de voir les points comme appartenant à des droites ou des cercles donc d'articuler avec le langage une vision de la figure comme surfaces superposées à une vision en termes de lignes et points.

2.3 Grandeurs et mesures en géométrie

D'un point de vue étymologique, le mot « géométrie » signifie mesure de la terre cependant la géométrie, c'est justement l'art de déterminer des mesures sans avoir besoin de les effectuer avec un instrument. On raisonne sur des figures qui ne sont pas à la taille réelle sans avoir besoin de connaître l'échelle. Ce qui est en jeu en général ce sont des rapports de grandeurs.

On peut opérer sur les grandeurs et les relations entre grandeurs sans passer par les nombres. C'est la notion de grandeur qui est essentielle dans la géométrie euclidienne plus que la mesure. On a des nombres quand on a fixé des unités. Même quand il s'agit de déterminer la mesure d'une grandeur, le passage aux valeurs numériques peut ne se faire qu'en fin de parcours, comme en algèbre.

Les grandeurs concernées sont les longueurs, les angles, les aires et les volumes mais nous nous limiterons ici aux longueurs. Notre choix pour construire les notions géométriques est ne pas utiliser les mesures, c'est-à-dire les nombres autres que les entiers, mais le report des grandeurs continues, en particulier le report de longueurs.

III. COMMENT APPRENDRE À PORTER UN REGARD GÉOMÉTRIQUE SUR LES FIGURES ?

1 Reproduire une figure avec des instruments : étude d'un exemple

Intéressons-nous à une activité essentielle pour entrer dans une problématique géométrique et couramment pratiquée à l'école primaire : la reproduction de figures et examinons sur un exemple les différents moyens qu'on peut imaginer pour reproduire une figure. Considérons la figure ci-dessous (figure 10).

A la maternelle, on peut la reproduire comme un puzzle avec les trois gabarits (figure 11). Cela demande de faire coïncider des bords de même longueur et/ou de repérer des angles qui s'emboîtent. Pour tracer, il faut faire le contour des gabarits en déplaçant la main qui tient le gabarit pour ne pas faire de bosses et en faisant coïncider exactement le bord d'un gabarit avec un trait déjà tracé.

En cycle 2 (GS ou CP), on peut rendre la tâche problématique en ne donnant pas tous les gabarits ou en donnant des gabarits déchirés (figure 12). Avec le cadre et un gabarit bien choisi (un des quadrilatères), il restera un segment à tracer en joignant deux sommets (figure 13). Avec deux gabarits bien choisis on peut aussi reconstituer la figure en complétant par un segment. On trace de nouvelles lignes à partir d'éléments déjà tracés, signe du passage à une vision lignes.

Au cycle 3, on peut reproduire la figure à partir du grand gabarit (pentagone) avec un report de longueur (figure 14) voire pas du tout (figure 15), en s'autorisant à écrire sur le gabarit et après avoir repéré des alignements sur le modèle. Cette fois, pour terminer la figure, il faut déterminer des points à partir d'éléments déjà tracés.

On peut faire le même travail sans gabarit, en travaillant uniquement avec des tracés et les instruments classiques en donnant une amorce de la figure à reproduire. Par exemple, avec l'amorce de la figure 16, il manque deux segments à déterminer par un point. On peut chercher des lignes de

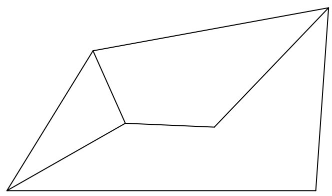


Figure 25

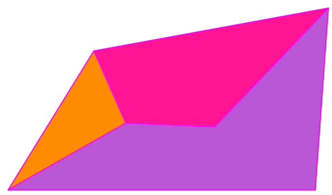


Figure 26

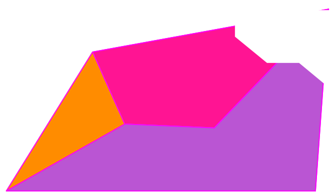


Figure 27

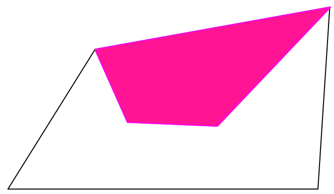


Figure 28

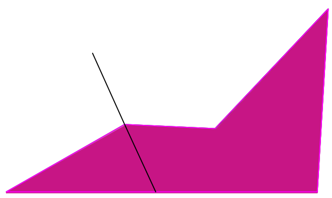


Figure 29

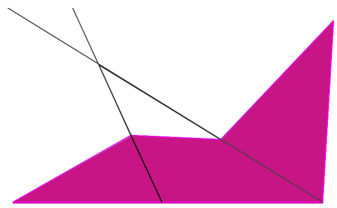


Figure 30

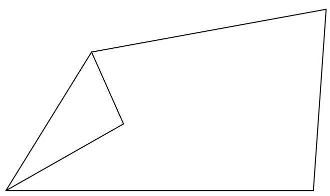


Figure 31

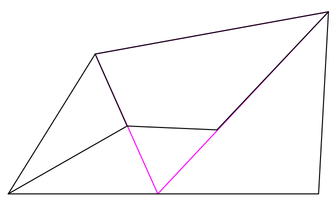


Figure 32

construction de la figure sur le modèle et trouver la direction d'un segment manquant sur lequel se trouve ce point (figure 17), ce qui permet de compléter un peu l'amorce (figure 18).

Il manque une deuxième ligne pour trouver le point (un point s'obtient par l'intersection de deux lignes). On peut la trouver sur le modèle (figure 19) puis la reporter sur la figure à compléter (figure 20).

Reste à tracer le dernier segment (figure 21) et à gommer des lignes de construction

Si on n'a pas d'amorce, on peut se débrouiller pour reporter des directions avec des gabarits d'angles ou même un simple papier sur lequel on peut écrire (figure 22).

En reportant 4 directions et 5 longueurs on a tous les points. Avec 4 directions et 4 longueurs (figure 23), on se ramène facilement au problème précédent. Peut-on faire mieux ?

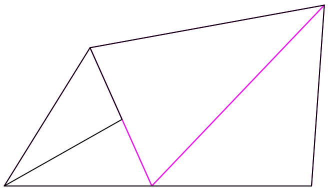


Figure 33

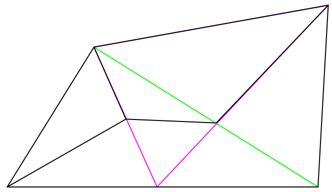


Figure 34

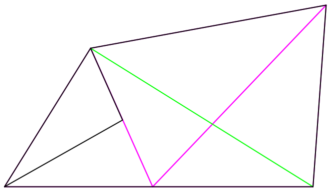


Figure 35

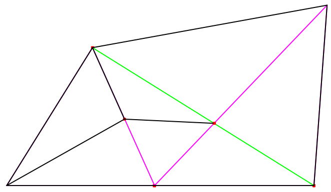


Figure 36

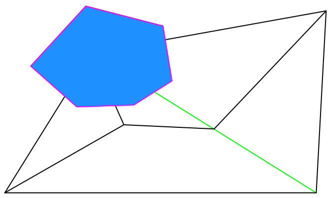


Figure 37

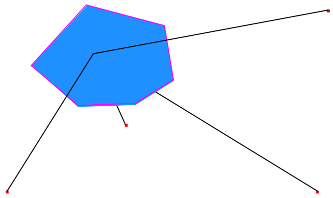


Figure 38

2 Une variable didactique essentielle : les instruments à disposition

L'élargissement de la notion de reproduction de figure que nous venons de faire dans l'exemple précédent amène à considérer les instruments à disposition comme une variable didactique essentielle pour faire évoluer le regard sur les figures. Il nous montre aussi que, si nous voulons réfléchir aux liens entre la conceptualisation en géométrie et l'usage des instruments de tracé, il ne faut pas limiter notre réflexion aux instruments usuels et considérer les instruments en relation avec le regard que l'on porte sur la figure, et donc en relation avec la dimension maximale des informations sur la figure qu'ils peuvent transporter (D1 ou D2, cf. Duval & Godin, 2006 et Offre, Perrin-Glorian & Verbaere, 2006). En effet, les instruments de géométrie (au sens large) peuvent transporter des propriétés graphiques des figures, soit directement en transportant une partie D2 (surface) de la figure, soit par l'intermédiaire de tracés D1, en relation avec des propriétés géométriques (alignement, direction, grandeurs). Outre les instruments qui permettent de tracer, il faudrait s'intéresser aussi au matériel complémentaire mais essentiel comme les ciseaux ou la gomme ainsi qu'aux supports, notamment papier uni ou quadrillé mais nous ne le ferons pas ici.

Les instruments D2

Les gabarits et pochoirs permettent de transporter toute l'information sur une figure simple ou sur une figure composée d'un assemblage de figures simples. Il en est de même du papier calque. De plus, on peut prendre en compte l'orientation et le déplacement d'une figure plane dans l'espace en utilisant pour les gabarits et pochoirs du papier biface (recto et verso de couleurs différentes) et en écrivant un mot sur le papier calque, ce qui permet aussi de distinguer le recto du verso.

On peut limiter l'information que peuvent transporter ces instruments en utilisant des gabarits déchirés, des pochoirs déchirés, du papier calque trop petit… Il devient alors nécessaire au moins de prolonger des segments, rechercher des alignements, c'est-à-dire de l'information D1.

Le report de longueurs

Par report de longueurs, nous entendons le report d'une longueur à partir d'un point sur une droite déjà tracée. Il peut se faire avec une règle « informable », c'est-à-dire une règle sur laquelle on peut écrire, par exemple une bande de carton fort (figure 24) ; si elle est assez large, une telle règle permet aussi de reporter des informations D2 (par exemple, angle comme inclinaison de 2 segments, figure 25).

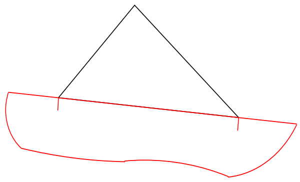


Figure 39

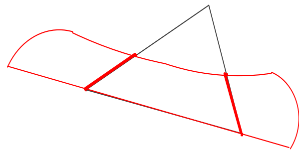


Figure 40

Si on n'a pas de droite support, le report d'une longueur à partir d'un point avec un compas ou une ficelle permet de tracer un cercle. C'est l'intersection de deux cercles ou l'intersection d'une droite et d'un cercle qui permet alors de déterminer un point. Le compas à pointes sèches permet, comme la bande de papier de reporter des longueurs sur une droite déjà tracée.

Les instruments usuels

Les instruments classiques ont plusieurs fonctions dont certaines sont compatibles avec une vision surfaces des figures et d'autres nécessitent au moins une vision lignes. Par exemple :

- la règle (non graduée) permet de tracer des droites, de vérifier des alignements ; quand il s'agit de joindre des points déjà tracés une vision de la figure comme assemblage de surfaces peut suffire si le segment à tracer peut être vu comme un bord de surface ; en revanche dès qu'il faut prolonger des segments hors de l'enveloppe convexe de la figure à obtenir ou qu'il faut faire intervenir des segments qui ne sont pas des bords de surfaces déjà tracées (par exemple les diagonales), il faut voir la figure comme assemblage de lignes.

- le compas permet de tracer des cercles quand on dispose d'un point et d'une longueur (le rayon) ou d'un couple de deux points ; il permet aussi de reporter des longueurs sur une droite déjà tracée. Remarquons au passage qu'un arc de cercle est une ligne mais que cette ligne contient des informations D2 (un segment voire un secteur circulaire en restituant le centre moyennant des connaissances sur les moyens d'obtenir des points à égale distance de deux points donnés (médiatrice d'un segment) ; un compas permet donc de reporter un angle par la construction d'un triangle et de construire un angle droit. Ces usages nécessitent une vision points de la figure.

- l'équerre est un gabarit d'angle droit : en ce sens, elle est compatible avec une vision de la figure comme assemblage de surfaces (c'est le coin d'un carré ou d'un rectangle). Cependant elle a des bords droits et contient donc aussi deux règles qui permettent de mettre en relation deux droites (perpendiculaires). La notion de perpendicularité est une relation entre deux objets D1 (vision lignes au moins) alors que la notion d'angle droit est une propriété d'un objet D2 (vision surfaces).

3 La restauration (réparation) de figures

Nous avons recherché des situations qui permettent de travailler le regard que les élèves portent sur une figure pour les aider à articuler le regard naturel de la figure comme surfaces juxtaposées ou superposées à un regard en termes de lignes et de points qui permettent de construire la figure et nous avons étudié un type de situation que nous avons appelé restauration de figures (voir Keskessa, Perrin-Glorian & Delplace, 2007 ou Godin & Perrin-Glorian, 2009) [19] qui permet une approche de la reproduction de figures sans mesure et amène à faire évoluer le regard sur la figure en jouant sur les variables didactiques. Une restauration de figure est une reproduction de figure mais avec des contraintes particulières :

- Une figure modèle est donnée (en vraie grandeur ou non) ;

- Une partie de la figure à obtenir (que nous appelons amorce) est donnée soit par son tracé, soit par un instrument qui permet de reporter des informations D2 de la figure initiale mais sans donner toute l'information ;

[19] Sur la restauration de figures voir aussi le site géré par Marc Godin www.aider-ses-eleves.com

- On dispose d'instruments variés qui ont un coût d'utilisation ;
- On vérifie le résultat obtenu à l'aide d'un transparent portant la figure modèle.

Le milieu au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) contient pour chaque élève la figure modèle sur papier (on peut écrire sur le modèle), l'amorce sur une autre feuille, les instruments et leur coût ; quelques exemplaires de la figure modèle sur transparent pour vérifier quand on pense avoir terminé.

Les variables (didactiques) à fixer en fonction des objectifs précis sont principalement le modèle et ses propriétés géométriques, l'amorce, les instruments à disposition et leur coût. Tous les instruments utiles sont laissés à disposition pour que les élèves puissent réussir avec leurs connaissances anciennes (dévolution du problème) mais le coût sur les instruments les incite à chercher de nouvelles procédures les amenant à construire des connaissances nouvelles.

Avec la figure de l'exemple précédent (figure 10) et l'amorce de la figure 16, si on vise les connaissances suivantes :

- pour tracer un segment, il faut connaître ses deux extrémités,
- un point s'obtient par l'intersection de deux lignes,

on peut, par exemple avec des CM2 qui savent reproduire des triangles avec une équerre, donner la règle (non graduée), le compas, l'équerre, un instrument de report de longueur avec les coûts suivants : règle 0, report de longueur 2, équerre 10, compas 6. On peut construire le point manquant pour terminer la figure comme sommet d'un triangle (A ou B sur la figure 26) en ajoutant un segment à la figure donnée et en utilisant une équerre et trois reports de longueur ou deux fois le compas. Cette construction de triangle risque de faire apparaître une des diagonales du cadre et de faire ainsi apparaître des alignements non perçus au premier abord.

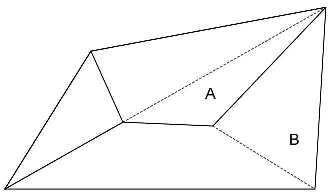


Figure 41

4 Articulation langage, gestes et concepts géométriques

Dans l'enseignement de la géométrie en classe, le langage intervient à double titre : comme moyen de l'activité mathématique et comme moyen de l'activité didactique. De plus, particulièrement en géométrie en primaire voire au début du collège, souvent, le discours accompagne des actions sur des objets matériels (y compris les tracés sur des figures) et s'accompagne de gestes. Ces discours et ces gestes sont ce que Bosch et Chevallard (1999) appellent des ostensifs et sont en relation avec des non ostensifs (concepts géométriques notamment mais pas seulement) qui les gouvernent. Nous faisons l'hypothèse que l'articulation fine entre ostensifs et non ostensifs géométriques est à la fois un moyen et un signe de l'apprentissage.

Dans l'activité géométrique

Dans son étude de la langue mathématique, Colette Laborde (1982) montrait l'intrication de la langue naturelle avec du vocabulaire et des symboles mathématiques, des mots courants utilisés dans un sens spécifique, une syntaxe particulière. Cependant, les termes même de langue géométrique peuvent s'entendre à plusieurs niveaux : par exemple un rectangle peut être entendu comme un concept dans un cadre théorique ou comme la description d'un objet matériel familier.

De plus, quand l'activité géométrique met en jeu des objets matériels ou des figures, le langage mêle à la langue géométrique des termes de la langue courante qui servent à décrire les actions sur ces objets matériels ou figures qui peuvent être modélisées par des concepts géométriques : par exemple, à propos de symétrie orthogonale, on parlera de « plier sur une droite », de « faire coïncider » ou « superposer » deux parties de la figure ou deux segments ou deux points. Ces mots sont importants pour faire vivre les concepts géométriques dans des actions concrètes qui les mettent en jeu, ce que nous appellerons l'action géométrique sur du matériel. Ainsi, pour invalider le fait qu'un parallélogramme ait un axe de symétrie, comme le pensent beaucoup d'élèves de CM2 et de 6ème, il est important de préciser quelles parties on veut superposer : on ne peut superposer que des segments de même longueur mais, dès qu'on fait coïncider deux sommets, le pliage est déterminé (il suffit d'appuyer sur le papier pour s'en rendre compte, ce que l'on pourra associer à la notion de médiatrice en sixième) et les côtés parallèles ne peuvent pas coïncider. Les côtés adjacents ne peuvent se superposer que s'ils ont la même longueur donc quand on a un losange. On a ainsi une preuve pragmatique qu'un parallélogramme non losange n'a pas d'axe de symétrie. Sinon, en constatant qu'un pliage ne convient pas (les élèves essaient en général les médianes ou les diagonales), rien ne permet de dire qu'il n'en existe pas un autre qui conviendrait.

Dans l'activité didactique

Nous faisons l'hypothèse qu'il est important que l'enseignant formule et encourage les élèves à formuler avec précision les manipulations sur le matériel (ou tracés sur la figure) pour faire le lien entre ces manipulations et les propriétés géométriques mises en jeu. Cela peut se faire en utilisant (et encourageant les élèves à utiliser), au cours de la reprise de ces manipulations en phase collective, le vocabulaire géométrique enrichi du vocabulaire pour l'action géométrique sur le matériel et les figures auquel il convient de donner aussi un statut pour qu'il puisse être utilisé de façon pertinente dans d'autres situations.

Un autre aspect de l'intervention du langage est celui du rapport oral/écrit. Ainsi, on peut penser que l'écriture au tableau joue un rôle important dans la structuration de la pensée collective des élèves, dans la création de repères, de balises qu'ils pourront utiliser par la suite. Les mots nécessaires à décrire avec précision l'action géométrique comme « superposer » ou « coïncider » nous semblent avoir toute leur place pour créer ces balises à côté du vocabulaire géométrique lui-même.

IV. QUELLES POSSIBILITÉS DE DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL POUR LES ENSEIGNANTS ?

1 Améliorer la diffusion de situations dans l'enseignement ordinaire

1.1 Des situations qui impactent peu les pratiques

Les diverses expérimentations réalisées dans les écoles au cours de ces dernières années montrent que les situations produites par la recherche sont bien accueillies par les enseignants (qui voient là l'opportunité de proposer à leurs élèves des problèmes de géométrie) mais leur utilisation reste ponctuelle et ne suffit pas à impacter durablement les pratiques de ces enseignants. Suite à ce constat, les membres du groupe ont souhaité étudier les moyens à mettre en œuvre pour améliorer la diffusion dans l'enseignement ordinaire des situations produites.

Pour favoriser cette étude, le groupe a souhaité aborder un thème du programme, la symétrie orthogonale, et prévoir un accompagnement pour les enseignants sous la forme d'une ressource numérique composée de plusieurs fichiers organisés selon une arborescence autorisant différents parcours possibles entre exemples de situations pour la classe et textes présentant des apports théoriques. Le but ainsi poursuivi était de permettre à chaque enseignant de découvrir la ressource en fonction de ses besoins en choisissant entre différents parcours et niveaux de lecture possibles.

Toutefois, les nouvelles observations réalisées auprès de plusieurs enseignants ayant utilisé la ressource ainsi conçue ont révélé des différences interpersonnelles importantes dans leur appropriation des situations proposées, ce qui nous a incitée à interroger davantage les moyens susceptibles d'aider les enseignants à s'emparer des situations proposées et en reprenant le thème de la reproduction de figures (Mangiante-Orsola C., Mathé A.C., 2011).

1.2 S'approprier les situations produites par la recherche

L'étude du processus d'appropriation de situations pour la classe est une question récurrente dès lors que l'on s'intéresse à l'utilisation au quotidien par les enseignants des ressources à leur disposition. Depuis notre travail de thèse (Mangiante-Orsola, 2007), nous cherchons à appréhender cet aspect du travail enseignant en nous efforçant d'élucider l'origine des écarts créés entre le projet présenté via la ressource utilisée et la séance effectivement mise en œuvre. Afin de contribuer au travail du groupe de recherche à avancer sur la question de la diffusion des situations déjà conçues, nous avons décidé de poursuivre notre étude de ce processus dans le contexte des recherches menées dans le Nord Pas de Calais à propos de l'enseignement de la géométrie.

Les questions posées par le groupe relatives à la conception de situations adaptées à l'enseignement ordinaire, nous renvoient à l'analyse de l'activité pour la conception développée en psychologie ergonomique. Considérant l'acte de conception pour l'amélioration de situations de travail, Beguin et Cerf distinguent trois postures que l'ergonome peut adopter pour analyser l'activité pour la conception. Ces trois postures se réfèrent à trois principes différents.

« Le premier pose la nécessité d'une anticipation de l'activité, et affirme que cette anticipation devrait être partie intégrante des stratégies de conception. Le second postule que l'activité en situation permet de rendre les situations conçues plus efficaces, et préconise une plasticité des systèmes techniques ou des organisations. Le troisième principe appréhende la conception comme un processus développemental, où caractéristiques des situations et activités de travail évoluent dialectiquement durant la conduite du projet. » (Béguin, P., & Cerf, M., 2004)[20]

Adoptant cette troisième posture, nous faisons le choix d'étudier le processus d'appropriation via un dispositif de travail articulant formation continue et production de ressources. Nous faisons en effet l'hypothèse qu'un tel dispositif constitue un moyen d'accès privilégié aux difficultés rencontrées par les enseignants au niveau de l'appropriation des situations présentées et plus généralement de la démarche proposée par le groupe de recherche.

Lorsque des personnes aux statuts différents travaillent ensemble à l'élaboration d'un projet commun, des points de vue différents associés à des connaissances différentes sont mis en présence. Pour conceptualiser ce processus dialogique entre formateurs[21] et enseignants, nous utiliserons le concept de monde tel qu'il est développé dans le travail de Beguin qui lui-même emprunte ce concept à Prieto[22] pour analyser ce qui se joue à l'interface entre concepteurs et opérateurs. Selon Prieto, c'est *« à son adéquation, non pas à l'objet, mais au point de vue dont dépend sa pertinence que se mesure la vérité d'un concept »* (p. 29). Beguin et Cerf analysent le travail de conception basé sur cette perspective dialogique comme la construction d'un monde commun, lieu d'échanges et d'apprentissages mutuels au sein duquel de nouvelles propositions émergent peu à peu : « la nouveauté résulte de l'inscription du résultat du travail de l'un dans l'activité de l'autre ». Notre intention est d'étudier le dispositif de formation, étape par étape, pour y repérer des moments de confrontation (que nous définissons comme des moments où le travail des uns peine à être validé dans le monde des autres). Dans cette conférence, nous présentons quelques exemples de décalages entre le point de vue des formateurs et chercheurs et celui des enseignantes pour ensuite en dégager des pistes possibles pour la formation et la production de ressources[23].

2 Étude d'un dispositif de formation

2.1 Présentation générale

Le dispositif de formation étudié a été conçu à la demande d'un IEN associé à la recherche souhaitant redynamiser l'enseignement de la géométrie dans les écoles de sa circonscription. Des séances d'une demi-journée réparties tout au long de l'année scolaire permettant d'alterner formation continue et

[20] Selon Beguin et Cerf, il n'y a ni rupture entre les trois principes, ni progression d'un principe vers un autre. Il ne s'agit donc pas de principes s'excluant mutuellement.

[21] Il convient de préciser ici que nous avons participé en tant que formatrice à la conception et à la mise en œuvre du dispositif de travail avec l'aide de l'équipe de circonscription et que nous distinguerons nos analyses en tant que formatrice (lorsque nous parlerons « des formateurs ») de celles en tant que chercheur.

[22] Prieto, L. J. (1975). *Pertinence et pratique Essai de sémiologie.* Paris : Editions de Minuit

[23] Nous ne distinguerons pas le point de vue des formateurs de celui des chercheurs car ce dispositif présente la caractéristique de s'appuyer directement sur le travail de recherche menées à l'IUFM Nord Pas de Calais. Les résultats de ces travaux de recherche constituent donc un arrière-plan permanent aux interventions des formateurs.

expérimentations en classe avec pour objectif la production de ressources à mutualiser ont été prévues. A l'issue du travail, les enseignants ont participé à un « forum des pratiques » destiné à présenter leur travail aux autres enseignants de la circonscription et mettront en ligne les ressources produites. Les enseignantes participant au projet, toutes volontaires, ont été informées des objectifs visés et des modalités d'organisation. L'équipe de circonscription est associée et impliquée dans le travail de conception et de mise en œuvre du projet. Avant la toute première séance, les conseillers pédagogiques sont allés à la rencontre des enseignantes pour présenter le projet et ses objectifs, mener avec chacune un entretien et filmer une séance de façon à recueillir des informations précieuses sur leurs pratiques à propos de l'enseignement de la géométrie.

2.2 Initier le travail

Sur proposition des conseillers pédagogiques, un premier document est remis aux enseignantes avant la toute première séance de travail. Celui-ci présente de manière succincte sept situations de reproduction de figures que les enseignantes sont invitées à tester dans leur classe.

Ces situations diffèrent de celles souvent présentes dans les manuels par les instruments mis à disposition (y compris des gabarits). Dans la première situation, pour reproduire la figure modèle (figure 27), les enfants doivent juxtaposer des formes découpées (*vision surface*, assemblages par juxtaposition). Dans la deuxième situation, le choix des formes disponibles contraint les élèves à procéder par superposition (*vision surface*, assemblages par superposition).

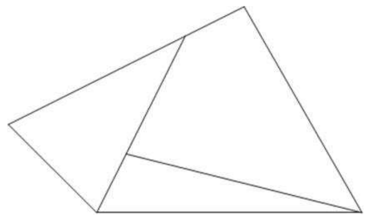


Figure 42

Puis, dans la troisième, le découpage leur est interdit et c'est par tracé des contours des formes que les élèves doivent reproduire la figure modèle (*vision contour*). Enfin, dans les séances suivantes, les élèves sont amenés à utiliser des gabarits de plus en plus grignotés, ce qui permet de les accompagner peu à peu vers l'utilisation d'instruments plus proches des instruments usuels (par exemple, dans la dernière situation, ils ont à leur disposition une règle informable et un gabarit d'angle droit). La seule demande faite aux enseignantes via ce document est de tester une ou plusieurs de ces situations et d'observer les procédures de leurs élèves.

En fournissant ces exemples de situations à tester en classe, les formateurs souhaitent pouvoir initier plus rapidement et plus efficacement le travail de production de ressources au sein du groupe. Pour inciter les enseignantes à questionner leurs pratiques sans pour autant trop les remettre en question, les formateurs font le choix de présenter des situations proches de pratiques usuelles (les tâches de reproduction de figures sont mentionnées dans les programmes) mais néanmoins nouvelles par certains aspects (notamment le choix des instruments mis à disposition). De plus, ils souhaitent illustrer à travers cette liste de situations une progression possible du cycle 2 au cycle 3. Dans ce but, pour mettre en évidence les variables didactiques sur lesquelles jouer (le choix des instruments, les contraintes de la tâche…etc…) une seule et même figure est choisie pour figure modèle. Enfin, les indications à propos de la mise en œuvre de ces situations sont volontairement succinctes. En effet, se méfiant des situations clés en main qui enferment les enseignants dans un déroulement trop précis, les formateurs préfèrent leur laisser la possibilité de modifier les situations proposées pour mieux les adapter à leurs besoins, au niveau de leurs élèves, à leurs pratiques…etc… Implicitement, ils font l'hypothèse que laisser une certaine marge de manœuvre facilite l'appropriation des situations par les enseignants. Il faut de plus souligner que le caractère répétitif des situations (même figure, même tâche) renforce l'aspect un peu dépouillé de la présentation de ces situations.

2.3 Réactions des enseignantes au document mis à disposition

Au cours de la première séance de travail, les enseignantes, sollicitées par les formateurs pour rendre compte des expérimentations menées en classe, font immédiatement part d'un certain nombre de réserves et de questions à propos du matériel utilisé. Les formateurs commentent alors la présentation des séances en précisant que certains éléments pouvaient être modifiés (nature du papier, couleurs, formes, organisation du travail, nombre de séances…) et encouragent vivement les enseignantes à le faire lors des prochaines expérimentations. Ils reviennent ensuite sur la progression qui sous-tend la liste des situations proposées en la mettant en lien avec les enjeux de l'enseignement de la géométrie et notamment en montrant en quoi le jeu sur les instruments permet de mieux accompagner les élèves vers un changement de regard sur les figures. Suite à ce travail, bien des difficultés et des inquiétudes exprimées par les enseignantes sont dépassées[24].

Ainsi, le document distribué à propos de la reproduction de figures avec jeu sur les instruments a donné lieu à un premier moment de confrontation entre des points de vue différents. Notre analyse du processus dialogique qui s'installe dans ces premiers échanges entre formateurs et enseignantes montre que laisser une marge de manœuvre aux enseignantes ne suffit pas et nous identifions plusieurs origines possibles à ce décalage. Tout d'abord, les enseignantes ne se sentent pas autorisées à modifier les situations proposées ou n'osent pas prendre le risque de le faire lors d'une première expérimentation.[25] Ensuite, elles ont besoin de cerner cette marge de manœuvre. Or, identifier les éléments pouvant être modifiés sans pour autant dénaturer la situation nécessite certaines connaissances à propos des enjeux visés en termes d'apprentissages mais aussi une compréhension suffisante du rôle des instruments, de la progression choisie…etc. Par conséquent, là où les formateurs cherchent à mettre en évidence l'apport d'un jeu sur les instruments en laissant le soin aux enseignantes d'adapter les situations, celles-ci cherchent à adapter ces situations en réglant des problèmes matériels sans trop savoir si elles peuvent s'autoriser à le faire.

Néanmoins, il faut souligner que cette mise en tension entre les deux points de vue est rapidement dépassée et que c'est précisément les échanges suscités qui permettent aux formateurs de proposer des apports en termes de savoirs pour l'enseignant. Ils peuvent à cette occasion expliquer en quoi jouer sur les instruments permet d'accompagner le changement de regard sur les figures et surtout préciser l'articulation entre le choix des instruments, les procédures attendues des élèves et le type de regard porté sur la figure (analyse en termes de surfaces ? de contours ? de lignes ? de points ?).

D'autres questions émergent dès la première séance. Malgré le choix de situations peu éloignées de pratiques existantes par la nature de la tâche attendue des élèves (reproduire une figure), les enseignantes questionnent l'existence de liens entre les propositions des formateurs et les programmes. « Où les placer dans ma progression ? Dans quel chapitre ? C'est où dans les programmes ? ». Les formateurs tentent alors d'apporter des précisions en interrogeant les enseignantes à propos de leurs progressions mais ils sont rapidement confrontés à certaines difficultés.

Certaines enseignantes (et notamment celles de cycle 3) perçoivent l'objectif des situations mais peu convaincues par la pertinence de nos choix, elles ne perçoivent pas en quoi les situations proposées peuvent développer les compétences figurant dans les programmes. « Pourquoi ne pas utiliser les instruments usuels puisque c'est ce qui est demandé au collège ? », demandent-elles.

D'autres, plus réceptives aux propositions, ne sont toutefois pas plus à l'aise lorsqu'il s'agit d'identifier dans leurs pratiques ce qui peut être utilisé pour accompagner les élèves dans un changement de regard sur les figures. Mme S utilise depuis plusieurs années des « équerres grignotées » mais ne peut expliciter en quoi cela peut être intéressant. Ses réponses quoique un peu évasives complétées par une séance filmée dans sa classe avant le début de la formation, nous permettent toutefois d'avancer une hypothèse sur cette absence de lien. Elle utilise les règles grignotées uniquement dans la séquence « droites parallèles, droites perpendiculaires » d'où peut-être la difficulté pour elle de rapprocher l'utilisation de ce matériel avec sa séquence sur la reproduction de figures.

Les enseignantes de cycle 2 sont moins insistantes vis-à-vis des programmes, elles cherchent surtout à associer les propositions des formateurs à un type de matériel présent en classe. Par exemple, lorsque l'une d'entre elle suggère d'utiliser les pièces du Tangram, cela apporte un réel soulagement au sein du

[24] Du moins dans l'immédiat car de nouvelles difficultés apparaîtront plus tard.

[25] Le document indiquait pourtant que les situations pouvaient être modifiées en fonction des besoins, des habitudes de travail...

groupe d'enseignantes car, comme le fait remarquer l'un des conseillers pédagogiques, « le Tangram constitue une culture commune et cela les rassure ».

Nous relevons ici un nouveau décalage entre les points de vue : les formateurs tentent de situer leurs propositions par rapport aux programmes en mettant en lumière les enjeux d'apprentissage alors que les enseignantes trouvent des indices dans le matériel utilisé, à travers les chapitres de leurs manuels…etc.

Nous retenons de ces premiers moments de confrontation la nécessité de questionner de part et d'autre les critères à retenir pour tisser des liens entre propositions de la recherche et pratiques existantes. Comment les formateurs peuvent-ils aider les enseignants à dépasser certains critères parfois superficiels pour recentrer leur attention et leur analyse sur les enjeux d'apprentissage des situations ?

2.4 Premières situations proposées par les enseignants

Ces premières difficultés dépassées, les enseignantes conçoivent et testent de nouvelles situations en classe. Pour cela, elles jouent sur différentes variables didactiques disponibles (choix de la figure modèle, choix de l'amorce, des instruments mis à disposition…etc.). Comme convenu, quelques jours avant la deuxième séance de travail, fiches de préparation, observations et productions d'élèves sont transmises aux formateurs. Parmi les situations testées en classe, ces derniers retiennent en priorité les deux situations de reproduction et de restauration conçues par les enseignantes de cycle 3 et décident de débuter la séance de travail par leur analyse. Plus précisément, ils prévoient de demander aux enseignantes d'exécuter elles-mêmes la tâche attendue des élèves de façon à en déduire les connaissances en jeu et ensuite d'effectuer un retour sur les variables didactiques sur lesquelles jouer pour mieux adapter les situations au niveau des élèves et en déduire une progression possible pour leur classe. Ce travail conduit les formateurs à élaborer avec les enseignantes un tableau constitué de deux colonnes permettant d'articuler « actions sur le matériel » attendues de la part de l'élève et « concepts ou propriétés de géométrie » en jeu (par exemple, les enseignantes notent : « prolonger un trait » et « notion de droite » ou encore « recherche du milieu d'un segment avec une bande de papier » et « le milieu d'un segment est sur l'axe de symétrie de ce segment). Les formateurs leur demandent ensuite d'identifier différents niveaux de difficultés en se référant aux lignes du tableau ainsi réalisé. Exercer les enseignantes à identifier une liste de variables didactiques ne suffit pas, elles doivent acquérir les moyens de jouer sur ces variables de façon à adapter ces situations en fonction de leurs objectifs et surtout contrôler la progressivité des apprentissages visés. Dans cette perspective, le travail à partir du tableau permet de mettre en lien la situation choisie (choix de la figure à reproduire, choix de l'amorce, choix des instruments à disposition) et les apprentissages attendus. Ainsi, au cours de cette deuxième séance, les formateurs commencent à interroger comment opérationnaliser les apports de formation directement issus de la recherche.

2.5 Production de ressources par cinq enseignantes aux parcours différents

Suite à ces premières séances, l'élaboration de ressources se poursuit par un jeu d'aller-retour entre expérimentations en classe et échanges au sein du groupe. En outre, pour accompagner les enseignantes dans ce travail, les formateurs vont à leur rencontre dans leur classe. A cette occasion, quatre séances sont filmées que nous ne présentons pas ici en détail mais que nous utilisons pour mettre au jour quelques moments de confrontation.

Restauration de figure au CP

Le premier décalage entre des points de vue différents que nous souhaitons évoquer est celui révélé par le travail de Mme D, une enseignante de CP. Celle-ci choisit de présenter une situation qui consiste à demander aux élèves de reproduire une figure (figure 28) en utilisant des gabarits (les pièces A, B, C, D intactes ou en partie déchirées). D'après l'analyse a priori, il s'agit d'une situation de reproduction de figure pour laquelle l'enseignant peut jouer sur différentes variables didactiques : le nombre et le choix des pièces mises à disposition, la présence ou non d'une figure amorce, des

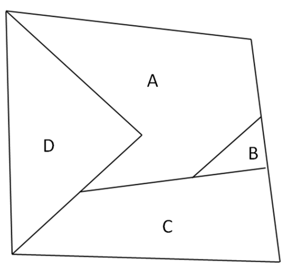


Figure 43

pièces grignotées ou pas.

Mme D a prévu un déroulement en trois phases. Voici des extraits de sa fiche de préparation.

1ère activité
Reproduire la figure avec le cadre et le gabarit de la forme A et une règle.
Prolonger pour obtenir D. Obtenir des formes B et C.

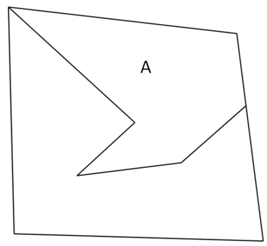


Figure 44

2ème activité
Reproduire la figure sans cadre en utilisant les gabarits de A et C.
/!\ positionner correctement les deux gabarits. Prolonger les deux lignes à gauche et à droite de la figure

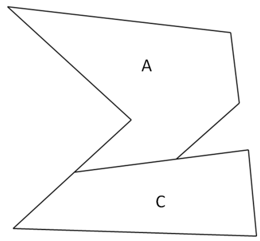


Figure 3045

3ème activité
Reproduire la figure en utilisant deux gabarits A et D et le gabarit C en partie déchirée (pour reporter la largeur de C) Prolonger la pointe de A; Prolonger le cadre de la droite. Reporter la largeur de C. Relier D et C

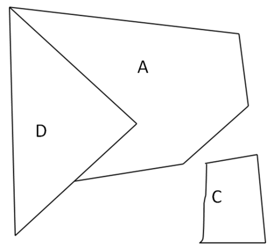


Figure 31

Avant de commencer la séance, l'enseignante explique aux formateurs qu'elle a préparé cette situation seule, en s'appuyant sur un document trouvé sur le site de l'IUFM Nord Pas de Calais, intitulé « géométrie au cycle 2 ». Elle dit ne pas avoir lu l'intégralité du texte : elle a seulement repris l'une des figures utilisées pour ensuite envisager des situations possibles pour ses élèves.

La fiche de préparation témoigne de sa compréhension de l'enjeu de la situation et plus précisément de sa capacité à interpréter actions, gestes, tracés à effectuer en termes de *vision contours* et *vision lignes*. En effet, elle écrit à propos des objectifs et compétences : *passer d'une vision contour à une vision ligne des formes, reproduire des figures géométriques simples à l'aide d'instruments et de techniques*. Elle organise un déroulement en trois phases ce qui suppose une analyse du geste *tracer une ligne* pour y voir différents niveaux de complexité. Son travail de préparation montre également qu'elle anticipe certaines difficultés pouvant être rencontrées par les élèves (elle note : « *attention, positionner correctement les deux gabarits. Prolonger les deux lignes à gauche et à droite de la figure.... »).*

Toutefois, nous remarquons qu'elle ne va pas jusqu'à distinguer, du moins à l'écrit, les niveaux de difficulté des tracés à effectuer. En effet, au cours de la phase 3, les élèves doivent compléter le cadre en effectuant deux tracés différents : l'un consiste à joindre des sommets des pièces A et C pour obtenir un côté du quadrilatère constituant le cadre et l'autre consiste à prolonger les contours des pièces A et C pour compléter un autre côté de ce même quadrilatère (figure 30). Or, le premier tracé est d'un niveau de complexité supérieur au second puisqu'il ne s'agit plus ici de prolonger des traits mais de repérer des sommets éloignés comme les extrémités du segment à tracer.

Par ailleurs, elle n'a pas perçu le saut important qui existe entre les phases 2 et 3. L'utilisation du gabarit déchiré contraint en effet les élèves à organiser leurs actions sur le matériel : ils doivent commencer par prolonger des traits pour pouvoir ensuite placer le gabarit déchiré. Cela crée une rupture par rapport aux phases précédentes pour lesquelles le placement des gabarits précède la réalisation des tracés[26].

La séance se déroule sans écart majeur par rapport au projet de l'enseignante. Celle-ci observe les procédures des élèves et intervient auprès de certains.

Dès la fin de la séance, au cours d'un entretien à chaud avec les formateurs, Mme D explique comment elle a préparé sa séance, précise ses choix et son analyse des difficultés rencontrées par certains de ses élèves.

Revenons justement sur son travail de préparation. Le document trouvé sur internet est issu d'une action-recherche menée par certains membres du groupe auprès de conseillers pédagogiques. Divers exemples de situations sont présentés et notamment des restaurations de figures vues comme surfaces. L'exemple choisi pour discuter de situations qu'on peut obtenir suivant les instruments dont on dispose est celui de la figure reprise par l'enseignante (figure. 28). Une liste de situations est ainsi établie en jouant sur les variables didactiques précédemment identifiées.

Pour préparer sa séance, Mme D n'a pas utilisé cette liste. Elle a agrandi et reproduit sur bristol la figure modèle (en modifiant au passage l'ordre des lettres désignant les pièces) pour pouvoir tester plus facilement plusieurs situations possibles. Elle explique notamment au cours de l'entretien avoir envisagé une quatrième situation pour ensuite la rejeter car elle nécessitait la prise en compte d'alignements, ce que Mme D jugeait trop difficile pour des élèves de CP.

Nous percevons ici un décalage entre le travail de préparation de l'enseignante et les informations fournies par le document. En effet, pour organiser le déroulement de la séance, celle-ci n'a pas eu besoin d'utiliser les exemples donnés, il lui a suffi de rechercher quelques idées de situations adaptées à ses objectifs et de les organiser selon un niveau croissant de difficulté.

Si la liste des variables didactiques à utiliser constitue une aide indéniable, le travail de préparation consiste avant tout à sélectionner des situations en fonction de sa classe, de ses objectifs. Le document utilisé fait un inventaire (non exhaustif mais néanmoins très riche) d'exemples de situations possibles repérés non pas en fonction d'objectifs mais en fonction de variables didactiques. De plus, il faut souligner que les auteurs, voulant probablement montrer toute l'étendue des possibilités jouent, grâce aux variables didactiques, sur le niveau de complexité jusqu'à proposer des situations non adaptées à des élèves de cycle 2. Même s'ils mettent en garde le lecteur, il parait difficile pour un enseignant (en dehors de tout accompagnement) de repérer parmi ces exemples ceux qui sont adaptés au niveau de ses élèves et de les organiser selon une progression pertinente. Celui-ci est donc mis face à une liste de possibles très riche mais sans réels moyens de faire des choix.

Progression sur la notion de cercle au CM1

Un autre moment de confrontation révélateur d'une certaine mise en tension entre formateurs et certaines enseignantes du groupe émerge lors d'une visite des formateurs dans la classe d'une des enseignantes de cycle 3. Dès leur arrivée, alors que la demande était de préparer et mettre en œuvre une séance en lien avec la formation suivie, celle-ci leur annonce très clairement qu'elle n'a pas utilisé le travail fait en formation. Elle a préparé une séance de géométrie sur le cercle, car, justifie-t-elle, « c'est une figure au programme du CM1 ». La séance présentée vise à réinvestir le lexique acquis précédemment dans des situations de description de figures. Au cours de l'entretien à chaud avec l'enseignante, celle-ci présente l'ensemble de sa progression et les formateurs constatent non seulement qu'elle a modifié sa progression suite à la formation suivie et, que, de plus, elle y a intégré des activités de restauration de figures. Décidant de s'appuyer sur le travail présenté par l'enseignante, les formateurs lui proposent alors de compléter sa progression en ajoutant une colonne à son tableau pour y indiquer au regard de chaque situation prévue « en quoi cela permet-il d'aborder la notion de cercle (*vision ligne, vision point*) ? ». L'enseignante transmettra quelques temps après un document dont nous

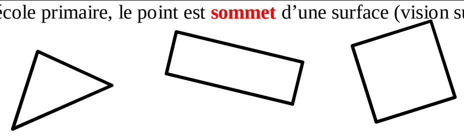
[26] Mme D améliorera la ressource produite en ajoutant une phase intermédiaire.

reproduisons un extrait (figure 32) et les formateurs l'aideront à compléter la ressource ainsi produite par un éclairage sur la notion de point. (Figure 33)

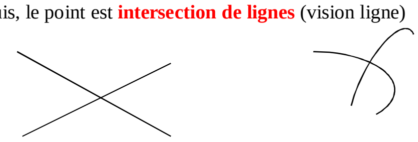
Progression sur le cercle : présentation des différentes étapes	**Comment aborder la notion de point ?**
Utiliser la définition du cercle	
Activité 1 : Avis de recherche (voir page 8) Cap Maths	Le cercle est un ensemble de points situés à égale distance d'un point appelé centre. Points situés à une distance donnée d'un point fixé
Réinvestissement : Utiliser le cercle pour résoudre un problème de localisation de points.	
Activité 3 (recherche) : le trésor du pirate	Trouver un point, intersection de deux cercles

Figure 32

A l'école primaire, le point est **sommet** d'une surface (vision surface)



Puis, le point est **intersection de lignes** (vision ligne)



Au cours de cette séquence, on abordera

- le cercle (1D) comme ensemble de points,
- la zone à l'intérieur du cercle et celle à l'extérieur du cercle (2D) comme des ensembles de points
- la distinction entre le centre du cercle et les points du cercle
- le centre du cercle (point) comme l'intersection de deux diamètres
- le centre du cercle (point) comme milieu du diamètre (ligne)

Figure 33

Ainsi, les formateurs ont été amenés à modifier leur projet initial. Au lieu de fournir des situations à réinvestir en classe, les choix de cette enseignante les ont poussés à partir de ses pratiques usuelles pour lui donner dans un premier temps les moyens de mieux les analyser et dans un second temps des pistes pour les enrichir.

Notre analyse des échanges en termes de processus dialogique entre formateurs et enseignants nous conduit à souligner ici un renversement de stratégie chez les formateurs. La nécessité de répondre aux besoins (plus ou moins clairement) exprimés par les enseignantes les contraints à questionner différemment les travaux de recherche sur lesquels ils s'appuient. Il ne leur suffit plus d'y puiser des exemples de situations à proposer aux enseignantes mais il leur faut réinterroger les pratiques usuelles à la lumière des savoirs issus de la recherche. Le travail attendu par les formateurs de la part de l'enseignante se trouve lui-aussi modifié : il ne s'agit plus d'intégrer de nouvelles situations dans une progression existante mais de revisiter ses pratiques usuelles grâce aux savoirs rencontrés en formation.

Réaliser des assemblages par superposition au CP

Les ressources évoquées dans les deux paragraphes précédents sont le fruit du travail de deux enseignantes aux démarches bien différentes. L'une cherche à s'approprier une situation produite par la recherche et parvient (en partie) à combler les manques de la ressource sur laquelle elle s'appuie, l'autre choisit de ne pas s'éloigner de sa progression mais réussit néanmoins à l'enrichir (partiellement) grâce notamment aux connaissances acquises en formation. Néanmoins, dans les deux cas, les échanges entre formateurs et enseignante à propos de la ressource sont assez limités. Cette troisième ressource résulte d'un travail d'élaboration bien plus long, un peu chaotique, fait de tentatives, de retours en arrière et de choix souvent discutés, parfois approuvés pour ensuite être remis en question.

La conception de cette ressource est initiée dès la première séance de formation. Les enseignantes de cycle 2 se mettent d'accord pour rédiger ensemble une progression commune s'appuyant sur celle implicitement indiquée dans le document remis par les formateurs mais en utilisant un matériel qu'elles jugent plus commode : les pièces d'un jeu de Tangram. Le travail de réflexion se poursuit lors des séances suivantes à travers le compte-rendu par ces mêmes enseignantes des séances menées en classe. A cette occasion, l'une d'entre elles, Mme C présente le travail mené dans sa classe (avec l'aide d'un conseiller pédagogique) et notamment le déroulement de sa première séance dont l'objectif annoncé est de « *passer de la juxtaposition à la superposition* ». Un jeu sur le nombre et le choix des pièces à disposition permet dans une première étape d'autoriser les élèves à reproduire la figure comme un assemblage par juxtaposition, puis dans une deuxième étape, les contraint à procéder par superposition. Le bilan de l'enseignante est très positif, même si elle souligne les limites de l'utilisation des pièces du Tangram.

L'année suivante, suite aux réserves exprimées, les enseignantes choisissent de privilégier un autre matériel : la Moisson des formes[27].

Mme C. fournit un travail de préparation important mais un choix peu judicieux à propos des pièces mises à disposition[28] la conduit à remettre en question le travail effectué précédemment et à soulever une question déjà posée par les enseignantes de cycle 2 : « pourquoi travailler la superposition ? »

Les formateurs relèvent rapidement le malentendu qui s'installe. Pour les enseignantes, l'enjeu principal est d'amener les élèves à accepter de procéder par superposition de surfaces. Or, ce qui se joue ici ne peut se résumer à un simple changement de contrat didactique, il s'agit ici d'accompagner le changement de regard des élèves sur les figures. Les formateurs tentent alors de clarifier leurs attentes en s'appuyant directement sur un article issu de la recherche à laquelle ils se réfèrent. Ils présentent aux enseignantes deux figures utilisées par Duval et Godin pour illustrer la différence entre un assemblage par juxtaposition et un assemblage par superposition. Mais, cela ne convainc pas les enseignantes. Certes, les deux exemples seront repris par Mme C lorsqu'elle rédige le compte rendu de son travail pour préciser que des assemblages par superposition seront réalisés « *afin de mettre en évidence certaines propriétés des figures et d'exercer la vision de lignes cachées* » (figure 34) mais la question de la pertinence de ce type de situations est à nouveau posée et discutée au sein du groupe. Les formateurs avancent alors un autre argument en termes d'enjeux d'apprentissage : la superposition contraint les élèves à passer d'une *vision surface* à une *vision ligne*.

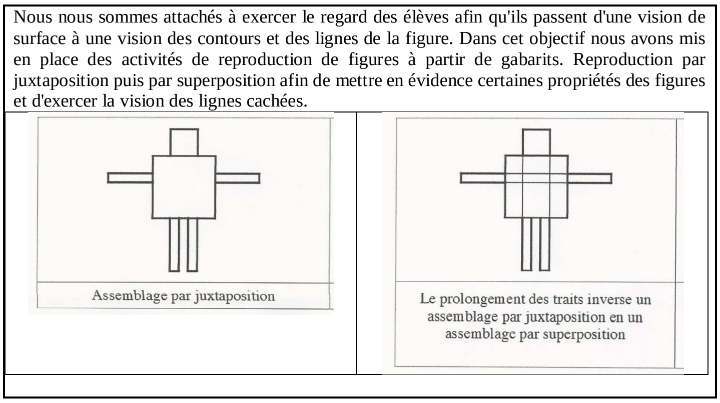


Figure 34

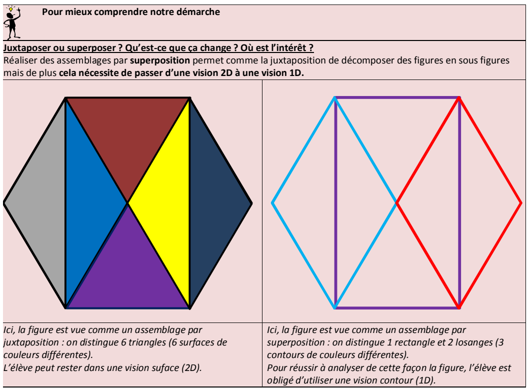


Figure 35

C'est alors que les formateurs présentent un extrait d'évaluation de CP/CE1 (figure 36) issu d'un travail de l'IREM de Montpellier [29]

[27] Bettinelli B. (1995) : La moisson des formes : matériel et livret pédagogique, Aléas

[28] Mettre trop de pièces à disposition des élèves, diminue les contraintes portant sur le choix des figures. Comme le dit l'enseignante : il leur suffit de « combler les trous »

[29] Activités géométriques à l'école primaire : exemples de problèmes à résoudre, suggestions pour des outils d'évaluation diagnostique.

.

Reconnaissance de formes

Atelier 1

Consigne : colorie un carré puis colorie un autre carré de taille différente.

Atelier 2

Consigne : colorie un rectangle puis colorie un autre rectangle de taille différente.

Atelier 3

Consigne : colorie un rectangle puis colorie un autre rectangle de taille différente.

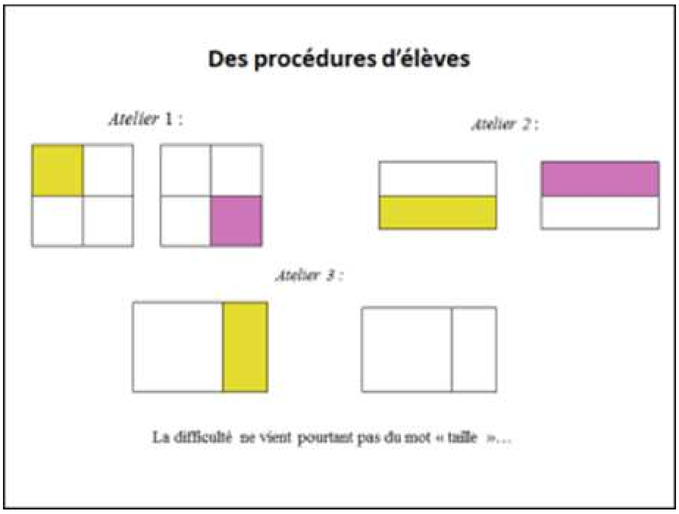


Figure 36

Les enseignantes accueillent ce document avec intérêt. Elles y voient des difficultés déjà repérées chez leurs élèves et identifient un point commun entre nos propositions et les exemples présentés dans ce document : il s'agit d' « exercer le regard » des élèves. L'expression de cet objectif au travers duquel formateurs et enseignants se retrouvent est souvent repris et semble lever bien des « blocages ». Les enseignantes sont davantage convaincues de l'intérêt de la réalisation d'assemblages par superposition et une enseignante jusqu'alors peu impliquée dans le travail de production fait parvenir peu de temps après de nouvelles situations qu'elle a elle-même conçues à partir d'autres documents proposant des situations pour la classe plus proches des pratiques existantes (annexe 1).

Ainsi, notre analyse en termes de processus dialogique montre que les enseignantes ont besoin d'exprimer un objectif qui leur permet de mettre en lien nos propositions, des difficultés déjà remarquées chez leurs élèves et des exemples de situations pour la classe plus proches de leurs pratiques usuelles. Néanmoins, il faut souligner que la justification des situations en termes d'accompagnement d'évolution du regard sur les figures que les formateurs tentent de faire accepter n'est pas reprise par les enseignantes. D'ailleurs, lors du forum, certaines justifieront leur travail en disant : « on travaille la superposition » sans autre explication, comme si la notion de superposition était un objectif en soi.

3 Vers un *monde commun* ?

Les moments de confrontation repérés au fil du dispositif révèlent les besoins manifestés par les enseignantes même s'ils ne sont pas tous entièrement formulés. Reprenant un à un ces derniers, nous avons cherché à les organiser

Prendre en compte les prescriptions institutionnelles

- prendre en compte les contraintes institutionnelles et planifier le travail de la classe - tisser des liens entre situations et intitulés des programmes - identifier les enjeux d'apprentissage des situations.

-enrichir ses pratiques de l'enseignement de la géométrie - couvrir tout le programme - étudier les figures au programme - enrichir les pratiques existantes – provoquer un changement de regard et autres types de problèmes.

Concevoir et mettre en œuvre des activités pour la classe

- repérer les éléments fondamentaux des situations afin d'identifier leur marge de manœuvre - comprendre ce qui sous-tend la progression – s'approprier le jeu sur les instruments.

- organiser le travail de l'élève - faire des choix de situations - fixer des variables - percevoir les concepts en jeu dans les gestes à réaliser.

- maîtriser le choix des variables, le lien entre objectifs, actions ou gestes, repérer une progression ou gradation des difficultés pour un geste donné.

Donner une finalité à la tâche prescrite via les formateurs et l'accepter
- identifier les objectifs visés - comprendre en quoi cela permet d'accompagner le changement de regard sur les figures - prendre conscience de la nécessité d'accompagner le changement de regard à partir des difficultés rencontrées par les élèves dans le cadre d'activités proches des pratiques existantes.

La liste ainsi obtenue met évidence la nécessité de savoirs donnant les moyens aux enseignantes de faire des choix pensés dans le sens de l'amélioration des apprentissages des élèves mais tenant compte des contraintes liées à l'exercice du métier.

L'enjeu pour les formateurs est de parvenir à opérationnaliser ces savoirs mais cela suppose aussi que la recherche située en amont questionne cette nécessaire reproblématisation des savoirs, c'est-à-dire, identifie en quoi tel ou tel savoir est susceptible de guider (ou non) l'action des enseignants dans le cadre de l'exercice de leur métier.

Ce travail nous conduit à dégager plusieurs pistes que nous organisons selon trois objectifs complémentaires.

- Améliorer la lisibilité des objectifs d'apprentissage visés par notre démarche

Notre intention est de poursuivre notre travail en veillant à clarifier encore davantage notre démarche auprès des enseignants. Identifier plus finement les enjeux d'apprentissages leur permettrait de mettre en lien les situations proposées avec le contenu des programmes et les aiderait à mieux planifier leur enseignement. Cela éviterait en outre certains malentendus. « La superposition » n'est pas une finalité en soi, pas plus que la « restauration de figures » ou encore « le jeu avec coût sur les instruments ». La formation doit amener les enseignants à percevoir les enjeux au-delà des expressions employées et comprendre que les situations proposées sont autant de moyens d'accompagner les élèves dans le changement de regard nécessaire sur les figures.

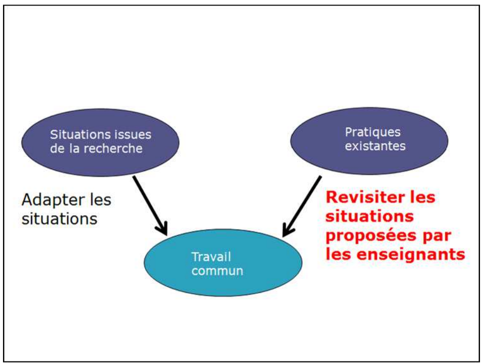
- Donner aux enseignants les moyens d'agir

La formation doit de plus exercer les enseignants à l'analyse de ces situations. Ils doivent pouvoir identifier les actions élémentaires à effectuer sur le matériel pour les articuler avec les concepts géométriques en jeu et le langage. Ceci constitue une étape importante et leur donne les moyens de jouer sur les variables didactiques, de penser la progressivité des apprentissages ou encore de faire le lien entre les situations proposées et d'autres activités pour la classe issues de manuels ou autres documents pédagogiques.

- S'appuyer sur les pratiques existantes

Tout au long du travail, les enseignantes ont manifesté leur souhait de s'appuyer sur du matériel présent dans les classes ou des progressions déjà utilisées. Que ce soit à travers le recours aux pièces du Tangram, l'utilisation d'équerres cassées ou encore la progression sur le cercle de Mme M, les formateurs ont été amenés à s'adapter pour mieux s'appuyer sur les pratiques usuelles de ces enseignantes. Au terme du dispositif, ce travail de « tricotage » entre les attentes institutionnelles véhiculées par les programmes et nos propositions apparait indispensable dès lors que l'on vise une évolution des pratiques qui aille au-delà de la simple mise en œuvre des quelques situations présentées.

Néanmoins, nous devons rester modestes dans nos ambitions. En effet, si comme l'attestent les travaux menés dans le cadre de la double approche, les pratiques enseignantes constituent « un système complexe, cohérent et stable » (Robert, Rogalski, 2002) alors nous devons prendre en compte cette organisation des pratiques pour penser la formation. Comment réussir à intégrer de nouvelles pratiques dans un système déjà constitué ? Comment enrichir des pratiques déjà stabilisées par l'apport de situations nouvelles ? N'y aurait-il pas d'autres voies à explorer ?



Ne pourrait-on pas plus fréquemment partir des progressions et des situations utilisées par les enseignants pour les modifier dans le but de les enrichir ? Le travail mené avec Mme M constitue pour nous un premier jalon. Dans cette perspective, il s'agirait alors de revisiter les pratiques usuelles de ces enseignants pour les inscrire dans une autre démarche mais en leur conservant une certaine lisibilité par rapport aux contraintes institutionnelles.

Le travail ainsi produit constituerait alors une autre façon pour les formateurs et les enseignants de confronter leurs points de vue pour à terme construire un *« monde commun »*, lieu d'échange et d'apports mutuels (Béguin, P., & Cerf, M., 2004).

V. CONCLUSION

Notre recherche est double : d'une part essayer d'identifier une approche de la géométrie à l'école primaire qui soit adaptée au développement des connaissances chez les élèves et qui permette d'envisager une progression cohérente de l'enseignement de la géométrie sur la scolarité obligatoire ; d'autre part étudier comment une telle progression peut s'adapter aux pratiques ordinaires des enseignants tout en leur donnant les moyens de les faire évoluer dans le sens de l'amélioration des apprentissages des élèves et aussi quel type de formation pourrait les y aider.

Nous avons centré notre effort sur le rapport à la figure à la fois comme objet matériel et comme représentant des relations entre objets géométriques immatériels ainsi que sur les concepts de droite et point. Nous avons identifié la situation de restauration de figure comme permettant, par un jeu sur ses variables didactiques, d'aider à la conceptualisation des notions de droites et points ainsi qu'à leurs relations (droite définie par deux points, point comme intersection de droites). Nous avons également travaillé avec des enseignants dans le cadre de la formation continue pour étudier les possibilités d'évolution de leurs pratiques. Les quelques exemples de moments de confrontation que nous avons présentés ouvrent des pistes pour l'amélioration des situations produites par la recherche et de leur diffusion et nous conduisent à proposer des repères pour la formation. Améliorer la lisibilité des enjeux visés par la démarche, repenser les savoirs issus de la recherche pour mieux les adapter aux contraintes du métier, s'appuyer davantage sur les pratiques existantes sont autant d'objectifs que nous souhaitons retenir pour de prochaines formations.

VI. BIBLIOGRAPHIE

BÉGUIN, P. (2005). Concevoir pour les genèses professionnelles. Dans P. Rabardel & P. Pastré (Éd.), Modèles du sujet pour la conception ; dialectiques, activités, développement (p. 31-52). Toulouse: Octarès.

BÉGUIN, P., & CERF, M. (2004). Formes et enjeux de l'analyse de l'activité pour la conception des systèmes de travail. Activités, 1(1), 54-71

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire.* Thèse. Université de Bordeaux 1.

BERTHELOT R. & SALIN M.H (1994) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N*, 53, 39-56.

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (2000) L'enseignement de l'espace à l'école primaire, *Grand N*, 65, 37-59.

BESSOT A. & EBERHARD M. (1982) Représentation d'assemblages de cubes au C.M. *Grand N*, 26, 29-68.

BOSCH M. & CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/1, 77-123.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques (didactique des mathématiques 1970-1990)*, textes rassemblés et préparés par Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R. & Warfield, V. Grenoble : La Pensée sauvage.

DEHAENE S. (1997) *La bosse des maths.* Paris : Odile Jacob.

DUVAL R. (1994) Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères-IREM*, 17, 121-138.

DUVAL R. & GODIN M. (2006) Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, **76,** 7-27.

GODIN M. & PERRIN-GLORIAN M.J. (2009) De la restauration de figures à la rédaction d'un programme de construction. Le problème de l'élève, le problème du maître. In COPIRELEM *Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ? Actes du colloque de Bombannes, juin 2008, CD-rom, Atelier A2*.

KESKESSA B., PERRIN-GLORIAN M.J. & DELPLACE J.R. (2007) Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, 79, 33-60.

LABORDE C. (1982) *Langue naturelle et écriture symbolique. Deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique.* Thèse de Doctorat d'Etat, Université J. Fourier, Grenoble.

MANGIANTE-ORSOLA C. (2007)

MANGIANTE-ORSOLA C. (2012), Une étude de la cohérence en germe dans les pratiques de professeurs des écoles en formation initiale puis débutants. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 32/3

MANGIANTE-ORSOLA C. (2011), Étude du processus d'appropriation de ressources par des professeurs des écoles enseignant les mathématiques : entre travail au quotidien et développement des pratiques, *Actes du Colloque international INRP, Le travail enseignant au XXIe siècle Perspectives croisées : didactiques et didactique professionnelle. http://www.inrp.fr/archives/colloques/travail-enseignant/contrib/123.htm*

MANGIANTE-ORSOLA C., MATHÉ A.C. (2011) La symétrie orthogonale du CE2 à la Sixième : d'une réflexion sur les enjeux de son enseignement à l'élaboration d'un document-ressource pour les enseignants. Actes du colloque COPIRELEM 2010, Montpellier.

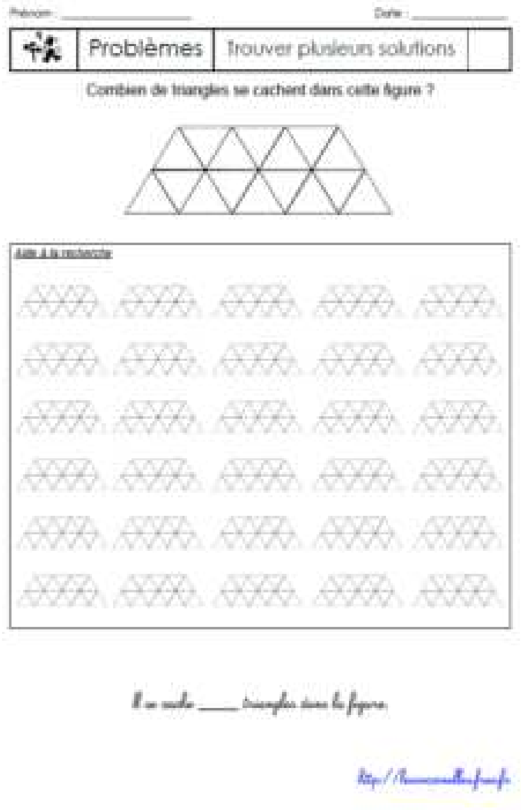
OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M.J. & VERBAERE O. (2006) Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2 *Petit x* 72, 6-39 et *Grand N* 77, 7-34.

PERRIN-GLORIAN M.J., MATHÉ A.-C. & LECLERCQ R. (2013) Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 a 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM*, **90,** 5-41.

ROBOTTI E. (2008) Les rôles du langage dans la recherche d'une démonstration en géométrie plane. *Recherches en didactique des mathématiques.* 28/2, 183-217.

ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, volume 2, n°4, 505–528.

VII. ANNEXE (TITRE 1)


Prénom : ______ Date : ______

Problèmes | Trouver plusieurs solutions

Combien de triangles se cachent dans cette figure ?

Aide à la recherche

Il se cache ____ triangles dans la figure.