ACTES du XLème colloque COPIRELEM

organisé par l'IREM et l'IUFM des Pays de la Loire

Enseignement de la géométrie à l'école

enjeux et perspectives

NANTES

IUFM Launay-Violette

18, 19 et 20 juin 2013

www.colloquecopirelem.fr

ACTES

XLème Colloque international des Professeurs et des Formateurs de Mathématiques chargés de la Formation des Maîtres

Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspectives

NANTES : Centre IUFM Launay Violette

mardi 18, mercredi 19 et jeudi 20 juin 2013

PRESENTATION DES ACTES

Ces actes se présentent sous la forme d'une brochure accompagnée d'un CD Rom.

La brochure contient les textes intégraux des trois conférences et les résumés des ateliers et des communications retenus pour une publication.

Les comptes-rendus complets des ateliers et des communications sont disponibles dans le CD.

Ce fichier contient la liste complète des participants au colloque.

SOMMAIRE

Liste des ateliers résumés. Les textes complets sont sur le CD.

Liste des communications résumées. Les textes complets sont sur le CD.

LES COMITES

COMITE SCIENTIFIQUE

Sylvie COPPE, Maîtresse de Conférences, UMR ICAR (Université Lyon 2, CNRS, ENS LYON)
IUFM de Lyon, Université Lyon 1,
Présidente du Comité Scientifique.

Laetitia BUENO RAVEL, Maîtresse de Conférences,
Centre de Recherche sur l'Éducation, les Apprentissages et la Didactique (CREAD),
IUFM de Bretagne, Université de Bretagne Occidentale,
COPIRELEM.

Christine CHOQUET, Formatrice,
Doctorante, Laboratoire Centre de Recherche en Éducation de Nantes (CREN),
IUFM des Pays de La Loire, Université de Nantes.

Richard CABASSUT, Formateur, Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR),
IUFM d'Alsace, Université de Strasbourg,
COPIRELEM.

Michel JAFFROT, retraité, IUFM des Pays de La Loire, Université de Nantes,
COPIRELEM.

Christine MANGIANTE-ORSOLA, Maîtresse de Conférences, Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML),
IUFM Nord-Pas de Calais, Université d'Artois,
COPIRELEM.

Pascale MASSELOT, Maîtresse de Conférences, Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR),
IUFM de Versailles, Université de Cergy Pontoise,
COPIRELEM.

Cécile OUVRIER-BUFFET, Maîtresse de Conférences, Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR),
IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil,
COPIRELEM.

COMITE D'ORGANISTION

Michel JAFFROT,
Retraité IUFM Pays de la Loire, Centre La Roche sur Yon,
IREM de Nantes, COPIRELEM

Jean-Marc PATIN,
Directeur IREM de Nantes

Gwenaelle GRIETENS
Formatrice IUFM Pays de la Loire, Centre La Roche sur Yon

Magali HERSANT
IREM de Nantes, IUFM des Pays de la Loire, Université de Nantes.

BILAN SCIENTIFIQUE

De Sylvie COPPE, présidente du Comité scientifique

Le XL colloque de la COPIRELEM s'est tenu les 18, 19 et 20 juin 2013 à l'IUFM de Nantes sur le thème de l'Enseignement de la géométrie à l'école : enjeux et perspectives. Il s'agissait d'une part, de faire le point sur des travaux de recherche, anciens ou en cours, et d'autre part, de les ré-interroger afin de déterminer de nouvelles tendances dans l'enseignement de la géométrie à l'école et dans la formation. Ce colloque a regroupé près de 150 personnes dans une atmosphère très conviviale.

Comme c'est le cas de tous les colloques de la COPIRELEM, ce thème, très large, particulièrement riche, d'une grande importance pour l'école primaire, a donné lieu de nombreuses propositions d'ateliers et de communications ce qui montre bien les préoccupations des enseignants, des formateurs et des chercheurs. Les discussions ont été très riches et stimulantes. Merci à tous les intervenants et intervenantes d'avoir consacré du temps à la préparation et à la rédaction des textes.

Les trois conférences ont permis d'avoir des entrées et des points de vue différents. Édouard Gentaz a montré comment les préoccupations des sciences cognitives peuvent rejoindre celles des didacticiens des mathématiques à travers le problème de la reconnaissance des figures. La conférence de Christine Mangiante-Orsola et Marie Jeanne Perrin-Glorian a permis d'une part de montrer des types d'activités géométriques originales et d'autre part, de questionner la diffusion de ces activités. Enfin, les regards croisés de Valentina Celi, Fabien Emprun, Marie Hélène Salin et Sophie Soury-Lavergne ont tenté de faire le tour des questions actuelles, des tendances en ce qui concerne l'enseignement, l'apprentissage et la formation à la géométrie à l'école primaire y compris pour les apprentissages en maternelle.

Ce colloque n'aurait pu avoir lieu sans le travail de préparation, de sélection et de relecture fait par les membres du comité scientifique : Laetitia Bueno Ravel, Christine Choquet, Richard Cabassut, Michel Jaffrot, Christine Mangiante-Orsola, Pascale Masselot et Cécile Ouvrier Buffet. Qu'ils et elles soient remerciés.

Merci aux membres du comité d'organisation Jean-Marc Patin, Gwenaëlle Grietens et Magali Hersant pour avoir mis en place des conditions agréables de fonctionnement de ce colloque.

Enfin, remercions chaleureusement Michel Jaffrot, qui a fédéré tout ce travail, pour sa disponibilité, sa gentillesse et sa bonne humeur.

Sylvie Coppé, présidente du comité scientifique

BILAN SCIENTIFIQUE

De Magali Hersant, membre du Comité d'organisation

Ce colloque organisé par la COPIRELEM (Commission permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire), l'IREM de Nantes et l'IUFM des Pays de la Loire, dans le cadre de l'Université de Nantes s'est déroulé sur le site IUFM Launay-Violette et a bénéficié d'un très bon accueil et d'excellentes conditions de travail.

C'est près de 150 personnes intervenant dans la formation en mathématiques des professeurs des écoles qui ont participé au Colloque. En grande majorité ce sont des enseignants chercheurs et professeurs d'IUFM, respectivement 38 et 62. Les autres sont des conseillers pédagogiques, des maitres formateurs, des inspecteurs du premier et second degré. A noter que huit formateurs de l'IUFM des Pays de la Loire ont participé et ont bénéficié de l'inscription gratuite comme le stipulait la convention signée.

La représentation géographique est large. Les formateurs sont majoritairement métropolitains, cette année les IUFM de Guadeloupe, Martinique, Mayotte, Nouvelle Calédonie et Réunion étaient présents. Les pays étrangers aussi étaient représentés : Belgique, Canada, Haïti et Suisse.

La grille horaire a permis à chacun de participer à trois conférences dont l'inaugurale à plusieurs voix, à trois ateliers sur les quinze proposés en trois plages ainsi qu'à deux communications sur seize en deux plages. Le mercredi soir, quelques visites de Nantes ont été proposées et une soirée conviviale regroupant une centaine de personnes. Tous les ateliers prévus ont eu lieu, seul deux communications ont été annulées, ne gênant en rien le bon déroulement. L'évaluation écrite en fin de colloque fait ressortir un bilan très positif de cette organisation.

Le thème choisi cette année sur l'enseignement de la géométrie à l'école primaire se révèle complexe. Les trois conférences ont abordé le thème de façon complémentaire, allant des questions qui concernent l'enseignement de la géométrie à la formation des enseignants, complété par le point de vue des sciences cognitives. Les ateliers proposés ont permis d'approfondir ces questions sur des concepts géométriques particuliers, sur des mises en œuvre en classe comme en formation, sur des progressions, sur des outils possibles comme des logiciels, sur l'articulation école/collège. Lors des communications, ce sont des présentations de pratiques de formation des Professeurs des Écoles, suivies d'échanges ; ou des présentations de recherches universitaires, achevées ou en cours, sur un thème lié à la formation des enseignants ou à l'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire.

Pour permettre son bon fonctionnement, le colloque a reçu le soutien de l'IUFM des Pays de la Loire, du Rectorat, de l'Université de Nantes, du Conseil Régional, de Nantes-Métropole ainsi que du CREN, de la MGEN, la MAIF et la CASDEN.

Le bilan financier en cours d'affinement fait apparaitre un équilibre avec l'aide des soutiens.

Magali HERSANT
Professeure des Universités en Sciences de l'éducation
IUFM des Pays de la Loire, Site de Nantes

PRÉSENTATION DE LA COPIRELEM

copi relem
la commission permanente des IREM
sur l'enseignement élémentaire
IREM de Paris 7, Université Denis Diderot
Case 7018
75 205 Paris Cedex 13
tel. : 01 44 27 53 83
fax : 01 44 27 56 08
resp.copirelem@univ-irem.fr

La COPIRELEM, Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire est constituée, en 2013-2014, de 22 membres issus de 17 académies différentes. La plupart d'entre eux sont chargés de la formation mathématique des professeurs d'école en ESPE.

1 Ses missions

Depuis sa création (en 1975), la COPIRELEM a pour double mission :

- d'une part, de regrouper et centraliser les travaux des différents groupes élémentaires des IREM sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et sur la formation initiale et continue en mathématiques des enseignants du premier degré ;
- d'autre part, d'impulser des recherches sur les points sensibles ou contingents liés aux changements institutionnels (programmes, organisation de l'école, formation initiale, etc.…)

2 Ses actions

Répondant à ses missions, elle s'intéresse simultanément à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et à la formation des professeurs d'école. Elle se réunit cinq fois par an pour mettre en œuvre et coordonner ses différentes actions :

- Un colloque annuel

Regroupant de 120 à 180 participants (professeurs d'école, formateurs et chercheurs), ces colloques permettent, depuis 1975, la diffusion des recherches en didactique des mathématiques, en France et à l'étranger.

Les derniers ont eu lieu à Nantes (2013), Quimper (2012), Dijon (2011), La Grande Motte (2010), Auch (2009), Bordeaux (2008), Troyes (2007), Dourdan (2006), Strasbourg (2005), Foix (2004), Avignon (2003). Le prochain se tiendra à Mont de Marsan en juin 2014.

Les actes en sont publiés chaque année par l'IREM de l'académie d'accueil.

- Des publications

La COPIRELEM publie, seule ou avec d'autres instances (Commission Premier Cycle des IREM, APMEP…) des documents destinés aux enseignants et/ou aux formateurs. En plus de la publication des Actes de son colloque (voir ci-dessus), elle publie chaque année les Annales du Concours Externe de Recrutement des Professeurs d'École, avec l'intégralité des sujets de l'année et des corrigés détaillés assortis de compléments utiles à la formation en mathématique et en didactique des futurs professeurs d'école.

En 2003, la COPIRELEM a publié « Concertum », ouvrage de référence pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques. Pour faciliter sa diffusion lors des colloques internationaux, une version réduite est parue en espagnol et en anglais.

- Des collaborations avec le Ministère de l'Éducation Nationale

Par la présence d'un de ses membres à la commission mathématique du CNP, la COPIRELEM a apporté sa contribution à l'élaboration des programmes 2002 de mathématiques pour l'école primaire ainsi qu'à la rédaction de leurs documents d'accompagnement.

Dès 2002, elle a été une force de proposition auprès du ministère pour la définition du contenu du programme national pour le concours de recrutement des professeurs d'école qui a été publié en mai 2005. La COPIRELEM a diffusé dès juillet 2005 des propositions d'exercices correspondant à ce nouveau programme et quatre de ses membres participent à la commission chargée d'élaborer les sujets nationaux du CRPE.

Depuis novembre 2008, elle s'est engagée dans une réflexion concernant les épreuves du nouveau concours pour le recrutement des professeurs d'école publié en septembre 2008.

La COPIRELEM a également travaillé avec l'Inspection Générale de l'Enseignement Primaire : quatre de ses membres ont été sollicités pour la préparation d'un séminaire national de pilotage sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et pour l'animation d'ateliers au cours de ce séminaire qui a eu lieu à Paris en novembre 2007.

La COPIRELEM est intervenue au SIEC, lors du séminaire national de formation des futurs jurys d'oraux du CRPE (octobre 2010) et à l'ESEN lors des stages nationaux de formation des IEN (octobre 2010, janvier 2011, octobre 2012 et mai 2013).

3 Ses autres travaux et projets

- La COPIRELEM collabore avec la revue « Grand N » publiée par l'IREM de Grenoble et destinée aux enseignants du primaire.
- La COPIRELEM, par ses discussions avec l'équipe Sésamath-Mathenpoche, participe au développement de ressources en ligne pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.
- La COPIRELEM poursuit sa réflexion générale sur la nature des mathématiques que l'on doit enseigner à l'école primaire et les moyens dont on dispose pour le faire. Son travail sur le calcul mental dans l'enseignement a conduit à la publication en juin 2012 d'un document destiné à faciliter la compréhension, l'appropriation et la mise en œuvre de ce domaine d'activités dans les classes. Une étude sur la mise en œuvre de scénarios en formation initiale sur les thèmes de la numération et de la géométrie est engagée.
- Sous la direction de la DGESCO, la COPIRELEM a engagé un travail d'élaboration de ressources pour des apprentissages mathématiques, destinées aux élèves de Grande Section de Maternelle.

Responsables : Christine MANGIANTE-ORSOLA et Pierre DANOS
resp.copirelem@univ-irem.fr

REMERCIEMENTS

Un grand merci aux nombreux acteurs, organismes et institutions qui ont permis que ce 40ème colloque se déroule dans les meilleures conditions possibles.

Prévus initialement à La Roche sur Yon où j'exerçais, c'est le site IUFM de Nantes qui nous a accueillis. Un grand merci à son responsable Philippe Briaud, à l'équipe administrative et aux personnels pour leur accueil chaleureux, leur disponibilité avant et pendant le colloque. Les excellentes conditions matérielles offertes ont permis le bon déroulement dans une ambiance sereine et très conviviale.

Un grand merci à Jean-Marc Patin, directeur de l'IREM de Nantes pour son soutien et son aide efficace.
Un grand merci à Michel Heichette directeur de l'IUFM des Pays de la Loire qui dès l'annonce nous a apporté son soutien.
Un grand merci au service communication de l'IUFM et à son responsable Jean-François Rossard pour leur professionnalisme et la qualité de leur travail.
Un grand merci à Magali Hersant et Gwenaëlle Grietens, les autres membres de la petite équipe d'organisation

Un grand merci pour leur aide financière substantielle et indispensable : l'université de Nantes, Centre de Recherche en Éducation de Nantes (CREN), la Région des Pays de la Loire, Nantes Métropole, la MAIF, la CASDEN et la MGEN.

Enfin, un grand merci à toute l'équipe de la COPIRELEM avec laquelle je termine avec ces actes un long bout de chemin.

Michel Jaffrot

LES CONFÉRENCES

CONFÉRENCE D'OUVERTURE

REGARDS CROISÉS SUR L'ENSEIGNEMENT ET LA FORMATION DE LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ?

Valentina CELI, Maître de Conférences,
IUFM D'AQUITAINE, LACES, équipe E3D
valentina.celi@iufm.u-bordeaux4.fr

Le point de vue d'ingénieries didactiques.

Fabien EMPRIN, Maître de Conférences,
UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE ARDENNE – ESPE
CEREP EA4692 / ERMEL- IFé
Fabien.emprin@univ-reims.fr

Quelques remarques autour des finalités de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire.

Marie-Hélène SALIN, Maître de Conférences honoraire
IUFM Aquitaine
mh.salin@sfr.fr

Les technologies pour la géométrie à l'école primaire.

Sophie SOURY-LAVERGNE, Maître de Conférences,
Institut Français de l'éducation
Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

QUE VEUT-ON QUE LES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE APPRENNENT EN GÉOMÉTRIE ?

Valentina CELI
Maître de Conférences, IUFM D'AQUITAINE
LACES, équipe E3D
valentina.celi@iufm.u-bordeaux4.fr

Résumé
À travers une lecture de quelques documents officiels et la présentation de quelques résultats d'une étude menée auprès d'enseignants de l'école élémentaire (cycle 3), nous tentons d'identifier des éléments de réponse à la question : *quelles devraient/pourraient être les finalités de l'enseignement de la géométrie ?* Ce qui nous conduit à décliner autrement cette question afin de nous interroger aussi sur ce que l'on veut que les élèves apprennent, qu'ils maîtrisent, qu'ils sachent et sur ce que l'on veut leur enseigner.

Quelles devraient/pourraient être les finalités de l'enseignement de la géométrie ?

Publié en 2002, le rapport de la Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques (CREM) concentre tous les éléments essentiels pour répondre à cette question. Persuadée que la géométrie participe à la formation du futur citoyen et à celle des futurs scientifiques, la commission indiquait dans son rapport les raisons pour que cette discipline soit encore enseignée : la géométrie est un lieu où l'on apprend à appréhender l'espace et où l'on apprend à raisonner ; elle fait partie intégrante de la culture de l'humanité et elle est utile dans la vie courante (pour lire des cartes, s'orienter sur le plan de la ville ; pour comprendre les plans des objets à monter soi-même ; pour déplacer des meubles ; … pour interpréter des représentations géométriques de données statistiques, …) ; elle est aussi utile dans la vie professionnelle (artisans, techniciens et ingénieurs mais aussi tous les métiers qui se servent des nouvelles technologies faisant souvent appel à la vision géométrique, je pense par exemple aux dentistes qui peuvent désormais utiliser des logiciels de géométrie pour faire des moulages des dents sans plâtre) ; elle est utile dans les mathématiques et dans d'autres disciplines scientifiques, comme la physique et la chimie, par exemple pour étudier la structure des matériaux.

À propos des finalités de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire, la commission redoutait toute approche formelle et s'exprimait clairement sur deux aspects : si d'une part apprendre à appréhender l'espace doit être un objectif à viser avant même de parler de figures et de géométrie, d'autre part un premier *travail spécifique sur le thème « voir sur la figure »* doit demeurer primordial *dans la perspective d'une utilisation plus importante de la figure à tous les niveaux*.

Cette même commission commentait ensuite les programmes scolaires de tous les niveaux, en vigueur à l'époque. Pour l'école primaire (il s'agissait des programmes de 1995), on peut y lire : « *Tels qu'ils sont rédigés, les programmes semblent assez équilibrés mais sans doute pas suffisamment explicites. Les anciens programmes de 1985 étaient accompagnés d'instructions concernant les activités géométriques qui étaient très intéressantes. Malheureusement ces instructions, qui pourraient encore être utiles aujourd'hui, ne sont plus diffusées, ce qui laisse trop souvent la place, en pratique, à une réduction de la géométrie à l'apprentissage d'un vocabulaire et à la manipulation des instruments* ».

Dans ces réflexions, je vois au moins deux points névralgiques : d'une part, la conception et la diffusion de documents d'accompagnement ; d'autre part, l'image réductrice renvoyée par les pratiques à propos de l'enseignement et de l'apprentissage de la géométrie à l'école.

Il me semble intéressant, à partir de là, de poser la question autrement, à savoir : ***que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ?***

Dans le cadre d'une étude que j'ai menée auprès d'enseignant(e)s[1] de cycle 3, les données recueillies me semblent fournir quelques éléments de réponse à cette question.

J'ai invité ces enseignants à repérer deux difficultés que leurs élèves rencontrent le plus souvent en traitant des activités de géométrie. Les réponses des enseignants interrogés évoquent quasi exclusivement des difficultés dans le maniement des instruments, dans la précision des tracés et dans la maîtrise du vocabulaire géométrique.

En leur demandant ensuite de repérer deux difficultés qu'ils rencontrent en enseignant la géométrie, ces mêmes enseignants signalent plusieurs points, je n'en cite que quelques uns.

Ils s'interrogent sur comment aider les élèves à apprendre et utiliser un vocabulaire idoine et surtout à manipuler correctement les instruments.

Si, à travers ces résultats, on veut discerner en filigrane ce que les enseignants souhaitent que leurs élèves apprennent, nous retrouvons ce qui préoccupait la CREM en 2002, à savoir que l'on réduit souvent *la géométrie à l'apprentissage d'un vocabulaire et à la manipulation des instruments*.

Les enseignants interrogés se demandent aussi comment donner du sens aux activités géométriques : par le jeu ? en liaison avec d'autres disciplines ? dans un projet ? Je ne veux pas ici pointer du doigt un manque de ressources pour enseigner la géométrie mais cela me semble néanmoins renvoyer à la question de l'accessibilité aux ressources existantes, des moyens (et de la volonté ?) dont les enseignants disposent pour accéder à ces ressources.

L'évaluation en géométrie est un autre point qui revient dans les réponses de nombreux enseignants interrogés : mais sur quoi s'interrogent-ils ? Principalement, sur comment valider la maîtrise des instruments ainsi que *l'exactitude* et la précision des tracés réalisés. La vérification individuelle est longue, disent-ils… Ici, la prégnance des instruments et de la précision des tracés revient en force !

En lien avec l'évaluation, je vais reformuler encore la question de départ : ***que veut-on que les élèves maîtrisent, qu'ils sachent en géométrie ?***

D'après le palier 1 pour la maîtrise du socle commun (B.O. n°3, 19 juin 2008, p. 20), trois compétences géométriques sont attendues en fin de cycle 2, on y lit notamment

- utiliser la règle et l'équerre pour tracer avec soin et précision…
- être précis et soigneux dans les tracés.

D'après le palier 2 (B.O. n°3, 19 juin 2008, pp. 27-28), plusieurs compétences sont attendues en fin de cycle 3, de même ici le soin et la précision sont évoqués en relation avec les constructions.

Si les enseignants semblent donc se conformer en bonne partie aux attentes institutionnelles, certaines inquiétudes de la CREM demeurent encore d'actualité ! De plus, on pourrait se demander si l'importance que l'on attribue à la précision des tracés ne participe pas à mettre plus tard en difficulté l'élève dans l'apprentissage de la démonstration.

Mais un autre document officiel a attiré mon attention, à savoir *les grilles de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun* aux paliers 1 et 2. On y lit notamment que *les situations d'évaluation proposées dans l'évaluation nationale sont proches de celles travaillées en classe pendant les temps d'apprentissage et d'entraînement*.

Si les exercices des évaluations nationales pouvaient inspirer les enseignants dans le choix de situations d'apprentissage, les commentaires qui les accompagnent pourraient alors les orienter vers des objectifs à poursuivre ou bien les conforter dans leurs choix. Cela mérite sans doute d'être étudié.

Pour illustrer mes réflexions à ce propos, je ne me focalise ici que sur les exercices de reproduction de figures aux instruments, exercices que l'on retrouve dans les *livrets des évaluations nationales des acquis des élèves de CE1 et de CM2* de 2009 à 2013.

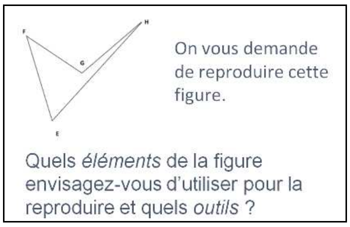
[1] Pour ne pas alourdir le texte, je me résigne à n'indiquer par la suite que le genre masculin !

Dans les indications fournies aux enseignants, parmi les erreurs à repérer, on signale les imprécisions des tracés dues à une dextérité insuffisante, à des manipulations incorrectes dans l'utilisation des instruments (la règle en CE1 ; la, règle, l'équerre et le compas en CM2). Voilà donc ce qui conforte encore les enseignants dans l'idée que l'habilité dans le maniement des instruments est une compétence indispensable pour les apprentissages géométriques.

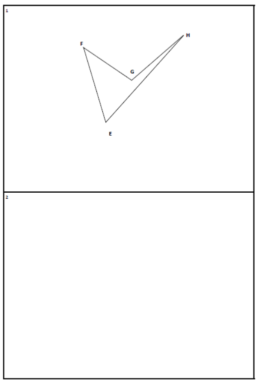
Toujours à propos des exercices de reproduction proposés dans les évaluations nationales, les attentes relatives à la disposition de la figure reproduite méritent aussi d'être commentées.

D'après les indications qui accompagnent ces exercices, on s'attend à ce que la figure obtenue soit identique à la figure donnée, à une translation près en CE1, à une rotation près en CM2. Pour les exercices de reproduction sur papier quadrillé en CE1, on précise néanmoins que « *parmi les erreurs possibles, l'élève a construit une figure symétrique (ce n'est pas une reproduction), ce n'est pas l'exercice demandé* ». Est-il pertinent d'attribuer autant d'importance à la disposition des figures lors de la reproduction ? N'y aurait-il pas de conséquences défavorables lors d'activités de description d'une figure, voire de la rédaction d'un programme de construction ?

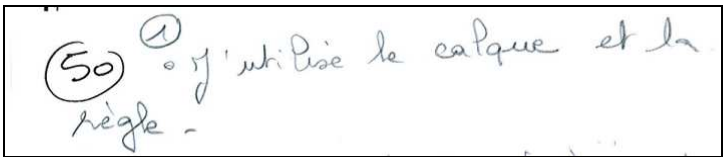
J'en viens alors au deuxième volet de mon enquête auprès d'enseignants de cycle 3 qui n'a concerné qu'une partie des enseignants interrogés dans le premier volet. Je leur ai proposé une activité de reproduction d'un quadrilatère[2]. Sans qu'ils aient directement accès à la figure, je leur ai d'abord demandé quels éléments de la figure ils envisageaient d'utiliser pour la reproduire et avec quels outils.



Je leur ai ensuite distribué la feuille ci-après en leur précisant que, dans le cadre 1 (en haut de la feuille), ils avaient la figure à reproduire et que pour cela ils devaient se servir du cadre 2 (en bas de la feuille) :



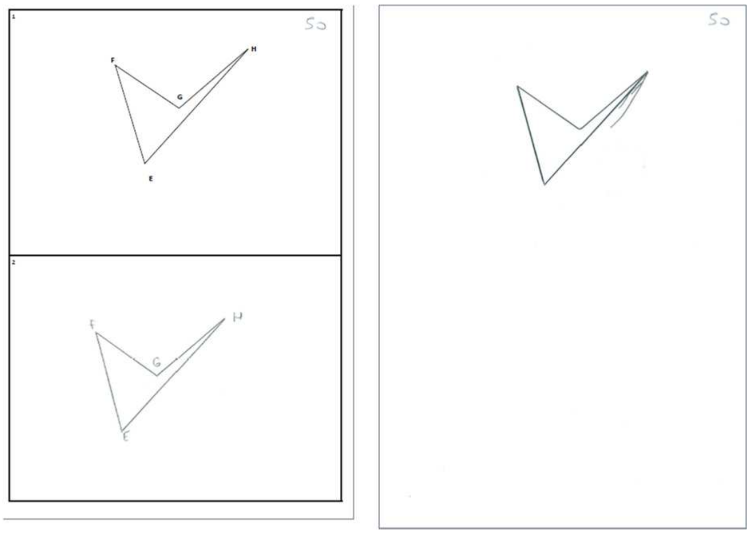
Je voudrais simplement évoquer le cas d'une enseignante interrogée. À la première question, elle envisage d'utiliser le calque et la règle :



Lorsqu'elle a effectivement à réaliser la tâche, n'ayant pas de papier calque, elle plie la feuille dans le but de reproduire la figure par transparence mais elle s'arrête aussitôt car elle s'aperçoit que la figure ne sera pas dans le cadre 2 ou alors, si elle la calque dans ce cadre, la figure ne sera pas disposée de la même manière. Elle s'interdit de reproduire la figure « par pliage », par symétrie axiale et se débrouille

[2] Le quadrilatère en question est extrait de Cf. Champeyrache G., Fatta J.-C., Stoecklé D. (1998), p. 67

autrement : elle calque la figure du cadre 1 en utilisant une deuxième feuille ; elle calque ensuite cette figure dans le cadre 2 de la feuille fournie (cf. ci-dessous).



La symétrie ne serait-elle pas un outil pour réussir une activité de reproduction ? Les commentaires qui accompagnent les exercices des évaluations nationales évacuent cette possibilité dans les problèmes de reproduction. Les enseignants aussi ?

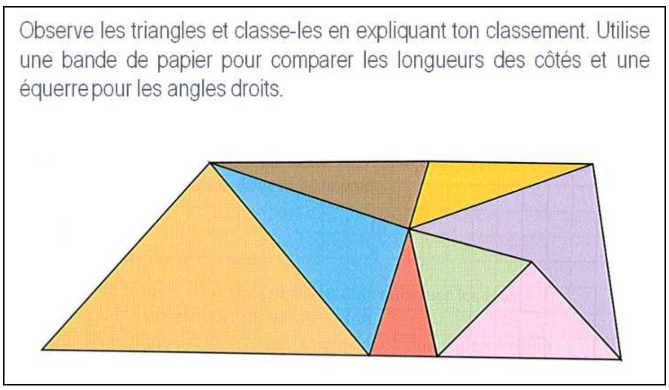
De façon plus générale, je m'interroge alors sur la façon dont les enseignants articulent les contenus géométriques avec les activités et les situations qui peuvent mettre en jeu ces contenus.

Ce qui me conduit à une dernière reformulation de la question de départ : ***que veut-on enseigner aux élèves ?***

Le deuxième volet de mon enquête compte une étape durant laquelle, à propos de l'activité de reproduction du quadrilatère, j'ai demandé aux enseignants s'ils envisageaient de proposer à leurs élèves l'activité de reproduction du quadrilatère concave. La quasi-totalité des enseignants jusqu'à présent interrogés n'y étaient pas favorables : elle est complexe, ont-ils dit. Ils n'ont pas perçu l'intérêt d'une telle activité pour un travail spécifique sur l'analyse de la figure. En effet, ils n'ont pas été nombreux à envisager la reproduction du quadrilatère en ajoutant une diagonale : soit ils ont considéré les côtés et les angles, soit ils étaient convaincus que la donnée des longueurs des quatre côtés suffisent (pour la reproduire) ! Ils ne sont pas parvenus, par exemple, à envisager d'intégrer cette activité dans une séquence sur le triangle et sa construction à la règle et au compas.

Lors des échanges qui ont suivis, j'ai perçu que, dans leurs pratiques, ces enseignants ont du mal à faire jouer convenablement les variables didactiques disponibles en géométrie.

Par exemple, toujours en relation avec les instruments, ils ne conçoivent au cycle 3 que l'utilisation de la règle "graduée" (bien sûr !) et de l'équerre : comme s'il y avait une chronologie d'usages, les gabarits de longueur et d'angle droit ne sont pour eux adaptés que pour le cycle 2.



Dans le cas de l'exercice[3] ci-dessus, par exemple, lorsque je les ai invités à l'analyser, ils étaient gênés non pas par l'équerre mais par la bande de papier : "comment voulez-vous qu'ils vérifient que le triangle rouge est isocèle sans avoir la règle graduée ?", réplique une enseignante. En outre, ils ne sont pas parvenus à justifier, ils étaient gênés par la présence d'un intrus, représenté ici par le quadrilatère concave.

En me posant cette dernière question « *que veut-on enseigner aux élèves en géométrie ?* », je m'aperçois alors que les échanges que j'ai eus avec ces enseignants m'aident plutôt à identifier ce qu'ils ne veulent pas enseigner. À les entendre s'exprimer, leurs pratiques sont pauvres et ils se sentent démunis, incapables de faire jouer convenablement les variables didactiques disponibles en géométrie ; ils cherchent d'abord à exiger la rigueur et ils croient bien faire en sollicitant avant tout la précision des tracés et la maîtrise du vocabulaire adapté. De plus, certains documents officiels les confortent dans cette idée.

Je n'ajouterai rien d'original et de plus que le rapport de la CREM il y a onze ans, si je conclus en disant qu'il me semble toujours urgent de prévoir des mesures d'accompagnement pour la formation des enseignants :

- il faut renforcer la place de la géométrie dans les cursus scolaire et universitaire ;
- il faut renforcer la formation initiale des enseignants et développer la formation continue en géométrie ;
- il faut produire, oui, mais aussi rendre accessibles des textes qui pourraient orienter les choix des enseignants et des auteurs de manuels dans le domaine de la géométrie.

On a beau affirmer que la géométrie est utile pour la vie courante et la vie professionnelle : cela ne se voit pas et la pression sociale semble être moindre lorsqu'il ne s'agit pas de lire, écrire et compter.

BIBLIOGRAPHIE

CHAMPEYRACHE G., FATTA J.-C., STOECKLÉ D. (1998), *Math Élem CM2*, Belin, pp. 67, 140

CREM (2002), *L'enseignement des sciences mathématiques*, *rapport au ministre de l'éducation nationale*, Odile Jacob, CNDP, pp. 87-169

MEN (2008), *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire*, B.O. n°3, 19 juin 2008, SCÉRÉN, CNDP, p. 20, 27-28

MEN (2011), *Livret personnel des compétences. Grille de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun au palier 1*, MENJVA/DGESCO, pp. 2, 15, 19-20

MEN (2011), *Livret personnel des compétences. Grille de références pour l'évaluation et la validation des compétences du socle commun au palier 2*, MENJVA/DGESCO, pp. 2, 25, 30-31

MEN (2009-2013), *Évaluation nationale des acquis des élèves en CE1. Livret de l'élève*, MEN/DGESCO

MEN (2009-2013), *Évaluation nationale des acquis des élèves en CE1. Livret de l'enseignant*, MEN/DGESCO

MEN (2009-2013), *Évaluation nationale des acquis des élèves en CM2. Livret de l'élève*, MEN/DGESCO

MEN (2009-2013), *Évaluation nationale des acquis des élèves en CM2. Livret de l'enseignant*, MEN/DGESCO

[3] Cf. Champeyrache G., Fatta J.-C., Stoecklé D. (1998), p. 140

LE POINT DE VUE D'INGÉNIERIES DIDACTIQUES

Fabien EMPRIN
Maître de Conférences, UNIVERSITÉ DE REIMS CHAMPAGNE ARDENNE - ESPE
CEREP EA4692 / ERMEL- IFé
Fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé
Dans cette table ronde nous apportons un éclairage sur des recherches d'ingénieries didactiques qui s'appuient sur des expérimentations en classe à grande échelle et dont l'enjeu est l'appropriation par les enseignants des dispositifs produits. Après avoir présenté quelques éléments de méthodologie, nous avons choisi de traiter deux principales questions :
Que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ?
En formation, quels sont les outils théoriques pour analyser les situations de classe, pour construire des activités pour la classe ?
A chaque fois, nous nous appuyons sur des exemples tirés de nos recherches pour mettre à jour les éléments de réponse.

I. LE POINT DE VUE

Cette table ronde a pour objectif de proposer plusieurs regards sur l'enseignement de la géométrie à l'école. Elle s'articule sur plusieurs questions que nous proposons d'éclairer d'un point de vue particulier. Nous commençons donc par expliquer le point de vue que nous privilégions, celui des recherches sur les ingénieries didactiques parfois appelées « recherche action »

1. Nos recherches en ingénieries didactiques

Nous nous appuyons principalement sur deux recherches, qui ont, malgré leurs différences (en termes d'analyse préalable, d'étendue du champ étudié ou de méthodologie) toutes deux pour caractéristique de confronter des hypothèses de recherche à une expérimentation à « grande échelle » : la recherche de l'équipe ERMEL (Équipe de Recherche sur les Mathématiques à l'école ELémentaire) de l'IFé et la recherche sur les rallyes mathématiques à l'école maternelle en partenariat avec l'AGEEM (Association Générale des Enseignants-es de l'Ecole Maternelle)

1.1 Questions de terminologie

Nos recherches ont été et sont parfois qualifiées de « recherche action ». Nous ne renions pas ce terme dans son acception qu'utilisent Hugon et Seibel « Il s'agit de recherches dans lesquelles il y a une action délibérée de transformation de la réalité ; recherches ayant un double objectif : transformer la réalité et produire des connaissances concernant ces transformations » (Hugon et Seibel, 1988). Nos recherches visent effectivement à produire des ressources qui présentent l'analyse des enjeux de l'enseignement en relation avec les programmes scolaires et leur évolution, la description de dispositifs d'enseignement en découpant les séquences en phases et en décrivant le travail de l'enseignant, la transformation des pratiques fait donc bien partie de nos objectifs. De plus, la question de l'appropriation des dispositifs d'enseignement par les enseignants qu'ils soient débutants ou non est une question importante dans notre recherche. Néanmoins, ce terme de « recherche action » est utilisé dans de nombreux contextes, notamment en sociologie avec des acceptions variables qui introduisent du flou, c'est pourquoi nous préférons le terme recherche d'ingénierie didactique.

Le terme ingénierie didactique que nous utilisons ici entre en tension avec deux définitions, celle de l'ingénierie didactique comme méthodologie en didactique des mathématiques et celle de l'ingénierie de formation de la didactique professionnelle.

Nos démarches ont de commun avec le premier concept les questions générales qu'elles permettent d'aborder. En effet « l'expression « ingénierie didactique » apparaît dans la didactique des mathématiques française, au début des années 80, comme un moyen de répondre à deux questions fondamentales (Chevallard, 1982) :

Comment prendre en compte la complexité de la classe dans les méthodologies de recherche ?

Comment penser les relations entre recherche et action sur le système d'enseignement ? » (Artigue, 2002)

Nous partageons également avec l'ingénierie didactique le fait de confronter des hypothèses à une expérimentation réelle mais la méthode de validation et la portée des résultats n'est pas la même :

« Comme méthodologie de recherche, l'ingénierie didactique se différencie d'abord des méthodes expérimentales alors usuelles en éducation par son mode de validation. Ce mode de validation est en effet interne et basé sur la confrontation entre une analyse a priori dans laquelle sont engagées un certain nombre d'hypothèses et une analyse a posteriori qui s'appuie sur les données issues de la réalisation effective. » (Artigue, 2002)

Alors que les hypothèses de l'ingénierie didactique, dans cette définition, sont centrées plutôt sur les processus d'enseignement apprentissage et sont validées par des études de cas, nos hypothèses concernent également l'organisation de l'étude des concepts à l'échelle des cycles de l'École et la viabilité des situations didactiques dans les classes, ce qui nous amène à expérimenter des dispositifs complets d'enseignement dans un nombre important de classes.

Ces dispositifs complets d'enseignement sont, pour l'ingénierie de la formation, des ingénieries pédagogiques (Le Borterf, 1999) : « L'ingénierie pédagogique qui est du ressort des prestataires de formation et définit les objectifs, les progressions pédagogiques et les modalités d'apprentissage. » Notre ancrage dans la recherche et notre méthodologie nous amène ne pas utiliser ce terme est à choisir plutôt le terme d'ingénierie didactique au sens de (Douady, 1994) : « Le terme d'ingénierie didactique désigne un ensemble de séquences de classe conçues, organisées et articulées dans le temps de façon cohérente par un maître-ingénieur pour réaliser un projet d'apprentissage pour une certaine population d'élèves »

Nous nous appuyons sur cette méthodologie notamment dans deux recherches en relation avec l'enseignement de la géométrie à l'école que nous présentons succinctement.

1.2 Recherches sur les apprentissages géométriques au cycle 3 et au cycle 2

L'équipe ERMEL s'intéresse depuis presque quinze ans aux ingénieries didactiques concernant la géométrie d'abord au cycle 3 puis depuis 2006 au cycle 2. Au cycle 3, l'expérimentation concernait 21 chercheurs ; 75 classes ont expérimenté de façon hebdomadaire les dispositifs. Pour le cycle 2, c'est environ 10 chercheurs et 25 classes.

Nous pouvons décrire la méthodologie de la recherche comme un cycle (Douaire & Emprin, 2011) figure 1 ci-dessous. La robustesse des situations proposées venant de la confrontation des hypothèses à la mise en œuvre réelle.

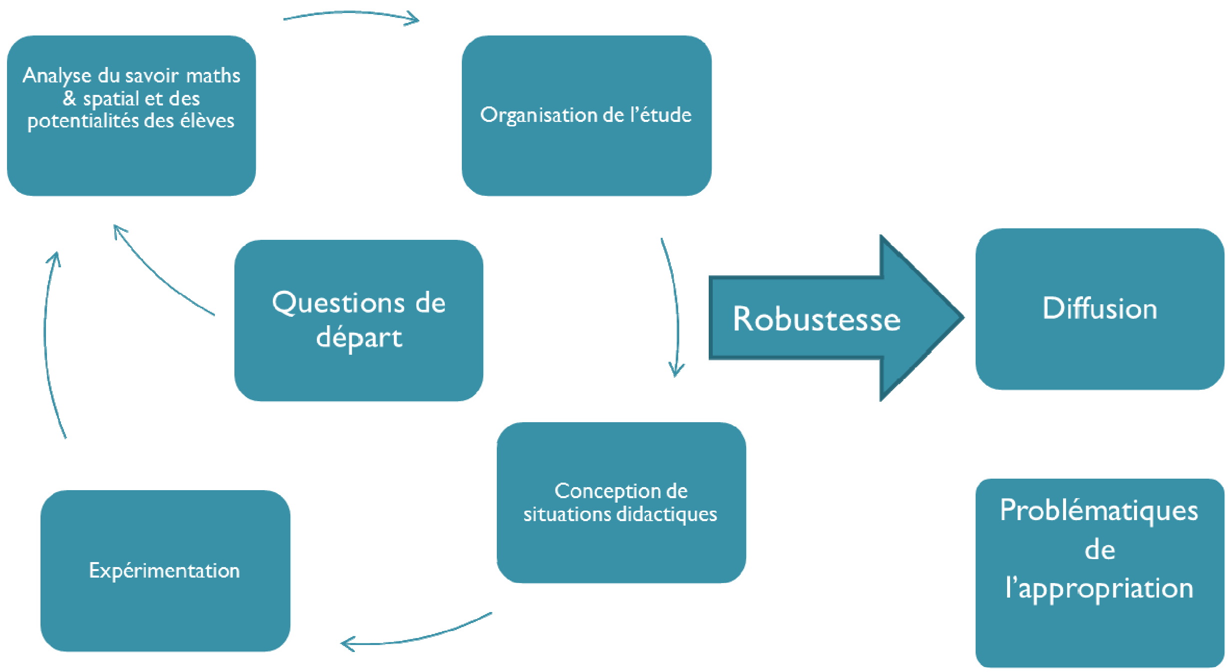


Figure 1 : méthodologie de la recherche

La seconde recherche a été mise en place à l'initiative de l'AGEEM de la Marne. Son point de départ est une remarque d'un collègue de l'association qui nous avait fait remarqué qu'il existait des rallyes lectures à l'école maternelle (alors que les élèves ne savent pas lire), qu'il existait des rallyes mathématiques au collège principalement, quelques-uns à l'école primaire, mais à sa connaissance aucun pour l'école maternelle. Nous avons donc décidé de mettre en place un cycle d'animations pédagogiques ayant pour but de construire un rallye mathématique pour les écoles maternelles. Ce cycle a duré quatre années entre expérimentations et retour d'animation et a débouché sur la production d'un dispositif (Charotte & Emprin, 2009).

Nous allons, à présent, utiliser ces résultats de recherche pour apporter notre éclairage à deux questions proposées à cette table ronde :

Que veut-on que les élèves de l'école primaire apprennent en géométrie ?

En formation, quels sont les outils théoriques pour analyser les situations de classe, pour construire des activités pour la classe ?

Les expérimentations que nous menons nous amènent à retourner la réponse c'est-à-dire à vous présenter ce que les élèves nous apprennent des enjeux qui peuvent être assignés à l'école. C'est pourquoi nous choisissons d'entrer par des exemples.

II. QUE VEUT-ON QUE LES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE APPRENNENT EN GÉOMÉTRIE ?

Tout d'abord, nous devons clairement dissocier cycle 3 et cycle 1 et 2. Au cycle 3, nous nous centrons sur la résolution de problèmes spatiaux qui permettent d'aborder les concepts géométrique sous différents aspects et à amorcer le passage du spatial au géométrique (Berthelot & Salin, 1992). Aux cycles 1 et 2, les concepts manipulés sont beaucoup plus difficiles à cerner et même à justifier du point de vue des mathématiques. Cela n'aurait pas de sens de dire à un enseignant de maternelle qu'il travaille le repérage dans l'espace (gauche, droite, devant..) pour préparer le repérage dans un repère au collège et in fine la conceptualisation des espaces vectoriels. Dans ces cycles, les différentes mises en œuvre, mettent en avant l'importance des situations de construction d'expérience et de la place du langage.

1. Un exemple de passage du spatial au géométrique

Il s'agit d'une situation issue de la recherche sur les apprentissages spatiaux et la résolution de problèmes au cycle 3 (ERMEL, 2006). Elle est placée en CM2 et est définie comme une situation de synthèse, elle peut tout à fait être menée en sixième. La situation reprend un grand nombre de caractéristiques d'un problème ouvert (Arsac et Al., 1984)(Arsac et Mante, 2007) : l'énoncé est court, les élèves peuvent facilement entrer dans la résolution, aucune procédure particulière et aucune réponse spécifique ne sont attendus par l'enseignant, l'enjeu de la situation n'est pas l'enjeu de l'apprentissage.

Les élèves doivent dessiner à main levée et sur une feuille blanche, tous les types quadrilatères différents qu'ils peuvent trouver. Ils travaillent d'abord seuls pendant cinq minutes environ, puis se regroupent par quatre pour mettre en commun et dessiner, toujours à main levée, sur une feuille tous les quadrilatères différents que le groupe a trouvés. Ensuite, se déroule une phase de mise en commun collective. L'affichage de sept affiches (sept groupes pour une classe de vingt-huit élèves) présentant chacune une dizaine de dessins à main levée donc soixante-dix dessins à comparer entre eux serait ingérable. On organise donc la mise en commun en demandant à un premier groupe d'aller dessiner au tableau à main levée un quadrilatère ; un deuxième groupe va ensuite dessiner un de ses quadrilatères mais qui n'est pas encore au tableau. On compare donc un dessin à un autre. Un troisièmes groupe va dessiner un quadrilatère qui n'est pas encore au tableau, on compare donc un dessin à deux autres… et ainsi de suite tant qu'il y a des quadrilatères différents. A la fin, on obtient la liste de tous les quadrilatères différents que la classe a trouvés. Peu importe qu'on ne les ait pas tous, ce n'est pas l'enjeu de la situation. Il s'agit de faire travailler les élèves sur ce qui fait la différence entre deux quadrilatères et donc le concept de quadrilatère comme ensemble de propriétés.

Certains élèves commencent par dessiner beaucoup de carrés comme dans la figure 2

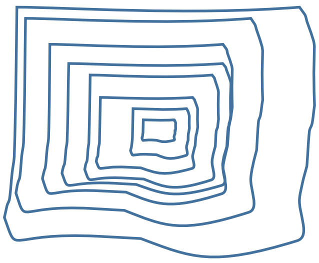


Figure 2 : exemple de dessin d'une élève : différent = de taille différente

Ces élèves s'arrêtent assez rapidement devant l'ampleur de la tâche. Ils disent : « on n'y arrivera jamais, on n'aura jamais fini ». On peut alors faire une première mise en commun pour renvoyer la question à la classe. Voici un exemple de réponse : « c'est la même forme, grande ou petite, c'est comme la couleur. Si tu en es là, un carré rouge et un carré bleu, c'est pas le même alors tu vois ça peut pas aller ; il faut faire un seul carré et puis des « pas carrés ». »

Ce premier obstacle permet de voir les propriétés qui permettent de définir le type de quadrilatères (le mot « type » qui est bien dans la consigne est choisi sciemment). La taille, la couleur ne sont pas des propriétés qui permettent de définir le type de quadrilatères.

Lors des travaux par groupe de quatre, ce type de problème disparaît ; sont également éliminés par les élèves, dans ce premier travail de synthèse en autonomie, la plupart des « monstres » c'est-à-dire les formes qui n'ont pas quatre côtés (soit plus, soit moins), les formes arrondies, les formes ouvertes.

Le choix du dessin à main levée est central dans cette situation (en plus du fait que faire dessiner des figures aux instruments focaliserait les élèves sur cette tâche prendrait un temps certain et rendrait la situation ingérable au niveau du temps) car il oblige les élèves à penser les propriétés puisqu'elles ne transparaissent pas de façon visible. On voit son intérêt quand les élèves ont dessiné des figures proches mais qu'ils veulent les différencier comme sur la figure 3

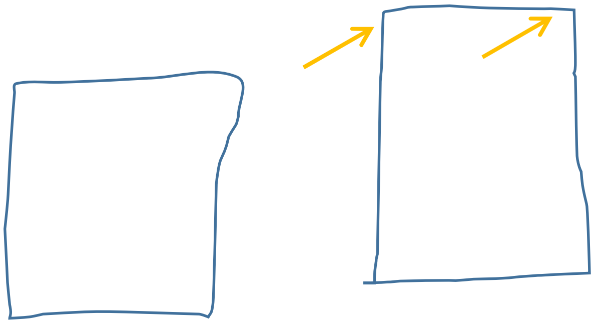


Figure 3 : Deux figures proches qui montrent l'utilité de choisir un codage

Lors de la mise en commun, le premier dessin est déjà au tableau, le second vient d'être dessiné. Les élèves refusent le nouveau dessin en disant qu'il est déjà présent. Le groupe qui vient de dessiner argumente alors « « oui, mais nous, il n'y a pas d'angles droits là et là (où il y a les flèches) c'est donc pas le même ». L'enseignante en profite alors « comment expliquer aux autres, sur le dessin, ce que vous avez voulu dessiner ? ». Les élèves se mettent alors d'accord pour :

- mettre les côtés parallèles de la même couleur.
- mettre des mesures fictives pour coter la figure et montrer les côtés de même mesure.
- coder les angles droits par le codage usuel (qu'ils connaissent manifestement).

Le codage des propriétés montre que l'on travaille bien avec un ensemble de propriétés et non un dessin (voir l'opposition dessin/figure (Parzysz , 1988))

Les deux dessins, figure 4, engendrent des échanges qui montrent bien que les élèves sont en train de passer du spatial au géométrique ainsi que les difficultés qui persistent.

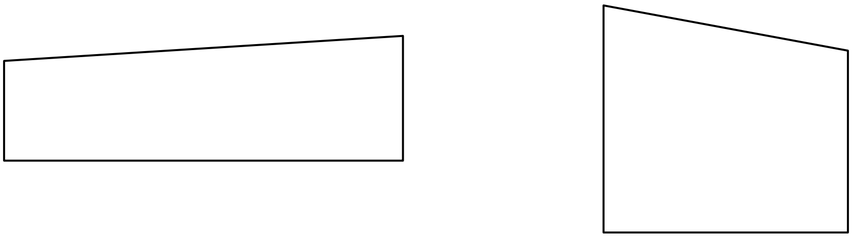


Figure 4 : deux quadrilatères du même type qui pourtant semblent bien différents

Voici les échanges engendrés :

- c'est le même parce qu'il y a deux angles droits et deux côtés parallèles
- oui , mais là, c'est bancal et là, c'est pas bancal
- c'est pas le même parce que même si on le tourne c'est pas le même

Un élève propose alors de découper.

- il y en a un qui vient plus du carré et l'autre qui vient plus du losange
- c'est pas la taille qui est importante celui-là (le second) il suffit de l'étendre et de le retourner et c'est le même.
- Oui mais alors si tu étends le carré tu as un rectangle c'est bien pas pareil …
- Oui mais là t'as pas de côtés égaux…et là non plus alors que sur le carré t'as tous les côtés égaux.

Les élèves finissent par conclure que « c'est plus simple de regarder les propriétés »

Lors du bilan de cette séance, les élèves restent sans exception sur les propriétés et non plus sur les aspects perceptifs ou liés à l'orientation.

Pour amener les élèves à ce basculement du spatial vers le géométrique, ils ont résolu des problèmes spatiaux durant le cycle 3. Quant aux cycles 1 et 2, si des problèmes spatiaux persistent, leur enjeu apparaît parfois comme lié à l'expérience et au langage plus qu'à l'approche d'un aspect d'un concept mathématique clairement identifié.

2. Un exemple de construction d'expérience spatiale

Le jeu des chats est à l'origine un atelier du rallye mathématique maternelle (Charotte & Emprin, 2009).

Les élèves sont par groupe de quatre. Ils ont chacune une feuille consigne. Il leur est indiqué qu'ils sont le chat encadré (surtout ne pas dire du milieu). (voir figure 4)

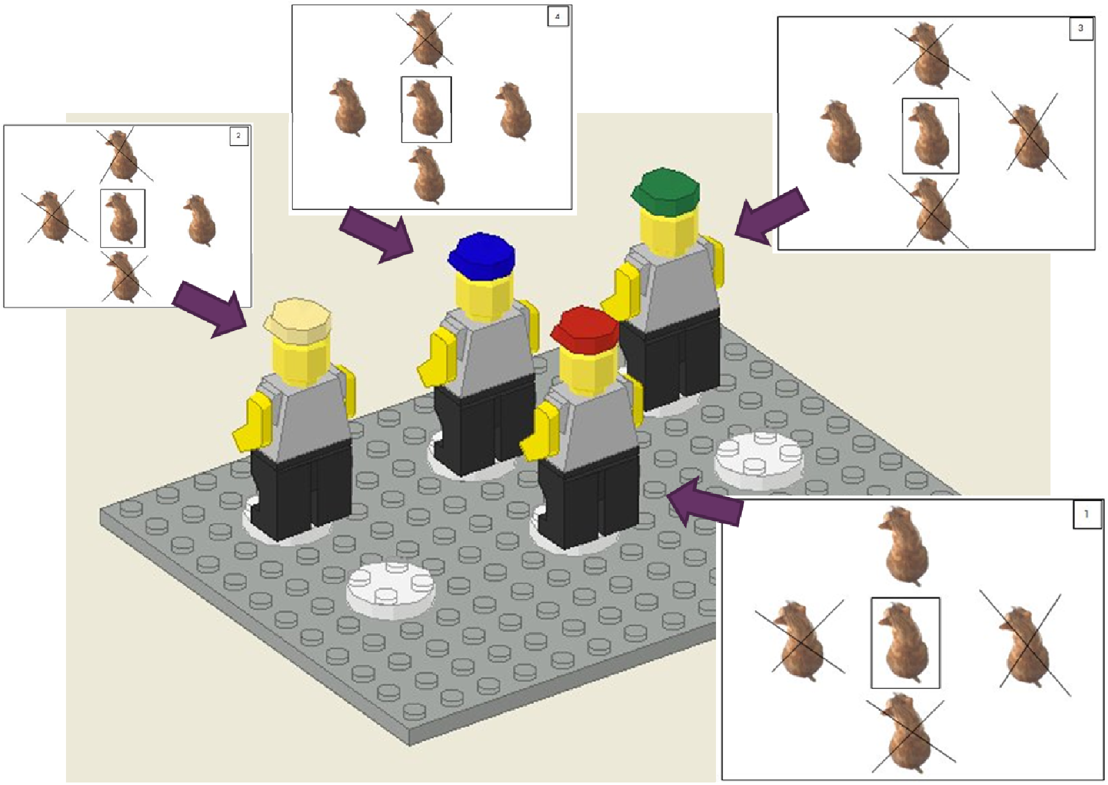


Figure 4 : chaque « bonhomme » représente un élève et sa fiche consigne.[4]

Les élèves doivent se placer dans le dispositif formé par six cerceaux tout en respectant les contraintes de leur fiche consigne. Les élèves doivent à la fois découvrir le sens du codage (un chat rayé en haut de la fiche signifie qu'il ne doit pas y avoir d'élève devant lui et inversement un chat à gauche de la fiche indique qu'il doit y avoir un autre élève à sa gauche). On précise bien à tous les élèves que tout le monde doit regarder dans la même direction « tout le monde regarde vers le tableau ».

Nous relatons une expérience en grande section de maternelle. Les élèves entrent dans le dispositif, échangent : « il me faut personne, ici » « je voudrais bien aller là »…

Il est possible, une fois que les élèves se sont rendus compte de la tâche, de les faire ressortir du dispositif et de les faire revenir un par un. Un élève arrive dans les cerceaux, il se met en première ligne (devant). L'enseignante demande alors : « que dit ta consigne ? », l'élève répond : « il me faut un chat devant ». En disant cela, il marque un temps de pause puis recule en deuxième ligne. Il s'agit pour nous d'une déduction spatiale (j'ai quelqu'un devant moi donc je ne suis pas en première ligne) qui constitue une expérience spatiale difficilement analysable en termes de concept mathématique mais déterminante pour construire les relations dans l'espace.

Par ailleurs, les élèves développent un vocabulaire spécifique qui commence par « pas là » en montrant la position à des formalisations du type « à ma gauche » « devant moi » qui indiquent des positions relatives à l'observateur. A un moment, un élève dit : « moi, j'ai besoin de quelqu'un devant moi et toi tu as besoin de quelqu'un derrière toi alors moi je suis le quelqu'un que toi tu as besoin derrière ». On trouve dans cet échange une expérience spatiale de décentration et d'adoption du point de vue de l'autre.

[4] Réalisé avec le logiciel blockcad www.blockcad.net (freeware, en fait lego-ware : le téléchargement et l'usage sont gratuits, si vous aimez le logiciel, l'auteur vous invite à lui envoyer une pièce de légo© par la poste)

Pour les élèves observés, on identifie bien des apprentissages, mais leur nature est difficile à caractériser et à mettre en perspective avec les concepts à enseigner. Cela pose donc des problèmes le problème de la transmission de ces dispositifs. Comment argumenter, en formation, l'importance de mettre en œuvre ce type de situations ? L'appropriation des ressources produite est un point important de nos recherches (Douaire, 2010) ce qui amène à nous interroger sur les outils théoriques disponibles pour la formation des enseignants.

III. EN FORMATION, QUELS SONT LES OUTILS THÉORIQUES POUR ANALYSER LES SITUATIONS DE CLASSE, POUR CONSTRUIRE DES ACTIVITÉS POUR LA CLASSE ?

Depuis 2010, pour être enseignant en France, les étudiants doivent obtenir un Master. Ce diplôme fait apparaître clairement un adossement à la recherche. Se pose donc la question des outils théoriques dont nous disposons pour appuyer nos enseignements et nos formations. Si en ce qui concerne le nombre un corpus de savoirs didactiques tant méthodologiques que théoriques importants existent depuis les années 1980 en ce qui concerne la géométrie il n'en est pas de même (Emprin, 2012). Des précurseurs (Berthelot & Salin, 1992) ou (Houdement & Kuzniak, 2006) ont produit des résultats importants mais qui restent relativement isolés. Les chercheurs intéressés par les problématiques de relation à l'espace peuvent également s'appuyer sur des travaux de psychologie (Lurçat, 1976), (Piaget &Inhelder, 1947), (Duval, 1996) mais qui sont, comme vous pouvez le constater, relativement anciens.

Par ailleurs, les outils théoriques de la didactique des mathématiques tels que la TSD (Brousseau, 1998), la théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990) ou la TAD (Chevallard, 1999) ne nous permettent pas d'analyser toutes les situations qui sont menées sur l'espace, notamment en cycles 1 et 2. Les situations de construction d'expérience semblent trop faibles d'un point de vue de la didactique des mathématiques pour être complètement capturées par elle.

Pour commencer, nous revenons sur le repérage dans l'espace qui est un domaine caractéristique pour illustrer le manque de savoirs didactiques et la difficulté à relier savoirs scolaires et concepts mathématiques.

1. Quelques savoirs théoriques issus des expérimentations sur le repérage

En cycle 2, le travail sur le plan, notamment le plan de la classe fait partie des apprentissages géométriques liés au repérage, mais quels sont les concepts mathématiques sous jacents ? Et pourquoi l'enseigner ?

Il n'est pas possible de répondre à cette dernière question par un enjeu social : parce que cela sera utile dans la vie : outre l'évolution des technologies qui réduisent l'utilité du plan, il n'y a rien de comparable entre le handicap social engendré par des difficultés dans le domaine de la lecture et du calcul et la difficulté à lire un plan. Il n'est pas non plus possible d'argumenter par les besoins scolaires ultérieurs : on ne travaille pas sur le repérage en maternelle pour préparer le repérage cartésien au collège. Notre parti pris a donc été de donner du sens à l'enseignement du repérage comme lieu de la construction d'attitudes et de connaissances liées à l'espace sensible c'est-à-dire de lui donner une justification interne. Par ailleurs, nous avons souhaité nous centrer sur les sens des concepts manipulés. Par exemple pour le « concept » de plan, nous avons choisi de mettre en place des situations rendant nécessaire son utilisation et donc lui donnant du sens.

1.1 Donner sur sens au « concept » de plan

Une de ces situations consiste à jouer, pour le même objet : une maison, sur la dialectique entre un espace 3D immersif (où l'élève se déplace à la première personne), une maquette de maison (en carton) et l'espace de la feuille de papier. Cette maison est structurée autour un couloir en L dont toutes les portes sont fermées (figure 5). Cette situation est menée en fin de CP ou en CE1. Dans un premier temps, les élèves se déplacent dans la maison de façon libre et découvrent les différentes pièces. On leur communique alors l'enjeu de la situation : dans la deuxième phase du jeu l'ordinateur affichera une photo d'une pièce de la maison et l'élève devra aller ouvrir la porte de celle-ci du premier coup.

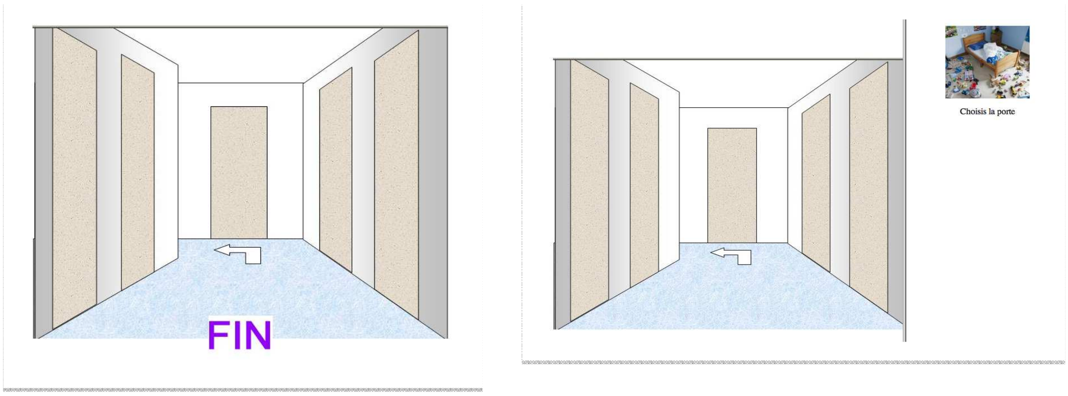


Figure 5 : vue de la maison en 3D / vue de la maison avec interrogation sur la pièce à trouver

Il y a principalement deux stratégies gagnantes : faire un plan en L et mettre le nom des pièces (figure 6) ou un symbole représentant la pièce et prendre en note de façon linéaire l'enchaînement des pièces par exemple en commençant par le mur de gauche du couloir et en suivant ce mur jusqu'à revenir au point de départ (figure 6). Le dessin en perspective n'apparaît pas chez les élèves car il est trop coûteux en temps et qu'ils n'ont pas les outils conceptuels pour le mettre en œuvre. Chacune de ces stratégies peut être déclinée en séparant le plan ou la suite des pièces en deux, en prenant les deux parties du L c'est le cas dans la figure 6. Le dessin du plan est plus efficace car cela n'oblige pas l'élève à recommencer à pointer l'enchaînement des pièces du début. Sans disqualifier totalement la procédure qui revient à une linéarisation de l'espace ou même le dessin en perspective cette situation donne néanmoins du sens au plan.

L'analyse du savoir en jeu dans les situations nous permet de proposer une typologie des procédures des élèves pour résoudre les problèmes de repérage.

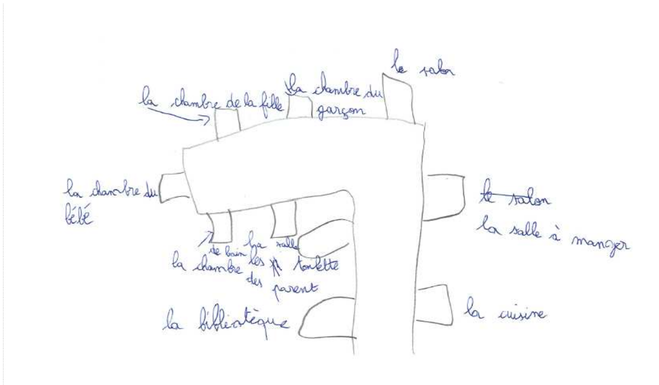


Figure 6 : production d'élève : une ébauche de plan score 10 réussites sur 10 pièces

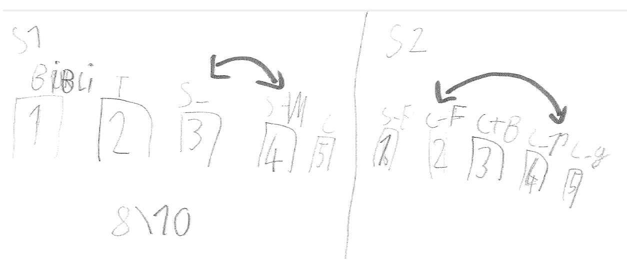


Figure 7 : production d'élève : la succession des pièces par zone de la maison. Score 8/10

1.2 Un essai de typologie des procédures

Pour comprendre les enjeux de cet apprentissage, il est important de comprendre comment, par quelles procédures, les problèmes de repérage peuvent être résolus. Nous avons choisi de classer ces procédures en deux grandes catégories en fonction de la place de l'observateur.

- Procédure dépendante de l'observateur
  - Centrée sur l'observateur (devant moi, à ma gauche)
  - Centrée sur un objet non orienté (derrière l'arbre ne peut être « compris » que relativement à l'observateur qui voit l'objet derrière l'arbre).
- Procédure indépendante de l'observateur

- Relative à un objet orienté : « devant la mairie » dans ce cas quel que soit la place de l'observateur la communication est la même mais le mode de repérage reste relatif.
- Absolue, fixée par un système de repère. Ce sont bien des systèmes dans la mesure où ils permettent de repérer n'importe quel point de l'espace en utilisant la même méthode. Alors que dire : « le ballon est sous le banc rouge » ne permet de repérer que les objets qui sont sous, sur ou à côté d'un objet fixe. Ce système de repère peut être de nature différente
  - Système de repérage géométrique : à 17 mètres de l'arbre à 23 mètres du pont, du côté de la rivière.
  - Système de repérage cartésien : Système à une dimension : sur la ligne 47 direction Kremlin Bicêtre c'est la troisième station après Monge. Dans ce cas, on considère la trajectoire courbe de la ligne métro comme linéarisée (comme elle est d'ailleurs affichée dans les rames, avec la succession des stations)
  - Système à deux dimensions et plus : repère cartésien,. A 3 dimensions longitude, latitude, altitude. A 4 dimensions en incluant le temps j'étais à 17h00 aux coordonnées (x,y,z)
  - Système de repérage par nœuds (utilisation de graphes) par exemple sur une carte de ville à l'intersection de la rue Sébastopol et du faubourg Saint-Denis.

Bien évidemment, tous ces systèmes ne sont pas des enjeux de l'école élémentaire.

Cette typologie nous permet d'analyser les procédures visées par rapport aux procédures possibles, à mieux comprendre les procédures des élèves et à mieux appréhender les capacités des élèves. Cette analyse est à mettre en relation avec les types de problème posés : retrouver une position dans un espace ou construire un système de repérage,

1.3 Quelques éléments sur les capacités des élèves

En plus de la viabilité des situations qui découle de la méthodologie liée à l'ingénierie, nous obtenons des informations sur les capacités des élèves à un « moment » donné de l'apprentissage. Des enjeux d'enseignement découlent de ces analyses :

En Moyenne Section, les élèves commencent à utiliser des repérages indépendants de l'observateur (regarde vers l'aquarium), en grande section et CP les élèves font des déductions spatiales et se décentrent (jeu des chats), se mettent à la place d'un autre mentalement. En CE1 ils opèrent des changements de points de vue passent du plan à différentes vues. En CE2 ils accèdent à la nécessité de donner un repère fixe pour communiquer des positions dans un système de repérage (position de cases dans un quadrillage, objets dans un plan qu'il faut orienter). En CM on passe de la case au nœud de quadrillage puis au repérage dans un espace continu (sans quadrillage).

2. Réflexion sur les situations en géométrie

2.1 La nature des situations

En termes de Théorie des Situations (Brousseau, 1998), nous utilisons principalement des situations de communication et relativement peu de situations d'action. Plus l'âge des élèves est faible, plus ce constat est vérifié.

En TSD, l'enseignant construit un milieu résistant ; il dévolue le problème à l'élève, le rend donc responsable de sa tâche en lui communiquant les critères de réussite. Le milieu est construit de telle sorte qu'il existe une procédure optimale qui est en fait l'apprentissage visé. Dans une situation d'action la résistance du milieu est réalisée par l'action et la rétroaction du milieu est matérielle. La situation rectangle à terminer est une situation d'action : l'élève doit terminer un rectangle dont il n'a qu'une partie (figure 8). La partie A reste au tableau, la partie B est donnée à l'élève. Il doit donc faire le trait manquant. Pour savoir s'il a réussi, il emmène la partie B au tableau, la recolle à la partie A et regarde si son trait termine bien le rectangle (donc rejoint le trait d'origine). Dans cette situation, s'il y a bien rétroaction matérielle, la faiblesse de la situation vient du fait que ce soit un problème spatial qui est donc résolu par des procédures spatiales. Les élèves peuvent réussir la tache en utilisant l'équerre, un autre instrument qui permet de faire des angles droits comme la réquerre ou la téquerre, la règle avec double graduation. Toutes des procédures sont valides et permettent de relier l'angle droit avec le coin de rectangle. Mais des élèves qui utilisent la bonne procédure peuvent ne pas avoir une production valide à cause d'imprécisions de tracé ou avoir une production valide par un tracé au jugé. On retrouve la même problématique en cycle 2 avec le déménagement de Marianne décrit en 1.1, la rétroaction matérielle se faisant par l'ouverture de la porte. Le milieu construit est donc plus faible que dans les situations sur le numérique. Cette faiblesse n'est pas à imputer à la situation qui n'est pas à remettre en cause mais au fait qu'en géométrie à l'école, on est obligé de poser des problèmes spatiaux alors que dans le numérique, on peut travailler beaucoup plus tôt sur des problèmes théoriques.

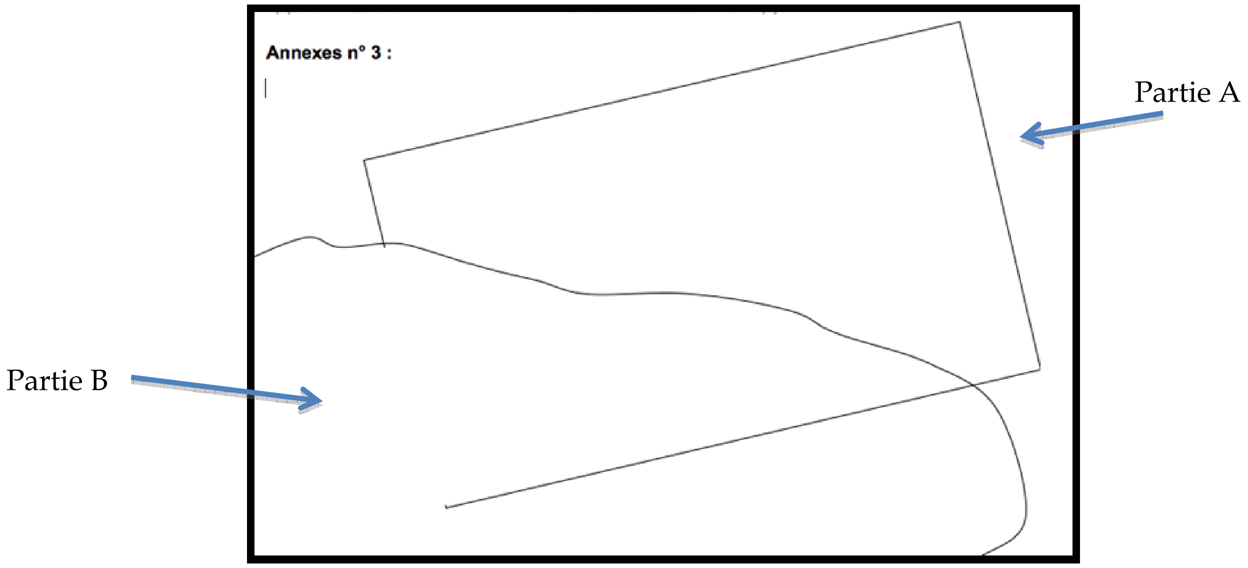


Figure 8 : rectangle à terminer

En géométrie nous trouvons plus de situations de communication c'est-à-dire de situations où l'obstacle qui permet l'apprentissage réside dans la communication entre un émetteur et un récepteur. Par exemple dans les situations repérage (ERMEL, 2006) un élève possède une grille rectangulaire sur laquelle sont marqués plusieurs nœuds. Il doit communiquer à un élève B l'emplacement de ces nœuds. La validation se fait par confrontation des deux feuilles : celle de l'émetteur et celle du récepteur. L'apprentissage quant à lui vient des échecs dans la communication qui montrent aux élèves qu'il est nécessaire d'indiquer une origine et une orientation pour réussir à communiquer une position. En effet les élèves commencent à écrire des messages du type : « il est sur la troisième ligne et sur le la 4ème ligne ». Ces messages sont insuffisants pour réussir à coup sûr. Le nombre important de nœuds à communiquer incite les élèves à construire un système de coordonnées qui une fois établi sera économique pour communiquer tous les points.

Au delà de ces deux types de situations nous avons rencontré la nécessité de produire des situations comme la situation des chats pour lesquelles il est difficile d'identifier le savoir en jeu. Ce sont bien des problèmes, elles résistent aux élèves mais il n'est pas possible de les définir en termes de TDS. Ces situations nous sont apparues comme importantes car elles permettent de construire des expériences spatiales (peut-être des connaissances en acte) qui sont nécessaires comme les empreintes que laissent un objet 3D sur un plan, les vues des objets 3D, les relations spatiales comme dans les chats, les superpositions et les encastrement de formes planes (représentant des objets 2D dans l'espace)… Nous avons donc fait le choix de définir des problèmes et d'organiser leur enseignement dans nos ingénieries didactiques.

2.2 La place du langage

Le premier enjeu est d'amener les enseignants à dépasser les « leçons de vocabulaire » c'est-à-dire d'enseigner les noms des formes géométriques comme on a pu enseigner les langues étrangères à une certaines époque, en montrant une image et en disant « this is a circle, repeat after me ». Alors que, de notre expérience, les enseignants ont tendance à s'attacher au nom des objets mathématiques, l'enjeu est de faire passer le concept mathématique avant son nom. Le nom arrivant comme un outil permettant de désigner le concept à coup sûr. Les situations de communications ont donc un rôle important. Par exemple en maternelle nous faisons toucher une objet dans un sac à un élève (en aveugle donc), il doit ensuite le mimer pour que les autres élèves de la classe puissent le retrouver parmi un lot. Le lot est choisi de tel sorte que l'élève soit obligé de miner des propriété de l'objet, par exemple il y a un cube, un pavé droit, une pyramide à base carrée, un pyramide à base pentagonale, un prisme droit à base pentagonale (avec des faces carrées). Il est donc obligé de faire un mime montrant les proportions des faces pour que les élèves repèrent si c'est un cube ou un pavé par exemple. Dans une autre phase du jeu le mime est remplacé par une description verbale. Quand un élève dit c'est carré, cela ne suffit pas pour trouver l'objet. On travaille ainsi le concept de carré par ses propriétés et par opposition à ce qui n'est pas carré. De plus le carré n'est jamais représenté et n'est donc pas associé à une figure prototypique.

L'enjeu des situations qui utilisent le langage est d'amener les élèves à passer du spécifique, le langage lié à une situation, au générique, quand le mot est attaché au concept indépendamment de la situation. Ainsi, nous mettons en place des situations qui abordent le concept sous différents aspects (le concept objet de l'apprentissage) et différents contextes et nous proposons des situations de synthèse qui permettent de mettre le concept au service de la résolution du problème (le concept outil). C'est le cas de la situation « tous les quadrilatères » décrite en II.1 qui permet de mobiliser les concepts de parallèle, perpendiculaire entre autre.

IV. CONCLUSION

Notre contribution à cette table ronde vise à apporter un regard complémentaire de ceux qui ont été posé sur l'enseignement de la géométrie par nos collègues. En tant que représentants des ingénieries didactiques, nous avons souhaité proposer des exemples concrets issus de ces recherches. Nous espérons qu'ils vous seront utiles, dans vos pratiques et en formation car la transmission des résultats de recherche nous apparaît comme un enjeu important pour la didactique des mathématiques.

V. BIBLIOGRAPHIE (TITRE 1)

ARSAC G. GERMAIN G. MANTE M. PICHOD D. (1984) les pratiques du problème ouvert, IREM de Lyon, Villeurbanne

ARSAC G. MANTE M. (2005) les pratiques du problème ouvert, Scéren.

ARTIGUE M. (2002) Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche en didactique aujourd'hui, *Revue Internationale des Sciences de l'éducation,* n°8, 59-72

BERTHELOT R., SALIN M.-H. (1992) L'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire, Thèse de doctorat, Bordeaux.

BROUSSEAU G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y. (1982) *Sur l'ingénierie didactique*. Preprint. IREM d'Aix Marseille cité par Artigue (2002)

CHEVALLARD Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en didactique des mathématiques, 19(2).

DOUADY R. (1994) Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir, une chronique en calcul mental, un projet en algèbre à l'articulation collège-seconde, Repères IREM n° 15, Topiques Éditions

DOUAIRE J. (2010) Équipe ERMEL, Journées mathématiques de l'INRP 2010 : Apprendre, enseigner, se former en mathématiques : quels effets des ressources ? 9 et 10 juin 2010 à l'INRP, Lyon consulté à http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/journees-maths/jmj10/theme-1/ERMEL.pdf Dernière modification 19/01/2011

DOUAIRE J., EMPRIN F. (2011) Apprentissages géométriques au cycle 2 et formation des enseignants, *In XXXVIIIème colloque international des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques : Faire des mathématiques à l'école : de l'activité de l'élève à la formation des enseignants*, Dijon, les 22 - 23 - 24 juin 2011

DUVAL R. (1996). – Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 16-3, p. 349-380.

EMPRIN F. (2012) Éléments d'observation et d'analyse sur l'enseignement à l'école maternelle. Educmath, en ligne http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale--emprin

ERMEL (2006), Apprentissages géométriques et résolution de problèmes (Hatier ed.)

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement des la géométrie, ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, volume 11, p. 175 – 193.

HUGON Marie.-Anne., SEIBEL Claude. (1988) Recherches impliquées, Recherches-action : le cas de l'éducation, Belgique, De Boeck Université. Définition mise au point au cours du colloque "Recherches impliquées, recherches-action : le cas de l'éducation", Paris, INRP, 22, 23, 24 octobre 1986.

LE BOTERF G. (1999) Les défis posés à l'ingénierie de formation et à la production des expertises collectives. Quelles évolutions prendre en compte ? Quelles conséquences pratiques ?, *Journées d'étude " Ingénierie des dispositifs de formation à l'international "* - 24-25 novembre 1999 – Montpellier

LURÇAT L. (1976) L'enfant et l'espace : le rôle du corps. Paris : PUF.

PARZYSZ B. (1988) Knowing vs Seeing : Problems of the plane Representation of Space Geometry; Educational Studies in Mathematics, 19; p. 79 – 92

PIAGET J., & INHELDER, B. (1947). La représentation de l'espace chez l'enfant. Paris : PUF

VERGNAUD G. (1990) La théorie des champs conceptuels, Recherches en Didactique des Mathématiques, vol.10 n°2-3, pp.133-170.

QUELQUES REMARQUES AUTOUR DES FINALITÉS DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE À L'ECOLE PRIMAIRE

Marie-Hélène SALIN
MCF honoraire IUFM Aquitaine
mh.salin@sfr.fr

Résumé
La première partie de ce texte est consacrée à un rappel sur l'enseignement de la géométrie en primaire, au début des travaux de recherche en didactique des mathématiques le concernant.
Le corps du texte est constitué de quelques remarques relatives à l'évolution de cet enseignement, manifestant un recul de la finalité : « maîtrise de l'espace » et d'un rappel de l'importance de cette finalité que ce soit pour les besoins généraux des élèves du primaire, pour les besoins particuliers des jeunes qui se dirigeront vers l'enseignement professionnel, ou pour la compréhension en profondeur de la démarche géométrique proposée au collège. Je plaide ensuite pour un retour explicite de cette finalité dans les programmes de mathématiques du primaire et pour un approfondissement, tant par les chercheurs que par les formateurs, de nos connaissances sur la complexité des savoirs visés dans ce domaine, condition nécessaire mais évidemment pas suffisante pour une amélioration de l'enseignement de l'espace et de la géométrie dans les classes.

I. INTRODUCTION

Quand Sylvie Coppé m'a proposé d'intervenir dans cette conférence à quatre, j'ai d'abord eu une réaction négative : je ne suis plus formatrice depuis dix ans, chercheuse depuis cinq, que pourrais-je dire d'intéressant et de nouveau pour les collègues qui ont les mains dans le cambouis et dont je sais que la tâche a été de plus en plus difficile ces dernières années ?

Puis, j'ai pensé qu'il était peut-être utile pour un formateur, d'entendre un point de vue rétrospectif, appuyé sur des indications chronologiques (je n'ose pas dire historiques) sur l'évolution des questions posées par l'enseignement d'un domaine dont il a la charge en formation, surtout quand cet enseignement pose autant de problèmes. J'ai accepté d'aborder certaines des questions proposées par le comité scientifique, en essayant de cerner les évolutions que je perçois de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Certaines sont positives, je ne cacherai pas que d'autres m'inquiètent.

II. LE CONTEXTE DE L'ELABORATION DE NOTRE[5] THÈSE

Mon collègue René Berthelot et moi-même avons commencé le travail sur l'enseignement de l'espace et de la géométrie en 1984. Je crois que nous étions les premiers à nous lancer dans une thèse de didactique sur ce sujet, tout au moins dirigée en priorité vers l'enseignement primaire. Il s'agissait de développer et de mettre à l'épreuve des faits dans le cadre du COREM[6], les idées de Guy Brousseau exprimées dans son texte du séminaire de Grenoble « Études de questions d'enseignement, un exemple : la géométrie ». Il y décrivait « la situation fondamentale pour la géométrie élémentaire en tant que modèle de l'espace » et « la situation fondamentale de l'étude de la géométrie », en insistant sur leur différence et il proposait une méthodologie d'étude.

[5] Il ne s'agit pas d'un « pluriel de majesté » mais du fait que c'était une thèse collective

[6] Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, qui a été le creuset pendant plus de 25 ans de l'élaboration de la Théorie des Situations Didactiques

A l'époque, il y avait très peu de géométrie dans les classes de l'élémentaire, malgré un programme et des instructions très riches datant de 78 à 80, (c'était le contrecoup des « maths modernes »), et on avait récemment introduit la « structuration de l'espace » à l'école maternelle et au CP, sous l'influence des travaux piagétiens. Par contre, l'enseignement de la géométrie au collège et au lycée faisait l'objet de débats passionnés, dans lesquels les IREM avaient une part importante (Perrin & Salin 2009). Avant le démarrage des recherches universitaires concernant le primaire, dès la fin des années 70, on trouvait dans les aides pédagogiques publiés par la COPIRELEM ainsi que dans les ERMEL CE et CM, et dans Grand N, des descriptions d'activités géométriques riches et nouvelles par rapport aux enseignements traditionnels, expérimentées dans des classes, dont les Instructions Officielles de 80 s'étaient inspirées Toutefois il n'y avait pas de réflexion générale sur les finalités de l'enseignement de la géométrie ni sur les savoirs à enseigner.

Dans Grand N n °53 (Berthelot & Salin 1993), nous résumions ainsi la situation : nous rappelions qu'à l'école primaire, l'enseignement de la géométrie :

> « renvoyait à deux champs de connaissances : d'une part celui des connaissances nécessaires à l'enfant pour contrôler ses rapports usuels à l'espace, champ désigné à l'époque par "structuration de l'espace", d'autre part celui de la géométrie proprement dite. Mais [que] la distinction entre ces deux champs n'était pas très claire »,

et nous énumérions quelques-unes des questions que les enseignants se posaient :

> « Quels sont ses objectifs? En quoi les activités géométriques concourent-elles, comme le disent les instructions "à la construction de l'espace chez l'enfant"?
>
> Quelles connaissances doit-on faire apprendre? Faut-il des définitions? Lesquelles? Les différentes notions sont-elles liées? Y-a-t-il une progression à respecter?
>
> Quelles sont les attentes des enseignants du secondaire et quels sont les besoins réels de leurs élèves? »

Les réponses des formateurs étaient peu étayées et la géométrie était un domaine très souvent négligé.

Le titre de la thèse : « L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire » semble renvoyer à l'enseignement mais c'est plutôt à l'apprentissage de l'espace et de la géométrie que nous nous sommes consacrés. En fait nous avons traité les deux domaines mais sans les considérer comme des cadres de recherches profondément différents. Nous avons interrogé l'enseignement dans son aspect institutionnel (les programmes), dans ses formes de réalisation les plus courantes en nous appuyant sur l'analyse des manuels (l'ostension déguisée), mais l'essentiel de notre travail a porté sur l'apprentissage. Les situations d'enseignement expérimentées rentrent dans la catégorie « épistémologie expérimentale », on a regardé dans quelle mesure les élèves étaient en mesure d'entrer dans les apprentissages (l'orientation du plan, les angles), mais nous ne nous sommes pas questionnés, à cette étape de notre travail, sur les conditions à réunir pour rendre compatibles nos propositions d'enseignement et les contraintes scolaires ordinaires. Nous n'avons pas non plus travaillé sur la formation des professeurs d'école. Je n'aborde donc pas ces deux thèmes dans ce court exposé, ils sont pourtant cruciaux.

III. ET MAINTENANT ?

1. Quelques constats

Vingt ans après, alors qu'un nombre conséquent de recherches en didactique ont été développées sur cette période, l'enseignement de la géométrie à l'école primaire s'est-il amélioré et les enseignants maîtrisent-ils mieux le pourquoi et le comment de cet enseignement ? Je ne sais pas si quelqu'un peut répondre à cette question, en tout cas, elle dépasse largement mes compétences et je voudrais seulement dans ces vingt minutes dégager quelques interrogations sur les évolutions que j'ai pu percevoir en suivant les recherches menées dans ce domaine et par l'examen des programmes et de quelques manuels. Je laisserai complètement de côté tous les travaux menés sur l'apport des environnements informatiques.

1.1 Des avancées certaines

Il est facile de constater que la géométrie a pris une place dans les manuels qu'elle n'avait pas autrefois. Et que leurs auteurs (même les non didacticiens) manifestent une culture didactique inconnue il y a 20 ans.

D'autre part, les enseignants disposent de ressources relativement nombreuses, variées, appuyées sur des résultats de recherches : c'est le cas de certaines collections de manuels et du ERMEL cycle 3 . La richesse de ses propositions, réflexions et observations en fait un document dont les fonctions peuvent être multiples, en particulier pour la formation.. Mais qu'en est-il tous les jours dans les classes ?

1.2 Des inquiétudes

Des recherches déjà anciennes (Vergnes D. 2000) avaient montré à quel point l'appropriation par les enseignants des propositions de situations d'enseignement issues de la formation était difficile.

Un poste actuel d'observation est fourni par les sites web d'enseignants bien intentionnés qui désirent partager leurs préparations avec leurs collègues

En voici un exemple assez représentatif : (http://jlgrenar.free.fr/fichiers/math/Maths_C3.pdf). Il s'agit de 64 leçons couvrant l'ensemble du programme du cycle 3, dont 16 correspondent à la géométrie (Voir les annexes 1 à 3). Sous le mot « leçons », il faut sans doute comprendre « bilans » pour ce qui concerne le numérique, par contre, pour la géométrie, l'ordre des fiches et leur contenu correspondent bien au modèle traditionnel : « du simple (apparemment !) au compliqué ». Les remarques faites sur le forum[7] (une centaine, toutes de félicitations), doivent nous interroger. Par exemple :

« Merci beaucoup pour ce travail remarquable. Je débute dans le cycle 3 et je cherchais des leçons très détaillées et toutes prêtes. Pour moi c'est un petit miracle » ou : « Mes névroses sur la clarté, la simplicité des leçons, leur précision sont comblées avec votre travail ».

Ces remarques manifestent le besoin de références à un savoir « simple » et bien cadré, que ne fournissent pas les programmes et instructions : une liste de définitions associées à des figures prototypiques et à des techniques de construction prédéfinies. Pour moi, la persistance du rapport à cette conception de la géométrie[8], manifestée par ces enseignants, renvoie d'abord à la question des finalités de cet enseignement et de leur appropriation par les professeurs. Pour l'aborder, je dois revenir sur un sujet au cœur de nos recherches : les rapports entre espace et géométrie

2. Réflexions sur les finalités

2.1 Rapports entre espace et géométrie

Nous avions essayé de faire un effort de clarification en prenant le point de vue suivant :

* différencier les types de connaissances (spatiales / géométriques) par les types de situations et de problèmes dans lesquelles elles sont mobilisées.

* et prendre le terme « géométrie » au sens strict, c'est-à-dire renvoyant à une branche des mathématiques, possédant ses critères de validation spécifiques.

Selon ce point de vue, les problèmes spatiaux et les problèmes géométriques sont de nature très différente même si les connaissances proprement géométriques sont nécessaires pour résoudre des problèmes spatiaux sitôt qu'ils deviennent un peu complexes.

A l'école primaire, ce n'est pas la géométrie en tant que théorie mathématique qui est enseignée, ce sont des connaissances faisant partie du corpus du savoir géométrique mais mises en jeu dans la résolution de certains problèmes posés aux élèves dans l'espace sensible : décrire, construire, représenter, etc. Nous avions proposé le terme : « spatio-géométrique » pour désigner ces connaissances et rappeler ainsi

[7] http://jlgrenar.free.fr/spip/spip.php?article45

[8] On peut se demander si ce ne serait pas « ce qui reste » de la géométrie du collège qui ferait obstacle à une approche plus « spatiale » de la géométrie.

que la géométrie pour les élèves de l'école primaire est issue de l'expérience spatiale, et nous avions proposé :

> *« d'introduire dès l'école primaire, les savoirs géométriques de base comme outils pour résoudre effectivement des problèmes spatiaux »,*

c'est-à-dire comme outils dans une problématique de modélisation.

Mais à côté de ces connaissances, bien identifiées, les problèmes spatiaux font intervenir des connaissances moins bien définies, comme celles nécessaires à l'orientation d'un plan pour se déplacer, comme la notion de point de vue, etc., qui ne sont pas considérées traditionnellement comme relevant de la géométrie, tout au moins à un niveau élémentaire.

A la suite d'études de psychologues ou de didacticiens montrant l'importance des déficits spatiaux chez les élèves et leurs effets néfastes pour la formation professionnelle, nous avions proposé

> *« d'introduire explicitement dans l'enseignement des mathématiques de la scolarité obligatoire, des objectifs relatifs à certaines connaissances spatiales utiles, en particulier pour le macro-espace et pour la maîtrise des représentations matérielles des objets. »*

2.2 L'impact des programmes

Les programmes 2002-2007

C'est ce qu'avait réalisé le programme de 2002, avec l'intitulé « espace et géométrie » valable pour le cycle 2 et le cycle 3 et l'introduction explicite au cycle 3 de la référence aux problèmes spatiaux, comme finalités de l'enseignement de ce domaine :

> « Les activités du domaine géométrique ne visent pas des connaissances formelles (définitions), mais des connaissances fonctionnelles, utiles pour résoudre des problèmes dans l'espace ordinaire, dans celui de la feuille de papier ou sur l'écran d'ordinateur, en particulier des problèmes de comparaison, de reproduction, de construction, de description, de représentation d'objets géométriques ou de configurations spatiales »

Ainsi sont apparus des intitulés comme « utiliser un plan ou une carte pour situer un objet, anticiper ou réaliser un déplacement, évaluer une distance »

Mon travail avec un enseignant de SEGPA ces dernières années n'a fait que renforcer ma conviction de la nécessité de ce travail sur l'espace et ses représentations[9]

Le programme de 2008

Or que s'est-il passé en 2008 ? L'instance mathématicienne qui a revu les programmes a supprimé la référence à l'espace, tant dans l'intitulé du domaine que dans la présentation de ses finalités:

> « L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance des objets et de leurs propriétés essentiellement fondée sur la perception à une étude davantage fondée sur le recours à des instruments de tracé et de mesure »

Non seulement les connaissances spatiales ont disparu[10] mais aussi la référence à la géométrie comme moyen de résoudre des problèmes dans divers types d'espace.

Les rédacteurs du programme se sont comportés comme le décrit Y. Chevallard (1989)

> « Tout se passe comme si tout savoir enseigné cherchait à s'autoriser d'un savoir savant correspondant »

A leur décharge, les auteurs de ce programme ne sont pas les premiers à agir ainsi : l'étude des programmes et des manuels depuis 1923 nous avait amenés à conclure que les connaissances spatiales n'ont jamais été prises en compte de manière stable (par exemple, dans les Instructions officielles de

[9] voir F Emprin et C Rajain 2004)

[10] certaines de ces connaissances sont mentionnées dans d'autres champs disciplinaires mais à titre d'outils pour des apprentissages dont les objectifs relèvent de ces champs.

1980, il y avait tout un développement sur les changement de point de vue, qui a totalement disparu en 85) et que par contre, les connaissances spatio-géométriques, elles, ont une existence stable. Mais la justification de leur présence dans l'enseignement primaire a varié : autrefois, elles étaient nécessaires pour les pratiques de mesurage (donc dans une perspective pré-professionnelle), depuis 1970 ces connaissances font référence au « savoir savant », que représente la géométrie du collège. Par exemple, la symétrie orthogonale a été introduite au même moment, en 1985, à l'école primaire et au collège ; en 2008, apparaissent dans les programmes ou dans les « progressions des apprentissages » pour le CM2 des notions ou des techniques réservées jusque-là à la classe de sixième. Ainsi, même pour l'école primaire, le choix des savoirs à enseigner est moins la conséquence d'une analyse réaliste des besoins des élèves que des contraintes institutionnelles.

2.3 Deux exemples d'emprunts précoces au « savoir savant »

Les dessins à main levée

L'idée d'utiliser des dessins à main levée est née des difficultés rencontrées au collège pour faire entrer les élèves dans la démarche géométrique : fournir les données du problème à l'aide d'une figure à main levée codée les empêche de lire les propriétés de la figure sur le dessin réalisé aux instruments et devrait les obliger à raisonner à partir des indications données par cette figure. (S. Coppé et JL Dorier (2005) ont montré que ce n'est pas forcément le cas). Cette utilisation a d'abord été proposée en 4ième, elle est peu à peu descendue en 5ième puis en 6ième et maintenant, on la trouve, sous une forme atténuée, dans des manuels de CM1. Jusqu'où ira-t-on ? Bien sûr, les élèves de CM1 sont capables d'utiliser spontanément des schémas dans des situations de communication spatiales, de se mettre d'accord sur des codages pour remédier à des incompréhensions (des ingénieries l'attestent[11]) mais quel sens cela a-t-il de présenter schémas et codages comme des objets isolés (c'est à dire sans fonction dans la situation), permettant peut-être d'éviter des difficultés qui se situeront dans un contexte bien différent ? Comment ne pas s'inquiéter en lisant, dans le document descriptif d'une animation pédagogique, à propos des buts de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire : « il s'agit de conduire les élèves à compléter leur vision pragmatique et instrumentée de la géométrie par une vision plus théorique dans laquelle les figures ne sont plus des objets matériels, mais des objets « virtuels » définis par leurs propriétés. Ils seront prêts pour la géométrie du collège. » (Dubois 2009). C'est l'objet même de l'enseignement de la géométrie au collège qui est ici anticipé (Salin 2006), sans qu'aucun résultat de recherche ne valide ce choix[12].

L'usage du mot « géométrie » à l'école maternelle

Je m'interroge aussi sur le fait suivant : à l'école maternelle, la « structuration de l'espace » a cédé la place à la géométrie. En 2000, Grand N a rassemblé sous un numéro spécial dont le titre était « Structuration de l'espace », tous les articles parus, qu'ils concernent le repérage de l'espace ou la reconnaissante des formes. On trouve encore cette dénomination dans les documents de certaines circonscriptions mais plus chez les éditeurs : tout est devenu « géométrie » ou « graphismes et mathématiques » comme chez Retz. Quelles conséquences aura ce glissement sur les contenus effectifs ?

2.4 Une évolution significative du vocabulaire ?

Enfin, (et là, je m'avance peut-être trop), il me semble que, même dans le monde de la formation des enseignants du premier degré, une conception de la géométrie proche de celle du collège a tendance à se substituer à la conception sous-jacente à la désignation « espace et géométrie ». Dans la présentation du

---

[11] le « dessin à main levée » est apparu dans les programmes de 2002, avec les précisions suivantes : « En fin de cycle, des tracés à main levée accompagnés de données codées (mesures, symboles d'égalité de segments, d'angles droits) **peuvent** être proposés par l'enseignant, en vue de faire construire une figure, à condition que les codes utilisés aient acquis une signification pour les élèves » (document d'application C3)

[12] Remarquez que si je suis réticente à l'introduction des schémas codés, cela ne pose pas de problème à l'enseignant du site que j'ai cité, qui trouve d'ailleurs une raison fonctionnelle au schéma (c'est le brouillon de la figure) voir annexe 3

thème du colloque, comme dans celle de cette conférence, seul le terme « géométrie » est utilisé et la référence au spatial n'est qu'implicite et ne concerne que l'école maternelle.

Faut-il comprendre que le colloque ne traite que de la « vraie » géométrie ou que le terme recouvre désormais les deux domaines ? La deuxième alternative n'est pas une fausse question. Il faudrait étudier sa pertinence et les conséquences qu'elle pourrait avoir. De toute façon, il me semble que la disparition d'une référence explicite à la maîtrise spatiale, montre la nécessité d'une réflexion plus importante sur les finalités de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et sur la manière de les communiquer.

Sont-elles seulement, à l'école maternelle, de préparer l'enseignement de la géométrie à l'élémentaire, et à l'élémentaire de préparer celui du collège ? Non, bien sûr, plusieurs des interventions programmées dans le colloque en sont un contre-exemple.

3. Quelques suggestions

J'ai bien conscience que les deux pistes que je propose ne sont pas neuves et surtout pas suffisantes mais peut-être faut-il revenir quelquefois sur des considérations anciennes.

3.1 Plaider pour la réintroduction des connaissances spatiales dans les futurs programmes

Il me semble important de dire et redire que les concepts spatiaux et l'utilisation des concepts spatio-géométriques pour résoudre des problèmes dans le méso-espace ou le macro-espace, nécessaires à toute une catégorie de la population scolaire, ne s'acquièrent pas tout seuls (voir Salin 2007) et qu'il est nécessaire de poursuivre les recherches qui montrent que des enseignements bien pensés, plus facilement communicables aux enseignants que les prototypes de l'ingénierie didactique, sont efficaces et doivent concerner tous les enfants de l'école primaire. Les travaux d'A. Bessot et M. Eberhard à propos de l'enseignement professionnel montrent à quel point l'enseignement de la géométrie dans le cadre des mathématiques, à l'école primaire et au collège, ne fournit pas aux élèves de cet enseignement les outils dont ils ont besoin pour résoudre les problèmes spatiaux auxquels ils seront confrontés dans la vie professionnelle (Bessot 2009).

3.2 Approfondir nos connaissances sur la complexité des savoirs visés pour l'école primaire

Ne faudrait-il pas que nous, (formateurs et/ou chercheurs) soyons mieux capables d'identifier et de communiquer sur les difficultés de la maîtrise des connaissances spatiales utiles, et celles de la conceptualisation spatio-géométrique ? Cela permettrait peut-être d'éviter ces effets institutionnels, dont nous sommes quelquefois les propres agents. Car notre compétence en géométrie nous fait sous-estimer la complexité des savoirs enseignés.

C'est l'intrication entre spatial et géométrique qui explique en grande partie cette complexité. C'est parce que les connaissances nécessaires pour considérer les figures et les configurations spatiales, les traiter, mener un raisonnement géométrique sont à première vue, proches mais en fait différentes de celles acquises dans la résolution des problèmes spatiaux ordinaires auxquels nous sommes confrontés depuis l'enfance qu'entrer dans la géométrie est si difficile.

Je me réfère à deux sources complémentaires pour affirmer cela :

- A la suite de G. Brousseau, nous avons fait l'hypothèse que les connaissances spatiales dépendent du type d'interactions avec l'espace, qui ne sont pas les mêmes selon la taille de l'espace. Dans les interactions usuelles de manipulation des petits objets, très fréquentes et rencontrées très tôt par l'enfant, il se construirait une représentation micro-spatiale de l'espace dont les caractéristiques sont très différentes de celles de l'espace géométrique. Cette représentation micro-spatiale serait activée dans les activités géométriques « spatio-graphiques », ie sur support papier, les élèves assimilant les « figures » de la géométrie aux objets du micro-espace, dont les possibilités de traitement sont particulièrement pauvres. Cela pourrait expliquer par exemple leurs difficultés à concevoir des sous et des sur-figures. (Berthelot & Salin 1992)

- R Duval (2005) est beaucoup plus affirmatif et provoquant dans son article des Annales de didactique, sur les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie.

> « La géométrie est un domaine de connaissance qui exige l'articulation cognitive de deux registres de représentation très différents : la visualisation de formes pour représenter l'espace et le langage pour en énoncer des propriétés et pour en déduire de nouvelles. Les difficultés d'apprentissage viennent d'abord de ce que ces deux registres sont utilisés d'une manière souvent contraire à leur fonctionnement cognitif normal en dehors des mathématiques. »

Je crois que sans un travail approfondi sur ce qu'est la géométrie, « à la fois en tant que science, en tant que pratique et en tant qu'objet d'enseignement » (Brousseau 2000), il est très difficile d'avoir conscience de ces différences de fonctionnement et des conséquences sur son enseignement.

IV. CONCLUSION : POURSUIVONS LES RECHERCHES[13] !

Je n'ai abordé qu'un petit nombre des questions posées par le Comité Scientifique du Colloque. J'ai la conviction que nous sommes loin de savoir y répondre et qu'il est nécessaire de poursuivre et développer des recherches sur différents terrains, concernant aussi bien l'apprentissage des élèves, que la formation spécifique des professeurs d'école. J'en signale ci-dessous plusieurs[14], qui peuvent nous aider, en particulier, à comprendre certains des problèmes causés par cet enracinement inévitable mais contradictoire du géométrique dans le spatial, et à proposer des solutions.

1. Le travail de l'équipe de Lille

Partant des analyses de R. Duval, cette équipe a pour projet, en partie réalisé, de construire un ensemble cohérent de ressources pour l'enseignement de la géométrie spatio-graphique. Voir la conférence de MJ Perrin et C. Mangiante-Orsola dans ce volume.

2. En ce qui concerne la problématique de modélisation,

- R. Berthelot et moi-même avons publié dans « Autour des la Théorie des Situations » (Berthelot & Salin 2005) un article analysant les difficultés que nous avions rencontrées entre 1994 et 1999 quand nous avions essayé de mettre en œuvre une problématique de modélisation de l'espace, dans des situations d'enseignement qui ne soient pas trop en rupture avec les pratiques scolaires. Pour cela, nous avions décidé de simuler dans le micro-espace de la feuille de papier certaines contraintes "naturelles" du méso-espace ou du macro-espace, qui rendent inopérant un rapport pratique dans la situation. Malgré quelques réussites, nous nous sommes heurtés à toute une série de difficultés, ce qui nous a convaincus qu'il fallait explorer d'autres voies, ce que nous n'étions plus en mesure de faire ;

- C'est ce qu'a réalisé S. Gobert (2001) dans sa thèse où elle a dégagé des conditions à l'entrée des élèves dans une problématique de modélisation.

- Dans leur cours à l'École d'été 2007 (BLOCH I. & PRESSIAT A. (2009)), I. Bloch pose la question de la constitution des références spatiales nécessaires à l'entrée dans la problématique de modélisation et A Pressiat, s'appuyant sur les résultats de la recherche INRP en 6ième montre la nécessité de recherches sur la schématisation.

3. Depuis peu, plusieurs équipes s'intéressent spécifiquement aux aspects langagiers, avec des problématiques différentes

- T. Barrier , C. Bulf, A. Chesnais, C. Hache, A.-C. Mathé, J. Mithalal présentent ainsi leur projet ANR commun :

[13] Ce n'est bien sûr, qu'une condition nécessaire …

[14] Je m'appuie pour cela sur certains textes issus de l'École d'été de Didactique de 2007, dont un des thèmes était consacré à la géométrie, sur les actes du séminaire national de didactique de l'année 2009, et sur certains textes du thème du langage de l'École d'Été 2011.

> Notre projet vise à éclairer le rôle du langage, en tant que levier ou obstacle, dans le processus d'enseignement-apprentissage, [ ]Nous choisissons, dans ce projet, de centrer notre réflexion sur la géométrie, présente tout au long de la scolarité. Elle est le lieu d'une articulation riche entre espace réel perçu et espace géométrique, voire raisonnement déductif et nous semble ainsi porteuse de phénomènes langagiers particulièrement intéressants."

Mathé (2012) et Bulf & al (à paraître) présentent leurs premiers travaux.

- Les recherches actuelles de S. Gobert (à paraître) portent sur les pratiques langagières et sémiotiques du professeur dans l'évolution des processus de dévolution et d'institutionnalisation, en particulier en géométrie. (EE 2011)

J'ai le sentiment d'avoir porté un regard trop subjectif sur l'évolution de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. Heureusement, les autres conférenciers et les ateliers apportent des éléments concrets, propres à vous aider dans votre travail de formation, à condition que la future formation vous permette de disposer du temps nécessaire !

V. BIBLIOGRAPHIE[15]

BERTHELOT R.. & SALIN M.H., (1992) * L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse Université Bordeaux 1.

BERTHELOT R. & SALIN M.H., (1993) * L'enseignement de la géométrie à l'école primaire *Grand N* **53 ***

BERTHELOT R. & SALIN M.H., (1999) * L'enseignement de l'espace à l'école primaire *Grand N* **65 ***

BERTHELOT R. & SALIN M.H., (2005) Vers une problématique de la modélisation dans l'enseignement élémentaire de la géométrie in Salin M.H., Clanché P. et Sarrazy B. éds, *Sur la théorie des situations didactiques* La Pensée Sauvage, Grenoble

BESSOT A. (2009) * Géométrie et métiers du bâtiment *Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone. Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation*. http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/46/43/13/PDF/Bessot-EMF2009-GT5.pdf

BLOCH I. & PRESSIAT A. (2009). L'enseignement de la géométrie, de l'école au début du collège : situations et connaissances. In Bloch I. & Conne F. (2009). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. Cours de la XIVème école d'été de didactique des mathématiques*, 65-88. Grenoble : La Pensée sauvage.

BROUSSEAU G. (1983) Études de questions d'enseignement, un exemple : la géométrie ; *Séminaire de didactique et de l'informatique*, **45**; 183-226 LSD IMAG Université J. Fourier Grenoble

BROUSSEAU G. (2000) * Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. C*onférence prononcée au campus universitaire de Réthymnon (Crète) lors du 2e colloque de didactique des mathématiques en avril 2000* http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00515110/fr/

BULF, C., MATHÉ, A.-C., MITHALAL, J., WOZNIAK F.(A paraître). Le langage en classe de mathématiques : regards croisés en TSD et en TAD. In A. Bronner & al. (Eds.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage*. Grenoble : La Pensée Sauvage

CHEVALLARD Y. (1989) : Le concept de rapport au savoir -rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, année 1988-1989, LSD-IMAG et Institut Fourier Université de Grenoble 1 Questions de didactique liées aux rapports entre la géométrie et l'espace sensible, dans le cadre de l'enseignement à l'école élémentaire

GOBERT S. (2001) * Questions de didactique liées aux rapports entre la géométrie et l'espace sensible, dans le cadre de l'enseignement à l'école élémentaire Thèse Université Denis Diderot Paris VII

[15] Les articles dont le titre est précédé d'une étoile sont accessibles sur le réseau.

GOBERT S. (à paraître) Construire des significations dans, et par le langage In A. Bronner & al. (Eds.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage.* Grenoble : La Pensée Sauvage

COPPÉ S. & DORIER J.L. (2005) * Différents types de dessins dans les activités d'argumentation en classe de 5ième *Petit x* **68** 8-37

DUBOIS S. (2009) * Animation géométrie cycle 3 , repéré à l'adresse : http://ecoles.ac-rouen.fr/circ-canteleu/site/spip.php?rubrique58&debut_article_dates=5#pagination_article_dates

DUVAL R. (2005), Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciations des raisonnements et coordination de leurs fonctionnement. *Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives*, **10**, 5-55.

EMPRIN F & RAJAIN C *Apprendre à (se) représenter l'espace* CRDP de Champagne-Ardenne

MATHÉ, A.-C. (2012). Jeux et enjeux de langage dans la construction de références partagées en classe de géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **32(2)**, 195-228

PERRIN MJ & SALIN MH (2009). * Didactique de la géométrie Peut-on commencer à faire le point ? *Actes du séminaire National de Didactique des Mathématiques année 2009*, 47-83 IREM de Paris 7

SALIN M.H. (2006). * Du CM2 à la sixième : quelques pistes pour une transition plus efficace (2ème partie) *PLOT. Nouvelle série.* **14** 2-9

SALIN M.H. (2008) * Enseignement et apprentissage de la géométrie à l'école primaire et au début du collège le facteur temps *Bulletin de l'APMEP*. **478**. 647-670.

VERGNES D. (2000) * Analyse des effets d'un stage de formation continue en géométrie sur les pratiques d'enseignants de l'école primaire in *Actes du séminaire National de Didactique des Mathématiques année 2000* 129-142, IREM de Paris 7

VI. ANNEXES

1. Annexe 1

GÉOMÉTRIE

- ▷ GM.01 Objets et notations
- ▷ GM.02 Les instruments de dessin
- ▷ GM.03 Tracer 2 droites perpendiculaires
- ▷ GM.04 Tracer 2 droites parallèles
- ▷ GM.05 Les polygones
- ▷ GM.06 Les quadrilatères
- ▷ GM.07 Les carrés
- ▷ GM.08 Les rectangles
- ▷ GM.09 Les triangles
- ▷ GM.10 Le cercle
- ▷ GM.11 Les solides
- ▷ GM.12 Construire des solides
- ▷ GM.13 Les angles
- ▷ GM.14 La symétrie
- ▷ GM.15 Réduire / agrandir
- ▷ GM.16 Repérage dans le plan
- ▷ GM.17 Programmes de construction

2. Annexe 2

GM.01 **OBJETS ET NOTATIONS**

1 LE POINT

Un point est un endroit précis du plan.

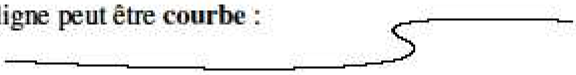
- On le repère avec une croix (×).
- On le nomme avec une lettre majuscule.

➤ *Exemples :*

2 LA LIGNE ET LA DROITE

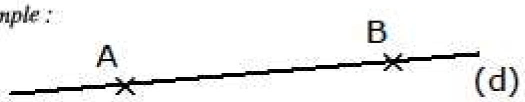
Une ligne est une suite de points qui ne s'arrête pas. On la trace sans lever le crayon.

- une ligne peut être **courbe** :



- Une ligne peut être **droite**. Dans ce cas, on la trace avec une règle.
- On nomme une droite entre parenthèses, soit avec une lettre minuscule, soit avec le nom de deux de ses points.

➤ *Exemple :*



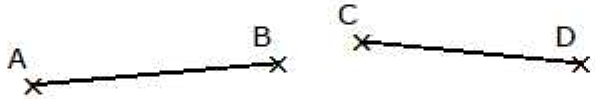
On peut appeler cette droite :
(d) ou (AB)

3 LE SEGMENT

Un segment est une *portion de droite* limitée par deux points appelés **extrémités**.

- On nomme un segment à l'aide du nom de ses extrémités, entre crochets.

➤ *Exemples :*

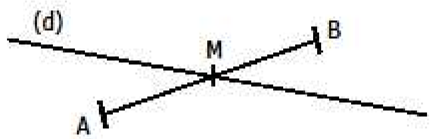


Le segment [AB] Le segment [CD]

4 INTERSECTION

On appelle **intersection** le **point** où deux objets (droite, segment, ...) se croisent (se coupent). Le point d'intersection appartient *aux deux objets à la fois*.

Le point M est l'intersection de la droite (d) et du segment [AB].



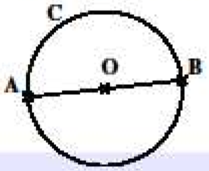
3. Annexe 3

GM.17 — PROGRAMMES DE CONSTRUCTION

1 DEFINITION

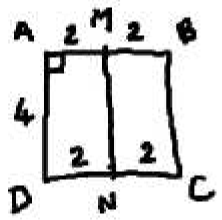
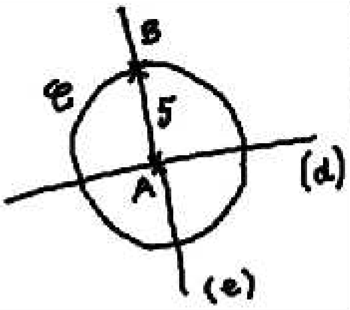
Un programme de construction est un texte qui donne des **instructions** pour **tracer** précisément une figure géométrique.

- *Tracer un cercle C de centre O. Tracer un diamètre [AB].*



2 LIRE UN PROGRAMME DE CONSTRUCTION

- Un programme de construction est un **texte de géométrie** : il utilise le vocabulaire de géométrie. Il faut s'assurer de bien **comprendre tous les mots**.
- Il faut suivre les instructions **dans l'ordre** où elles sont écrites.
- Avant de tracer précisément, on doit **faire un brouillon**. On essaie de suivre le programme, rapidement, à main levée. Cela permet de voir si on a **bien compris** toutes les étapes, et de savoir de **quels outils** on va avoir besoin.

programme	*brouillon*	*outils*
Tracer 3 points P, Q, R distincts.* ** à des endroits différents*		➢ *crayon*
Tracer un carré ABCD de côté 4 cm. *Tracer le point M, milieu de [AB].* *Tracer le point N, milieu de [CD].* *Tracer le segment [MN].*		➢ *crayon* ➢ *règle graduée* ➢ *équerre*
Tracer une droite (d). *Placer un point A sur la droite (d).* *Tracer la droite (e), perpendiculaire à (d) et passant par A.* *Placer le point B sur la droite (e), tel que AB = 5 cm.* *Tracer le cercle 𝒞 de centre A et de rayon AB.*		➢ *crayon* ➢ *règle graduée* ➢ *équerre* ➢ *compas*

LES TECHNOLOGIES POUR LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maître de Conférences, INSTITUT FRANÇAIS DE L'ÉDUCATION
S2HEP
Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

Résumé
La géométrie dynamique est une technologie dont les apports pour l'apprentissage de la géométrie à l'école primaire ont été étudiés depuis une dizaine d'années. Récemment de nouveaux développements à la fois didactiques, à propos des déconstructions dimensionnelles d'une figure, et technologiques, avec l'apparition de la technologie Cabri Elem, ont permis de concevoir de nouvelles situations qui mettent en relation différents espaces, l'espace sensible des objets, l'espace graphique des représentations et l'espace dynamique de la technologie.

Cette contribution à la table ronde dresse un panorama des nouvelles possibilités et des nouvelles tâches qu'offre l'intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie à l'école primaire. A partir d'exemples d'usages pionniers ou plus récents, elle présente quelques idées-clefs pour comprendre les apports possibles des technologies à l'apprentissage et l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire : la déconstruction dimensionnelle introduite par Duval (2005) pour décrire le travail nécessaire chez l'élève pour une approche géométrique des figures, l'interaction entre les connaissances spatiales et les connaissances géométriques au cœur des apprentissages à l'école primaire (Perrin-Glorian & Salin, 2010), le rôle du déplacement et des différentes rétroactions dans l'utilisation d'un environnement informatique pour apprendre (Soury-Lavergne, 2006) (Mackrell, Maschietto, & Soury-Lavergne, 2013) et pour finir le rôle de la manipulation directe d'objets tangibles et de représentations informatisées de ces objets (Maschietto & Soury-Lavergne, 2013).

I. LES DÉBUTS HISTORIQUES AVEC LA GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

Le projet MAGI, Mieux Apprendre la Géométrie avec l'Informatique, a démarré en 2003 pour étudier les intérêts et les possibilités de la géométrie dynamique dès l'école élémentaire, alors que ces logiciels étaient déjà largement connus et utilisés au niveau secondaire depuis plusieurs années. Ce projet avait pour objectif de concevoir et d'analyser des situations possibles pour tous les niveaux de l'école élémentaire et au début du collège, mais aussi d'étudier l'intégration de la technologie dans les pratiques des enseignants (Laborde, 2004) (Assude, Grugeon, Laborde, & Soury-Lavergne, 2006).

1. Les constructions robustes

Les usages les plus répandus de la géométrie dynamique consistent à faire construire aux élèves des figures géométriques qui conserveront leurs propriétés au cours du déplacement des points qui les forment. Par exemple, si l'on considère la tâche de construction d'un rectangle, il est attendu que la figure soit construite en utilisant certaines de ses propriétés géométriques, qui sont mises en œuvre dans l'environnement par l'utilisation d'outils. Par exemple, pour construire un rectangle, il faut utiliser l'outil droite perpendiculaire à trois reprises, ou toute autre combinaison d'outils permettant que le quadrilatère obtenu soit un rectangle. La construction du rectangle est validée par le fait que le déplacement des points mobiles produit des états graphiques successifs d'un rectangle (Figure 1, états a, b et c). Il s'agit alors d'une construction robuste du rectangle. En revanche, une figure obtenue à l'écran par ajustement perceptif des quatre sommets et qui se déforme dès qu'un sommet est déplacé (Figure 1, états d, e et f), est appelée construction molle du rectangle (Soury-Lavergne, 2011) et n'est pas considérée comme valide.

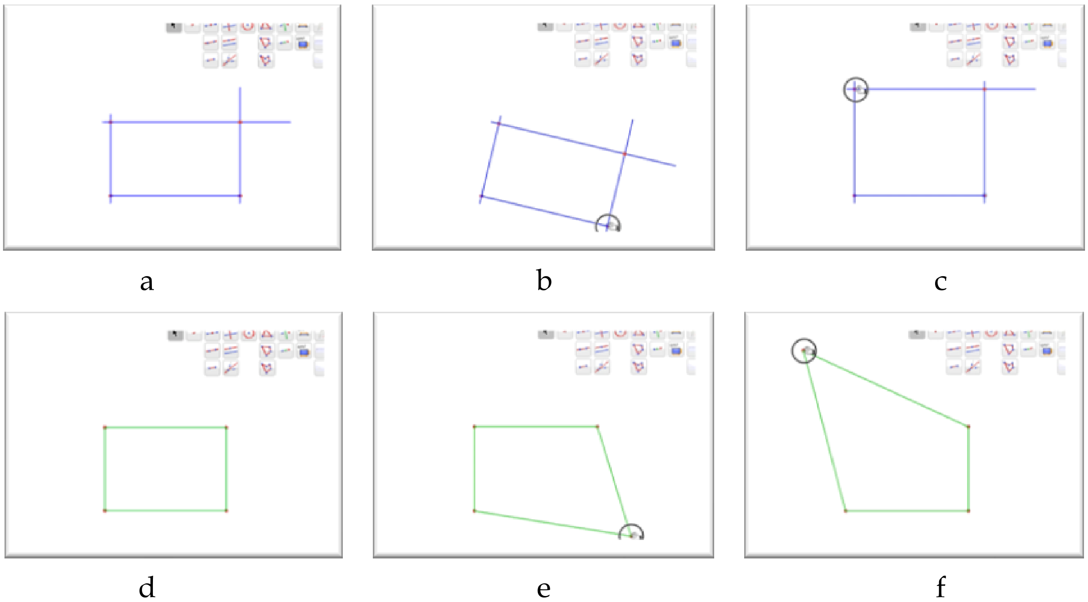


Figure 1. Trois états successifs de deux constructions différentes d'un rectangle. Les états a, b et c correspondent à une construction robuste du rectangle (à partir de a et en déplaçant le sommet en bas à droite on obtient b et en déplaçant le sommet en haut à gauche on obtient c). Les états d, e et f correspondent à une construction de rectangle par ajustement de 4 segments (à partir de d et en déplaçant le sommet en bas à droite on obtient e et en déplaçant le sommet en haut à gauche on obtient f).

La recherche de constructions robustes a été le point de départ des usages de la géométrie dynamique pour l'enseignement. En effet, seules les figures construites avec une utilisation explicite de leurs propriétés géométriques restent valides lorsque leurs sommets sont déplacés. De plus, plusieurs procédures différentes sont possibles pour obtenir une même figure robuste et toutes nécessitent l'utilisation d'une combinaison valide de propriétés géométriques.

La géométrie dynamique a ainsi fourni un milieu (Brousseau, 1998) qui permet de distinguer les propriétés spatiales des propriétés géométriques d'une figure et d'amener les élèves au contrat géométrique (Berthelot & Salin, 1993). Ce point est important car les connaissances en jeu dans l'apprentissage de la géométrie sont de deux natures, renvoient à deux champs de connaissances, l'un théorique celui de la géométrie et l'autre fondé sur l'interaction du sujet avec l'environnement, celui des connaissances spatiales. La géométrie est un ensemble d'objets et de relations théoriques, que l'on manipule à travers leurs représentations dans des registres différents, par des énoncés de langage et par des dessins. Ces deux types de registres nécessitent des appréhensions différentes (Duval, 2005). Les dessins appellent une appréhension globale en donnant à voir des relations spatiales tandis que les énoncés sollicitent une appréhension linéaire et analytique d'un discours qui renvoie le plus souvent aux objets théoriques géométriques. Les contrôles mis en jeu par l'appréhension du dessin sont en un premier temps de type perceptif, tandis que les contrôles sur les énoncés se font par des connaissances géométriques. La géométrie dynamique permet d'articuler et de différencier les deux types de contrôle et donc les deux référents. Elle permet d'extérioriser les propriétés théoriques sous forme d'invariants spatiaux dans et par le déplacement (Laborde & Capponi, 1994) qui est donc une fonctionnalité fondamentale de la géométrie dynamique pour l'apprentissage.

Le déplacement est accessible directement aux élèves, qui peuvent l'effectuer eux-mêmes et, dans une certaine mesure, en tirer les conclusions. De ce point de vue, la validation des constructions grâce au déplacement est donc du côté des élèves, indépendante de l'enseignant, ce qui constitue une autre valeur ajoutée.

2. Les boîtes noires

La technologie ne permet pas seulement de proposer des tâches dans un nouvel environnement, mais aussi de proposer de nouvelles tâches, dont la résolution engage les connaissances géométriques, ce qui ne serait pas possible sans la technologie (Laborde, 2001). C'est le cas des boîtes noires. Il s'agit d'une tâche de reproduction de figures dans laquelle la figure dynamique attendue, en version informatisée, est elle-même directement donnée à l'élève, sans toutefois permettre l'accès aux parties cachées ou à l'historique de la construction. La figure à reproduire n'est donc pas fournie à l'élève à partir d'une description verbale ou d'un schéma statique. Cependant, même avec la figure disponible et en disposant de la possibilité de déplacer les objets qui la constitue, la reproduction n'est pas simple et le travail mathématique reste à faire. En effet, ce n'est pas seulement la forme graphique de la figure que l'élève doit reproduire, mais aussi son comportement dynamique. Pour y arriver, une identification des propriétés géométriques de la figure est nécessaire.

La tâche nécessite de passer d'une analyse des propriétés spatiales et graphiques de la figure à une analyse en termes géométriques. Elle requiert également de déplacer les points de la figure initiale pour l'explorer et ceux de la figure reproduite pour valider ou pas le processus de construction.

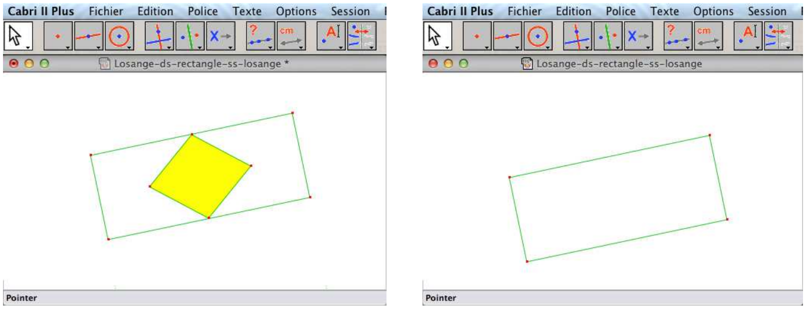


Figure 2. Dans un problème de type boîte noire, la figure modèle est donnée (à gauche). La tâche est de reconstruire la figure jaune (incluse) étant donné le rectangle (à droite).

Dans l'exemple proposé en Figure 2 (expérimenté dans une classe de CM1-CM2 à Soleymieux dans la Loire), la tâche consiste à reconstruire le quadrilatère intérieur à partir du rectangle initial (Figure 2 à droite), après avoir analysé la figure modèle (Figure 2 à gauche). Dans une boîte noire, la reconstruction de la figure peut démarrer d'une page blanche, ou bien d'un début de construction. Lors de la résolution du problème, le déplacement joue deux rôles différents. Il permet d'abord d'explorer la figure donnée en modèle (au sens de modèle à reproduire, le modèle du peintre), puis de valider ou invalider la reconstruction (voir d'autres exemples de boîtes noires dans (Charrière, 1995) (Clerc, 2006)).

II. LES DIFFICULTÉS DU DÉPLACEMENT ET LES SOLUTIONS POUR INCITER LES ÉLÈVES À DÉPLACER LES FIGURES

Le déplacement est donc une fonctionnalité centrale de la géométrie dynamique. Les travaux de recherche s'appuient essentiellement sur cette fonctionnalité pour montrer l'intérêt de l'usage de la géométrie pour apprendre. Pourtant, déplacer les points d'une figure n'est pas immédiat et évident, quel que soit le niveau mathématique de l'utilisateur. Nous avons montré que le déplacement n'est pas d'emblée mobilisé par les élèves (Soury-Lavergne, 2006) (Restrepo, 2007) et lorsqu'il l'est, il peut rester limité à un seul point et/ou dans son voisinage immédiat, ne produisant alors pas d'effet significatif. De plus, ce sont les connaissances de l'utilisateur qui vont lui permettre de percevoir et d'interpréter correctement ces effets. Or, les connaissances des élèves ne leur permettent pas toujours d'interpréter les rétroactions produites par le déplacement dans le cadre géométrique. Par exemple, les élèves décrivent l'évolution d'une figure par ses changements de formes, avec des expressions telles que « ça devient petit », « ça s'aplatit » et pas par la conservation ou la perte d'une propriété géométrique.

En conséquence, il est nécessaire d'abord qu'une règle explicite de déplacement des points d'une figure soit mise en place par l'enseignant lorsque les élèves utilisent la géométrie dynamique. Mais cette injonction de l'enseignant doit être relayée par la situation proposée aux élèves.

Ces constats ont amené les participants au projet MAGI à développer deux stratégies complémentaires pour améliorer l'utilisation du déplacement par les élèves : proposer des situations contextualisées qui incitent au déplacement et concevoir une fonctionnalité spécifique dans le logiciel pour déplacer les points de la figure.

1. Utiliser un contexte qui incite au déplacement

Replacer la construction géométrique dans un contexte non mathématique qui évoque un déplacement est un moyen d'inciter les élèves à bouger la figure et à obtenir des rétroactions indépendamment de l'enseignant. Dans l'exemple du « Pajerond », la voiture représentée doit rouler, (Soury-Lavergne & Maschietto, 2012, initialement présenté à Cabriworld à Rome en 2004, Figure 3). Le problème se comprend aisément par les élèves : il faut ajouter la roue manquante. La connaissance mathématique en jeu n'est pas le cercle, qui est mobilisé très facilement comme modèle d'une roue. Plus précisément, le problème posé par la voiture sans roue est celui de la construction d'un cercle étant donné son diamètre. La connaissance géométrique visée est que le point milieu d'un diamètre est le centre du cercle. Cette connaissance fonctionne comme un outil de résolution du problème dans la situation proposée. Une valeur ajoutée de la géométrie dynamique, en plus de la validation par déplacement, résulte du fait que l'on peut élaborer des situations dans lesquelles la connaissance géométrique fonctionne comme un outil de résolution de problème (Douady, 1986).

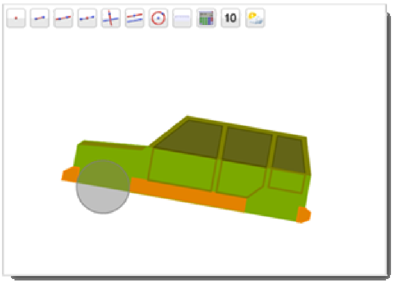


Figure 3. La figure proposée renvoie à un contexte non mathématique qui implique du déplacement. Cela favorise le fait que les élèves valident ou invalident leur construction de la roue manquante en faisant bouger la voiture.

D'autres situations conçues dans le cadre du projet MAGI reposent sur cette idée de plonger un problème mathématique dans un contexte non mathématique impliquant un déplacement. Dans de nombreux cas, il s'est avéré nécessaire de créer un point particulier pour déplacer la figure, afin de produire les rétroactions les plus significatives. C'est le point « tempête » de la situation du « Bateau sans mat » ou le point « leader » de la situation « Patrouille » (Figure 4). En bougeant le point « tempête », le bateau tangue et les mats construits au jugé ne bougent pas de la façon attendue par les élèves. De même, en déplaçant le point « leader », les alignements des avions ne sont plus respectés s'ils ont été faits au jugé.

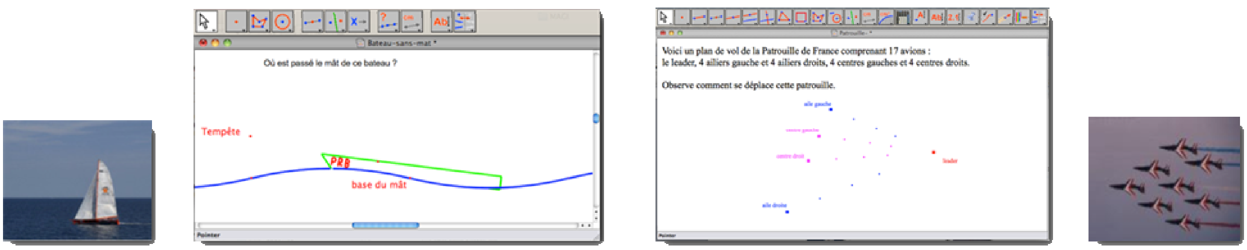


Figure 4. Les situations « Bateau sans mat » ou « Patrouille » renvoient à un contexte non mathématique impliquant un déplacement (celui d'un bateau sur l'eau ou des avions de la patrouille de France).

2. Des outils spécifiques

La mise en évidence, dans une figure, d'un point destiné à être manipulé par l'élève pour valider ou invalider par déplacement sa construction a fait émerger l'idée d'un outil spécifique dans l'environnement dont la fonctionnalité serait justement de déplacer les points de la figure, d'une façon automatique et indépendante de l'utilisateur. Ainsi le « lutin » a été développé dans le cadre du projet MAGI pour Cabri 2+. Mais il n'a pas été introduit dans la version du logiciel actuellement diffusée. De façon analogue, le « monkey » a été créé dans le logiciel CaRMetal. Le bouton « monkey », lorsqu'il est maintenu appuyé, secoue la figure. Lorsque le bouton « monkey » est relâché, les points retrouvent leur position initiale (Figure 5). Cela permet aux élèves d'observer la perte de certaines propriétés géométriques, au cours du mouvement. Cependant, il peut s'avérer difficile de percevoir ces propriétés au cours du mouvement.

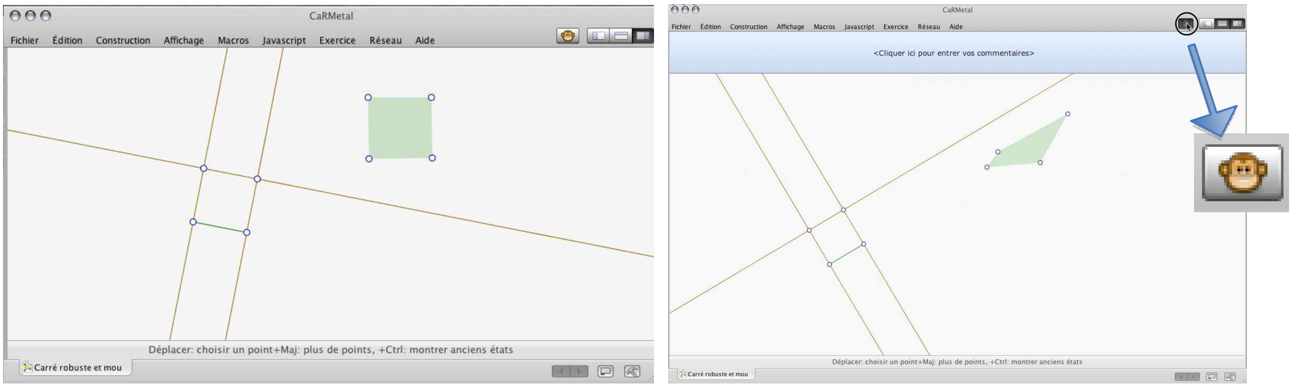


Figure 5. Interface du logiciel de géométrie dynamique CaRMetal avec le bouton « monkey », en haut à droite, qui agite les points de la figure.

3. Conclusion sur l'importance du déplacement et les différents usages possibles

L'intérêt de l'usage de la géométrie dynamique repose principalement sur la possibilité de déplacer les objets des figures construites. Si des solutions sont identifiées pour inciter les élèves à le faire, il est néanmoins toujours important de mettre en place de façon explicite avec les élèves le recours au déplacement pour valider les constructions réalisées.

Cependant, lors des nombreuses expérimentations réalisées à partir de la collection de situations conçues dans le cadre du projet MAGI, nous avons également pu observer d'autres usages spontanés du déplacement. Dans l'exemple des boites noires, le déplacement est d'abord utilisé pour explorer la figure, bien avant de valider la reconstruction. Au niveau du collège, Restrepo (2007) a identifié différentes finalités associées au déplacement en géométrie dynamique, tels que l'ajustement ou la recherche de trajectoires. Coutat (2006) a conçu des situations qui exploitent l'idée de construction molle, pour laquelle l'ajustement de la figure avec un contrôle perceptif constitue une partie de la tâche attendue et permet la conceptualisation des propriétés géométriques. Ainsi le déplacement en géométrie dynamique n'est pas seulement un moyen de validation, mais peut jouer d'autres rôles dans la situation didactique, en particulier avec des constructions molles.

C'est sur cette piste que les plus récents développements relatifs à l'utilisation de la géométrie dynamique pour l'école primaire ont été réalisés. Ils ont permis de prendre en compte le point de vue sur le travail géométrique apporté par la déconstruction dimensionnelle des formes de Duval (2005).

III. LA DÉCONSTRUCTION DIMENSIONNELLE DES FORMES

Dans les problèmes évoqués précédemment, l'enjeu de la résolution peut se résumer à construire correctement certains points clefs de la figure. Sur la Figure 1, il s'agit de trouver différentes procédures de construction des sommets d'un rectangle. Dans la boîte noire de la Figure 2, la solution passe par la construction des milieux de milieux des côtés du rectangle initial. Dans « Pajérond », la voiture sans roue (Figure 3), c'est le centre du cercle qui doit être correctement construit. Enfin, ce sont des points qui modélisent les avions de la patrouille de France (Figure 4). De même, le déplacement est pensé essentiellement comme le déplacement des points de la figure.

Cette remarque est valable pour de nombreux problèmes de construction avec la géométrie dynamique. On pourrait résumer la construction d'une figure à la construction de ses points caractéristiques, comme dans la géométrie du compas de Mascheroni (1798). Ces points sont construits soit comme points libres, soit comme point sur objet ou encore intersection d'objets géométriques (droite, segment ou cercle) et/ou milieu. De ce point de vue là, le travail nécessaire avec la géométrie dynamique demande à l'élève de passer d'une appréhension globale de la figure à une appréhension ponctuelle.

La fin de la construction consiste ensuite à utiliser ces points pour créer l'objet voulu, essentiellement avec les outils segment, polygone ou cercle à l'école primaire. Cette partie finale de la construction, qui peut se résumer à relier « correctement » les points construits, n'est pas considérée comme problématique du point de vue du travail géométrique, bien qu'elle le soit, en particulier au niveau primaire.

1. Conceptualisation du point et insuffisance de la distinction entre appréhension globale et appréhension ponctuelle de la figure

Cependant, l'enjeu de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire n'est pas d'amener les élèves à conceptualiser la notion de point. Donc la géométrie dynamique à l'école primaire doit pouvoir proposer des situations qui ne nécessitent pas le passage par un point de vue ponctuel sur les figures. En conséquence, la distinction entre l'appréhension globale et l'appréhension ponctuelle d'une figure n'est pas suffisamment fine pour décrire tout le travail géométrique qu'il doit être possible de faire à l'école primaire. De plus, si on considère les exemples précédents avec cette seule distinction, on ne saisit pas en quoi ces situations sont très difficiles pour les élèves.

Duval (2005) explique que le travail géométrique va à l'encontre des processus spontanés de visualisation des figures. Le travail géométrique consiste en particulier en une déconstruction dimensionnelle des formes, qui passe par l'identification dans la figure d'objets géométriques de plus petite dimension que la figure initiale et des propriétés qui lient ces objets (dimension est entendu au sens de dimension mathématique et pas celui de la taille). Ce processus fondamental du travail géométrique est décrit ainsi : « *… décomposer toute forme, que l'on reconnaît d'emblée dans un ensemble de tracés ou dans n'importe quelle figure de départ, en une configuration d'autres unités figurales du même nombre de dimensions ou d'un nombre inférieur de dimensions.* » (op. cit. p. 16). Ainsi, les unités figurales ne sont pas uniquement celles de dimension zéro, les points. Toutes les unités figurales intermédiaires doivent pouvoir être mobilisées.

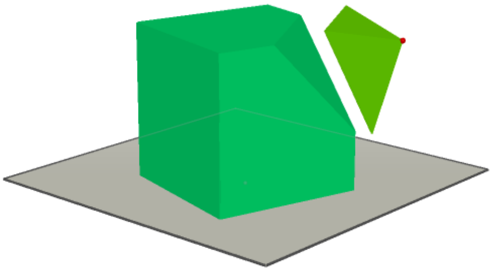


Figure 6. Reconstruction du sommet manquant du cube par un tétraèdre.

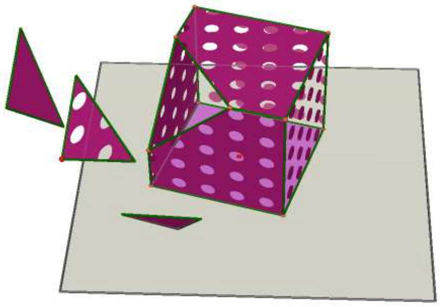


Figure 7. Reconstruction du sommet manquant du cube par les faces

L'exemple d'un cube tronqué en géométrie dans l'espace (Mithalal, 2010) permet d'illustrer comment différentes déconstructions dimensionnelles peuvent être envisagées dans l'analyse a priori d'une situation. La situation, proposée à des lycéens de 2d, demande de trouver le plus grand nombre de méthodes pour reconstruire le sommet manquant du cube. Cette consigne simple autorise de nombreuses interprétations, notamment sur ce qui constitue le sommet manquant du cube, rendant possibles différentes déconstructions dimensionnelles. Tout d'abord la reconstruction du sommet, au sens du sommet de la montagne, avec le tétraèdre manquant, renvoie à une déconstruction des formes sans changement de dimension, le cube tronqué 3D étant complété par le tétraèdre 3D (Figure 5). Ensuite, en considérant une déconstruction dimensionnelle 3D/2D, c'est à dire du solide aux surfaces, on peut prévoir la reconstruction des parties de faces manquantes, c'est-à-dire la construction les triangles qui complètent les faces carrés (Figure 7). La reconstruction des arêtes, par exemple par prolongement des arêtes existantes implique une déconstruction dimensionnelle 3D/1D (Figure 8). Enfin, la reconstruction du sommet manquant par symétrie d'un sommet présent sur la figure du cube incomplet (par symétrie par rapport au centre d'une face par exemple), mobilise des unités figurales de dimension nulle et correspond à une déconstruction dimensionnelle 3D/0D (Figure 9).

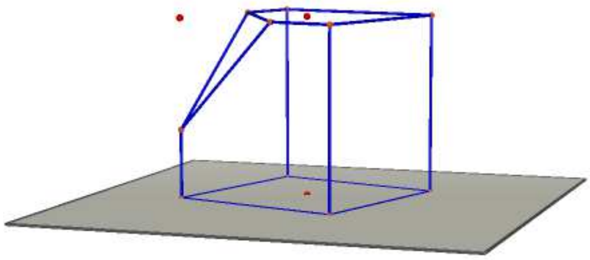


Figure 8. Reconstruction du sommet manquant du cube par construction du point sommet.

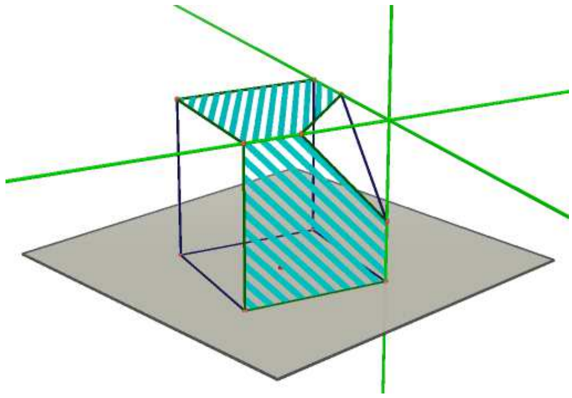


Figure 9. Reconstruction du sommet manquant du cube par prolongement des arêtes.

Cet exemple permet d'illustrer les nombreuses déconstructions dimensionnelles envisageables et dégage des possibilités de travail à l'école primaire autres que les déconstructions dimensionnelles complètes (impliquant les points 0D).

Dans le cas de la géométrie plane, un des objectifs de l'enseignement est alors de faire passer de l'analyse visuelle d'une figure d'un point de vue global, où la figure est considérée comme un assemblage de surfaces, les formes 2D, à un point de vue 1D, pour lequel la figure est considérée comme un assemblage de lignes, les formes 1D (Duval & Godin, 2006).

2. Des exemples dans l'espace et dans le plan

C'est sur cette idée que plusieurs situations pour l'école primaire ont été élaborées avec la géométrie dynamique pour travailler la déconstruction dimensionnelle des formes. Étant donnée la possibilité qu'offre la géométrie dynamique pour la géométrie plane et pour la géométrie de l'espace, nous présentons un exemple dans chaque cas pour montrer les pistes explorées.

Le premier exemple concerne les patrons du cube (Figure 10 et Figure 11). La situation et l'environnement de géométrie dynamique sont présentés en détail dans ces actes, dans le texte de l'atelier « Explorer les patrons du cube : de l'intérêt des représentations à l'aide de logiciels de mathématiques dynamiques » (Calpe, Rabatel, Zucchetta, & Soury-Lavergne, 2014). L'environnement de géométrie dynamique utilisé permet de sélectionner des carrés et de transformer l'assemblage de carrés en un patron de cube qui se replie. La Figure 10 présente les principales étapes de la construction :

sélection de carrés, transformation de l'assemblage de carrés en un patron qui peut se plier et déplier, pliage des faces par rotation autour des arêtes communes, obtention d'un cube.

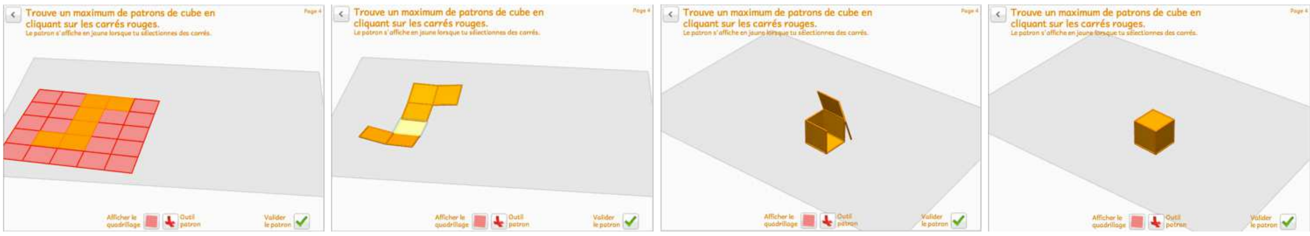


Figure 10. Quatre images écran des étapes de construction d'un cube à partir de son patron, vue 3D.

Figure 11. Les mêmes quatre images écran vues de dessus après changement du point de vue, vue 2D.

Dans la situation proposée, l'articulation 2D-3D est particulièrement complexe. Elle existe finalement à trois niveaux : celui des objets théoriques manipulés, le cube et son patron, celui des représentations de ces objets, avec une représentation 2D d'un objet 3D (le cube à l'écran de l'ordinateur) et enfin celui du point de vue sur la représentation. En effet, dans la même fenêtre, sans rupture et de façon continue, la figure peut être vue en perspective (Figure 10) ou basculée pour être vue du dessus, en 2D (Figure 11). Au delà du changement de point de vue, un autre intérêt de cette situation est qu'elle permet aux élèves de travailler les patrons du cube à partir des faces, sans avoir à construire les côtés des carrés ou les sommets. C'est une déconstruction dimensionnelle 3D/2D qui est ainsi travaillée dans cette situation avec la géométrie dynamique.

Le deuxième exemple est donné par la géométrie 2D et la possibilité de travailler les triangles, avec la géométrie dynamique, sans recourir immédiatement à la construction de sommets par intersection (Figure 12). Le problème travaillé est celui de la construction d'un triangle étant données les mesures de ses trois côtés. La solution visée est la construction du troisième sommet à l'intersection de deux cercles (issu du travail de master de Voltolini (2014), présenté par une communication dans ces actes « A la découverte des triangles : de la manipulation de segments dans un logiciel de mathématiques dynamiques à la construction à la règle et au compas »).

Dans la situation élaborée avec l'environnement Cabri Elem, il s'agit pour les élèves de former des triangles à partir de segments de longueurs données qui peuvent se déplacer ou pas à l'écran. Les manipulations et déplacements des segments qui permettent éventuellement de former un triangle, se décomposent en translation ou rotation. Ces déplacements dans l'environnement de géométrie dynamique sont différents de ceux qui seraient mis en œuvre dans l'espace sensible en ceci qu'ils ne sont pas réalisés simultanément mais successivement. Ainsi, la rotation d'un segment autour d'une de ses extrémités est isolée dans la manipulation et est incontournable pour former le triangle. C'est cette rotation, avec la trace du segment et de son extrémité, qui est ensuite réinvestie dans les procédures de construction à la règle et au compas.

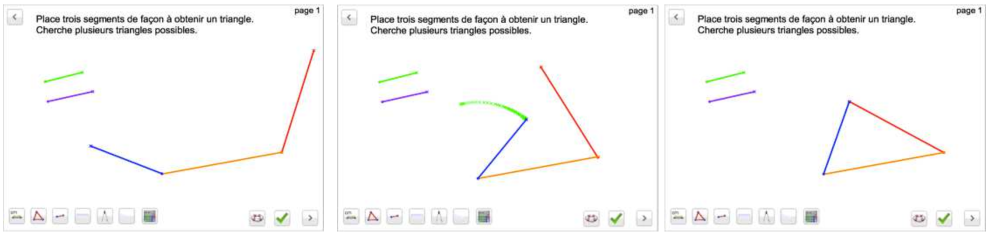


Figure 12. Trois états de la figure lors de la formation d'un triangle à partir de trois segments. L'arc de cercle vert de la figure du milieu a été ajouté pour mettre en évidence, aux yeux du lecteur, la rotation du segment et la trajectoire de son extrémité.

Dans ce travail, la construction du triangle, figure 2D c'est-à-dire surface plane aux yeux d'une majorité d'élèves, est obtenue par la manipulation d'objets 1D, la construction d'une ligne brisée 1D qui en se refermant produit la surface. La déconstruction dimensionnelle ainsi mise en œuvre est 2D/1D. Cela montre comment plusieurs étapes de la construction du triangle peuvent être travaillées avant d'arriver à la construction du troisième sommet (0D) comme intersection de deux arcs de cercle. Au cours de ce travail, l'utilisation d'un compas est introduite pour « faire tourner » les segments et seulement à la fin de la situation, la construction des cercles et de leur intersection est introduite.

IV. L'ESPACE SENSIBLE ET LA GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE

Le dernier aspect du travail mené sur les usages de la géométrie dynamique à l'école primaire concerne l'articulation entre la géométrie dynamique et les autres espaces mobilisés dans le travail géométrique, dont celui des objets tangibles.

Pour caractériser les différents rapports possibles entre la géométrie et le monde réel, auquel appartiennent les objets tangibles, Perrin-Glorian et Salin (2010) puis Perrin-Glorian et al. (2013) mettent en évidence trois espaces en jeu dans le travail géométrique : l'espace sensible, l'espace graphique et l'espace géométrique théorique. La relation entre ces trois espaces et les deux domaines de connaissances, les connaissances spatiales et les connaissances géométriques doit encore être précisée. L'hypothèse que je fais est que la résolution de problème dans les espaces sensibles et graphiques mobilise de façon privilégiée les connaissances spatiales et, seulement dans un deuxième temps, les connaissances géométriques. Inversement, la résolution des problèmes géométriques mobilise prioritairement les connaissances géométriques et dans un deuxième temps les connaissances spatiales. On voit alors se dessiner le rôle clef de l'espace graphique. Dans leur présentation des trois espaces, Perrin-Glorian, Mathé et Leclercq donnent à cet espace graphique un rôle pivot et différent suivant qu'il est en relation avec l'espace sensible ou l'espace géométrique.

La géométrie dynamique partage de nombreuses caractéristiques avec l'espace graphique des représentations papier-crayon. Il s'agit dans les deux cas d'un micro-espace, dans lequel des représentations d'objets rendent possibles des expérimentations. Coutat (2006) propose de parler de registre graphique animé ou registre graphique-dynamique. Pourtant, la différence est plus importante qu'un enrichissement de l'espace graphique en particulier parce que la géométrie dynamique intègre les outils qui produisent les représentations et aussi parce qu'elle produit des rétroactions qui transforment la nature des expérimentations possibles. Enfin, la géométrie dynamique ne se substitue pas à l'espace graphique du papier-crayon. C'est plutôt en pensant la complémentarité entre le papier-crayon et l'environnement informatique que de nouvelles situations sont élaborées.

C'est le cas de la proposition d'atelier de Bombrun et Thomas dans ces actes (Bombrun & Thomas, 2014). C'est aussi ce qui est développé dans MAGESI (Mieux Apprendre la Géométrie dans des ESpaces Instrumentés, http://magesi.ens-lyon.fr/ (Rolet, 2003)) une ingénierie qui fait appel à l'utilisation d'espaces de différentes tailles et d'instruments divers. Quatre séquences organisées autour de trois figures géométriques (le carré, le parallélogramme et le losange) et à propos de la symétrie, couvrent le programme de géométrie des classes de CM1 et CM2 du cycle 3. Les séances reposent sur la construction des figures dans trois espaces : celui de la feuille de papier (Figure 14), celui du sol du préau (Figure 13) et celui de la géométrie dynamique (Figure 15). Ces espaces de production graphique ne sont pas les espaces identifiés par Perrin-Glorian et al. Ils sont caractérisés par les tailles (micro-espace pour le papier-crayon et la géométrie dynamique, meso-espace pour le sol du préau) et les instruments disponibles. Ils correspondent à une déclinaison de l'espace graphique de Perrin-Glorian et al. et partagent aussi des caractéristiques et des contraintes avec l'espace sensible.

Figure 13. Construction d'un carré dans un meso espace (http://magesi.ens-lyon.fr/seance.php?Rub=1&Id=3)

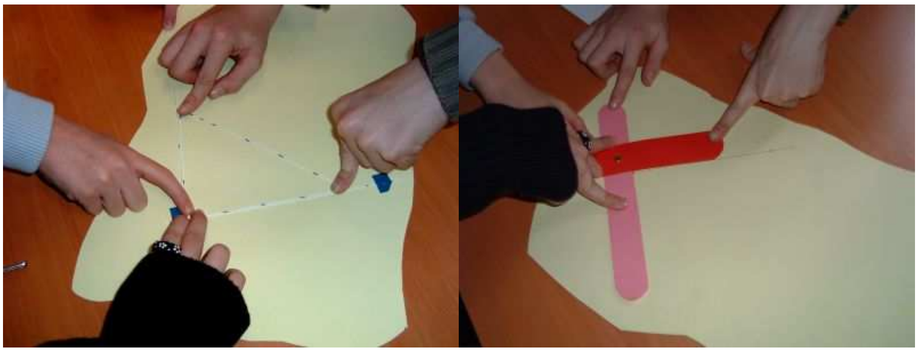


Figure 14. Construction d'un carré sur feuille de papier (http://magesi.ens-lyon.fr/seance.php?Rub=1&Id=5)

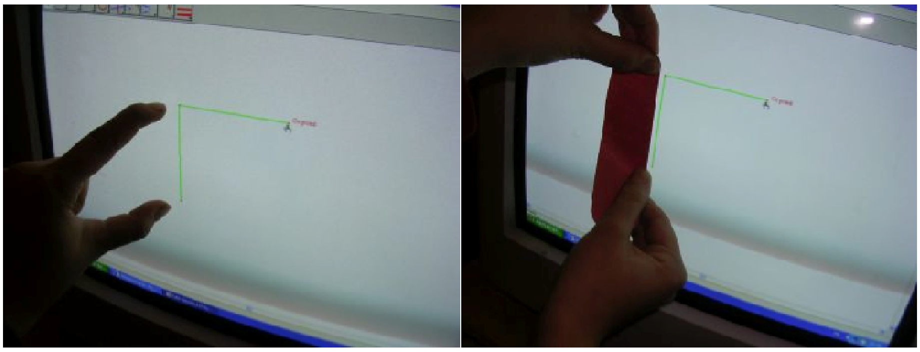


Figure 15. Construction d'un carré avec un logiciel de géométrie dynamique (http://magesi.ens-lyon.fr/seance.php?Rub=1&Id=22)

Dans les nouvelles situations conçues avec la technologie Cabri Elem et expérimentées depuis 2011 comme, par exemple, la situation patrons du cube ou la situation triangle, l'articulation entre le travail avec la géométrie dynamique, celui dans l'espace graphique et le recours à des objets de l'espace tangible est à nouveau étudiée. Dans la recherche des patrons du cube, il y a utilisation de matériel tangible, tels que les polydrons ou des cubes et des patrons papier pliables, production de représentations des patrons identifiés et utilisation de ces productions comme mémoire pour travailler avec l'environnement informatique. L'environnement de géométrie dynamique permet de dépasser certaines contraintes de l'espace sensible qui ne sont pas pertinentes du point de vue des connaissances géométriques. Par exemple, dans l'espace sensible, le patron papier doit être légèrement plus grand que le cube en bois si l'on veut pouvoir envelopper correctement le cube avec le patron. Ce n'est plus le cas dans l'environnement informatique. Dans le cas des constructions de triangles étant données les mesures des trois côtés, la situation dans l'environnement informatique débouche sur des travaux en papier-crayon et sur l'introduction du compas comme instrument de construction du triangle en papier-crayon. Le compas est simulé dans la géométrie dynamique. Il est aussi présent comme outil de production dans l'espace graphique et enfin il est un objet de l'espace sensible qui matérialise entre ses deux pointes un segment de longueur fixe à placer au bon endroit.

Ces travaux illustrent le fait que la géométrie dynamique et plus généralement les environnements informatiques pour l'apprentissage ne remplacent pas les autres espaces mais les complète, l'accent étant mis récemment sur l'articulation avec l'espace sensible.

V. CONCLUSION SUR LES APPORTS DE LA GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE À LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Pour conclure, les récentes évolutions de l'usage de la géométrie dynamique à l'école primaire décrites ci-dessus sont en partie possibles grâce à l'évolution de la technologie elle-même, qui a pris en compte certaines spécificités de l'école primaire (Mackrell et al., 2013). Ces évolutions concernent :

- Les déconstructions dimensionnelles partielles qui permettent de concevoir des situations riches et accessibles aux élèves, sans passage obligé par la conceptualisation du point et la construction des points d'une figure comme points d'intersection. Les nouveaux environnements de géométrie dynamique permettent de concevoir des situations d'apprentissage donnant lieu à des déconstructions dimensionnelles 3D/2D ou 2D/1D tout à fait productives à l'école primaire.

- La prise en compte, dans les situations et ingénieries proposées, de la mise en relation de la technologie avec d'autres espaces dans lesquels se déroule l'activité mathématique, comme le l'espace sensible des objets et l'espace graphique des représentations papier-crayon.

- Le recours au déplacement d'une figure pour produire les rétroactions intéressantes est toujours central dans l'utilisation de la géométrie dynamique. Mais le déplacement est maintenant mieux compris, les différents types de déplacement sont reconnus et identifiés comme celui pour ajuster perceptivement une figure. De plus, la nécessité de recourir au déplacement est mieux intégrée dans les situations, à l'aide d'un contexte non mathématique ou d'outils spécifiques. L'injonction de l'enseignant est soutenue par la nécessité de la situation elle-même.

- Différents types de rétroactions sont maintenant possibles qui dépassent la seule validation obtenue par la non conservation des propriétés au cours du déplacement (dorénavant bien connue en géométrie dynamique). Les nouvelles rétroactions, déterminées par les concepteurs des situations, sont plus variées que le seul changement de position des objets à l'écran, sous-jacent à la validation par déplacement. Il s'agit par exemple de rétroactions visuelles, statiques ou dynamiques comme l'apparition ou la disparition d'images, ou d'un son ou encore de l'impossibilité de déplacer un objet à un moment donné. Elles peuvent être déclenchées automatiquement ou bien suite à une action de l'élève sur les objets à l'interface. Ces diverses rétroactions permettent de concevoir des aides à la stratégie de résolution mise en œuvre par l'élève ou bien une évaluation de la solution obtenue. Cette validation ou invalidation de la construction de l'élève par le système répond à une attente des utilisateurs.

Ces avancées posent peut-être pour l'instant plus de questions sur les processus d'apprentissage de la géométrie qu'elles n'apportent directement de réponses. Mais elles ouvrent des possibilités que nous, chercheurs, élèves et enseignants, avons beaucoup de plaisir à étudier.

VI. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Assude, T., Grugeon, B., Laborde, C., & Soury-Lavergne, S. (2006). Study of a teacher professional problem: how to take into account the instrumental dimension when using Cabri-geometry? In *Proceedings of the Seventeenth ICMI Study Conference "Technology Revisited"* (pp. 317–325). Hanoi Vietnam. Retrieved from http://www.mathunion.org/fileadmin/ICMI/files/Digital_Library/icmi-study-17/ICMI17proceedingsPart2.pdf

Berthelot, R., & Salin, M.-H. (1993). L'enseignement de la géométrie à l'école primaire. *Grand N*, *53*, 39–56.

Bombrun, C., & Thomas, R. (2014). GeoGebra entre cour de récréation et feuille de papier : illustration avec le concept de cercle au cycle 3. Presented at the XXXXe colloque de la COPIRELEM, Nantes: IREM des pays de la Loire.

Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. La pensée Sauvage Grenoble,, France.

Calpe, A., Rabatel, J.-P., Zucchetta, J.-F., & Soury-Lavergne, S. (2014). Explorer les patrons du cube : de l'intérêt des représentations à l'aide de logiciels de mathématique dynamique. In *XXXXe colloque de la COPIRELEM*. Nantes, France: IREM des pays de la Loire.

Charrière, P.-M. (1995). Boîtes noires, *9*. Retrieved from http://icosaweb.ac-reunion.fr/GeomJava/abraCAda/M_abra.htm

Clerc, B. (2006). Boîte noire en géométrie dynamique. Mise en place et utilisation d'une boite noire avec Tracenpoche, *2*. Retrieved from http://revue.sesamath.net/spip.php?article13

Coutat, S. (2006). *Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire collège : une ingénierie didactique au collège sur la notion de propriété*. Université Joseph Fourier.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *7*(2), 5–31.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, *10*, 5–53.

Duval, R., & Godin, M. (2006). Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, *76*, 7–27.

Laborde, C. (2001). Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri-Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, *6*(3), 283–317.

Laborde, C. (2004). Come la geometria dinamica puo rinnovare i processi di mediazone delle conoscenze matematiche nella scuola primaria. In B. D'Amore & S. Sbaragli (Eds.), *La didattica della matematica: una scienza per la scuola* (pp. 19–28). Bologna.

Laborde, C., & Capponi, B. (1994). Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherche En Didactique Des Mathématiques*, *14*(1.2), 165–210.

Mackrell, K., Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). The interaction between task design and technology design in creating tasks with Cabri Elem. In C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (pp. 81–90). Oxford, Royaume-Uni.

Mascheroni, L. (1798). *Géométrie du compas*. Paris: Duprat. Retrieved from http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-9097

Maschietto, M., & Soury-Lavergne, S. (2013). Designing a duo of material and digital artifacts: the pascaline and Cabri Elem e-books in primary school mathematics. *ZDM*, *45*(7), 959–971. doi:10.1007/s11858-013-0533-3

Mithalal, J. (2010). *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle* (Thèse de doctorat). Joseph Fourier, Grenoble, France. Retrieved from tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/59/09/41/PDF/these_mithalal.pdf

Perrin-Glorian, M.-J., Mathe, A.-C., & Leclercq, R. (2013). Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 à 15 ans ? *Repères-IREM*, *90*, 5–41.

Perrin-Glorian, M.-J., & Salin, M.-H. (2010). Didactique de la géométrie. Peut-on commencer à faire le point ? (pp. 47–81). Presented at the Séminaire national de didactique des mathématiques Année 2009, Université de Paris Diderot: IREM de Paris.

Restrepo, A. M. (2007). L'instrumentation du déplacement dans un logiciel de géométrie dynamique. In I. B. F. Conne (Ed.), *XII école d'été de l'ARDM*. Sainte Livrade France.

Rolet, C. (2003). Teaching And Learning Plane Geometry In Primary School: Acquisition Of A First Geometrical Thinking. Presented at the CERME 3: Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, Bellaria, Italy. Retrieved from http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/

Soury-Lavergne, S. (2006). Instrumentation du déplacement dans l'initiation au raisonnement déductif avec Cabri-géomètre. In N. Bednarz (Ed.), *Espace Mathématique Francophone*. Sherbrooke (Quebec): Université de Sherbrooke.

Soury-Lavergne, S. (2011). De l'intérêt des constructions molles en géométrie dynamique. *MathemaTICE*, (27). Retrieved from http://revue.sesamath.net/spip.php?article364

Soury-Lavergne, S., & Maschietto, M. (2012). Les stratégies du garagiste. *Cahiers pédagogiques*, (498).

Voltolini, A. (2014). A la découverte des triangles : de la manipulation de segments dans un logiciel de mathématiques dynamiques a la construction à la règle et au compas. In *XXXXe colloque de la copirelem*. Nantes, France: IREM des pays de la Loire.

CONFÉRENCE N°2

GÉOMÉTRIE EN PRIMAIRE : DES REPÈRES POUR UNE PROGRESSION ET POUR LA FORMATION DES MAÎTRES

Christine MANGIANTE-ORSOLA
MCF, Université d'Artois
Laboratoire de Mathématiques de Lens
christine.mangiante@espe-lnf.fr

Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN
Professeur émérite, Université d'Artois
Laboratoire de Didactique André Revuz
marie-jeanne.perrin@univ-paris-diderot.fr

Résumé
Ce qu'on appelle géométrie en cycle 2 a-t-il quelque chose à voir avec ce qu'on appelle géométrie en classe de quatrième ? Qu'est-ce que raisonner sur une figure ? Comment la notion de figure géométrique définie par des énoncés peut-elle se construire de manière cohérente dans une progression de la maternelle au collège ? Quel regard porter sur un dessin pour y voir une figure géométrique ? Comment peuvent s'exercer ces changements de regard sur la figure nécessaires à l'entrée dans une géométrie déductive ? Quelle place pour la construction et la reproduction de figures avec des instruments (du gabarit au compas) dans cette progression ? A supposer qu'on puisse penser une telle progression, quelle formation des professeurs des écoles suppose-t-elle ? Quelles ressources peut-on proposer aux maîtres pour les aider à faire évoluer leurs pratiques dans le sens d'une meilleure progression des élèves ?
La conférence à deux voix présentera quelques réflexions autour de ces questions en s'appuyant sur une recherche qui a eu lieu pendant une dizaine d'années à l'IUFM Nord-Pas-de-Calais et qui se poursuit dans l'étude des possibilités de développement professionnel des enseignants du primaire à travers l'analyse d'un dispositif de production de ressources associant chercheurs, formateurs et enseignants de l'école primaire.

Cette conférence s'appuie sur le travail d'un groupe de recherche[16] qui a fonctionné à l'IUFM Nord-Pas-de-Calais pendant une dizaine d'années et continue actuellement sous d'autres formes. Ce groupe a élaboré une approche de la géométrie à l'école élémentaire décrite dans plusieurs publications, dont des ateliers ou communications à la COPIRELEM. On les retrouvera dans la bibliographie en fin d'article. Avant de la présenter rapidement dans une première partie, nous commencerons par situer cette approche dans une réflexion un peu plus générale sur la géométrie. La deuxième partie sera consacrée à l'étude des possibilités d'évolution des pratiques et de développement professionnel d'enseignants du primaire à l'aide de ressources[17] prenant appui sur cette approche de la géométrie.

[16] Ont participé à ce groupe, à un moment ou un autre, J.R. Delplace, R. Duval, C. Gaudeul, M. Godin, B. Keskessa, R. Leclercq, C. Mangiante-Orsola, A.C. Mathé, B. Offre, M. J. Perrin, O. Verbaere.

[17] Dans ce texte, nous désignons par le terme « ressources » les documents sur papier ou numériques produits pour aider les enseignants à s'approprier les situations conçues dans le cadre de la recherche. Certaines ont été rédigées par les chercheurs eux-mêmes (en y associant ou non des enseignants, des conseillers pédagogiques…)

I. INTRODUCTION

La géométrie semble mal aimée actuellement :

- des programmes : elle a pratiquement disparu des programmes de lycée qui ne parlent plus que de géométrie analytique. Même au collège, les programmes ont été réduits : les vecteurs et la translation ont migré en seconde, les seules transformations qui subsistent sont la symétrie orthogonale en 6ème et la symétrie centrale en 5ème. Les élèves n'entendent plus parler de rotation, homothétie, similitude à aucun moment du secondaire.

- des enseignants du primaire qui la considèrent comme moins importante que les nombres ; d'ailleurs les maîtres formateurs la laissent souvent à leur remplaçant.

Pourtant, en général, les élèves du primaire aiment la géométrie mais quand ils arrivent au collège, beaucoup d'entre eux se sentent perdus, ne comprennent plus et se mettent progressivement à ne plus aimer la géométrie.

La géométrie disparaît-elle des programmes du secondaire parce qu'elle est inutile, qu'on y ennuie les élèves avec des savoirs scolaires et une forme de rhétorique dépassée qui ne leur servira jamais ? Vu le thème du colloque, on peut penser que tout le monde n'est pas de cet avis. Alors, en quoi est-elle utile ?

D'abord elle est utile par ses applications : d'une certaine manière c'est une science physique qui modélise les positions et les déplacements dans l'espace à trois dimensions dans lequel nous vivons. Géométrie veut dire mesure de la terre. Nous reviendrons sur le terme mesure un peu plus loin en considérant pour le moment que, dans la géométrie comme modèle de l'espace, il s'agit surtout de décrire et caractériser les formes, décrire et caractériser les positions, décrire et caractériser les transformations de formes et de positions.

Cependant, si c'est le résultat qu'on vise, si le but de la géométrie est d'avoir un modèle de l'espace, on peut se demander si, de nos jours, une modélisation numérique n'est pas bien plus efficace et on aurait donc raison de se limiter rapidement à la géométrie analytique. Même si c'est le cas, on peut toutefois remarquer que des considérations géométriques élémentaires comme des symétries, du parallélisme ou de l'orthogonalité permettent parfois de simplifier considérablement les calculs, ne serait-ce que par le choix des variables. Pour en tenir compte, encore faut-il les voir, disposer d'une certaine intuition géométrique… Comment se construisent une vision et une intuition géométriques utiles dans d'autres domaines ? Quel rapport entre la visualisation et la théorie pour y parvenir ?

Les exposés de Marie-Hélène Salin et Valentina Celi dans la conférence à quatre voix nous ont montré d'un côté la grande importance accordée aux dessins précis et soignés dans l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et au début du collège, d'un autre côté l'insistance précoce sur la défiance vis-à-vis de ce qu'on voit sur le dessin pour raisonner en géométrie. Ce paradoxe soulève de nombreuses questions sur la nature même de la géométrie et sur les objectifs poursuivis par son enseignement dans la scolarité obligatoire. En voici quelques unes :

- En reproduisant des figures aux instruments, les élèves apprennent-ils autre chose que la manipulation technique des instruments ? Si oui, quoi et sous quelles conditions ? Cette question est abordée dans la thèse en cours d'Edith Petitfour qui s'intéresse à l'enseignement de la géométrie aux élèves dyspraxiques : ces élèves ne pourront jamais arriver à une manipulation précise des instruments ni à des tracés soigneux. Peuvent-ils conceptualiser sans manipuler eux-mêmes les instruments ? Quel rapport aux figures est-il nécessaire pour raisonner en géométrie ? Comment le construire ?

- Quelle théorie pour penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de l'école élémentaire au collège ? En effet, un enseignement cohérent de la géométrie de l'école au collège suppose une axiomatique, implicite pour les élèves, au moins en très grande partie, mais qui devrait être explicite pour les professeurs de collège au moins (et pouvoir être évoquée sur certains points avec les professeurs des écoles).

---

puis d'autres ont été produites dans le cadre d'un dispositif de travail associant chercheurs, formateurs et enseignants. Ce sont ces dernières ressources qui font l'objet de notre étude actuelle.

- Le modèle de la géométrie d'Euclide, complété par Hilbert s'est développé, a changé de forme, permettant de définir d'autres géométries (non euclidiennes), et ainsi de mieux comprendre la géométrie euclidienne mais dépasse l'enseignement secondaire. Alors, au collège, faut-il continuer à enseigner la géométrie d'Euclide, avec des figures et des démonstrations ?

Notre réponse est positive à la dernière question parce que l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie des figures type Euclide, ce qu'on appelait géométrie « synthétique » au 19ème siècle par opposition à l'analytique, vise plus que la résolution de problèmes de l'espace physique et leur modélisation. Cette géométrie a une grande valeur formative, d'une part à travers la lecture de figures qui est utile bien au-delà de la géométrie, d'autre part pour le développement du raisonnement : c'est un domaine qui regorge de problèmes élémentaires non aisément algorithmisables. Cependant la demande trop précoce d'une rédaction rigoureuse risque d'aller à l'encontre de cet apprentissage de la rigueur du raisonnement.

Les propriétés géométriques que l'on rencontre dans la scolarité obligatoire correspondent à des groupes de plus en plus petits de transformations qui opèrent sur des points. Quand on parle de géométrie dans le secondaire, on pense surtout aux propriétés affines et euclidiennes. Cependant, les propriétés topologiques sont reconnues perceptivement dès la maternelle, où on introduit quelques mots comme intérieur, extérieur, ligne ouverte ou fermée, mais elle ne seront pas formalisées. Elles sont gérées, comme l'orientation, par les connaissances spatiales (Berthelot et Salin, 1992, 1994, 2000) et continuent à se lire sur la figure au collège. Il est d'ailleurs très difficile de raisonner juste sur une figure fausse qui ne vérifie pas ces propriétés là comme le montre l'exemple convaincant de Dehaene[18] (1997, p. 273).

Les propriétés d'incidence (intersection, appartenance d'un point à une droite…) qui sont des propriétés projectives sont essentielles et toute la géométrie s'appuie sur elles. Au collège, elles sont en général considérées comme déjà là ; or l'observation des élèves de sixième montre que ce n'est pas nécessairement le cas. Nous faisons l'hypothèse que c'est un maillon manquant dans l'enseignement et notre approche a notamment pour objectif de proposer des moyens de l'aborder.

Cette introduction un peu longue visait à situer l'approche de la géométrie que nous avons commencé à élaborer à l'IUFM Nord Pas-de-Calais dans une perspective plus large de réflexion sur ce que pourrait être une progression de l'enseignement de la géométrie plane au long de la scolarité obligatoire. Un point essentiel de cette réflexion porte sur l'évolution du regard sur les figures. C'est à cela que sera consacrée la suite de la conférence en commençant par quelques repères théoriques fondant notre approche.

II. DES REPÈRES POUR UNE PROGRESSION POUR LES ÉLÈVES

1 Des usages du mot « figure » en géométrie et dans ce texte

Du visage à la figure de style, en passant par la figure de danse, le terme « figure » a beaucoup d'usages hors des mathématiques. En didactique de la géométrie, il est d'usage de faire une distinction entre dessin et figure, le dessin désignant l'aspect matériel de la figure, sur papier ou sur écran. Nous ne la ferons pas parce que c'est bien aux figures matérielles que nous nous intéressons ainsi qu'à leurs propriétés graphiques qui sont réglées au plan théorique par des propriétés géométriques.

Cependant, très tôt, la figure matérielle peut représenter une infinité de figures qui ont les mêmes propriétés, par exemple un rectangle, un triangle… On en voit l'illustration dans la contribution de F. Emprin à la conférence à quatre voix ouvrant ce colloque.

En revanche, nous ne parlerons de figure que pour des tracés, que ce soit sur papier ou écran d'ordinateur et pas pour des assemblages d'objets matériels qu'on peut déplacer comme les puzzles. Nous distinguerons éventuellement figure simple, celle qu'on pourrait obtenir en faisant le tour d'un gabarit et figure composée, une figure qui, pour la reproduire, nécessiterait le contour de plusieurs gabarits juxtaposés ou superposés.

[18] Nous avons reproduit cet exemple dans Perrin-Glorian et al. (2013)

Les figures peuvent être tracées à main levée ou avec des instruments en entendant instrument en un sens très large : les gabarits, pochoir, papier calque sont des instruments, un logiciel de géométrie aussi. Le support peut être un écran ou du papier uni, quadrillé, pointé, mais dans le présent texte, nous ne nous intéresserons qu'à du papier uni.

2 Porter un regard géométrique sur les figures

Les figures de géométrie tracées sur du papier (uni ou quadrillé notamment) peuvent être regardées comme des dessins mais faire de la géométrie, même à un niveau très élémentaire (par exemple pour les reproduire ou les décrire avec le vocabulaire de la géométrie), demande de porter sur ces figures un regard différent de celui qu'on porte ordinairement sur des dessins et en particulier d'identifier des surfaces, des lignes et des points qui composent cette figure en même temps que les relations qui les lient, visuellement et conceptuellement.

2.1 Différents regards sur une figure

Nous allons essayer de préciser ce que nous entendons par regard géométrique sur les figures en distinguant d'abord différentes visions qu'on peut avoir de la figure comme assemblage de surfaces ou de lignes ou comme ensemble de points dont certains suffisent pour la définir.

Vision « surfaces » de la figure

La vision « surfaces » d'une figure est celle qu'on porte sur un puzzle, c'est-à-dire un assemblage de figures simples. On peut toutefois distinguer les puzzles par juxtaposition où les figures simples juxtaposées sans chevauchement et les puzzles par superposition où les figures simples peuvent se chevaucher. Des caractéristiques matérielles techniques comme le coloriage, des traits pleins ou pointillés, peuvent influer sur l'identification des figures simples qui composent la figure et inciter à voir la superposition plutôt que la juxtaposition ou l'inverse (voir Duval et Godin, 2006).

Par exemple, une figure simple non convexe comme celle de la figure 1, peut être vue, par exemple pour la reproduire, comme une juxtaposition de diverses figures simples (figures 2, 3, 4) ou comme une superposition de figures simples (figure 5, 6).

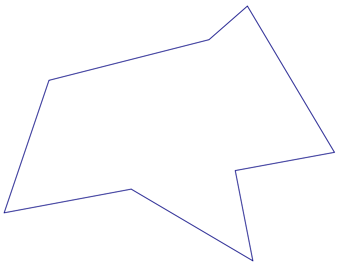


Figure 16

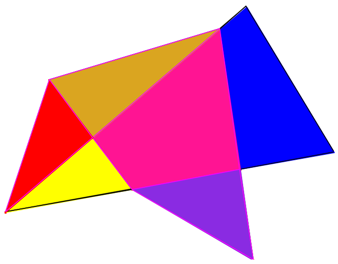


Figure 17

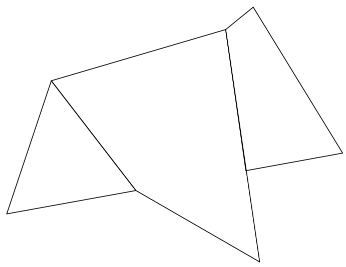


Figure 18

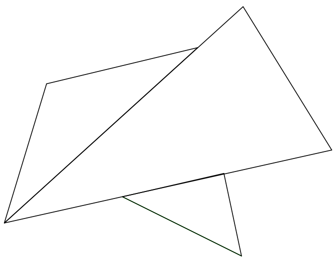


Figure 19

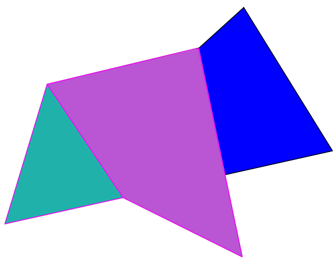


Figure 20

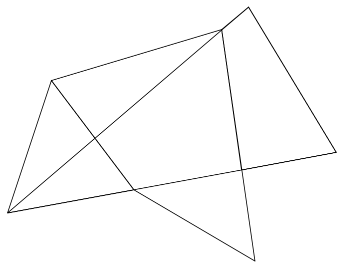


Figure 21

Dans une *vision surfaces* de la figure, les lignes sont des bords de surfaces (elles ne se prolongent pas, par exemple), les points sont des sommets de surfaces ou des intersections de bords (dans le cas de la superposition) ; ils ne permettent pas d'engendrer de nouvelles lignes.

Vision « lignes » de la figure

Dans une *vision lignes,* la figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments : la règle pour les droites et les segments, le compas pour les cercles ou les arcs de cercles.

Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes. On peut prolonger des segments (imaginer la droite support d'un segment), tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points qu'on a déjà mais on ne cherche pas à définir une droite nouvelle pour obtenir de nouveaux points ni à obtenir un point nouveau pour définir une ligne nouvelle.

A partir de la figure précédente, on peut envisager une figure « lignes » (figure 7) obtenue en prolongeant tous les côtés et en gardant tous les sommets. On a ainsi tous les supports des bords de la figure « surfaces » et ainsi, à partir de ces lignes, on peut reconstituer les surfaces précédentes.

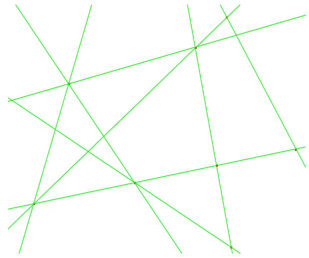


Figure 22

Vision « points » de la figure

Dans la *vision points* de la figure, les points s'obtiennent par intersection de deux lignes (droites ou cercles, pour les niveaux qui nous intéressent) qu'on peut tracer avec des instruments ou définir par des propriétés et les points déterminent des lignes :

- il faut deux points pour déterminer une droite, une demi-droite ou un segment ;

- il faut deux points pour déterminer un cercle (le centre et un point du cercle) ou un point et une longueur

La figure « lignes » précédente est déterminée par sept des huit sommets : le point encerclé peut s'obtenir par intersection de deux lignes de la figure obtenues à partir des autres points.

Deux points quelconques déterminent une droite mais sur la figure il y a des (trois) alignements de trois points ou plus.

A partir de ces points, on peut reconstituer toutes les lignes et toutes les surfaces des figures précédentes.

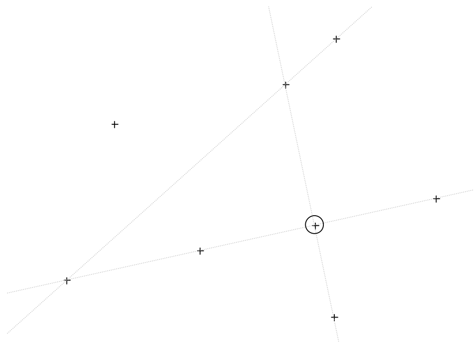


Figure 23

L'exemple de la roue de voiture donné par Sophie Soury Lavergne dans la conférence à quatre voix nous montre que la vision de la roue comme un disque de même taille que l'autre roue dont le centre est au milieu du garde-boue est sollicitée immédiatement et reste un moyen de contrôle disponible pour tous mais qu'il est beaucoup plus difficile de voir que, pour que la roue reste attachée à la voiture sans se déformer, il faut attacher à la voiture deux points qui permettent de définir le tracé du cercle avec les instruments (le centre et un point ou les extrémités d'un diamètre). Il faut définir de nouveaux points à partir d'éléments graphiques dont on dispose, c'est-à-dire solliciter une vision points de la figure.

Dans une vision points aboutie, la figure devient un ensemble de points ainsi que toutes ses parties ; cependant, la vision points commence à exister bien avant : dès qu'on est capable de faire apparaître des points dont on a besoin, par exemple pour tracer, à partir d'autres éléments graphiques dont on dispose.

2.2 Articuler plusieurs regards sur la figure dans une démonstration

Dans une démonstration de géométrie, il est en général nécessaire d'articuler les trois visions de la figure que nous venons d'identifier avec le langage géométrique qui permet d'une part de décrire la figure et d'autre part d'énoncer les définitions et théorèmes. La flexibilité entre ces trois visions contribue à l'appréhension opératoire de la figure au sens de Duval (1994). Nous allons l'illustrer par un exemple emprunté à Robotti (2008) et déjà utilisé dans Perrin-Glorian et al. (2013).

Il s'agit de résoudre le problème suivant :

> Soit C un cercle de centre O et de diamètre [AB] et un point D sur ce cercle, tel que AD = AO.
>
> La perpendiculaire à (DO) passant par A recoupe le cercle C au point E.
>
> Montrer que le quadrilatère ADEO est un losange.

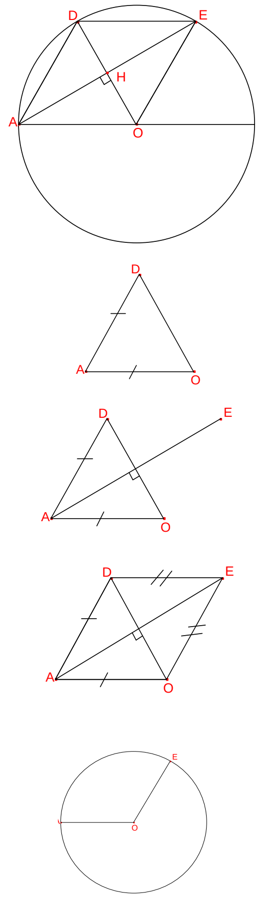


Figure 24

Examinons une des démonstrations possibles, en indiquant en italiques les changements de regard sur la figure qu'elle suppose et en soulignant les savoirs (définitions et théorèmes) qu'elle mobilise :

AD=AO donc A est sur la médiatrice de [DO].

Isolement du triangle isocèle ADO comme sous-figure (associer un triangle aux trois points A, D, O et identifier l'égalité des côtés par un codage) et <u>mobilisation d'une des définitions de la médiatrice</u>.

Il existe une seule perpendiculaire à [DO] passant par A donc (AE) est la médiatrice de [DO].

Sous figure : segment DO triangle ADO et segment [AE] perpendiculaire à [DO]. <u>Mobilisation d'un axiome et de l'autre définition de la médiatrice.</u>

E est sur la médiatrice de [DO] donc DE = EO

Voir les deux autres côtés du quadrilatère ADEO comme joignant un point de la médiatrice aux extrémités du segment. <u>Mobilisation à nouveau de la définition de la médiatrice en termes d'équidistance, mais dans l'autre sens.</u>

Mais [OA] et [OE] sont des rayons du même cercle donc OA = OE.

Isoler le cercle et ses rayons. <u>Définition du cercle comme ensemble de points équidistants du centre.</u>

Finalement AD = AO = OE = ED

Relier les deux points de vue et la <u>transitivité de l'égalité</u> pour conclure en utilisant la <u>caractérisation du losange par l'égalité des quatre côtés</u>.

Au long de la démonstration il faut voir la figure comme assemblage de plusieurs figures superposées (triangle, segment, losange, cercle). Le recours aux théorèmes ou définitions nécessaires accompagne ces changements de regard sur la figure et demande de plus de voir les points comme appartenant à des droites ou des cercles donc d'articuler avec le langage une vision de la figure comme surfaces superposées à une vision en termes de lignes et points.

2.3 Grandeurs et mesures en géométrie

D'un point de vue étymologique, le mot « géométrie » signifie mesure de la terre cependant la géométrie, c'est justement l'art de déterminer des mesures sans avoir besoin de les effectuer avec un instrument. On raisonne sur des figures qui ne sont pas à la taille réelle sans avoir besoin de connaître l'échelle. Ce qui est en jeu en général ce sont des rapports de grandeurs.

On peut opérer sur les grandeurs et les relations entre grandeurs sans passer par les nombres. C'est la notion de grandeur qui est essentielle dans la géométrie euclidienne plus que la mesure. On a des nombres quand on a fixé des unités. Même quand il s'agit de déterminer la mesure d'une grandeur, le passage aux valeurs numériques peut ne se faire qu'en fin de parcours, comme en algèbre.

Les grandeurs concernées sont les longueurs, les angles, les aires et les volumes mais nous nous limiterons ici aux longueurs. Notre choix pour construire les notions géométriques est ne pas utiliser les mesures, c'est-à-dire les nombres autres que les entiers, mais le report des grandeurs continues, en particulier le report de longueurs.

III. COMMENT APPRENDRE À PORTER UN REGARD GÉOMÉTRIQUE SUR LES FIGURES ?

1 Reproduire une figure avec des instruments : étude d'un exemple

Intéressons-nous à une activité essentielle pour entrer dans une problématique géométrique et couramment pratiquée à l'école primaire : la reproduction de figures et examinons sur un exemple les différents moyens qu'on peut imaginer pour reproduire une figure. Considérons la figure ci-dessous (figure 10).

A la maternelle, on peut la reproduire comme un puzzle avec les trois gabarits (figure 11). Cela demande de faire coïncider des bords de même longueur et/ou de repérer des angles qui s'emboîtent. Pour tracer, il faut faire le contour des gabarits en déplaçant la main qui tient le gabarit pour ne pas faire de bosses et en faisant coïncider exactement le bord d'un gabarit avec un trait déjà tracé.

En cycle 2 (GS ou CP), on peut rendre la tâche problématique en ne donnant pas tous les gabarits ou en donnant des gabarits déchirés (figure 12). Avec le cadre et un gabarit bien choisi (un des quadrilatères), il restera un segment à tracer en joignant deux sommets (figure 13). Avec deux gabarits bien choisis on peut aussi reconstituer la figure en complétant par un segment. On trace de nouvelles lignes à partir d'éléments déjà tracés, signe du passage à une vision lignes.

Au cycle 3, on peut reproduire la figure à partir du grand gabarit (pentagone) avec un report de longueur (figure 14) voire pas du tout (figure 15), en s'autorisant à écrire sur le gabarit et après avoir repéré des alignements sur le modèle. Cette fois, pour terminer la figure, il faut déterminer des points à partir d'éléments déjà tracés.

On peut faire le même travail sans gabarit, en travaillant uniquement avec des tracés et les instruments classiques en donnant une amorce de la figure à reproduire. Par exemple, avec l'amorce de la figure 16, il manque deux segments à déterminer par un point. On peut chercher des lignes de

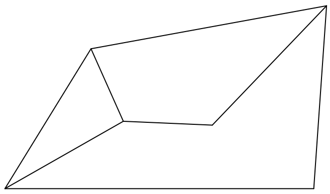


Figure 25

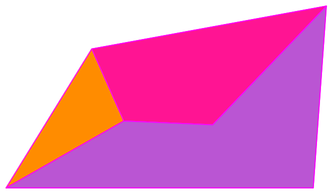


Figure 26

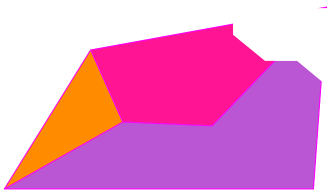


Figure 27

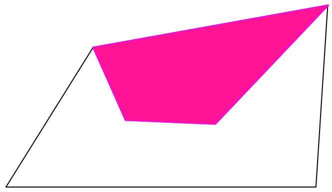


Figure 28

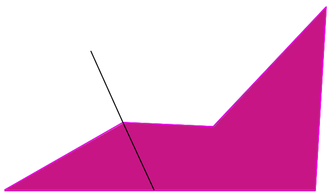


Figure 29

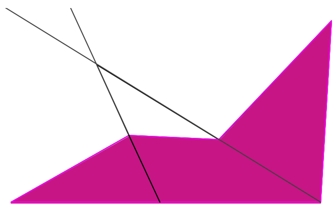


Figure 30

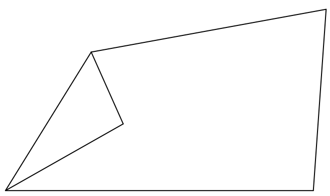


Figure 31

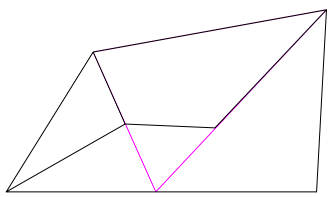


Figure 32

construction de la figure sur le modèle et trouver la direction d'un segment manquant sur lequel se trouve ce point (figure 17), ce qui permet de compléter un peu l'amorce (figure 18).

Il manque une deuxième ligne pour trouver le point (un point s'obtient par l'intersection de deux lignes). On peut la trouver sur le modèle (figure 19) puis la reporter sur la figure à compléter (figure 20).

Reste à tracer le dernier segment (figure 21) et à gommer des lignes de construction

Si on n'a pas d'amorce, on peut se débrouiller pour reporter des directions avec des gabarits d'angles ou même un simple papier sur lequel on peut écrire (figure 22).

En reportant 4 directions et 5 longueurs on a tous les points. Avec 4 directions et 4 longueurs (figure 23), on se ramène facilement au problème précédent. Peut-on faire mieux ?

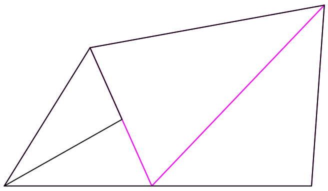


Figure 33

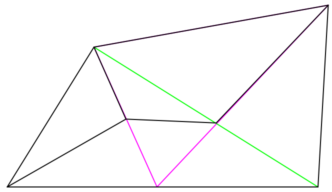


Figure 34

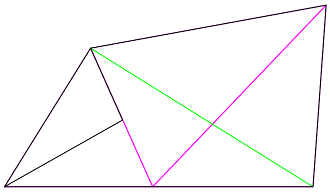


Figure 35

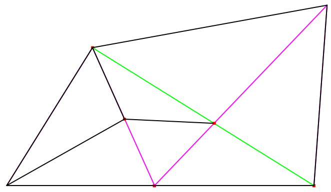


Figure 36

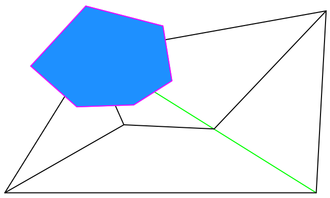


Figure 37

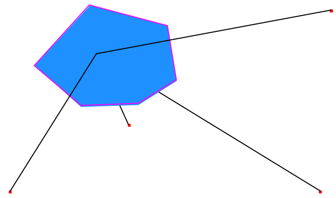


Figure 38

2 Une variable didactique essentielle : les instruments à disposition

L'élargissement de la notion de reproduction de figure que nous venons de faire dans l'exemple précédent amène à considérer les instruments à disposition comme une variable didactique essentielle pour faire évoluer le regard sur les figures. Il nous montre aussi que, si nous voulons réfléchir aux liens entre la conceptualisation en géométrie et l'usage des instruments de tracé, il ne faut pas limiter notre réflexion aux instruments usuels et considérer les instruments en relation avec le regard que l'on porte sur la figure, et donc en relation avec la dimension maximale des informations sur la figure qu'ils peuvent transporter (D1 ou D2, cf. Duval & Godin, 2006 et Offre, Perrin-Glorian & Verbaere, 2006). En effet, les instruments de géométrie (au sens large) peuvent transporter des propriétés graphiques des figures, soit directement en transportant une partie D2 (surface) de la figure, soit par l'intermédiaire de tracés D1, en relation avec des propriétés géométriques (alignement, direction, grandeurs). Outre les instruments qui permettent de tracer, il faudrait s'intéresser aussi au matériel complémentaire mais essentiel comme les ciseaux ou la gomme ainsi qu'aux supports, notamment papier uni ou quadrillé mais nous ne le ferons pas ici.

Les instruments D2

Les gabarits et pochoirs permettent de transporter toute l'information sur une figure simple ou sur une figure composée d'un assemblage de figures simples. Il en est de même du papier calque. De plus, on peut prendre en compte l'orientation et le déplacement d'une figure plane dans l'espace en utilisant pour les gabarits et pochoirs du papier biface (recto et verso de couleurs différentes) et en écrivant un mot sur le papier calque, ce qui permet aussi de distinguer le recto du verso.

On peut limiter l'information que peuvent transporter ces instruments en utilisant des gabarits déchirés, des pochoirs déchirés, du papier calque trop petit… Il devient alors nécessaire au moins de prolonger des segments, rechercher des alignements, c'est-à-dire de l'information D1.

Le report de longueurs

Par report de longueurs, nous entendons le report d'une longueur à partir d'un point sur une droite déjà tracée. Il peut se faire avec une règle « informable », c'est-à-dire une règle sur laquelle on peut écrire, par exemple une bande de carton fort (figure 24) ; si elle est assez large, une telle règle permet aussi de reporter des informations D2 (par exemple, angle comme inclinaison de 2 segments, figure 25).

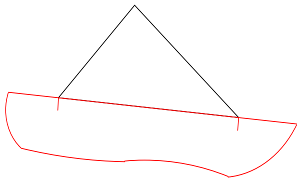


Figure 39

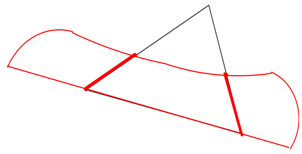


Figure 40

Si on n'a pas de droite support, le report d'une longueur à partir d'un point avec un compas ou une ficelle permet de tracer un cercle. C'est l'intersection de deux cercles ou l'intersection d'une droite et d'un cercle qui permet alors de déterminer un point. Le compas à pointes sèches permet, comme la bande de papier de reporter des longueurs sur une droite déjà tracée.

Les instruments usuels

Les instruments classiques ont plusieurs fonctions dont certaines sont compatibles avec une vision surfaces des figures et d'autres nécessitent au moins une vision lignes. Par exemple :

- la règle (non graduée) permet de tracer des droites, de vérifier des alignements ; quand il s'agit de joindre des points déjà tracés une vision de la figure comme assemblage de surfaces peut suffire si le segment à tracer peut être vu comme un bord de surface ; en revanche dès qu'il faut prolonger des segments hors de l'enveloppe convexe de la figure à obtenir ou qu'il faut faire intervenir des segments qui ne sont pas des bords de surfaces déjà tracées (par exemple les diagonales), il faut voir la figure comme assemblage de lignes.

- le compas permet de tracer des cercles quand on dispose d'un point et d'une longueur (le rayon) ou d'un couple de deux points ; il permet aussi de reporter des longueurs sur une droite déjà tracée. Remarquons au passage qu'un arc de cercle est une ligne mais que cette ligne contient des informations D2 (un segment voire un secteur circulaire en restituant le centre moyennant des connaissances sur les moyens d'obtenir des points à égale distance de deux points donnés (médiatrice d'un segment) ; un compas permet donc de reporter un angle par la construction d'un triangle et de construire un angle droit. Ces usages nécessitent une vision points de la figure.

- l'équerre est un gabarit d'angle droit : en ce sens, elle est compatible avec une vision de la figure comme assemblage de surfaces (c'est le coin d'un carré ou d'un rectangle). Cependant elle a des bords droits et contient donc aussi deux règles qui permettent de mettre en relation deux droites (perpendiculaires). La notion de perpendicularité est une relation entre deux objets D1 (vision lignes au moins) alors que la notion d'angle droit est une propriété d'un objet D2 (vision surfaces).

3 La restauration (réparation) de figures

Nous avons recherché des situations qui permettent de travailler le regard que les élèves portent sur une figure pour les aider à articuler le regard naturel de la figure comme surfaces juxtaposées ou superposées à un regard en termes de lignes et de points qui permettent de construire la figure et nous avons étudié un type de situation que nous avons appelé restauration de figures (voir Keskessa, Perrin-Glorian & Delplace, 2007 ou Godin & Perrin-Glorian, 2009) [19] qui permet une approche de la reproduction de figures sans mesure et amène à faire évoluer le regard sur la figure en jouant sur les variables didactiques. Une restauration de figure est une reproduction de figure mais avec des contraintes particulières :

- Une figure modèle est donnée (en vraie grandeur ou non) ;

- Une partie de la figure à obtenir (que nous appelons amorce) est donnée soit par son tracé, soit par un instrument qui permet de reporter des informations D2 de la figure initiale mais sans donner toute l'information ;

[19] Sur la restauration de figures voir aussi le site géré par Marc Godin www.aider-ses-eleves.com

- On dispose d'instruments variés qui ont un coût d'utilisation ;

- On vérifie le résultat obtenu à l'aide d'un transparent portant la figure modèle.

Le milieu au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) contient pour chaque élève la figure modèle sur papier (on peut écrire sur le modèle), l'amorce sur une autre feuille, les instruments et leur coût ; quelques exemplaires de la figure modèle sur transparent pour vérifier quand on pense avoir terminé.

Les variables (didactiques) à fixer en fonction des objectifs précis sont principalement le modèle et ses propriétés géométriques, l'amorce, les instruments à disposition et leur coût. Tous les instruments utiles sont laissés à disposition pour que les élèves puissent réussir avec leurs connaissances anciennes (dévolution du problème) mais le coût sur les instruments les incite à chercher de nouvelles procédures les amenant à construire des connaissances nouvelles.

Avec la figure de l'exemple précédent (figure 10) et l'amorce de la figure 16, si on vise les connaissances suivantes :

- pour tracer un segment, il faut connaître ses deux extrémités,

- un point s'obtient par l'intersection de deux lignes,

on peut, par exemple avec des CM2 qui savent reproduire des triangles avec une équerre, donner la règle (non graduée), le compas, l'équerre, un instrument de report de longueur avec les coûts suivants : règle 0, report de longueur 2, équerre 10, compas 6. On peut construire le point manquant pour terminer la figure comme sommet d'un triangle (A ou B sur la figure 26) en ajoutant un segment à la figure donnée et en utilisant une équerre et trois reports de longueur ou deux fois le compas. Cette construction de triangle risque de faire apparaître une des diagonales du cadre et de faire ainsi apparaître des alignements non perçus au premier abord.

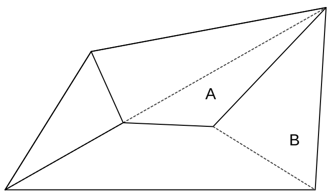


Figure 41

4 Articulation langage, gestes et concepts géométriques

Dans l'enseignement de la géométrie en classe, le langage intervient à double titre : comme moyen de l'activité mathématique et comme moyen de l'activité didactique. De plus, particulièrement en géométrie en primaire voire au début du collège, souvent, le discours accompagne des actions sur des objets matériels (y compris les tracés sur des figures) et s'accompagne de gestes. Ces discours et ces gestes sont ce que Bosch et Chevallard (1999) appellent des ostensifs et sont en relation avec des non ostensifs (concepts géométriques notamment mais pas seulement) qui les gouvernent. Nous faisons l'hypothèse que l'articulation fine entre ostensifs et non ostensifs géométriques est à la fois un moyen et un signe de l'apprentissage.

Dans l'activité géométrique

Dans son étude de la langue mathématique, Colette Laborde (1982) montrait l'intrication de la langue naturelle avec du vocabulaire et des symboles mathématiques, des mots courants utilisés dans un sens spécifique, une syntaxe particulière. Cependant, les termes même de langue géométrique peuvent s'entendre à plusieurs niveaux : par exemple un rectangle peut être entendu comme un concept dans un cadre théorique ou comme la description d'un objet matériel familier.

De plus, quand l'activité géométrique met en jeu des objets matériels ou des figures, le langage mêle à la langue géométrique des termes de la langue courante qui servent à décrire les actions sur ces objets matériels ou figures qui peuvent être modélisées par des concepts géométriques : par exemple, à propos de symétrie orthogonale, on parlera de « plier sur une droite », de « faire coïncider » ou « superposer » deux parties de la figure ou deux segments ou deux points. Ces mots sont importants pour faire vivre les concepts géométriques dans des actions concrètes qui les mettent en jeu, ce que nous appellerons l'action géométrique sur du matériel. Ainsi, pour invalider le fait qu'un parallélogramme ait un axe de symétrie, comme le pensent beaucoup d'élèves de CM2 et de 6ème, il est important de préciser quelles parties on veut superposer : on ne peut superposer que des segments de même longueur mais, dès qu'on fait coïncider deux sommets, le pliage est déterminé (il suffit d'appuyer sur le papier pour s'en rendre compte, ce que l'on pourra associer à la notion de médiatrice en sixième) et les côtés parallèles ne peuvent pas coïncider. Les côtés adjacents ne peuvent se superposer que s'ils ont la même longueur donc quand on a un losange. On a ainsi une preuve pragmatique qu'un parallélogramme non losange n'a pas d'axe de symétrie. Sinon, en constatant qu'un pliage ne convient pas (les élèves essaient en général les médianes ou les diagonales), rien ne permet de dire qu'il n'en existe pas un autre qui conviendrait.

Dans l'activité didactique

Nous faisons l'hypothèse qu'il est important que l'enseignant formule et encourage les élèves à formuler avec précision les manipulations sur le matériel (ou tracés sur la figure) pour faire le lien entre ces manipulations et les propriétés géométriques mises en jeu. Cela peut se faire en utilisant (et encourageant les élèves à utiliser), au cours de la reprise de ces manipulations en phase collective, le vocabulaire géométrique enrichi du vocabulaire pour l'action géométrique sur le matériel et les figures auquel il convient de donner aussi un statut pour qu'il puisse être utilisé de façon pertinente dans d'autres situations.

Un autre aspect de l'intervention du langage est celui du rapport oral/écrit. Ainsi, on peut penser que l'écriture au tableau joue un rôle important dans la structuration de la pensée collective des élèves, dans la création de repères, de balises qu'ils pourront utiliser par la suite. Les mots nécessaires à décrire avec précision l'action géométrique comme « superposer » ou « coïncider » nous semblent avoir toute leur place pour créer ces balises à côté du vocabulaire géométrique lui-même.

IV. QUELLES POSSIBILITÉS DE DÉVELOPPEMENT PROFESSIONNEL POUR LES ENSEIGNANTS ?

1 Améliorer la diffusion de situations dans l'enseignement ordinaire

1.1 Des situations qui impactent peu les pratiques

Les diverses expérimentations réalisées dans les écoles au cours de ces dernières années montrent que les situations produites par la recherche sont bien accueillies par les enseignants (qui voient là l'opportunité de proposer à leurs élèves des problèmes de géométrie) mais leur utilisation reste ponctuelle et ne suffit pas à impacter durablement les pratiques de ces enseignants. Suite à ce constat, les membres du groupe ont souhaité étudier les moyens à mettre en œuvre pour améliorer la diffusion dans l'enseignement ordinaire des situations produites.

Pour favoriser cette étude, le groupe a souhaité aborder un thème du programme, la symétrie orthogonale, et prévoir un accompagnement pour les enseignants sous la forme d'une ressource numérique composée de plusieurs fichiers organisés selon une arborescence autorisant différents parcours possibles entre exemples de situations pour la classe et textes présentant des apports théoriques. Le but ainsi poursuivi était de permettre à chaque enseignant de découvrir la ressource en fonction de ses besoins en choisissant entre différents parcours et niveaux de lecture possibles.

Toutefois, les nouvelles observations réalisées auprès de plusieurs enseignants ayant utilisé la ressource ainsi conçue ont révélé des différences interpersonnelles importantes dans leur appropriation des situations proposées, ce qui nous a incitée à interroger davantage les moyens susceptibles d'aider les enseignants à s'emparer des situations proposées et en reprenant le thème de la reproduction de figures (Mangiante-Orsola C., Mathé A.C., 2011).

1.2 S'approprier les situations produites par la recherche

L'étude du processus d'appropriation de situations pour la classe est une question récurrente dès lors que l'on s'intéresse à l'utilisation au quotidien par les enseignants des ressources à leur disposition. Depuis notre travail de thèse (Mangiante-Orsola, 2007), nous cherchons à appréhender cet aspect du travail enseignant en nous efforçant d'élucider l'origine des écarts créés entre le projet présenté via la ressource utilisée et la séance effectivement mise en œuvre. Afin de contribuer au travail du groupe de recherche à avancer sur la question de la diffusion des situations déjà conçues, nous avons décidé de poursuivre notre étude de ce processus dans le contexte des recherches menées dans le Nord Pas de Calais à propos de l'enseignement de la géométrie.

Les questions posées par le groupe relatives à la conception de situations adaptées à l'enseignement ordinaire, nous renvoient à l'analyse de l'activité pour la conception développée en psychologie ergonomique. Considérant l'acte de conception pour l'amélioration de situations de travail, Beguin et Cerf distinguent trois postures que l'ergonome peut adopter pour analyser l'activité pour la conception. Ces trois postures se réfèrent à trois principes différents.

« Le premier pose la nécessité d'une anticipation de l'activité, et affirme que cette anticipation devrait être partie intégrante des stratégies de conception. Le second postule que l'activité en situation permet de rendre les situations conçues plus efficaces, et préconise une plasticité des systèmes techniques ou des organisations. Le troisième principe appréhende la conception comme un processus développemental, où caractéristiques des situations et activités de travail évoluent dialectiquement durant la conduite du projet. » (Béguin, P., & Cerf, M., 2004)[20]

Adoptant cette troisième posture, nous faisons le choix d'étudier le processus d'appropriation via un dispositif de travail articulant formation continue et production de ressources. Nous faisons en effet l'hypothèse qu'un tel dispositif constitue un moyen d'accès privilégié aux difficultés rencontrées par les enseignants au niveau de l'appropriation des situations présentées et plus généralement de la démarche proposée par le groupe de recherche.

Lorsque des personnes aux statuts différents travaillent ensemble à l'élaboration d'un projet commun, des points de vue différents associés à des connaissances différentes sont mis en présence. Pour conceptualiser ce processus dialogique entre formateurs[21] et enseignants, nous utiliserons le concept de monde tel qu'il est développé dans le travail de Beguin qui lui-même emprunte ce concept à Prieto[22] pour analyser ce qui se joue à l'interface entre concepteurs et opérateurs. Selon Prieto, c'est *« à son adéquation, non pas à l'objet, mais au point de vue dont dépend sa pertinence que se mesure la vérité d'un concept »* (p. 29). Beguin et Cerf analysent le travail de conception basé sur cette perspective dialogique comme la construction d'un monde commun, lieu d'échanges et d'apprentissages mutuels au sein duquel de nouvelles propositions émergent peu à peu : « la nouveauté résulte de l'inscription du résultat du travail de l'un dans l'activité de l'autre ». Notre intention est d'étudier le dispositif de formation, étape par étape, pour y repérer des moments de confrontation (que nous définissons comme des moments où le travail des uns peine à être validé dans le monde des autres). Dans cette conférence, nous présentons quelques exemples de décalages entre le point de vue des formateurs et chercheurs et celui des enseignantes pour ensuite en dégager des pistes possibles pour la formation et la production de ressources[23].

2 Étude d'un dispositif de formation

2.1 Présentation générale

Le dispositif de formation étudié a été conçu à la demande d'un IEN associé à la recherche souhaitant redynamiser l'enseignement de la géométrie dans les écoles de sa circonscription. Des séances d'une demi-journée réparties tout au long de l'année scolaire permettant d'alterner formation continue et

[20] Selon Beguin et Cerf, il n'y a ni rupture entre les trois principes, ni progression d'un principe vers un autre. Il ne s'agit donc pas de principes s'excluant mutuellement.

[21] Il convient de préciser ici que nous avons participé en tant que formatrice à la conception et à la mise en œuvre du dispositif de travail avec l'aide de l'équipe de circonscription et que nous distinguerons nos analyses en tant que formatrice (lorsque nous parlerons « des formateurs ») de celles en tant que chercheur.

[22] Prieto, L. J. (1975). *Pertinence et pratique Essai de sémiologie.* Paris : Editions de Minuit

[23] Nous ne distinguerons pas le point de vue des formateurs de celui des chercheurs car ce dispositif présente la caractéristique de s'appuyer directement sur le travail de recherche menées à l'IUFM Nord Pas de Calais. Les résultats de ces travaux de recherche constituent donc un arrière-plan permanent aux interventions des formateurs.

expérimentations en classe avec pour objectif la production de ressources à mutualiser ont été prévues. A l'issue du travail, les enseignants ont participé à un « forum des pratiques » destiné à présenter leur travail aux autres enseignants de la circonscription et mettront en ligne les ressources produites. Les enseignantes participant au projet, toutes volontaires, ont été informées des objectifs visés et des modalités d'organisation. L'équipe de circonscription est associée et impliquée dans le travail de conception et de mise en œuvre du projet. Avant la toute première séance, les conseillers pédagogiques sont allés à la rencontre des enseignantes pour présenter le projet et ses objectifs, mener avec chacune un entretien et filmer une séance de façon à recueillir des informations précieuses sur leurs pratiques à propos de l'enseignement de la géométrie.

2.2 Initier le travail

Sur proposition des conseillers pédagogiques, un premier document est remis aux enseignantes avant la toute première séance de travail. Celui-ci présente de manière succincte sept situations de reproduction de figures que les enseignantes sont invitées à tester dans leur classe.

Ces situations diffèrent de celles souvent présentes dans les manuels par les instruments mis à disposition (y compris des gabarits). Dans la première situation, pour reproduire la figure modèle (figure 27), les enfants doivent juxtaposer des formes découpées (*vision surface*, assemblages par juxtaposition). Dans la deuxième situation, le choix des formes disponibles contraint les élèves à procéder par superposition (*vision surface*, assemblages par superposition).

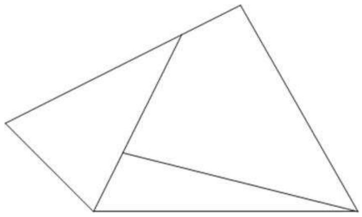


Figure 42

Puis, dans la troisième, le découpage leur est interdit et c'est par tracé des contours des formes que les élèves doivent reproduire la figure modèle (*vision contour*). Enfin, dans les séances suivantes, les élèves sont amenés à utiliser des gabarits de plus en plus grignotés, ce qui permet de les accompagner peu à peu vers l'utilisation d'instruments plus proches des instruments usuels (par exemple, dans la dernière situation, ils ont à leur disposition une règle informable et un gabarit d'angle droit). La seule demande faite aux enseignantes via ce document est de tester une ou plusieurs de ces situations et d'observer les procédures de leurs élèves.

En fournissant ces exemples de situations à tester en classe, les formateurs souhaitent pouvoir initier plus rapidement et plus efficacement le travail de production de ressources au sein du groupe. Pour inciter les enseignantes à questionner leurs pratiques sans pour autant trop les remettre en question, les formateurs font le choix de présenter des situations proches de pratiques usuelles (les tâches de reproduction de figures sont mentionnées dans les programmes) mais néanmoins nouvelles par certains aspects (notamment le choix des instruments mis à disposition). De plus, ils souhaitent illustrer à travers cette liste de situations une progression possible du cycle 2 au cycle 3. Dans ce but, pour mettre en évidence les variables didactiques sur lesquelles jouer (le choix des instruments, les contraintes de la tâche…etc…) une seule et même figure est choisie pour figure modèle. Enfin, les indications à propos de la mise en œuvre de ces situations sont volontairement succinctes. En effet, se méfiant des situations clés en main qui enferment les enseignants dans un déroulement trop précis, les formateurs préfèrent leur laisser la possibilité de modifier les situations proposées pour mieux les adapter à leurs besoins, au niveau de leurs élèves, à leurs pratiques…etc… Implicitement, ils font l'hypothèse que laisser une certaine marge de manœuvre facilite l'appropriation des situations par les enseignants. Il faut de plus souligner que le caractère répétitif des situations (même figure, même tâche) renforce l'aspect un peu dépouillé de la présentation de ces situations.

2.3 Réactions des enseignantes au document mis à disposition

Au cours de la première séance de travail, les enseignantes, sollicitées par les formateurs pour rendre compte des expérimentations menées en classe, font immédiatement part d'un certain nombre de réserves et de questions à propos du matériel utilisé. Les formateurs commentent alors la présentation des séances en précisant que certains éléments pouvaient être modifiés (nature du papier, couleurs, formes, organisation du travail, nombre de séances…) et encouragent vivement les enseignantes à le faire lors des prochaines expérimentations. Ils reviennent ensuite sur la progression qui sous-tend la liste des situations proposées en la mettant en lien avec les enjeux de l'enseignement de la géométrie et notamment en montrant en quoi le jeu sur les instruments permet de mieux accompagner les élèves vers un changement de regard sur les figures. Suite à ce travail, bien des difficultés et des inquiétudes exprimées par les enseignantes sont dépassées[24].

Ainsi, le document distribué à propos de la reproduction de figures avec jeu sur les instruments a donné lieu à un premier moment de confrontation entre des points de vue différents. Notre analyse du processus dialogique qui s'installe dans ces premiers échanges entre formateurs et enseignantes montre que laisser une marge de manœuvre aux enseignantes ne suffit pas et nous identifions plusieurs origines possibles à ce décalage. Tout d'abord, les enseignantes ne se sentent pas autorisées à modifier les situations proposées ou n'osent pas prendre le risque de le faire lors d'une première expérimentation.[25] Ensuite, elles ont besoin de cerner cette marge de manœuvre. Or, identifier les éléments pouvant être modifiés sans pour autant dénaturer la situation nécessite certaines connaissances à propos des enjeux visés en termes d'apprentissages mais aussi une compréhension suffisante du rôle des instruments, de la progression choisie…etc. Par conséquent, là où les formateurs cherchent à mettre en évidence l'apport d'un jeu sur les instruments en laissant le soin aux enseignantes d'adapter les situations, celles-ci cherchent à adapter ces situations en réglant des problèmes matériels sans trop savoir si elles peuvent s'autoriser à le faire.

Néanmoins, il faut souligner que cette mise en tension entre les deux points de vue est rapidement dépassée et que c'est précisément les échanges suscités qui permettent aux formateurs de proposer des apports en termes de savoirs pour l'enseignant. Ils peuvent à cette occasion expliquer en quoi jouer sur les instruments permet d'accompagner le changement de regard sur les figures et surtout préciser l'articulation entre le choix des instruments, les procédures attendues des élèves et le type de regard porté sur la figure (analyse en termes de surfaces ? de contours ? de lignes ? de points ?).

D'autres questions émergent dès la première séance. Malgré le choix de situations peu éloignées de pratiques existantes par la nature de la tâche attendue des élèves (reproduire une figure), les enseignantes questionnent l'existence de liens entre les propositions des formateurs et les programmes. « Où les placer dans ma progression ? Dans quel chapitre ? C'est où dans les programmes ? ». Les formateurs tentent alors d'apporter des précisions en interrogeant les enseignantes à propos de leurs progressions mais ils sont rapidement confrontés à certaines difficultés.

Certaines enseignantes (et notamment celles de cycle 3) perçoivent l'objectif des situations mais peu convaincues par la pertinence de nos choix, elles ne perçoivent pas en quoi les situations proposées peuvent développer les compétences figurant dans les programmes. « Pourquoi ne pas utiliser les instruments usuels puisque c'est ce qui est demandé au collège ? », demandent-elles.

D'autres, plus réceptives aux propositions, ne sont toutefois pas plus à l'aise lorsqu'il s'agit d'identifier dans leurs pratiques ce qui peut être utilisé pour accompagner les élèves dans un changement de regard sur les figures. Mme S utilise depuis plusieurs années des « équerres grignotées » mais ne peut expliciter en quoi cela peut être intéressant. Ses réponses quoique un peu évasives complétées par une séance filmée dans sa classe avant le début de la formation, nous permettent toutefois d'avancer une hypothèse sur cette absence de lien. Elle utilise les règles grignotées uniquement dans la séquence « droites parallèles, droites perpendiculaires » d'où peut-être la difficulté pour elle de rapprocher l'utilisation de ce matériel avec sa séquence sur la reproduction de figures.

Les enseignantes de cycle 2 sont moins insistantes vis-à-vis des programmes, elles cherchent surtout à associer les propositions des formateurs à un type de matériel présent en classe. Par exemple, lorsque l'une d'entre elle suggère d'utiliser les pièces du Tangram, cela apporte un réel soulagement au sein du

[24] Du moins dans l'immédiat car de nouvelles difficultés apparaîtront plus tard.

[25] Le document indiquait pourtant que les situations pouvaient être modifiées en fonction des besoins, des habitudes de travail...

groupe d'enseignantes car, comme le fait remarquer l'un des conseillers pédagogiques, « le Tangram constitue une culture commune et cela les rassure ».

Nous relevons ici un nouveau décalage entre les points de vue : les formateurs tentent de situer leurs propositions par rapport aux programmes en mettant en lumière les enjeux d'apprentissage alors que les enseignantes trouvent des indices dans le matériel utilisé, à travers les chapitres de leurs manuels…etc.

Nous retenons de ces premiers moments de confrontation la nécessité de questionner de part et d'autre les critères à retenir pour tisser des liens entre propositions de la recherche et pratiques existantes. Comment les formateurs peuvent-ils aider les enseignants à dépasser certains critères parfois superficiels pour recentrer leur attention et leur analyse sur les enjeux d'apprentissage des situations ?

2.4 Premières situations proposées par les enseignants

Ces premières difficultés dépassées, les enseignantes conçoivent et testent de nouvelles situations en classe. Pour cela, elles jouent sur différentes variables didactiques disponibles (choix de la figure modèle, choix de l'amorce, des instruments mis à disposition…etc.). Comme convenu, quelques jours avant la deuxième séance de travail, fiches de préparation, observations et productions d'élèves sont transmises aux formateurs. Parmi les situations testées en classe, ces derniers retiennent en priorité les deux situations de reproduction et de restauration conçues par les enseignantes de cycle 3 et décident de débuter la séance de travail par leur analyse. Plus précisément, ils prévoient de demander aux enseignantes d'exécuter elles-mêmes la tâche attendue des élèves de façon à en déduire les connaissances en jeu et ensuite d'effectuer un retour sur les variables didactiques sur lesquelles jouer pour mieux adapter les situations au niveau des élèves et en déduire une progression possible pour leur classe. Ce travail conduit les formateurs à élaborer avec les enseignantes un tableau constitué de deux colonnes permettant d'articuler « actions sur le matériel » attendues de la part de l'élève et « concepts ou propriétés de géométrie » en jeu (par exemple, les enseignantes notent : « prolonger un trait » et « notion de droite » ou encore « recherche du milieu d'un segment avec une bande de papier » et « le milieu d'un segment est sur l'axe de symétrie de ce segment). Les formateurs leur demandent ensuite d'identifier différents niveaux de difficultés en se référant aux lignes du tableau ainsi réalisé. Exercer les enseignantes à identifier une liste de variables didactiques ne suffit pas, elles doivent acquérir les moyens de jouer sur ces variables de façon à adapter ces situations en fonction de leurs objectifs et surtout contrôler la progressivité des apprentissages visés. Dans cette perspective, le travail à partir du tableau permet de mettre en lien la situation choisie (choix de la figure à reproduire, choix de l'amorce, choix des instruments à disposition) et les apprentissages attendus. Ainsi, au cours de cette deuxième séance, les formateurs commencent à interroger comment opérationnaliser les apports de formation directement issus de la recherche.

2.5 Production de ressources par cinq enseignantes aux parcours différents

Suite à ces premières séances, l'élaboration de ressources se poursuit par un jeu d'aller-retour entre expérimentations en classe et échanges au sein du groupe. En outre, pour accompagner les enseignantes dans ce travail, les formateurs vont à leur rencontre dans leur classe. A cette occasion, quatre séances sont filmées que nous ne présentons pas ici en détail mais que nous utilisons pour mettre au jour quelques moments de confrontation.

Restauration de figure au CP

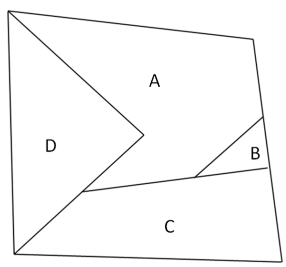


Figure 43

Le premier décalage entre des points de vue différents que nous souhaitons évoquer est celui révélé par le travail de Mme D, une enseignante de CP. Celle-ci choisit de présenter une situation qui consiste à demander aux élèves de reproduire une figure (figure 28) en utilisant des gabarits (les pièces A, B, C, D intactes ou en partie déchirées). D'après l'analyse a priori, il s'agit d'une situation de reproduction de figure pour laquelle l'enseignant peut jouer sur différentes variables didactiques : le nombre et le choix des pièces mises à disposition, la présence ou non d'une figure amorce, des pièces grignotées ou pas.

Mme D a prévu un déroulement en trois phases. Voici des extraits de sa fiche de préparation.

1ère activité
Reproduire la figure avec le cadre et le gabarit de la forme A et une règle. Prolonger pour obtenir D. Obtenir des formes B et C.

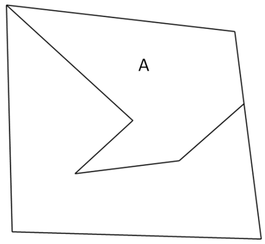


Figure 44

2ème activité
Reproduire la figure sans cadre en utilisant les gabarits de A et C.
/!\ positionner correctement les deux gabarits. Prolonger les deux lignes à gauche et à droite de la figure

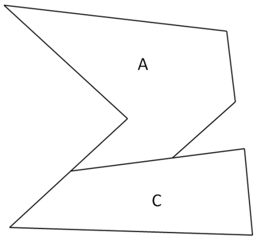


Figure 3045

3ème activité
Reproduire la figure en utilisant deux gabarits A et D et le gabarit C en partie déchirée (pour reporter la largeur de C) Prolonger la pointe de A; Prolonger le cadre de la droite. Reporter la largeur de C. Relier D et C

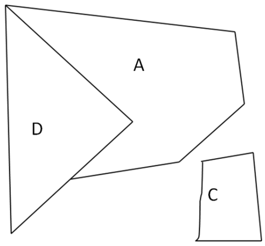


Figure 31

Avant de commencer la séance, l'enseignante explique aux formateurs qu'elle a préparé cette situation seule, en s'appuyant sur un document trouvé sur le site de l'IUFM Nord Pas de Calais, intitulé « géométrie au cycle 2 ». Elle dit ne pas avoir lu l'intégralité du texte : elle a seulement repris l'une des figures utilisées pour ensuite envisager des situations possibles pour ses élèves.

La fiche de préparation témoigne de sa compréhension de l'enjeu de la situation et plus précisément de sa capacité à interpréter actions, gestes, tracés à effectuer en termes de *vision contours* et *vision lignes*. En effet, elle écrit à propos des objectifs et compétences : *passer d'une vision contour à une vision ligne des formes, reproduire des figures géométriques simples à l'aide d'instruments et de techniques*. Elle organise un déroulement en trois phases ce qui suppose une analyse du geste *tracer une ligne* pour y voir différents niveaux de complexité. Son travail de préparation montre également qu'elle anticipe certaines difficultés pouvant être rencontrées par les élèves (elle note : « *attention, positionner correctement les deux gabarits. Prolonger les deux lignes à gauche et à droite de la figure.... »*.).

Toutefois, nous remarquons qu'elle ne va pas jusqu'à distinguer, du moins à l'écrit, les niveaux de difficulté des tracés à effectuer. En effet, au cours de la phase 3, les élèves doivent compléter le cadre en effectuant deux tracés différents : l'un consiste à joindre des sommets des pièces A et C pour obtenir un côté du quadrilatère constituant le cadre et l'autre consiste à prolonger les contours des pièces A et C pour compléter un autre côté de ce même quadrilatère (figure 30). Or, le premier tracé est d'un niveau de complexité supérieur au second puisqu'il ne s'agit plus ici de prolonger des traits mais de repérer des sommets éloignés comme les extrémités du segment à tracer.

Par ailleurs, elle n'a pas perçu le saut important qui existe entre les phases 2 et 3. L'utilisation du gabarit déchiré contraint en effet les élèves à organiser leurs actions sur le matériel : ils doivent commencer par prolonger des traits pour pouvoir ensuite placer le gabarit déchiré. Cela crée une rupture par rapport aux phases précédentes pour lesquelles le placement des gabarits précède la réalisation des tracés[26].

La séance se déroule sans écart majeur par rapport au projet de l'enseignante. Celle-ci observe les procédures des élèves et intervient auprès de certains.

Dès la fin de la séance, au cours d'un entretien à chaud avec les formateurs, Mme D explique comment elle a préparé sa séance, précise ses choix et son analyse des difficultés rencontrées par certains de ses élèves.

Revenons justement sur son travail de préparation. Le document trouvé sur internet est issu d'une action-recherche menée par certains membres du groupe auprès de conseillers pédagogiques. Divers exemples de situations sont présentés et notamment des restaurations de figures vues comme surfaces. L'exemple choisi pour discuter de situations qu'on peut obtenir suivant les instruments dont on dispose est celui de la figure reprise par l'enseignante (figure. 28). Une liste de situations est ainsi établie en jouant sur les variables didactiques précédemment identifiées.

Pour préparer sa séance, Mme D n'a pas utilisé cette liste. Elle a agrandi et reproduit sur bristol la figure modèle (en modifiant au passage l'ordre des lettres désignant les pièces) pour pouvoir tester plus facilement plusieurs situations possibles. Elle explique notamment au cours de l'entretien avoir envisagé une quatrième situation pour ensuite la rejeter car elle nécessitait la prise en compte d'alignements, ce que Mme D jugeait trop difficile pour des élèves de CP.

Nous percevons ici un décalage entre le travail de préparation de l'enseignante et les informations fournies par le document. En effet, pour organiser le déroulement de la séance, celle-ci n'a pas eu besoin d'utiliser les exemples donnés, il lui a suffi de rechercher quelques idées de situations adaptées à ses objectifs et de les organiser selon un niveau croissant de difficulté.

Si la liste des variables didactiques à utiliser constitue une aide indéniable, le travail de préparation consiste avant tout à sélectionner des situations en fonction de sa classe, de ses objectifs. Le document utilisé fait un inventaire (non exhaustif mais néanmoins très riche) d'exemples de situations possibles repérés non pas en fonction d'objectifs mais en fonction de variables didactiques. De plus, il faut souligner que les auteurs, voulant probablement montrer toute l'étendue des possibilités jouent, grâce aux variables didactiques, sur le niveau de complexité jusqu'à proposer des situations non adaptées à des élèves de cycle 2. Même s'ils mettent en garde le lecteur, il parait difficile pour un enseignant (en dehors de tout accompagnement) de repérer parmi ces exemples ceux qui sont adaptés au niveau de ses élèves et de les organiser selon une progression pertinente. Celui-ci est donc mis face à une liste de possibles très riche mais sans réels moyens de faire des choix.

Progression sur la notion de cercle au CM1

Un autre moment de confrontation révélateur d'une certaine mise en tension entre formateurs et certaines enseignantes du groupe émerge lors d'une visite des formateurs dans la classe d'une des enseignantes de cycle 3. Dès leur arrivée, alors que la demande était de préparer et mettre en œuvre une séance en lien avec la formation suivie, celle-ci leur annonce très clairement qu'elle n'a pas utilisé le travail fait en formation. Elle a préparé une séance de géométrie sur le cercle, car, justifie-t-elle, « c'est une figure au programme du CM1 ». La séance présentée vise à réinvestir le lexique acquis précédemment dans des situations de description de figures. Au cours de l'entretien à chaud avec l'enseignante, celle-ci présente l'ensemble de sa progression et les formateurs constatent non seulement qu'elle a modifié sa progression suite à la formation suivie et, que, de plus, elle y a intégré des activités de restauration de figures. Décidant de s'appuyer sur le travail présenté par l'enseignante, les formateurs lui proposent alors de compléter sa progression en ajoutant une colonne à son tableau pour y indiquer au regard de chaque situation prévue « en quoi cela permet-il d'aborder la notion de cercle (*vision ligne, vision point*) ? ». L'enseignante transmettra quelques temps après un document dont nous

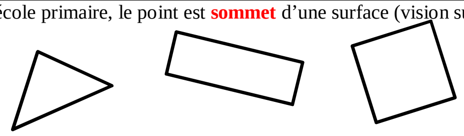
[26] Mme D améliorera la ressource produite en ajoutant une phase intermédiaire.

reproduisons un extrait (figure 32) et les formateurs l'aideront à compléter la ressource ainsi produite par un éclairage sur la notion de point. (Figure 33)

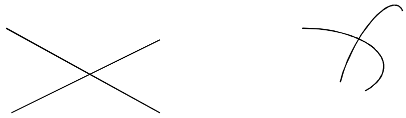
Progression sur le cercle : présentation des différentes étapes	**Comment aborder la notion de point ?**
Utiliser la définition du cercle	
Activité 1 : Avis de recherche (voir page 8) Cap Maths	Le cercle est un ensemble de points situés à égale distance d'un point appelé centre. Points situés à une distance donnée d'un point fixé
Réinvestissement : Utiliser le cercle pour résoudre un problème de localisation de points.	
Activité 3 (recherche) : le trésor du pirate	Trouver un point, intersection de deux cercles

Figure 32

A l'école primaire, le point est **sommet** d'une surface (vision surface)



Puis, le point est **intersection de lignes** (vision ligne)



Au cours de cette séquence, on abordera

- le cercle (1D) comme ensemble de points,
- la zone à l'intérieur du cercle et celle à l'extérieur du cercle (2D) comme des ensembles de points
- la distinction entre le centre du cercle et les points du cercle
- le centre du cercle (point) comme l'intersection de deux diamètres
- le centre du cercle (point) comme milieu du diamètre (ligne)

Figure 33

Ainsi, les formateurs ont été amenés à modifier leur projet initial. Au lieu de fournir des situations à réinvestir en classe, les choix de cette enseignante les ont poussés à partir de ses pratiques usuelles pour lui donner dans un premier temps les moyens de mieux les analyser et dans un second temps des pistes pour les enrichir.

Notre analyse des échanges en termes de processus dialogique entre formateurs et enseignants nous conduit à souligner ici un renversement de stratégie chez les formateurs. La nécessité de répondre aux besoins (plus ou moins clairement) exprimés par les enseignantes les contraints à questionner différemment les travaux de recherche sur lesquels ils s'appuient. Il ne leur suffit plus d'y puiser des exemples de situations à proposer aux enseignantes mais il leur faut réinterroger les pratiques usuelles à la lumière des savoirs issus de la recherche. Le travail attendu par les formateurs de la part de l'enseignante se trouve lui-aussi modifié : il ne s'agit plus d'intégrer de nouvelles situations dans une progression existante mais de revisiter ses pratiques usuelles grâce aux savoirs rencontrés en formation.

Réaliser des assemblages par superposition au CP

Les ressources évoquées dans les deux paragraphes précédents sont le fruit du travail de deux enseignantes aux démarches bien différentes. L'une cherche à s'approprier une situation produite par la recherche et parvient (en partie) à combler les manques de la ressource sur laquelle elle s'appuie, l'autre choisit de ne pas s'éloigner de sa progression mais réussit néanmoins à l'enrichir (partiellement) grâce notamment aux connaissances acquises en formation. Néanmoins, dans les deux cas, les échanges entre formateurs et enseignante à propos de la ressource sont assez limités. Cette troisième ressource résulte d'un travail d'élaboration bien plus long, un peu chaotique, fait de tentatives, de retours en arrière et de choix souvent discutés, parfois approuvés pour ensuite être remis en question.

La conception de cette ressource est initiée dès la première séance de formation. Les enseignantes de cycle 2 se mettent d'accord pour rédiger ensemble une progression commune s'appuyant sur celle implicitement indiquée dans le document remis par les formateurs mais en utilisant un matériel qu'elles jugent plus commode : les pièces d'un jeu de Tangram. Le travail de réflexion se poursuit lors des séances suivantes à travers le compte-rendu par ces mêmes enseignantes des séances menées en classe. A cette occasion, l'une d'entre elles, Mme C présente le travail mené dans sa classe (avec l'aide d'un conseiller pédagogique) et notamment le déroulement de sa première séance dont l'objectif annoncé est de « *passer de la juxtaposition à la superposition* ». Un jeu sur le nombre et le choix des pièces à disposition permet dans une première étape d'autoriser les élèves à reproduire la figure comme un assemblage par juxtaposition, puis dans une deuxième étape, les contraint à procéder par superposition. Le bilan de l'enseignante est très positif, même si elle souligne les limites de l'utilisation des pièces du Tangram.

L'année suivante, suite aux réserves exprimées, les enseignantes choisissent de privilégier un autre matériel : la Moisson des formes[27].

Mme C. fournit un travail de préparation important mais un choix peu judicieux à propos des pièces mises à disposition[28] la conduit à remettre en question le travail effectué précédemment et à soulever une question déjà posée par les enseignantes de cycle 2 : « pourquoi travailler la superposition ? »

Les formateurs relèvent rapidement le malentendu qui s'installe. Pour les enseignantes, l'enjeu principal est d'amener les élèves à accepter de procéder par superposition de surfaces. Or, ce qui se joue ici ne peut se résumer à un simple changement de contrat didactique, il s'agit ici d'accompagner le changement de regard des élèves sur les figures. Les formateurs tentent alors de clarifier leurs attentes en s'appuyant directement sur un article issu de la recherche à laquelle ils se réfèrent. Ils présentent aux enseignantes deux figures utilisées par Duval et Godin pour illustrer la différence entre un assemblage par juxtaposition et un assemblage par superposition. Mais, cela ne convainc pas les enseignantes. Certes, les deux exemples seront repris par Mme C lorsqu'elle rédige le compte rendu de son travail pour préciser que des assemblages par superposition seront réalisés « *afin de mettre en évidence certaines propriétés des figures et d'exercer la vision de lignes cachées* » (figure 34) mais la question de la pertinence de ce type de situations est à nouveau posée et discutée au sein du groupe. Les formateurs avancent alors un autre argument en termes d'enjeux d'apprentissage : la superposition contraint les élèves à passer d'une *vision surface* à une *vision ligne*.

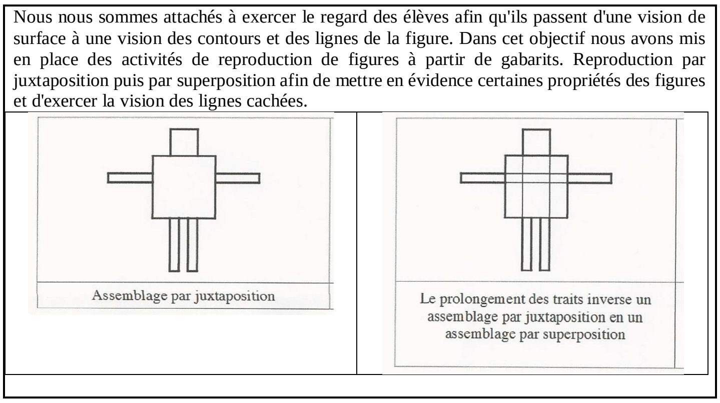


Figure 34

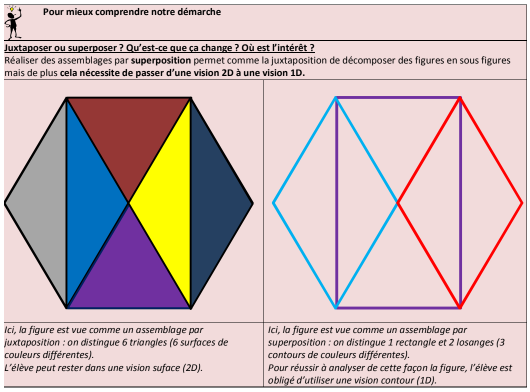


Figure 35

C'est alors que les formateurs présentent un extrait d'évaluation de CP/CE1 (figure 36) issu d'un travail de l'IREM de Montpellier [29]

[27] Bettinelli B. (1995) : La moisson des formes : matériel et livret pédagogique, Aléas

[28] Mettre trop de pièces à disposition des élèves, diminue les contraintes portant sur le choix des figures. Comme le dit l'enseignante : il leur suffit de « combler les trous »

[29] Activités géométriques à l'école primaire : exemples de problèmes à résoudre, suggestions pour des outils d'évaluation diagnostique.

.

Reconnaissance de formes

Atelier 1

Consigne : colorie un carré puis colorie un autre carré de taille différente.

Atelier 2

Consigne : colorie un rectangle puis colorie un autre rectangle de taille différente.

Atelier 3

Consigne : colorie un rectangle puis colorie un autre rectangle de taille différente.

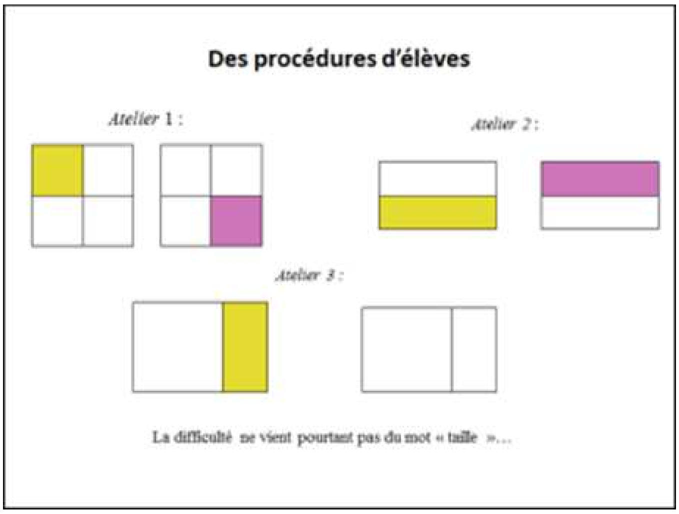


Figure 36

Les enseignantes accueillent ce document avec intérêt. Elles y voient des difficultés déjà repérées chez leurs élèves et identifient un point commun entre nos propositions et les exemples présentés dans ce document : il s'agit d' « exercer le regard » des élèves. L'expression de cet objectif au travers duquel formateurs et enseignants se retrouvent est souvent repris et semble lever bien des « blocages ». Les enseignantes sont davantage convaincues de l'intérêt de la réalisation d'assemblages par superposition et une enseignante jusqu'alors peu impliquée dans le travail de production fait parvenir peu de temps après de nouvelles situations qu'elle a elle-même conçues à partir d'autres documents proposant des situations pour la classe plus proches des pratiques existantes (annexe 1).

Ainsi, notre analyse en termes de processus dialogique montre que les enseignantes ont besoin d'exprimer un objectif qui leur permet de mettre en lien nos propositions, des difficultés déjà remarquées chez leurs élèves et des exemples de situations pour la classe plus proches de leurs pratiques usuelles. Néanmoins, il faut souligner que la justification des situations en termes d'accompagnement d'évolution du regard sur les figures que les formateurs tentent de faire accepter n'est pas reprise par les enseignantes. D'ailleurs, lors du forum, certaines justifieront leur travail en disant : « on travaille la superposition » sans autre explication, comme si la notion de superposition était un objectif en soi.

3 Vers un *monde commun* ?

Les moments de confrontation repérés au fil du dispositif révèlent les besoins manifestés par les enseignantes même s'ils ne sont pas tous entièrement formulés. Reprenant un à un ces derniers, nous avons cherché à les organiser

Prendre en compte les prescriptions institutionnelles

- prendre en compte les contraintes institutionnelles et planifier le travail de la classe - tisser des liens entre situations et intitulés des programmes - identifier les enjeux d'apprentissage des situations.

-enrichir ses pratiques de l'enseignement de la géométrie - couvrir tout le programme - étudier les figures au programme - enrichir les pratiques existantes – provoquer un changement de regard et autres types de problèmes.

Concevoir et mettre en œuvre des activités pour la classe

- repérer les éléments fondamentaux des situations afin d'identifier leur marge de manœuvre - comprendre ce qui sous-tend la progression – s'approprier le jeu sur les instruments.

- organiser le travail de l'élève - faire des choix de situations - fixer des variables - percevoir les concepts en jeu dans les gestes à réaliser.

- maîtriser le choix des variables, le lien entre objectifs, actions ou gestes, repérer une progression ou gradation des difficultés pour un geste donné.

Donner une finalité à la tâche prescrite via les formateurs et l'accepter
- identifier les objectifs visés - comprendre en quoi cela permet d'accompagner le changement de regard sur les figures - prendre conscience de la nécessité d'accompagner le changement de regard à partir des difficultés rencontrées par les élèves dans le cadre d'activités proches des pratiques existantes.

La liste ainsi obtenue met évidence la nécessité de savoirs donnant les moyens aux enseignantes de faire des choix pensés dans le sens de l'amélioration des apprentissages des élèves mais tenant compte des contraintes liées à l'exercice du métier.

L'enjeu pour les formateurs est de parvenir à opérationnaliser ces savoirs mais cela suppose aussi que la recherche située en amont questionne cette nécessaire reproblématisation des savoirs, c'est-à-dire, identifie en quoi tel ou tel savoir est susceptible de guider (ou non) l'action des enseignants dans le cadre de l'exercice de leur métier.

Ce travail nous conduit à dégager plusieurs pistes que nous organisons selon trois objectifs complémentaires.

- Améliorer la lisibilité des objectifs d'apprentissage visés par notre démarche

Notre intention est de poursuivre notre travail en veillant à clarifier encore davantage notre démarche auprès des enseignants. Identifier plus finement les enjeux d'apprentissages leur permettrait de mettre en lien les situations proposées avec le contenu des programmes et les aiderait à mieux planifier leur enseignement. Cela éviterait en outre certains malentendus. « La superposition » n'est pas une finalité en soi, pas plus que la « restauration de figures » ou encore « le jeu avec coût sur les instruments ». La formation doit amener les enseignants à percevoir les enjeux au-delà des expressions employées et comprendre que les situations proposées sont autant de moyens d'accompagner les élèves dans le changement de regard nécessaire sur les figures.

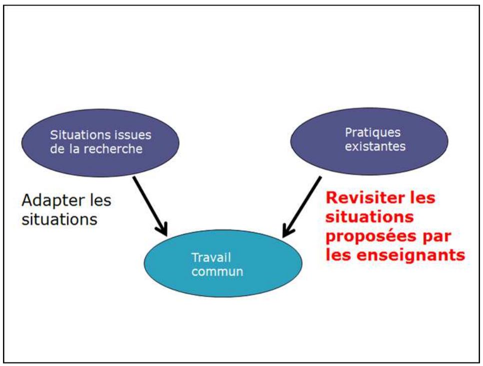
- Donner aux enseignants les moyens d'agir

La formation doit de plus exercer les enseignants à l'analyse de ces situations. Ils doivent pouvoir identifier les actions élémentaires à effectuer sur le matériel pour les articuler avec les concepts géométriques en jeu et le langage. Ceci constitue une étape importante et leur donne les moyens de jouer sur les variables didactiques, de penser la progressivité des apprentissages ou encore de faire le lien entre les situations proposées et d'autres activités pour la classe issues de manuels ou autres documents pédagogiques.

- S'appuyer sur les pratiques existantes

Tout au long du travail, les enseignantes ont manifesté leur souhait de s'appuyer sur du matériel présent dans les classes ou des progressions déjà utilisées. Que ce soit à travers le recours aux pièces du Tangram, l'utilisation d'équerres cassées ou encore la progression sur le cercle de Mme M, les formateurs ont été amenés à s'adapter pour mieux s'appuyer sur les pratiques usuelles de ces enseignantes. Au terme du dispositif, ce travail de « tricotage » entre les attentes institutionnelles véhiculées par les programmes et nos propositions apparait indispensable dès lors que l'on vise une évolution des pratiques qui aille au-delà de la simple mise en œuvre des quelques situations présentées.

Néanmoins, nous devons rester modestes dans nos ambitions. En effet, si comme l'attestent les travaux menés dans le cadre de la double approche, les pratiques enseignantes constituent « un système complexe, cohérent et stable » (Robert, Rogalski, 2002) alors nous devons prendre en compte cette organisation des pratiques pour penser la formation. Comment réussir à intégrer de nouvelles pratiques dans un système déjà constitué ? Comment enrichir des pratiques déjà stabilisées par l'apport de situations nouvelles ? N'y aurait-il pas d'autres voies à explorer ?



Ne pourrait-on pas plus fréquemment partir des progressions et des situations utilisées par les enseignants pour les modifier dans le but de les enrichir ? Le travail mené avec Mme M constitue pour nous un premier jalon. Dans cette perspective, il s'agirait alors de revisiter les pratiques usuelles de ces enseignants pour les inscrire dans une autre démarche mais en leur conservant une certaine lisibilité par rapport aux contraintes institutionnelles.

Le travail ainsi produit constituerait alors une autre façon pour les formateurs et les enseignants de confronter leurs points de vue pour à terme construire un « *monde commun* », lieu d'échange et d'apports mutuels (Béguin, P., & Cerf, M., 2004).

V. CONCLUSION

Notre recherche est double : d'une part essayer d'identifier une approche de la géométrie à l'école primaire qui soit adaptée au développement des connaissances chez les élèves et qui permette d'envisager une progression cohérente de l'enseignement de la géométrie sur la scolarité obligatoire ; d'autre part étudier comment une telle progression peut s'adapter aux pratiques ordinaires des enseignants tout en leur donnant les moyens de les faire évoluer dans le sens de l'amélioration des apprentissages des élèves et aussi quel type de formation pourrait les y aider.

Nous avons centré notre effort sur le rapport à la figure à la fois comme objet matériel et comme représentant des relations entre objets géométriques immatériels ainsi que sur les concepts de droite et point. Nous avons identifié la situation de restauration de figure comme permettant, par un jeu sur ses variables didactiques, d'aider à la conceptualisation des notions de droites et points ainsi qu'à leurs relations (droite définie par deux points, point comme intersection de droites). Nous avons également travaillé avec des enseignants dans le cadre de la formation continue pour étudier les possibilités d'évolution de leurs pratiques. Les quelques exemples de moments de confrontation que nous avons présentés ouvrent des pistes pour l'amélioration des situations produites par la recherche et de leur diffusion et nous conduisent à proposer des repères pour la formation. Améliorer la lisibilité des enjeux visés par la démarche, repenser les savoirs issus de la recherche pour mieux les adapter aux contraintes du métier, s'appuyer davantage sur les pratiques existantes sont autant d'objectifs que nous souhaitons retenir pour de prochaines formations.

VI. BIBLIOGRAPHIE

BÉGUIN, P. (2005). Concevoir pour les genèses professionnelles. Dans P. Rabardel & P. Pastré (Éd.), Modèles du sujet pour la conception ; dialectiques, activités, développement (p. 31-52). Toulouse: Octarès.

BÉGUIN, P., & CERF, M. (2004). Formes et enjeux de l'analyse de l'activité pour la conception des systèmes de travail. Activités, 1(1), 54-71

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire.* Thèse. Université de Bordeaux 1.

BERTHELOT R. & SALIN M.H (1994) L'enseignement de la géométrie à l'école primaire, *Grand N*, 53, 39-56.

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (2000) L'enseignement de l'espace à l'école primaire, *Grand N*, 65, 37-59.

BESSOT A. & EBERHARD M. (1982) Représentation d'assemblages de cubes au C.M. *Grand N*, 26, 29-68.

BOSCH M. & CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19/1, 77-123.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques (didactique des mathématiques 1970-1990)*, textes rassemblés et préparés par Balacheff, N., Cooper, M., Sutherland, R. & Warfield, V. Grenoble : La Pensée sauvage.

DEHAENE S. (1997) *La bosse des maths.* Paris : Odile Jacob.

DUVAL R. (1994) Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères-IREM*, 17, 121-138.

DUVAL R. & GODIN M. (2006) Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, **76,** 7-27.

GODIN M. & PERRIN-GLORIAN M.J. (2009) De la restauration de figures à la rédaction d'un programme de construction. Le problème de l'élève, le problème du maître. In COPIRELEM *Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ? Actes du colloque de Bombannes, juin 2008, CD-rom, Atelier A2*.

KESKESSA B., PERRIN-GLORIAN M.J. & DELPLACE J.R. (2007) Géométrie plane et figures au cycle 3. Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. *Grand N*, 79, 33-60.

LABORDE C. (1982) *Langue naturelle et écriture symbolique. Deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique.* Thèse de Doctorat d'Etat, Université J. Fourier, Grenoble.

MANGIANTE-ORSOLA C. (2007)

MANGIANTE-ORSOLA C. (2012), Une étude de la cohérence en germe dans les pratiques de professeurs des écoles en formation initiale puis débutants. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 32/3

MANGIANTE-ORSOLA C. (2011), Étude du processus d'appropriation de ressources par des professeurs des écoles enseignant les mathématiques : entre travail au quotidien et développement des pratiques, *Actes du Colloque international INRP, Le travail enseignant au XXIe siècle Perspectives croisées : didactiques et didactique professionnelle. http://www.inrp.fr/archives/colloques/travail-enseignant/contrib/123.htm*

MANGIANTE-ORSOLA C., MATHÉ A.C. (2011) La symétrie orthogonale du CE2 à la Sixième : d'une réflexion sur les enjeux de son enseignement à l'élaboration d'un document-ressource pour les enseignants. Actes du colloque COPIRELEM 2010, Montpellier.

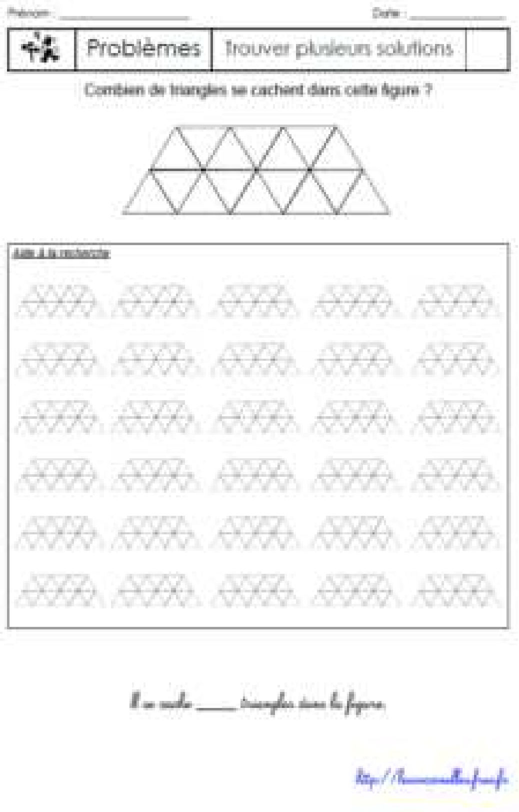
OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M.J. & VERBAERE O. (2006) Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2 *Petit x* 72, 6-39 et *Grand N* 77, 7-34.

PERRIN-GLORIAN M.J., MATHÉ A.-C. & LECLERCQ R. (2013) Comment peut-on penser la continuité de l'enseignement de la géométrie de 6 a 15 ans ? Le jeu sur les supports et les instruments. *Repères-IREM*, **90,** 5-41.

ROBOTTI E. (2008) Les rôles du langage dans la recherche d'une démonstration en géométrie plane. *Recherches en didactique des mathématiques.* 28/2, 183-217.

ROBERT A. & ROGALSKI J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, volume 2, n°4, 505–528.

VII. ANNEXE (TITRE 1)

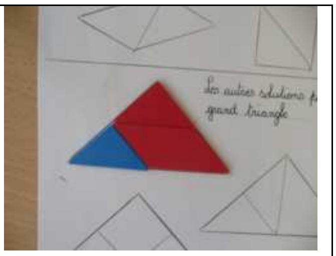

Prénom : ____ Date : ____

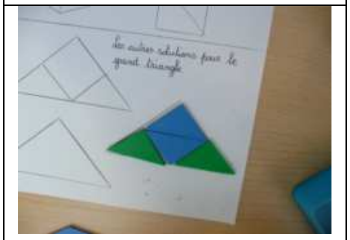
Problèmes | Trouver plusieurs solutions

Combien de triangles se cachent dans cette figure ?

Aide à la recherche

Il se cache ____ triangles dans la figure.





CONFÉRENCE N°3

COMMENT AIDER LES ENFANTS DE 5-6 ANS À CONNAÎTRE LES FIGURES GÉOMÉTRIQUES PLANES ? UN POINT DE VUE DES SCIENCES COGNITIVES DE L'ÉDUCATION

Édouard GENTAZ
Professeur de Psychologie du Développement à l'Université de Genève
Directeur de Recherche au CNRS
Edouard.Gentaz@unige.ch

Résumé
Les sciences cognitives peuvent nous aider à comprendre comment l'acquisition de connaissances géométriques est essentielle à l'être humain pour comprendre et transformer son environnement. La reconnaissance de figures géométriques élémentaires planes, comme les cercles, carrés, rectangles et triangles, fait partie de ces acquisitions. Chacune de ces figures peut être considérée comme une catégorie comprenant une infinité d'exemplaires qui partagent les mêmes propriétés géométriques. Une première question consiste à examiner comment les jeunes enfants arrivent à traiter de la même manière des exemplaires d'une catégorie et donc à dépasser les spécificités de ces exemplaires au profit de leur généralité. Cette activité de catégorisation permet ensuite à l'enfant d'organiser ses connaissances géométriques afin de pouvoir les généraliser à des exemplaires nouveaux. Une seconde question consiste à étudier comment aider les jeunes enfants à acquérir ces connaissances géométriques. Des recherches récentes montrent que l'ajout de l'exploration visuo-tactile de figures en relief dans des entraînements classiques destinés à des enfants de cinq-six ans améliore l'efficacité de ces entraînements. Ces effets bénéfiques pourraient s'expliquer par les caractéristiques fonctionnelles du sens haptique (tactilo-kinesthésique) manuel.

I. SCIENCES COGNITIVES ET EDUCATION

1 Définition et bref historique

Pour l'un des premiers historiens de cette discipline, les sciences cognitives sont « […] une tentative contemporaine, faisant appel à des méthodes empiriques pour répondre à des questions épistémologiques fort anciennes, et plus particulièrement à celles concernant la nature du savoir, ses composantes, ses sources, son développement et son essor. » (GARDNER 1993, p. 18) Il est donc légitime que les sciences cognitives s'intéressent à l'école, milieu dans lequel le savoir et sa construction ont une place centrale. Les sciences cognitives sont un ensemble de disciplines : la psychologie (générale, sociale et du développement), la philosophie, la linguistique, l'anthropologie, l'informatique (et plus particulièrement l'intelligence artificielle), et enfin les neurosciences. Ces disciplines ne nous intéressent pas ici en tant que telles, mais en ce qu'elles produisent des explications, prédictions inscrits dans un milieu particulier, l'école.

Les sciences cognitives en tant que discipline vont naître et se développer à partir des années 1950, concurremment en trois lieux. Aux États-Unis, au *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) où est organisé, en 1956, le célèbre *Symposium on Information Theory* (Symposium sur la théorie de l'information) ; et à l'université Harvard, avec la création par Jérome Bruner et George Miller du Centre .d'études cognitives. Enfin, en Europe, à l'université de Genève, avec la création par Jean Piaget en 1955 du Centre international d'épistémologie génétique. En France, cette discipline nouvelle est reconnue au niveau institutionnel plus tardivement avec le colloque *Approches de la Cognition*, organisé en 1987 par Daniel Andler ; et avec l'ouverture à Lyon, dans les années 1990, de l'Institut des sciences cognitives. C'est en 2000, que le Ministère de la Recherche a lancé le programme de recherches « École et sciences cognitives » et en 2013 enfin que l'Agence National de la Recherche a lancé un programme « Apprentissages ».

Toutefois, la psychologie scientifique s'est depuis longtemps intéressée à l'éducation avec, par exemple, les travaux pionniers de Binet (1905) sur les tests d'intelligence, ou ceux de Piaget sur le développement intellectuel et ses conséquences pédagogiques. On peut même remonter à la fin du XIXe siècle pour remarquer que l'éducation, et plus particulièrement l'administration scolaire, a été l'un des premiers terrains d'application des recherches en psychologie, non d'ailleurs grâce à une curiosité particulière, mais plutôt parce que l'étude psychologique de situations éducatives rendait *utile* la psychologie. Cet intérêt pour une application de la psychologie à l'éducation s'est traduit par des recherches plus ou moins liées au contexte scolaire (GENTAZ & DESSUS 2004 ; DESSUS & GENTAZ 2006).

2 Quelques méthodes des sciences cognitives

Il est bien entendu difficile et forcément incomplet de définir une discipline par ses méthodes : observation *in vivo*, expérimentation plus ou moins contrôlée. Toutes ces méthodes sont en réalité au service d'un même but, qui est de mieux comprendre les processus de l'apprentissage. POPPER (1985), par exemple, a pu dire que la seule véritable méthode scientifique était faite d'une boucle comprenant l'énoncé d'une *conjecture* (théorie expliquant les phénomènes problématiques d'un domaine d'étude) et, ensuite, une tentative de *réfutation* de cette dernière (son test et, éventuellement, son abandon au profit d'une nouvelle conjecture, etc.). Ainsi, étudier des phénomènes d'apprentissage, c'est moins utiliser une méthode privilégiée qu'utiliser la méthode la plus adéquate pour les fins que l'on s'est donné, présenter les résultats de la manière la plus précise afin qu'ils puissent être approfondis, discutés, amendés, ce qui amène la confirmation ou la réfutation de la théorie qui a permis de les organiser. Détaillons maintenant rapidement deux méthodes utilisées dans les sciences cognitives. Nous n'aborderons pas ici ni les méthodes d'imagerie cérébrale anatomique et fonctionnelle permettent d'examiner « *in vivo* » l'activité cérébrale de volontaires en train d'effectuer certaine tâche dans des conditions très spécifiques, ni les simulations informatiques qui sont des modèles (i.e., des réductions de la réalité) qui reproduisent le mieux possible des performances cognitives ou des processus.

2.1 Observation

Une première manière de mieux comprendre une activité d'apprentissage est de l'observer, à l'aide de grilles (*i.e.*, moyens de catégoriser et décompter différents indices comportementaux, choisis au préalable, et observés) élaborées à cette intention. Comme il n'existe pas de grille universelle permettant d'observer toute la réalité (qu'elle soit d'ailleurs dans ou en dehors de l'école), chaque grille remplit une fonction particulière (e.g., verbalisations d'élèves argumentant en résolvant des problèmes, etc.). Ensuite, après l'observation, une analyse permet de mettre au jour des régularités, des liens ou des particularités entre les différents objets ou événements observés. De récents développements des grilles d'observation, utilisant intensivement la vidéo, permettent d'accéder à des verbalisations croisées des protagonistes d'un même événement, et enrichir les données récupérées.

2.2 Méthode expérimentale

La méthode expérimentale permet de choisir, face à une question de recherche et à partir de faits observés et mesurés, la réponse la plus valable. Elle permet en particulier d'apporter des réponses qui sont parfois contraires au sens commun, aux intuitions ou expériences du praticien. La méthode expérimentale a comme souci principal « d'administrer la preuve », c'est-à-dire de montrer qu'un facteur (*e.g.*, une méthode d'enseignement, une technique d'apprentissage) est bien la principale cause de l'apparition d'un comportement observé (*e.g.*, un meilleur taux de reconnaissance de mots, de meilleures performances d'apprentissage). Pour être certain que cette relation causale est univoque, il faut souvent planifier et organiser des « expériences » sur le terrain ou en « laboratoire », afin de contrôler au maximum tous les autres facteurs qui sont susceptibles d'influencer les performances observées. Cela implique de procéder à des comparaisons avec un « groupe-contrôle ». Par exemple, pour conclure à l'effet positif d'une nouvelle méthode d'apprentissage de la géométrie, il n'est pas suffisant de montrer que l'utilisation seule de cette méthode dans une classe (groupe expérimental) produit de meilleures performances. Il est nécessaire de montrer aussi que, dans une classe où cette méthode n'est pas utilisée (groupe-contrôle), *toutes choses étant égales par ailleurs* (niveau scolaire, CSP, etc.), les performances des élèves sont plus faibles. Il est à remarquer que la réalisation de la condition indispensable « toutes choses étant égales par ailleurs » reste très difficile, en particulier en milieu scolaire (GENTAZ 2013).

Les sciences cognitives peuvent nous aider à comprendre comment l'acquisition de connaissances géométriques est essentielle à l'être humain pour comprendre et transformer son environnement. La reconnaissance de figures géométriques élémentaires planes fait partie de ces acquisitions.

II. LA RECONNAISSANCE DES FIGURES GEOMETRIQUES PLANES CHEZ LES JEUNES ENFANTS

Chacune des figures géométriques élémentaires planes, comme les cercles, carrés, rectangles et triangles, peut être considérée comme une catégorie comprenant une infinité d'exemplaires qui partagent les mêmes propriétés géométriques. Une première question consiste à examiner comment les enfants au cours de leur développement ontogénétique arrivent à traiter de la même manière des exemplaires d'une catégorie et donc à dépasser les spécificités de ces exemplaires au profit de leur généralité. Cette activité de catégorisation permet ensuite à l'enfant d'organiser ses connaissances géométriques afin de pouvoir les généraliser à des exemplaires nouveaux. Pour étudier comment les enfants de quatre, cinq et six ans différencient les exemplaires d'une catégorie de figure (cercle, carré, rectangle, triangle) parmi d'autres figures, CLEMENTS et ses collègues (1999) ont demandé à 97 enfants de marquer chaque figure cible parmi des figures distractrices. Les résultats montrent en particulier une augmentation du nombre de figures cibles correctement reconnues avec l'âge.

En reprenant cette tâche de reconnaissance avec des améliorations méthodologiques (par exemple, en choisissant le même nombre de figures cibles et de figures total pour tester chaque catégorie et en contrôlant le poids des figures prototypiques, etc.), PINET et GENTAZ (2007) ont montré que certains exemplaires d'une catégorie sont plus « exemplaires » que d'autres. Ils ont proposé à 44 enfants scolarisés en grande section de maternelle quatre tests de reconnaissance d'une figure cible (cercle, carré, rectangle et triangle) parmi un ensemble de figures distractrices. L'analyse des résultats montre que, pour le carré, le rectangle et le triangle, la reconnaissance d'un certain exemplaire appelé prototypique est meilleure que celle des exemplaires non prototypiques. Les exemplaires prototypiques seraient ainsi un carré posé sur sa base, un rectangle ayant des longueurs une fois et demie à deux fois plus longues que les largeurs et un grand côté posé à l'horizontal, un triangle équilatéral posé horizontalement. Ces caractéristiques permettent de définir un degré de typicalité de chaque exemplaire d'une figure. Cette définition est très proche de celle utilisée dans le domaine des catégories et des concepts d'objets (ROSCH 1973). Chaque catégorie inclurait des exemplaires très représentatifs (c'est-à-dire possédant beaucoup d'attributs caractéristiques de la catégorie) et des exemplaires moins représentatifs. Le triangle équilatéral peut, par exemple, être considéré comme très représentatif de la catégorie triangle, le triangle quelconque comme très peu représentatif. En d'autres termes, le prototype correspond à l'exemplaire le plus représentatif de la catégorie, partageant un maximum de propriétés avec les autres membres de la catégorie et un minimum avec ceux des catégories contrastées. Pour retenir une catégorie, il suffirait de conserver en mémoire un représentant type (le prototype) possédant de nombreux attributs caractéristiques de la catégorie. Nos connaissances géométriques sur les figures planes s'organiseraient donc autour de « points de référence», représentés par des exemplaires prototypiques (KALENINE, CHEAM, PINET et GENTAZ 2013).

III. APPORT BENEFIQUE DE L'EXPLORATION MULTISENSORIELLE DANS L'APPRENTISSAGE DES FIGURES GEOMTRETRIQUES

1 Apport du toucher et du sens haptique

Peu de recherches ont évalué les effets de différents types d'entraînements destinés à favoriser l'apprentissage de la géométrie. Comme pour les expériences sur la lecture et l'écriture (GENTAZ 2009), les caractéristiques du sens haptique (tactilo-kinesthésique) pourraient également aider les jeunes enfants à traiter de manière plus efficace les caractéristiques des figures géométriques. La perception haptique résulte de la stimulation de la peau provenant des mouvements actifs d'exploration de la main entrant en contact avec des objets. C'est ce qui se produit quand, par exemple, la main et les doigts suivent le contour d'un objet pour en apprécier la forme. Dans ce cas s'ajoute nécessairement à la déformation mécanique de la peau celle des muscles, des articulations et des tendons qui résulte des mouvements d'exploration. Des processus très complexes sont impliqués ; ils doivent intégrer simultanément les informations cutanées et les informations proprioceptives et motrices liées aux mouvements d'exploration pour former un ensemble indissociable appelé perceptions haptiques. Une des spécificités de la perception haptique est une appréhension très séquentielle du stimulus qui charge la mémoire de travail et qui nécessite, en fin d'exploration, un travail mental d'intégration et de synthèse pour aboutir à une représentation unifiée de l'objet. En raison de ce caractère séquentiel de l'appréhension tactile, la perception haptique est beaucoup plus analytique que la perception visuelle.

2 Évaluations des effets d'un entrainement multisensoriel

Compte tenu de ces spécificités, l'objectif des expériences est d'évaluer chez les enfants de grande section de maternelle les effets de l'ajout de l'exploration visuo- haptique des figures dans un entraînement classique destiné à préparer l'apprentissage de la géométrie. PINET et GENTAZ (2008) ont formulé l'hypothèse selon laquelle cet ajout multisensoriel dans les exercices de reconnaissance des figures et d'utilisation du vocabulaire approprié aiderait les enfants à mieux se représenter les figures planes élémentaires, grâce à son traitement analytique et/ou à son codage multiple (visuel, haptique et moteur). Pour tester cette hypothèse, dans une première expérience, les auteurs ont proposé deux types d'entraînements (17 enfants par groupe), respectivement dénommés « classique » et «multisensoriel», qui se différencient uniquement par les sens sollicités. Les enfants devaient travailler en petits groupes, à raison d'une catégorie de figures par séance (une séance de trente minutes par semaine). Les deux entraînements ont en commun de proposer des exercices sur la connaissance des figures géométriques planes élémentaires (cercle, carré, rectangle, triangle) et de leurs propriétés. Cependant, ce travail repose sur une exploration uniquement visuelle dans l'entraînement classique (figures imprimées sur papier couleur), alors qu'il repose sur une exploration visuo-haptique dans l'entraînement multisensoriel (figures en relief découpées dans de la mousse). Les connaissances des enfants ont été évaluées au moyen de feuilles tests présentées avant (novembre- décembre) et après (avril-mai) les entraînements. Si l'hypothèse est valide, une amélioration des performances après ces deux entraînements devrait être observée, mais avec une amplitude plus importante après l'entraînement multisensoriel. Les deux entraînements sont animés par un expérimentateur et se déroulent donc de la même manière. L'analyse des bonnes reconnaissances des figures cibles montre que seul l'entraînement multisensoriel permet aux enfants de mieux reconnaître les figures cibles après les séances d'entraînement. Ces résultats sont compatibles avec notre troisième hypothèse, selon laquelle l'ajout de la modalité haptique dans un entraînement destiné à préparer l'apprentissage de la géométrie serait bénéfique en améliorant le nombre de reconnaissances correctes et en diminuant le nombre d'erreurs. Ces résultats sont cohérents avec les études qui montrent que l'utilisation de la manipulation facilite la construction de représentations efficientes des concepts géométriques, que ce soit avec de jeunes enfants ou des plus âgés.

Dans une seconde étude, KALENINE, PINET et GENTAZ (2001) ont proposé ces deux types d'entraînements à 72 enfants *[16]*. Trois principales modifications par rapport à la première expérience ont été effectuées: deux séances par figure sont proposées ; la moitié des entraînements sont effectués par les enseignants (que nous avons préalablement formés) et les feuilles tests par figure sont modifiées. Les résultats montrent que les progrès sont plus importants après l'entraînement multisensoriel que l'entraînement classique, spécialement pour les rectangles et les triangles (les carrés posant peu de difficultés dès le départ).De plus, ces résultats sont observés aussi bien avec les expérimentateurs qu'avec les enseignants, montrant que ces entraînements multisensoriels peuvent être appliqués dans les écoles assez aisément.

3 Description d'une séance

Voici pour exemple une description détaillée d'une séance qui porte sur le triangle proposée par PINET et GENTAZ (2008). Dans l'exercice 1, chaque enfant découvre et explore un grand triangle orienté aléatoirement, l'objectif étant de valider son nom (catégorie) et ses caractéristiques (propriétés). Dans le groupe d'entraînement classique, les enfants sont invités à regarder attentivement la figure, alors que dans le groupe d'entraînement multisensoriel ils doivent regarder et toucher globalement la figure, puis suivre plusieurs fois son contour avec leur index. Ensuite, dans l'exercice 2, l'expérimentateur propose un jeu avec de grandes figures collées sur un carton, imprimées pour le groupe d'entraînement classique, en relief pour le groupe d'entraînement multisensoriel. Ces figures, au nombre de vingt-deux, comportent six triangles et seize figures distractrices. Les cartons sont posés face cachée sur une table, un grand triangle référent restant au centre de la table. Chaque enfant sélectionne un carton et le garde face cachée près de lui, puis, quand vient son tour, le retourne, découvre sa figure et l'explore, soit visuellement pour le groupe classique, soit visuo-manuellement pour le groupe multisensoriel. Après réflexion, il décide s'il s'agit d'un triangle ou non. L'enfant essaye aussi de justifier son choix, puis valide sa réponse en demandant l'avis du reste du groupe. Une fois que les mouvements d'exploration des grandes figures sont bien maîtrisés par les enfants, l'expérimentateur propose à chaque enfant de découvrir et d'explorer un petit triangle. Puis, pour valider au sein du groupe le concept de triangle, l'expérimentateur pose au centre de la table un grand et un petit triangle en rappelant les propriétés de cette figure, qui demeurent malgré les changements de taille, de couleur ou d'orientation (exercice 3). Puis, l'expérimentateur propose un grand jeu de pioche avec toutes les petites et grandes figures (exercice 4), faces visibles au centre de la table. L'un après l'autre, chaque enfant doit trouver un exemplaire de triangle parmi d'autres figures distractrices. L'enfant fait son choix, le justifie, le valide ou le corrige éventuellement avec le reste du groupe. Si sa réponse est acceptée, il conserve le triangle ; sinon il remet la figure sur la table. Le jeu se termine lorsque tous les exemplaires de triangle ont été trouvés et que tous les enfants sont d'accord. Dans cet exercice, la difficulté est plus importante : les figures sont plus nombreuses, et la taille et la couleur varient, ce qui demande une discrimination plus fine. Enfin, l'expérimentateur propose une tâche de classification des figures distractrices restantes (exercice 5) : un enfant choisit une figure distractrice et la décrit aux autres élèves pour qu'ils lui en donnent tous les exemplaires afin de les ranger.

4 Discussion

Le premier résultat est que tous les exemplaires d'une même catégorie ne sont pas reconnus aisément et que chaque catégorie aurait un exemplaire prototypique, c'est-à-dire celui le plus représentatif de la catégorie. Cet exemplaire prototypique semble être caractérisé spatialement (axe de symétrie vertical) et géométriquement (rapport entre les longueurs des côtés). Les résultats suivants montrent que les enfants ayant suivi l'entraînement multisensoriel ont davantage amélioré leur reconnaissance des figures géométriques que ceux ayant suivi un entraînement classique visuel. Ces effets bénéfiques s'expliquent probablement par les caractéristiques fonctionnelles du sens haptique. En effet, la perception manuelle d'une figure implique un traitement plus analytique de l'information que sa perception visuelle, qui implique au contraire un traitement plus global. Au-delà d'une simple image mentale prototypique visuelle, l'exploration haptique permettrait à l'enfant de porter plus particulièrement son attention sur la structure même de ces figures et ses propriétés. L'ensemble des résultats permet de montrer que, même si des connaissances géométriques existent chez les jeunes enfants, un apprentissage explicite incluant l'exploration visuo-haptique est bénéfique pour les aider à reconnaître les figures géométriques élémentaires.

IV. CONCLUSIONS

Comme annoncé en introduction, nous nous intéressons ici aux sciences cognitives *appliquées* à l'éducation. Cela induit un rapport délicat entre deux entités, la première étant en quelque sorte au service de la seconde. Essayons maintenant d'expliquer la nature de ce rapport. En schématisant quelque peu le vaste champ de la recherche en éducation, nous pouvons dégager deux manières différentes, et toutes deux valables, de répondre aux questions ci-dessus. La première est de faire appel à des *techniques* élaborées par la pédagogie, majoritairement issues de la pratique ; la seconde est de faire appel à des résultats issus de *recherches scientifiques*, plus précisément d'expérimentations, observations, ou encore de simulations informatiques. Il est important d'affirmer que les techniques élaborées par la pédagogie ne sont pas de moindre importance : la meilleure preuve en est que de nombreuses recherches scientifiques reprennent des techniques issues de la pédagogie. Par exemple, Montessori avait conçu une méthode multisensorielle (incluant le corps et le toucher) des apprentissages fondamentaux. En d'autres termes, il vaut mieux donc penser que les buts des techniques pédagogiques et ceux des recherches scientifiques en éducation diffèrent et s'alimentent l'une l'autre : le but de la pédagogie est d'élaborer des techniques *qui fonctionnent*, alors le but des recherches scientifiques est non seulement d'évaluer scientifiquement les effets de ces techniques mais aussi de *comprendre*, *expliquer*, éventuellement *prédire* ou *simuler* comment ces techniques peuvent fonctionner. En résumé, nous pensons qu'il existe une interaction vertueuse entre ces approches (GENTAZ 2013 ; GENTAZ et DESSUS 2004 ; DESSUS et GENTAZ 2006).

V. BIBLIOGRAPHIE

CLEMENTS D., SWAMINATHAN S., HANNIBAL M., SARAMA J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, **30**, 192-212.

DESSUS P. & GENTAZ, E. (Eds) (2006). *Apprentissages et enseignement*. Paris : Dunod.

GATDNER, H. (1993). *Histoire de la révolution cognitive, la nouvelle science de l'esprit*. Paris : Payot.

GENTAZ E. (2009). *La main, le cerveau et le toucher*. Paris : Dunod.

GENTAZ E. (Ed) (2013). Apprendre …oui mais comment. Des laboratoires à la salle de classe. *ANAE*.

GENTAZ, E. & DESSUS, P. (Eds) (2004). *Comprendre les apprentissages*. Paris : Dunod.

KALÉNINE S, PINET L., & GENTAZ E. (2011). The visuo-haptic and haptic exploration of geometrical shapes increases their recognition in preschoolers. *International Journal of Behavioral Development*, **35**, 18-26.

KALÉNINE S, CHEAM, C, PINET L., & GENTAZ E. (2013). Adults and five-year-old children draw rectangles and triangles around a prototype but not in the golden ratio. *British Journal of Psychology*, **101**, 400-412.

POPPER, K. (1985). *Conjectures et réfutations*. Paris : Payot.

PINET L., & GENTAZ E. (2007). La reconnaissance de figures géométriques planes (cercle, carré, rectangle et triangle) chez des enfants de cinq ans. *Grand N*, **80**, 17-24.

PINET L. & GENTAZ E. (2008). Évaluation d'entraînements multisensoriels de préparation à la reconnaissance de figures géométriques planes chez les enfants de cinq ans : étude de la contribution du système haptique manuel. *Revue Française de Pédagogie*, **162**, 29-44.

ROSCH E. (1973). Natural categories. *Cognitive Psychology*, **4,** 328-50.

LES ATELIERS

Seuls les résumés figurent ici. Les comptes-rendus complets des ateliers sont sur le CD joint.

QUELS TYPES D'ACTIVITÉS PERMETTENT DE DÉVELOPPER LES CONNAISSANCES SPATIALES CHEZ LES ÉLÈVES DU PRIMAIRE ? LE CAS DE LA BOITE À IMAGE

Patricia MARCHAND
Université de Sherbrooke
Centre de recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des sciences, mathématiques et technologie (CREAS)
patricia.marchand@usherbrooke.ca

Annette BRACONNE-MICHOUX
Université de Montréal
annette.braconne-michoux@umontreal.ca

Résumé
L'objectif de cet atelier était de présenter et de soumettre à la discussion une séquence d'activités expérimentée auprès d'élèves de niveau CP et CE_1 afin de développer leurs connaissances spatiales et de mettre en exergue une structure génératrice d'activités (SGA), employée pour la conception et l'analyse de ce type de séquences d'activités. Trois questions sont à la source de cette préoccupation du développement des connaissances spatiales. Comment se fait-il que certains élèves possèdent et développent des connaissances spatiales (Berthelot et Salin, 1992 ; Clements et Battista, 1992) et d'autres non? Quels types d'activités permettent ce développement (Braconne-Michoux, 2012)? Comment pouvons-nous outiller les enseignants face à cet apprentissage difficile pour plusieurs élèves (Parzysz, 1988) ?
En premier lieu, les grandes lignes d'une séquence d'activités en lien avec la boîte à image (Freudenthal et al., 1976) ont été présentées aux participants : construction d'une boîte avec différents objets, et productions de descriptions (textes et dessins, selon différents points de vue sur une même scène). Une version modifiée de cette séquence a été vécue par la suite par les participants. Ce deuxième temps a constitué le cœur de l'atelier en permettant aux participants de se familiariser avec la boîte à image et ses diverses possibilités d'exploitation en classe pour en faire une séquence plus ou moins élaborée, et l'adapter selon le niveau scolaire visé. Dans un troisième temps, les animatrices ont présenté une structure génératrice d'activités (SGA), en cours d'élaboration, servant de point de repère pour l'analyse et l'élaboration de séquences d'activités ayant un potentiel pour le développement des connaissances spatiales.

Exploitations possibles
Pour l'enseignement à l'école maternelle ou élémentaire : une situation permettant de construire des connaissances spatiales chez les élèves.
En formation initiale ou continue : une situation fournissant un point d'appui pour des séances de formation sur la structuration de l'espace - analyse d'un scénario ; travail sur le passage entre différentes représentations (textes, dessins), sur les changements de points de vue sur une même scène ; analyse de productions d'élèves …

Mots-clés :
Repérage dans l'espace, structuration de l'espace, image mentale, représentation de l'espace, connaissance spatiale, point de vue, problème de description.

RÉCUPÉRER L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE DES ÉLÈVES DANS DES TÂCHES DE CONSTRUCTION EN GÉOMÉTRIE, CELA S'APPREND ?

Sara ARDITI
sara.arditi@espe-aquitaine.fr

Caroline BULF
caroline.bulf@espe-aquitaine.fr

Valentina CELI
valentina.celi@espe-aquitaine.fr

Lalina COULANGE
lalina.coulange@espe-aquitaine.fr

ESPE d'Aquitaine, Université de Bordeaux, LACES, équipe E3D

Résumé
Cet article a pour objectif d'interroger les stratégies de formation des enseignants du 1er degré concernant l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie. Nous formulons l'hypothèse que les stratégies de formation insistent sur l'importance des situations d'apprentissage a minima consistantes, et ce peut-être au détriment des situations d'enseignement plus élémentaires, liées pour une part à la réalisation de tâches qui peuvent être considérées comme simples et isolées au sens de Robert (2008). À l'occasion de cet atelier, nous avons voulu partager nos questionnements sur la récupération de l'activité des élèves dans des tâches de construction en géométrie, c'est-à-dire l'exploitation collective d'éléments de cette activité mathématique par l'enseignant (Robert 2008). Nous avons interrogé les pratiques plus spécifiquement liées à la récupération de l'activité d'élèves dans le cas de tâches de construction de droites perpendiculaires. À partir de la mise en regard des pratiques d'une enseignante débutante et d'un enseignant chevronné, avec la complicité des participants, nous avons cherché à caractériser les connaissances didactiques et géométriques nécessaires pour fonder la récupération de l'activité des élèves dans ce type de situations d'enseignement. Enfin, nous avons cherché à préciser dans quelle mesure et de quelle manière il serait possible de prendre en charge la gestion enseignante de ce type de tâches de construction en géométrie, dans la formation.

Exploitations possibles
Le contenu de cet atelier permet de questionner les pratiques d'enseignants dans la gestion des activités de constructions géométriques. Les situations présentées et analysées peuvent constituer un outil de formation sur les tâches de constructions pour des professeurs des écoles.

Mots-clés :
Construction géométrique, tracé géométrique, construction à l'équerre, droites perpendiculaires, activité de l'élève, formation initiale des enseignants, formation continue des enseignants, formation didactique, pratique d'enseignants.

ateliers2

LA SCHÉMATISATION DANS UNE DÉMARCHE D'INVESTIGATION : LA PLACE DE CONCEPTS GÉOMÉTRIQUES DANS L'ACTIVITÉ DE LA MAIN À LA PÂTE « SUR LES PAS D'ÉRATOSTHÈNE »

Bertrand LEBOT
PIUFM, IUFM Poitou Charentes/IREM de Poitiers
bertrand.lebot@univ-poitiers.fr

Résumé
Cet atelier avait comme projet initial de partir de la situation « Sur les pas d'Eratosthène » de l'association « La Main à la Pâte » et de chercher si lors d'une démarche d'investigation, il ne pouvait y avoir une situation déclenchante pertinente pour l'étude de notion(s) mathématique(s).
Dans un premier temps nous nous sommes penchés sur la place des mathématiques dans une situation d'investigation en science physique. Cela a permis de préciser les similitudes entre les constructions des savoirs. La schématisation très présente dans la situation étudiée, laisse une place pour les connaissances mathématiques. Elles ont un rôle important à jouer pour émettre des hypothèses.
La situation s'appuie sur la propagation rectiligne de la lumière. Il s'agit d'étudier des phénomènes de l'optique géométrique. Ainsi l'étude de la situation fait intervenir de nombreux éléments en lien avec les savoirs mathématiques : mesure des angles, propriété angulaire du parallélisme, relation angulaire dans le cercle. Autant de notions qui ne sont pas au programme du primaire. Toutefois la découverte de la trajectoire rectiligne de la lumière est riche pour le cycle 3.
Les participants se sont partagés trois séances devant faire découvrir la forme rectiligne du trajet de la lumière. Les non-dits et les phénomènes ostentatoires ont surpris un groupe de participants. D'autres ont eu du mal à identifier les différents moments du canevas de la démarche d'investigation. Un autre groupe a trouvé que finalement les élèves n'avaient que peu de liberté. Les situations se trouvaient rapidement fermées par les commentaires. Les schémas ont interpellé un dernier groupe. Ils sont omniprésents et pourtant tellement complexes à concevoir.
Nos critiques nous ont interrogés sur notre regard de formateur. La confrontation avec la mise en œuvre filmée montre que nous sommes parfois trop critiques. L'enseignante a su mettre en place une organisation induisant les objets nécessaires au bon fonctionnement de l'étude. Le schéma eut à nouveau une place importante par les tracés qui étaient demandés.

Exploitations possibles
Le contenu de cet atelier permet de questionner ce qui est sous-entendu par le terme démarche d'investigation en sciences et en mathématiques. L'analyse de la situation de la Main à la Pâte « sur les pas d'Eratosthène » donne à réfléchir sur les apprentissages mathématiques possibles dans des situations « étiquetées » comme relevant des sciences expérimentales en cycle 3 et au collège.

Mots-clés
Démarche d'investigation. Modélisation. Eratosthène. Mathématiques et sciences.

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES À PARTIR DE PUZZLES ET TANGRAM À L'ÉCOLE

Groupe IREM Premier degré de Draguignan[30]
IREM de Nice

Résumé
Dans cet article, nous présentons des séquences de géométrie dont l'objectif est de travailler sur la capacité à décomposer des figures planes en sous-figures, réalisées à partir d'un matériel facilement accessible (puzzle ou tangram) et proposées dans des niveaux différents, voire même dans des cycles différents. De plus, nous avons établi des progressions intégrant ces activités et prenant en compte les spécificités du travail géométrique de chaque classe. Celles-ci, qui portent notamment sur les compétences mathématiques, sur les procédures d'élèves et sur la place du matériel, nous ont conduits à créer des liens entre les différentes progressions établies pour mettre en place une différenciation pédagogique.

Exploitations possibles
Les activités de géométrie présentées dans cet article peuvent constituer des supports et des exemples pour la formation continue. Parce qu'elles prennent appui sur un matériel facilement accessible et sur un déroulement commun tout en jouant sur les variables didactiques disponibles, ces activités peuvent intéresser les Professeurs des Écoles, de tous les cycles, souhaitant travailler sur l'analyse de figures planes en sous-figures.

Mots-clés
Formation continue des enseignants, figures planes, géométrie des puzzles, géométrie du pliage, Tangram, Puzzle

[30] Claire BRANSIEC - Professeur des Écoles, École maternelle, La Bastide, Claire.Bransiec1@ac-nice.fr
Romain CLAVIER - Professeur des Écoles, École Jean Moulin, Aups, romain.clavier@ac-nice.fr
Cyril GRASSONE - Professeur des Écoles, École des Salles/Verdon, Cyril.grassone@ac-nice.fr
Sandrine LECLERC - Professeur des Écoles, de St Blaise, sand.leclerc@sfr.fr
Anne PECORARO-BAILLET - Professeur des Écoles, École Jean Moulin, St Maximin, anne.pecoraro-baillet@ac-nice.fr

EXPLORER LES PATRONS DU CUBE : DE L'INTÉRÊT DES REPRÉSENTATIONS À L'AIDE DE LOGICIELS DE MATHÉMATIQUE DYNAMIQUE

Anne CALPE
Enseignante, collège Gaston Baty
Institut Français de l'Éducation
anne.calpe@ac-lyon.fr

Jean-Pierre RABATEL
Professeur des écoles, Maître formateur, école Jean Moulin CALUIRE
jeanpierre.rabatel@laposte.net

Jean-François ZUCCHETTA
Formateur, ESPé de Lyon
jean-francois.zucchetta@univ-lyon1.fr

Sophie SOURY-LAVERGNE
Enseignant-chercheur, Institut français de l'Éducation
sophie.soury-lavergne@ens-lyon.fr

Résumé
L'article présente un travail sur l'utilisation des technologies pour l'apprentissage de la géométrie dans l'espace réalisé dans le cadre du projet MaDyP (Mathématiques Dynamiques au Primaire) de l'Institut Français de l'Éducation. Les participants à l'atelier ont pu découvrir des cahiers informatisés créés avec le logiciel Cabri Elem pour travailler la notion de patron du cube. Ils ont exploré ces cahiers et ont pu les analyser du point de vue des variables didactiques et des différents types de rétroactions que permet le logiciel dans le but d'en dégager les potentialités didactiques.
Les usages en classe qui ont été expérimentés en classe de CM2 et de 6ème associent l'utilisation des cahiers informatisés à celle de matériels tangibles. L'hypothèse, confortée par les observations, est que les environnements sont complémentaires pour l'apprentissage des élèves ; les différentes caractéristiques d'un patron de cube (forme et agencement des faces) ne faisant pas l'objet des mêmes contraintes sur l'action des élèves dans les deux environnements. Le débat dans l'atelier a porté sur les caractéristiques du travail proposé aux élèves, sur les conditions du réinvestissement de connaissances par les élèves dans les différents environnements et sur les apports de ce type de travail dans l'appropriation des ressources mathématiques et informatiques par les enseignants du primaire.

Exploitations possibles
L'article permet à des enseignants du premier ou second degré de découvrir l'utilisation d'activités avec Cabri Elem sur les patrons du cube, travail mené avec des élèves de CM2 et de 6è. Utilisé en articulation avec du matériel Polydron, le cahier « Patrons du cube » a montré qu'il pouvait constituer une transition entre la manipulation concrète d'objets et la manipulation plus abstraite de représentations, favorisant les processus de conceptualisation. L'article étudie les apports et les limites de la technologie pour le travail de cette notion.

Mots-clés
Géométrie dynamique 2D et 3D, Cahiers Cabri Elem, Patrons de cube, Variables Didactiques, Rétroactions, Transition école-collège

BUTS & MOYENS D'UNE CONTINUITE DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE

François BOULE
MdC retraité
francois.boule@neuf.fr

Résumé
L'enseignement de la géométrie, dans l'enseignement français, est en déclin depuis les années 70. Il s'agit de retrouver l'intérêt, le sens et une pédagogie, d'une part pour les élèves, d'autre part pour les futurs enseignants. Des réflexions anciennes (Clairaut, Méray…) ou plus récentes permettre de reconstruire des éléments significatifs d'une culture géométrique et de les dérouler de l'école au collège et au lycée. Quelques-uns de ces thèmes sont proposés à la discussion : les aires, les pliages, les isométries, l'étude conjointe de l'espace et du plan, la perspective …

Exploitations possibles
Le contenu de cet atelier donne à voir des propositions d'activités en géométrie qui ne sont pas celles que l'on trouve habituellement dans les manuels destinés à des élèves de cycle 3 ou de collège. Ces activités ont été conçues afin de permettre aux élèves de se construire un capital d'expériences en géométrie.

Mots-clés
Enseignement de la géométrie. Transition école-collège. Aires. Pliages. Perspectives. Isométries.

L'ENSEIGNEMENT DE LA SYMÉTRIE ORTHOGONALE À LA TRANSITION ECOLE-COLLÈGE

Groupe IREM Transition école-collège
L'enseignement de la symétrie orthogonale à la transition école-collège
IREM de Montpellier, Université Montpellier 2
aurelie.chesnais@um2.fr

Résumé
Cet atelier propose de questionner la continuité des enseignements entre l'école et le collège en géométrie. Nous nous appuyons pour cela sur le travail mené au sein du groupe IREM de Montpellier « transition école-collège ». Le groupe a notamment travaillé sur l'enseignement de la symétrie orthogonale, notion emblématique des difficultés qui se posent à cette transition. Nous clarifions tout d'abord les enjeux d'enseignement de cette notion en cycle 3 et en sixième, compte tenu des programmes et d'éléments didactiques. Nous présentons ensuite des situations de classe qui ont été élaborées par le groupe et testées dans des classes de CM2 et de sixième. L'analyse de la mise en œuvre de ces situations dans des classes et de réponses d'élèves permet d'en présenter les enjeux, les difficultés et les marges de manœuvre qui s'offrent aux enseignants pour leur mise en œuvre.

Exploitations possibles
Les situations présentées et analysées peuvent constituer un outil de formation sur la symétrie axiale pour des Professeurs des Écoles, notamment pour des enseignants de cycle 3, et pour des Professeurs de mathématiques de classe de sixième.

Mots-clés
Compétences langagières, Conceptions erronées, Continuité de l'enseignement, Formation initiale et continue des enseignants, Géométrie plane, Symétrie axiale, Transition école-collège.

ateliers2

ENRICHISSEMENT D'UNE VISION NON ICONIQUE AVEC UN LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE ET PRÉMISSES D'UNE GÉOMÉTRIE AXIOMATIQUE-NATURELLE (GII)

Sylvia COUTAT
Maître assistante, Université de Genève
Equip DiMaGe
Sylvia.Coutat@unige.ch

Résumé
Cet atelier s'inscrit dans la continuité de l'atelier B1 animé par S. Coutat et R. Falcade lors du précédent colloque COPIRELEM (Coutat, Falcade 2013). Nous avions orienté ce précédent atelier sur l'étude de l'enseignant dans la mise en œuvre d'une séquence de géométrie utilisant un logiciel de géométrie dynamique en fin de primaire. Nous reprenons de nombreux éléments dans ce présent atelier en nous intéressant plus particulièrement aux connaissances des élèves en jeu dans des activités utilisant un logiciel de géométrie dynamique. La géométrie du cycle 3, orientée vers les propriétés, est le support des activités travaillées en classe, les enjeux de cette géométrie sont précisés dans une première partie à travers les travaux de Braconne Michoux (2008) alliés aux travaux de Houdement et Kuzniak (1998) et de van Hiele (1958). Nous présentons ensuite les travaux de Duval et Godin (2005), et ceux de Offre, Perrin et Verbaere (2006) sur l'évolution du regard des figures géométriques avec l'usage des instruments. Dans une deuxième partie nous analysons deux activités issues d'une ingénierie didactique sur l'introduction d'un Logiciel de Géométrie Dynamique au début du cycle 3. Cette introduction du dynamisme dans l'apprentissage de la géométrie vise une évolution de la réflexion des élèves vers la prise en compte des propriétés. L'utilisation d'un Logiciel de Géométrie Dynamique s'accompagne de l'introduction d'une nouvelle règle de contrat didactique : *une construction est valide si elle conserve ses propriétés au cours du déplacement*. Dans la troisième partie l'analyse de deux élèves démontre à la fois la difficulté dans le changement de regard souhaité chez les élèves et l'évolution positive de la réflexion de ces derniers. Un bref compte-rendu du travail des participants est présenté dans la quatrième partie. La dernière partie expose quelques éléments de conclusion.

Exploitations possibles
L'atelier proposé permet en premier lieu une approche théorique succincte mais claire de différentes recherches sur la géométrie. Les paradigmes géométriques sont croisés avec les niveaux de Van Hiele et la décomposition dimensionnelle. Ce cadre théorique est appliqué à la description de travaux d'élèves dans le cadre d'une séquence didactique basée sur un environnement de géométrie dynamique. Le lecteur pourra utiliser cet article en formation initiale des professeurs d'écoles (pour exemplifier les cadres théoriques) mais également en formation continue (pour approfondir une réflexion sur la géométrie dynamique). Ce texte peut également servir de base à un développement de recherche.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Géométrie. Géométrie dynamique. Paradigmes géométriques. Niveaux de Van Hiele. Décomposition dimensionnelle.

SPÉCIFICITÉS DES APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES ET SPATIAUX DANS LA SCOLARITÉ OBLIGATOIRE : QUELS ENJEUX POUR LA FORMATION INITIALE DES ENSEIGNANTS ?

Mhammed ENNASSEF
PRAG, IUFM D'AQUITAINE-UNIVERSITÉ BORDEAUX IV
Laboratoire LACES, équipe E3D, Université de Bordeaux
Mhammed.Ennassef@iufm.u-bordeaux4.fr

Patrick GIBEL
MCF, IUFM D'AQUITAINE-UNIVERSITE BORDEAUX IV
Laboratoire LACES, Université de Bordeaux
Patrick.Gibel@iufm.u-bordeaux4.fr

Sylvie HENRY
PRCE, IUFM D'AQUITAINE-UNIVERSITE BORDEAUX IV
Laboratoire LACES, équipe E3D, Université de Bordeaux
Sylvie.Henry@iufm.u-bordeaux4.fr

Résumé
Dans un premier temps nous présenterons et analyserons des situations d'enseignement et d'apprentissage qui nous semblent constituer des supports privilégiés pour sensibiliser les étudiants de M1, Master SMEEF[31], aux différents types de géométrie et aux contrats didactiques spécifiques qui les sous-tendent. Il s'agira de montrer comment nous négocions avec les étudiants de M1 le passage de la géométrie G1 à la géométrie G2 (Houdement & Kuzniak, 2006).
Puis, à partir de vidéos, nous effectuerons avec les participants l'analyse en Théorie des Situations Didactiques de séquences expérimentées en cycles 2 et 3, supports privilégiés pour faire prendre conscience aux étudiants de M2 des enjeux didactiques spécifiques liés à l'apprentissage de la géométrie. Pour chacune de ces séquences, nous expliciterons et justifierons en quoi la dévolution de situations d'action et de formulation permet aux élèves de privilégier l'expérimentation et l'élaboration de raisonnements géométriques.

Exploitations possibles
Le formateur trouvera dans ce texte des supports pour sensibiliser ses étudiants de M1 aux différents types de géométrie (G1, G2) et une situation de formation de type homologie pour aborder avec ses étudiants de M2 les enjeux didactiques spécifiques liés à l'apprentissage de la géométrie. En outre, le formateur trouvera une présentation des principaux éléments théoriques qui ont servi de référence aux auteurs pour préciser les concepts de base de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) sur lesquels repose leur démarche.

Mots-clés
Formation initiale des enseignants, Géométrie plane, Théorie des situations didactiques, Paradigme géométrique, Reproduction d'une figure

ateliers2

[31] Master SMEEF, Master « Sciences pour les Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation » dispensé à l'IUFM d'Aquitaine.

FAIRE DE LA GÉOMÉTRIE AU CYCLE 3 À PARTIR D'UNE CORDE À 13 NŒUDS.

Mirène LARGUIER
Maître de conférences, IUFM DE Montpellier
Laboratoire LIRDEF
miren.larguier@gmail.com

Brigitte BONNET-PHILIP
Conseillère pédagogique, circonscription de Montpellier ouest
brigitte.bonnet-philip@ac-montpellier.fr

Résumé
L'atelier s'appuie sur un travail de recherche mené par le groupe IREM premier degré de l'IREM de Montpellier autour de l'élaboration de séquences d'enseignement en cycle trois concernant un apprentissage des polygones s'appuyant sur l'utilisation de la « corde à 13 nœuds » dans l'espace physique.
Deux questionnements sont soumis aux participants, répartis en groupes :
-quelles notions de géométrie peuvent-elles être abordées en utilisant la « corde à treize nœuds » dans le méso-espace puis le micro-espace ?
-quelles progressions envisager pour construire des séquences d'enseignement en lien avec les notions précédentes ?
Après une restitution des idées et propositions des différents groupes, une séquence complète d'enseignement en cycle trois, résultant de la recherche menée par le groupe IREM, fait l'objet d'une présentation commentée et étayée d'éléments théoriques.

Exploitations possibles
En formation continue des maîtres ou en formation de formateurs, ce document offre des pistes de réflexion pour l'apprentissage des polygones à l'école, en recherchant une articulation entre réalisations dans l'espace physique (dans le méso puis le micro-espace) et représentations sur une feuille de papier.
Il aborde différentes problématiques : le passage entre espaces de différentes tailles, le passage d'un objet de l'espace physique à sa représentation par un dessin, les évolutions de langage qui l'accompagnent, le statut d'un instrument en géométrie

Mots-clés
Corde à 13 nœuds, polygone, méso espace, micro espace, langage géométrique, instrument, géométrie naturelle,

DÉCRIRE L'ACTIVITÉ GÉOMÉTRIQUE DES ÉLÈVES : INSTRUMENTS – REGARDS – LANGAGE

Thomas BARRIER
IUFM Nord Pas de Calais, Université d'Artois, LML
thomas.barrier@espe-lnf.fr

Christophe HACHE
Université Paris Diderot, IREM de Paris, LDAR
christophe.hache@irem.univ-paris-diderot.fr

Anne-Cécile MATHÉ
IUFM Nord Pas de Calais, Université d'Artois, LML
acecile.mathe@espe-lnf.fr

Stéphanie MONTIGNY
IUFM Nord Pas de Calais, Université d'Artois
stephanie.montigny@lille.iufm.fr

Résumé

Cet atelier est issu d'un travail collectif réunissant des formatrices et formateurs de l'IUFM Nord Pas de Calais, dont une professeure des écoles à temps partagé, et des enseignants-chercheurs en didactique des mathématiques. Il prend appui sur une expérimentation de plusieurs mois dans une classe de CM2, autour de questions liées à l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie au cycle 3.

Dans le prolongement de travaux menés par un groupe de recherche lillois, dirigé par Marie-Jeanne Perrin-Glorian depuis plus de dix ans (Duval, Godin & Perrin-Glorian (2005), Duval & Godin (2005)), notre travail vise dans un premier temps à interroger la possibilité d'insertion de problèmes de *restauration de figures* (Perrin-Glorian, Mathé & Leclercq, 2013) au sein de pratiques déjà existantes.

Par ailleurs, notre travail expérimental vise également à mieux comprendre la manière dont il est possible de saisir et faire évoluer l'activité géométrique des élèves. Les situations de restauration de figures, comme beaucoup de situations proposées en classe de géométrie, reposent sur une réflexion sur la façon dont certaines contraintes sur l'action matérielle des élèves sont susceptibles de faire évoluer les manières de voir les figures géométriques (Duval & al. 2005, Perrin-Glorian & al. 2013)). De façon complémentaire, en appui sur l'observation de classes, nous proposons également dans cet atelier d'interroger la dimension langagière de l'activité géométrique des élèves en situation. Quels liens les pratiques langagières autour des actions matérielles entretiennent-elles avec le regard porté sur les figures, avec les techniques instrumentées de restauration ? Quel rôle les interactions verbales qui se développent dans la classe jouent-elles dans l'évolution de l'activité géométrique des élèves ? Notre positionnement théorique inclut ainsi également une attention particulière à la dimension langagière des pratiques géométriques (Barrier, Hache & Mathé, à paraître, Hache, 2013).

Exploitations possibles

Les situations de géométrie présentées ainsi que les modalités d'analyse de l'activité de l'élève, présentées et illustrées très précisément, prenant en compte des granularités différentes, peuvent constituer un outil de formation, sur le concept de droites perpendiculaires d'abord défini à partir de celui d'angle droit, et ensuite mobilisé dans le cadre d'une situation de restauration de figure, pour des Professeurs des Écoles, notamment pour des enseignants de cycle 3.

Mots-clés

Angle droit, droites perpendiculaires, restauration de figure, activité de l'élève, pratiques langagières, interactions verbales, agir-penser-parler, analyse *a priori*, analyse logique, cycle 3.

GEOGEBRA ENTRE COUR DE RÉCRÉATION ET FEUILLE DE PAPIER : ILLUSTRATION AVEC LE CONCEPT DE CERCLE AU CYCLE 3

Cécile BOMBRUN-NIGON
Formatrice permanente,
IUFM LYON, centre de Saint-Etienne
Cecile.bombrun@univ-lyon1.fr

René THOMAS
Formateur permanent, irem de Lyon
IUFM LYON, centre de Saint-Etienne
rené.thomas@univ-lyon1.fr

Résumé
L'article présente une expérimentation réalisée en classe de CM1. Celle-ci a pour objectif d'étudier en quoi le travail sur le cercle dans les différents espaces (Artigue, 1982) et en particulier dans le méso-espace et dans l'environnement informatique, permet aux élèves de modifier leur regard sur une figure et de favoriser ainsi la déconstruction dimensionnelle des formes (Duval, Godin, 2005). La construction du concept de cercle a servi de support à cette expérimentation.

Afin de mieux comprendre l'apport des notions de robustesse et de mouvement liées à l'utilisation du logiciel, qui sont deux éléments importants dans notre expérimentation, les participants ont été, dans un premier temps, invités à chercher une situation de type boite noire. Cette première partie explicite les choix des auteurs en lien avec leurs interrogations et rapporte les réactions suscitées par les activités proposées.

Dans un second temps, le visionnage de vidéos réalisées à l'école des Ovides à Saint-Etienne a permis un échange avec les participants afin de repérer en quoi l'utilisation de GeoGebra participe à la construction d'une vision non-iconique du cercle (Duval, 2005).

En conclusion les auteurs présentent les expérimentations projetées la rentrée 2013 : en CM1 en tenant compte des propositions qui ont été faites lors de l'atelier, en CM2 en prolongement de ce qui a été fait en 2012-2013, avec les mêmes élèves.

Exploitations possibles
Le travail exposé dans cet article peut être utilisé à deux niveaux.
Tout d'abord il donne une piste de travail en formation initiale et/ou continue des professeurs des écoles : certains étudiants ont des difficultés en géométrie car ils n'ont qu'une vision iconique des figures géométriques ce qui occasionne des blocages lorsqu'ils doivent faire les liens avec les propriétés mathématiques sous-jacentes. Les activités proposées dans l'atelier peuvent être transposées en formation afin de leur permettre de mobiliser une vision du cercle comme ensemble des points à égale distance du centre. Il resterait à transposer ce dispositif à d'autres objets géométriques.
Enfin les situations expérimentées dans les classes fournissent des pistes intéressantes pour travailler au cycle 3 à la construction d'une vision non iconique du cercle en combinant activités dans un méso-espace et utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.

Mots-clés
Géométrie. Concept de cercle. Géométrie dynamique. Paradigmes géométriques. Décomposition dimensionnelle.

ANGLE DROIT À L'ARTICULATION ENTRE LE CYCLE 2 ET LE CYCLE 3

Équipe ERMEL[32]
IFÉ

Résumé
Au cycle 2, comme au début du cycle 3, dans le cadre des recherches sur les apprentissages géométriques de l'équipe ERMEL, nous avons cherché à amener les élèves à construire des significations du concept d'angle droit comme outil implicite de résolution de problèmes spatiaux. L'atelier se propose d'étudier les connaissances que les élèves peuvent mobiliser lors de ces résolutions : leur « nature » (sont-elles perceptives ? instrumentées ? spatiales ou géométriques ?) ainsi que les savoirs auxquels elles se réfèrent (angle droit, mais aussi autres savoirs).
Les conditions d'apparition et d'évolution de ces connaissances peuvent dépendre des significations de l'angle droit sous-tendues par les situations de référence, des types de problèmes proposés (reconnaissance, production), des variables didactiques qui leur sont appliquées (le caractère spatial ou non des objets, la présence ou non d'instruments). Il en résulte une évolution possible de ces connaissances au cours du cycle : de spatiales initialement, elles peuvent acquérir un « statut » différent, en prenant une forme plus conceptualisée.
Dans l'atelier proposé, nous avons présenté quatre situations issues de notre recherche et les résultats obtenus. Nous avons cherché à expliciter les connaissances sur angle droit auxquelles un élève de cycle 2 peut « raisonnablement » accéder, et celles qui peuvent faire l'objet d'une institutionnalisation. Nous avons soumis à la discussion des participants les conditions permettant de définir une ingénierie didactique cohérente et satisfaisante du point de vue des apprentissages visés.
Nous développons plus particulièrement l'analyse de la situation « Contour de feuille à réparer » dont la présentation s'est appuyée sur le visionnement d'une vidéo tournée dans une classe.

Exploitations possibles
Les situations présentées et analysées constituent un outil utile au formateur ainsi qu'à l'enseignant. Elles peuvent être exploitées dans le cadre de la formation initiale ou continue des Professeurs des Écoles.

Mots-clés
Formation initiale des enseignants. Formation continue des enseignants. Professeur d'école. Géométrie plane à l'école primaire. Angle droit. Perpendiculaire. Carré. Rectangle. Connaissance spatiale. Connaissance géométrique. Résolution de problème.

ateliers2

[32] Henri-Claude ARGAUD, IUFM de Grenoble
Georges COMBIER, IUFM de Lyon
Jacques DOUAIRE, IUFM de Versailles
Marie-Paule DUSSUC, IUFM de Lyon
Gérard GERDIL-MARGUERON, IUFM de Grenoble
Catherine MAZUY, ÉCOLE des Vennes, Bourg-en-Bresse (01)
Cyril VIVIER, École de Coinot, St Rambert d'Albon (26)

UN PROBLÈME OUVERT EN GÉOMÉTRIE POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS ?

Carine REYDY
FORMATRICE, ESPE D'AQUITAINE
Carine.Reydy@espe-aquitaine.fr

Grégory TRAIN
FORMATEUR, ESPE D'AQUITAINE
Gregory.Train@espe-aquitaine.fr

Patrick URRUTY
FORMATEUR, ESPE D'AQUITAINE
Patrick.Urruty@espe-aquitaine.fr

Résumé
Cet atelier a pour objectif d'amener les participants à interroger les stratégies de formation des enseignants du premier degré concernant l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie. Il s'agit, à partir d'une activité de résolution de problème en géométrie mise en place dans deux classes de CM, de questionner son exploitation possible en formation initiale ou continue des enseignants :
- quelles sont les potentialités de ce type de situation en formation ?
- comment structurer une séance de formation autour de cette proposition d'activité ?
- quels objectifs peut-on lui assigner, notamment du point de vue de la construction des gestes professionnels liés à la récupération de l'activité de l'élève ?
Ce questionnement permettra d'interroger plus largement les critères qui orientent la construction d'une situation de formation prenant appui sur un problème ouvert en géométrie.

Exploitations possibles
L'article permet d'envisager une stratégie de formation d'homologie à travers la résolution de problèmes transférable en classe. Par l'étude didactique du problème de la recherche des hexaminos, des choix pour des exploitations possibles en classe et en formation, des prolongements sont envisagés.

Mots-clés
Géométrie à l'école, Hexaminos, Patrons de cube, Symétrie, Formation initiale ou continue des enseignants, Homologie didactique, Variables didactiques.

ANALYSER LA PERTINENCE D'UNE RESSOURCE POUR LA CONSTRUCTION DE MODULES DE FORMATION DANS LE DOMAINE DE LA GÉOMÉTRIE PLANE

Catherine TAVEAU
Formatrice ESPE Aquitaine
COPIRELEM
Catherine.taveau@espe-aquitaine.fr

Résumé

Les travaux actuels de la COPIRELEM se sont orientés sur les contenus mathématiques et didactiques « incontournables » pour enseigner la géométrie à l'école primaire et également sur des situations de formation « consistantes » souvent reprises de l'ouvrage Concertum (2003).
Pour cela, une ressource ouverte, évolutive et susceptible de s'adapter à des dispositifs de formation très variables (formation initiale ou continue) a été construite.

Elle met en lien, dans une carte mentale (construite à partir du logiciel libre « xmind »), ces contenus d'enseignement et ces situations de formation. L'entrée par les situations de formation a été privilégiée et est complétée par des analyses de manuels, de productions d'élèves, de vidéos de classe,…

Au cours de l'atelier, les participants ont été amenés à analyser la pertinence de ce document selon différentes modalités d'utilisation.

Exploitations possibles

Ce texte est destiné aux formateurs. Il permet non seulement à ces derniers de prendre du recul par rapport aux enjeux d'une formation des professeurs des écoles dans le domaine de la géométrie et aux différents types de connaissances à travailler mais également d'envisager des modules de formation cohérents et « complets » amenant les enseignants à acquérir ces connaissances pour les aider à construire des progressions pour leurs élèves.
Le support mis à la disposition des formateurs constitue un nouveau type de ressource qui devrait répondre au mieux aux attentes des différentes catégories de formateurs et une base autorisant des adaptations et des évolutions.

Mots-clés

Formation des professeurs des écoles, situations de formation, ressources pour la formation des maîtres, enjeux de l'enseignement de la géométrie à l'école

LES COMMUNICATIONS

Seuls les résumés figurent ici. Les comptes-rendus complets des communications sont sur le CD joint.

ÉTUDE COMPARATIVE DE DEUX SITUATIONS SUR LES TRIANGLES PARTICULIERS AU CYCLE 3

Stéphane FABRE
MCF, UPJV IUFM AMIENS
CAREF
Stephane.fabre@u-picardie.fr

Brigitte GRUGEON-ALLYS
PU, Universite paris est Créteil IUFM
LDAR Université Paris Diderot
Brigitte.grugeon@orange.fr

Résumé
Dans un premier temps, nous comparons deux situations d'apprentissage ayant le même objectif : nommer et caractériser des triangles particuliers (triangles isocèles et équilatéraux).
La première situation est extraite du manuel « objectif calcul » de CM2 (page 34, aux éditions Hatier 1996), la deuxième nommée « triangle paille » est une situation que nous avons élaborée dans le cadre de la recherche ORPROF[33]. Ces deux situations mettent en jeu les mêmes supports (des pailles) et les tâches proposées aux élèves sont proches (construire des triangles avec les pailles). Cependant à travers l'étude des différences entre certaines variables (présence de ficelles, constitution des paquets de pailles, longueur et nombre de pailles, organisation du travail…), nous voulons montrer par une analyse *a priori* que le milieu créé dans la situation « triangle paille » semble plus robuste et favorise davantage les interactions élèves/milieu pour permettre aux élèves de valider ou d'invalider leurs procédures.
Ensuite, nous analysons la mise en œuvre de la situation « triangle paille » dans une classe de CE2/CM1. Cette analyse des interactions prend en compte la structuration du milieu (Margolinas, 2005).
Elle met en évidence le rôle important du maître pour faire vivre la situation tout en laissant l'activité à la charge des élèves.

Exploitations possibles
L'analyse comparée de deux situations apparemment proches l'une de l'autre proposée dans l'article, permettra au PE ou au formateur de mesurer l'importance du milieu matériel de la situation pour favoriser une approche expérimentale de propriétés mathématiques.

Mots-clés
Activité géométrique – Activité expérimentale - Paradigmes géométriques – Milieu – Situation a-didactique

[33]Objets et ressources professionnelles à l'école primaire : Quelles références et quels usages pour le enseignants ? Recherche du pôle Nord-Est des IUFM.

COMPAISON FRANCO-ESPAGNOLE DE RESSOURCES SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA MODÉLISATION

Richard CABASSUT
Enseignant, Université de Strasbourg
LDAR Université Paris 7
richard.cabassut@unistra.fr

Irène FERRANDO
Enseignante, Universidad de Valencia
Departamento de didáctica de las matematicás
irene.ferrando@uv.es

Résumé
La modélisation est un thème important des programmes de l'enseignement secondaire en France et en Espagne, et on peut également relier ce thème aux programmes de l'enseignement primaire. Dans cette étude, différentes ressources de l'école primaire disponibles pour un enseignement de la modélisation sont considérés. Une approche comparative entre les deux pays est adoptée, pour mieux mettre en évidence les différences dans les ressources des manuels. Une typologie des ressources est proposée, en s'appuyant sur les fonctions qui vont y être assignées. Pour cela, sont étudiées les compétences qui sont mises en jeu dans les tâches de modélisation et qui sont aussi en relation avec les recommandations des textes officiels des programmes d'enseignement de l'école primaire. Enfin, quelques implications possibles pour une formation à la modélisation des enseignants de l'école primaire sont discutées.

Exploitations possibles
Cette communication met l'accent sur la comparaison de l'approche de la modélisation dans des ouvrages espagnols et français. À travers quelques exemples, les points communs et les différences sont mis en évidence, permettant ainsi d'illustrer un moment de formation (initiale ou continue).

Mots-clés
Modélisation, résolution de problèmes, école primaire, Espagne.

APPRENTISSAGES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE ET RESSOURCES POUR LES ENSEIGNANTS

Jacques DOUAIRE
Équipe ERMEL - IFé
LDAR – ESPE Académie de Versailles - UCP
jacques.douaire@u-cergy.fr

Fabien EMPRIN
Équipe ERMEL - IFé
CEREP - Université Reims Champagne Ardennes - ESPE
fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé
Au cycle 2 le recours à la ligne droite, l'appréhension de ses propriétés et des contraintes techniques du tracé, sont rencontrés dans des problèmes d'alignement de points ainsi que dans des problèmes de représentation d'objets du plan ou de l'espace sollicitant des propriétés du trait droit (rectitude) indépendantes de l'alignement de points. Cet apprentissage pose plusieurs questions :
- Quelles sont les éléments problématiques de ces apprentissages, et notamment quelle articulation possible au cycle 2 entre ces deux aspects (alignement de points et rectitude de traits) ?
- Quelles sont les possibilités et les limites de transfert entre les procédures développées dans le méso-espace et dans celui de la feuille de papier ?
Cette communication a aussi pour but d'expliciter certaines questions que nous nous posons sur la production des ressources valorisant les résultats de notre recherche et en particulier sur la rédaction des dispositifs d'enseignement.

Exploitations possibles
Cet article peut servir aux formateurs (formation initiale et continue) et aux enseignants de terrain pour pointer les difficultés de la création de ressources (en particulier les difficultés du passage du méso-espace au micro-espace dans des situations géométriques). Plus précisément, cet article traite d'une notion délicate en cycle 2, l'alignement et la rectitude…il peut donc servir de base à tous travaux concernant l'introduction de cette notion au cycle 2.

Mots-clés
Ressources, cycle 2, alignement, rectitude, ligne droite, points, géométrie, méso-espace, micro-espace.

ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE À DES ÉLÈVES DYSPRAXIQUES VISUO-SPATIAUX

Edith PETITFOUR
PIUFM, IUFM de Bar-Le-Duc, Université de Lorraine
LDAR, Paris
edith.petitfour@univ-lorraine.fr

Résumé
Les apprentissages géométriques peuvent sembler inaccessibles aux élèves ayant des troubles praxiques quand l'enseignement s'appuie sur des manipulations d'objets lors d'expérimentations avec du matériel ou lors de tracés instrumentés. Ces élèves, en effet, sont maladroits dans les actions à réaliser car il résulte de leur handicap une incapacité à programmer des séquences de gestes et à les automatiser. À cela peuvent s'ajouter des troubles visuo-spatiaux empêchant une exploration fiable des figures.
Nous cherchons à déterminer ce qui, dans l'action didactique, permet la construction de connaissances et une évolution de la conceptualisation en géométrie plane, lors de la transition école primaire-collège, pour ces élèves porteurs de troubles spécifiques des apprentissages.
Nos observations ont été réalisées dans une classe de sixième où sont scolarisés quelques élèves « Dys ». Notre étude porte sur l'enseignement de la symétrie axiale au moment où les élèves doivent passer d'une appréhension globale à une appréhension ponctuelle des figures. Nous analysons l'impact des ressources utilisées par l'enseignant sur les apprentissages des élèves, tels les gestes, le discours, les signes écrits et graphiques et l'utilisation d'artefacts dans un environnement numérique.

Exploitations possibles
Cette communication présente une analyse fine des procédures d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux et dyslexiques lors du tracé du symétrique d'un point par rapport à une droite dans un environnement papier-crayon ou dans un environnement numérique, ainsi que des aides apportées par l'enseignant ou l'Auxiliaire de Vie Scolaire (AVS). Ces analyses peuvent apporter aux formateurs des éléments très intéressants sur l'apprentissage en géométrie d'élèves dyspraxiques visuo-spatiaux.
Par ailleurs, les apports de cette communication sur les procédures des élèves et les effets des différents types d'aides apportées à ces élèves peuvent également permettre aux formateurs d'approfondir une réflexion sur les difficultés liées à l'enseignement-apprentissage de la géométrie dans des classes « ordinaires ».

Mots-clés
Symétrie Axiale. Logiciel de géométrie dynamique. Dyspraxie visuo-spatiale. Manipulation. Déconstruction dimensionnelle. Typologie d'aides.

ÉTUDE D'UN DISPOSITIF ARTICULANT PRODUCTION DE RESSOURCES ET FORMATION CONTINUE EN GÉOMETRIE : QUELS EFFETS SUR LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS ?

Christine MANGIANTE-ORSOLA
MCF, Université d'Artois
Laboratoire de Mathématiques de Lens
christine.mangiante@espe-lnf.fr

Régis LECLERCQ
IEN 1er degré
regis-jules.leclercq@ac-lille.fr

Résumé
Notre travail prend appui sur un dispositif visant la production de ressources dans le cadre de séances de formation continue, mettant en place un suivi d'enseignants sur le moyen terme, afin de mieux comprendre comment ils s'approprient des situations directement produites ou inspirées par la recherche et d'identifier des aspects qui facilitent à la fois le processus d'appropriation et la diffusion de ces situations dans l'enseignement ordinaire. Dans cette contribution, nous décrirons le parcours d'une enseignante de CM1/CM2 participant au dispositif de formation. Après plusieurs rencontres de travail, elle nous présente une séance en classe à partir d'un document issu des travaux du groupe Géométrie de l'IUFM Nord Pas de Calais. Le bilan de cette séance soulève un certain nombre de questions à propos des apports possibles pour l'enseignante et amène à concevoir une situation alternative qui sera, à son tour, testée et analysée. Quels sont les éléments issus de la recherche à opérationnaliser dans le but de les adapter aux besoins des enseignants ? En quoi cette séance revêt un potentiel de formation plus important que la première et de façon plus générale aménage un "passage" entre les travaux du groupe Géométrie et les pratiques des enseignants suivis ? Nous conclurons en essayant de caractériser ce qui pourrait être désigné par une *situation pour la classe avec objectifs de formation*.

Exploitations possibles
Ce texte comporte des ressources sur lesquelles un formateur peut s'appuyer en formation continue pour créer des scénarios de formation. Ces situations constituent également des ressources pour le maître pour une mise en œuvre en classe.
Côté recherche en didactique des mathématiques, cet article propose une réflexion à propos des conditions d'appropriation de situations issues de la recherche. Certaines pouvant se révéler difficiles à mettre en œuvre pour un enseignant non initié à la recherche, l'article propose une progression plus adaptée à l'enseignement ordinaire. Pensée pour aider l'enseignant à mieux comprendre la démarche suivie, cette progression est constituée de « situations pour la classe avec objectifs de formation pour le maître ».

Mots-clés
Formation continue des enseignants
Production de ressources
Situations pour des élèves à visée de formation des enseignants
Conditions d'appropriation de situations par des enseignants
Restauration de figure

L'ENSEIGNEMENT DU CONCEPT DE VOLUME EN CM2

Karine MOLVINGER
Chargée de recherche au CNRS,
LIRDEF (Laboratoire Interdisciplinaire de Recherche en Didactique, Éducation et Formation) équipe ERES, EA 3749, UM2, UM3
karine.molvinger@montpellier.iufm.fr

Résumé

L'étude présentée est une partie d'un projet plus vaste s'intéressant à la transition école-collège en sciences et en mathématiques. Elle porte sur les grandeurs à l'école primaire et plus particulièrement sur l'enseignement de la grandeur volume. Nous présentons une étude des programmes dans laquelle nous nous intéressons à la prise en charge de cette notion en sciences et en mathématiques. Puis, nous nous appuyons sur les recherches sur les difficultés des élèves (Ricco *et al.*, 1983, Smith, 1985) pour étudier des manuels et des pratiques d'enseignants de cycle 3. Nous y analysons la façon dont la grandeur volume est traitée : prise en charge des aspects géométriques/physiques versus les aspects numériques, prise en compte des conceptions des élèves et des problématiques liées à la mesure des grandeurs. Notre objectif est ainsi d'explorer comment les enseignants peuvent aborder ce concept et gérer les difficultés des élèves.

Exploitations possibles

L'étude des programmes et de manuels ainsi que les scénarios présentés et analysés constituent un outil utile au formateur ainsi qu'à l'enseignant. Elles peuvent être exploitées dans le cadre de la formation initiale ou continue des Professeurs des Écoles ou des Professeurs enseignant en classe de sixième dans le cadre de la liaison école-collège.

Mots-clés

Volume. Grandeur géométrique. Grandeur physique. Grandeur et mesure. Pratique d'enseignant. Manuel Scolaire. Liaison école-collège. Programme scolaire. Programme d'enseignement. Difficulté des élèves. Difficulté conceptuelle.

GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE AU CYCLE 3 : INSTRUMENTATION ET INGÉNIERIE DIDACTIQUE.

Isabelle PAYET
Doctorante, Formatrice en mathématiques, ESPE de la Réunion
Laboratoire d'Informatique et de Mathématiques (LIM)
isabelle.payet@univ-reunion.fr

Résumé
La géométrie dynamique est un environnement encore peu pratiqué à l'école et dont le potentiel reste à explorer à ce niveau de scolarité. Dans le cadre de cette recherche, nous travaillons avec le logiciel libre de géométrie dynamique CaRMetal. Ce dernier présente certaines spécificités comme la construction anticipée de tous les objets (désormais, GeoGebra le propose depuis la version 4), ainsi qu'un outil qui lui est spécifique : le Monkey, qui « secoue » les figures construites permettant d'être confronté immédiatement à la résistance des figures par rapport aux propriétés. Des recherches antérieures ont montré que la validation des propriétés par le mouvement véhicule de nouvelles représentations des objets géométriques étudiés et de leurs propriétés. Plus généralement, l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique peut induire un travail plus conceptuel avec des situations complexes permettant ainsi d'entrer dans une démarche d'investigation pertinente en termes de propriétés des objets. Cette recherche s'inscrit donc dans cette continuité et la prolonge sur tout le cycle 3 (du CE2 au CM2) en construisant des ingénieries utilisant la réactivité immédiate des outils de CaRMetal.

Exploitations possibles
Pour qui s'intéresse à l'introduction de logiciel de géométrie dynamique à l'école primaire, cet article, en étudiant les effets de l'instrumentation sur les représentations des élèves en géométrie, met en évidence des éléments nécessaires à la construction d'une ingénierie didactique de la géométrie dynamique.
Les exemples de séquences proposés illustrent les premiers résultats de recherche établis.

Mots-clés
Logiciel de géométrie dynamique – Instrumentation – Instrumentalisation – Ingénierie didactique.

À LA DÉCOUVERTE DES TRIANGLES : DE LA MANIPULATION DE SEGMENTS DANS UN LOGICIEL DE MATHÉMATIQUES DYNAMIQUES À LA CONSTRUCTION À LA RÈGLE ET AU COMPAS

Anne VOLTOLINI
Enseignante
Collège Champollion, Grenoble
anne.voltolini@ac-grenoble.fr

Résumé
Cette communication a présenté une situation de travail sur la construction de triangles, basée sur l'utilisation de cahiers d'activités informatiques et utilisable en cycle 3 (CM2). L'objectif est l'apprentissage de la construction d'un triangle à la règle et au compas, les longueurs de ses trois côtés étant données. Dans un premier cahier l'élève est amené à former des triangles par manipulations directes de segments donnés, selon deux déplacements : translation et rotation autour d'une des deux extrémités du segment. Cette rotation, qui permet de faire pivoter le segment autour d'une extrémité qui reste fixe, amènera l'élève à utiliser le compas dans la construction géométrique d'un triangle sur papier. Un deuxième cahier poursuit le travail pour aboutir à l'usage du compas et à la nécessité de tracer des arcs de cercles pour trouver le troisième sommet d'un triangle.

Exploitations possibles
On pourrait aussi utiliser ce travail avec des étudiants de M1 pour leur faire découvrir l'efficacité de la géométrie dynamique et par exemple, retrouver l'inégalité triangulaire.

Mots-clés
Géométrie dynamique au cycle 3 ; logiciel Cabri Elem ; construction de triangles ; construction à la règle et au compas ; cahier d'activités informatiques.

VERS UNE DIDACTIQUE PROFESSIONNELLE DU PROFESSEUR DES ÉCOLES ENSEIGNANT LES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE : UN EXEMPLE DE CIRCULATION DES SAVOIRS ENTRE RECHERCHE ET FORMATION

Denis BUTLEN
PU, IUFM de Versailles - UCP
LDAR
Denis.butlen@u-cergy.fr

Monique CHARLES-PEZARD
MCF, IUFM de Créteil - UPEC
LDAR
Monique.pézard-charles@upec.fr

Pascale MASSELOT
MCF, IUFM de Versailles - UCP
LDAR
PMasselot@aol.com

Résumé
Quelle est la place accordée à la recherche en didactique des mathématiques dans les actuels masters « Métiers de l'éducation et de l'enseignement du premier degré » ? Comment est-elle intégrée à la formation en mathématiques ? À quel moment ? Quels sont les contenus abordés ? Que signifie « adosser un master à la recherche » ? S'agit-il d'amener les futurs enseignants à prendre connaissance de certains résultats de recherche censés éclairer leurs pratiques quotidiennes ultérieures ? Ou bien de les engager dans une démarche de recherche ?
Dans une première partie, nous mettons en perspective et analysons en parallèle deux modalités à partir des descriptifs de deux masters : celle proposée par l'IUFM de Créteil, UPEC et celle proposée par l'IUFM de Versailles, UCP. Nous présentons ensuite des éléments sur la place accordée à la recherche en didactique des mathématiques dans ces formations en fonction des besoins des futurs professeurs des écoles qui devront enseigner les mathématiques. Dans une troisième partie, nous réfléchissons de façon plus générale sur le contenu possible d'une initiation à la recherche en didactique des mathématiques pour ces enseignants et nous tentons d'en dégager les incontournables, en particulier le rôle du mémoire. Nous concluons sur différents liens possibles entre recherche et formation, en les mettant en perspective avec la réforme en cours de la formation des enseignants dans les futures ESPE.

Exploitations possibles
Cette étude s'intéresse au rôle du mémoire de recherche dans la formation initiale des professeurs des écoles ainsi qu'à la place accordée à la recherche dans le master MEEF 1er degré, et s'adresse plus particulièrement aux formateurs encadrant des mémoires de recherche en didactique des mathématiques.

Mots-clés
Mémoire didactique, Mémoire professionnel, Recherche, Recherche en Didactique des mathématiques, Formation des enseignants de mathématiques, Formation didactique, Formation initiale des enseignants.

UNE EXPÉRIENCE DE FORMATION CONTINUE EN LIGNE ET À DISTANCE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Jean-Philippe GEORGET
Maître de conférences, Normandie Université
CERSE, EA 965
jean-philippe.georget@unicaen.fr

Avénilde ROMO-VASQUEZ
Chercheuse, Instituto Politécnico Nacional, Mexico
CICATA-IPN
avenilderv@yahoo.com.mx

Résumé :
Dans le cadre d'un programme de formation continue en ligne et à distance destiné à des enseignants latino-américains, un module consacré aux ressources enseignantes a été proposé. On présente ici les caractéristiques du module conçu et les analyses préliminaires et partielles des activités proposées aux enseignants participant à cette formation. On montre les ajustements en formation entre activités ouvertes, peu réinvesties, et activités fermées. On suggère différentes hypothèses explicatives : les formés pourraient pour la production de ressources redéfinir la tâche initiale en une tâche à destination d'enseignants novices ; une autre hypothèse serait la mise en place d'un contrat didactique pour lequel la tâche est produite uniquement dans un contexte de module de formation et ne tient pas compte du contexte institutionnel d'enseignement.

Exploitations possibles : En formation initiale ou continue des enseignants, exploitation dans la conception, la mise en œuvre et l'évaluation de ressources d'enseignement. Exploitation dans la mise en œuvre de formation en ligne ou à distance

Mots-clés : formation continue des enseignants, ressources d'enseignement, évaluation des formations, formation en ligne.

GÉOMÉTRIE ET CALCUL NUMÉRIQUE : UN REGARD HISTORICO-ÉPISTÉMOLOGIQUE ET DES RÉFLEXIONS THÉORIQUES POUR L'ANALYSE DU TRAVAIL MATHÉMATIQUE DES ÉLÈVES ET DES ENSEIGNANTS

Raquel BARRERA - CURIN
ATER, IUFM de Montpellier
Laboratoire de Didactique André Revuz
quellita@gmail.com

Résumé
À travers cette communication, je voudrais à la fois mettre en valeur les relations entre géométrie et calcul numérique mais aussi mettre en valeur de nouveaux éléments théoriques pour l'analyse du travail mathématique des élèves et des enseignants.
Tout d'abord, je présenterai un aperçu d'une étude de travaux épistémologiques, historiques et didactiques à propos de la relation entre nombres et géométrie rendant compte du rôle médiateur de la géométrie pour la construction du sens de certaines idées mathématiques.
Ensuite, je ferai référence à des réflexions théoriques cherchant des moyens pour l'analyse du travail mathématique des élèves dans le processus de construction du sens d'une idée mathématique. Je présenterai quelques exemples d'un processus visant la construction du sens de la multiplication en géométrie dans un contexte d'apprentissage collaboratif.
Finalement, je partagerai quelques questions se dégageant de ma recherche, autour de la formation et du travail mathématique des futurs enseignants. Ces questions se fondent sur une épistémologie permettant un regard particulier sur le travail mathématique des élèves et les rôles de créateur et de médiateur des enseignants.

Exploitations possibles
Ce texte peut permettre à des formateurs de concevoir des liens entre une analyse historico-épistémologique de certains concepts et la conception d'activités pour les enseignants, voire pour les élèves. Cependant il ne constitue qu'une illustration très partielle des apports du cadre théorique convoqué (EMT Kuzniak 2012).

Mots-clés
Espace de Travail Mathématique ; lien entre géométrie et calcul numérique ; médiation sémiotique ; rôles de l'enseignant pour aider à l'apprentissage

UNE SITUATION DE REPRODUCTION DE FIGURES AU CYCLE 2 : MISES EN ŒUVRE ET ANALYSE

Claire WINDER
PRAG, ÉSPE de Nice
claire.winder@free.fr

Résumé
Ce travail prend comme objet d'étude une activité destinée à des élèves de cycle 2 (Favrat & al, 2006). Le choix de cette activité est lié au fait qu'elle « plaît aux enseignants » qui l'ont essayée dans leur classe, et qu'elle permettrait des rencontres géométriques moyennant des pliages d'un carré de papier pavé de 4 carrés superposables de couleurs différentes, que nous avons baptisé PLIOX. Mais quels apprentissages l'utilisation adaptée de ce PLIOX permettrait-elle ? Sous quelles conditions ? Comment les enseignants s'emparent-ils de la situation ? Qu'est ce que cela nous apprend sur leurs relations à l'enseignement de la géométrie ? Comment pourraient-ils s'emparer autrement de la situation ? L'objectif de ce travail est de transformer une banale activité en une situation susceptible d'apprentissages définis en relation avec des choix de variables, d'étudier des mises en scène par des enseignants différents pour tester sa robustesse, d'explorer ses autres potentialités et d'affiner le scénario didactique. Les outils théoriques mobilisés sont liés aux connaissances des élèves, à la théorie des situations didactiques pour la construction et l'analyse de la situation (Brousseau, 1996), aux façons cognitives d'apprendre à voir une figure (Duval, 2004), aux conceptions spatiales (Berthelot & Salin, 1993-94), aux espaces de travail géométrique (Houdement & Kuzniak, 2006), mais aussi à l'étude des pratiques enseignantes : vigilance didactique, tension dévolution institutionnalisation (Pézard & Butlen & Masselot, 2012 ; Margolinas & al, 2008).

Exploitations possibles
- Pour l'enseignement de la géométrie à l'école : un exemple de situation permettant de construire des connaissances géométriques à partir d'un problème de reproduction d'une figure par pliage.
- En formation initiale ou continue : une situation fournissant un point d'appui pour des séances de formation sur l'enseignement de la géométrie à l'école (notamment à partir d'actions matérielles).
- Pour la recherche en didactique de la géométrie ou l'analyse de pratiques : un exemple de construction et d'analyse de scénarios didactiques en appui sur des outils didactiques théoriques.

Mots-clés
Géométrie à l'école, pliage, construction par pliage, origami, reproduction d'une figure, langage géométrique, enseignement de la géométrie, théorie des situations didactiques, rapport aux figures, pratique enseignante.

ANALYSE D'UN DISPOSITIF DE FORMATION EN GÉOMÉTRIE PLANE POUR LES FUTURS PROFESSEURS DES ÉCOLES AUTOUR DE PLIAGES ET DE CONSTRUCTIONS À LA RÈGLE ET AU COMPAS

Françoise JORE
Équipe PESSOA, Département de Sciences humaines et sociales
Université Catholique de l'Ouest - Membre du PRES L'UNAM
jore@uco.fr

Résumé
La proposition qui est faite ici consiste à exploiter un travail autour de deux types d'activités : d'une part des pliages, nécessitant la mise en œuvre consciente de propriétés géométriques, d'autre part des constructions à la règle et au compas avec la rédaction et la justification des scénarios de construction correspondants. Ces activités sont l'occasion avec des M1 qui se destinent au professorat des écoles de revoir bon nombre de théorèmes de géométrie en acte, c'est-à-dire en les **utilisant** pour effectuer un pliage ou une construction, d'entrer dans une démarche de démonstration avec des hypothèses non pas imposées par un énoncé mais tirées de la construction, par le passage obligé de l'utilisation d'un vocabulaire géométrique précis et rigoureux. Ce type d'activité permet à tous les étudiants de s'investir dans la tâche proposée, quel que soit leur niveau de compétences, souvent très hétérogène.

Exploitations possibles
Cette communication s'inscrit dans le cadre d'un échange de pratiques de formation initiale. Elle peut donner des pistes pour élaborer des contenus de formation initiale en géométrie plane pour des étudiants se destinant au professorat des écoles.

Mots-clés
Préparation concours PE. Géométrie plane. Pliages. Programmes de construction. Construction géométriques.