

LA GEOMETRIE DYNAMIQUE EN CYCLE 3, POUR QUOI FAIRE ?

Francine ATHIAS DUBREUCQ

Formateur, IUFM Besançon

Doctorante UMR ADEF

sous la direction de Teresa Assude

francine.dubreucq@univ-fcomte.fr

Résumé

À l'école élémentaire, les élèves sont amenés à résoudre des problèmes de « reproduction ou de constructions de configurations géométriques diverses » (BO Juin 2008). Cinq situations ont été proposées aux élèves, en utilisant un logiciel de géométrie dynamique (tracenpoche) en prenant en compte les modes d'intégration définis par Assude (2006).

Dans cet article sont exposés les premiers résultats d'une expérimentation : lors d'une séance de mise en œuvre en classe, sont étudiées comment les rétroactions du logiciel permettent aux élèves de se rendre compte de la nécessité des propriétés géométriques. Le déplacement des points déplaçables semble être pris en charge par certains élèves pour la validation de la construction sans que l'effet du déplacement soit interprété.

Exploitations possibles

En formation initiale ou continue en géométrie, le logiciel Tracenpoche est utilisé pour résoudre un problème de construction et une comparaison est faite avec Cabri-géomètre.

Mots-clés

Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Cycle 3. Logiciel de géométrie dynamique : Tracenpoche.

LA GEOMETRIE DYNAMIQUE EN CYCLE 3, POUR QUOI FAIRE ?

Francine ATHIAS DUBREUCQ

Formateur, IUFM Besançon

Doctorante UMR ADEF

sous la direction de Teresa Assude

francine.dubreucq@univ-fcomte.fr

Résumé

À l'école élémentaire, les élèves sont amenés à résoudre des problèmes de « reproduction ou de constructions de configurations géométriques diverses » (BO Juin 2008). Cinq situations ont été proposées aux élèves, en utilisant un logiciel de géométrie dynamique (tracenpoche) en prenant en compte les modes d'intégration définis par Assude (2006).

Dans cet article sont exposés les premiers résultats d'une expérimentation : lors d'une séance de mise en œuvre en classe, sont étudiées comment les rétroactions du logiciel permettent aux élèves de se rendre compte de la nécessité des propriétés géométriques. Le déplacement des points déplaçables semble être pris en charge par certains élèves pour la validation de la construction sans que l'effet du déplacement soit interprété.

Je vais essayer d'exposer une de mes questions de recherche. Mon travail consiste à explorer en quoi les rétroactions du milieu dynamique peuvent aider les élèves dans la construction d'un savoir géométrique. J'ai proposé cinq situations à des enseignants, qui reposent sur l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique, tracenpoche (teP). Ces situations sont adaptées par les enseignants, en fonction des contraintes de leur classe et de leur progression en géométrie. Après une rapide introduction concernant les conditions d'usage de la géométrie dynamique en cycle 3, je présenterai les éléments du cadre théorique qui me serviront à la description et à l'analyse des situations. Une troisième partie me permettra de situer le moment analysé dans le contexte général de l'ingénierie, ainsi que d'en effectuer une analyse *a priori*. La quatrième partie sera constituée de l'analyse du déroulement d'un moment *in situ* et sera suivie d'une courte conclusion.

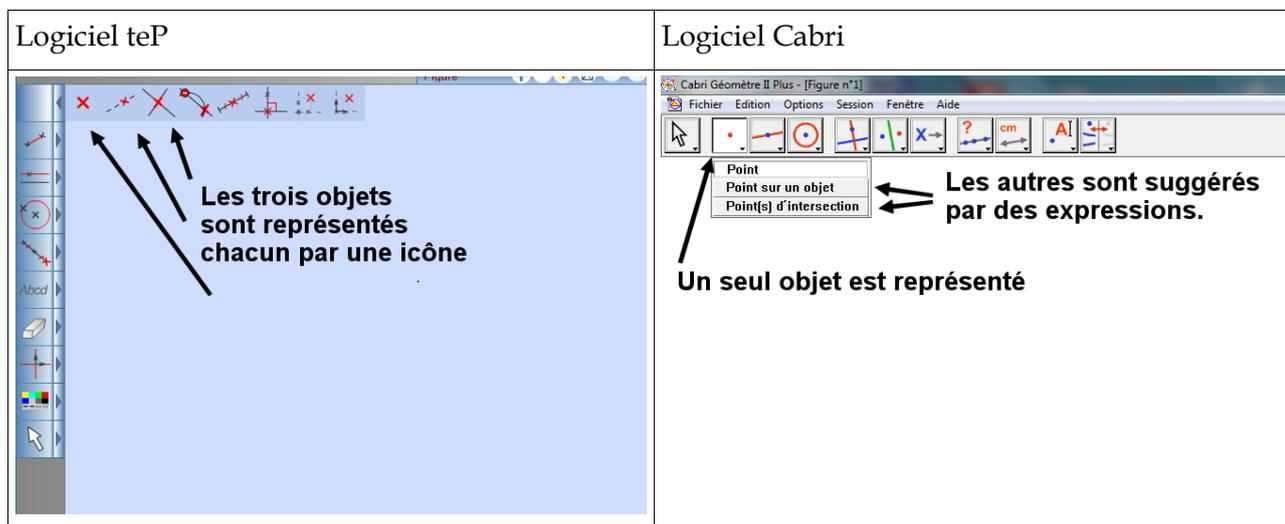
I - INTRODUCTION CONCERNANT L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DYNAMIQUE

La géométrie dynamique est entrée dans les projets scolaires depuis de nombreuses années. En effet, un des premiers logiciels Cabri a été créé en 1985. Dans les programmes de 2002 pour l'école primaire, l'utilisation des TIC (technologie informatique et communication) est préconisée dans les objectifs. En particulier, il est à noter que le logiciel de géométrie dynamique fait partie intégrante du champ mathématique en cycle 3 : « L'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication : [...], logiciels de géométrie dynamique [...]. Dans les programmes de 2008, aucune phrase explicite n'est faite concernant la géométrie dynamique. Par contre, son usage est implicite, « Les technologies de l'information et de la communication sont utilisées dans la plupart des situations d'enseignement ». Ainsi, l'utilisation de tracenpoche en cycle 3 peut avoir toute sa place.

1 Tracenpoche versus Cabri

Voici une présentation rapide du logiciel tracenpoche, mise en parallèle avec Cabri.

a) Dans le logiciel tracenpoche, les boutons sont présentés de la manière suivante : ce qui est accessible en premier, c'est l'icône, puis ensuite en déplaçant la souris, un bandeau jaune explicatif est proposé. Sur Cabri, c'est le contraire. C'est en déplaçant la souris sur les mots que l'icône apparaît, seul l'icône du premier élément est visible.

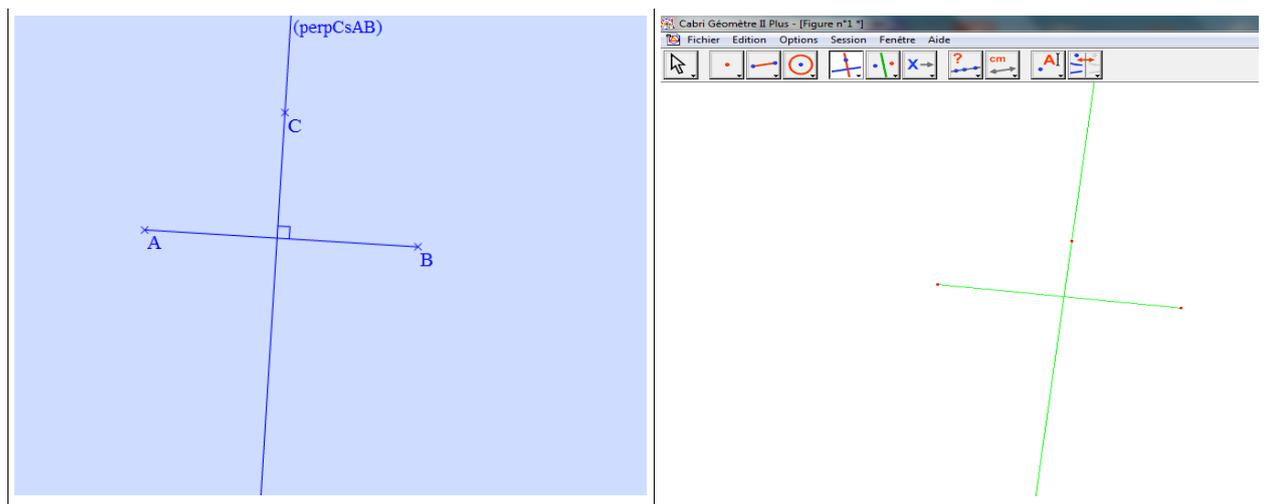


Ainsi, par exemple, les élèves de cycle 3 reconnaissent l'icône « point d'intersection » avant de le nommer. Au fur et à mesure des séances, il semblerait que la configuration représentant une intersection de deux objets les conduit à reconnaître le statut de ce point, propre à l'environnement dynamique. Il est à noter qu'ils ne savent pas nécessairement le mot « intersection ». Mais, quand ils lisent ce mot sur le bandeau proposé par tracenpoche, ils en connaissent la signification.

b) Une deuxième différence concerne la validation du choix de l'action. Chaque commande dans l'environnement tracenpoche est désactivée après l'action. Ainsi, si je veux placer deux points, je recommence deux fois la même manipulation. Toute action est donc décidée au point de départ. Ainsi, l'élève de cycle 3 sait qu'il va placer un point, une droite puisqu'il choisit le bouton adéquat à chaque fois. Il n'y a pas de construction parasite parce que le bouton est resté sélectionné.

c) Une troisième différence concerne la construction des droites perpendiculaires. Lorsque l'on trace une perpendiculaire, le symbole « angle droit » est placé par le logiciel tracenpoche, ce qui n'est pas le cas dans le logiciel Cabri.

Logiciel teP	Logiciel Cabri



Dans un logiciel de géométrie dynamique, quel qu'il soit, la conservation des propriétés lors du déplacement est assurée lorsque la construction a été faite en tenant compte des propriétés de géométrie. Dans l'environnement *tracempoche*, le symbole atteste de la perpendicularité. Par contre, il est à noter que dans l'environnement papier/crayon, la présence du symbole n'est pas le garant de la perpendicularité. En effet, les élèves codent souvent leur dessin sans avoir au préalable tracé des angles droits.

Nous pouvons remarquer que les aspects purement informatiques, par exemple sélectionner, valider ne posent pas de problème aux élèves.

De nombreux travaux de recherche ont été faits sur l'intégration des outils informatiques -outil au sens défini par Trouche (2005), « un objet technique intégré ou susceptible d'être intégré par un usager dans ses gestes ». Ils ont permis d'identifier les difficultés soulevées par l'utilisation d'outils technologiques dans des classes, en particulier dans des classes de cycle 3 (Assude & Grugeon, 2002). L'enseignant doit organiser et accompagner la genèse instrumentale (Rabardel, 1995), c'est-à-dire articuler une composante d'instrumentation (relative au sujet) et une composante d'instrumentalisation (relative à l'artefact) (Trouche, 2005). Dans le même temps, il doit penser à l'intégration des outils informatiques et leur articulation avec les connaissances mathématiques (Chevallard, 1992 ; Trouche, 2005)

2 Connaissances géométriques *versus* connaissances spatiales

Auparavant, je souhaite évoquer l'objet géométrique sur lequel l'élève de cycle 3 travaille, et l'objet géométrique sur lequel le professeur travaille. Je rappelle un premier constat : les attentes de l'enseignant ne correspondent pas toujours au résultat spatial proposé par l'élève. Par exemple, les élèves tracent un cercle tangent intérieurement à un carré sans difficulté apparente. Ils placent la pointe sèche du compas au centre du carré et ils approchent, délicatement, le crayon au bord du carré. Le dessin proposé correspond à la consigne. Ils ont tracé le cercle attendu par le professeur et la reproduction est conforme. Ils ne comprennent donc pas pourquoi cela ne convient pas. Le professeur, quant à lui, est intéressé par le procédé de construction. Il attend les caractéristiques du cercle, par exemple son centre et un de ses points. Cependant, la consigne donnée par l'enseignant porte sur le dessin à obtenir, mais pas sur la nécessité de définir les caractéristiques du cercle. Autrement dit, ici, utiliser le compas est une contrainte, attendue par l'enseignant non explicite et pourtant comprise par des élèves de cycle 3. Par contre, utiliser les éléments caractéristiques du cercle est également une contrainte attendue par l'enseignant, implicite mais non nécessaire pour les élèves : en effet, ils parviennent à répondre à la consigne malgré tout.

Offre & al (2006) se sont intéressés à l'usage des instruments et des propriétés en cycle 3. Ils réfléchissent à l'articulation entre les connaissances des propriétés géométriques et les connaissances sur les instruments. Ils soulèvent la question de l'ambiguïté des objectifs de tracés en utilisant les outils de géométrie. S'il s'agit de faire de beaux dessins, il faudrait privilégier des instruments performants avec le moins de déplacements possibles, indépendamment des concepts portés par l'instrument. Inversement, s'il s'agit de faire acquérir des connaissances géométriques, il est nécessaire de faire correspondre l'usage de l'instrument à une propriété géométrique.

L'instrument de tracé porte la propriété géométrique, par exemple l'équerre porte les droites perpendiculaires. L'élève travaille sur le dessin, réalité spatio-graphique. Le dessin à l'écran d'un logiciel de géométrie dynamique porte potentiellement la possibilité d'être également le représentant d'une classe de dessins. En ce sens, il permet d'approcher l'espace géométrique. Laborde et Capponi (1994) réinterprètent la distinction figure/dessin à l'aide du triplet (signifié, signifiant, référent) où la figure géométrique est définie comme l'ensemble de tous les couples (référent= objet géométrique, tous les dessins= représentations). Ainsi, les rapports entre le référent et le dessin dépendent du sujet, en ce sens ils représentent le signifié de la figure géométrique.

Dans la construction des objets géométriques dans des situations de géométrie dynamique, je m'intéresse particulièrement aux rétroactions du milieu pour repérer l'évolution des connaissances géométriques dans l'environnement tracenpoche à travers les connaissances instrumentales. C'est ainsi que le tracé de deux droites, tracées sans équerre, c'est-à-dire sans tenir compte de la perpendicularité est accepté dans l'environnement papier/crayon si, *a posteriori* l'équerre atteste de la perpendicularité. *A contrario*, deux droites tracées perpendiculairement de manière perceptive dans l'environnement tracenpoche ne resteront pas perpendiculaires au cours du déplacement.

II - CADRE THEORIQUE

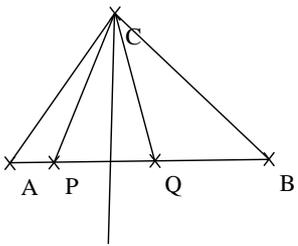
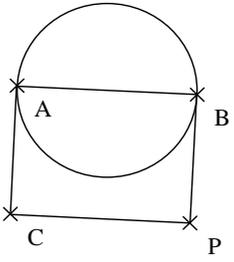
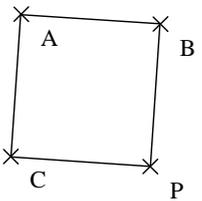
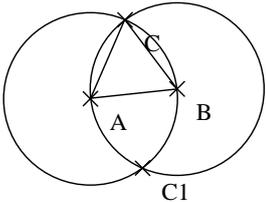
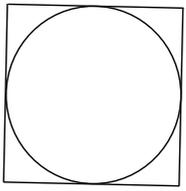
Pour étudier les pratiques dans la classe, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy & Mercier, 2007). Nous décrivons d'abord un premier niveau, celui de la construction de l'ingénierie par le chercheur, en prenant appui sur les modes d'intégration définis par Assude (2006). Puis, pour décrire et analyser les situations réellement mises en œuvre à partir des situations proposées, nous les découpons en jeux d'apprentissage (Sensevy, 2007) et nous caractérisons ces jeux en termes de définition, dévolution, régulation et institutionnalisation (ibid.). Une place importante dans notre analyse sera accordée à la relation contrat-milieu. Nous prendrons la notion de milieu au sens de Brousseau (1998), repris par Sensevy (2007), en deux déclinaisons comme « contexte cognitif de l'action » et comme « système antagoniste ». Nous utilisons la notion de contrat didactique au sens de Brousseau (1998), comme l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant, spécifiquement pour une connaissance mathématique. Ainsi, nous cherchons à caractériser l'action de l'élève, qui tente de répondre aux attentes du professeur en prenant appui sur le milieu et l'action du professeur, qui prend sa source dans les réactions des élèves, également en appui sur le milieu.

III - PRESENTATION DES SITUATIONS

1. Une série de situations

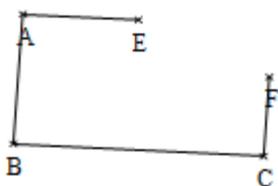
Cinq situations de géométrie dynamique utilisant tracenpoche (teP) ont été proposées à un enseignant de cycle 3. Elles ont été conçues par le chercheur de manière à tenir compte des connaissances mathématiques et instrumentales, afin de mettre en évidence la nécessaire prise en compte des relations entre les objets géométriques. Elles ont été construites selon les différents modes d'intégration définis par Assude (2006) dont le tableau ci-dessous reprend les catégories. L'enseignant, quant à lui, adapte les situations comme nous le verrons plus loin..

Situations	Mode d'emploi	Mode d'action	Mode de relation	

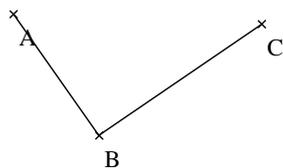
Pont de Millau	Initiation instrumentale	Juste distance	entrelacement	
Pont du Gard	Renforcement instrumental	Juste distance	entrelacement	
Reconnaître la figure	Initiation instrumentale	nouveau	Indépendant	
Triangle équilatéral	Symbiose instrumentale	Juste distance	entrelacement	
Carré et cercle	Symbiose instrumentale	Juste distance	entrelacement	

La situation que nous allons développer est la deuxième de la série, le Pont du Gard. Elle comporte trois phases.

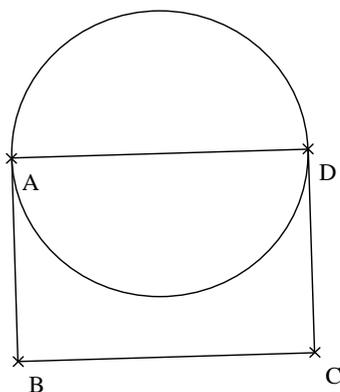
La phase 1 consiste à compléter le rectangle dans les deux environnements



Phase 2 : Un rectangle est à compléter dans les deux environnements.



Phase 3 : à partir d'une observation d'une photo d'une construction architecturale, le pont du Gard, les élèves mettent en évidence un rectangle et un cercle. Le travail sur la chronologie du tracé est à la charge de l'élève. Les élèves doivent construire dans l'environnement tracenpoche un cercle dont un diamètre est un côté d'un rectangle.



La situation du pont du Gard a été adaptée de la situation des rectangles de la thèse de Angela-Maria Restrepo (2008).

Nous détaillons ici uniquement la phase 1 pour montrer comment les modes d'intégration (Assude, 2006) éclairent la progression dans la situation.

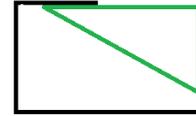
Du point de vue des modes d'emploi (« Les modes d'emploi sont les manières dont l'intégration exprime la prise en compte des connaissances relatives à l'outil, les façons dont l'outil se transforme en instrument, les façons dont on organise la genèse instrumentale » (Assude, 2006, p. 124), il s'agit ici d'une nouvelle contextualisation pour la création d'un point. Le quatrième point du rectangle, D, est le point d'intersection des deux droites (AE) et (FC). Dans l'environnement papier/crayon, placer le point D, en tant que point d'intersection ne pose pas de problème. Par contre, dans l'environnement tracenpoche, il faut d'abord choisir « point d'intersection », puis sélectionner successivement les deux droites.

Du point de vue des modes de relation (« Les modes de relation sont les manières dont l'intégration prend en charge certaines relations entre ce qu'on fait avec Cabri et ce qu'on faisait sans cabri et correspondent donc à la dialectique ancien nouveau », Assude, 2006, p131), des tâches ont été proposées soit dans l'environnement papier/crayon, soit dans l'environnement tracenpoche, soit dans les deux environnements successivement. Ainsi, dans notre phase 1, le rectangle est à compléter d'abord dans l'environnement papier crayon avec la règle non graduée et l'équerre, puis dans l'environnement tracenpoche, sans restriction sur les boutons. Dans l'environnement papier-crayon, l'absence des graduations sur la règle et du compas doit permettre de travailler avec les droites et non pas avec les longueurs des segments. Cette contrainte est nouvelle. La construction sur la feuille doit permettre de mettre en évidence une stratégie transposable sur tracenpoche. Ainsi, cette tâche nouvelle dans l'environnement papier-crayon ne sera plus nouvelle dans l'environnement tracenpoche. Elle ne nécessite que des connaissances instrumentales, comme par exemple, point d'intersection. Ce qui permet d'établir une juste distance entre l'ancien et le nouveau.

Enfin, du point de vue des modes d'action (« Les modes d'action expriment les manières dont l'intégration prend en charge l'organisation mathématique du travail de l'élève », (Assude, 2006, p. 128)), je prends en compte ici les différents types de tâches, de techniques dans les deux

environnements ainsi que leurs rapports. Les techniques utilisées doivent pouvoir être explicitées, dans les deux environnements.

Ainsi, certaines techniques dans l'environnement papier/crayon seront écartées. Par exemple, le placement de l'équerre tel que l'indique le schéma, ne permet pas d'expliciter ce qui est fait. Les tâches et techniques utilisées dans l'environnement papier-crayon doivent permettre d'effectuer des tâches similaires dans l'environnement tracenpoche et inversement, ce qui est fait dans tracenpoche peut renforcer les concepts.



2. Analyse a priori

Les phases 1 et 2 de cette situation permettent de prendre en compte une évolution dans l'utilisation de l'environnement tracenpoche. La phase 3 est, quant à elle, le noyau central, nous allons donc en faire une analyse *a priori*.

Analyse a priori de la phase 3

Nous proposons une analyse *a priori* du savoir en trois temps : une analyse *a priori* descendante qui donne à voir les enjeux mathématique, une analyse *a priori* ascendante qui nous permet de voir les techniques possibles mises en œuvre par les élèves et une analyse *a priori* des jeux possibles du professeur sur l'élève.

Analyse *a priori*, premier temps : la figure est constituée de deux sous-figures, le cercle et le rectangle. Le cercle est défini par un diamètre, le rectangle est un quadrilatère ayant trois angles droits, un des côtés du rectangle est un diamètre du cercle. Dans la situation, la chronologie du tracé n'est pas imposée : il est possible de commencer par l'une ou l'autre des deux sous-figures.

Analyse *a priori*, deuxième temps : les élèves ont deux types de tâches : T1- tracer un rectangle, T2- tracer un cercle à partir de son diamètre. Remarquons d'abord que, dans l'environnement papier/crayon, tracer le cercle à partir d'un diamètre nécessite de déterminer le milieu du segment. Dans l'environnement tracenpoche, il est possible de tracer le cercle à partir du diamètre. Il est difficile d'anticiper l'appropriation de cette nouvelle fonction, qui n'existe pas dans les habitudes sur la feuille. La présence du cercle pourrait perturber la construction du rectangle, qui a déjà été proposée dans l'environnement tracenpoche, dans les phases 1 et 2. Différentes techniques peuvent être mises en œuvre pour effectuer ces types de tâches, des techniques perceptives qui consistent par exemple, à tracer des segments qui sont perceptivement perpendiculaires, ou des techniques qui tiennent compte des propriétés géométriques, par exemple, tracer des perpendiculaires en utilisant les boutons adéquats ou encore des techniques qui tiennent compte des propriétés géométriques sans tenir compte des contraintes du logiciel, par exemple tracer des perpendiculaires en utilisant les boutons adéquats, mais sans respecter la sélection des objets (la droite passe par un point de manière perceptive, mais ce point n'est pas sélectionné). Un premier discours justifiant les techniques repose sur la conservation ou non des propriétés lors du déplacement. Autrement dit, ce discours repose sur des connaissances instrumentales. Puis un second discours s'appuie sur des connaissances mathématiques. Ainsi par exemple, des techniques seront reconnues comme permettant d'obtenir le quadrilatère attendu, parce que le rectangle obtenu reste un rectangle lorsque les points déplaçables sont déplacés. Elles seront alors explicitées comme permettant d'obtenir un quadrilatère ayant quatre angles droits, par exemple.

Analyse *a priori*, troisième temps : nous pouvons donc penser que le professeur pourra se référer aux phases précédentes, lorsque les élèves avaient complété un rectangle avec tracenpoche, dans un autre contexte. La chronologie du tracé n'est pas imposée. Si les élèves commencent par le cercle de diamètre donné, ils traceront le rectangle à partir d'un segment et peuvent retrouver ce qui a été fait dans l'environnement tracenpoche, sachant que le cercle "parasite" la construction. Inversement, s'ils veulent tracer le rectangle, ils sont dans les conditions de la séance précédente. Dans tous les cas, la présence du cercle modifie le contexte et l'on peut penser qu'ils ne feront pas le lien entre les deux

séances. Le lien entre les deux sous-figures n'est pas explicité : cependant, le tracé du segment - diamètre du cercle- peut être un indice, que le professeur pourra suggérer.

IV - ANALYSE D'UNE SEANCE EFFECTUEE

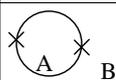
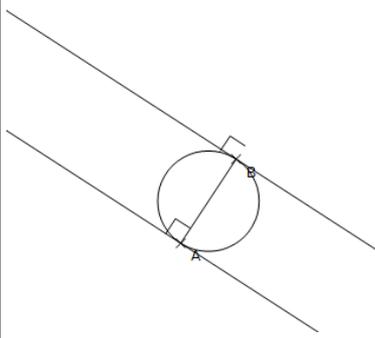
1 Mise en œuvre effective

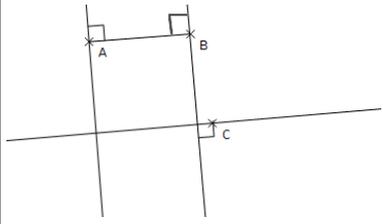
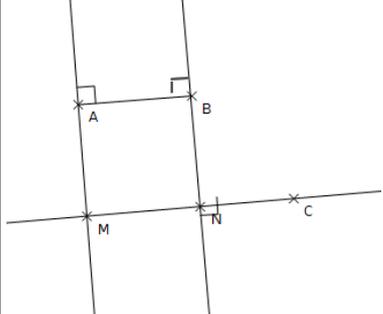
Le professeur propose à ses élèves les cinq situations en les adaptant en fonction de ses contraintes. C'est ainsi qu'il a choisi de proposer la situation n°2 en deux séances. Nous nous intéresserons à la deuxième séance de cette situation (ce qui correspond à la phase 3, dont nous avons mené une analyse *a priori*).

Voici le synopsis de la séance :

temps	Déroulement	Organisation
1min-15min	Le pont du Gard : aspect historique	En classe, collectif
16min- 26min	Repérer les sous-figures	En classe, collectif
27min- 31min	Anticiper la chronologie	En classe, collectif
31 min-32 min	Consignes sur teP	En salle informatique, collectif
33min-46 min	Constructions sur teP	En salle informatique, en binôme
47 min-48min	Consigne facultative	En salle informatique, collectif
49min- 1h11min	Constructions sur teP	En salle informatique, en binôme
1h12min-1h17min	Reprise collective : qui a construit une arche qui résiste au déplacement ?	En salle informatique, collectif

Nous allons également regarder par un grain plus fin le travail d'un binôme.

temps	temps	étapes	
32 min-34min	1	Construction du cercle	
35 min-38min	2	Construction de deux angles droits en A et B (nous noterons, dans ce texte, d1 la perpendiculaire à (AB) passant par A et d2 la perpendiculaire à (AB) passant par B)	

39min- 47min	3	Construction du troisième angle droit	
47min-48 min	4	Finir le rectangle et vérifier la construction	
49 min - 1h12min	5	Construire une droite, parallèle à (AB), passant par un point extérieur au rectangle.	

2 Jeu didactique

2.1 Définir

Une photographie du pont du Gard est vidéoprojetée. Le professeur fait appel à leurs connaissances géographiques et historiques. Il leur montre également l'intérieur du pont pour en expliquer le fonctionnement. À la minute 17, il annonce l'objet du dispositif : « Comment feriez-vous, ..., vous aurez à la faire tout à l'heure sur tracenpoche, qu'est-ce que vous pourriez utiliser, avec les instruments de géométrie disponible sur tracenpoche, même si vous aviez à la faire sur votre cahier d'essai ? ». Il repasse à main levée le contour de l'arche, directement sur la photographie. Ainsi, la tâche est définie, les élèves devront construire une arche. Le professeur rapproche les instruments usuels de tracé aux fonctions symboliques de tracenpoche, il n'explique pas comment tracer une droite ou une perpendiculaire en montrant les boutons du logiciel.

Puis, à la minute 18, sans attendre de proposition de la part des élèves, le professeur déplace l'objet du dispositif. Il ne place plus ses questions sur les instruments, matériels ou symboliques, mais sur les sous-figures : « De quoi auriez-vous besoin comme forme géométrique pour réaliser une arche ? ». Il continue « Même si tous les traits ne sont pas visibles là, on a déjà fait des constructions dans lesquelles, à la fin, on avait besoin d'enlever certains traits ». Il fait appel ici à la mémoire didactique de la classe, dans l'utilisation de tracenpoche : « rendre invisible » est l'expression utilisée dans les bandeaux explicatifs de tracenpoche. Un élève E1 propose le compas. Il se situe du côté de l'instrument matériel. Au tableau, l'élève E1 trace à main levée le cercle. Le professeur enchaîne sur la recherche d'autres sous-figures. Un autre élève E2 propose la règle pour tracer « le reste » dit-il à la minute 20. Un autre élève suggère de tracer des segments, « un en bas et deux qui montent jusqu'au cercle ». Le professeur essaie d'obtenir d'autres informations « Pas de précision supplémentaire ? » ajoute-il à la minute 21. Un troisième élève E3 propose enfin des angles droits. Le professeur lui demande d'explicitier. Il les place "en bas".

L'élève E2 reprend la parole à la minute 22 « Il faut placer les deux points, au milieu du cercle, pour placer les deux segments, qui part de la moitié du cercle jusque là ... ». Il va au tableau placer les deux points diamétralement opposés du cercle. Le professeur recentre le débat sur des éléments de

géométrie « on est en train de tracer quoi ? Plus ou moins ? ». Les élèves voient des segments. Le professeur insiste « je vois une figure se dessiner ». Les élèves parlent de carré puis de rectangle. Ainsi, les élèves doivent construire un cercle dont un diamètre est un côté d'un rectangle. La tâche a été définie à partir d'une observation. Les relations géométriques n'ont pas été explicitées. Le rectangle a été reconnu et signalé avec deux angles droits (et non pas 3, ni 4). Le diamètre du cercle est évoqué. À partir de là, les élèves sont en binôme pour leur construction sur tracenpoche.

2.2 Dévoluer

L'environnement tracenpoche est favorable aux essais : tous les élèves sont en binômes sur les ordinateurs. Ils peuvent tracer et effacer facilement. Le résultat de leur tracé sera présentable. Leur connaissance de l'outil tracenpoche leur permet d'effacer facilement pour recommencer. Le déplacement des objets pour vérifier leur construction leur est familier. Par contre, si la construction ne résiste pas au déplacement, les élèves sont encore démunis.

2.3 Réguler

Le jeu d'apprentissage est de permettre aux élèves de travailler sur les conditions nécessaires et suffisantes pour obtenir un rectangle dans l'environnement tracenpoche. Le rôle de l'enseignant est de s'assurer que les élèves sont effectivement dans ce nouveau jeu. La répartition en binômes doit favoriser les échanges entre pairs. Par contre, le professeur va se déplacer de binômes en binômes, et ne parvient pas en général à échanger avec tous les groupes. Le professeur, bien qu'absent en général pendant les échanges, reste présent par le biais du regard potentiel pendant le déroulement de l'action ou au moment de l'institutionnalisation.

2.4 Institutionnaliser

À un moment donné, l'enseignant va mettre en évidence le travail effectué, la distance parcourue entre le début et la fin du parcours. Un premier travail d'institutionnalisation concerne l'analyse de la classe de dessins obtenus à l'écran. Ainsi, par exemple, le dessin obtenu à l'écran est un rectangle. Au cours du déplacement des différents objets géométriques, le dessin obtenu reste un rectangle. En ce sens, la construction proposée a été faite en utilisant des propriétés de géométrie. Puis un second travail d'institutionnalisation repose sur les conditions pour attester de la nature du quadrilatère obtenu. Par exemple, ici, le quadrilatère est reconnu perceptivement comme étant un rectangle, qui le reste, de manière perceptive, au cours du déplacement. Ce quadrilatère est un rectangle parce qu'il a quatre angles droits, reconnus de manière perceptive. Dans les faits, ce n'est pas si simple. Le passage de l'instrument usuel, par exemple l'équerre, à l'instrument symbolique, ce que porte potentiellement l'environnement tracenpoche, n'est pas pris en charge. Les aller-retour entre les deux mondes ne sont pas contrôlés. Seule l'action dans tracenpoche est contrôlée. « Si on déplace les points, qu'est ce qui doit être conservé ? ». Tout en disant cela, le professeur montre la figure représentée au tableau en utilisant son équerre.

3 Analyse de quelques extraits

Lors de la communication, j'ai proposé des extraits vidéo. Dans la version papier, j'essaie de décrire les moments présentés. Il s'agit toujours du même binôme au cours de la même séance. Je souhaite illustrer comment ces élèves prennent en charge les connaissances instrumentales en utilisant des connaissances mathématiques et inversement, de montrer comment, dans une situation donnée, les rétroactions du logiciel modifient le rapport aux connaissances mathématiques.

3.1 Le tracé du cercle à partir du diamètre (temps 1)

Description : comme nous l'avons vu dans la phase de description, le cercle a été tracé à main levée sur la photographie proposée (fig 3). Le diamètre a été mis en évidence mais pas les caractéristiques pour tracer le cercle, ni dans l'environnement tracenpoche, ni dans l'environnement papier/crayon. Pourtant, les élèves E1 et E2 tracent le cercle à partir du diamètre, sans hésiter.



Fig 1 Fig 2

Éléments d'interprétation : lorsque les élèves voient le bouton "cercle" (fig 1 ou 2), ils expliquent que c'est le compas. L'outil usuel matériel porte en lui-même les usages et les traces de ses usages. Autrement dit, le compas sert à tracer les cercles et le cercle tracé montre que l'on a utilisé le compas. Pourtant, ici, l'usage seul du compas ne suffirait pas à construire le cercle de diamètre donné. La représentation du bouton de tracenoche « cercle à partir de deux points diamétralement opposés » est suffisante pour que les élèves tracent le cercle dans l'environnement tracenoche, sans difficulté particulière.

3.2 Le tracé des segments (temps 2)

Description : au sein du binôme, les élèves E1 et E2 discutent pour savoir comment continuer, après le tracé du cercle à partir de l'un de ses diamètres.

Temps	Elèves	Echanges	Actions
Min 32	E1	Comment faut faire ?	
	E2	Faut faire ça et ça. Vas-y, trace un segment !	Il montre avec la souris, comment doivent être les segments, en effectuant un mouvement rectiligne vertical.
	E1	Alors euh...	
	E2	Tu fais « segment » là...	E1 déroule tous les bandeaux et lit les informations. Il choisit le bouton « segment » et trace un segment vertical, tandis que le segment [AB] est horizontal.
	E2	Mais ton segment on ne saura jamais comment y va être. Normalement c'est bien tout droit.	E1 place un segment et le déplace. Il montre un segment vertical. Finalement, il trace un segment oblique, de manière perceptive. Puis il efface le segment tracé

Éléments d'interprétation : nous voyons ici une évolution dans la prise en compte du déplacement. Tracer un segment sans tenir compte des relations entre les objets géométriques est réfuté par un élève du binôme. La difficulté repose donc sur la manière de mettre en évidence ces relations. Ils hésitent sur la manière de procéder. Précédemment, dans la phase de définition, les élèves ont

proposé de tracer des segments. C'est le professeur qui a signalé que ce n'était pas suffisant. Ici, les élèves se sont appropriés la nécessité de quelque chose en plus. Ils s'appuient sur l'environnement tracenpoche pour dire que le segment doit vérifier une propriété supplémentaire. Ils l'expriment avec des connaissances spatiales, c'est tout droit. Nous pouvons remarquer qu'ils ne s'en contentent pas. En effet, ils ne laissent pas ce segment et continuent à réfléchir à la manière de faire. Finalement, ils tracent des droites perpendiculaires à (AB), respectivement passant par les points A et B.

3.3 La question des angles droits (temps 3)

Description : les élèves ont tracé le cercle de diamètre [AB], la perpendiculaire à (AB) passant par A (que nous noterons d1), la perpendiculaire à (AB) passant par B (que nous noterons d2), et la perpendiculaire à d2 passant par un point C, quelconque. Ils obtiennent un quadrilatère, avec trois angles droits. Seuls deux sommets sont nommés (le point C n'est pas un sommet du rectangle, tel qu'il est tracé). Les élèves se posent la question des angles droits, et répondent eux-mêmes à leur question « Regarde, là, ils te le mettent ».

Éléments d'interprétation : la question des angles droits est intéressante, au sens où elle n'est pas résolue de la même manière dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Le recours à l'équerre pour vérifier les quatre angles droits est un attendu en cycle 3. Le déplacement des objets géométriques dans l'environnement tracenpoche doit permettre de valider ou d'invalidier une construction. Ici, pour l'un des élèves, la justification de l'angle droit (en C) est garantie par une instance plus haute non nommée : "Regarde, là ils te le mettent (l'angle droit en C)". Or ce sont les élèves qui ont tracé la perpendiculaire. Le logiciel n'a fait que coder le résultat de leur action (ainsi que nous l'avons décrit précédemment).

3.4 Interaction entre les binômes

Description : le groupe 1 (notre binôme) ne parvient pas à placer un point C, qui conserve les propriétés attendues au cours du déplacement. Il s'adresse donc à un binôme à côté, qui semble avoir réussi à placer les points C et D. « Essayez de bouger le point D ». La construction ne résiste pas au déplacement. Ils concluent : « C'est faux ». Ils retournent à leur travail.

Éléments d'interprétation : ils cherchent à avoir une aide auprès de leurs pairs pour continuer leur construction. Ils savent dire que la construction est fautive. Mais ils ne savent pas ce qu'il faudrait faire pour gagner. Il est à noter qu'ils continuent leur enquête, sans demander d'aide auprès de l'enseignant.

3.5 Interaction avec le professeur - ici, c'est le chercheur - (temps 3)

Description : les élèves ont construit le rectangle en tant que quadrilatère ayant trois angles droits. Cependant, ils ont tracé une perpendiculaire, passant par un point libre. Le professeur P2 (le chercheur) les interrompt avant qu'ils ne rendent invisibles les droites. Il leur demande de déplacer des points : la construction ne résiste pas au déplacement. Puis le professeur P2 part. Après son intervention, les élèves recommencent la construction de manière identique, en déplaçant les points déplaçables à chaque étape. Puis, ils concluent que c'est le point C qui est faux.

Éléments d'interprétation : les élèves n'ont pas validé leur construction en déplaçant les points de la figure. Or c'est l'argument qu'ils ont donné précédemment au groupe pour leur démontrer qu'ils s'étaient trompés. C'est le professeur P2 qui leur demande de vérifier leur construction. Puis ce dernier va ailleurs : l'interprétation de l'erreur est à la charge de l'élève. Contrairement à ce que nous avons pensé, les élèves parviennent à analyser leur erreur. Autrement dit, ici, nous pouvons penser que le professeur intervient sur un élément que les élèves maîtrisent déjà, à savoir le déplacement des objets pour vérifier la construction et qu'il n'intervient pas sur ce que les élèves ont à apprendre,

à savoir expliciter les relations entre les objets géométriques, ici par exemple préciser que le point C est sur la droite d2.

3.6 Validation par le professeur-ici, c'est le titulaire de la classe, noté P1-(temps 4)

Description : cette fois, les élèves ont tracé de la même manière que précédemment une perpendiculaire passant par un point quelconque C. Ils sont toujours aux prises avec ce point C, déclaré implicitement comme point quelconque du plan par le logiciel. Ils créent alors deux « points d'intersection », qui seront les sommets du rectangle. Le point C leur a permis de faire la construction, mais ne sera pas un sommet du rectangle. La construction résiste au déplacement. Elle est validée par le professeur.

Éléments d'interprétation : les élèves sont parvenus à tracer un rectangle, la tâche qui leur est assignée est réalisée. Leur construction résiste au déplacement. Ils ont donc répondu à la consigne. Il appelle le professeur pour valider la construction, en précisant qu'ils ont « un point C inutile ». L'enseignant approuve, mais il ne leur demande pas de déplacer les points de leur construction. Il ne joue pas sur les rétroactions du milieu. D'autre part, le professeur ne prend pas appui sur ce point "inutile". Il ne saisit pas l'occasion de faire préciser aux élèves ce qu'ils ont construit. Est-ce qu'il est aisé d'interpréter la construction proposée ? Ici, dans le binôme, les élèves travaillent dans le même but, à savoir trouver une technique de construction. Le professeur, absent aux moments des échanges, sera appelé uniquement pour validation. Il semblerait que la complexité de la démarche de l'élève n'ait pas été saisie par l'enseignant.

V - CONCLUSION

Dans cette situation, nous voyons qu'une construction qui conserve ses propriétés lors du déplacement est validée, tant du point de vue du professeur que des élèves. Mais le « dragging test » ne suffit pas à modifier les connaissances géométriques des élèves. Ici, en tenant compte des contraintes du logiciel, les élèves ont mis au point une stratégie pour gagner. Si la construction a été validée par le professeur, la méthode de construction du binôme, fort intéressante, n'a pas été reprise. Il n'y a pas de phase d'institutionnalisation. Les raisons du gain au jeu ne sont pas explicitées.

Ces situations dans l'environnement tracenpoche permettent la rencontre des élèves avec la nécessité d'éclaircir les propriétés géométriques qu'ils utilisent avec les outils usuels de géométrie, tel que le compas ou l'équerre. Elle est engendrée par la conservation des propriétés lors du déplacement des points de la figure. La verbalisation à travers l'action dans l'environnement tracenpoche pourrait être une étape vers une formulation, issue de l'action individuelle, partagée par tous.

VI - BIBLIOGRAPHIE

- ASSUDE T. (2006). Modes et degré d'intégration de Cabri dans des classes du primaire, in R. Floris & F. Conne (Dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*, (p. 119-134). Bruxelles : De Boeck.
- ASSUDE T. (2005). Time management in the work economy of a class, a case study : integration of cabri in primary school mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 183-203.
- ASSUDE T. & GRUGEON B.(2002). Intégration de logiciels de géométrie dynamique dans des classes de l'école primaire. *XXIX colloque inter-IREM*, La Roche sur Yon.
- BERTHELOT R. & SALIN M.-H.(1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire (Thèse de doctorat). Université de Bordeaux I.
- BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y.(1992). Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques. In Cornu,B. (Dir.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*. Paris : PUF.
- CHEVALLARD Y.(1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In R. Noirfalise (Dir.), *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, Actes de l'université d'été* (p. 89-118). IREM de Clermont-Ferrand.
- LABORDE C. et CAPPONI B.(1994). Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14-1/2, 165-210.
- OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M.-J. & VERBAERE O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, *petit x* 72, 6-39.
- RABARDEL P.(1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.
- RESTREPO A.-M. (2008). Génèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème (thèse de doctorat). Université de Grenoble.
- SENSEVY G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In Sensevy G. & Mercier, *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : PUR.
- SENSEVY G. & MERCIER A. (2007). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : PUR.
- TROUCHE L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25-1, 91-138.

[retour sommaire](#)