

DU COMPTAGE A LA NUMERATION

Bernard ANSELMO

Formateur permanent,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse, IREM de Lyon
bernard.anselmo@univ-lyon1.fr

Marie Paule DUSSUC

Formatrice permanente,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse
marie-paule.dussuc@univ-lyon1.fr

Hélène ZUCCHETTA

Formatrice permanente,
IUFM Lyon, IREM Lyon, COPIRELEM
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé

L'article présente un dispositif de formation sur la numération, expérimenté dans l'académie de Lyon. Cette formation vise à faire prendre conscience des enjeux de la numération et à fournir des pistes d'enseignement. Afin de mieux comprendre les difficultés des élèves à appréhender notre numération orale et écrite et les principes de la numération de position, les participants sont placés dans la position d'acteurs. Ils vivent une succession d'activités transposées d'ERMEL ou de CAP Maths et les procédures sont questionnées.

Exploitations possibles

En formation initiale ou continue, faire prendre conscience des enjeux de la numération et à fournir des pistes d'enseignement. Amener les enseignants à mieux comprendre les difficultés des élèves à appréhender notre numération orale et écrite.

Mots-clés

Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Numération. Cycle 3. Ecole élémentaire. Activité de l'élève. Formation des enseignants. Résolution de problèmes.

DU COMPTAGE A LA NUMERATION

Bernard ANSELMO

Formateur permanent,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse, IREM de Lyon
bernard.anselmo@univ-lyon1.fr

Marie Paule DUSSUC

Formatrice permanente,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse
marie-paule.dussuc@univ-lyon1.fr

Hélène ZUCCHETTA

Formatrice permanente,
IUFM Lyon, IREM Lyon, COPIRELEM
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé

L'article présente un dispositif de formation sur la numération, expérimenté dans l'académie de Lyon. Cette formation vise à faire prendre conscience des enjeux de la numération et à fournir des pistes d'enseignement. Afin de mieux comprendre les difficultés des élèves à appréhender notre numération orale et écrite et les principes de la numération de position, les participants sont placés dans la position d'acteurs. Ils vivent une succession d'activités transposées d'ERMEL ou de CAP Maths et les procédures sont questionnées.

En relation avec la thématique du colloque « Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève » nous avons soumis à la réflexion des participants de l'atelier une formation clé en main à propos de l'enseignement de la numération au début de primaire (CP – CE1). Cette formation se propose d'aborder la question de la numération et de ses difficultés d'apprentissage en faisant vivre aux participants des activités classiques de classe, mais transposées dans un autre système de numération.

Dans cet article, nous ne reviendrons pas sur les études faites sur la numération (Bednarz-Janvier et Chambris) et sur les stratégies de formation étudiées par Kuzniak (en particulier l'utilisation des situations d'homologie) déjà présentées par des formateurs de l'Irem de Lyon à d'autres colloques de la COPIRELEM (Braconne-Michoux et Zucchetta à Auch 2009 et à Dijon 2011).

Nous décrirons le déroulement en trois temps de l'atelier, en rapportant les réactions des participants aux activités proposées et en revenant sur les choix effectués, ainsi qu'en mentionnant des réactions de conseillers pédagogiques lors d'une formation similaire de 2h.

1. INTRODUCTION

Un premier temps de présentation a permis de rappeler que des études variées sur la numération, anciennes (Bednarz-Janvier 1984) et plus récentes (Chambris 2008, Tempier 2010) ont montré la réalité des difficultés des élèves et pointé le fait qu'elles peuvent perdurer tout au long de l'école élémentaire voire du collège.

Dans un article extrait de Grand N n° 73 « Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle », Christine Aigoïn et Valérie Guebourg proposent de travailler la notion de groupements-échanges en début de CP et elles écrivent : « **force est de constater l'existence de difficultés persistantes en lien direct avec la numération, du CP au CM2, malgré les invariables révisions annuelles faisant suite aux apprentissages réalisés au cours du Cycle 2 : oubli du zéro terminal ou intermédiaire, difficultés à mettre en relation l'écriture chiffrée des nombres ayant une désignation orale irrégulière (70 à 99) lors d'activités de transcodage du type dictée de nombres, difficultés liées à l'utilisation des grands nombres (coder/décoder), difficultés retrouvées également dans la mise en œuvre des techniques opératoires. La liste n'est pas exhaustive.**

Face à ce constat, l'hypothèse est faite que nombre des difficultés rencontrées par les élèves en cycle 3 pourraient être le fruit d'une incompréhension ou d'une compréhension partielle des principes de construction de notre numération. Ainsi, un apprentissage raté ou incomplet concernant le fonctionnement de notre système décimal pourrait être la cause des difficultés de nombreux élèves dès l'école primaire et par la suite au collège. »

Face à ce constat, nous avons proposé d'interroger les dispositifs de formation mis en place autour de la numération. Dans le but de lister ceux habituellement envisagés, nous avons distribué un questionnaire ([annexe 1](#)) aux participants visant à recueillir les modalités employées et les contenus de formation abordés avec des étudiants de Master ou en Formation Continue. L'analyse des réponses à ce questionnaire sera faite plus loin dans cet article.

Pour notre part, nous avons construit un dispositif de formation à partir de l'hypothèse que les enseignants ou les étudiants pourraient avoir automatisé les principes de construction de notre numération sans en avoir une réelle compréhension. C'est cette apparente facilité qui conduirait l'enseignant à ne pas prendre la réelle mesure des difficultés des élèves et à brûler des étapes dans le processus d'enseignement en délaissant certaines activités centrales pour l'apprentissage⁵⁶.

A partir de là, nous avons conçu une situation de formation visant à :

- rendre plus visible les savoirs en jeu et les difficultés que l'apprentissage de nos systèmes de numération orale et écrite peut susciter,
- rendre plus compréhensibles les activités proposées et souligner leur importance dans les différentes approches de la numération.

Pour cela, les participants à la formation sont placés en position d'élèves et vivent une succession d'activités de classe issues des ouvrages ERMEL ou CAP Maths afin de (re) découvrir et de mieux appréhender notamment les principes de la numération de position (et en particulier les recommandations pour l'enseignement de Bednarz et Janvier dans Grand N n°33 p.31).

La transposition des activités dans une autre base avec un autre code vise à faire émerger les difficultés et obligent les participants à mettre en œuvre des procédures non automatisées.

⁵⁶ Les programmes 2008 de cycle 2 n'incitent pas non plus à le faire. Ils précisent pour le CP et le CE1 « Les élèves apprennent la **numération décimale inférieure à 1 000. Ils dénombrent des collections, connaissent la suite des nombres**, comparent et rangent. ». Ce n'est **qu'à partir du CE2** qu'apparaissent, dans le paragraphe « Les nombres entiers naturels », « **les principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ; - désignation orale et écriture en chiffres et en lettres** ...Il faut se reporter au document ressources « le nombre au cycle 2 » pour obtenir un peu plus de précision (article « débiter la numération »).

Ce dispositif a été, tout ou partie, plusieurs fois mis en œuvre en formation continue auprès de conseillers pédagogiques ou de professeurs des écoles, ainsi que dans une formation à l'épreuve orale du concours.

C'est cette même situation de formation que nous avons proposée de faire vivre aux participants de l'atelier pour en percevoir les effets et pouvoir interroger les choix faits dans les activités qui composent l'animation.

L'atelier s'est déroulé en trois temps :

- mise en activités, discussion et réactions en formation de CPC.
- nouvelle série d'activités et analyse a priori.
- Troisième temps (largement écourté) de débat, critique et discussion.

I - PREMIER TEMPS DE L'ATELIER

1 Déroulement de l'atelier

1.1 Descriptif du déroulement

L'animateur a compté plusieurs fois le nombre de participants à l'atelier, dans le nouveau système de numération dont il voudrait faire mémoriser le nom des nombres, comme en situation de classe.

La comptine numérique qui a été inventée pour la formation est :

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, six-trois, six-quatre, six-cinq, douze, douze-un, douze-deux, douze-trois, douze-quatre, douze-cinq, trix, trix-un, trix-deux, trix-trois, trix-quatre, trix-cinq, quadrix ... (avec les 21 participants à l'atelier nous n'avons compté que jusqu'à trix-trois).

Il a ensuite proposé, aux participants, différentes activités dans ce système de numération orale puis dans un système de numération écrite qui lui est associé.

Consigne : Maintenant que vous avez bien appris la comptine, je vous fais jouer à différents jeux classiques mais avec cette numération

1. Jeu du furet :

- a. à l'endroit à partir de « un »,
- b. à l'endroit à partir de six,
- c. à l'endroit de 2 en 2,
- d. à l'envers à partir de « trix-deux »,
- e. désigner ceux qui vont faire « chut » au lieu de dire le nombre (penser à en avoir qui se suivent) puis dans l'ordre dire « chut » pour certains à la place du nombre et dire les nombres pour d'autres (variante de « plouf dans l'eau » sans bande numérique).

2. Les nombres cachés :

Une bande numérique ([annexe 2](#)) est affichée présentant les écritures « chiffrées » des nombres (B, C, D, E, F, BA, BB, BC, ...), les écritures en lettres donnant la façon de les dire et les représentations analogiques correspondantes sous la forme de faces de dés. Il faut trouver

les nombres dont au moins une des écritures a été cachée (écriture chiffrée ou/et écriture en lettres) et dire comment ils s'écrivent ou se disent. Les nombres cachés choisis sont F, CA, six-trois, six-quatre, douze, sept, trix, trix-un, trix-deux et leurs représentations analogiques.

3. Les nombres manquants :

Une fiche est donnée avec une liste de nombres en écriture chiffrée (dans la base) écrits dans le désordre et dont il en manque certains pour reconstituer la bande numérique. Il s'agit, en travail individuel, de retrouver les nombres manquants ([annexe 3](#) : quels sont les nombres manquants ?).

4. Le « château des nombres » (d'après ERMEL CP p 293):

Un tableau de nombres ([annexe 4](#)) est affiché (et restera affiché), certains nombres ont été cachés par des post-it (les participants devront préciser s'ils ont utilisé les mêmes procédures dans cette activité que dans les deux précédentes.)

Nous avons mené les activités les unes après les autres, sans interruption jusqu'au troisième jeu, à la suite duquel nous avons interrogé les participants sur deux points :

- Apprendre la comptine et l'utiliser
Comment avez-vous mémorisé ?
- Retrouver les nombres cachés ou manquants
Quelles procédures avez-vous employées ?
 1. *Sur la bande numérique*
 2. *Avec les nombres manquants*

Nous avons aussi discuté sur les procédures dans l'activité du « château des nombres » et ce premier temps de l'atelier s'est poursuivi par une réflexion en petits groupes autour des questions posées aux participants :

- En tant que formateur, quelle synthèse feriez-vous à la suite de ces activités ?
- Feriez-vous la même synthèse dans une animation pédagogique ou en Master ?

Les échanges ont permis de confronter les synthèses proposées oralement par les participants à celles proposées par des conseillers pédagogiques non-spécialistes de maths et de comparer leurs réactions. Pour cela, nous avons présenté un aperçu des réponses d'un groupe de conseillers pédagogiques lors d'une formation (en [annexe 7](#), sous forme synthétique), aux questions suivantes :

- Comment avez-vous vécu les différentes situations ?
- Que pensez-vous en avoir appris, redécouvert ?
- Qu'est-ce qui vous a surpris ? éclairé ?
- Quelle synthèse peut-on faire ?
-

1.2 **Démarches et réactions des participants**

La suite des mots-nombres met un certain temps à se stabiliser chez la plupart des participants. Malgré trois tours de comptage, certains hésitent pendant le jeu du furet, ils n'ont pas repéré ou retenu les irrégularités et les régularités. La récitation de la comptine à l'envers n'est pas fluide (elle oblige à localiser et à identifier des irrégularités qui rompent la logique de la suite : on dit six-cinq, six-quatre, **six-trois**, **huit**, et non pas **six-trois**, **six-deux**...).

Les échanges sur les processus de mémorisation de la comptine numérique, font ressortir différentes méthodes⁵⁷ :

- Repérage implicite ou explicite à la base (« *j'ai repéré la base six car on dit douze* », « *j'ai repéré les passages d'un nombre se terminant par 5 au nombre suivant* »)
- Repérage des régularités et irrégularités (« *j'ai retenu : aller jusqu'à 8, puis repéré les sauts (après quel mot)...les régularités et irrégularités* », « *J'ai noté un ...(3 petits points)... huit, six-trois..., six-cinq, douze.....* »)
- Utilisation des connaissances sur notre numération ou sur les bases (« *besoin d'utiliser ses connaissances sur les bases* », « *Fait une corrélation avec notre numération* »)
- Un blocage dans la mémorisation (« *J'ai coincé car cela m'a fait penser à la comptine asiatique et j'ai essayé de deviner où vous vouliez aller, j'ai décroché à dix, inattentif* »)

Un des animateurs commente qu'en animation, le repérage des régularités et irrégularités n'est pas toujours fait à ce stade de l'animation pour l'ensemble des participants.

Pour la numération écrite, les échanges sur les procédures font apparaître qu'« *il faut supposer qu'il y a une règle* »⁵⁸.

Pour retrouver les nombres cachés sur la bande numérique, certains procèdent en ligne (« *Simplement sur les écritures, ligne par ligne régularité avec les lettres pour F j'ai vu BF pour décider, 2ème ligne j'ai récité, je ne suis rappelé l'activité d'avant* ») et d'autres en colonne en s'appuyant parfois sur la constellation des dés (par exemple pour six-trois : « *1ère ligne, 3ème ligne, permet de réfléchir aux difficultés de franchissement* », « *Passer par la constellation, pour les élèves en difficultés c'est plus transparent avec les dés* »). Des participants sont intervenus sur cette dernière remarque pour dire qu'un registre sémiotique seul n'a pas de sens, et que c'est la situation qui est intéressante car elle présente différents registres sémiotiques avec une mise en congruence (R. Duval 2006) en précisant que dans la numération décimale « douze » veut dire « deux-dix ». Dans « notre douze-deux » on perd la congruence avec les configurations des dés : on devrait dire « deux-six-deux ».

Durant l'échange sur la conception de la file en chiffres B, C..., en mots nombres et avec les faces de dés, nous avons été amenés à justifier nos choix de s'appuyer sur un système de numération calqué sur celui de la numération décimale intégrant ses différentes difficultés et non d'employer une nouvelle numération cohérente mais sans lien direct avec le système utilisé couramment.

Pour les nombres manquants, il ressort qu'un peu d'organisation est nécessaire, voici quelques commentaires qui ont été faits :

- « *D'abord je n'étais pas bien organisé, je faisais en récitant et allant le chercher, j'étais perdu puis j'ai refait un tableau dans l'ordre* »
- « *Tableau par groupe de 6 de BA à BF...* ».
- « *Combien en manque-t-il en repassant en base dix pour le plus grand* »
- « *Oublié la numération, fait avec les lettres* »
- « *J'ai fait avec des couleurs puis avec les lettres de départ, j'ai parcouru plusieurs fois la liste* »

Pour le « château des nombres », la question posée était : « *avez-vous fait différemment ?* »

« *Pour le premier nombre pas de problème, on savait le dire et l'écrire, il était dans la bande numérique encore affichée.* »

⁵⁷ Entre parenthèses et entre guillemets, nous avons mis quelques commentaires et réflexions des participants en italique.

⁵⁸ Idem

« Pour le BAB, j'ai fait en reculant », ou « j'ai vu que c'était dans la famille des « BA » » ou « pour la ligne, j'ai vu que c'était dans la colonne terminant par A et après FA (il y a BAA), puis la colonne B »

Le travail en petits groupes a permis : d'envisager quelques éléments de synthèses possibles, d'avancer quelques remarques ou interrogations sur des points précis de l'activité, mais aussi d'évaluer l'intérêt et la pertinence de l'activité selon les différents publics auxquels on destine la formation.

On peut plus particulièrement noter en propositions de synthèse :

- Les techniques pour dire et écrire les nombres sont différentes et forcément mises en relation
- La réussite aux exercices n'est pas synonyme de la compréhension de l'aspect sémantique de l'écriture du nombre (on comprend la logique d'un algorithme)
- Rôle des connaissances antérieures qui permet de faire le lien entre les différentes écritures (chiffrées/ en lettres)
- Activités pour faire fonctionner de façon mécanique les deux numérations de manière indépendante mais qui ne permettent pas de travailler le nombre (quantité)
- En animation pédagogique faire réfléchir et faire changer de point de vue sur les activités proposées par l'enseignant et sur les difficultés des élèves
- Chercher les procédures des élèves ; intérêt des mises en commun ; algorithme mais n'a pas forcément sens ; différencier les entrées ; multiplier les approches par les élèves (écrit, oral, constellations) ; aller au-delà d'une présentation
- Il est important de mettre en relation les différents registres sémiotiques, multiplier les registres pour porter du sens

Les interrogations principales tournent autour du zéro ou du passage au nombre à trois chiffres : « je me suis interrogée sur l'exercice sur les nombres manquants, j'ai compté « A » comme manquant et surtout si l'affichage de référence est présent dans la classe, quel est l'apport de cet exercice ? » « Est-ce qu'après FF, il y a AAA ? » ou des réflexions permettant de revisiter la bande numérique et le tableau de nombres sont faites : « Sur la ligne dans le château on commence par le A et dans la bande par B ».

Les différents groupes jugent cette suite d'activités plutôt pertinente et intéressante en formation continue et éventuellement en Master 2 « pour faire un pas de côté ou une transposition dans les classes » mais l'estiment peut-être trop difficile pour la proposer en M1.

Nous avons fait la même analyse et, suivant le public ou le temps imparti, nos formations reprennent la trame de l'atelier ([annexe 6](#)), avec les synthèses entièrement à charge du formateur ou en partie élaborées collectivement. Nous essayons aussi de laisser un temps d'écriture avec par exemple les questions suivantes données dans une formation de conseillers pédagogiques: comment ont-ils vécu les différentes situations ? Que pensent-ils en avoir appris, redécouvert ? Qu'est-ce qui les a surpris ? Éclairé ? Quelle synthèse peut-on faire ?

La confrontation avec les propositions faites en formation de conseillers pédagogiques montrent des suggestions de synthèse assez similaires à celles de l'atelier. L'étude des réactions des conseillers pédagogiques (en [annexe 7](#), sous forme synthétique) intéresse les participants, à la fois, parce qu'elle témoigne de l'engagement des conseillers dans l'activité, et à la fois parce qu'elle montre la diversité des processus qui ont permis à chacun d'accéder à la compréhension du système de numération, et la pluralité des prises de conscience que les activités ont suscitées.

2 Nos choix et quelques justifications : approche globale et algorithmique

L'idée du dispositif de formation n'est pas d'aborder la réflexion sur l'étude de la numération par l'analyse d'autres systèmes de numération utilisés en d'autres temps ou dans d'autres pays ni de partir d'un système fictif qui mettrait en cohérence des numérations écrite et parlée. Elle est de s'appuyer sur un système imaginaire différent du nôtre mais qui garde les mêmes logiques de régularité et d'irrégularités que nos numérations décimales écrite et parlée. Nous pensons créer ainsi un milieu favorable pour placer les étudiants ou les stagiaires dans des situations d'homologie leur permettant de prendre conscience, à la fois, des différents aspects de notre numération, des difficultés à surmonter pour pouvoir l'appréhender et de la diversité des processus par lesquels se fait son apprentissage.

Nous avons fait le choix de nous placer dans la base six mais sans inventer de nouveaux mots (ou presque) pour les nombres comme c'est le cas par exemple dans la numération Shadocks. Nous avons aussi choisi de placer, parmi les irrégularités, un mot-nombre point de repère (douze) qui renvoie à la même quantité que celle indiquée par la numération classique en base dix. Notre choix de mots-nombres identiques à ceux de la base dix a été motivé à la fois par la volonté de faire mémoriser un nouveau système de numération en un temps très court au début de la formation, à la fois pour marquer, dans une certaine mesure, le parallèle entre le processus d'apprentissage de ce nouveau système avec celui que les élèves de début de primaire effectuent, mais aussi pour rendre l'apprentissage de la comptine un peu difficile. En effet, il s'agit d'apprendre contre une connaissance déjà ancrée chez tous les stagiaires et de susciter des différences dans les rythmes et les processus d'acquisition de la comptine chez les formés. Nous pensons pouvoir ainsi montrer que la compréhension des régularités et irrégularités d'un système de numération se construit de façon différente selon les individus et que c'est par un croisement d'activités et d'échanges qu'il prend peu à peu à sens chez chacun.

Les difficultés avec des irrégularités dans la numération orale, et des mots-nombres non connus sont vécus par les participants, comme en Grande Section où il faut aller jusqu'à 30 pour voir apparaître une certaine régularité (si on se contente d'aller jusqu'à 16, cela donne l'impression d'avoir un mot nouveau à apprendre pour chaque nombre). Le parallèle avec des jeunes enfants peut donc être fait et être l'occasion d'apports théoriques sur la suite numérique, insécable, instable, stable⁵⁹ ...).

La recherche de nombres manquants sur la bande numérique permet d'envisager une approche globale dans laquelle la compréhension du concept de nombre demande d'associer à une quantité ou à une position, une désignation orale ou écrite, ou analogique. Nous avons choisi une bande présentant des écritures « chiffrées » des nombres (B, C, D, E, F, BA, BB, BC, ...), la façon de les dire écrite en mots et une représentation analogique des quantités évoquées à l'aide de faces de dés.

Le choix d'écrire avec des lettres plutôt qu'avec des chiffres s'éloigne de ce qui est souvent fait en formation quand on travaille les bases, nous avons choisi d'utiliser les lettres de l'alphabet car elles contiennent un ordre connu mais leur utilisation combinée dans l'écriture de nombre à plusieurs « lettres » permet de soulever la difficulté de la compréhension de l'ordre des nombres (il nous semble moins évident de dire que DA est plus grand que CF que de dire, même en base six, que 30^6 est supérieur à 25^6).

⁵⁹ K.Fuson, Richards et Briars (1982) dans « les Chemins du nombre » de Bideaud J., Meljac C., Fischer J.P. ou repris par A. Pierrard dans « Faire des mathématiques à l'école maternelle »

Pour ce qui concerne la représentation analogique, les constellations sur les faces de dés renvoient à la base 6 et permettent de rendre plus visibles les régularités⁶⁰.

L'approche algorithmique de la numération écrite en base dix permet de mettre en évidence que la suite écrite des nombres peut être écrite aussi loin que l'on veut avec seulement dix symboles. Dans cette approche, la compréhension des régularités du système permet de trouver le prédécesseur et le successeur d'un nombre, sans que la quantité représentée ne soit convoquée : on est sur l'aspect ordinal du nombre.

C'est cette approche qui est travaillée dans « les nombres manquants » ou « le château des nombres ». Quand on compte, on commence à 1 et pas à 0, dans notre suite de nombres écrits sur la bande numérique le premier nombre est B (ce qui pose une difficulté car la première lettre de l'alphabet est A). Nous avons choisi de faire apparaître le nombre A (l'équivalent du zéro) seulement, dans l'écriture du nombre BA (six), puis CA (douze) et DA (trix), dans notre bande numérique; comme sur les bandes numériques de maternelle. Par contre dans le tableau des nombres nous avons préféré commencer par A (0) comme dans « le château des nombres » d'ERMEL. Dans le tableau des nombres en base dix, pour mettre l'accent sur le changement de chiffre des dizaines après avoir 9 comme chiffre des unités et pour que chaque ligne corresponde au même nombre de dizaines, on commence à 0 et pas à 1. On met en évidence la manière dont fonctionne la numération écrite sans forcément donner du sens dans un premier temps à la signification de la position de chacun des chiffres. Les élèves doivent prendre conscience qu'ils peuvent écrire aussi loin que l'on veut la suite écrite des nombres avec seulement dix chiffres (symboles), contrairement à la numération orale où il faut des mots nouveaux (les enfants disent souvent dans un premier temps : trente-neuf puis trente-dix).

Dans ce tableau nous avons choisi d'aller jusqu'à BFF et de ne pas nous arrêter seulement à FF (comme pour dans une classe de CP où ce tableau s'arrête à 99). Il nous a paru à la fois nécessaire de complexifier le tableau pour qu'il présente une certaine difficulté pour les adultes, mais aussi pour montrer qu'il est possible d'identifier des nombres en disant comment ils s'écrivent sans nécessairement savoir pouvoir dire comment ils se disent.

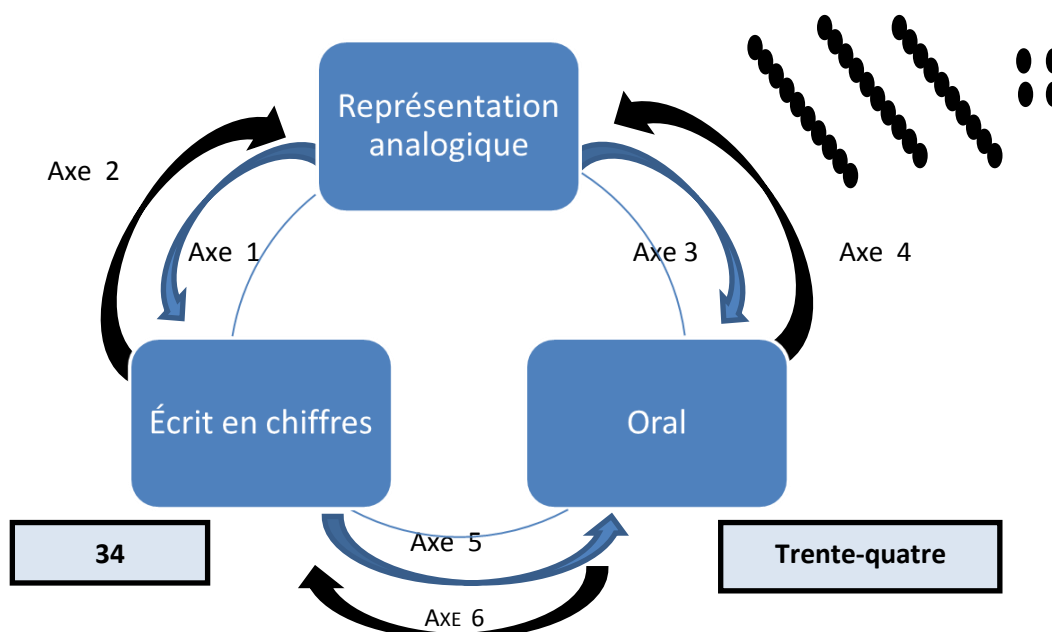
Nous avons essayé de donner une cohérence aux activités de cette première partie en les rapprochant au schéma du triple code de Dehaenne. Il distingue trois grands systèmes de représentation mentale des nombres:

- le code analogique des quantités numériques
- le code linguistique
- le code Indo-Arabe écrit

et différentes procédures de transcodage qui permettent de passer d'un code à l'autre.

L'apprentissage de la numération consiste à comprendre les logiques internes à chacun de ces codes, pour pouvoir les utiliser, mais aussi, à établir des liens entre les différentes représentations des nombres pour leur donner une signification commune, en travaillant les six axes de transcodage.

⁶⁰Il est également prévu de tester une autre représentation analogique, moins évidente, avec des Shadocks qui montrent leurs six doigts



II - DEUXIEME TEMPS DE L'ATELIER

1 Déroulement de l'atelier

1.1 Descriptif du déroulement

Nous avons distribué aux participants regroupés par 3 ou 4, un lot important de bouchons (plus de 72) dans un sac en plastique accompagné d'un couvercle en carton, et nous leur avons donné plusieurs consignes.

Consigne 1:

Dans le système de numération utilisé, indiquer combien de bouteilles on pourrait boucher avec ces bouchons.

Faites l'activité en groupe de 3-4.

Imaginez des procédures mises en place par des étudiants ou des enseignants en formation.

Consigne 2 (en groupes de 3-4) :

Les bouteilles sont vendues par pack de six, rédiger un bon de commande écrit. Compléter le bon de commande avec la numération apprise.

Consigne 3 : (en individuel) rédiger deux bons de commande

Remplir les bons de commande,

Après avoir vécu ces deux dernières activités en formation, que peuvent en tirer des étudiants ou des enseignants ?

Le bon de commande de la consigne 2 se présente sous cette forme :

On peut boucher bouteilles

Soit :

..... packs de six bouteilles et

..... bouteilles isolées

Les bons de commande de la consigne 3 ([annexe 4](#)) ont deux variantes, ils contiennent des mots-nombres qui n'ont pas encore été utilisés (quadrix et sextus) et une nouvelle irrégularité (quadrix-six).

Consigne 4 (en groupes ?)

Calculer $CFD + ECD$ et $ECD - CFD$

Expliquez comment vous faites.

Qu'est-ce qui est pareil, qu'est-ce qui est différent par rapport à ce que pourrait faire un élève de CP ?

Un temps d'échanges est fait après la première consigne. Les consignes 2 et 3 sont données ensemble. Un rapide échange précède la donnée de la consigne 4.

1.2 Démarches et réactions des participants

Les participants ont dénombré les bouchons en effectuant des groupements par 6. Les bouchons étant distribués dans un sac posé dans un couvercle en carton, certains participants ont utilisé ces récipients pour matérialiser des groupements de 36 bouchons mais ces groupements d'ordre 2 ne font apparaître que très rarement les 6 paquets de 6 bouchons. Le peu de place sur la table peut éventuellement expliquer cela mais c'est plus probablement l'expertise des participants qui expliquent l'absence de cette procédure (expertise qu'on ne retrouve pas chez tous les étudiants ou stagiaires en formation initiale ou continue).

Les procédures des étudiants ou enseignants sont certainement plus variées et il a été imaginé qu'ils pourraient aussi :

- faire des groupements de 6 et des groupements d'ordre 2, en laissant visibles les 6 tas de 6 bouchons ;
- faire des groupements de 6 puis dénombrer le nombre de « sixaines » en utilisant la numération orale ou écrite plutôt que de constituer des groupements d'ordre 2 ;
- compter en base 10 puis convertir en base six avec la numération écrite (plutôt chez les étudiants qui réinvestissent leurs connaissances sur les bases) ;
- compter directement dans cette base, (en écrivant éventuellement la suite des nombres) ;
- utiliser le tableau des nombres et faire une correspondance terme à terme ou ligne par ligne ;
- faire des groupements non réguliers ou non conformes à la base...

Les animateurs témoignent que ces procédures sont effectivement apparues en formation d'étudiants ou de conseillers pédagogiques.

Avec les conseillers pédagogiques, un groupe a changé trois fois de procédure : il a d'abord commencé à faire des paquets de 5 bouchons car il y a 5 nombres à un chiffre, puis en a gardé un tas de 5 et fait avec les autres des paquets de 6 bouchons (car la première ligne du tableau de nombres ne contient que 5 nombres et que les lignes suivantes du tableau en contiennent 6), avant de choisir en troisième procédure de faire des groupements de 6 bouchons.

Certains n'ont effectué que cette deuxième procédure en s'appuyant sur le tableau des nombres qui était resté affiché et parfois ne trouvent pas l'écriture du nombre. Par exemple, pour un nombre de 76 bouchons, un groupe a fait un premier paquet de 5 bouchons, dix paquets de 6 bouchons et un dernier de 5 : ils ont donc noté CAF au lieu de CAE.

Faire des groupements réguliers correspondant à la base n'est pas évident même pour des enseignants en CP ou CE1. Ils s'appuient plus facilement sur des procédures de comptage que sur celles de groupements et par conséquent, la valeur des chiffres, suivant le rang dans l'écriture des nombres, n'est pas comprise en tant que groupements.

C'est par l'activité « les bons de commandes » que l'on réinterroge cet aspect et qu'on l'attache à la signification des chiffres dans l'écriture d'un nombre. Pour y répondre certains enseignants utilisent leurs connaissances sur la numération décimale qu'ils transposent pour lire directement le nombre de paquets dans l'écriture du nombre, mais ce n'est pas le cas de tous et certains doivent refaire les groupements pour y parvenir. Avec des étudiants, il arrive fréquemment que des groupes produisent des réponses dans lesquelles l'écriture du nombre et la traduction en nombre de packs de 6 bouteilles et en bouteilles isolées ne sont pas en cohérence.

Dans les classes de Cycle 2, ce type d'activité n'est pas toujours perçu comme important: ainsi une professeure des écoles en CP a reconnu en formation qu'elle ne faisait plus cette activité du manuel car c'était pour elle une perte de temps, mais après l'avoir vécue elle-même, elle s'est déclarée convaincue que pour faire comprendre la valeur des chiffres en fonction de la position du nombre, il était nécessaire de travailler de cette façon avec les élèves.

Durant l'atelier, les commentaires pour les consignes 2, 3 et 4 ont été, par manque de temps, peu nombreux :

Consigne 2 : *« j'ai fait automatiquement sur mes connaissances en base 10, Puis vérifié sur tableau DFD, doublé cela d'un contrôle d'une vérification »*,

Consigne 3 : *« on a lu « quadrix-six » et « quadrix-six-trois », ce n'était pas apparu avant, on s'est demandé : est-ce que cela dépasse sextus ou pas ? »*

Consigne 4 : *« Je n'ai pas procédé comme ma voisine qui a compté sur ces doigts, j'ai écrit la table d'addition »*

2 Nos choix et quelques justifications

Dans ce second temps, nous travaillons sur l'aspect groupements-échanges de la numération avec l'activité inspiré du Grand Ziglotron de CAP Maths et un dénombrement de bouchons, puis le lien avec l'écriture « chiffrée » avec des bons de commandes à compléter en packs de six bouteilles, en cartons de six packs de six bouteilles, et en bouteilles isolées.

La première consigne (*Dans le système de numération utilisé, indiquer combien de bouteilles on pourrait boucher avec ces bouchons*) n'est pas contrainte et reste assez ouverte pour permettre l'émergence de procédures variées qui pourront être mises en débat. Nous avons choisi de proposer un nombre assez important de bouchons à dénombrer pour que l'écriture des nombres de bouchons comporte 3 symboles et permette d'interroger les groupements d'ordre 2. C'est ce qui est fait dans la deuxième consigne où la contrainte de packs de 6 oblige à penser groupements et à réfléchir à la signification des symboles dans l'écriture du nombre. Notre choix de demander ici le nombre de pack de 6 et pas celui de caisses de 36 est fait pour pouvoir établir un parallèle avec la distinction chiffre des dizaines et nombre de dizaines dans notre numération.

Dans la consigne 3, les groupements par 36 sont cette fois-ci proposés dans le bon de commande, mais l'ordre dans lequel les items de la commande sont agencés ne reprend pas celui des symboles dans l'écriture du nombre, ce qui oblige à prendre en compte la valeur de ces symboles.

De plus, nous avons choisi de proposer d'autres nombres (quadrix-six, quadrix-six-trois), dont la dénomination montre une nouvelle irrégularité du système comme celle que présente le système

décimal après soixante-neuf. Elle permet de confronter les étudiants ou stagiaires à cette difficulté et de réquisitionner la logique de l'ensemble du système.

Le calcul d'une somme et d'une différence sont proposées dans la consigne 4, les nombres sont choisis pour que les calculs nécessitent des retenues et obligent à mobiliser l'aspect groupement/échange des systèmes de numération de position. La question sur les différences entre les actions d'un élève de début de primaire et d'un adulte dans ces situations de calculs est un support à discussion pour, à la fois, rappeler que la compréhension des techniques suppose d'avoir compris cet aspect groupement/échange, et pointer l'obstacle que constitue le fait de ne pas disposer de résultats automatisés pour la mise en œuvre (pour les élèves, l'apprentissage) de telles techniques.

III - TROISIEME TEMPS DE L'ATELIER

Par manque de temps dans l'atelier, le débat prévu autour des dispositifs de formation n'a pas pu être vraiment mené, nous aurions aimé interroger plus loin la pertinence de l'ingénierie de formation compte tenu des contraintes de temps, de savoirs, et chercher à dégager, dans ce dispositif qui fonctionne, quelques éléments importants qui pourraient s'avérer utiles au formateur pour concevoir des dispositifs similaires sur d'autres thématiques.

Faute d'avoir pu le faire, nous nous contenterons de relater ici quelques éléments de synthèse tirés des questionnaires renseignés par les participants.

1 Les dispositifs de formation généralement utilisés

Les réponses aux questions portant sur les contenus et modalités des formations sur la numération en Master 1 ou 2 et en Formation continue étaient conformes à ce que nous en attendions.

En Master 1, le travail porte sur la connaissance de notre système de position avec des exercices dans différentes bases (codage/décodage, calculs). L'introduction se fait à partir, soit de différents systèmes de numération ancienne, soit de la vidéo des Shadocks qui comptent en base quatre pour aboutir à caractériser notre système, soit d'une analyse de procédures d'élèves dans un problème comme celui des enveloppes ou des fourmillions⁶¹. Quelques apports didactiques sur la progression générale sur la numération à l'école, sur la connaissance du nombre : dénombrement, comptage, énumération..., sont en général proposés....

En Master 2, les modalités et contenus de formation sont les mêmes lorsque les apports n'ont pas été faits en Master 1, mais en général l'étude porte plutôt sur l'analyse de situations extraites de manuels (ERMEL, CAP Maths, D. Valentin en Grande Section), sur la construction de séquences et la connaissance des programmes. Le travail sur la numération est aussi parfois présenté à l'occasion de séquences préparées et présentées par les étudiants ou porte sur la présentation et l'exploitation de matériels de numération.

La présentation peut être aussi plus théorique comme par exemple dans un extrait d'un participant :
« Le nombre comme signifié, les différentes numérations (deux) (écrite chiffrée et orale) comme signifiant : découverte à travers des tâches de comparaison de collections des différentes procédures et donc de l'emploi des différentes numérations. Puis distinction des deux numérations selon leurs fonctionnements (en particulier relation écrit/oral) ».

⁶¹ ERMEL, Apprentissages numériques, CP (1991), Hatier

En Formation Continue, que ce soit avec des stagiaires ou en animations pédagogiques, le travail porte plutôt sur la numération en cycle 2 avec des analyses de propositions des manuels, de situations de références, analyse de productions d'élèves et de leurs difficultés, sur l'importance de la numération pour les techniques opératoires et dans les systèmes d'unités de mesures. Le but est d'enrichir les pratiques, en mettant en débat les activités proposées par les enseignants dans leurs classes et en s'interrogeant sur les difficultés de leurs élèves.

2 Discussion sur l'intérêt de ce dispositif de formation

Le questionnaire de fin d'atelier posait les deux questions suivantes :

1. Par rapport à vos pratiques habituelles de formation, qu'est-ce que l'ensemble des situations proposées dans cet atelier interroge, conforte ou apporte ?
2. Que modifieriez-vous dans ces situations ?

A la première question, les participants ont surtout répondu que le dispositif vécu pendant l'atelier confortait leur croyance en l'intérêt d'utiliser des situations d'homologies et de transpositions en formation pour susciter des prises de conscience et aider à comprendre les difficultés des élèves. Pour eux, il faut mettre les étudiants ou les enseignants en situation, c'est-à-dire de les confronter à un vrai problème et non à un « faux » problème auquel ils ont déjà en quelque sorte la réponse.

Ils sont, aussi, renforcés dans l'idée que l'organisation de confrontation de procédures entre enseignants ou futurs enseignants est une modalité de formation efficace pour prôner et favoriser le transfert de cette modalité dans la gestion de classe.

Dans ce cas particulier d'une formation sur la numération, la pertinence des activités proposées est aussi soulignée : pour les participants, elles permettent d'aborder les différentes facettes des savoirs mis en jeu (aspect algorithmique, aspect groupement, systèmes de numération orale / écrite), mais aussi d'interroger les pratiques et d'aider les enseignants ou futurs enseignants à se distancier de leurs automatismes pour comprendre les apprentissages en jeu et l'intérêt de proposer en classe des situations issues de la recherche ERMEL.

La place et le rôle du formateur sont aussi mis en avant : c'est à lui que revient, à la suite des situations qui interrogent directement la différence entre les deux numérations et leur non-congruence, d'effectuer en synthèse une clarification.

Enfin, le dispositif proposé dans l'atelier a été déclaré comme étant un outil « formidable » de formation qui complète les dispositifs habituellement proposés en déstabilisant davantage les stagiaires. Il « *apporte des outils « solides » pour construire ma pratique de débutante en tant que formatrice⁶²* ».

Pour la deuxième question, sur les modifications à apporter, les participants ont du mal à répondre à chaud, et pour leur ensemble presque unanime il n'y aurait rien à changer.

Certains évoquent, cependant, la question du temps de la formation : une durée d'animation de 3h ou de formation de 2h paraît bien courte pour profiter de toute la richesse de la situation et atteindre l'ensemble des objectifs qui pourraient être visés.

Deux participants s'interrogent sur le « *choix des mots-nombres, pourquoi pas des mots inventés dès le départ ?* ».

Un participant complèterait peut-être « *avec des situations donnant du sens au nombre, et l'utilisation des opérations permettant de comprendre l'intérêt de la compréhension du système des numérations pour comprendre et faire des techniques opératoires* ».

⁶² Citation d'une participante

Un autre participant ferait « *apparaître l'importance du nombre caché derrière, il ne s'agit pas seulement de « registres sémiotiques ». Même si c'est sous-jacent, cela pourrait être mis en évidence, par exemple par des activités de comparaisons de collections (non nécessité de signifiants suivant les variables) ».*

V - CONCLUSION

Durant cet atelier nous avons proposé un dispositif de formation que les participants ont à la fois testé en tant qu'acteur et questionné en tant que formateur. Son intérêt et ses limites, en particulier dans un contexte de formation initiale autre que celui de la formation continue où elle a déjà fait preuve de son efficacité, ont été étudiés. La question des apports théoriques, didactiques et pédagogiques nécessaires aux différents niveaux de formation a aussi été soulevée.

Nous faisons l'hypothèse que les modalités mises en œuvre pendant l'atelier ont permis aux participants une première appropriation d'une formation « clés en main » à propos desquelles nous nous sommes interrogées : quelles sont les conditions qui font qu'un tel dispositif soit transférable et opérationnel à un autre formateur ? .

La déclinaison des objectifs, du scénario, des activités avec leurs consignes et leurs analyses ne nous paraît pas suffisante. Le fait d'avoir vécu les activités, comme il a été proposé dans l'atelier ou en formation d'inspecteurs et conseillers pédagogiques, constitue sûrement un plus, mais, nous semble-t-il, ne garantit pas que les personnes aient saisi ou assimilé les concepts en jeu dans la formation qui dirige sa mise en œuvre.

Pour nous, deux conditions supplémentaires restent encore à remplir :

- les futurs animateurs doivent disposer d'un bagage en mathématique et en didactique suffisant pour pouvoir appréhender les contenus,
- un travail important de métacognition doit être prévu dans l'ingénierie et accompagner la mise en activités. Il permet en effet à l'animateur d'en discerner les logiques, d'en évaluer la cohérence et d'en envisager les exploitations possibles.

Nous aurions aussi aimé interroger, dans cet atelier, l'ingénierie de formation : envisager comment, compte tenu de contraintes de temps, de publics, elle pourrait être aménagée, et réfléchir à ce qu'on pourrait tirer de cette situation qui fonctionne, pour le transposer dans la conception d'autres situations de formation. Nous nous questionnons, par exemple, sur la nature des changements à effectuer ou non dans la situation initiale proposée aux élèves pour provoquer des questionnements et des savoirs chez les formés.

Pour conclure provisoirement et essayer d'aller peut-être un peu plus loin sur la question des éléments constitutifs d'une « bonne » situation de formation basée sur de stratégies d'homologie, nous aimerions rappeler :

- Les limites aux situations d'homologie pointées par Kuzniack et Houdement⁶³ :

⁶³ Voir leur thèse ou article dans Concertum de la COPIRELEM T. 3, p. 7-22

- H1 Une situation simple permet une prise de conscience nette de la démarche pédagogique suivie, mais en contrepartie elle risque d'infantiliser l'étudiant et/ou de provoquer son rejet.
- H2 Une situation plus complexe transmet un savoir mathématique non trivial aux étudiants, mais la nouveauté de ce savoir peut occulter la démarche suivie.
- Et leur proposition, pour « tenter d'avancer sur les modalités offertes à un formateur pour délimiter cette dénaturation, d'introduire et d'étudier des situations de formation qualifiées de Petites Provocations Didactiques (PPD). », « c'est à dire de proposer aux adultes des exercices d'apparence classique mais suffisamment « provocateurs » pour amener une réflexion personnelle ».

Pour nous, le dispositif étudié dans l'atelier cherche à s'inscrire dans cette logique de PPD : à travers la transposition qu'il propose, il met les participants à la fois dans une situation de résolution de problèmes (avec dimension enjeu et dimension apprentissage mathématique) et à la fois, dans une situation d'homologie dans les tâches vécues avec celles qu'il est possible de proposer aux élèves (avec sa dimension formation didactique et pédagogique). C'est cette position dedans/dehors qui favorise leur métacognition et les conduit à réfléchir sur leur activité en apprentissage et à la mettre en rapport avec celle des élèves.

VI - BIBLIOGRAPHIE

AIGOIN C. & GUEBOURG V. (2004) Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle, *Grand N* n°73, éditions IREM de Grenoble,

BEDNARZ N. & JANVIER B. (1984) La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage, *Grand N* n°33 et n°34, éditions IREM de Grenoble,

BRACONNE-MICHOUX, A. & ZUCCHETTA H. (2010) : Formation continue en géométrie au cycle 3 : une entrée par les problèmes. Atelier A5 in *Actes du XXXVIème Colloque de la COPIRELEM, Auch*.

BRACONNE-MICHOUX, A. & ZUCCHETTA H. (2012) : Intérêts et limites pour la formation d'une situation d'homologie : situation de communication sur un solide. Conditions pour un transfert dans la classe. Atelier A5 in *Actes du XXXVIII Colloque de la Copirelem – Dijon 2011*

BRIAND J. (2008) : Question d'enseignants, question d'enseignement. Un partage d'expérience de formation avec des enseignants de cours préparatoire relativement à la construction de la numération. . Atelier B6 in *Actes du XXXVIème colloque COPIRELEM Auch*

CHAMBRIS C. (2008) : Transposer en formation des résultats de recherche sur l'enseignement de la numération de position des entiers au cours élémentaire. Atelier A2 *Actes du XXXVIème colloque COPIRELEM Auch*

CHARNAY R., DUSSUC M.P & MADIER M. (2009) Manuels Cap Maths CP et CE1 éditions Hatier

DUVAL R. Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. Conférence *Actes du XXXIIIème colloque COPIRELEM Strasbourg*

ERMEL (2005) Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP et CE1 - INRP et Hatier

FENICHEL M. & TAVEAU C. (2006) Enseigner les mathématiques en cycle 2, les buchettes, et en cycle 3, l'enveloppe des nombres DVDs CRDP Créteil

KUZNIAK A. (2003) Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Carnets de route de la COPIRELEM. T. 3, p. 7-22.*

TEMPIER F. (2010) Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2 ; *Grand N* n°86, éditions IREM de Grenoble,

MOUNIER E. (2010) THESE Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes. Disponible et téléchargeable http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/55/07/21/PDF/These_Mounier_2010.pdf

[retour sommaire](#)

VII - ANNEXES

ANNEXE 1 QUESTIONNAIRE PROPOSE A L'ATELIER

Vous êtes : professeur-formateur IUFM ☐

CPC ☐

autre (à préciser) ☐

1) Que travaillez-vous en numération avec vos étudiants de Master et comment ?

En Master 1

En Master 2

2) Que travaillez-vous en numération avec des stagiaires et/ou en Formation continue et comment ?

A la fin de l'atelier :

3) Par rapport à vos pratiques habituelles de formation, qu'est-ce que l'ensemble des situations proposées dans cet atelier interroge, conforte ou apporte ?

4) Que modifieriez-vous dans ces situations ?

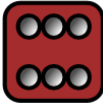
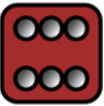
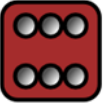
[\(retour au texte\)](#)

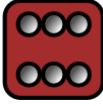
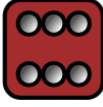
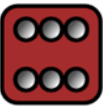
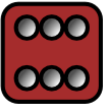
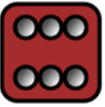
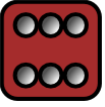
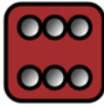
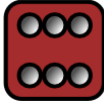
ANNEXE 2 (BANDE NUMERIQUE)

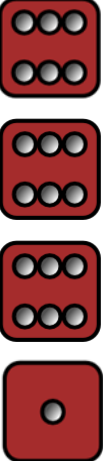
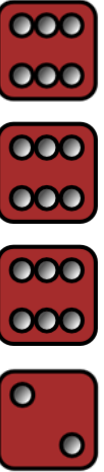
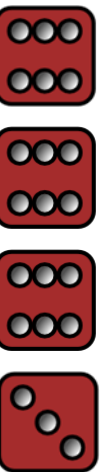
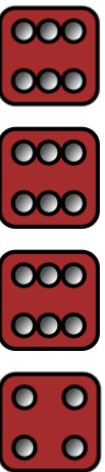
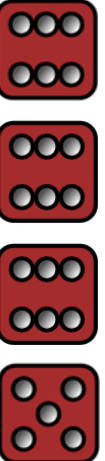
La bande a été tirée en grande dimension pour être vue du fond d'une salle de classe et assemblée pour en faire une seule bande. Les représentations de dés ont été placées verticalement au lieu d'horizontalement comme dans la présentation d'origine par commodité pour ce texte.

[\(retour au texte\)](#)

B	C	D	E	F
<i>un</i>	<i>deux</i>	<i>trois</i>	<i>quatre</i>	<i>cinq</i>
				

BA	BB	BC	BD	BE	BF
<i>six</i>	<i>sept</i>	<i>huit</i>	<i>six-trois</i>	<i>six-quatre</i>	<i>six-cinq</i>
	 	 	 	 	 

CA	CB	CC	CD	CE	CF
<i>douze</i>	<i>douze-un</i>	<i>douze-deux</i>	<i>douze-trois</i>	<i>douze-quatre</i>	<i>douze-cinq</i>
 	  	  	  	  	  

DA	DB	DC	DD	DE	DF
<i>trix</i>	<i>trix-un</i>	<i>trix-deux</i>	<i>trix-trois</i>	<i>trix-quatre</i>	<i>trix-cinq</i>
					

ANNEXE 3 (NOMBRES MANQUANTS)

[\(retour au texte\)](#)

Quels sont les nombres manquants ?

BA	CE	EA	B	FF
E	BAA	BF	FE	CB
EF	DA	BAC	D	DE
FA	CC	BB	EB	FD
CF	EC	FC	CD	BE
C	ED	BD	BAD	DC

ANNEXE 4 (TABLEAU DE NOMBRES)

[\(retour au texte\)](#)

A	B	C	D	E	F
BA	BB	BC	BD	BE	BF
CA	CB	CC	CD	CE	CF
DA	DB	DC	DD	DE	DF
EA	EB	EC	ED	EE	EF
FA	FB	FC	FD	FE	FF
BAA	BAB	BAC	BAD	BAE	BAF
BBA	BBB	BBC	BBD	BBE	BBF
BCA	BCB	BCC	BCD	BCE	BCF
BDA	BDB	BDC	BDD	BDE	BDF
BEA	BEB	BEC	BED	BEE	BEF
BFA	BFB	BFC	BFD	BFE	BFF

ANNEXE 5 BONS DE COMMANDE DEJA COMPLETES

([retour au texte](#))

On peut boucher **quadrix-six** bouteilles

groupe A

Soit :

..... packs de six bouteilles,
 cartons de six packs de six bouteilles et
 bouteilles isolées

On peut boucher **CAE** bouteilles

Soit :

..... packs de six bouteilles
 cartons de sextus bouteilles et
 bouteilles isolées

On peut boucher **quadrix-six-trois** bouteilles

groupe B

Soit :

..... packs de six bouteilles
 cartons de six packs de six bouteilles et
 bouteilles isolées

On peut boucher **CFA** bouteilles

Soit :

..... packs de six bouteilles
 cartons de sextus bouteilles et
 bouteilles isolées

ANNEXE 6 – DESCRIPTION DE LA FORMATION

[\(Retour au texte\)](#)

Nous précisons d'abord les objectifs que nous avons pour cette formation et qui n'avaient pas été communiqués aux participants de l'atelier (à part en partie dans le descriptif de l'atelier). La formation reprend la trame de l'atelier avec les synthèses proposées par le formateur.

Objectifs pour le premier temps :

- Montrer la complexité de notre système de numération en plaçant les stagiaires en situation d'élèves
- En percevoir les différents aspects et les axes autour desquels ils s'articulent
- Réfléchir sur les supports d'enseignement et s'ouvrir vers des pistes pédagogiques différentes
- Dégager les 6 axes de travail entre les différents aspects analogiques, oraux et écrits

Objectifs pour le deuxième temps :

- Dénombrer une collection assez grande (plus de 72 ici)
- Comprendre ce que sont les dizaines, les centaines, etc
- Comprendre les règles d'échange entre groupements
- Comprendre la signification des chiffres suivant leur position dans l'écriture d'un nombre
- Savoir lire l'information contenue dans l'écriture d'un nombre
- Comprendre la technique opératoire d'une addition (et d'une soustraction)

▪ **Premier temps de la formation**

L'animateur compte le nombre de participants à l'atelier dans une nouvelle base plusieurs fois pour faire mémoriser le nom des nombres et ensuite il fait jouer au jeu du furet (il dénombre en parcourant l'assemblée différemment à chaque fois pour essayer de confronter le plus de participants à la difficulté de mémorisation).

On utilise la comptine numérique de l'annexe 1

Consigne : Je vous fais jouer à différents jeux classiques (4) mais avec cette numération

1. jeu du furet :
 - a. à l'endroit à partir de « un »,
 - b. à l'endroit à partir de six,
 - c. à l'endroit de 2 et 2,
 - d. à l'envers à partir de « trix-deux »,
 - e. désigner ceux qui vont faire « chut » au lieu de dire le nombre (penser à en avoir qui se suivent) puis dans l'ordre dire « chut » pour certains à la place du nombre et les nombres pour d'autres (variante de plouf dans l'eau sans bande numérique).
2. Une bande numérique ([annexe 1](#)) est ensuite affichée présentant les écritures « chiffrées » des nombres (B, C, D, E, F, BA, BB, BC, ...), la façon de les dire et une représentation analogique avec des faces de dés. Il faut trouver certains nombres dont une des écritures a été cachée (écriture chiffrée ou/et écriture en lettres) et dire comment ils s'écrivent ou se disent. Les nombres cachés choisis sont F, CA, six-trois, six-quatre, douze, sept, trix, trix-un, trix-deux et leurs représentations analogiques.
3. Une fiche avec des nombres manquants en écriture chiffrée (dans la base) écrits dans le désordre est donnée en travail individuel ([annexe 2 Quels sont les nombres manquants ?](#)).

Nous interrogeons les participants sur deux points :

- Apprendre la comptine et l'utiliser
Comment l'avez-vous mémorisé ?

- Retrouver les nombres cachés
Quelles procédures avez-vous employées ?

1. Sur la bande numérique
2. Avec les nombres manquants
3. Avec le tableau de nombres

4. Un tableau de nombres ([annexe 3](#)) est affiché (et restera affiché), certains nombres ont été cachés avec des post-it de couleurs différentes et valent des points différents. Il est demandé aux participants si les procédures utilisées ont été les mêmes ou pas que dans les deux activités précédentes.

Synthèse du formateur sur approche globale et algorithmique

▪ Deuxième temps de la formation

Nous distribuons aux participants regroupés par 3 ou 4, un lot important de bouchons (plus de 72) dans un sac en plastique accompagné d'un couvercle en carton et ils doivent dénombrer les bouchons.

Consigne 1:

Dans le système de numération utilisé, indiquer combien de bouteilles on pourrait boucher avec ces bouchons.

Faites l'activité en groupes de 3-4.

Un temps d'échanges est fait après cette première consigne. Les consignes 2 et 3 sont données ensemble. La consigne 4 est donnée après un rapide échange et pour ouvrir vers les techniques opératoires en faisant calculer une addition et une soustraction. (Nous n'avons pas toujours le temps de la faire)

Consigne 2 en groupe de 3-4 :

Les bouteilles sont vendues par pack de six, rédiger un bon de commande écrit. Compléter le bon de commande avec la numération apprise.

Le bon de commande de la consigne 2 se présente sous cette forme :

On peut boucher bouteilles

Soit :

..... packs de six bouteilles et

..... bouteilles isolées

Consigne 3 : en individuel rédiger deux bons de commande

Remplir les bons de commande,

Les deux bons de commande de la consigne 2 ([annexe 4](#)) ont deux variantes et introduisent des mots-nombres qui n'ont encore été utilisés (quadrix et sextus) et une nouvelle irrégularité.

Prolongement

Consigne 4

Calculer $CFD + ECD$ et $ECD - CFD$

Expliquez comment vous faites.

Qu'est-ce qui est pareil, qu'est-ce qui est différent par rapport à ce que pourrait faire un élève de CP ?

Synthèse du formateur sur approche groupements-échanges.

[\(Retour au texte\)](#)

ANNEXE 7 – DES REACTIONS DE CONSEILLERS PEDAGOGIQUES

([Retour au texte 1](#)) ([Retour au texte 2](#))

Lors d'une formation de conseillers pédagogiques le 24 mai 2012 à Saint-Fons

Comment avez-vous vécu les différentes situations ?

- Assis près de la fenêtre, avec curiosité
- Avec intérêt et amusement
- Sympathique, pas trop impliquant
- Surprise, **curiosité**, stimulation intellectuelle
- Dans la bonne humeur mais avec un peu de « stress » (compétition → collectif)

Réaction CPC St Fons Mai 2012

[1]

Comment avez-vous vécu les différentes situations ?

- Déstabilisée par la 1^{ère} situation : logique dans la suite des nombres ? (six-trois...douze..)
- Jeu du furet : déstabilisant au départ puis très vite recherche d'une logique, idem pour les 3 autres exercices
- Étonnant **déstabilisant** ludique rupture reconstruction
- Inquiétude au début
- **Au départ crainte de ne pas comprendre puis très intéressée**

Réaction CPC St Fons Mai 2012

[2]

Comment avez-vous vécu les différentes situations ?

- Comme un jeu intellectuel + plaisir de décoder un nouveau code
- Une façon **ludique** de mettre en avant certaines caractéristiques de la numération écrite et orale
- Comme une façon **dynamique** de réinterroger la numération avec l'incertitude « anxieuse » de comprendre la logique des nombres proposés

Réaction CPC St Fons Mai 2012

[3]

Que pensez-vous en avoir appris, redécouvert ?

- Des logiques différentes entre **numération orale et numération écrite**
- L'importance de la **position des « chiffres »** les uns par rapport aux autres, du nombre de signes
- L'ordre des nombres a une **logique** mais aussi des **exceptions** qui doivent être enseignées
- Qu'un nombre est juste un concept, un « mot » choisi arbitrairement
- La **difficulté d'un code** qu'on ne comprend pas (**parallèle avec élèves en apprentissage**)

Réaction CPC St Fons Mai 2012

[4]

Que pensez-vous en avoir appris, redécouvert ?

- Le fonctionnement de la numération de position
- Distinction et liens entre numération orale et écrite, logique de la numération de position
- Remontée de la numération en base
- Notion de numération de position, notion de base on s'appuie sur ce que l'on connaît
- Redécouvert le pays du 3, 4 les bases en CM2, le château des nombres d'ERMEL

Reactions OPCB Form. Mai 2012
[5]

Que pensez-vous en avoir appris, redécouvert ?

- Appui sur des connaissances pour comprendre le « fonctionnement » et faire des essais
- Besoin de mémoire, de concentration
- Une autre façon d'appréhender l'ensemble de la construction des nombres en pointant les obstacles à la compréhension
- Appris : Possibilité de transposer une situation vécue en FLE, redécouvert : travail effectué avec des élèves non francophones

Reactions OPCB Form. Mai 2012
[6]

Qu'est-ce qui vous a surpris ?

- La suite des nombres de la 1^{ère} situation
- Les ruptures dans la suite numérique (huit → six-trois, six-cinq → douze)
- Dans la 1^{ère} suite des nombres, utilisation du 7 et 8 puis abandon
- Les lettres pour faire correspondre aux nombres
- La manière de compter (jeu du furet)
- Un système de comptage nouveau
- Mémoriser sans comprendre tout le fonctionnement du code, la stimulation intellectuelle, la frustration de ne pas tout comprendre

Reactions OPCB Form. Mai 2012
[7]

Qu'est-ce qui vous a surpris ?

- Qu'il existe de multiples manières de compter (au-delà des traditionnelles (antiquités, civilisations extra européennes) et qu'on peut en inventer
- Le jeu illustre notre système numérique
- La « déconstruction » du système de comptage pour entendre un autre « système »
- Le choix des « noms » des nombres inférieurs à 8 qui entraîne une confusion avec « notre » système
- La rapidité des autres
- La rapidité à laquelle je me suis mise à penser la logique de construction
- La difficulté à se concentrer

Reactions OPCB Form. Mai 2012
[8]

Qu'est-ce qui vous a éclairé ?

- Les supports utilisés
- L'organisation des nombres dans le château
- Un rythme que l'on reproduit → on comprend donc un système, un fonctionnement, travailler sur la suite orale
- Le fait que le jeu soit répété plusieurs fois par l'enseignante et l'affichage + l'exercice sur feuille
- La compréhension de cet élément lors de la présentation de la frise numérique
- Appui sur l'ordre alphabétique
- La récurrence
- L'algorithme des lettres

Reactions OPCB Form. Mai 2012
[9]

Qu'est-ce qui vous a éclairé ?

- La synthèse commune, je n'avais pas compris la logique de la désignation des nombres
- Les questions des autres
- L'apparente logique découverte, le passage par l'écrit
- Ne pas tout dire de la logique de construction des nombres à la fin de la 1^{ère} activité pour garder l'attention, séparer la numération orale et écrite
- La transposition
- Les connaissances précédentes, les expériences

Reactions OPCB Form. Mai 2012
[10]

Quelle synthèse peut-on faire en animation pédagogique ?

- Réfléchir sur la procédure adoptée pour trouver une suite (notion d'ordre, mémorisation)
- On peut construire une logique
- Résoudre le problème posé en cherchant la règle, le système régulier qu'on peut prolonger
- S'appuyer sur ce qu'on connaît pour décrypter
- Les confusions que peuvent entraîner les « noms » des nombres qui ne s'appuient pas strictement sur la « base » mathématique
- La prise de conscience de la difficulté des élèves par rapport à un code nouveau. La nécessité de s'appuyer sur du connu pour aller vers l'inconnu.
- Faire vivre au niveau adulte ce que les élèves ont à construire ; faire repérer le double apprentissage noms des nombres, construction des nombres par regroupement de dix

Reactions DCS - 11 mai 2012

11

Quelle synthèse peut-on faire en animation pédagogique ?

- Rappel du fonctionnement de notre numération écrite
- Il existe une logique d'écriture qui nous permet de l'écrire à l'infini, il faut maîtriser un lexique pour la numération orale qui nous limite
- Montrer qu'il existe plusieurs principes de numération, trouver un des principes de numération, utiliser un principe de numération, passage de la numération orale à la numération écrite
- La numération que nous utilisons est issue d'un bon processus qui combine conventions et possibilités maths
- La question de la numération de position et des algorithmes
- La comptine numérique nécessite un enseignement pour en comprendre la logique
- Nécessité de laisser un temps individuel suffisant, nécessité d'explicitement clairement pour tous la notion de CODE, la fonction du CODE
- Tâches de mémorisation

Reactions DCS - 11 mai 2012

12

[retour sommaire](#)