ACTES

39ème colloque international des formateurs de professeurs des écoles en mathématiques

Organisé par la COPIRELEM, l'Université de Bretagne Occidentale, l'IUFM de Bretagne et l'IREM de Brest

Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève

QUIMPER les 20, 21 et 22 juin 2012

SOMMAIRE

ATELIERS

B1 : **S COUTAT, R FALCADE** Le rôle de l'enseignant dans une séquence de géométrie utilisant deux environnements, dynamique et statique, au cycle 3. atelier B1

B2 : **B LEBOT** La place des mathématiques dans une situation expérimentale : étude de la fonte d'un glaçon en cycle 2.atelier B2

B3 **: M MASCHIETTO, S SOURY-LAVERGNE** A la découverte de la « pascaline » pour l'apprentissage de la numération décimale. atelier B3

B4 : **J M GELIS, E KERMORVANT** Comment concevoir une formation initiale à distance pour les professeurs d'école en mathématiques (une explotation des possibles à travers deux expériences). atelier B4

B5 : **B ANSELMO, M P DUSSUC, H ZUCCHETTA** Du comptage à la numération. atelier B5

B6 : **P EYSSERIC, F MISKIEWICZ** Base de données sur « mathématiques et littérature de jeunesse ». atelier B6

B7 : **G MORALES, D FOREST** Analyser des pratiques didactiques à l'école maternelle concernant la représentation : le cas du « jeu du trésor » atelier B7

COMMUNICATIONS

C1 : **S ARDITI, A DAINA** Manuels scolaires et pratiques des enseignants en France et en suisse romande. communication C1

C2 : **C DEL NOTARO** Vers une distinction chiffre/ nombre dans un jeu de tâches chez des élèves de 11 ans. communication C2

C3 : **F ATHIAS DUBREUCQ** La géométrie dynamique en cycle 3, pour quoi faire ? communication C3

C4 : **J M GELIS** Une expérience d'enseignement à distance d'un master d'enseignement premier degré en mathématiques. communication C4

C5 : **C HACHE** Langage mathématique à la transition primaire /collège. communication C5

D1 : **A VIRRION** Les enfants à haut potentiel intellectuel en difficultés scolaires : le rôle des mathématiques dans la détection et la remédiation. communication D1

D2 : **L LEROYER** Le rapport au support d'enseignement : pour une meilleure connaissance du travail de préparation en mathématiques des enseignants. communication D2

D3 : **C POISARD** Résolution de problème au CP : rôle du langage, des schémas et des manipulations.communication D3

ATELIERS

APPRENDRE ET ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES EN ZEP, FORMER À CET ENSEIGNEMENT

Denis BUTLEN
PU, IUFM de Versailles, UCP
LDAR
denis.butlen@iufm.u-cergy.fr

Monique CHARLES-PÉZARD
MCF, IUFM de Créteil, UPEC
LDAR
monique.pezard-charles@u-pec.fr

Pascale MASSELOT
MCF, IUFM de Versailles, UCP
LDAR
pascale.masselot@iufm.u-cergy.fr

Résumé
L'atelier présente une démarche issue d'environ 30 ans de réflexion sur l'enseignement auprès d'élèves en difficulté et sur les pratiques enseignantes dans des classes composées majoritairement d'élèves issus de milieux socialement défavorisés.
Pour faciliter l'appropriation de certains éléments de cette synthèse, un travail d'analyse d'extraits de protocoles de séances, de productions d'élèves et de morceaux de vidéo est proposé. Trois volets sont successivement abordés. Le premier concerne la nature des difficultés rencontrées par les élèves et des pistes permettant de les surmonter. Le deuxième volet porte sur l'analyse des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP et le troisième cible davantage la formation de ces pratiques et la formation des enseignants.

Exploitations possibles
Contenus de formations ou cadres de recherche sur :
- l'enseignement en ZEP ;
- l'analyse de pratiques de professeurs ;
- l'analyse de vidéos de séances de classe .

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. ZEP. Professeur d'école. Analyse de vidéos.

APPRENDRE ET ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES EN ZEP, FORMER À CET ENSEIGNEMENT

Denis BUTLEN
PU, IUFM de Versailles, UCP
LDAR
denis.butlen@iufm.u-cergy.fr

Monique CHARLES-PÉZARD
MCF, IUFM de Créteil, UPEC
LDAR
monique.pezard-charles@u-pec.fr

Pascale MASSELOT
MCF, IUFM de Versailles, UCP
LDAR
pascale.masselot@iufm.u-cergy.fr

Résumé
Nous présentons de façon synthétique une démarche issue d'environ 30 ans de réflexion sur l'enseignement auprès d'élèves en difficulté et sur les pratiques enseignantes dans des classes composées majoritairement d'élèves issus de milieux socialement défavorisés.
Pour faciliter l'appropriation de certains éléments de cette synthèse, un travail d'analyse d'extraits de protocoles de séances, de productions d'élèves et de morceaux de vidéo est proposé dans le cadre de l'atelier. Trois volets sont successivement abordés. Le premier concerne la nature des difficultés rencontrées par les élèves et des pistes permettant de les surmonter. Le deuxième volet porte sur l'analyse des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP et le troisième cible davantage la formation de ces pratiques et la formation des enseignants.

Dans un premier temps, nous exposons nos principaux résultats concernant les apprentissages des élèves en difficulté. Au vu des limites de ces travaux, notre intérêt s'est ensuite porté sur les pratiques des professeurs en collège et écoles primaires de milieux socialement défavorisés (ZEP très difficiles) et nous explicitons certains de nos résultats à partir d'un travail d'analyse d'extraits de séances de mathématiques menées par des professeurs des écoles.

I - PRÉSENTATION DE LA SYNTHÈSE

Cette synthèse de nos travaux est une tentative pour en exhiber des éléments qui constituent des apports sur les apprentissages des élèves en difficulté, issus de milieux socialement défavorisés. Il s'agit d'essayer de comprendre, dans le cadre particulier des mathématiques, en quoi l'école reproduit des différences liées à des différences sociales. Dans un premier temps, un diagnostic est réalisé puis une tentative d'identification de cheminements cognitifs particuliers, ceci afin de mesurer les effets d'aides apportées aux élèves.

1 Côté élèves : trois résultats importants

Nos recherches se sont centrées sur le thème des structures multiplicatives et du calcul mental, et plus particulièrement sur les liens entre la construction du sens des nombres et des opérations et la maîtrise des techniques opératoires. Un premier résultat a été établi : sens et technique se construisent de façon dialectique.

Les deux autres résultats portent sur les modalités d'aide et de « prévention » à apporter aux élèves en difficulté issus de milieux populaires. Au moment où nous avons mené ces recherches, l'institution mettait l'accent sur l'installation de pratiques d'évaluations en CE2 et 6ème et sur la mise en place, suite à ces diagnostics, de remédiations. Une grande part des formations dispensées alors se centraient sur cet aspect de l'aide. Qu'on prenne ou non des précautions, que l'on pense par exemple le terme « re-médiation » comme une « nouvelle médiation », ce mode d'intervention n'est qu'une réponse après coup. L'ensemble des recherches montre que cela ne permet pas aux élèves les plus en difficulté de s'en sortir. S'il ne faut pas abandonner ce type d'aide, il est nécessaire de penser les aides de façon plus globale et en amont. Ce point est encore loin de faire aujourd'hui l'unanimité.

1.1 Les limites d'une stratégie de remédiation

Nous sommes arrivés à cette conclusion lors de notre étude sur les liens entre construction du sens et maitrise des techniques à propos du calcul mental. Comme nous l'avons déjà évoqué plus haut, la construction est dialectique. Nous avons ainsi mis en évidence un paradoxe lié au calcul mental et à la résolution de problèmes. Une pratique de calcul mental, pour être efficace en termes d'accroissement des connaissances sur les nombres, doit amener les élèves à échapper à une posture automatisée. Cette pratique se caractérise par une adaptation permanente des procédures mobilisées aux spécificités des nombres et des opérations en jeu dans le calcul et non par la restitution systématique de procédures ou d'algorithmes considérés comme universels. Cette prise de distance avec l'automatisme nécessite l'acquisition d'automatismes élémentaires le permettant. Les élèves les plus en difficulté sont démunis du fait de l'absence de connaissances suffisantes. Nous avons testé un enseignement visant à combler pour une part ce défaut de pré-requis. S'il s'avère relativement efficace pour les élèves en difficulté moyenne, il l'est peu pour les élèves en grande difficulté.

1.2 L'importance des cheminements cognitifs spécifiques aux élèves en difficulté

Par itinéraire cognitif, on entend des scénarios proposés par le professeur aux élèves. Si on regarde un parcours d'élève ou d'un groupe d'élèves, on identifie alors un cheminement. Le cheminement n'est pas souvent l'itinéraire prévu.

Suite au constat formulé ci-dessus, nous avons mis en évidence des cheminements cognitifs spécifiques aux élèves en difficulté issus de milieux populaires. Ceux-ci se caractérisent notamment par le recours au générique et/ou la construction d'outils heuristiques particuliers.

Le recours au générique

Cela correspond à une étape originale dans le processus de conceptualisation. Un enseignement s'appuyant sur une pratique régulière de calcul mental et de bilans de savoir (organisés autour de la production collective d'écrits) a permis de montrer l'intérêt de la production d'écrits intermédiaires entre le contextualisé et le formel : l'énoncé mathématique s'appuyant sur un exemple générique. Cette dernière étape est importante voire indispensable pour certains élèves.

La mobilisation d'outils heuristiques transitoires

Ce dispositif d'enseignement a pour résultat la construction d'outils heuristiques par les élèves. Donnons juste un exemple : le recours au pré-algébrique : « *Si je ne sais pas trouver l'opération, si les nombres sont difficiles, j'en prends des plus simples* ». Cette formulation d'élève montre que celui-ci s'autorise à modifier les données du problème pour avoir accès au modèle sous-jacent. Les données peuvent varier ; elles ne sont plus fixes. L'opération en jeu ne dépend plus directement d'elles.

1.3 Incidences sur la formation

En formation, il nous semble nécessaire de travailler sur les liens entre sens et techniques. Cela peut permettre notamment d'éviter certains mouvements de balancier. Ainsi, des prises de positions trop rapides et trop peu nuancées à propos de textes de programmes par exemple, peuvent être sources de mouvements de balancier préjudiciables. Il nous semble aussi indispensable de penser et de présenter des dispositifs d'enseignement ménageant des étapes dans le processus de conceptualisation. De même, il nous semble profitable de penser autrement la construction du sens par rapport à la technique, les aides apportées aux élèves et les évaluations.

2 Côté pratiques enseignantes

Les ingénieries développées en direction des élèves en difficulté ont révélé des limites : en effet, elles permettaient aux élèves en difficulté moyenne de progresser, mais pas aux élèves en grande difficulté. Du coup, nous avons changé notre objet d'étude et sommes passés à l'observation et à l'analyse de pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des zones particulièrement défavorisées (ZEP très difficiles) : à quelles contraintes ces enseignants sont-ils soumis ? Comment investissent-ils les marges de manœuvre qu'il leur reste ? Quelles mathématiques proposent-ils à leurs élèves ? En quoi ces mathématiques peuvent-elles être source de différenciation ?

2.1 Premier temps : contradictions et i-genres

Tous les dispositifs d'enseignement que nous avons élaborés et testés, y compris ceux que nous venons de privilégier, ont montré des limites. Ils ne permettent pas à la majorité des élèves les plus en difficulté de rattraper leur retard sur les autres. Tout se passait comme si des phénomènes de seuil et de cumul limitaient les effets de ce type d'interventions. Cela nous a conduit à nous intéresser aux pratiques des enseignants s'adressant à un public majoritairement issu de milieux populaires et présentant massivement des difficultés d'apprentissage. Nous avons observé et analysé les pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des classes, situées en ZEP, particulièrement difficiles. Ce travail d'observation longue (sur deux années) et d'équipe a été mené par des chercheurs des IUFM de Versailles (Masselot), Créteil (Butlen, Pézard) et Rouen (Peltier, NGono).

Rappelons brièvement les principaux résultats de cette recherche. Elle a permis de mettre en évidence des contradictions dans les pratiques des enseignants, notamment la contradiction fondamentale entre une logique de socialisation et une logique d'apprentissage dont le dépassement conditionne la « survie professionnelle » de ces professeurs.

Elle a débouché sur une première catégorisation des pratiques observées. Nous ne rappelons ici que celle liée à la mission d'instruction. Nous avons ainsi défini trois « i-genres » dont le plus majoritaire se caractérise par une pratique orthogonale à ce qui a été étudié en formation (pas de situations consistantes, négociation à la baisse des exigences, parcellisation des tâches, individualisation des comportements et des apprentissages, peu de phases de synthèse et d'échanges, peu de hiérarchisation des procédures, pas ou très peu de phase d'institutionnalisation, « le faire » privilégié par rapport à « l'apprendre »).

Cette catégorisation renvoie à des grands choix didactiques dont la mise en œuvre au quotidien est permise par des gestes et des routines professionnels que nous avons analysés comme des schèmes professionnels permettant aux enseignants de résoudre des tâches. Les routines étant des ensembles de gestes organisés et finalisés par une grande tâche à accomplir. Les routines sont donc différentes selon les genres auxquels appartiennent les professeurs.

2.2 Mise en évidence de grandes questions de la profession

Dans un deuxième temps, nous sommes intervenus sur les pratiques en accompagnant sur deux ans des professeurs des écoles débutants à la prise de fonction dans des classes de ZEP, à tous les niveaux des pratiques : choix didactiques et pédagogiques, au niveau des routines – ce mode opératoire étant jugé le plus efficace car produisant des déstabilisations de faible ampleur pour les professeurs, et au niveau des gestes. De la mesure de l'impact par les chercheurs, il en découle les grandes questions de la profession ainsi que les modes de réponses. C'est comme cela que l'on comprend la construction des genres. Cette seconde recherche nous a permis de dégager des grandes questions de la profession dont les modes de réponses constituent des dimensions organisatrices des pratiques. Trois questions sont ainsi identifiées : l'installation de la paix scolaire, l'exercice d'une vigilance didactique, la gestion du couple dévolution/institutionnalisation.

Installer la paix scolaire

Nous définissons la paix scolaire comme le couple « paix sociale » et « adhésion (des élèves) au projet d'enseignement du professeur ». La paix sociale, premier élément du couple, se caractérise notamment par la mise en place de règles de fonctionnement de la classe acceptées par les élèves et indispensables à la relation didactique. Ces règles visent à instaurer un certain calme, une absence de violence entre les élèves, un respect des personnes, des prises de paroles contrôlées, etc. L'adhésion des élèves au projet d'enseignement du professeur se manifeste par un climat de confiance, voire de complicité, entre les élèves et le professeur ; par un enrôlement rapide, sans trop de résistance, des élèves dans les tâches. Cette adhésion est globale mais se trouve réinitialisée au niveau local dans le quotidien de la classe.

Nous distinguons la paix scolaire de la paix sociale qui ne constitue qu'une partie de la première. D'un point de vue didactique, l'obtention de la paix scolaire n'est pas une fin en soi mais un minimum est nécessaire à l'apprentissage des élèves. Regardant l'activité du professeur en lien avec celle de l'élève, nous nous intéressons au couple « confort de l'enseignant / efficacité en termes d'apprentissage ».

L'installation de la paix scolaire, si elle participe au processus de dévolution, relève aussi de l'ensemble de l'acte d'enseignement.

Exercer une vigilance didactique

La maîtrise des contenus mathématiques, bien qu'indispensable, n'assure pas à elle seule leur transmission car le professeur peut rester dans un rapport au savoir soit de type élève, soit de type expert ; ce dernier ne garantissant pas la prise en compte des procédures personnelles proposées par les élèves. D'autres connaissances, en particulier didactiques, sont nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Cela nous amène à définir ce que nous appelons la « vigilance didactique » comme un ajustement didactique permanent de la part du professeur faisant appel aux deux composantes cognitive et médiative des pratiques et s'exerçant dans les trois niveaux global, local et micro.

Pour exercer une certaine vigilance didactique, des connaissances mathématiques et didactiques sont à mobiliser. Les connaissances mathématiques ne sont pas seulement académiques, elles doivent être finalisées pour l'enseignement. Les connaissances didactiques contribuent à une bonne perception des enjeux d'apprentissage des situations et de leur organisation en vue de l'enseignement de savoirs mathématiques. Elles sont constituées des résultats ou faits didactiques, mis en évidence par la recherche et qui ne sont plus contestés, par exemple les incidences de conceptions erronées des nombres décimaux sur le rangement de tels nombres. Elles comprennent des outils permettant de lire le réel, issus de la didactique des mathématiques mais transformés en vue de l'action d'enseigner. Ces outils consistent par exemple en la mise en œuvre d'un minimum d'analyse *a priori* pour identifier le savoir mathématique en jeu dans la situation, les variables didactiques et l'incidence de leurs valeurs sur les procédures et les résultats des élèves, et pour mieux anticiper la mise en actes du projet. Pendant la classe, ces outils aident au repérage des procédures effectives, à l'identification, parmi la diversité des productions des élèves, de celles sur lesquelles s'appuyer pour les faire évoluer vers une procédure de réussite. Une meilleure exploitation des procédures, leur hiérarchisation, la mise en œuvre d'une institutionnalisation s'appuyant sur le travail des élèves mobilisent de telles connaissances, finalisées par l'action d'enseigner et liées aux grandes étapes du cheminement cognitif des élèves.

Ces différentes connaissances mathématiques et didactiques s'opérationnalisent dans l'action du professeur pour réaliser des tâches. La vigilance didactique est liée aux différentes tâches d'enseignement de contenus mathématiques situées en amont, pendant ou après la classe ainsi qu'aux différentes manières de les réaliser ; ces dernières relèvent de la composante médiative et des niveaux local et micro des pratiques. Elles concernent en particulier les routines de type 3 selon la classification établie par Butlen & Masselot (2001) qui sont en relation avec les contenus mathématiques enseignés.

La vigilance didactique est donc à la fois du côté du savoir mathématique, des connaissances didactiques et de leur mise en fonctionnement dans l'acte d'enseigner. Elle structure et détermine les actions du professeur. Exercer une vigilance didactique suffisante assure un déroulement de classe piloté prioritairement par les mathématiques, « au plus près » des apprentissages visés. Cela suppose d'avoir conscience des enjeux des contenus des situations, plus que des contenus eux-mêmes.

Comme la paix scolaire, la vigilance didactique ne concerne pas uniquement l'enseignement en ZEP. La notion s'étend aux classes ordinaires. Toutefois, il semble qu'en ZEP son insuffisance peut être plus grave, car source de différenciation.

Gérer le couple Dévolution/Institutionnalisation

Nos diverses observations de classes nous amènent à faire le constat d'une résistance à l'institutionnalisation non seulement explicable par une individualisation non contrôlée ou une faible vigilance didactique. Dans la théorie des situations, la dévolution et l'institutionnalisation sont deux processus complémentaires qui durent tout au long de la situation didactique. Le professeur dévolue une situation à l'élève dans l'intention d'enseigner. Inversement, l'élève accepte la responsabilité de se mettre au travail s'il sait que la situation est porteuse d'enjeux de savoirs. La dévolution suppose l'institutionnalisation possible.

Nos analyses de pratiques font apparaître une tension entre les processus de dévolution et d'institutionnalisation. En effet, ils correspondent à des tâches différentes, voire antagonistes, du professeur et nécessitent un changement de posture de la part de ce dernier. Pour la dévolution, le professeur doit faire en sorte que le problème qu'il propose devienne celui de l'élève en créant les conditions nécessaires, notamment le milieu. L'initiative est alors laissée à l'élève qui agit, produit, construit. Le professeur en quelque sorte « disparaît ». Pour dévoluer, il doit cacher le savoir en jeu dans la situation pour permettre à l'élève de le construire. Lors de la synthèse et de l'institutionnalisation, c'est tout le contraire, le professeur reprend l'initiative. Il doit sortir du contexte de la situation en en éliminant tous les artifices, en faisant la part de « l'accessoire », pour finalement pointer l'essentiel que constitue le savoir en jeu. L'élève ne produit plus, son activité consiste surtout à écouter ce que dit le professeur afin de construire de nouvelles connaissances. Notons que l'institutionnalisation est en fait rarement spécifiquement travaillée au cours de la formation et en recherche, ce sont davantage les concepts de dévolution et d'ostension qui ont été étudiés.

II - ÉTUDE DE PROTOCOLES DE SÉANCES MENÉES PAR DES PROFESSEURS DÉBUTANTS : VIGILANCE DIDACTIQUE ; ET D'UNE VIDÉO D'UN EXTRAIT DE SÉANCE MENÉE PAR UNE PROFESSEURE EXPERTE : GESTES ET ROUTINES

Dans un premier temps, nous proposons d'étudier des indicateurs révélant l'exercice plus ou moins grand d'une certaine vigilance didactique à partir de protocoles (sous forme de transcripts) de séances menées par des professeurs des écoles débutants, en s'intéressant notamment à la place du savoir mathématique dans les activités du professeur et à son rôle dans ses grands choix didactiques.

Dans un second temps, nous proposons de dégager des gestes professionnels constitutifs d'une routine d'une professeure experte, à partir d'une vidéo d'un extrait de séance portant sur le calcul mental.

1 Travail n°1 : repérer les indices d'exercice d'une plus ou moins grande vigilance didactique

Deux protocoles[24] de séances (voir Annexes) menées par des PE débutantes, Aude et Aurélie, sont proposés. Pour permettre aux participants d'attraper quelque chose de la pratique d'un professeur, nous avons fait le choix de deux séances suffisamment représentatives de la pratique de chacun de ces professeurs et dont les situations proposées sont proches. Il s'agit de deux séances proposées au CM1 sur le jeu de la puce (Cap Maths) et le jeu de la cible (ERMEL), activités préparatoires à la division.

La consigne donnée aux participants de l'atelier, est de repérer les indices d'une plus ou moins grande vigilance didactique exercée par chaque professeur : qu'est-ce qui traduit des manques ou au contraire qu'est-ce qui prouve que sa vigilance s'exerce ?

La grille proposée pour l'analyse est la suivante :

- Choix du problème (consistance) et recherche des élèves
- Explicitation des procédures
- Hiérarchisation des procédures et synthèse
- Institutionnalisation

Dans le tableau suivant, nous reprenons d'une part les caractéristiques de chaque situation proposée et les choix des professeurs, et d'autre part les éléments issus des travaux des différents groupes lors de l'atelier[25].

Aude : Jeu de la puce (Cap Maths)	Aurélie : Jeu de la cible (ERMEL)
La situation est extraite de CAPMaths CM1. C'est la seconde leçon sur la notion de multiple (période 2). Elle se situe dans le cours de la progression sur la division, avant la division posée. D'après le livre du maître, l'objectif principal est d'« établir un lien entre la notion de multiple, la division, et la possibilité d'écrire un	La séance observée correspond à la première phase du jeu de la cible décrite dans le manuel ERMEL CM1. Les valeurs numériques proposées par Aurélie sont les mêmes que celles du livre. Comme dans ce dernier, elle présente le problème en dessinant une piste avec 0, les premiers sauts (6, 12, 18) et la cible (80).

[24] Signalons ici la difficulté liée au choix et à la longueur du support à proposer : il faut donc rester prudent dans les conclusions émanant ensuite des travaux de groupe. C'est le cas aussi en formation lorsque l'on donne de tels supports à analyser issus de recherches externes (formateurs non présents dans les classes).

[25] Signalons ici les limites de ce travail qui ne permet pas de se faire une « vraie » idée, certaines choses jugées positives par les chercheurs peuvent être ici appréciées ici négativement par les participants…

nombre comme produit de deux nombres ». Le jeu de la puce est présenté comme un problème « de division ». Il comporte 3 questions. Dans la première, un personnage prétend qu'avec des sauts de 8, la puce peut arriver sur 430 et un autre personnage prétend que non : « la puce peut arriver avant ou après 430, mais pas sur 430. On demande qui a raison et dans le second cas, quels sont les deux nombres sur lesquels la puce peut arriver avant et après 430. Cette première question a été proposée et résolue lors d'une séance précédente. Seconde question : la puce peut-elle arriver sur **1860** en faisant des **sauts de 15** ? Troisième question : en faisant toujours des sauts de 15, la puce peut-elle arriver sur 1536 ? 2500 ? 3330 ? 5740 ? Notons la progression des valeurs numériques entre les 3 questions et l'alternance de multiples ou non multiples dans les nombres proposés. Aude propose la situation en respectant les valeurs numériques et l'ordre des questions. Les auteurs du manuel suggèrent un travail par équipes de 2. Cette organisation est respectée. En revanche, la durée prévue dans le manuel pour les 3 questions est de 40 minutes. Or une première séance a déjà été consacrée à la première question et la résolution de la seule seconde question demande en fait le temps prévu pour les 3 questions… Reformulation proposée par Aude : « La puce peut-elle arriver sur 1860 en faisant des sauts de 15 ? Ce qui veut dire, combien de fois peut-on mettre 15 dans 1860, d'accord ? »	L'organisation du travail est la même (par deux). On peut simplement remarquer qu'elle ne donne pas l'écriture 85 = (12 x 7) + 1 comme il est dit dans le livre. Il y a donc peu de décalage entre la séance et le manuel. Notons toutefois que la séance n'est pas décrite en détail dans ce dernier. **Sauts de 6** : Combien il va falloir de sauts pour s'approcher le plus possible de **80**, sans le dépasser ? Réinvestissement : cible **85** et **sauts de 7**
Groupe 1 : Aude demande des nombres plus grands. Sauts de 8 puis 15. Cibles 1860 et 1536. Aude s'appuie sur une autre séance, elle utilise une fois le mot multiple. Une ébauche de synthèse lors d'une mise en commun. Le choix des quatre groupes interrogés sur dix prend en compte le fait qu'ils ont mis en jeu la notion de multiple. Elle n'établit pas de hiérarchisation des procédures des quatre groupes d'élèves.	**Groupe 1 :** Aurélie utilise un problème reconnu par l'institution mais elle n'est peut-être pas consciente de sa complexité ; elle demande des sauts de 6 ou 7. Elle utilise la représentation de la droite et représente les premiers sauts mais interdit aux élèves de dessiner. Situation prétexte à des calculs de type rallye maths. Aurélie n'a pas en tête le savoir visé et la consigne peut paraitre floue. Aurélie approche du nombre alors que pour Aude c'est plus difficile.

	Aurélie prend en charge les explicitations des procédures. Pas de synthèse des procédures et de hiérarchisation
Groupe 2 : Elle intervient pour aider les élèves à expliciter, mais peut-être trop, cela gêne parfois. Hiérarchisation pas de manière explicite, seulement par le discours : expression du désir d'une meilleure procédure. C'est un peu tôt pour une procédure experte. Institutionnalisation inexistante Accent sur la paix sociale	**Groupe 2 :** Peu de décalage avec le manuel. Peu d'explicitations des élèves et d'aménagements pour cela. Elle ne reprend que deux procédures avec calcul (arbre à calcul et autre), qu'elle compare selon deux critères : justesse, rapidité d'exécution… Les autres procédures sont délaissées de manière implicite : Si on ne parle pas des autres c'est qu'elles sont moins bien. *En fait, elle écrit au tableau les différentes procédures, c'est sa manière de hiérarchiser.* Choix de la méthode lors du second exercice, d'où une certaine confusion. Quelques essais de tentative de liens.
Groupe 3 : Avant cette séance, un problème avait été proposé avec des nombres plus simples (430) et des sauts plus petits (8). saut important de 8 à 15 et de 430 à 1536. L'analogie entre les deux problèmes participe de la dévolution : Aude cherche à faire des liens de manière insistante avec rappel de la séance précédente, suggestion de faire la multiplication. Recherche : un temps long avec peu d'intervention du PE. Insistance autour de la dévolution, elle institutionnalise de manière faible. Souci de faire expliciter les procédures avec un étayage important Hiérarchisation implicite sur la dernière procédure Institutionnalisations très locales.	**Groupe 3 :** Pourquoi ne pas rester sur des sauts de 6 pour continuer à entrainer ? Peu d'éléments sur le temps de recherche : est ce trop ou trop peu ? Présentation de la droite Aurélie explicite pour les élèves, elle valide pour eux *Cela s'explique par le niveau des énoncés des élèves. L'étayage est nécessaire pour que les autres comprennent.* Hiérarchisation : elle se fait à travers l'ordre de présentation et la dernière présentée serait la plus efficace. Critères : nombres de 6, multiplication, technique d'addition réitérée valorisée… Institutionnalisation : ont-elles envisagé celle-ci ? Non explicite
Groupe 4 : Problème de gestion de classe, elle a fortement dans la tête qu'elle ne doit pas intervenir. Elle semble absente comme enseignante (posture moins placée qu'Aurélie). Est-ce aux élèves de dire, de construire les	**Groupe 4 :** Grande différence entre les deux PE Assume sa position d'enseignante peut-être avec des excès Problème bien expliqué

savoirs ??? Justesse des énoncés des élèves peu claire	Hiérarchisation ressentie : idée de procédure la moins coûteuse, celle qui induit le moins d'opérations Second exemple : mieux le choisir pour montrer que les additions réitérées sont coûteuses Pas d'écritures

Synthèse du travail et compléments apportés par les animateurs :

Concernant l'exercice de la vigilance didactique, ces deux pratiques présentent des points communs et des différences.

Dans les deux cas, même si les choix des variables numériques sont différents, les problèmes proposés aux élèves sont consistants et le temps de recherche laissé aux élèves est significatif. Les professeurs font confiance aux auteurs des ressources, reconnaissent la richesse des situations et perçoivent les intentions des auteurs. De même, il y a un souci de proposer une institutionnalisation locale de la procédure experte visée. Les différences résident pour ces séances dans le choix fait par chaque professeur parmi les procédures effectives des élèves, des procédures à faire expliciter et dans la hiérarchisation de celles-ci, permettant ou non de justifier le choix de la procédure institutionnalisée.

Aurélie fait expliciter les procédures de chaque groupe, en essayant de faire des liens entre elles et en gardant la plus experte pour la fin : cette dernière est qualifiée de plus rapide et les élèves sont implicitement invités à l'utiliser dans l'exercice de réinvestissement qui suit, ce qu'ils font d'ailleurs dans leur majorité. On peut dire qu'il y a construction d'un cheminement progressif pour les élèves, basé sur la mise en place d'une Zone Proximale de Développement (ZPD). Par ailleurs, l'ensemble des observations relatives à la pratique d'Aurélie nous permettent de dire que cette dernière relève de l'i-genre 3. Aurélie propose à ses élèves des mathématiques exigeantes et rigoureuses ; elle maîtrise les enjeux d'apprentissage des situations et exerce une vigilance didactique de tous les instants.

En revanche, Aude fait expliciter les procédures de seulement quatre des dix groupes, ceux qui sont le plus proches de la procédure experte visée et laisse de côté celles des six autres, qui témoignent d'une compréhension superficielle, voire nulle du problème. Les réponses de ces derniers sont alors trop éloignées de la procédure experte pour qu'il y ait apprentissage. Si la séance observée permet sans doute de faire évoluer les élèves des quatre groupes interrogés et les amène à un niveau de compréhension satisfaisant du problème, on ne peut dire la même chose pour les autres. Les procédures conduisant à une réussite n'ayant pas vraiment été explicitées, les élèves faibles n'ont probablement pas eu la possibilité de progresser.

Ce qui est en cause ici, c'est la façon de mener la synthèse pour « raccrocher » le plus d'élèves possible et en particulier les plus faibles. Pour cela, il ne suffit pas d'exhiber le bon résultat, il est aussi nécessaire d'expliciter les procédures susceptibles de conduire à ce résultat, en essayant dans la mesure du possible de partir du niveau où en sont les élèves. Cela est d'autant plus difficile que les élèves sont faibles. Notons que cette difficulté d'adaptation est encore plus grande pour des enseignants débutants. En effet, il faut être capable d'évaluer les différents niveaux de compréhension des élèves de la situation.

Par ailleurs, nos différentes observations des séances d'Aude nous amènent à dire que sa vigilance didactique a des points faibles, notamment dans sa façon de conduire la synthèse, en ne donnant pas à chacun, en particulier aux plus faibles, une occasion de progresser.

Cette analyse montre la difficulté de l'enseignement dans ces classes, accentuée pour des professeurs débutants, ainsi que les choix didactiques difficiles, pourtant nécessaires pour faire avancer les savoirs de tous les élèves, notamment les plus faibles. La proposition de problèmes consistants avec des temps de recherche significatifs est souvent abandonnée par les professeurs exerçant dans ces classes au profit de tâches algorithmisées.

Ce qui est important lorsque l'on analyse les pratiques de ces professeurs : ne pas se tromper de référence ! Pas un professeur idéal « conforme » à la théorie des situations !

2 Travail n°2 : analyser les gestes constitutifs d'une routine d'une professeure experte

L'observation d'une vidéo d'un extrait d'une séance dans une classe de CM2 portant sur le calcul mental est proposée. Il s'agit de calculer des produits[26] dont un des facteurs est 25[27], la réponse étant notée sur l'ardoise. La consigne donnée aux participants est de dégager les gestes constitutifs de la routine professionnelle de la professeure.

Cette routine se décompose ainsi :

- Recueil de toutes les réponses (en nombre forcément limité) et inscription de celles-ci au tableau (de manière dépersonnalisée : elles deviennent alors « anonymes »).
- Elimination argumentée (les critères sont de différents types : ordre de grandeur du résultat, utilisation d'un calcul déjà fait, recours à un critère de divisibilité (multiples de 25), etc.) des réponses erronées, improvisation sur la base d'un canevas implicite, erreurs effacées au fur et à mesure. Cette élimination se fait grâce à une maïeutique initialisée par les réponses d'un ou plusieurs élèves interrogés.
- Une fois les réponses fausses éliminées, explicitation et comparaison des procédures avec un certain étayage des formulations ; institutionnalisations locales.
- Trace écrite mettant en évidence la progression des calculs (réorganisation de ce qui se dit, éléments écrits de manière « définitive « ou « temporaire » (laissés/effacés))
- Valorisation des élèves en lien avec les tâches proposées et énonciation des performances collectives
- Ce qui serait ici institutionnalisé : les différentes manières de réfuter un résultat (voir ci-dessus), la reconnaissance de calculs faciles « tout le monde sait… » et l'appui sur ce répertoire pour en déduire d'autres résultats (liens entre les nombres, propriétés des opérations…)

Cette professeure est jugée performante mais des limites sont relevées par les membres de l'atelier : elle pourrait davantage écrire ce qui est utile au tableau pour un meilleur apprentissage des élèves.

Notons que des observations complémentaires nous permettent d'affirmer que la pratique de cette enseignante experte relève du i-genre 3.

Nos travaux montrent également que la manière d'enseigner le calcul mental se révèle assez emblématique : elle traduit une certaine conception de l'apprentissage, de par la reconnaissance de l'enjeu des tâches proposées, la place et la part d'initiatives laissées aux élèves, la prise en compte des élèves, les institutionnalisations locales…

3 Conclusion : inférences pour la formation

Il semble important d'éviter deux travers dans la formation : soit travailler trop globalement, au niveau des grands choix didactiques et pédagogiques ; soit travailler trop localement, en particulier au niveau des gestes, lors des stages sur le terrain. Le niveau intermédiaire des routines professionnelles s'avère alors intéressant car il permet de penser avec souplesse des alternatives sans trop déstabiliser les professeurs débutants. On dépasse alors le dilemme entre travailler des petits gestes sans montrer dans quelle routine ils s'inscrivent, d'où des caricatures, ou alors travailler

[26] 6 x 25 ; 9 x 25 ; 12 x 25 ; 36 x 25

[27] 6 x 25 ; 9 x 25 ; 12 x 25 ; 36 x 25

avec des éléments de théories de l'apprentissage et ne pas rentrer en résonance avec les préoccupations des formés.

Notre recherche menée avec dix stagiaires accompagnés sur deux ans montre que l'on « gagne » sur la dévolution, sur l'explicitation des procédures, mais pas sur la synthèse et l'institutionnalisation. Cela se trouve conforté par une doxa très présente à l'école élémentaire : « L'important dans ces classes est de faire mais pas d'apprendre ». Si la « mise en activité » des élèves joue un grand rôle dans les apprentissages, ce n'est pas une fin en soi et un enseignant doit aussi transmettre des savoirs. Or, trop souvent en formation, le discours sur la dévolution prend le pas sur celui de l'institutionnalisation. Les formateurs gagnent en crédibilité lorsque leur discours n'est pas trop éloigné des réalités (surtout celles des classes difficiles). De plus, il semble important de proposer aux formés un enrichissement de leurs pratiques, en terme d'alternative, plutôt qu'un changement complet qui risquerait d'être rejeté. Toutefois, la plus grande vigilance s'impose devant des risques de retours en arrière graves par rapport au socioconstructivisme.

retour sommaire

III - BIBLIOGRAPHIE

BUTLEN D. (2007) *Le calcul mental, entre sens et technique. Des difficultés des élèves aux élèves en difficulté*, Besançon, Presses universitaires de Franche-Comté.

BUTLEN D., MASSELOT P., PEZARD M. (2004) Contributions In PELTIER-BARBIER M-L. *Dur d'enseigner en ZEP,* Grenoble, La pensée Sauvage.

CHARLES-PEZARD M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 30(2), 1-65.

CHARLES-PEZARD M., BUTLEN D., MASSELOT P. (2012), *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble, La pensée Sauvage.

IV - ANNEXES

AUDE CM1 « le jeu de la puce »

La séance commence par un quart d'heure de calcul mental (non décrypté ici). Il s'agit de la résolution mentale de problèmes de multiplication et de division avec des nombres simples.

Aude propose ensuite le « jeu de la puce » issu de CapMaths CM1. Il s'agit de la seconde leçon sur la notion de multiple, qui se situe dans la progression sur la division, avant la division posée.

En italiques gras : les élèves

3. Rappel de la séance précédente : le jeu de la puce (6 min)

Le jeu de la puce.

« (inaudible). On doit faire des sauts de puce, jusqu'à arriver à 400… pour arriver à 430 »

Alors tu nous répètes, n'oublie pas que Sandia et Anaïs n'étaient pas là.

« Pour voir si on peut… la puce, elle fait des sauts de 8 »

Alors, la puce fait des sauts de 8. Sandia et Anaïs, vous vous rappelez de la puce qu'on avait fait en groupe ?

« Oui »

Anaïs, tu te rappelles ? Donc là, la puce faisait des sauts de…

« 8 »

… cases, ok ?

« Jusque, pour arriver à 430. On devait faire le calcul, quelque chose pour arriver à 430 »

Attends, attends. Nolan, tu sais, je vais pas réexpliquer dix fois, donc j'aimerais bien que tu écoutes. Pareil pour toi Henya.

« Oui, j'écoute »

Oui, oui, pour écouter, je préfèrerais que tu mettes les mains sur la table et que tu arrêtes de te tripoter les cheveux. Je te remercie.

« Et ben après, on a regardé le nombre qui était juste avant et juste après. Le nombre juste après, c'était 424… »

Juste après ?

« Avant »

C'était avant.

« Et après, c'était quatre cent… 432 »

Bien. (?), une petite précision ?

« Les calculs, il fallait faire… il fallait faire 8 x 52 et 8 x 53 »

Alors, il fallait faire ou c'est ce que vous avez trouvé ?

« C'est ce qu'on a trouvé »

Alors, Anaïs, écoute bien : on se demandait si la puce pouvait, en faisant des sauts de 8, arriver sur 430. D'accord ? on a découvert que non, c'était pas possible, elle pouvait aller jusque…en faisant 53…

« 53 et 54 »

Alors, si elle faisait 53 sauts de 8, elle tombait sur la case 424 et si elle faisait 54 sauts de 8, elle tombait sur 432. Donc, elle ne pouvait pas tomber sur 430. C'est à dire que 53 fois 8, c'était égal à… alors 53 fois 8 plus combien est égal à 430 ?

« Plus 6 »

Plus 6. D'accord. Donc il restait 6, on pouvait pas faire un saut entier de 8, d'accord ? donc on en avait déduit que 430 n'était pas un…

« … multiple de 8 »

Merci Rodrigue. Daniella, on en avait déduit que 430 n'était pas un ?

« Multiple de 8 »

(?). Tu pourrais parler un tout petit peu moins fort, histoire que vraiment personne ne t'entende ?

« On avait dit que 430 n'est pas un multiple de 8 »

Bien. D'accord (?) ? Il n'existait pas de nombre tel que 8 fois quelque chose égal 430, donc ce n'était pas un multiple. Donc si on cherchait combien de fois 8 dans 430, c'est pas possible ou alors, il fallait rajouter…

« 6 »

6. Et là, c'est pas 8. D'accord ? Donc, alors je vais vous changer les groupes par contre, vous allez toujours travailler par 2, on va faire la deuxième question, je vais vous donner les groupes maintenant. Alors, Nolan et Sandia, Sandia, tu vas te mettre à côté de Nolan. […] Vous vous mettez là, et on travaille ensemble. Allez.

Nolan et Sandia, qu'est-ce que je vous ai demandé ? allez Nolan ! Oui, s'il te plaît, je te remercie.

« C'est trop dur ! »

Et vous me soulignez ça s'il vous plaît. Vous prenez avec vous vos cahiers de brouillon, vos crayons de papier… allez.

Oui, très bien. Fabien et Doriana et Daniella, tu te mets là. Allez, vite, vite, vite. Sur vos cahiers de brouillon, vous écrivez la date, vous marquez (inaudible) de CapMaths.

Nolan, attends, que ce soit clair, tu (inaudible) depuis ce matin. Comment vas-tu faire ? Les distributeurs… les distributeurs. Allez !

4. Dévolution de la deuxième question (6 min)

Et on lit ensemble la deuxième question, d'accord. Et le livre va s'ouvrir tout seul ? page 68, allez !

Jérémie tu travailles tout seul ?

Non, mais c'est une blague ? Vous vous mettrez tous les deux sur cette table-là. Comme ça, pas de jaloux. Tu te mets à côté de Jenny sur cette table là comme ça vous l'avez tous les deux. Ferroche ? Oui. Le livre ouvert serait plus pratique pour travailler.

On en est à la question numéro…

« 2 »

2. Vous la lisez et ensuite on explique ensemble.

Bien qui lit la deuxième question ? Plus fort.

« Il joue maintenant avec (inaudible) »

(?) peut-elle arriver sur 1860 en faisant des sauts de 15 ? Ce qui veut dire, combien de fois peut-on mettre 15 dans 1860, d'accord ? Comment allez-vous procéder ? est-ce que vous avez une idée ? est-ce que vous avez des questions avant de commencer ?

Alors, Rodrigue, c'est la même question, sauf que là, la puce fait des sauts de 15, de 15 cases, et on veut savoir si oui ou non elle va arriver sur 1860.

« 1860 »

Ben là, ils ont tiré la carte 1860. Et bien c'est ce que je viens de te dire : là, la puce fait des sauts de 15. Oui ! elle fait des sauts de 15 et ils veulent savoir si oui ou non elle est capable d'arriver sur le 1860.

« Oui »

Et bien, vous me calculez ça. Je vois pas comment tu peux le savoir comme ça, au hasard. A mon avis, un calcul est nécessaire. Je… vous pouvez y aller, vous travaillez à deux et je passe. On corrige dans, allez, je vous laisse 10 minutes.

5. Recherche des élèves (10 groupes de 2 ; 20 min)

Est-ce que 15 fois quelque chose, faut savoir si c'est possible.

Tu vois bien que 18 et 1860, c'est pas pareil. Non, elle fait des sauts de 15, on est dans la deuxième question.

Alors tu vas faire ça plus ça, plus ça… jusque 1860 ? comment tu peux faire pour aller plus vite ? mais même, pour aller plus vite ? d'accord. Alors commencez, puis je reviens dans quelques minutes, d'accord ?

On a appris des techniques pour allez rapidement, en multipliant.

Nolan ?

Allez ! Et si, et si. Bon, allez, vous écoutez bien la correction. Donc j'aimerais voir les stylos verts à la main. J'aimerais bien aussi ne pas le demander 10 fois de suite, ça m'arrangerait. Les stylos bleus sont rangés dans la trousse. Ah ! on s'approche, on s'approche. Oui, tu peux aller chercher une stylo vert. Oui, tu peux aller chercher un stylo vert également.

« Maîtresse, on retourne à nos places ? »

Non, non, non, vous ne retournez pas à vos places. On se dépêche. Bon, je vois que tout le monde n'a pas fait énormément d'efforts.

« Si ! »

Non, mais les gens qui n'ont pas fait d'efforts savent très bien à qui, de qui je parle. Bien, stylo vert tout le monde. Le silence aussi, ça me plairait bien.

Rodrigue, qu'est-ce que je demande ? y'a un moment où il faut corriger, tu le sais bien. Matthieu, stylo vert. Bien. Sandia ?

<u>6. Mise en commun (15 min)</u>

Aude interroge 4 groupes sur 10.

Les autres groupes :

Groupe n°5 : il a décomposé 1860 = 1000 + 800 + 60 et écrit 60 = 15 x 4

Groupe n°6 : Il a posé et calculé plusieurs multiplications ayant 10 comme premier facteur : 10 x 60, 10 x 130, 10 x 430, 10 x 134, 10 x 135 et une seule avec 15 : 136 x 15

Groupe n°7 : Il a posé et calculé plusieurs multiplications : 50 x 8, 700 x 15, 300 x 15, 100 x 15

Groupe n°8 : Il a écrit : 100 x 15 = 1500 + 860 = 2360 – 1000 = 1360 ; 1360 + 500 = 1860.

Il tourne en rond et retrouve le nombre de départ 1860.

Les deux autres groupes ne cherchent pas vraiment…

Donc, il fallait trouver… alors, déjà, rappelez-moi ce qu'il fallait trouver avant de me donner la réponse comme ça. Icham ?

« 1860 »

Il fallait trouver 1860 ?

« Ben oui »

Tu t'appeles Icham ? Mya ! Après, c'est plus de mon ressort si vous n'écoutez pas. Oui Icham ? Attends. Ça y est ? ah non, maintenant elle joue avec sa colle… voilà. Peut-être qu'elle va finir par écouter ? si elle posait sa colle, ça serait certainement mieux. Si elle regardait… voilà, on y est. Allez !

6.1 Groupe 1

« Il faut atteindre 1860 avec des multiplications de 15 »

Avec des multiplications de 15 ?

« Non, avec des additions »

Alors par exemple, comment tu as fait toi ? enfin, comment vous avez fait, pardon.

« On a calculé, (inaudible), on a fait 150… après on a fait trouvé 2250 »

Alors 150, vous avez fait comment pour trouver 150 ?

« On a fait 150 x 15 »

Tu as fait 150 fois 15 ?

« Oui »

Et ça fait combien ?

« 2250 »

D'accord, donc vous, vous avez multiplié 15 pour essayer de trouver, alors quoi, explique-moi, essaye de m'expliquer et parle fort parce que Arnaud, je sais que, sinon, il va penser à autre chose.

« Et après, quand on a fait une multiplication, 122 x 15 et après on a trouvé 1830 » « C'est bien »
Et pourquoi vous avez fait ça ? vous avez trouvé combien ?

« 1830 »

Bien, et pourquoi vous avez fait, alors combien vous avez trouvé déjà 122 x 15 ? Euh, au départ, vous aviez fait quoi ?

« On a calculé 150, 125, 120. Puisque… »

Alors au départ, vous aviez multiplié 150 fois 15 et vous avez vu que c'était trop grand ?

« Oui »

Ensuite, vous avez fait quoi ?

« 125 »

125.

« Et après on a vu que c'était encore… que c'était plus petit »

D'accord.

« Et après on a fait 120 et on se rapprochait »

D'accord. Et alors ça, du coup, c'est quoi ça ? ça c'est… alors, 15, on sait que c'est la longueur d saut, ça, c'est quoi ? mais c'est quel nombre ça, ça représente quoi ? Matthieu ?

« Le nombre de sauts »

D'accord. Vous êtes d'accord que ça, c'est le nombre de sauts ? Si on fait 122 sauts de 15, ça fait 1830. Vous êtes d'accord. On tombe sur la case 1830.

Est-ce que d'autres personnes ont fait comme ça ? Alors Imen, tu as fait comme ça ? Alors, Sandia, on dira après pour voir si vous avez fait différemment. Oui, mais là, on en est à… est-ce que là, vous êtes arrivés à 1860 ?

« Non »

Alors, à votre avis, il faudrait rajouter combien là pour trouver 1860 ?

Si vous faites 123 fois 15… bon alors combien… Ferroche ?

« 126 ? »

Tu es sûr ? Ben déjà réponds à ma question là ! Imen ?

« 1831 » « Non » « 183… »

Matthieu ?

« 1845 »

Oui, puisqu'on ajoute là 1, on ajoute 15 au résultat, vous êtes d'accord ? On fait une fois de plus, on met 15 une fois de plus. Donc là, ça fait mille huit cent…

« Ah ouais »

Ben oui, tout simplement. On met 15 fois, une fois de plus, on met 15 une fois de plus, d'accord ? Donc pour arriver à 1860, Quentin ou Icham… Matthieu ?

« On doit faire 124 fois 15 »

124 fois 15, vous êtes d'accord ? Est-ce que tout le monde a compris ?

6.2 Groupe 2

« Maîtresse, on n'a pas fait comme ça »

Tu as fait comment ?

« On a fait 120 fois 15 »

120 fois 15 et vous avez (inaudible).

« 1800, on a fait encore 1800 + … »

Donc tu avais essayé au hasard avec 120 x 15. Au départ, tu avais essayé au hasard, comme ça. Tu t'étais dit : « tiens, je vais essayer 120 x 15 » juste comme ça, vraiment au hasard ?

« Non, pas au hasard »

Alors, comment tu t'étais dit : « je vais faire 120 x 15 » ?

« Ben alors en premier, j'ai fait x 135, ça m'a donné… »

Ah ! donc tu as cherché aussi au fur et à mesure. D'accord. Donc c'est à peu près la même méthode, sauf que tu n'avais pas forcément choisi les mêmes nombres au départ. Mais tu as choisi vraiment au hasard 135 ? vraiment ? comme ça, tu t'es dit « allez hop ! » ça aurait pu être 3500 ? T'aurais pu dire… ben dans ces cas-là, on peut faire, bon ben je vais faire au hasard, je vais faire 3500 fois 15 et je regarde le résultat. Ta méthode, tu as choisi 135, pourquoi tu as choisi 135 ? Comment ?

« Je sais pas »

Icham et Quentin, pourquoi vous avez choisi 150 pour commencer et pas 3500 ?

« Ben parce que 3500, ça va faire plus que… 1860 »

D'accord, donc vous aviez quand même, vous saviez que 3600 x 15, ça allait vous donner beaucoup plus que 1860. Bien.

Donc, c'est peut-être comme ça que d'autres personnes vont nous expliquer comment elles ont fait.

Alors, Séta lève la main aussi, je vais l'interroger et ensuite, je t'interrogerai. Est-ce que là, ça y est, vous… alors essaie d'écouter, ça sera déjà mieux, d'accord ? Séta !

6.3 Groupe 3

« Alors nous, on a fait 15 fois 60 »

15 x 60, oui. Pourquoi ?

« Parce que 15 fois 4, ça fait 60 »

Oui.

« Et après, et ben, on a fait 60 fois 15, ça nous a fait (?) »

D'accord, ok, je… oui, d'accord.

« Et après on a fait 15 x … »

Attends. Anaïs, ça va ? tes pieds vont bien ?

« Après, on a fait 15 x 120 »

Après, vous avez fait, vous avez pris le double de 60 ? d'accord. Donc si tu prends le double de 60, ça te fait…

« Euh, 15 x 120, ça fait 1800 »

Tu me refais ton calcul Séta là. Celui-ci, tu le refais.

« C'est pas bon, ça fait 90 » « Ah, on a fait… »

6 fois 1 ? Alors, 6 fois 15, Séta ? 6 x 10 ?

« ça fait 60 »

Bien. 6 x 5 ?

« 30 » « 35 »

6 x 5 ?

« 30 »

30 + 60 ?

« 90 »

90. Tu es d'accord ? Et ensuite, tu…

« … additionnes »

On cache le 0 et ensuite on le remet… bien. Regarde, là tu as multiplié 60 par deux, donc ton résultat il est aussi multiplié par 2, tu es d'accord ? Donc c'est pour ça que c'était pas possible. Hum, hum ? Mais 15 fois 120, c'est bien égal à 1800. Ok ? Mais c'est à peu près ce que les autres ont fait, vous y êtes allés à tâtons, d'accord ? Petit à petit. Hein Séta ? Moi j'aimerais écouter une autre méthode, que j'ai vue. Sandia ?

« En fait, nous au début on a fait… »

Attends. Je sais que ça peut être long, mais on en a pas pour longtemps et plus vous discutez et plus je dois m'arrêter et plus c'est long. Donc on écoute rapidement, bien, en silence, on arrête de regarder par terre, y'en a pas pour longtemps. Et si j'arrête d'interrompre les élèves toutes les 2 secondes, je pense qu'on ira beaucoup plus vite. Vas-y Sandia.

6.4 Groupe 4

« Ben nous, on a fait 100 x 15, ça fait 1500. Ben on a vu que + 360, ça faisait 1860… »

Alors, Daniella, ou Fabien, ou Doria, vous pouvez me répéter ce qu'elle vient de dire ?

« Oui »

Alors pose-moi ce stylo, Doria, qui en plus est un stylo bleu et répète-moi ce que Sandia a fait. Qu'est-ce que je fais… je… tu écoutes !

Vas-y, explique-nous Sandia.

« Alors, on a vu que 1500 + 360, ça faisait 1860 »

Ecoutez, parce que le prochain exercice, je vais pas venir vous aider. D'accord ? Donc, elle a trouvé qu'entre 1500 et 1860, il y avait, Sandia ?

« 360 en fait »

360, donc il restait combien de cases à parcourir ?

« Ben, il restait 24… »

Combien de cases à parcourir ?

« 360 » « 360 »

360 cases. Vous avez compris ? Amina ? tu pourrais le refaire ? Non parce qu'avec Matthieu, vous avez normalement travaillé donc vous avez bien discuté. Même chose. Bien. Donc pour aller de 1500 à 1860, il y 360 cases et Sandia, tu as fait quoi après, tu es allée chercher combien de fois il y avait…

« Il y avait 15 dans 360 »

Bien. Et il y a combien de fois 15 ?

« Il y a ait 24 fois, alors, je sais que dans 1500, il y a 100 fois 15, alors j'ai pris 100 + 24, ça fait 124 »
Répète, je suis désolée, je t'ai interrompu.

« Alors, dans 360, il y a 24 quinze »

Oui. Ah, il te gêne. Oui ?

« Et comme dans 1500, il y a 100 fois le quinze, ben 24 + 100, 124 et dans 1860, il y a 124 fois 15 »
Bien. Donc on a 100 sauts pour arriver jusque 1500 et 24 sauts pour 360 donc il y a en tout 124 sauts. Vous êtes d'accord ?

« Oui »

Oui. Alors, euh… moi, je, personnellement, j'aurais même décomposé 300 pour aller plus vite. Puisque 15 x 2, on sait que ça fait 30, donc 15 x 20, on sait que ça fait 300 et on sait que, Séta, y'a combien de fois 15 dans 60 ?

« 4 fois »

4 fois et ensuite on additionne tout. Vous pouvez décomposer encore plus le nombre, d'accord ? Mais c'est bien. Donc Quentin, est-ce que 1860 est un multiple de 15 ?

« Non » « Si » « Ah si ! »

Va t'asseoir. Est-ce que 1860, Icham, est un multiple de 15 ?

« Oui »

Pourquoi ?

« Parce que ça fait 124 fois 15, 1860 »

Bien. On va pouvoir passer à la troisième question peut-être ? Ah je sais c'est dur, Madame (?) va bientôt arriver, courage. Oui, je sais.

7. Troisième question : dévolution et première recherche (15 min)

Qui me lit la troisième question ? Mya ?

« En faisant toujours des sauts de 15, la puce peut-elle arri er su r mille cinq cent, trois cent trente six… »
Non, tu me lis correctement le nombre.

« 1536 »

1536.

« Sur 2500, sur 3530, sur 5740 »

Bien alors, on essaie de trouver déjà avec 1536…

« Maîtresse, j'ai trouvé »

… et vous continuez avec les autres nombres pour ceux qui ont trouvé mais d'abord 1536 en priorité. Ok ? Et si on doit s'arrêter parce que Madame (?) arrive, on continuera de toute façon cet après-midi ou jeudi, d'accord ? Allez-y.

C'est le résultat : 1536. Dans ce cas-là, vous le montrerez tout à l'heure.

Oui, mais relis bien la question. C'est la même question que pour 1860. D'accord ?

Tu réfléchis. Allez David.

J'arrive. Je suis très curieuse.

Doria, quand je vais arriver, vous aurez quand même trouvé quelque chose.

« Maîtresse, j'ai trouvé »

Oui mais tu es trop loin…

Nolan, je ne te vois pas travailler. Mais tu n'es pas obligé de lui répondre, tu n'es pas obligé de te retourner pour lui répondre, ce n'est pas la faute de (?) si tu parles quand même.

Alors. Si tu rajoutes encore 15, ça fait combien ? C'est comme si tu faisait 101 fois 15, d'accord ? 100 fois 15, c'est 15 + 15 + 15 100 fois. Si tu fais 101 fois, qu'est-ce que tu vas avoir ? ça va faire combien ?

Alors, on a rajouté une fois 15. On approche pas du résultat ? bon alors je vous laisse finir, parce que c'est bien…

Je vous rappelle les enfants quand même que tout à l'heure, nous avons trouvé cette chose-là, ce résultat là… ça serait quand même utile, inutile de perdre de l'énergie alors que le travail a été mâché déjà.

Les enfants, je crois que l'on va arrêter pour aujourd'hui. Alors, je vais faire une pause, parce que là, je vous sens absolument pas… réceptifs…

« On comprend rien »

Alors, tu as réussi pour 1860 mais 1536 là, c'est blocage. Non, je ne vous sens plus du tout réceptifs, ça va bientôt être l'heure. Donc…

Euh, les distributeurs, on ramasse les CapMaths s'il vous plaît, les autres ferment leurs cahiers de brouillon, retournent à leur place.

« Maîtresse, y'a une ardoise dans la poubelle ! »

Mais qui est-ce qui a fait ça ? on va la laisser sécher.

Je pense que Madame (?) a dû mal comprendre, je lui avais dit dix heures moins le quart, si ça se trouve, elle a compris une autre heure donc elle viendra à un autre moment, d'accord ? mais vous inquiétez pas, vous (?). Ok ?

On attend que Lisa et Doria se calme. Ça m'arrangerait. Doria, tiens-toi correctement. Nous continuerons donc jeudi matin, je pense, ça sera mieux. (?), tu veux protester.

De toute façon, depuis le début, je vous le dis, c'est pas en faisant des choses simples que vous allez progresser, sinon vous restez toujours au même niveau. Là, le but du jeu, c'est pas de rester au même niveau, c'est d'avancer, d'accord ? Bien. Et puis même si c'est difficile, il faut faire des efforts. Et faire des efforts, ben ça veut dire se creuser la tête, réfléchir, penser… je sais que c'est fatigant mais… c'est un passage obligatoire, n'est-ce pas Nolan ? n'est-ce pas Mya ? Mya, tu vas chercher un stylo bic, tu m'apportes ma (?) s'il te plaît. Vous allez vous ranger en silence.

Euh comment ? tu pourras le prendre ce soir ? ta maman, elle a demandé ? Allez les filles.

AURELIE CM1 « Le jeu de la cible »

La séance commence par une demi-heure d'anglais (de 8 h 30 à 9h) basée sur un dialogue ayant pour thème la météorologie.

L'activité mathématique se déroule de 9 h 01 à 10 h 07 (heure de la récréation).

La séance observée correspond à la première phase du jeu de la cible décrite dans le manuel ERMEL CM1. Les valeurs proposées par Aurélie sont les mêmes que celles du livre. Comme dans ce dernier, elle présente le problème en dessinant une piste avec 0, les premiers sauts (6, 12, 18) et la cible (80). L'organisation du travail est la même (par deux). On peut simplement remarquer qu'elle ne donne pas l'écriture 85 = (12x7) + 1 comme il est dit dans le livre, mais on peut penser qu'elle le fera plus tard.

Il y a donc peu de décalage entre la séance et le manuel. Notons toutefois que la séance n'est pas décrite en détail dans ce dernier.

En italique gras : les élèves.

1. Présentation du problème : 7 min

Bon alors l'exercice de la cible. Je vous explique. D'abord, là, ça va être 0 et on va… le nombre cible, ça va être 80, ça va être la cible. D'accord ?

Le but du jeu : on va avancer de 6 en 6 jusqu'à s'approcher le plus possible de la cible. D'accord ? De 6 en 6.

Alors qu'est-ce que ça va faire au premier saut ?

« 6 »

Le deuxième ?

« 12 ». « 18 »

D'accord. Alors ce que je vais vous demander moi, c'est combien il va falloir de sauts pour s'approcher le plus possible de 80, sans le dépasser. Donc vous allez chercher par deux, au brouillon.

« Maîtresse, on peut être à deux pour faire ça ? »

Oui, à deux. Chut. Alors, quelqu'un répète… ce qu'il faut faire. Soulémata.

« Il faut aller de 0 jusqu'au 80 »

On fait des sauts de combien ?

« De 2 »

Non.

« De 6 »

Sauts de 6. Et qu'est-ce qu'on doit chercher ?

« 80 »

Non, on va pas chercher 80.

« Faut savoir déjà combien il mesure le trait »

Alors, moi je vous ai dessiné un trait, c'est pour vous aider, pour vous montrer la droite numérique. Vous vous rappelez, la droite numérique, c'est la droite qui concerne tous les nombres. Alors, 0 à 80, 80 c'est quoi ? C'est un nombre. Je vous demande pas la longueur du segment, je vous demande de vous approcher du nombre 80, du nombre 80, sans dessiner.

« Ah »

Alors, je répète, vous devez vous approcher… bon Charley assieds-toi parce que sinon tu ne vas rien comprendre, comme d'habitude. Tu n'as pas le droit de te lever sans me demander et tu le sais.

Donc on doit s'approcher du nombre 80, du nombre 80. Ce qui est dessiné, c'est pour vous expliquer qu'on saute de 6 en 6, d'accord. Donc là, on est parti de 0 donc on a fait + 6 – je mets le 0 en bas parce que d'habitude je mets le 0 en bas – donc on part de 0 et on va s'approcher du nombre 80. D'accord. On saute de 6 en 6. Je vous demande combien vous allez faire de sauts. Et vous n'avez pas le droit de le dessiner, parce que 80, vous pouvez dessiner 80 cm, vous devez trouver une méthode sans le dessiner.

Vous êtes 2, vous cherchez au brouillon, quand vous avez trouvé, je vous donne une feuille pour le mettre au propre : on l'affichera au tableau. Qui veut bien répéter pour voir si vous avez compris. Myriam ? Loïc, tu n'écoutes pas.

« (inaudible) »

Qu'est-ce qu'on doit compter ? Qu'est-ce qui m'intéresse : que tu comptes de 6 en 6 ou le nombre de sauts que tu as fait ?

« Le nombre de sauts »

Le nombre de sauts. D'accord ? Est-ce qu'il y a quelqu'un qui a rien compris du tout ?

Et bien il faut chercher avec ton voisin. Tu dois aller de 0 à 80. Déjà tu sais que si tu ajoutes 6, tu obtiens : 0 + 6 = 6. 6 et 6, 12. 18. Tu dois continuer à t'approcher de 80. Il y a plusieurs méthodes. Là, c'était pas une méthode, c'était pour t'expliquer comment on faisait pour avancer.

« J'ai rien compris »

Alors, je recommence. Vous n'avez pas le droit de dessiner parce que 80, ça ne rentre pas sur votre feuille. Vous devez trouver une méthode pour vous approcher du nombre 80 en comptant. La méthode que vous voulez, mais il faut compter, il ne faut pas dessiner. Ou alors, vous dessinez, mais pas 80 cm, vous ne pouvez pas.

« Moi, je sais comment on fait »

Si tu veux, tu fais comme tu veux. Vous faites comme vous voulez, il faudra juste savoir expliquer comment vous avez trouvé. D'accord ? Donc allez-y, vous cherchez. Quand vous avez trouvé, je vous donne une feuille.

(recherche par groupes, brouhaha)

<u>**2. Recherche des élèves : 18 min**</u>

Non, j'ai dit le plus possible, sans dépasser.

Alors, comment vous avez fait ?

T'es parti de 18. Oui, et tu mets le nombre de sauts que vous avez faits. Attention, on en a déjà fait quelques-uns là.

Vous avez trouvé ?

J'ai dit le plus possible, mais sans le dépasser. Voilà.

Le 12, c'est quoi ?

Y'a un groupe qui a fini !

Attendez, je les mets pas là… merci, c'est moi qui les accroche.

Vous avez encore 5 minutes, dans 5 minutes c'est fini. Si il y en a qui ont encore besoin de feuilles, je les pose là.

Il reste 4 minutes. Allez. Vous auriez dû le faire plus gros Loïc, à chaque fois je te le dis.

Il vous reste une minute 30, dépêchez-vous. Vous me le donnez, je vais l'accrocher moi. Je sais pas comment vous avez fait moi, il faut que tu expliques comment tu as fait.

Tout le monde à sa place, je veux toutes les feuilles maintenant, je compte jusqu'à 3 : 1… 2… 2 et demi… 3. Je veux toutes les feuilles, vous êtes assis, vous vous calmez. Chut. Vous m'apportez les feuilles, ceux dont je n'ai pas les feuilles. Tu ranges ça Nadir, vite. Vous avez tous la tête sur la table, je veux une minute de silence. Sandy, assieds-toi. Alors, il y en a qui ont pas écrit très gros alors je sais pas si vous allez pouvoir lire donc je vais vous lire et ce qui l'ont fait, vont nous expliquer si on n'a pas compris. Si on n'a pas compris, on demande comment ils ont fait, d'accord ? Je vous lis simplement ce qu'ils ont écrit.

<u>**3. Mise en commun des productions et Synthèse : 17 min**</u>

3.1 Une procédure P1 de dénombrement de 6 en 6 débouchant sur un arbre de calcul additif de doubles (48 + 24 + 6 = 78) puis sur l'énoncé du nombre de sauts nécessaires (13) comme « nombre de 6 »

Alors ici, Charley et Amane, qu'est-ce qu'elles ont fait, est-ce que vous voyez à peu près ce qu'elles ont fait.

« Elles ont fait un arbre »

Elles ont fait un arbre. Elles ont fait : 6 et 6, 12, 6 et 6, 12, donc elles les ont regroupés par combien les 6 ?

« En 2 »

En 2, ça faisait 12, après, elles ont mis les 12 ensemble, ça fait 24. Deux 24 ensemble…

« 48 »

Après, ici encore deux 12 et un 6. Après elles ont fait une somme : 48 + 24 + 6 = 78. Elles ont ajouté plus 2 pour aller à 80. Et elles devaient compter quoi ? Elles devaient compter le nombre de sauts de combien ?

« De 6 »

Donc en fait, elles ont trouvé qu'elles avaient fait 13 sauts, d'accord ?

Comment vous avez trouvé 13 sauts avec l'arbre, vous avez compter où ?

« (inaudible) »

Donc pourquoi vous avez dessiné l'arbre si vous avez pas fait comme ça ? C'est après, vous vous êtes dit, on aurait pu compter par 2 ? Et après vous avez fait par 2 ? D'accord. Et comment vous avez trouvé les 13, il vient d'où le 13 ?

« C'est le nombre de 6 » « Moi j'aime pas cette méthode, elle est dure »

3.2 Une procédure de comptage de 6 en 6 jusqu'à 84 puis l'énoncé du nombre de sauts : 14 dont un saut de 2 déterminé à l'aide de la soustraction 84 – 4 = 4.

Cette méthode : « on a fait 14 sauts. 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78… » C'est qui, qui a fait cette méthode ? C'est vous ? Vous avez fait comment pour faire les sauts ? Béatrice ? Touméni ? Vous avez fait la table des 6, la multiplication ? Vous avez fait 6 x 0, 6 x 1, 6 x 2… Oui ou non ? Tu sais pas ? Vous avez fait ça ou vous avez fait + 6, + 6, + 6… Alors ? Béatrice ? Tu sais pas ? Touméni ? Vous avez fait la table des 6. D'accord.

Alors ici : « Nous avons fait 14 fois le nombre 6 et une fois un bond de 2 ».

« 14 x 6 = 84, - 4 = 80 ». Qui est-ce qui a fait ça ? Vous voulez bien nous expliquer.

« D'abord on a fait sur un brouillon, des sauts de 6 de 0 jusqu'à 80. Et après, on a compté le nombre de fois qu'on a fait de 6, on en a fait 14. Et donc on a fait 14 fois 6 et comme ça faisait 84 et bien on a fait 84 – 4 et ça fait 80 »

« Et pourquoi vous dites que vous avez fait un bond de 2 alors que vous n'en avez pas fait ? »

« Parce que normalement ça fait 82, donc on a rajouté 2 pour que ça fasse 84 et après à 84, on a enlevé 4 » « Normalement, on devait juste s'approcher, c'est pour ça »

Alors, on devait s'approcher le plus possible, sans le dépasser. Qu'est-ce que vous pouvez dire, ils ont trouvé combien ?

« 80 »

Ils ont trouvé 80 pile, en faisant que des sauts de 6 ?

« Non »

En faisant que des sauts de 6, ils ont trouvé combien ?

« 84 »

Ils ont dépassé ou ils ont pas dépassé ?

« Ils ont dépassé »

Donc, est-ce qu'il fallait faire 14 sauts ?

« Non »

Combien il fallait en faire ?

« 13 »

Un de moins, pour arriver en dessous, d'accord ? Mais vous avez voulu retrouver 80, donc vous avez fait un « - ». ça aurait pu être juste, mais on voulait que des bonds de 6, d'accord ? On avait pas le droit d'enlever 4, d'accord ?

3.3 Des procédures utilisant systématiquement les produits de la table de multiplication depuis 6 x 1 = 6 jusqu'à 6 x 13 = 78.

Alors ici, tous ceux là, ils ont fait la table de 6, ils l'ont écrite d'ailleurs, ils ont écrit 6 x 0 = 0, 6 x 1 = 6, etc. ils ont écrit toute la table, jusqu'à 6 x 13 = 78 et ils ont compté comment ? Tous ceux qui ont fait comme ça, vous avez compté comment le nombre de sauts ? Amandine.

« Vu que 6 x 13, ça fait 78, on a pris 78, on a fait + 2 et ça nous faisait 80 »

Oui mais on te demandait le nombre de sauts, comment tu l'as trouvé ? ça correspond à quoi dans ton… dans ton affiche ? Fatou ?

« On a compté tous les 6 »

Tu vas au tableau et tu nous montres comment vous avez compté tous les 6 parce que j'ai pas bien compris.

« Elle a compté comme ça… 1, 2, 3, 4, 5, …, 14 »

« Nous aussi on a fait comme ça »

Ah et vous avez trouvé combien ?

« 14 »

14. Et vous avez compté les lignes. 1, 2, 3, 4, …, 13. Pourquoi 14, c'est un saut de 6 ça ?

« Non »

Vous avez écrit quoi ici ? 78…

« 78 + 2 = 80 »

D'accord. Est-ce qu'il fallait le compter puisque nous on voulait les sauts de 6 ?

« Non »

Donc combien ça faisait de sauts ?

« 13 »

Alors, merci Fatou. Les autres, comment vous avez trouvé le 13 en faisant la multiplication ? Comment vous avez su que c'était 13 ? En comptant les lignes ou pas ?

« Moi, j'ai compté les lignes »

Quels sont ceux qui, en faisant les multiplications une par une, ont compté les lignes pour savoir le nombre. Vous levez la main. D'accord. Et quels sont ceux qui ont fait les tables de multiplications une par une mais qui n'ont pas compté les lignes pour compter le nombre. Cathy ?

« Ben disons que quand on fait 4 x 6, ça fait 4 sauts… »

Comment tu le sais ?

« Parce que tu fais 4 fois 6, donc 4 fois le 6. En fait, on prend le chiffre, on prend le chiffre qui multiplie 6 »
Ah ! Alors, qu'est-ce qu'elle a dit Nelly, tu as entendu ? Répète s'il te plaît.

« (inaudible) »

Pour savoir le nombre de sauts, elle prend le chiffre qui multiplie… Najim, au lieu de t'occuper de la photo ! Alors Najim, justement, qu'est-ce qu'elle a dit Cathy ? Pour trouver le nombre de sauts, elle prend le chiffre qui multiplie le…

« Le 6 »

Le 6. Donc quand elle a dit : « je fais 6 x 4 », ça fait combien de sauts à ton avis ? 4. Si elle met 6 x 12, combien de sauts ? Et 6 x 13.

« 13 »

13 sauts. Donc comme elle écrit 6 x 13, elle sait que 13, c'est le nombre de sauts. D'accord ? 13, c'est le nombre de sauts et ça fait 78.

3.4 Deux procédures utilisant des tables d'addition (l'une à partir de 0 + 6 = 6, l'autre à partir de 6 + 6 = 12), le nombre de sauts correspondant au nombre de lignes avec réajustement si nécessaire.

Alors ici, vous avez fait comment : « nous avons fait des + et nous avons obtenu 78 ». Vous avez fait… Christina, c'est vous. Vous avez fait quoi ? 6 + 6 + 6 + 6…

« On a fait 6 + 6 = 12 et… »

Donc au lieu de faire la table de multiplier, vous avez la table des +. Pour vous, c'était la table des « + ». 6 + 6, 12, 12 + 6, 18, 18 + 6… D'accord ? Donc ça revient à la table des… 6 + :6 en fait, ça s'écrit comment aussi ?

« 6 x 2 »

Donc en fait, vous avez fait 6 + 6 et ça correspond dans les autres affiches à 6 x 2. D'accord ? Vous auriez pu faire des « x », mais vous n'avez fait que des « + ». Ici aussi, que des « + ». Là vous êtes partis de 6 et vous m'avez pas dit combien il y avait de sauts ?

« 14 »

14 ? Comment vous avez fait pour compter ? Vous avez compté quoi ? Tu sais pas ? Vous vous rappelez pas ? Alors Nadir, vous, vous avez fait comment quand vous avez fait les « + » ?

« Ben au début, y'avait écrit pour le trait et puis… le trait au début, on avait fait 0 + 6, ça fait 6, puis encore 6, ça fait 12, puis encore 6, ça fait 18… nous on a repris à 18, on a fait 18 + 6 = 24, 24 + 6 = 30, etc. Après à la fin, comme à la fin, c'était 78, on a fait 78 + 6, ça faisait 84 alors on n'a pas fait 78 + 6 parce que ça dépassait 80 » « Maîtresse »

Oui attends, il a pas fini. Tu as fini ? Alors comment on peut faire pour compter le nombre de sauts ? Nadir, vous avez fait comment ?

« Nous, on a compté les lignes, jusqu'à… »

Les lignes ? Alors, on compte les lignes. Allez-y.

« 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 »

Pourquoi il manque des lignes ? Ils sont partis d'où ?

« De 18 »

Alors, est-ce qu'ils les ont oubliées en fait ? Non, ils les ont comptées mais ils l'ont pas écrit sur la feuille. Comme ils sont partis de 18, il y avait déjà 3 sauts, qu'on avait écrit au tableau, plus les 10 lignes, ils ont dit ça fait 13 sauts. Alors on va essayer la même méthode pour la méthode de Christina et de Nawelle. On compte les lignes.

« 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 »

12. Pourquoi ils trouvent 12 lignes ?

« Parce qu'ils sont pas partis de 0, ils sont partis de 6 »

Ils sont pas partis de 0, ils sont partis de 6, ils ont fait 6 + 6. Et la première ligne, ça serait quoi Touméni ? La première ligne ici, ce serait quoi ?

« 6 + 0 »

6 + 0, il manque la ligne 6 + 0. Alors maintenant on va recompter les lignes.

« 1, 2, …, 13 »

Alors Nawelle et Christina, vous avez trouvé combien de sauts ?

« 13 »

13 sauts, d'accord ? Donc ça, c'était la méthode des « + ».

3.5 Une procédure de comptage de tête de 6 en 6 avec un dessin des sauts

Alors ici, vous avez compté de 6 en 6 jusqu'à 80. Vous avez fait des « + » aussi ou vous avez fait un petit dessin avec des bonds comme Loïc et Nessim ?

« Nous, on a pas fait ça, on a fait 6, 12, 18… »

D'accord, de tête. Vous avez compté de 6 en 6. Ici, « on a fait 13 sauts, on a été jusqu'à 78 et puis on n'a pas pu aller plus loin car sinon ça aurait fait 84 et 84 ça aurait dépassé 80 ». C'est bon ? Et ils ont fait eux, ils ont dessiné les sauts. Et en dessinant les sauts, ils ont fait quoi à votre avis ? Ils ont fait le dessin qui correspond à quoi ? Et les bonds, c'est quoi, quand on fait des bonds… Des « + » ? Qui est-ce qui a dit des « + » ? Donc ça c'est des « + » avec un dessin, ça c'est des « + » avec une phrase, ça c'est des « + ». Tous les « + » écrits. Ici, dernière méthode… vous voulez nous expliquer ?

3.6 Une procédure multiplicative optimisant le calcul de produits (à partir de 6 x 10).

« On a fait directement 6 x 10 = 60, après on a fait 6 x 11 = 66, 6 x 12 = 72 et 6 x 13 = 78 »

Donc en fait eux, au lieu de faire tout le début, ils sont partis directement de 6 x 10 = 60. Pourquoi c'est plus rapide.

« Parce que ça va plus vite, parce qu'on gagne 10 opérations »

On gagne 10 opérations en faisant 10 directement. Soulémata.

« On sait que si on multiplie n'importe quel nombre par 10, on rajoute le 0 »

Très bien, donc il y a la règle des 0.

« Pourquoi alors on fait pas 8 x 10 = 80 »

Parce qu'on fait des bonds de…

« 6 »

Donc on peut pas faire 8 x 10, d'accord. Donc ils ont eu l'idée de faire directement 6 x 10. Avec la règle des 0, ils ont 60, Najim assieds-toi, Myriam regarde le tableau. Et ben Myriam, explique-moi la méthode. Je t'écoute, je viens de l'expliquer.

« Ils ont commencé de 6 x 10 »

Pourquoi ?

« Pour pas perdre plus de temps »

Et pourquoi c'est facile 6 x 10 ?

« Parce que ça fait 60 »

Comment tu le sais ?

« Parce que dans la table de 10, par exemple on dit 1 x 10, on prend le 1 et on rajoute le 0 du 10 »

Très bien. Donc en fait ils ont fait combien d'opérations eux ?

« 1, 2, 3, 4 »

4 opérations. Ici, il y en a eu 13. Ici, comme ils ont pas compté les premiers, il y en a eu 10. Ici, y'en a eu 13. Ici, y'en a eu un peu moins. Donc à votre avis quelle est la méthode la plus rapide ? D'accord donc on va réessayer, je vais vous redonner un nombre et vous allez essayer de vous en approcher le plus possible, avec la méthode que vous voulez.

Donc vous allez prendre votre ardoise et vous allez écrire le résultat sur votre ardoise avec le calcul. Sortez votre ardoise.

Alors des feutres, je n'en ai pas normalement. Tu demandes si quelqu'un en a, je vais voir si j'en ai un autre. Tu peux en prêter un Romain s'il te plaît. Si y'en a qui ont besoin d'une craie, ils vont la chercher. Chut. Alors, je compte jusqu'à 3 : 1, 2, 3.

4. Réinvestissement : 20 min

Donc la cible, cette fois-ci, c'est 85 et les sauts, c'est des sauts de 7.

Allez-y c'est parti. Dès qu'on a trouvé, on lève son ardoise.

« C'est trop dur » « ça y est »

Tu ne m'as pas mis le nombre de sauts. Toujours la même question : le nombre de sauts.

Pourquoi tu as mis 3 sauts ? Comment tu as fait ? Réfléchis. Si tu as bien écouté ce qu'a dit Cathy… c'est pas ça la réponse.

Bon on baisse son ardoise, c'est très bien. Non. Oui.

« On peut le faire ensemble maîtresse ? »

Non, non, vous le faites tous seuls, pour voir si vous avez compris. Si vous y arrivez pas, vous le faites avec votre voisin et vous mettez sur l'ardoise que vous l'avez fait à 2. Bon, tu peux cacher Romain.

Comment tu as trouvé ?

« Au hasard »

Au hasard, c'est pas bon. Oui. Oui. Bon. Très bien. Vous avez fait comment ? C'est bon ? Chut. Allez, on corrige. Chut. Nadir, tu peux aller corriger ? On va aller voir la réponse tout de suite. Alors, 1, 2, 3. Vous regardez le tableau, vous écoutez, vous lui posez des questions si vous avez pas compris. Vas-y, on écoute, comment tu as fait.

Méthode de Nadir : calculs multiplicatifs optimisés

« Ben j'ai fait comme là. J'ai fait 7 x 10 = 70. Après j'ai fait 7 x 11 = 77, après j'ai fait 7 x 12 = 84 »

Tu t'es arrêté là ? Est-ce que tu réponds à la question là ? Quelle est la question ? Combien faut-il de sauts ? Est-ce que tu me répondrais ? A ton avis ? Est-ce que tu sais comment on compte le nombre de sauts ? Est-ce que quelqu'un peut expliquer ?

« Ah si, ça y est : là, on a fait 10 sauts, parce qu'on a multiplié par 10 »

Ah… et après, combien on en a fait ?

« 11 là et ensuite, 12 sauts »

Et au début, tu voulais faire quoi toi ?

« 3 sauts »

3 sauts, pourquoi ?

« Parce que 1, 2, 3 »

D'accord. Mais en fait, c'est 12, on est d'accord. Qui n'a pas trouvé 12 ? Ceux qui n'ont pas trouvé 12, est-ce que vous avez trouvé d'autre méthode ? Alors ceux qui n'ont pas trouvé 12, est-ce que vous avez compris cette méthode-là ? Myriam. Tu lui expliques. Fatou, tu écoutes s'il te plaît.

« Ici, on multiplie par 10, parce que comme ça, ça fait 70 et ça dépasse pas 85. Ensuite on multiplie par 11 et ça fait 77 et après on fait 7 x 12 et ça fait 84 »

Alors qu'est-ce que tu comprends pas Myriam, pose des questions. Alors à ton avis, pour aller de 7 x 10 à 7 x 11, qu'est-ce qu'on ajoute ?

« On ajoute 1 dans 10 »

Oui, mais qu'est-ce qu'on ajoute au résultat de 70 ?

« 7, parce qu'on fait de 7 en 7 »

7 x 10 = 70, 7 x 11, on rajoute 7. C'est bon ? Merci Nadir. Est-ce que quelqu'un avait une autre méthode ? Tu vas au tableau, tu nous expliques ta méthode. Tu prends l'autre tableau. On t'écoute.

Méthode de Nessim : additions successives de 7

« Ben moi j'ai compté à partir de 0, après j'ai fait comme tout à l'heure et après j'ai compté combien y'avait de sauts »

Ecris le parce que là, on comprend pas bien. Tu fais le même dessin que sur ton ardoise, vas-y. Si vous avez des questions à lui poser, vous levez la main. On attend quand même qu'il le termine. On voit pas du tout les traits, appuie sur la craie. Prends une autre, parce que y'a une craie, c'est vrai, elle est mouillée. On t'entend pas beaucoup.

Bon alors, t'as fait 0 + 7 = 7, 7 + 7 = 14, 7 + 14 = 21. Alors Nessim tu recommences depuis le début et tu nous dit ce que tu fais à chaque fois parce que y'en a qui ont pas bien compris.

« J'ai fait 0 + 7, après j'ai mis 7 + 7 = 14, 14 + 7 ça fait 21, 21 + 7, ça fait 28, 28 + 7, ça fait 35 et 35 + 7 = 42. + 7, ça fait 49. 49 + 7, ça fait 56. 56 + 7 = 63. 63 + 7 ça fait 70. 70 + 7 = 77 et + 7, 84. Ensuite, j'ai compté : 1, 2, 3, 4, …, 12. J'ai fait 12 x 7 = 84 et après j'ai mis 12 bonds »

Alors qui pense que la méthode est juste ? Qui a fait comme elle ? Loïc, tu as fait comme ta voisine ? Alors, est-ce que vous pensez que celle-là est plus rapide ou c'est celle-là qui est plus rapide ?

« Celle-là »

Alors on va l'appeler 1 et 2. Qui pense que la 1 est plus rapide ? Qui pense que la 2 est plus rapide ? Alors, si on compte bien, 7 x 10 = 70, 7 x 11, c'est un peu plus dur mais on sait qu'on met 7 et 7 et on ajoute encore une fois 7. Toi, tu ajoutes 12 fois 7 et quand tu es arrivée par ici, vers 28, c'était dur et puis alors ici, vers 56, c'était encore plus dur, donc tu as mis beaucoup plus de temps, on est d'accord ?

« Mais maîtresse, elle sait pas calculer, c'est normal »

Alors comment on fait pour calculer ça rapidement, quand on fait un x 10 Leslie ? Chut. J'entends rien. Quand tu multiplies quelques chose par 10, comment tu fais pour calculer rapidement ? Tu t'appelles pas Leslie. Par exemple… mais Soulémata, elle te dit : quand tu multiplies par 10, il suffit d'ajouter un 0 au nombre que tu multiplies. T'as même pas besoin de compter 0, 10, 20, 30… tu rajoutes un 0 et c'est fini. D'accord ? Oui. On écoute la dernière méthode.

Méthode de Nelly : essais multiplicatifs

Alors attends, j'écris. Elle a fait 7 x 14. Tu l'as posé ou tu l'as fait de tête ?

« Je l'ai posé. Après j'ai dit que ça faisait plus alors… »

Et ça faisait combien ? Quand on connaît pas ses tables, c'est plus dur. 7 x 4, 28, je pose 8 et… alors comment t'as pu faire la méthode si tu sais pas faire la multiplication ?

« Tu poses 8 et tu retiens 2 »

7 x 1, ça fait… 7 + 2, 9. Vous êtes fatigués aujourd'hui !

« Voilà donc j'ai vu que c'était trop grand donc… »

Donc elle a dit, 98, c'est plus grand que ce que je cherche. Et après ?

« J'ai fait 11 et j'ai vu que c'était trop petit, donc j'ai mis 12, et ça m'a fait 7 x 12, 84 et…. »

D'accord, c'est très bien. Alors, qui peut m'expliquer la méthode de Nelly, je vous l'ai écrite au tableau. Elle a fait ça, puis ça… donc 1, 2 puis 3. Qui a compris sa méthode ? Charley, je t'écoute.

« Elle a fait 14 x 7 »

Pourquoi ? Pour faire plus vite, elle a fait un essai.

Bon on sait qu'il y a la photo dehors donc on fait une minute de silence, vous n'écoutez rien. Tu expliqueras ta méthode plus tard. Vous vous calmez, quand il y aura une minute de silence, on sortira. Nadir, si tu rigoles, tu sors pas. Chut.

Oui, c'est l'heure de la récréation. Tsoumani tu sors…

(ils sortent un à un)

[retour sommaire]

QUELLES DIFFERENCES ENTRE HYPOTHESE ET CONJECTURE DANS LA VALIDATION EN SCIENCES ET EN MATHEMATIQUES

Richard CABASSUT
PIUFM, Université de Strasbourg
LDAR Université Paris-Diderot
richard.cabassut@unistra.fr

Résumé
Les programmes de 2008 de l'école primaire proposent en sciences de distinguer faits et hypothèses et de rendre les élèves capables de formuler des hypothèses et de les tester. En mathématiques, les programmes de 2002 indiquent que les problèmes de recherche permettent à l'élève d'émettre des hypothèses et de les tester, d'élaborer une solution originale et d'en éprouver la validité. Dans cet atelier, on donne l'occasion aux participants de travailler sur des questions relatives aux apprentissages mathématiques et à la formation des enseignants du CP au CM2, à propos des notions de fait, d'hypothèse et de conjecture, en mathématiques et hors des mathématiques, et sur les différences dans la manière de valider une hypothèse ou une conjecture. On propose de réfléchir sur le rôle des notions de fait, d'hypothèse et de conjecture, en illustrant avec des situations de formation des enseignants, en distinguant notamment raisonnement de nécessité et raisonnement de plausibilité. On étudie ensuite à partir de cette réflexion quelques exemples de situations de classe.

Exploitations possibles
Cet atelier donne un exemple d'utilisation en formation, proposant deux situations pour des adultes enseignants suivies de quatre situations qui peuvent être travaillées en cycle 3.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Sciences. Hypothèse. Conjecture. Investigation. Validation. Raisonnement. Formation.

QUELLES DIFFERENCES ENTRE HYPOTHESE ET CONJECTURE DANS LA VALIDATION EN SCIENCES ET EN MATHEMATIQUES

Richard CABASSUT
PIUFM, Université de Strasbourg
LDAR Université Paris-Diderot
richard.cabassut@unistra.fr

Résumé
Les programmes de 2008 de l'école primaire proposent en sciences de distinguer faits et hypothèses et de rendre les élèves capables de formuler des hypothèses et de les tester. En mathématiques, les programmes de 2002 indiquent que les problèmes de recherche permettent à l'élève d'émettre des hypothèses et de les tester, d'élaborer une solution originale et d'en éprouver la validité. Dans cet atelier, on donne l'occasion aux participants de travailler sur des questions relatives aux apprentissages mathématiques et à la formation des enseignants du CP au CM2, à propos des notions de fait, d'hypothèse et de conjecture, en mathématiques et hors des mathématiques, et sur les différences dans la manière de valider une hypothèse ou une conjecture. On propose de réfléchir sur le rôle des notions de fait, d'hypothèse et de conjecture, en illustrant avec des situations de formation des enseignants, en distinguant notamment raisonnement de nécessité et raisonnement de plausibilité. On étudie ensuite à partir de cette réflexion quelques exemples de situations de classe.

I - FAIT, HYPOTHESE, CONJECTURE

1 Conceptions des participants de l'atelier

Parmi les participants de l'atelier, les significations ci-dessous de ces différents termes (fait, hypothèse, conjecture) apparaissent.

Pour la notion de **fait** : un fait est relié à un événement réel, observé, constaté ; un fait est toujours évident même si parfois il faut aller le chercher dans les données de la situation ; les faits imposent des hypothèses. On évoque le livre de Fleck (1935, 2008) où un fait scientifique se constitue en même temps que la pensée se cherche.

La notion d'**hypothèse** rencontre également différentes significations : une hypothèse est une proposition de réponse à des questions ; une hypothèse est à tester ; avec une hypothèse, on se projette dans le futur ; dans un raisonnement conditionnel « si .. alors ... » l'hypothèse est la condition et se construit en même temps qu'on anticipe les conséquences ; l'hypothèse n'appelle pas nécessairement une forme de validation alors que pour d'autres une hypothèse est à valider ; les hypothèses pourraient être des données supplémentaires extérieures à la situation et qu'on admet ou au contraire des données supplémentaires déduites de la situation de départ.

La notion de **conjecture** recouvre une affirmation étayée par des exemples mais pas encore démontrée ; elle appelle une forme de validation ; c'est une hypothèse à tester. En mathématiques, une hypothèse serait une donnée de départ, admise, qui ne serait pas à valider, alors qu'en sciences une hypothèse serait à valider. En mathématiques, une hypothèse qui serait à valider s'appellerait une conjecture. On observe donc sur la notion d'hypothèse deux grandes conceptions chez les participants : une hypothèse admise comme condition d'un raisonnement conditionnel (du type « si … alors …), ou une hypothèse à valider qui, dans le cas des mathématiques, s'appelle plutôt conjecture.

2 Dans les textes officiels

Examinons ce que les textes officiels proposent pour ces différentes notions. En sciences et technologie, les programmes de 2008 de l'école primaire proposent de « faire saisir aux élèves la distinction entre **faits et hypothèses** vérifiables d'une part, opinions et croyances d'autre part » (BOEN 2008, p.24).

Le second palier du socle commun de CM2 prévoit que « l'élève est capable de : - pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner ; - manipuler et expérimenter, formuler une **hypothèse** et la tester, argumenter » (Ibid. p28).

Enfin le BOEN (2012, p.17) précise que « l'organisation et la gestion de données constitue une partie importante du programme de mathématiques [...] L'interprétation de ces données aidera à la validation des **hypothèses** de départ et à la formulation des conclusions ».

En mathématiques, le programme de 2008 ne fait pas référence explicite à la notion d'hypothèse. Par contre, les textes officiels de 2006 sur le socle commun précisent que l'élève doit être capable en mathématiques « de saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, l'analyser en posant les **données** puis en émettant des **hypothèses**, s'engager dans un raisonnement ou un calcul en vue de sa résolution, et, pour cela […] contrôler la vraisemblance d'un résultat » (BOEN 2006, p. VIII) et en sciences et technologie « de pratiquer une démarche scientifique : « - savoir observer, questionner, formuler une **hypothèse** et la valider, argumenter, modéliser de façon élémentaire ; - comprendre le lien entre les phénomènes de la nature et le langage mathématique qui s'y applique et aide à les décrire » (Ibid. p. IX).

Le document d'application du programme de mathématiques de 2002 mentionne explicitement la notion d'hypothèse dans un paragraphe sur les problèmes de recherche :

« Dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles. C'est alors l'activité même de résolution de problèmes qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des **hypothèses** et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter. Ces situations peuvent enrichir leur représentation des mathématiques, développer leur imagination et leur désir de chercher, leurs capacités de résolution et la confiance qu'ils peuvent avoir dans leurs propres moyens » (MEN 2002, p. 7).

« Au cycle 2, lors de la résolution de la plupart des problèmes de géométrie, les élèves vont d'abord prélever des propriétés de façon perceptive, puis être amenés à utiliser les instruments de géométrie pour vérifier les **hypothèses** émises. » (Ibid. p. 24).

On observe donc que la notion d'hypothèse abordée dans les textes officiels de l'école primaire est essentiellement celle d'hypothèse à valider, à tester ou à vérifier. Un texte officiel du collège complète ce point de vue en distinguant d'une part les hypothèses explicatives qui sont à valider expérimentalement en sciences expérimentales, et d'autre part les conjectures qui sont les hypothèses à démontrer en mathématiques : « La démarche d'investigation présente des analogies entre son application au domaine des sciences expérimentales et à celui des mathématiques [...] Une éducation scientifique complète se doit de faire prendre conscience aux élèves à la fois de la proximité de ces démarches (résolution de problèmes, formulation respectivement d'**hypothèses explicatives** et de **conjectures**) et des particularités de chacune d'entre elles, notamment en ce qui concerne la validation, par l'expérimentation d'un côté, par la démonstration de l'autre » (BOEN 2008, p. 4).

On observe donc que dans les textes officiels l'hypothèse admise qui ne serait pas à valider n'est pas explicitement évoquée. La seule mention explicite de cette conception de l'hypothèse admise d'un raisonnement conditionnel que nous avons repérée est dans le document d'accompagnement du programme de 4ème de 2004 : « Le recours, si besoin est, à plusieurs pas de démonstration amène à comprendre le changement de statut d'une assertion au fil d'une démonstration : un résultat intermédiaire est une conclusion dans un pas de démonstration et une **hypothèse** dans un pas ultérieur. » (MEN 2004, p. 67). Cependant, le document de ressources de 2009 sur les programmes de collège précise : « Pour que l'apprentissage du raisonnement géométrique s'exerce de manière efficace, il ne doit pas se réduire à l'apprentissage formel de la démonstration. À cette fin, les énoncés ne doivent pas être systématiquement donnés sous une forme fermée : « montrer que », suivie d'une propriété apparaissant aux élèves aussi évidente que les hypothèses. » (MEN 2009, p. 13)

Mais on observera que cette évocation d'hypothèse admise n'est pas explicite : on peut l'interpréter dans la différenciation entre la conclusion (hypothèse à démontrer) et l'hypothèse évidente (qui jouerait en quelque sorte le rôle d'hypothèse admise), un pas de démonstration s'interprétant comme étant de la forme « si hypothèse alors conclusion ».

3 Le choix dans l'atelier

Au terme de ces premiers échanges, il est convenu dans cet atelier d'adopter les catégories suivantes pour éviter l'ambiguïté des notions précédentes.

- Un **fait** est une donnée contenue explicitement dans la situation de départ.
- Une **hypothèse admise, en abrégé une hypothèse,** est une condition, qui n'est pas contenue explicitement dans la situation de départ, qui est introduite par le résolveur du problème, qui est admise et qui n'est pas à valider.
- Une **hypothèse à valider, en abrégé une conjecture,** est une assertion qui est explicitement désignée comme à valider.

II - SITUATIONS DE FORMATION

On se propose d'étudier deux situations de formation d'enseignants ou d'étudiants dans lesquelles les connaissances requises dépassent celles de l'école primaire, de manière à se placer dans un dispositif de questionnements qui puissent présenter des analogies avec celle d'un élève de l'école primaire qui ne maîtrise pas complètement le savoir en jeu. Pour chaque situation, il est demandé de déterminer quels sont les faits, les hypothèses et les conjectures mis en jeu et comment les conjectures sont validées.

1 Situation issue des sciences

On propose une fiche (DEPIERRE 2011) conçue pour des élèves de première de lycée professionnel visant à expliquer le fonctionnement d'un périscope. Après s'être documenté sur l'utilisation du périscope et après avoir sélectionné du matériel permettant de simuler le trajet de la lumière dans un périscope, les élèves doivent proposer avec ce matériel un protocole expérimental permettant d'étudier la déviation de la lumière par un miroir plan. Il s'agit d'une source lumineuse envoyant un rayon lumineux sur un miroir plan. Un disque gradué permet de mesure les angles du rayon incident et du rayon réfléchi. Nous nous intéressons à l'extrait suivant de la fiche.

« Vocabulaire :

Le rayon lumineux, qui arrive sur le miroir est appelé « rayon incident ».
Le rayon lumineux, qui repart du miroir est appelé « rayon réfléchi ». La perpendiculaire au miroir, au point d'incidence du rayon lumineux est appelé « normale ». Les rayons incidents, réfléchi et la normale au plan du miroir sont dans un même plan.

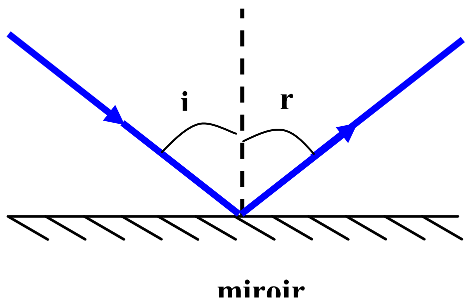


Tableau de mesures :

Angle incident i en °										
Angle réfléchi r en °										

Vérification du tableau de mesures

Conclure : Loi de réflexion … »

La tâche proposée dans l'atelier est, par discussion collective, de déterminer dans cet extrait, quels sont les faits, les hypothèses et les conjectures qui apparaissent ou peuvent apparaître.

Au cours de la discussion, les éléments de réponse suivants sont proposés dans l'atelier. Le dispositif expérimental et le schéma sont des faits de la situation. On remarque que le schéma contient des hypothèses admises : un rayon lumineux peut être modélisé par un segment, la lumière se déplace en ligne droite quand elle ne rencontre pas d'obstacle, après la rencontre avec un miroir réfléchissant un rayon lumineux se réfléchit en un rayon lumineux. Il semble que la conjecture testée est l'égalité i=r entre l'angle incident et l'angle réfléchi. Ici, il semble qu'une validation expérimentale est attendue avec le tableau de mesures qui doit permettre de vérifier sur une série de mesures qu'à différents angles d'incidences correspondent respectivement des angles réfléchis égaux. On observe que cette validation expérimentale ne constitue pas une preuve mathématique. Ici, les mathématiques n'interviennent pratiquement pas dans la procédure de validation. Concernant l'hypothèse admise que la lumière se déplace en ligne droite, elle pourrait être la conséquence d'un principe plus général, le principe de Fermat, qui suppose que la lumière se propage suivant un trajet de durée minimale. Les mathématiques peuvent alors intervenir. Dans un milieu homogène (donc sans obstacle) la vitesse de parcours du trajet est proportionnelle à sa longueur. Dans un espace euclidien le chemin le plus court est la ligne droite (inégalité triangulaire). De même, si le trajet s'effectue avec une réflexion sur un plan, on démontre mathématiquement que le chemin le plus court s'effectue lorsque l'angle incident est égal à l'angle réfléchi.

L'objectif de formation de cette situation est de faire prendre conscience que, dans une situation issue des sciences, différentes hypothèses pouvaient être admises, ou à valider, avec des validations qui pouvaient faire intervenir les mathématiques ou pas. Nous allons étudier maintenant une situation mathématique pour vérifier s'il y a des similitudes.

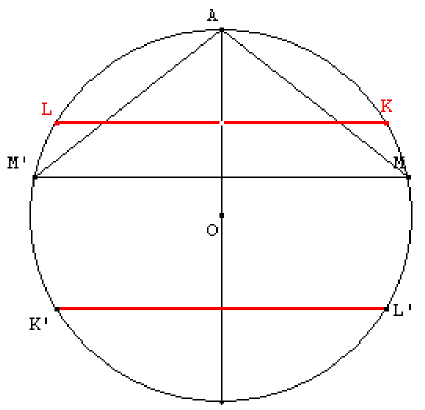
2 Situation issue des mathématiques

On propose la résolution du paradoxe de Bertrand. Ce problème fut énoncé pour la première fois en 1888 par Joseph Bertrand dans son ouvrage *Calcul des probabilités*. Les participants de l'atelier se répartissent par groupes de trois ou quatre personnes et doivent résoudre la tâche suivante.

> « On choisit au hasard une corde d'un cercle donné. Quelle est la probabilité que celle-ci soit de longueur supérieure au côté d'un triangle équilatéral inscrit dans ce cercle ? Résoudre le problème et préciser les faits, les hypothèses et les conjectures qui apparaissent. »

Différentes solutions sont proposées.

- Dans un premier groupe on considère un diamètre donné dont une extrémité est A et les cordes admettant ce diamètre comme médiatrice. Choisir au hasard une corde c'est choisir un angle a de sommet A et de corde la corde choisi. Cet angle varie entre 0° et 180°. Parmi ces angles, seuls les angles compris entre 60° et 120° ont une corde de longueur supérieure à la longueur du côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le cercle. On admet l'hypothèse que choisir au hasard une corde de longueur supérieure à la longueur du côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le cercle, c'est choisir au hasard dans l'intervalle [0 ; 180] un nombre compris entre 60 et 120 correspondant à l'angle précédent, soit une probabilité de 1/3. Un fait est la donnée du cercle et de la longueur du côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le cercle.



- Un deuxième groupe considère que la longueur L de la corde appartient à l'intervalle [0 ; 2R] où R est le rayon du cercle. La longueur d'un côté d'un triangle équilatéral inscrit dans ce cercle vaut $\sqrt{3}$ R.

On admet l'hypothèse que choisir au hasard une corde de longueur supérieure à la longueur du côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le cercle, c'est choisir au hasard un nombre dans [0 ; 2R] tel que

L > R$\sqrt{3}$, soit à le choisir dans l'intervalle [R$\sqrt{3}$; 2R], ce qui donne une probabilité de $\frac{2R-R\sqrt{3}}{2R}$ soit $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

- Un troisième groupe propose de prendre au hasard un point dans le disque D de rayon R et de centre O. A partir de ce point, on considère la corde dont ce point est milieu. Si le point est choisi sur le cercle de centre O et de rayon R/2, qui est le cercle inscrit dans un triangle équilatéral inscrit dans le disque D, alors la corde est côté d'un tel triangle équilatéral. Si le point est choisi à l'extérieur de ce cercle, la corde est de longueur plus petite que la longueur d'un côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le disque D. Si on choisit le point à l'intérieur du cercle, la corde est de longueur plus grande que la longueur d'un côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le disque D. On admet l'hypothèse que choisir au hasard une corde de longueur supérieure à la longueur du côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le cercle, c'est choisir au hasard un point à l'intérieur du cercle. Le rapport des aires du petit disque et du grand disque est dans le carré du rapport des rayons soit $\frac{1}{4}$. La probabilité de choisir au hasard une corde de longueur supérieure à la longueur du côté d'un triangle équilatéral inscrit dans le cercle vaut donc $\frac{1}{4}$.

La situation montre que suivant l'hypothèse admise précisant comment on définit le choix au hasard d'une corde, on obtient une solution différente au problème initial. L'objectif de formation de cette situation est de faire prendre conscience que, dans une situation issue des mathématiques, différentes hypothèses pouvaient être admises et conduisaient à des solutions différentes. Nous allons maintenant illustrer cette problématique du choix des hypothèses admises dans des situations proposées en classe.

III - SITUATIONS POUR LA CLASSE

Ces situations sont extraites du projet européen LEMA décrit dans Cabassut (2009). Pour chaque situation on discute des faits, hypothèses admises et hypothèses à valider qui apparaissent.

1 Le géant

Dans la situation du Géant, la question posée est : « Quelle est la taille approchée de la silhouette dont on peut voir seulement un pied ? Cette photo[28] a été prise dans un parc de loisirs. »

L'assertion « sur la photo l'homme au pantalon noir mesure 8 cm de hauteur » qu'on a obtenue en effectuant la mesure sur la photo est un **fait.** L'assertion « l'homme au pantalon noir a un pied d'environ 30 cm de longueur » est une **hypothèse admise**. L'assertion « Le géant mesure environ 1890 cm » est une **conjecture ou hypothèse à valider** qui a été validée dans une classe de CM1 par le raisonnement suivant.

Sur la photo, le pied du géant mesure 9 cm et le pied de l'homme 1 cm. Donc, sur la photo, le pied du géant

est 9 fois plus grand que le pied d'un homme. Le pied d'un homme est environ 30 cm dans la réalité, donc, dans la réalité, le pied du géant est 9 fois plus grand que celui d'un homme soit 270 cm. Or, sur la photo, l'homme a un pied de 1 cm et sa taille fait 7cm donc il est 7 fois plus grand que son pied.

Le géant a les mêmes proportions pied / hauteur donc sa hauteur est : 7 x 270 cm = 1 890 cm.

Des hypothèses admises différentes auraient pu conduire à d'autres solutions. Pour apprendre à distinguer la nature des différentes informations traitées, l'exercice qui suit peut être proposé.

« On vous donne un jeu de cartes. Répartissez les cartes en trois groupes : les faits que vous avez besoin d'utiliser, les faits dont vous n'avez pas besoin, les hypothèses que vous avez besoin de faire. »

28 Photo publiée avec le copyright Richard Phillips 2001/2009 www.problempictures.co.uk

L'homme au pantalon noir mesure 180cm	Le prix de l'entrée du parc est de 10 euros.	Dans le parc d'attraction toutes les barrières bleues mises bout à bout représentent longueur de deux cent mètres.	En général une photo est une réduction de la réalité avec un rapport constant.
L'homme au blouson bleu est âgé de 45 ans	On peut considérer qu 'un géant est un agrandissement d'homme	Le géant de la photo représente le géant Gulliver qui était âgé de 180 ans.	Les deux hommes ont approximati-vement la même taille.
La botte mesure 9 cm de long sur la photo.	Le jour où la photo a été prise il y avait 350 personnes dans le parc.	Approximative ment la proportion de la taille d'un homme par rapport à la hauteur de son pied est constante	On raconte que le géant de la photo mange dix fois plus qu'un homme

2 Les signatures

La situation suivante est issue du projet LEMA (copyright www.lema-project.org).

« Le 25 avril 2006, le parti d'opposition espagnol a présenté au congrès 4 000 000 de signatures contre un projet du gouvernement. Tous les journaux espagnols ont publié des images de palettes et de camions utilisés pour transporter les signatures au congrès. Ces camions étaient-ils nécessaires pour le transport des signatures ou pour marquer les esprits ? »

Cette situation a été mise en œuvre en collège dans Paillet (2011) et peut être adaptée à l'école primaire. Ce qui est intéressant dans la mise en œuvre du collège, c'est que deux hypothèses différentes ont été admises comme critères pour contrôler si ces camions étaient nécessaires pour le transport des signatures ou pour marquer les esprits. L'une repose sur le calcul du volume estimé transportable par tous les camions. L'autre se fonde sur le poids total transportable par tous les camions. Suivant le critère adopté, on peut arriver à des résultats différents.

Il est à remarquer que les faits fournis par la photo sont assez limités : un nombre de caisses visibles, un nombre de camions visibles, une estimation des dimensions des caisses .... Beaucoup d'hypothèses supplémentaires doivent être admises (le nombre de signatures par feuille, le nombre de feuilles par rame de papier, le nombre de rames dans une caisse, le nombre de caisses dans un camion ...). Pour admettre une hypothèse, il faut bien souvent recourir à des arguments pour persuader l'auditoire : observation d'une rame réelle de papier, recherche des dimensions intérieures d'un camion …Mais ce recours à des arguments pour justifier les hypothèses admises n'est pas du même type que les validations en mathématiques ou en sciences expérimentales.

En mathématiques, on valide par un raisonnement de nécessité (dénomination proposée par Toulmin) et qui a la structure suivante : (si H alors C) est vrai et H est vrai, donc C est nécessairement vrai. Par contre, en sciences expérimentales, on peut utiliser une autre forme de raisonnement, le raisonnement de plausibilité (au sens de Toulmin, Polya ou Peirce) a la structure : (si H alors C) est vrai et C est vrai, donc H est davantage plausible. Une analyse plus détaillée de ces types d'argumentations est proposée dans (Cabassut 2005, Toulmin 1993).

3 La course

La situation suivante, la course[29], est formulée ainsi :

> « Dans une cour de récréation il y a deux arbres : un petit et un grand. Il y a aussi une clôture droite. Un groupe d'élèves organise une course : chaque élève part du petit arbre, puis touche le grand arbre, et ensuite touche la clôture avant de retourner au petit arbre. Quel est le meilleur endroit où toucher la clôture ? Résoudre le problème et préciser les données et les hypothèses utilisées ».

On retrouve ici, ce qu'on avait observé avec le problème de Bertrand, à savoir la nécessité de définir plus précisément ce qu'on entend par meilleur endroit : par rapport à la distance parcourue ? Par rapport à la durée du parcours ? Cette situation met également en valeur l'intérêt du recours à une maquette pour rendre plus facile la recherche et la validation de conjectures, par exemple en mesurant sur une maquette. On suggère éventuellement le recours à une corde, en situation réelle, pour comparer les longueurs. La validation mathématique ne semble pas pouvoir être trouvée par un élève de l'école primaire, même s'il est en situation de comprendre une solution proposée par le professeur. Serait-il plus pertinent d'attendre le collège pour proposer cette situation ?

29 inspirée de PETIT Serge (2006) Le tilleul et le marronnier. *Bulletin vert de l'APMEP* n°466, p.597

4 Le meilleur trajet

La tâche de la prochaine situation est formulée comme suit. « Une classe de CM1 souhaite aller en tram à l'Opéra (arrêt République), arrêt place de la République, en partant de l'arrêt Emile Mathis. Quel est le meilleur trajet ? » On met à la disposition un plan du réseau de la ville. On observe qu'il existe deux trajets possibles en tram. L'un direct compte onze stations. L'autre nécessite un changement de ligne à l'arrêt Homme de fer, avec 7 stations sur la première partie et deux sur la suivante. Il s'agit ici d'admettre des hypothèses pour préciser ce qu'est le « meilleur trajet » : distance la plus courte, nombre de stations, durée estimée par le site de la compagnie de transport … Pour terminer on peut proposer l'argument d'un élève : « je préfère le trajet avec changement à la station « Homme de fer » parce que, pendant le changement, on peut regarder la vitrine du magasin de jouets qui se situe près de la station ». Ici on produit un argument qui échappe à la rationalité scientifique : il s'agit alors de différencier les arguments universels visant un auditoire universel des arguments individuels visant un auditoire particulier.

L'atelier envisageait de faire produire par les participants des situations issues des sciences et impliquant les mathématiques, à partir des ressources constitués des manuels de la collection « À la Découverte des sciences », éd. Hachette. Le manque de temps n'a pas permis de mettre en œuvre cette partie.

IV - CONCLUSION

L'objectif de l'atelier était de réfléchir aux notions de donnée, d'hypothèse et de conjecture en mathématiques et en sciences, à partir de situations de formation et de situations pour la classe. La discussion autour des situations montre la difficulté de ces notions parce qu'elles font appel à une partie du discours et du raisonnement qui sont souvent implicites et qui cachent des changements de contrat didactique dans la manière de chercher et de valider. Dans la même situation pourront coexister des raisonnements de nécessité en mathématiques, et des raisonnements de plausibilité en sciences ou dans la relation au monde réel. Des questions apparaissent. Comment calibrer ces situations pour que cette coexistence soit assumée ? Quelles caractéristiques les situations d'interdisciplinarité doivent remplir pour que les changements de contrat didactique et de mode de validation soient cohérents ? Comment la démarche de recherche peut-elle se nourrir de l'éventuelle dialectique entre mathématiques et sciences ? Faut-il attendre le collège pour réfléchir à ces distinctions qui exigent souvent un niveau de conceptualisation ambitieux pour des élèves de l'école primaire ? Par exemple, en mathématiques, c'est seulement au collège que la démonstration est un objectif d'apprentissage. Faut-il éviter les situations trop ouvertes dans le choix des hypothèses à admettre ? Une trop grande ouverture du problème risque d'installer un certain relativisme par rapport aux solutions trouvées. De plus, des situations très ouvertes sont difficiles à gérer collectivement. Enfin, en termes d'apprentissages, qu'auront appris les élèves en fin de traitement de ces situations ? Par rapport au temps investi, l'objectif est-il pertinent ? Le prolongement de cette réflexion invite à développer des formations et des ressources interdisciplinaires pour répondre à ces questionnements.

V - BIBLIOGRAPHIE

BOEN (2006) Socle commun de connaissances et de compétences. *Bulletin officiel de l'éducation nationale* n° 29 du 20 juillet 2006.

BOEN (2008) Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *Bulletin officiel de l'éducation nationale* Hors série n°3 du 19 juin 2008.

BOEN (2012) Sciences expérimentales et technologie. *Bulletin officiel de l'éducation nationale* n°1 du 5 janvier 2012.

BOEN (2008) Programmes du collège. Programmes de l'enseignement de mathématiques. *Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008*. Ministère de l'Education nationale.

FLECK (2008) *Genèse et dé eloppement d'un fait scientifique.* Traduction : JAS N. Edition originale allemande, 1935. Flammarion, collection Champs sciences.

CABASSUT R. (2005) Raisonnement plausible versus raisonnement de nécessité : où est la frontière ? *Actes du 32ème Colloque COPIRELEM.* Foix.

CABASSUT R. (2009) Un exemple de formation continue à la modélisation dans le cadre du projet LEMA : description et problèmes rencontrés. *Actes du 35ème Colloque Copirelem*. Bombannes.

CABASSUT R. (2011) Des vidéos sur l'enseignement de la modélisation en CP et CM1 : de l'activité de l'élève à la formation. *Actes du 38ème Colloque Copirelem*. Dijon.

DEPIERRE L. (2011) Le périscope. Téléchargé le 30/7/2012 sur http://artic.ac-besancon.fr/lp_maths_sciences/bac_pro_3ans/1ere/sciences/premiere_sciences.htm

MEN (MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE) (2002) Mathématiques (cycle2). *Documents d'application des programmes.* CNDP.

MEN (MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE) (2004) Enseigner au collège. Mathématiques. Programmes et accompagnement. CNDP.

MEN (MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE) (2009) Mathématiques de 6^{e}, 5^{e}, 4^{e} et 3^{e} du collège. Raisonnement et démonstration. DEGESCO (Direction Générale de l'enseignement scolaire).

PAILLET V. (2011) Où sont les maths ? *Repères IREM n° 82.*Topiques Editions.

TOULMIN S. (1993) *Les usages de l'argumentation* (traduction). Presses universitaires de France, Paris.

retour sommaire

UNE SITUATION DE FORMULATION SUR LA NUMÉRATION POUR LES CLASSES ORDINAIRES

Frédérick TEMPIER
IUFM Poitou-Charentes, Université de Poitiers
Laboratoire de Didactique André Revuz, Université de Paris 7
Frederick.tempier@univ-poitiers.fr

Résumé
Dans le cadre de l'observation d'enseignants lors de la mise en œuvre d'une situation de commandes de collections en CE2 (sur la numération), certaines difficultés liées à la formulation des connaissances visées ont été observées. Dans cet atelier, un questionnement caractéristique d'une ingénierie didactique de développement, a permis de chercher des conditions pour amener les enseignants à laisser aux élèves la responsabilité de la formulation des connaissances visées, par l'intermédiaire d'une ressource. Quelles modifications de la situation de départ ? Quels exemples de formulations peut-on attendre des élèves ? Quels sont les éléments essentiels de cette nouvelle situation à décrire aux enseignants ?

Exploitations possibles
En formation des enseignants, voire des formateurs, le questionnement proposé à partir d'un exemple riche, amène d'une part à réfléchir sur ce qui relève du travail de conception d'une ressource et de son appropriation par les enseignants et d'autre part, sur la spécificité des situations de formulation (en référence à la Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau 1998)). Les éléments théoriques explicités et la mise à disposition de la ressource utilisée, des traces des pratiques effectives de deux enseignants et de l'activité des élèves permet d'envisager une analyse très fine transposable en formation (analyse *a priori* d'une situation de formulation puis analyse *a posteriori* à partir de la description de la mise en œuvre dans les deux classes).

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Numération. Ingénierie didactique de développement. Situation de formulation.

UNE SITUATION DE FORMULATION SUR LA NUMÉRATION POUR LES CLASSES ORDINAIRES

Frédérick TEMPIER
IUFM Poitou-Charentes, Université de Poitiers
Laboratoire de Didactique André Revuz, Université de Paris 7
Frederick.tempier@univ-poitiers.fr

Résumé
Dans le cadre de l'observation d'enseignants lors de la mise en œuvre d'une situation de commandes de collections en CE2 (sur la numération), j'ai pu observer certaines difficultés liées à la formulation des connaissances visées. Je propose dans cet atelier un questionnement caractéristique d'une ingénierie didactique de développement : il s'agira de chercher des conditions pour amener les enseignants à laisser aux élèves la responsabilité de la formulation des connaissances visées, par l'intermédiaire d'une ressource. Quelles modifications de la situation de départ ? Quels exemples de formulations peut-on attendre des élèves ? Quels sont les éléments essentiels de cette nouvelle situation à décrire aux enseignants ?

Notre travail de thèse, en cours, porte sur l'enseignement de notre système de numération écrit en classe de CE2, lors de l'introduction des nombres à quatre chiffres. Nous avons commencé (Tempier 2010) par mettre en évidence des manques concernant l'*aspect décimal* de la numération (les relations entre unités, dizaines, centaines, etc.) que nous avons identifiés comme des contraintes institutionnelles[30]. Un des objectifs de ce travail de thèse est alors de chercher des conditions pour dépasser ce constat en construisant une ressource (site web) à destination des enseignants. Nos questions de recherche concernent alors la conception de situations et la détermination des éléments fondamentaux à transmettre aux enseignants (pour permettre une mise en œuvre ne dénaturant pas les enjeux définis par le chercheur), ainsi que des conditions sur une ressource pour permettre aux enseignants de prendre effectivement en compte ces éléments.

Cette étude s'appuie sur une ingénierie didactique « pour le développement » dont les caractéristiques ont été définies par Perrin-Glorian (2011) permettant de questionner la diffusion, dans l'enseignement ordinaire, d'une ingénierie didactique « pour la recherche ». Cette méthodologie demande de

> « prévoir au moins deux niveaux d'ingénierie (peut-être plus) avec des objectifs différents :
>
> - premier niveau dans des conditions expérimentales spécifiques « protégées » pour tester la validité théorique des situations (i.e. leur capacité à produire les connaissances attendues, on vise moins un théorème d'existence) et dégager les choix fondamentaux de l'ingénierie : qu'est-ce qui est essentiel, incontournable en référence au savoir visé, qu'est-ce qui relève du contexte choisi et pourrait être changé, adapté, ce qui relève du détail en somme ?
> - deuxième niveau pour étudier l'adaptabilité des situations à l'enseignement ordinaire, la négociation de la première ingénierie ; l'écart à la mise en œuvre et les transformations opérées sont prises comme objet d'étude pour des retombées sur l'ingénierie didactique elle-même, la connaissance du fonctionnement des savoirs concernés dans le système scolaire (enseignant, élèves...). Sur quoi peut-on lâcher du lest dans la négociation ? Que va-t-on essayer de

---

30 Pour compléter, voici les pourcentages de réussite d'élèves de CE2, en octobre, sur des tâches portant sur les nombres à 3 chiffres :

- 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités : 38,6 % (127 élèves)
- 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités : 16,5 % (127 élèves)
- Dans 764 il y a :…… dizaines : 38,5 % (104 élèves)
- 60 dizaines = ……… centaines : 31,3 % (128 élèves)

> sauvegarder ? Pourquoi ? Comment exercer un contrôle sur ce qui peut se passer ? » (Op. cité, p.68)

Nous sommes alors amenés à faire des choix *a priori* de conception pour la ressource (aux deux niveaux d'ingénierie) et à tester leur validité lors de l'utilisation de la ressource par des enseignants (d'au moins cinq années d'expérience). Les choix de conception (1er et 2ème niveau) sont mis à l'étude lors de cette expérimentation.

Dans ce cadre, nous avons observé la mise en œuvre d'une situation (« marchand de bûchettes ») par quatre enseignants, qui a donné lieu dans les quatre classes à une invisibilité, lors des phases collectives, des techniques construites par les élèves pendant la recherche. Cela peut être mis en relation avec certaines questions posées par la recherche en didactique sur l'institutionnalisation des savoirs par les enseignants du premier degré (Margolinas et Laparra 2008, Coulange 2010, etc.).

L'objectif de cet atelier est de réfléchir à l'utilisation que l'on peut faire, dans l'enseignement ordinaire de la notion de situation de formulation en Théorie des Situations Didactiques (TSD) (Brousseau 1998) pour amener les élèves à formuler leur technique dans cette situation. Après avoir présenté plus en détail la situation « marchand de bûchettes[31] » et des éléments de mise en œuvre dans les classes observées, nous proposons des apports théoriques sur les situations de formulation en TSD. Le travail proposé aux participants consistera alors, dans une deuxième partie à faire une analyse *a priori* d'une situation de formulation pour le « marchand de bûchettes », puis une analyse *a posteriori* à partir de la description de la mise en œuvre dans les deux classes. Les questions à l'étude concernent les formulations produites par les élèves, les mises en œuvre par les enseignants et la conception de la ressource. Cela permettra d'illustrer les différents niveaux de questionnement d'une ingénierie didactique pour le développement.

I - LA SITUATION INITIALE DU « MARCHAND DE BUCHETTES »

1 La progression générale de la séquence

Nous avons choisi d'utiliser la situation de dénombrement de collections dans le sens d'une situation fondamentale (Brousseau 2003), c'est-à-dire une « situation capable d'engendrer par le jeu des variables didactiques qui la déterminent, l'ensemble des situations correspondant à un savoir déterminé » et qui « offre des possibilités d'enseignement mais surtout une représentation du savoir par les problèmes où il intervient permettant de restituer le sens du savoir à enseigner ». Cela permet d'avoir un point d'appui pour la conception des situations à proposer dans la ressource et leur articulation, mais également de donner des points d'appui pour l'enseignant pour s'approprier les enjeux par une explicitation du lien entre jeu sur les variables de la situation de dénombrement et les savoirs en jeu.

Une des variables didactiques principales concerne le groupement de la collection : si la collection n'est pas groupée (et si la taille de la collection est suffisamment importante, comme par exemple 3246 unités), nous sommes amenés à faire des groupements successifs par 10 (aspect décimal) avant de pouvoir dénombrer (aspect position). Si la collection est totalement groupée (par exemple 3 milliers + 2 centaines + 7 dizaines + 3 unités), il ne reste plus qu'à associer chaque unité à sa position dans l'écriture chiffrée (aspect position). Si la collection est partiellement groupée (par exemple 2 milliers + 15 centaines + 1 dizaine + 5 unités), il faut finir les groupements (donc convertir entre unités) avant de pouvoir dénombrer.

Trois autres variables didactiques entrent en relation avec les types de groupements :

[31] Les « bûchettes » sont des allumettes sans tête.

- l'absence de groupement à un ordre (par exemple 3 milliers + 7 dizaines + 2 unités). Cela permet de mettre en jeu le rôle du zéro.
- l'ordre de présentation des unités (par exemple 7 dizaines + 3 milliers + 2 unités). Cela permet de mettre en évidence, pour l'aspect position, qu'il ne s'agit pas d'une simple juxtaposition des chiffres (ce qui est une erreur courante chez les élèves) mais bien une association des milliers au quatrième rang, etc.
- la représentation de la collection : non représentée (collection matérielle), dessin, unités de numération, puissances de 10 (10, 100, …). Les dessins permettent des techniques de type comptage que nous chercherons à dépasser.

Une variante de la situation de dénombrement est la situation inverse : réaliser une collection de cardinal donné, que nous traitons dans des problèmes dits de « commandes ». Une variable didactique essentielle ici est le stock du marchand. Par exemple, s'il faut commander 4237 objets et que le vendeur n'a que des objets à l'unité ou groupés par dizaines et centaines, nous sommes amenés à utiliser l'équivalence entre 10 centaines et 1 millier (aspect décimal). Ce sont ces problèmes de commandes qui seront l'objet des questions liées à la formulation.

2 La situation initiale du « marchand de bûchettes » proposée dans la ressource

L'enjeu de la situation (cf. annexes) est d'amener l'élève à décomposer un nombre de différentes façons en s'appuyant sur les relations entre unités. L'évolution avec les problèmes précédents est liée au fait que les conversions vont ici se faire directement à partir de l'écriture chiffrée. Cela pose en général des difficultés aux élèves, même s'ils savent faire des conversions avec du matériel ou des unités de numération, car ici il faut mobiliser ces conversions directement à partir de l'écriture chiffrée. Cela mobilise donc de manière dialectique les deux aspects de la numération (position et décimalité). En effet, la technique la plus économique consiste à lire directement à partir de l'écriture en chiffres, le nombre d'unités de chaque ordre à commander. Par exemple : $\boxed{26}\boxed{1}\boxed{5}$ = 26 centaines + 1 dizaine + 5 unités.

Dans une première phase d'appropriation du problème, l'élève peut commander le nombre de bûchettes demandé en utilisant toutes les unités (milliers, centaines, dizaines, unités). Ensuite, le problème est posé : le marchand n'a plus de bûchettes par millier, que faut-il commander pour avoir par exemple 2615 bûchettes ? C'est là que les conversions entrent en jeu. Dans la ressource un autre exemple est donné, illustrant le jeu sur la variable « stock du marchand » : le marchand n'a plus qu'un seul millier de bûchettes et il faut commander 3167 bûchettes. On trouvera la description de cette situation telle qu'elle est proposée dans la ressource en annexe.

3 La situation « marchand de bûchettes » mise en œuvre par des enseignants

Pour étudier les techniques, c'est-à-dire les « manières de faire », qui vont se construire dans la classe, nous nous appuyons sur les différentes catégories proposées[32] par Assude et Mercier (2007) :

---

[32] Ces auteurs proposent de faire des « correspondances avec la théorie des situations didactiques, en ce qui concerne le rapport des élèves aux différentes techniques » :

> « Dans le cas des techniques invisibles, l'élève produit une réponse et il est dans un rapport d'action ; dans le cas des techniques faibles, l'élève est non seulement dans un rapport d'action (il produit une réponse) mais aussi dans un rapport de formulation (il décrit ou formule un discours de la techniques) ; dans le cas des techniques fortes, l'élève est dans un rapport d'action (il produit), dans un rapport de formulation (il décrit mais il justifie aussi cette technique – il formule un discours sur cette technique) et éventuellement dans un rapport de validation (au cas où la

> « Les techniques *invisibles* sont celles qui permettent de produire un résultat mais ne sont pas explicitées […] Pour qui les met en œuvre, elles sont muettes […] ; Les techniques *faibles* sont celles qui permettent de produire un résultat et qui sont explicitées : la manière de faire peut être montrée et commentée par un expert ou observée par un apprenti comme un savoir en situation ; Les techniques *fortes* sont celles qui produisent un résultat attendu, qui sont non seulement explicitées mais aussi justifiées. » (p. 154)

Nous avons observé la mise en œuvre de cette situation dans quatre classes ordinaires de CE2, en milieu rural. Dans trois de ces classes, la technique de lecture directe à partir de l'écriture chiffrée est restée invisible, l'attention de l'enseignant étant portée lors des phases collectives sur la validation, sous sa responsabilité, des réponses trouvées par les élèves. Par exemple, Sophie a choisi de traiter un premier cas sans contrainte puis trois cas avec la même contrainte : pas de milliers. Elle propose des nombres de plus en plus grands ce qui peut amener les élèves à utiliser la technique de lecture directe (qui apparaît comme la plus économique). Pourtant, lors de la mise en œuvre des phases collectives après la recherche, l'enseignante ne réalise que des vérifications (donc dans le sens inverse : 31c6d7u = 3167) sans qu'aucune technique dans le sens direct (de 3167 vers 31c6d7u) n'apparaisse. Par exemple, pour vérifier une commande de 3167 bûchettes (sans millier), l'enseignante indique le nombre de bûchettes avec 31 sachets : ça fait 3100, car il y a 10 sachets dans une boite donc 30 sachets dans 3 boites. Il y a vérification de la solution proposée avec justification (par les relations entre unités), mais les techniques utilisées par les élèves sont invisibles. Dans une autre classe, des élèves ont bien commandé 26 centaines 1 dizaine et 5 unités pour avoir 2615 bûchettes (sans millier). L'enseignant commence par demander combien il y a de bûchettes dans 26 centaines, ce qui va permettre de vérifier que
26 centaines 1 dizaine 5 unités = 2600 + 10 + 5 = 2615, mais là encore la technique permettant aux élèves d'obtenir cette réponse n'a pas été formulée ou montrée dans la classe. Dans ces deux classes, aucune synthèse de fin de séance n'est proposée. S'il n'y a pas de reprise de cette situation, on peut se demander l'avenir qu'auront les connaissances construites par les élèves dans cette situation.

Enfin, dans une autre classe, des élèves formulent leur technique (technique faible) sans que cette formulation ne soit reprise par l'enseignante qui cherche à mettre en avant les relations entre unités, ce qui pourrait être un effet non voulu des éléments de synthèse proposés dans la ressource. Par exemple, pour la commande de 3242 bûchettes sans millier, un élève propose 32 centaines. Pour vérifier, l'enseignante lui demande pourquoi, ce qui l'amène à formuler un début de technique de lecture directe : « le 3 on le met avec les centaines ». L'enseignante ne reprend pas cette formulation mais demande « 3 milliers c'est pareil que combien de centaines ? ». Nous pouvons alors faire l'hypothèse que les caractéristiques de cette situation (mais aussi les éléments de synthèse proposés et peut-être, plus largement, l'absence de visibilité de cette technique dans la plupart des manuels), ne permettent pas aux enseignants de laisser leurs élèves formuler la technique construite.

Cela nous a amené à nous poser des questions sur la possibilité d'obtenir des techniques faibles voire fortes pour ce problème, par l'intermédiaire de notre ressource. Comment amener les élèves à formuler la technique de troncature (voire la justifier) ? Que peut-on alors attendre comme formulation à ce niveau de classe ? Comment amener l'enseignant à laisser une certaine responsabilité à tous les élèves dans cette formulation ? Voyons comment le concept de situation de formulation peut apporter des réponses à ces questions.

---

justification devient aussi une validation). Ainsi nous tissons un lien entre les niveaux du travail adidactique et les types de techniques qui s'y mettent en place. » (p. 154)

II - LES SITUATIONS DE FORMULATION EN TSD

En théorie des situations didactiques (Brousseau 1998), dans une situation d'action, par ses interactions avec un milieu, l'élève se construit un modèle implicite d'action lui permettant de prendre des décisions dans la situation pour résoudre le problème posé. Dans une situation de formulation, ce modèle implicite ne suffit plus, il doit communiquer les stratégies qu'il utilise : « son seul moyen d'action est de formuler ces stratégies » (ibid., p. 35). Dans ces situations, l'élève est alors soumis à deux types de rétroactions :

- immédiate de la part de ses interlocuteurs qui lui témoignent qu'ils comprennent ou ne comprennent pas sa suggestion (dans le cas d'un travail en groupes) ;
- différée, de la part du milieu de la situation d'action, quand les formulations proposées sont utilisées dans la situation d'action pour être testées.

Ainsi comme l'explique Margolinas (2003), la situation d'action est incluse dans celle de formulation (en référence ici à la situation de « la course à vingt »[33]) :

> « le jeu existe dès la phase d'action, mais il est toujours présent, dans la situation de formulation, puisque la communication a pour enjeu la réussite d'un élève de l'équipe « le champion » dans le jeu de l'action. On n'est pas dans un schéma où après avoir « manipulé » il s'agirait maintenant de « décrire les manipulations » ni dans un autre dans lequel après avoir « agi », on explicite les mobiles de son action. » (p. 9)

Le type de schéma décrit ici pourrait être celui d'une *phase* de formulation dans une situation d'action. La différence avec une situation de formulation est liée au fait que dans une telle situation, la formulation est contrainte par la situation : il y a une « contrainte sur l'action amenant la nécessité de formulation », comme le précise Perrin-Glorian (à paraître)[34]. Ce type de condition est rarement réalisé dans les classes ordinaires, où les formulations produites, lors des phases de mise en commun, sont souvent le fait des meilleurs élèves (Margolinas 2003) et :

> « Même si le professeur ne sélectionne pas immédiatement les meilleures formulations dans la phase de bilan et laisse les élèves s'exprimer, cette pratique masque l'absence de travail de formulation de la majorité des élèves qui n'ont fait, au fond, que ce que le professeur leur a demandé individuellement : agir. » (p. 12)

Ce constat rejoint celui de Perrin-Glorian (à paraître) pour qui, dans les classes ordinaires,

> « On rencontre dans les cas les plus favorables des situations d'action au sein desquelles sont ménagées des phases collectives de formulation ou de validation sans que les contraintes de la situation ne les rendent nécessaires ».

De plus comme le souligne Margolinas (ibid.), les situations de formulation sont absentes ou très rares dans les manuels de l'école primaire (cela pourrait se limiter aux situations de communication pour l'écriture de programmes de construction de figures qui sont d'ailleurs parfois artificielles). En ce qui concerne la numération et plus particulièrement le cas de la lecture directe du nombre de centaines dans un nombre à 4 chiffres (ou même du nombre de dizaines dans un nombre à trois chiffres), nous n'avons pas trouvé de telles situations dans les manuels que nous avons consultés. De plus, dans les éléments de synthèse décrits dans

---

[33] Cf. Brousseau 1998.

[34] Elle ajoute également : « La différence principale est pour moi dans la portée (degré de décontextualisation) de la formulation qui est sollicitée [...]. C'est même parce qu'on a un enjeu relatif à la portée de la formulation qu'on ne peut pas obtenir autrement qu'il va valoir la peine de mettre en place une situation de formulation. En effet, si le niveau de formulation obtenu dans la situation d'action est suffisant, il est inutile de mettre en place une situation de formulation qui risquerait de faire perdre du temps aux élèves. » (ibid.)

ces manuels (« mémento », « j'ai appris », etc.), cette technique n'est, en général, pas formulée (invisible), contrairement par exemple à la technique de comparaison de nombres.

Pour la situation du « marchand de bûchettes », on peut alors se demander comment modifier cette situation pour amener des contraintes qui nécessiteront la formulation des techniques construites par les élèves. Comment faire pour que ces contraintes ne rendent pas la situation trop éloignée des pratiques des enseignants de classes ordinaires ? N'oublions pas que les enseignants utilisent les situations qu'ils veulent dans la ressource (ce qui n'est pas le cas dans une ingénierie didactique pour la recherche). Il pourrait alors y avoir un rejet de la situation ou bien des modifications importantes pouvant aller jusqu'à une modification de l'enjeu de la situation.

III - UNE SITUATION DE FORMULATION POUR LE JEU DU MARCHAND DE BUCHETTES

L'enjeu de cette situation est de produire des formulations des techniques de lecture directe du nombre de centaines dans un nombre à 3 ou 4 chiffres. Elle a lieu après la situation du « marchand de bûchettes » (telle qu'elle a été décrite précédemment) où les élèves ont été amenés à construire ces techniques de manière implicite (situation d'action) avec des contraintes variées sur le stock du marchand. Dans cette situation, on considère uniquement le cas où le marchand n'a plus de bûchettes par millier.

Voici le problème proposé aux élèves : « Vous allez écrire une méthode pour trouver ce qu'il faut commander au marchand (qui n'a pas de bûchettes par millier). Votre méthode doit marcher pour n'importe quel nombre ». Les élèves sont par groupes et doivent écrire sur une affiche.

Le travail proposé aux participants de l'atelier consistait alors à réfléchir, du côté des élèves, aux formulations attendues et aux éléments du milieu permettant d'obtenir des rétroactions ainsi que, du côté de l'enseignant, aux questions qui se posent pour la mise en œuvre et aux interventions qui risquent d'être nécessaires.

La discussion collective qui a suivi a porté tout d'abord sur les questions suivantes : « Que peut-on attendre des élèves dans cette situation ? » ; « Où est le sens ? » ; « Vise-t-on une technique faible ou forte ? » ; « Pourquoi demande-t-on une méthode sans demander de justification ? ».

Il est ressorti des discussions que la TAD avait permis de redonner une place importante aux techniques et que la formulation des techniques est un préalable à un travail sur leur justification, donc ici sur les deux principes de la numération. On peut aussi faire le parallèle avec l'imbrication des situations d'action, de formulation, de validation (Margolinas 2003) : pour faire un travail de validation, on s'appuie sur les formulations produites.

Différentes formulations possibles d'élèves ont été proposées.

En voici une première : « Tu prends les deux premiers nombres (ou chiffres) et tu l'écris pour les centaines de bûchettes, le nombre après pour les dizaines et celui d'après pour les centaines ». Cette formulation a une portée limitée aux nombres à quatre chiffres. Les autres élèves (élément essentiel du milieu) vont-ils penser à tester cette méthode sur des nombres à trois chiffres ? Si ce n'est pas le cas, le rôle de l'enseignant pour le choix des nombres est essentiel. Il est possible de l'améliorer en précisant qu'elle ne fonctionne que pour des nombres à 4 chiffres et en proposer une autre pour les nombres à 3 chiffres, mais cela devient très coûteux. De plus, quand on parle des « premiers nombres », il y a un sens de lecture qui est implicite, celui de la lecture d'un mot, qui ne correspond pas toujours à celui que l'on utilise pour le traitement des nombres, comme le montre l'exemple de l'addition posée traditionnelle en France (on commence par les unités, puis les dizaines, etc.). Mais les élèves peuvent se comprendre sans remettre en cause cet implicite : là encore il y aura peut-être nécessité d'intervention de l'enseignant.

Voici d'autres formulations proposées :

- « Tu prends le chiffre de droite, c'est le nombre de bûchettes à l'unité, le chiffre suivant c'est le nombre de dizaines de bûchettes. Tout le reste correspond au nombre de centaines. » Le traitement des chiffres se fait ici dans le sens inverse de la méthode précédente, ce qui permet d'avoir une portée plus générale pour le nombre de centaines.
- Un exemple générique : « Pour $\boxed{26}\boxed{1}\boxed{5}$ tu commandes :

  26c 1d 5u »

- En appui sur le tableau de numération : « Pour le nombre de centaines, tu écris le nombre dans le tableau de numération et tu regardes le chiffre des centaines et celui à sa gauche » etc.

Des questions sur la mise en œuvre par l'enseignant sont également apparues concernant le vocabulaire attendu (notamment « milliers », « centaines » ... qui sont préférés à « sachets », « paquets » ... car ils permettent une décontextualisation) ou la gestion de la mise en commun à partir des affiches (comment faire s'il y a beaucoup d'affiches à traiter). Une autre question est apparue concernant la mise en œuvre : faut-il prévoir plusieurs allers-retours entre recherche en groupes des formulations puis tests des méthodes afin de permettre aux élèves d'affiner leur formulation ? Sinon, l'élève aura-t-il la possibilité de revoir sa première formulation ?

Nous avons ensuite présenté certains choix effectués pour la description de cette situation aux enseignants dans la ressource. La description de la situation proposée (pour la deuxième année d'expérimentation) dans la ressource est proposée en annexe. Nous nous sommes appuyés sur les degrés de décontextualisation de Butlen et Pezard (2003) :

> « Pour les énoncés mathématiques nous avons ainsi distingué trois degrés : l'énoncé formel (théorème, définition, propriété, règle de calcul …), l'énoncé formulé à partir d'un exemple, et l'exemple (ou le contre-exemple) seul sans énoncé de règle généralisante. » (p. 57)

En croisant cela avec l'absence/présence de justifications (techniques faibles/fortes), nous obtenons un tableau permettant de prévoir différents types de formulations attendues. Ce tableau, avec des exemples d'énoncés, est proposé dans la ressource, en complément, pour ne pas surcharger la description de la situation.

Savoirs en jeu / Niveaux de décontextualisation	Position	Position et décimalité
Les élèves donnent seulement un exemple	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ 43 centaines, 2 dizaines et 1 bûchette seule.	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ 43 centaines, car 4 milliers = 40 centaines. 2 dizaines et 1 bûchette seule.
Les élèves formulent une règle à partir d'un exemple	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ « Il y a 43 centaines, on s'arrête à la colonne des centaines. On s'arrête parce qu'après c'est les dizaines et les unités. »	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ « Pour le nombre de centaines il faut regarder le rang des centaines et le rang des milliers, parce que 4 milliers c'est 40 centaines. Ca fait 43 centaines, 2 dizaines et 1 bûchette seule. »
Les élèves formulent une règle générale	« Pour trouver le nombre de centaines il faut tracer un tableau et écrire un nombre dans le tableau. On regarde le rang des centaines et ce qui précède. Pour les dizaines et les unités il suffit de regarder les rangs des dizaines et des unités. »	« Pour trouver le nombre de centaines, on regarde le rang des centaines. On prend les milliers aussi parce que dans un millier il y a 10 centaines. Après on regarde les dizaines et les unités »

Figure 1 : Tableau des types d'énoncés attendus

Pour la mise en œuvre de la situation par l'enseignant, les difficultés prévisibles concernent justement le fait que les élèves ne donnent qu'un exemple seul et ne formulent pas de méthode. Dans la ressource, il est proposé à l'enseignant, pendant la phase de recherche, de demander aux élèves d'expliquer à l'oral comment ils ont trouvé ce nombre de centaines, puis d'écrire cette méthode.

Une autre difficulté peut concerner la phase collective de formulation des méthodes pour validation. Des éléments sont indiqués permettant de donner une certaine responsabilité aux élèves dans ce travail :

Phase 4. Justification et vérification des méthodes

L'enseignant sélectionne quelques affiches (3 ou 4) qu'il présente aux élèves (au tableau ou sur une feuille ...).

En collectif, les élèves doivent chercher si les méthodes fonctionnent pour n'importe quel nombre.

Consigne : « Pour chacune des méthodes vous devez chercher si elles fonctionnent bien pour n'importe quel nombre ».

On peut attendre que les élèves proposent des nombres pour vérifier. S'ils ne le font pas d'eux-mêmes, l'enseignant leur propose de le faire.

Il les encourage à chercher des nombres pour lesquels les méthodes incorrectes ne fonctionnent pas. Par exemple pour amener les élèves à préciser les formulations du type « les deux premiers chiffres » ou « couper le nombre en deux », l'enseignant proposera (si les élèves ne le font pas) de tester avec des nombres de 2 ou 3 chiffres.

Il amènera également les élèves à expliquer pourquoi il faut regarder le rang des milliers aussi et pas seulement le rang des centaines pour trouver le nombre de centaines.

Figure 2 : Propositions pour la phase collective

Enfin il est proposé à l'enseignant de faire une synthèse avec les élèves en écrivant une méthode pour la classe.

IV - LA MISE EN ŒUVRE DE LA SITUATION DE FORMULATION DU « MARCHAND DE BUCHETTES »

Dans le cadre de notre expérimentation de thèse, nous avons pu observer la mise en œuvre de cette situation dans deux classes de CE1/CE2 (la situation n'est proposée qu'aux élèves de CE2). Les enseignants, Émilie et Tom, ont environ 10 ans d'expérience. Nous leur avions indiqué de faire, parmi les situations proposées dans la ressource, celles qu'ils voulaient. Nous avions prévu d'aller les observer sur 2 ou 3 séances. La seule « demande » de notre part était de pouvoir venir les observer de préférence sur la situation du marchand de bûchettes s'ils souhaitaient la mettre en œuvre, ce qui les a certainement influencés dans le choix de cette situation. Nous ne savons donc pas s'ils auraient choisi par eux-mêmes de mettre en œuvre cette situation.

Dans ces deux classes, les situations redéfinies par les enseignants, à partir de ce qui était proposé dans la ressource, sont très proches :

- Les enseignants s'appuient tous les deux sur la consigne donnée dans la ressource, même si Émilie l'écrit au tableau et la reformule à l'oral alors que Tom ne la donne qu'oralement ;
- Le déroulement général prévu est également le même que celui proposé dans la ressource : présentation collective, recherche par groupes de deux avec écriture de la méthode sur l'affiche, mise en commun collective des méthodes pour validation puis synthèse finale pour écrire une méthode pour la classe.

On peut faire l'hypothèse que le caractère inhabituel de la situation a pu amener les enseignants à chercher à coller le plus près possible de ce qui est proposé dans la ressource.

Émilie ajoute toutefois à la consigne proposée dans la ressource que le marchand n'a pas plus de 9 dizaines de bûchettes et 9 bûchettes à l'unité, pour éviter que les élèves ne produisent des commandes trop variées, comme elle avait pu en obtenir lors de séances précédentes (par exemple 20c16d5u ou 10c116d5u, etc. pour 2165).

Des différences sont apparues lors de la mise en œuvre en classe. On trouvera la transcription de ces deux séances en annexe. Le travail proposé aux participants consistait donc à faire une comparaison des deux mises en œuvre, au moins pour les premières phases des deux séances (présentation de la consigne et recherche en groupes) à partir des questions suivantes :

- Du côté des élèves : quelles difficultés rencontrées par les élèves ? Quelles formulations utilisées ? Évolution au cours de la séance ?
- Du côté de l'enseignant : comment amène-t-il les élèves à faire évoluer les formulations proposées ?

La discussion collective qui a suivi a permis de mettre en évidence les points suivants. Tout d'abord, lors de la présentation de la situation, les élèves semblent déroutés par la consigne, ce qui amène les enseignants à préciser ce qu'est une « méthode » car cette activité de formulation de méthode n'a jamais été rencontrée auparavant par les élèves. Émilie précise que c'est comme de faire une « leçon », alors que Tom parle de « recette » ou fait référence à la méthode de l'addition posée vue l'année précédente (on peut pourtant penser qu'il s'agissait d'un exemple seul à ce niveau de classe de CE1). Les enseignants des deux classes sont aussi amenés à préciser qu'il faut écrire des phrases, ce qui n'est pas du tout une évidence pour les élèves. Pour permettre aux élèves de démarrer, Tom leur demande de partir d'un exemple. Ce n'est pas le cas d'Émilie qui laisse les élèves chercher pendant qu'elle s'occupe des élèves de CE1. Du coup, les élèves n'écrivent rien (hormis dans un groupe où une élève produit un texte long qui ne correspond pas aux attentes). C'est en revenant voir les élèves qu'Émilie leur permet d'avancer en leur demandant de commencer à écrire ce qu'ils pensent pour « voir si ça donne des idées ». Partir d'un exemple pourrait être incontournable pour les élèves.

Les élèves des deux classes écrivent alors tous un exemple pour démarrer. Mais dans les deux classes, les formulations ne vont pas évoluer de la même manière, ce qui peut être mis en rapport avec les interventions des deux enseignants lors de la phase d'écriture des affiches. Ils demandent tous les deux aux élèves de formuler oralement leur méthode avant de l'écrire (comme cela est suggéré dans la ressource) ce qui permet parfois aux élèves de donner des débuts de méthodes (il faut couper, il faut séparer, on regarde le chiffre, etc.). Dans la classe de Tom cela permet d'obtenir, pour certains groupes, des explications s'appuyant sur l'exemple qu'ils avaient trouvé, comme par exemple :

- « On prend 13 au début parce que c'est les centaines. On prend 27 au début parce que c'est les unités » ;
- « On a coupé 1237. On découpe trente-sept on met trois dizaines et on met sept unités »[35].

Émilie, en circulant dans les groupes, va préciser la demande initiale de méthode en demandant par exemple : « on va imaginer qu'on a n'importe quel nombre à la place de celui-ci, comment on sait ce qu'il faut mettre ici comme centaines, ici pour les dizaines et ici pour les unités ? » ou « si c'était pas neuf-mille-neuf-cent-quatre-vingt-dix-neuf », ou encore « qu'est-ce qui vous a permis de trouver ? » ou même « qu'est-ce que vous avez regardé ? ». Cela lui permet d'obtenir des formulations qui, à partir d'un exemple, vont vers une méthode générale, comme par exemple :

- « 8943 89 centaines 4 dizaines 3 unités. On prend le millier puis on le met dans les centaines. Dans 8943 on avait pris les 8 milliers et on les a mis avec les 9 centaines. »
- « 9999, on prend 99 centaines et 9 dizaines et 9 bûchettes. Pour les centaines, on prend les deux premiers chiffres et pour les dizaines, on prend le 3ème chiffre et les unités, tu prends le 4ème chiffre ».

Le fait de formuler la méthode en parlant du millier ou du quatrième chiffre, permet d'avoir une méthode qui peut s'appliquer pour d'autres nombres. Lors de la phase collective de mise en commun des formulations proposées pour validation, Tom, n'ayant pas obtenu de formulation de méthode, est alors amené à faire un travail de validation des résultats écrits par les élèves sur leur affiche et non de méthodes. Il explique d'ailleurs aux élèves que ce qu'ils ont fait ça marche, mais que pour le nombre qu'ils ont choisi. Il continue toutefois à poursuivre son objectif d'obtention d'une méthode générale et indique à la fin de la séance qu'ils écriront cette méthode après la récréation.

De son côté, Émilie peut s'appuyer, lors de la phase collective, sur les formulations proposées par les élèves pour faire un travail de validation de ces formulations. Elle y prend une grande part de responsabilité en proposant des nombres à tester et en testant ces nombres avec la méthode formulée par les élèves. Cependant, cela permet d'avoir une phase collective pas trop longue où les élèves restent concentrés et participent. Elle s'appuiera sur ces formulations pour construire une méthode pour la classe, là encore sous sa responsabilité. Cette formulation est très proche de celle proposée dans la ressource, qui a pu lui servir de formulation de référence pour la mise en œuvre de sa séance. Elle ne s'appuie plus sur une des méthodes qui avait émergé et qui consistait à cacher les chiffres des dizaines et unités pour trouver le nombre de centaines et qui s'avèrerait pourtant tout aussi efficace.

Elle propose elle aussi un travail de justification des méthodes (toujours sous sa responsabilité) en s'appuyant sur une affiche produite par un groupe où sont écrites les relations entre unités.

[35] Les fautes d'orthographe ont été corrigées dans les productions d'élèves.

Enfin, elle termine en proposant, immédiatement après l'écriture d'une méthode finale, un exercice extrait du manuel de la classe sur la détermination du nombre de centaines dans un nombre à 3 ou 4 chiffres, ce qui permet de poursuivre le processus d'institutionnalisation en donnant la possibilité aux élèves de s'exercer à utiliser cette méthode.

V - CONCLUSION

La modification de la situation initiale en situation de formulation semble bien permettre de laisser une responsabilité à tous les élèves dans la formulation d'une méthode. Même s'ils n'ont pas tous abouti à une méthode générale, tous les élèves se sont engagés dans ce travail de formulation. Cependant, dans les deux classes, les élèves ont été déroutés par la consigne proposée et ont eu des difficultés à dépasser l'exemple pour décrire une méthode générale (même en appui sur cet exemple). Cela témoigne, entre autres, de l'absence de ce type de travail dans ces deux classes.

L'analyse de la mise en œuvre montre également l'importance pour les élèves d'avoir déjà des connaissances, même si elles sont encore implicites, liées à la lecture directe du nombre de centaines pour pouvoir s'engager dans un travail de formulation de cette technique. C'est peut-être un élément essentiel qui pourrait expliquer les différences observées entre les deux classes. Il y aura également un intérêt à poursuivre le travail de formulation après cette situation en jouant sur le stock du marchand pour amener les élèves à construire des techniques qui s'adaptent à ces différents cas (par exemple, « pas de centaine », puis « pas de millier ni de dizaines », …), ce qui pourra également les amener à justifier en s'appuyant sur les relations entre unités.

Du point de vue des enseignants, dans les deux classes, les déroulements sont très proches de ce qui est proposé dans la ressource, ce qui pourrait être lié, là encore, à la nouveauté de la situation. Les enseignants utilisent mot pour mot la consigne qui est proposée, ce qui n'est pas le cas pour les autres situations observées. Ils sont cependant amenés à donner des précisions aux élèves concernant ce qui est attendu (le fait d'écrire des phrases, préciser ce qu'est une « méthode »…). La comparaison des mises en œuvre dans les deux classes montre également l'importance des interventions de l'enseignant lors de la phase de recherche. Certains leviers apparaissent pour faire évoluer les formulations des élèves : tout d'abord le fait d'écrire un exemple semble être nécessaire dans les deux classes avant de produire une méthode générale, puis à partir de cet exemple, arriver à leur faire dire (puis écrire) ce qu'il faudrait faire pour un autre nombre, c'est-à-dire leur faire passer au cas général à travers ce cas particulier, comme le fait Émilie en demandant à un groupe : « On va imaginer qu'on a n'importe quel nombre à la place de celui-ci, comment on sait ce qu'il faut mettre ici comme centaines, ici pour les dizaines et ici pour les unités ? ». Si les élèves ne produisent pas de méthodes ayant un caractère général pendant la recherche, la gestion de la phase collective qui suit peut s'avérer très difficile pour l'enseignant, comme on a pu le voir dans la classe de Tom.

Enfin, on peut se demander comment les enseignants s'empareraient de cette situation hors contexte de recherche. Notre expérimentation de thèse semble montrer que les enseignants ne choisissent pas spontanément de mettre en œuvre cette situation, se limitant à faire la situation d'action. Il est possible que la description proposée dans la ressource ne permette pas aux enseignants de comprendre l'intérêt de cette situation de formulation. On voit alors certaines limites d'une ressource pour initier des évolutions dans les pratiques des enseignants : la mise en œuvre de cette situation pourrait nécessiter la mise en place d'une formation spécifique, tant cette pratique est éloignée de ce qu'ils font habituellement.

VI - BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T. et MERCIER A. (2007), L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In G. Sensevy et A. Mercier, *Agir ensemble*. Presses Universitaires de Rennes, pp. 153-185.

BOSCH M. et PERRIN-GLORIAN M.-J. (à paraître), Le langage dans les situations et les institutions. Essai de croisement de points de vue TAD et TS. *Actes de l'école d'été de didactique des mathématiques de 2011*, éditions La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, éditions La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (2003). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Disponible à http://pagesperso-orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf

BUTLEN D. et PEZARD M. (2003), Étapes intermédiaires dans le processus de décontextualisation *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 23/1, éditions La pensée Sauvage, pp. 41-78.

CHEVALLARD Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 19/2, éditions La pensée Sauvage, pp. 221-266.

COULANGE L. (2010), Étude de pratiques enseignantes et de différenciations dans les apprentissages Mathématiques Scolaires à l' c ole Primaire. *CiDd : II congrès international de didactique 2010*. Université de Genève.

MARGOLINAS C. (2003), Un point de vue didactique sur la place du langagier dans les pratiques d'enseignement des mathématiques, *Conférence plénière, Actes du colloque pluridisciplinaire international, Construction des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement*, Bordeaux, CD-Rom.

MARGOLINAS C. et LAPARRA M. (2008), Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. *Actes du colloque « Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation »*, Bordeaux.

PERRIN-GLORIAN M.-J. (2011), L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement de ressources et formation des enseignants. In C. Margolinas et al. (éds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

TEMPIER F. (2010), Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2, *Grand N* n°86, IREM de Grenoble, pp. 59-90.

retour sommaire

VII - ANNEXES

On trouvera en annexes :

- La situation du « marchand de bûchettes » initiale (première année) proposée dans la ressource
- La situation du « marchand de bûchettes » modifiée
- La transcription de la séance d'Émilie
- La transcription de la séance de Tom

SITUATION DU « MARCHAND DE BUCHETTES » INITIALE (PREMIÈRE ANNÉE)

Enjeux pour l'enseignant

Savoir-faire : décomposer un nombre (de différentes façons), convertir entre unités de numération.

Savoirs : les deux aspects de la numération (position et décimal) mais les relations entre unités se font ici dans le sens des échanges : dans 1 millier il y a 10 centaines, etc.

Problème pour les élèves

Passer une commande pour obtenir le nombre de bûchettes demandées.

Matériel

Le matériel de la situation "combien de bûchettes ?" : les bûchettes, paquets, sachets, boites.

Les bons de commandes.

Description de la situation

Le maître est un marchand de bûchettes : il a devant lui des bûchettes à l'unité, par dizaine, par centaine et par millier. Les élèves vont devoir passer une commande pour obtenir un nombre de bûchettes donné.

Appropriation : commandes sans contrainte

Pour que les élèves s'approprient la situation on commencera par des commandes sans contrainte.

Exemple :

Il nous faut 2615 bûchettes. Combien faut-il commander de milliers de bûchettes, de centaines de bûchettes, de dizaines de bûchettes et de bûchettes seules ?

... milliers de bûchettes
... centaines de bûchettes
... dizaines de bûchettes
... bûchettes

Le problème : commandes avec contraintes

Ensuite on proposera des commandes avec contraintes (sur le nombre de milliers ou centaines, etc.).

Exemples :

a. Il nous faut encore 2615 bûchettes mais l'enseignant n'a plus de milliers de bûchettes. Que faut-il commander ?

.0. millier de bûchettes
... centaines de bûchettes
... dizaines de bûchettes
... bûchettes

b. Maintenant, il n'y a plus qu'un seul millier de bûchettes. Les élèves doivent commander 3167 bûchettes. Que faut-il commander ?

.1. millier de bûchettes
... centaines de bûchettes
... dizaines de bûchettes
... bûchettes

Etc.

Variables

Sans contrainte : présence ou non de **zéro** dans le nombre de bûchettes à commander (par exemple 4020 bûchettes).

Avec contraintes : Nombre d'objets **disponibles** pour chaque unité (nombre de milliers de bûchettes, de centaines de bûchettes, etc.). Par exemple absence de millier de bûchettes, etc. Cela amène les élèves à utiliser les unités du rang inférieur (s'il n'y a pas de millier de disponible, il faut échanger les milliers contre des centaines). On peut aussi **limiter le nombre d'objets disponibles** pour chaque unité pour que les élèves ne commandent pas systématiquement que des bûchettes à l'unité ! (par exemple pour 2615 bûchettes, il faut 2615 bûchettes à l'unité : si on limite à 50 le nombre de bûchettes à l'unité, à la dizaine, ... cela devient impossible).

Mise en commun et validation

L'enseignant recueille les différentes commandes proposées par les élèves. Les élèves comparent leurs solutions et échangent sur leur validité.

Validation collective avec les unités de numération

Comme dans la situation précédente, avant de proposer une validation avec le matériel, il est important **d'amener les élèves à essayer de valider en s'appuyant sur les écritures utilisant les unités de la numération**.

Exemple : 26 centaines + 1 dizaine + 5 unités = 20 centaines + 6 centaines + 1 dizaine + 5 unités = 2 milliers + 6 centaines + 1 dizaine + 5 unités en s'appuyant sur la relation 10 centaines = 1 millier. Le matériel ne peut alors qu'être seulement **évoqué** : par exemple, "20 centaines c'est 2 milliers car si on a 20 sachets on peut les grouper dans 2 boites".

On peut aussi utiliser un **tableau de numération** pour écrire les commandes faites par les élèves et utiliser les relations entre unités quand il y a deux chiffres dans une même colonne.

Validation collective avec le matériel éventuellement

Pour se mettre d'accord, l'enseignant peut toutefois encore proposer d'utiliser **le matériel** (bûchettes, paquets, sachets, boites) **pour réaliser les commandes passées par les élèves** (on peut alors compter oralement ou effectuer les groupements pour voir si on retrouve le nombre de départ).

Synthèse

"Qu'avez-vous appris aujourd'hui ?"

Marchand de bûchettes : des éléments de synthèse

***Rappel :** ces éléments de synthèse sont donnés à titre indicatif. L'objectif est d'aider l'enseignant à faire le lien entre la situation proposée en classe et les savoirs mathématiques en jeu. Cela ne constitue pas une "leçon clé en main". En effet, la synthèse peut se faire par écrit mais aussi oralement, elle peut se faire à "chaud" (à la fin de la séance) ou être repoussée à un autre moment, l'enseignant peut faire participer les élèves et s'appuyer sur leurs formulations, etc. Tous ces choix sont de la responsabilité de l'enseignant.*

Pour commander des bûchettes ...

Pour faire une commande, il faut décomposer le nombre total de bûchettes en milliers, centaines, dizaines et unités.

Par exemple, pour commander 2621 bûchettes, on peut commander :

2 milliers + 6 centaines + 2 dizaines + 1 unité

Car :

Milliers	Centaines	Dizaines	Unité
2	6	2	1

Et si le marchand n'a plus de millier ou centaine ... ?

Voici différents exemples de **commandes avec contraintes**.

<table>
<tr><th>Contraintes</th><th>Procédures</th><th>Savoir en jeu</th></tr>
<tr><td>Il n'y a plus de millier</td><td>Pour obtenir les 2 milliers de 2621 il faut commander 20 centaines :
26 centaines + 1 dizaine + 5 unités</td><td rowspan="3">Aspect décimal de la numération
10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur.
1 dizaine = 10 unités,
1 centaine = 10 dizaines,
donc 1 centaine = 100 unités
1 millier = 10 centaines,
donc 1 millier = 100 dizaines
et 1 millier = 1000 unités</td></tr>
<tr><td>Il n'y a plus de centaine</td><td>Pour obtenir les 6 centaines de 2621 il faut commander 60 dizaines :
2 milliers + 61 dizaines + 5 unités</td></tr>
<tr><td>Il n'y a plus de millier ni de dizaine</td><td>Pour obtenir les 2 milliers de 2621 il faut commander 20 centaines et pour les 2 dizaines il faut 20 unités :
26 centaines + 21 unités</td></tr>
</table>

SITUATION DU « MARCHAND DE BUCHETTES » (DEUXIÈME ANNÉE : ACTION ET FORMULATION)

Il s'agit de la situation inverse de la situation précédente de dénombrement car il s'agit de partir du nombre total de la collection (écrit en chiffres) pour produire une collection en tenant compte de diverses contraintes.

Cela va permettre d'engager tout un travail (qui se prolongera dans les exercices et problèmes) sur la prise d'informations directe à partir de l'écriture chiffrée. Par exemple l'écriture 2165 nous dit que le nombre est composé de 2M 1C 3D 5U mais aussi 21C 3D 5U, ou encore 2M 13D 5U, etc. Il sera également possible (cf. exercices et problèmes) de résoudre des problèmes, par lecture directe sur l'écriture chiffrée, comme par exemple : « Le directeur de l'école a besoin de 1350 billets de tombola. Les billets sont vendus par carnets de 100. Combien faut-il en commander ? »

Objectifs :

Produire des collections à partir de l'écriture chiffrée.

Découvrir que l'on peut obtenir des informations sur la collection directement à partir de l'écriture chiffrée.

Formuler une méthode (2ème étape) pour cette prise d'information dans un cas particulier (recherche d'une décomposition en centaines, dizaines, unités d'un nombre à 4 chiffres).

Matériel :

Matériel des bûchettes. Feuilles A3 pour les affiches éventuelles et marqueurs (2ème étape).

Déroulement :

1ère étape

Phase 1 : Appropriation

Le maître est un marchand de bûchettes : il en a à l'unité, par dizaine (paquets de dix), par centaine (paquets de cent) et par millier (paquets de mille).

« Vous avez des commandes de bûchettes à faire. Il vous faut exactement le bon nombre de bûchettes. Combien pouvez-vous commander de bûchettes à l'unité, par dizaines, par centaines et par milliers ? »

Exemples de commandes : 2165 bûchettes, 4708 bûchettes.

Phase 2 : Le problème

Différentes contraintes sont proposées :

1. Le marchand n'a plus de bûchettes par milliers (rupture de stock). Que faut-il commander pour avoir le nombre de bûchettes que l'on veut ?

Exemples de commandes : 1385 bûchettes, 2165 bûchettes.

Remarque : il est possible que certains élèves commandent 1385 bûchettes à l'unité. L'enseignant peut alors faire remarquer que cette commande est correcte mais serait coûteuse à réaliser et suggérer que l'on veut que notre commande n'utilise pas trop d'objets pour être facilement réalisée.

Vérification des réponses des élèves : par utilisation des unités de numération, par exemple 3C + 8D + 5U = 385 ou 13C + 8D + 5U = 1M + 3C + 8D + 5U = 1385. Mais pour les élèves en difficulté, on pourra réaliser leur commande avec le matériel et dénombrer les bûchettes.

2. Le marchand n'a plus de bûchettes par centaines (mais il a des milliers). Que faut-il commander pour avoir le nombre de bûchettes que l'on veut ?

Exemples de commandes : 2165 bûchettes, 5407 bûchettes.

3. Le marchand n'a plus de bûchettes ni par milliers ni par dizaines. Que faut-il commander pour avoir le nombre de bûchettes que l'on veut ?

Exemples de commandes : 4027 bûchettes, 2165 bûchettes.

Variable principale : *le stock du marchand. Par exemple le fait de ne plus avoir de bûchettes par milliers va amener les élèves à chercher comment faire des milliers en utilisant des centaines, donc faire des conversions de milliers en centaines. S'il n'y a plus de centaines, on est amené à faire des conversions de centaines en dizaines, etc.*

La taille des nombres est également une variable importante car plus elle augmente, plus la procédure de passage par le dessin ou les écritures additives devient coûteuse.

Procédures possibles*, pour le premier cas (pas de millier). Pour une commande de 1385 bûchettes par exemple, les élèves peuvent commander 13 centaines 8 dizaines et 5 bûchettes seules. Voici des exemples de procédures possibles pour arriver à ce résultat :*

<table>
<tr><td>Par le dessin : dessin de sachets de 100 bûchettes et comptage de cent en cent jusqu'à « mille trois cents ». Comptage du nombre de sachets de 100 obtenus : il y en a 13.</td><td>Ecritures additives : 100 + 100 + 100 + 100 + ... jusqu'à 1300 et comptage du nombre de 100 obtenus. Il y a 13 sachets de 100.</td><td>Utilisation d'une conversion : conversion de 1 millier en 10 centaines et ajout des 3 centaines restantes. 13 centaines.</td><td>Lecture directe à partir de l'écriture chiffrée : dans $\boxed{13}85$ il y a 13 centaines.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Une fois que les élèves ont trouvé le nombre de sachets, ils peuvent trouver le nombre de paquets de dix et de bûchettes à l'unité par lecture au rang des dizaines et des unités : 8 paquets de 10 et 5 bûchettes à l'unité.</td></tr>
</table>

Phase de synthèse (cf. première partie des éléments de synthèse)

Faire le bilan sur les différentes façons de commander 2165 bûchettes. Expliquer que les quatre commandes différentes correspondent à différentes « décompositions » du nombre 2165. Ces décompositions seront mises en évidence, sans indiquer pour le moment de méthode (ce sera l'enjeu des phases suivantes).

2ème étape

Phase 3. Formuler une méthode générale

On considère à nouveau le cas où le marchand n'a plus de bûchettes par milliers.

Consigne : « Vous allez écrire une méthode pour trouver ce qu'il faut commander au marchand (qui n'a pas de bûchettes par millier). Votre méthode doit marcher pour n'importe quel nombre ».

Les élèves écrivent une affiche par groupes.

Difficultés possibles : les élèves peuvent rencontrer des difficultés pour écrire une méthode : certains se contentent de donner un exemple. L'enseignant peut alors leur demander d'expliquer à l'oral comment ils ont trouvé ce nombre de centaines, puis leur dire d'écrire cette méthode.

Phase 4. Justification et vérification des méthodes

L'enseignant sélectionne quelques affiches (3 ou 4) qu'il présente aux élèves (au tableau ou sur une feuille …).

En collectif, les élèves doivent chercher si les méthodes fonctionnent pour n'importe quel nombre.

Consigne : « Pour chacune des méthodes vous devez chercher si elles fonctionnent bien pour n'importe quel nombre ».

On peut attendre que les élèves proposent des nombres pour vérifier. S'ils ne le font pas d'eux-mêmes, l'enseignant leur propose de le faire.

Il les encourage à chercher des nombres pour lesquels les méthodes incorrectes ne fonctionnent pas. Par exemple pour amener les élèves à préciser les formulations du type « les deux premiers chiffres » ou « couper le nombre en deux », l'enseignant proposera (si les élèves ne le font pas) de tester avec des nombres de 2 ou 3 chiffres.

Il amènera également les élèves à expliquer pourquoi il faut regarder le rang des milliers aussi et pas seulement le rang des centaines pour trouver le nombre de centaines.

Synthèse

« A partir de vos méthodes, nous allons maintenant écrire une méthode pour la classe, qui doit nous permettre de décomposer un nombre plus grand que mille sans utiliser de milliers ».

Prolongement possible

On peut poursuivre en travaillant avec d'autres décompositions : « et si le marchand n'a plus de centaines de bûchettes ? », quelle sera la méthode ? etc.

Exemple de formulations incomplètes pour trouver le nombre de centaines :

1. « Il faut couper le nombre en deux. »
2. « Il faut regarder les deux premiers chiffres du nombre et les deux premiers chiffres est égal au nombre de centaines ».
3. « Il faut regarder les deux premiers nombres et les transformer en paquets de 100 »

Problème des « deux premiers chiffres » ou « couper le nombre en deux » : ces formulations ne sont pas générales. Elles ne marchent plus si on a un nombre à 3 chiffres par exemple (ou plus tard à 5 chiffres, etc.).

Compléments pour la phase 3 : classification des formulations possibles.

Dans chaque case, on trouvera des exemples de formulations proposées par des élèves.

Savoirs en jeu **Niveaux de décontextualisation**	**Position**	**Position et décimalité**
Les élèves donnent seulement un exemple	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ 43 centaines, 2 dizaines et 1 bûchette seule.	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ 43 centaines, car 4 milliers = 40 centaines. 2 dizaines et 1 bûchette seule.
Les élèves formulent une règle à partir d'un exemple	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ « Il y a 43 centaines, on s'arrête à la colonne des centaines. On s'arrête parce qu'après c'est les dizaines et les unités. »	M C D U $\boxed{4\ 3}$ $\boxed{2}$ $\boxed{1}$ « Pour le nombre de centaines, il faut regarder le rang des centaines et le rang des milliers, parce que 4 milliers c'est 40 centaines. Ça fait 43 centaines, 2 dizaines et 1 bûchette seule. »
Les élèves formulent une règle générale	« Pour trouver le nombre de centaines il faut tracer un tableau et écrire un nombre dans le tableau. On regarde le rang des centaines et ce qui précède. Pour les dizaines et les unités, il suffit de regarder les rangs des dizaines et des unités. »	« Pour trouver le nombre de centaines, on regarde le rang des centaines. On prend les milliers aussi parce que dans un millier il y a 10 centaines. Après on regarde les dizaines et les unités »

L'objectif sera d'arriver, à partir des productions des élèves, à formuler une règle générale prenant en compte la position et la décimalité.

Voici un autre exemple d'une telle formulation donnée par une élève : *« Dans les centaines y'a forcément des centaines, dans les milliers on le sait qu'il y a des centaines. On ne va pas aller jusqu'aux dizaines et les unités parce que dans les dizaines et les unités y'a pas de centaines. Donc on regarde le rang des milliers et le rang des centaines ».*

Pour faire évoluer les formulations des élèves d'une ligne vers une ligne en-dessous, l'enseignant va demander d'écrire une méthode (exemple → règle avec exemple) puis une méthode qui marche pour n'importe quel nombre (règle avec exemple → règle générale).

Pour faire évoluer les formulations des élèves de la colonne de gauche à la colonne de droite, l'enseignant demande aux élèves d'expliquer pourquoi ça marche (« comment tu sais qu'il faut regarder le rang des milliers ? », « pourquoi on ne regarde pas aussi le rang des dizaines ? » … et sortir éventuellement le matériel des bûchettes pour montrer un millier de bûchettes).

Éléments de synthèse

1. Différentes façons de produire une collection (ou faire une commande) à partir d'un nombre.

2165

c'est

2 M + 1 C + 6 D + 5 U

Sans utiliser de millier

Sans utiliser de centaine

Sans utiliser de millier ni de centaine

Etc.

21 C + 6 D + 5 U car 2 M = 20 C	**2 M + 16 D + 5 U** car 1 C = 10 D	**21 C + 65 U** car 2 M = 20 C	**…**

2. Comment trouver ces différentes écritures ?

La méthode est rédigée sous la dictée les élèves (mais avec l'aide de l'enseignant) suite à la situation de formulation.

Voici un exemple de formulation possible :

- Pour trouver le nombre de centaines dans un nombre plus grand que mille, on regarde le rang des milliers et le rang des centaines. Il ne faut pas oublier qu'il y a dix centaines dans chaque millier.
- Pour les dizaines, on regarde le rang des dizaines.
- Pour les unités, on regarde le rang des unités.

Un exemple :

Décomposer 2165 en centaines, dizaines et unités.

M	C	D	U
2	1	6	5

21C 6D 5U

NB : pour la formulation de la méthode, à l'expression « chiffre des … », nous préférons utiliser le terme de « rang des … » (ou bien « le chiffre au rang des … ») qui font davantage référence à la position dans l'écriture chiffrée.

3. Prolongements

Après avoir traité les exercices et problèmes de décompositions de nombres, on pourra faire à nouveau une synthèse au cours de laquelle on indiquera différentes méthodes de décompositions :

Pour lire directement le nombre de milliers, de centaines, dizaines, d'unités dans un nombre, je peux utiliser le tableau de numération.

Dans le nombre 3148 :

<table>
<tr><th>Je peux lire :</th><th>Parce que je sais :</th></tr>
<tr><td><table><tr><th>M</th><th>C</th><th>D</th><th>U</th></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr></table>3M 1C 4D 8U</td><td></td></tr>
<tr><td><table><tr><th>M</th><th>C</th><th>D</th><th>U</th></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr></table>31C 4D 8U</td><td>3 milliers c'est 30 centaines</td></tr>
<tr><td><table><tr><th>M</th><th>C</th><th>D</th><th>U</th></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr></table>3M 14D 8U</td><td>1 centaine c'est 10 dizaines</td></tr>
<tr><td><table><tr><th>M</th><th>C</th><th>D</th><th>U</th></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr></table>31C 48U</td><td>3 milliers c'est 30 centaines

4 dizaines c'est 40 unités</td></tr>
<tr><td><table><tr><th>M</th><th>C</th><th>D</th><th>U</th></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>8</td></tr></table>314D 8U</td><td>3 milliers c'est 300 dizaines

1 centaine c'est 10 dizaines</td></tr>
<tr><td>Etc.</td><td></td></tr>
</table>

CLASSE DE TOM

Résumé de la première partie de la séance

Lors de la séance précédente, le travail avait porté sur les commandes de bûchettes. Après les commandes sans contrainte, pour le premier cas sans millier (2165), aucun élève n'avait trouvé la bonne réponse. Un deuxième cas sans millier (5237) avait été traité après la récréation (non observé). Aujourd'hui l'enseignant commence par rappeler ce qui a été fait lors de la séance précédente : des commandes avec le matériel qui est posé sur la table au fond de la classe (bûchettes). Cela lui permet de faire un rappel des relations entre unités (par exemple : « quand on fait 10 paquets de 10 on obtient ? »). Il propose ensuite un premier cas sans contrainte : 1234 bûchettes à commander. Après recherche individuelle, la validation se fait collectivement en allant au fond de la classe et en réalisant une commande proposée par un élève. Pour la deuxième commande, l'enseignant précise qu'il n'y a plus de millier. Il faut commander 1436 bûchettes. Pendant la recherche individuelle, beaucoup d'élèves écrivent directement 14c 3d 6u (certains dans un tableau de numération). Une élève fait une erreur. Lors de la phase collective (organisée comme la précédente), l'enseignant interroge cette élève ce qui permet d'invalider sa réponse. Il termine en demandant pourquoi on a mis le 1 et le 4 ensemble et pas le 1, le 4 et le 3. Une élève explique que « le 3 des dizaines, il va pas dans les centaines », ce qui est approuvé par l'enseignant qui ajoute que là on s'est arrêté aux centaines. Enfin l'enseignant propose une dernière commande : 1327 mais il n'y a plus de millier ni de dizaine. Pendant la recherche, beaucoup d'élèves écrivent 13C27 (éventuellement dans un tableau) mais certains font des erreurs : 132c7u ou 13d27u. La validation se fait toujours collectivement à partir des erreurs.

Transcription de la suite de la séance

<u>Épisode 1 : de 21'20 à 23'30, collectif. Présentation collective</u>

E : maintenant, je vais vous donner, vous allez vous mettre par deux, Lilou tu vas aller t'asseoir à côté de Nagel là-bas. Alors, chut… Nous revenons dans la situation où je suis le marchand j'ai des unités, des dizaines, j'ai des centaines mais je n'ai pas de millier. Nous revenons à cette euh à cette situation. Chut. Je vous donne une feuille rose, magnifique n'est-ce pas ? C'est une grande feuille. Pourquoi je vous donne une grande feuille, parce que comme ça vous allez pouvoir écrire gros, je vais vous donner un feutre. Vous allez pouvoir écrire gros de façon à ce que l'on, après, on puisse tous bien voir et bien lire. C'est bon j'ai donné une grande feuille à chaque équipe ? Alors, chut… Sur cette feuille vous allez donc m'écrire, à deux hein, une méthode, un moyen de faire une commande au marchand que je suis.

Un e : *inaudible*

E : non vous travaillez à deux. D'accord ? Écoutez-moi, écoutez bien la consigne (l'E se déplace à son bureau pour lire la consigne écrite sur un document imprimé à partir de la ressource). Sur cette feuille, vous allez m'écrire une commande, vous allez m'écrire une co… euh vous allez m'écrire une méthode pardon, pour commander des bûchettes au marchand. Sachant que le marchand, il n'a pas de milliers. Et ça ça doit marcher pour tous les nombres. Que j'en commande mille-trois-cent-vingt-sept comme ici, que j'en commande deux-mille-cinquante-deux, que j'en commande euh sept-cent-vingt-et-un, d'accord ? Pour n'importe quel nombre il faut que vous ayez une méthode pour que vous puissiez me commander les bûchettes. D'accord ? Allez c'est parti ! Je vous donne un feutre.

<u>Épisode 2 : de *23’30 à 25’30, en groupes de 2 et collectif. Début de recherche et précisions sur la consigne par l’enseignant.*</u>

Dès le début de la phase de recherche, un élève dit quelque chose (inaudible au dictaphone) qui amène l’enseignant à revenir sur la consigne.

Un e : *inaudible*

E : pardon ?

Un e : *inaudible*

E : votre méthode doit marcher pour n’importe quel nombre d’accord ? Euh, vous êtes pas obligés de me faire quelque chose de très bien présenté sur cette feuille rose d’accord ? D’accord ? Quand on a appris l’année dernière à poser une opération debout, d’accord, debout, en colonne, d’accord ? C’est une méthode, qui marche pour n’importe quel nombre. Là c’est la même chose que je vous demande, je ne vous demande pas de m’inventer une opération. D’accord ? Mais je vous demande… peut-être qu’il va falloir écrire, d’accord, des morceaux de phrases, d’accord ? Mais je vous demande une méthode pour commander n’importe quel nombre. Tout à l’heure je sais plus c’est euh Lilou qui nous a dit ah bah oui quand on a, vous savez quand je vous ai dit est-ce qu’on prend le nombre là le troisième nombre et tout, vous m’avez dit des choses par rapport à ça. Bon moi je n’ai pas de millier c’est tout ce que je n’ai pas.

Les élèves continuent de chercher. L’enseignant circule pour voir ce qu’ils font.

E : si c’est difficile, partez d’un exemple.

<u>Épisode 3 : de 25’30 à 33’, en groupes de 2. Recherche d’une méthode.</u>

E continue de circuler. Il passe voir <u>le groupe 1</u>, qui a écrit 13 centaines + 27 unités.

E : ça c’est pour le nombre d’ici (*le nombre traité dans la phase précédente et qui est encore au tableau*). Mais je veux que vous me fassiez une méthode qui marche pour n’importe quel nombre. Parce que si par exemple je prends le nombre deux-mille-six-cent-vingt-quatre, je vais pas prendre treize centaines et vingt-sept unités. D’accord ?

26’30

E : une méthode c’est un peu comme une recette, comme une recette de cuisine, d’accord. Ça c’est un exemple. Alors maintenant que vous avez réussi avec un exemple, essayez d’expliquer comment vous allez faire, comment on fait pour n’importe quel nombre.

27’20

E : expliquez-moi comment on fait. Quand on n’a pas de millier on fait quoi ?

Un e : *inaudible*

E : quand vous écrivez votre nombre, vous écrivez quoi d’abord ?

Un e : *inaudible*

E : c'est-à-dire ? Là regardez par rapport à cet exemple, vous avez quel nombre ? Qu'est-ce que vous avez fait comme chose au début pour commencer ?

Un e : *inaudible*

E : vous avez pris ?

Un e : treize

E : treize. Pourquoi vous avez pris treize ?

Un e : *inaudible*

E : oui mais pourquoi vous avez pris treize ?

Un e : *inaudible*

E : et ben voilà vous m'écrivez ça. D'accord ? On prend, on prend je sais pas moi on prend… Allez écrivez. Ça serait peut-être pas bon mais au moins…

28'30

L'E passe voir le groupe 5 Un élève explique la méthode (inaudible au dictaphone).

E : d'accord mais là vous m'avez fait un exemple. Qu'est-ce que vous avez fait là dans votre tableau là. Comment vous me les avez rangés vos nombres ?

Un e : *inaudible*

E : eh ben écrivez-le donc moi que vous avez séparé.

Un e : *inaudible*

E : mais là c'est un exemple. Pour n'importe quel nombre qu'est-ce que vous avez fait ?

Un e : *inaudible*

E : voilà voilà et bien mettez-le ça.

L'E passe voir le groupe 3. Un élève explique la méthode (inaudible au dictaphone).

E : ça veut dire quoi que t'as transformé ? T'as fait quoi ?

Un e : on a coupé.

E : vous avez coupé, ben écrivez-moi ça avec des mots, d'accord ? Alors couper, séparer, je sais plus ce que vous avez…

Un e : *inaudible*

E : pardon ? hein ?

Un e : comparer

E : on dit pas quel est plus grand quel est le plus petit.

Un e : *inaudible*

E : oui mais c'est un exemple. Il faut que la méthode marche…

30'05

L'E passe voir le <u>groupe 2 ? ou 4 ?</u>

E : ah mais c'est vachement bien ça.

L'E s'adresse maintenant à toute la classe :

E : y'en a certains là comme je vous ai demandé… vous me dites que vous coupez, vous séparez c'est très bien mais euh n'oubliez pas là tout à l'heure je vous ai demandé pourquoi on n'a pas coupé par exemple après le deux. Pourquoi on a coupé après le trois ? Y'a une raison et cette raison vous me l'avez dite en plus. D'accord ? Pourquoi on coupe à un certain endroit ?

L'E continue de circuler.

Les méthodes proposées par les différents groupes : ce que j'ai relevé des productions des élèves (dont je n'ai pas pu garder les affiches) :

<u>Groupe 1</u> :

13 centaines + 27 unités.

M	***C***	***D***	***U***
1	***3***	***2***	***7***

On prend 13 au début parce que c'est les centaines. On prend 27 au début parce que c'est les unités.

<u>Groupe 2</u> :

12 paquets de 100

0 dizaines

1 unité

1201

C	***D***	***U***
12	***0***	***1***

<u>Groupe 3 :</u>

1237

C	D	U
12	3	7

***On a coupé 1237.* On découpe trente-sept on met trois dizaines et on met sept unités.**

Groupe 4 :

Exemple :

(m) (d)

13 | 0 0   On prend 13 c 0 d

On prend treize centaines et zéro dizaine. On les a séparé parce qu'on ne peut pas mettre les dizaines avec des centaines, parce que les dizaines prennent le plus petit nombre.

Groupe 5 :

1467

C	D	U
14	6	7

14 paquets de 100

6 paquets de 10

7 unités

On a coupé quatorze de mille quatre cent soixante sept. On a coupé le six et le sept parce qu'il y a six dizaines et sept unités.

Épisode 4 : *de 33' à 42', collectif : mise en commun des méthodes*

L'E place les affiches au tableau.

E : à part la couleur de la feuille et du crayon, quel est le point commun entre vos œuvres ? entre vos affiches ?

Un e : *inaudible*

E : non alors eh, je te demande le point commun et toi tu dis y'a plein de choses c'est pas pareil. Non, qu'est-ce qui est pareil justement ?

Un e : y'a des phrases.

E : oui

Un e : y'a un tableau

E : y'a des exemples. Vous êtes tous partis d'un exemple, vous êtes tous parti d'un tableau des nombres là, centaines, dizaines, unités. Y'en a même là Nagel et Lilou (*groupe 1*) qui m'ont même mis une colonne millier. Alors normalement ça, pourquoi ça serait pas correct ça ?

L'E montre une affiche où est écrit entre autres :

M	*C*	*D*	*U*
1	*3*	*2*	*7*

Un e : Parce que y'a pas de millier.

E : bon d'accord. Mais, mine de rien, ils ont fait quand même quelque chose qui tient à peu près la route. Alors. On va d'abord regarder celui du haut, celui de Nathan et de Jennifer (*groupe 2*). Donc, tout le monde voit là ?

Les e : oui

E : douze paquets de cent, zéro dizaine, une unité, donc ils étaient partis du nombre ? Kalifa tu nous le lis ce nombre ?

Ka : mille-deux-cent-un.

E : mille-deux-cent-un. D'accord. Ils ont pris douze paquets de cent, zéro dizaines, une unité. Êtes-vous d'accord ?

Des e : oui.

E : oui. Bien. Est-ce que…

Quelqu'un entre dans la classe…

E : je vous avais demandé de faire quoi ?

Un e : de faire une méthode.

E : de faire une méthode. Et puis cette méthode il fallait que ?

Un e : faut que ça marche que ça tienne la route quelque soit le nombre

E : faut que ça tienne la route pour tous les nombres. C'est-à-dire c'est comme une recette de cuisine, quelque soit la marque des œufs de la farine ou du beurre, faut que ça marche. Quand on prend deux-cents grammes de beurre pour faire un gâteau par exemple, que ça soit du beurre Lescure, Pâturage, ou du… c'est pareil. D'accord ? Quel est le problème là dans ce qu'ils ont fait ?

Un e : *inaudible*

E : là ils sont partis d'un exemple mais moi je demandais une méthode qui marche pour tous les nombres alors c'est juste ce que vous avez fait. Si je veux commander mille-deux-cent-une bûchettes, oui je vais prendre douze centaines, oui je vais prendre une unité, c'est vrai.

Un e : dans une recette, on fait pas une opération.

E : Pas forcément, bon alors oubliez ce que j'ai dit là à propos de la recette, revenons à ça. Bon, il faut… vous n'avez pas expliqué comment vous avez fait. Ça marche mais ça marche que pour ce nombre mille-deux-cent-un.

Un e : *inaudible*

E : alors celle-ci (*E montre l'affiche du* *groupe 3*). Alors vous vous êtes partis du nombre mille-deux-cent-trente-sept. Bien vous avez fait un tableau avec c, d, u. Pourquoi ?

Un e : parce que y'a des centaines, des dizaines et des unités.

E : et surtout y'a pas ?

Des e : de milliers.

E : et puis surtout on a dit que dans le tableau des nombres normalement ? Est-ce que ça normalement on le voit ça ? (*E montre le 12 dans la colonne des centaines*)

Des e : non

E : pourquoi ?

Un e : parce que les milliers il faut un tableau de milliers.

E : mais d'habitude dans un tableau des nombres comme ça, qu'est-ce que je vous dis à chaque fois ?

Un e : qu'il faut pas mettre deux chiffres dans la même colonne.

E : deux chiffres, très bien. Normalement dans une colonne comme ça y'a qu'un seul chiffre.

Un e : *inaudible*

E : mais comme on n'a pas de millier eh bien voilà ils l'ont mis là. Il faut douze centaines trois dizaines et sept unités. OK. Ça c'est bon, c'est-à-dire que si on commande, si vous venez à la table vous commandez douze centaines trois dizaines et sept unités on va bien obtenir le nombre que vous m'avez demandé. D'accord. On a coupé (*l'E lit l'affiche*) mille-deux-cent-trente-sept. Très bien. Effectivement on a coupé ce nombre. On coupe les deux centaines. Alors après, qu'est-ce que vous avez écrit là ? Lis-nous ce que tu as écrit Christopher là je n'arrive pas à lire.

Ch : on découpe trente-sept on met trois dizaines et on met sept unités.

E : d'accord. Bon on découpe trente-sept on met trois dizaines et sept unités. Mais alors on coupe les deux centaines après ?

Ch : après on découpe les trente-sept unités parce que si on n'avait pas de dizaine on les mettrait…

E : d'accord mais bon… Donc on a coupé. Bon. Alors ensuite on va prendre l'affiche du bas là (*affiche du groupe 5*). Celle-ci. C'est qui ça ? Alors là vous êtes partis de cet exemple là. Vous avez coupé. On a le même tableau que Christopher et Benny.

L'E lit l'affiche.

E : on a coupé quatorze de mille quatre cent soixante sept. On a coupé le six et le sept parce qu'il y a six dizaines et sept unités. OK. Mais moi je vous pose une question. Pourquoi on a coupé quatorze et comme tout à l'heure, pourquoi on a coupé quatorze, pourquoi on n'a pas coupé cent-quarante-six ?

Un e : les milliers on les a mis ensemble…

E : ça répond pas à ma question ça. Pourquoi on a coupé quatorze, pourquoi on n'a pas coupé cent-quarante-six ?

Un e : les dizaines ça fait pas partie des centaines.

E : le six ne fait pas partie des ?

Des e : centaines.

E : Bien. OK. Donc là c'est encore un petit peu plus précis. Mais voilà. Ensuite, cet exemple là, c'est qui ça ? Alors, (*E lit l'affiche du groupe 4*) mille-trois-cent. On prend treize centaines et zéro dizaine. On les a séparé parce qu'on ne peut pas mettre les dizaines avec des centaines, parce que les dizaines prennent le plus petit nombre. Alors là faut que tu nous expliques.

Un e : *inaudible*

E : on les a séparées parce qu'on ne peut pas mettre les dizaines avec les centaines. D'accord. On ne peut pas mettre les centaines euh les dizaines avec les centaines. D'accord. Parce que les dizaines prennent les plus petits nombres. Ça veut dire quoi ça que les dizaines… ?

Un e : prennent les unités parce qu'ils ne peuvent pas aller avec les centaines.

E : d'accord. C'est-à-dire que les centaines est-ce qu'on peut en faire avec des dizaines ? des centaines est-ce qu'on peut en faire avec des dizaines ?

Un e : non

E : on ne peut pas faire des centaines avec des dizaines ?

Les e : si.

E : Combien il faudrait en mettre comme ça ?

Des e : dix.

E : par contre, les dizaines, est-ce qu'on peut prendre des centaines pour faire des dizaines ?

Des e : non.

E : Bon la dernière c'est… (*E montre l'affiche du groupe 1 et la lit*) Alors ici on prend treize au début parce que c'est les centaines. On prend vingt-sept au début. Alors au début c'est plutôt euh, c'est plutôt la fin d'accord Nagel ? On prend vingt-sept parce que c'est les unités. Bon qu'est-ce que vous en pensez de ça ?

Un e : c'est mieux que les autres.

E : pourquoi c'est mieux que les autres ?

Un e : parce que c'est bien expliqué.

Un e : c'est mieux.

E : vous comprenez mieux cette méthode là ?

Des e : oui.

E : ah je serais tenté d'être d'accord avec vous. On prend treize au début. Dis donc toi qui es une super nulle en math, c'est bien quand même hein ? Non mais elle dit toujours qu'elle est nulle en maths. Tu vois que tu sais faire des choses en maths. C'est bien. Alors là c'est un exemple, du coup on verra après, on fera une méthode vraiment pour tous les nombres mais c'est bien ce qu'elle a fait Lilou et Negeb. C'est bien ce qu'ils ont fait. On prend treize au début parce que ce sont les centaines. Et bien oui dans ce nombre là des centaines on en a combien ?

Un e : treize.

E : treize. Et on prend vingt-sept parce que ce sont les unités. C'est très bien Lilou, donc je ne veux plus t'entendre dire que t'es nulle en maths. D'accord ?

Un e : par contre au deux o ils ont oublié la majuscule.

E : oui mais bon là on est en train de réfléchir. Donc ça c'est une méthode qui marche très bien pour cet exemple. Et tout à l'heure on essaiera d'écrire une méthode, donc là du coup on ne mettra plus de nombres. On ne mettra plus de nombre parce que comme ça on aura une méthode qui marchera pour tous les nombres. Que ça soit le un, le zéro, le quatre, le cinq … Ça marche ?

Les e : oui.

E : OK. Récré.

Affiche réalisée collectivement lors de la séance suivante

Avant de passer à la réalisation collective, Tom avait choisi finalement de refaire une séance de formulation pour améliorer les méthodes proposées par les élèves.

Voici l'affiche à laquelle il a finalement abouti après ce travail :

Pour faire un nombre à 4 chiffres, si on n'a pas de milliers :
On prend les milliers dans les centaines.

Exemples : 1988 → 19 centaines.

40 01 → 40 centaines

CLASSE D'ÉMILIE

Séances précédentes

Lors de séances précédentes, les élèves ont travaillé sur des commandes variées.

S1 : marchand de bûchettes, sans contrainte puis avec contrainte : plus de millier. Au cours de cette séance, les élèves ne rencontrent pas de difficultés particulières : ils réinvestissent rapidement les connaissances acquises sur les nombres à trois chiffres.

S2 : reprise du marchand de bûchettes, avec contraintes : plus de centaines puis plus de milliers ni de dizaines.

S3 : commandes de cubes (matériel multibase représenté) avec des contraintes variées.

Transcription de la séance

8 élèves de CE2, 7 élèves de CE1. Les élèves de CE2 sont deux par table. Les groupes seront constitués par ces binômes.

Épisode 1 : de 0' à 5', collectif. Présentation de la situation.

L'enseignante ouvre le tableau où est écrit : « Le marchand n'a plus de bûchettes par milliers. Il possède 9 bûchettes à l'unité et 9 dizaines de bûchettes. Trouver une méthode qui fonctionne pour tous les nombres. »

E : je vous explique la situation *[inaudible]*. Le marchand n'a plus de bûchettes par millier *[inaudible]*, possède neuf bûchettes à l'unité, pas plus. Vous allez réfléchir en ne pensant que, en pensant qu'il n'a par unité que neuf bûchettes. *[inaudible]* En dizaines, même chose il en a neuf au maximum. On ne peut pas en utiliser plus aujourd'hui. On va simplifier le travail. *[inaudible]* Par contre les centaines, il a tant qu'il veut. Là j'ai sorti un paquet mais il y en a d'autres encore dans le carton. Il a tant qu'il veut. Autant que nécessaire. D'accord ? La consigne elle est en bleu. Je vous demande aujourd'hui de trouver une méthode, on pourrait dire aussi une règle, pour passer commande au marchand, et une méthode qui fonctionnerait avec n'importe quel nombre, jusqu'à quatre chiffres, évidemment parce qu'on n'a travaillé que sur les nombres jusqu'à quatre chiffres.

Des e : euh *[inaudible]*.

E : et bien oui je me doute bien Darcy que ce n'est pas facile. Je vous demande un peu d'être un maître ou une maîtresse et trouver ce qu'on pourrait écrire comme leçon. Quelle serait la méthode qu'on pourrait donner à n'importe qui et qui marcherait à tous les coups pour n'importe quel nombre…

Un e : sans millier ?

Une e : ah mais c'est facile

E : … sans millier, avoir de millier.

Un e : dix paquets de cent

E : je vais donc vous donner une grande feuille comma ça, vous allez travailler avec votre voisin ou voisine et vous allez essayer de m'écrire + cette méthode. Alors bien-sûr vous pouvez bavarder avec le voisin ou la voisine mais on parle doucement, on chuchote pour pas perturber le travail des CE1. Et surtout comme il y aura des autres groupes il ne faut pas entendre ce qu'on est en train de faire sinon tout à l'heure on *[inaudible]*. Je vais aussi vous donner un feutre. Vous allez écrire avec un feutre pour qu'on voie bien tout à l'heure sur vos affiches.

E distribue les feutres et les affiches.

E : Molly, qu'est-ce qu'il faut faire, avant que je parte ? Chut, on écoute.

Mo : *[inaudible]*

E : une méthode. Victor, continue.

Vi : qui marche

E : qui marche, c'est-à-dire comme ça ?

V : avec neuf unités

E : au maximum, y'en a pas plus.

V : au maximum neuf bûchettes, dizaines

E : neuf dizaines de bûchettes

V : mais autant de centaines

E : autant de centaines que l'on veut. Il faut que ça marche avec n'importe quel nombre la méthode que vous allez écrire.

Un e : mais ça ne peut pas marcher avec n'importe quel nombre.

Un e : ça peut marcher avec n'importe quel nombre *[inaudible]* Avec des nombres plus grands.

E : ça marchera peut-être avec des nombres plus grands on verra. Pour le moment, on reste sur les nombres jusqu'à quatre chiffres. Allez on essaie. Victor tu poses ta règle.

Un e : on fait pas de phrase.

E : ah si il va falloir des phrases, si, si.

Un e : on écrit des phrases au feutre.

E : au feutre oui. Donc d'abord vous discutez avec vote voisin voisine pour vous mettre d'accord et ensuite vous écrivez. Allez on essaie.

L'enseignante passe avec les CE1.

<u>Épisode 2 : de 5' à' 28'30, en groupes de deux. Recherche du problème.</u>

Les élèves cherchent pendant que l'enseignante est avec les CE1.

Dans un groupe (groupe 1), une élève écrit un texte très long (toute seule) : « quand le marchand n'a plus de milliers, il faut trouver un nombre sans millier. Et quand il n'y a que 9 bûchettes à l'unité il faut trouver un nombre avec moins de 9 bûchettes à l'unité et quand il n'y a que 9 dizaines de bûchettes il faut un nombre avec 9 dizaines de bûchettes. Exemple : 199, ça marche parce que »…

Les autres groupes n'écrivent rien.

L'enseignante ne s'en rend pas compte car elle est avec les CE1.

13'. E revient voir les élèves de CE2 : elle passe voir un groupe (groupe 2) à qui elle dit de commencer à écrire ce qu'ils pensent pour voir si ça donne des idées puis rappelle la consigne. Elle retourne avec les CE1.

Groupe 2 : écrit « 1551 15 centaines c'est mille cinq cent. 5 dizaines c'est cinquante et 1 unité c'est un ».

Groupe 4 : écrit « quand le marchand n'a plus de millier il faut faire une méthode sans millier. Exemple il faut faire quelque chose avec des centaines, dizaines et unité ».

Groupe 3 : écrit 9999 on prend 99 centaines et 9 dizaines et 9 bûchettes.

15' : E revient voir les CE2.

Elle demande au groupe 4 : « Comment on sait ce qu'on prend comme centaines ? Qu'est-ce qu'on regarde, qu'est-ce qui nous aide dans le nombre pour savoir combien de centaines on doit prendre ? Ecrivez-moi ça. »

Extrait du dialogue avec le groupe 3 :

E : là vous m'avez fait un exemple. Et il est juste. Pour ce nombre c'est vrai. […] Mais ce n'est pas ma consigne d'aujourd'hui. La consigne d'aujourd'hui c'est de trouver une méthode qui marche pour n'importe quel nombre. Donc maintenant on va imaginer qu'on a n'importe quel nombre à la place de celui-ci, comment on sait ce qu'il faut mettre ici comme centaines, ici pour les dizaines et ici pour les unités ? »

Vi : il suffit tout simplement de regarder le chiffre.

E : Le chiffre ? Je sais pas ce que c'est moi. Mais si tu m'expliques des choses dans ce sens là, tu peux peut-être y arriver. Il suffit de regarder quoi ?

Vi : par exemple sur celui-ci…

E : je veux pas celui-ci. Parce que ça c'est déjà fait. Non, je veux n'importe quel nombre. + Qu'est-ce qu'on regarde ? On regarde quoi ?

Un e : *[inaudible]*

E : oui mais on n'a pas de millier. Le marchand lui il n'a pas de bûchettes par milliers.

Vi : pour les centaines on regarde les deux premiers nombres

E : vous êtes sûr de votre mot là, ça c'est quoi ?

Un e : chiffre

E : chiffre c'est mieux.

Vi : les deux premiers chiffres.

E : et si vous m'écriviez ça…

L'enseignante passe ensuite voir le *<u>groupe 1</u>* *:*

E : Alors elle nous a fait un roman là. *L'enseignante relit le début de ce qui est écrit.* Pour l'instant on n'a pas de méthode. Alors exemple. *Elle continue de lire*. Oh la on n'est pas du tout dans la consigne là.

L'enseignante leur donne une nouvelle affiche. Elle leur rappelle la consigne.

[…]

E : on prend un nombre à quatre chiffres. Allez donnez-moi un nombre à quatre chiffres.

e : huit mille neuf cent quarante trois. *[inaudible]*

E : Allez tu écris à côté quatre-vint-neuf centaines. Après ? En faisant attention, aujourd'hui il possède que neuf dizaines et neuf unités.

e : quatre dizaines

E : d'accord.

e : trois unités.

E : ça c'est bien ça marche bien pour ce nombre. Alors maintenant qu'est-ce qui vous permet d'arriver à cette solution ? Qu'est-ce qui vous permet de trouver ?

e : normalement si on n'a pas de millier il faut mettre le millier dans la centaine

E : qu'est-ce que tu veux dire là ?

e : on prend le millier on l'ajoute avec la centaine.

E : on l'ajoute ça veut dire qu'on fait huit plus neuf ?

e : non. On le met avec la centaine.

E : essayez de m'écrire ça. Vous avez un début d'idée de méthode. Tu as dit on prend…

24'45 E passe ensuite avec le *<u>groupe 2</u>*. *Elle lit leur affiche puis leur demande :*

E : comment vous avez fait pour trouver ça ? Qu'est-ce que vous avez regardé ? Qu'est-ce qui vous a permis de trouver ?

e : euh … *[inaudible]* dix centaines c'est un millier.

E : et si on l'écrivait ça ? *[inaudible]* dix centaines c'est un millier. On l'écrit ça ?

26' *L'enseignante passe ensuite avec le* *groupe 4.*

E : quelle serait la commande que vous passeriez ?

e : quatre-vingt-dix-neuf centaines c'est neuf-mille-neuf-cent.

E : quatre-vingt-dix-neuf centaines ça fait neuf-mille-neuf-cent, d'accord. Et si c'était pas quatre-vingt-dix-neuf ? Enfin si c'était pas neuf-mille-neuf-cent-quatre-vingt-dix-neuf, qu'est-ce qu'on peut regarder dans le nombre ?

e : tu caches.

L'élève cache les unités et les dizaines avec sa main : il reste seulement 99 de visible.

E : Bon alors si vous avez quelque chose à écrire allez-y.

Formulations proposées par les différents groupes (affiches) :

Groupe 1 : « 8943 89 centaine 4 dizane 3 unité. On prend le milier puis on le mes dans les centaine. Dans 8943 on avais pris les 8 milliers et on les a mi avec les 9 centaines. »

Groupe 2 : « (1551) 15 centaines c'est mille cinq cents. 5 dizaines c'est cinquante et 1 unités c'est un. 10 centaines c'est 1 millier. 10 dizaines c'est 1 centaine 10 unités c'est 1 dizaines. »

Groupe 3 : « 9999, on prend 99 centaines et 9 dizaines et 9 bûchettes. Pour les centaines on prend les deux promier chiffres et pour les dizanes on prend le 3ème chiffres et les unités tu prends le 4ème chiffres ».

Groupe 4 : « Quand le marchand n'a plus de milliers il faut faire une méthode sans milliers. Il faut en faire quelle que chose avec des centaines, dizaines, unités. Exemple : 9999 c'est quatre neuf. 99c 9d 9u. Si tu enlève les deux derrnière nombres tu vas trouver 99c. »

Épisode 3 : de 28'30 à 39', collectif. Mise en commun des formulations.

E : le démarrage a été difficile mais après vous avez tous pu me dire au moins, alors certains moins facilement, mais vous avez tous su me dire des choses intéressantes. Et tout le monde commençait à avoir des idées de méthodes. Ça c'est bien.

L'enseignante place les 4 affiches au tableau.

E : Alors voilà ce qu'on va faire. Je vais les lire et vous allez devoir me dire si elles fonctionnent pour n'importe quel nombre.

Un e : je ne comprends pas très bien.

E : au lieu de dire je comprends rien tu attends je vais lire chaque méthode proposée par les enfants et on va vérifier si elles fonctionnent. Ça y'est tu as compris la manière dont on a choisi de travailler ?

L'enseignante lit la première affiche.

E : Pour les centaines, on prend les deux premiers chiffres et pour les dizaines on prend le troisième chiffre et les unités tu prends le quatrième chiffre. On vérifie avec un exemple ? Allez. Par exemple mille-cinq-cent-vingt-et-un. Ils nous disent pour les centaines on prend les deux premiers chiffres. Est-ce que c'est ça que vous appelez les deux premiers chiffres ?

Les e : oui.

E : quarante-cinq (*E entoure le 45 au tableau*). Qu'est-ce que vous en pensez ? Est-ce qu'on aura bien quarante-cinq centaines à commander ?

Les e : oui

E : pour les dizaines on prend le troisième chiffre, donc on nous parle de celui-ci je suppose (*entoure le 2*). Ça marche ? Et pour les unités tu prends le quatrième chiffre (*entoure le 1*). C'est bon ça marche ? Maintenant je prends un autre nombre. Toujours avec leur méthode. *L'enseignante écrit 821 au tableau.* On essaie ? On prend les deux premiers chiffres. Ça marche ?

Des e : non.

Un e : pour celui-ci c'est un seul.

E : pour celui-ci c'est un seul. D'accord. Donc qu'est-ce qu'on peut dire ? La méthode elle fonctionne mais il faut que le nombre il ait combien de chiffres ?

Les e : quatre chiffres

E : voilà. Donc ça on peut dire c'est d'accord, ça marche avec les nombres à quatre chiffres. On passe à Killian et Sophia. Je lis pas votre exemple on passe directement à ce que vous avez essayé d'écrire comme méthode. Dix centaines c'est un millier. Dix dizaines c'est une centaine. Dix unités c'est une dizaine.

Un e : c'est vrai.

E : tout ça c'est vrai.

Un e : mais on le savait déjà tout ça.

E : Alors on le sait déjà. Qu'est-ce qui nous manque alors dans cette formulation, dans cette manière de faire ? […] Tout ça c'est juste mais ce n'est pas une méthode. Ça nous dit pas comment faire. […] Et sûrement que tout à l'heure on le réutilisera quand on va vraiment formuler une méthode ensemble, en tous cas une manière ensemble, on réutilisera sûrement des choses qui ont été trouvées ici. On y revient après. On passe là ? (*E montre la troisième affiche*) C'est qui déjà ? D'accord, c'était Max et Lorie. Alors. Quand le marchand n'a plus de millier il faut faire une méthode sans millier. […] Jusque là est-ce qu'on avance beaucoup ?

Les e : non.

E : ça veut dire que si on n'en a pas on n'en a pas. On continue. Il faut en faire quelque chose avec des centaines, dizaines et unités.

Des e : oui.

E : c'est quoi quelque chose, qu'est-ce que vous vouliez dire par quelque chose ?

e : on voulait dire un nombre.

E : alors peut-être vous voulez dire il faut utiliser les centaines, les dizaines et les unités pour faire des échanges peut-être. Bon, on y reviendra. Je continue. Là on a un exemple, on le laisse pour le moment. Et vous m'avez écrit si tu enlèves les deux derniers nombres, tu vas trouver quatre-vingt-dix-neuf centaines.

e : mais c'était pour ce nombre, c'était pas pour tous les nombres.

E : c'était pour celui-là. Est-ce que tu peux venir, je crois que c'est Max qui l'a fait, avec ta main, tout à l'heure tu as fait quelque chose sur le nombre avec ta main. Est-ce que tu peux venir le faire sur le tableau. Je vais écrire un nombre au tableau. J'en prends un autre. *(E écrit 5283)* Cinq-mille-deux-cent-quatre-vingt-trois. Qu'est-ce que tu as fait tout à l'heure avec ta main ?

L'élève cache le 8 et le 3 avec sa main.

E : voilà Max il a mis sa main comme ça et il m'a dit, mets-toi sur le côté parce que Sofiane voit pas, et il m'a dit là je vois les centaines, enfin il faut les centaines là. Qu'est-ce qu'il fait avec sa main ?

Un e : il cache les dizaines et les unités.

E : il cache les dizaines et les unités. Et qu'est-ce qu'il nous laisse voir avec sa main ?

Des e : les centaines. Les milliers et les centaines.

E : d'accord. Alors on va dire le rang, le rang, c'est la colonne, le rang des centaines et le rang des milliers. D'accord Max. Ce qui voudrait dire que dans leur méthode en réalité, chut les CE1 […] Donc troisième méthode. On pense que si l'on cache les deux derniers chiffres du nombre, on voit la réponse pour le nombre de centaines nécessaire. C'est ce qu'il nous a dit. Est-ce que ça marche avec un nombre à trois chiffres ?

Des e : non.

E : on essaie. (*E écrit 872 au tableau)* Je fais la même chose que Max tout à l'heure. Est-ce que ça nous permet de voir, je cache les deux derniers, est-ce que ça nous permet de voir combien il faut de centaines ? (*E cache avec sa main : il reste 8).*

Des e : oui.

E : ah oui ça marche. D'accord ? Donc là une petite chose différente de votre méthode : je cache les deux derniers chiffres. Ça marche même si je n'ai que trois chiffres.

Un e : et si on avait que deux chiffres ?

E : si on a deux chiffres on n'a pas de souci puisque de toute manière on n'a pas de centaine. D'accord ? On passe à la dernière. (E montre la dernière affiche et lit) On prend le millier puis o, le met dans les centaines. Alors ils nous ont fait un exemple. Pour huit-mille-neuf-cent-quarante-trois ils ont mis le huit avec le neuf. C'est ça hein ? On a mis les huit milliers avec les neuf centaines. On reprend les milliers et on les met avec les centaines. On essaie. (*E écrit au tableau 2043*) Combien va-t-on commander de centaines dans ce cas là ?

Un e : zéro.

Un e : deux

Un e : vingt

E : on a toutes les réponses là : deux, vingt, zéro.

Des e : vingt, vingt.

E après avoir réfléchi ?

Des e : vingt.

E : combien va-t-on commander de centaines au marchand pour pouvoir avoir deux-mille-quarante-trois bûchettes ?

Un e : y'a pas de centaines donc vingt centaines ça fait deux milliers.

E : Victor, tu peux poser ta règle pour te concentrer un petit peu, on a besoin de l'esprit de tout le monde ce matin c'est pas facile. Donc vous m'avez dit vingt. C'est d'accord. (*l'E entoure le 20 de 2043*). On a pris le chiffre des milliers, on l'a mis avec celui des centaines. Maintenant j'ai un nombre qui n'a pas de millier ? (E écrit au tableau 511) Comment je trouve les centaines ? Combien de centaines ? Si je respecte votre méthode Emma. On prend les milliers on les met avec les centaines. On en n'a pas. Donc quelle est la réponse ?

Des e : cinq

<u>Épisode 4 : de 39' à 48', collectif. Bilan et formulation d'une méthode pour la classe</u>

E : D'accord. (*E entoure 5 de 511*) Donc ça semble fonctionner aussi. Vous êtes tous partis dans des choses un peu différentes mais vous avez tous trouvé des choses intéressantes. Maintenant si on se résume, on se regroupe. Dans toutes les méthodes on a parlé, et ça c'est sûr, des centaines et des milliers. Pour trouver combien il y a de centaines, combien il faut commander de centaines. (*L'E écrit en même temps au tableau la méthode qu'elle énonce*). Pour trouver combien il faut commander de centaines, deux points. Alors qu'est-ce qu'on fait ? Pour trouver combien il faut commander de centaines, avec tout ce qu'on vient de dire là, qu'est-ce qu'on pourrait formuler maintenant ? Qu'est-ce qu'on regarde, qu'est-ce qu'on utilise ? Allez Max vas-y.

Max : on cache les dizaines et les centaines.

E : si tu veux bien, au lieu de parler de ce que l'on cache, tu vas me parler de ce qu'on regarde.

Max : on regarde les centaines.

Un autre e : on regarde le troisième chiffre.

E ; on a dit que le troisième chiffre c'était pas toujours le cas si on avait un nombre à trois chiffres. Donc ce que tu appelles le troisième chiffre c'est le chiffre de quelle colonne ?

Un e : des centaines.

E : Allez. (*l'E continue d'écrire sa méthode au tableau*) On regarde le rang, on n'a pas beaucoup utilisé ce mot, on peut l'utiliser, ou on peut dire le chiffre des. Le rang des centaines. Est-ce que ça suffit ? Nicolas ?

Ni : non

E : non on avait dit aussi qu'il fallait regarder le rang des ?

Des e : milliers.

E : et des milliers (*E continue d'écrire la méthode au tableau*). Pourquoi on regarde aussi celui des milliers ?

Un e : euh.

E : pourquoi on regarde aussi celui des milliers alors que ce sont des centaines que l'on cherche ? Pourquoi on regarde aussi celui des milliers alors que ce sont des centaines dont on est en train de parler ? Emma.

Em : on regarde celui des milliers et celui des centaines.

E : tu le dis toujours de la même manière mais ça m'éclaire pas. C'est là que Sophia et Killian ont écrit quelque chose qui peut nous servir. Pourquoi on part des milliers ?

Une e : parce que dix centaines ça fait un millier.

E : d'accord. (*E finit d'écrire la méthode au tableau*) On regarde aussi celui des milliers parce que dans un millier, y'a quoi dans un millier ?

Des e : dix centaines.

Un e : et cent dizaines.

E : oui mais aujourd'hui on parle des centaines on pourra voir ça pas tout de suite. Dans un millier il y a dix centaines. Je fais un petit exemple maintenant pour vérifier ce qu'on vient de dire est correct. Les rangs on peut les représenter avec un petit tableau de numération, comme on faisait avec les nombres à 3 chiffres. Qu'est-ce je trouve à droite dans mon tableau ?

Une e : unités, comme dans une addition.

E écrit U dans la colonne de droite

E : après ?

Des e : dizaines

E écrit D dans la deuxième colonne.

E : centaines

E écrit C dans la troisième colonne.

E : et milliers

E écrit M dans la quatrième colonne.

E : Et milliers. On va commencer avec un nombre à quatre chiffres (*E écrit 1528 dans le tableau de numération*). Dans notre méthode on a dit : pour trouver combien il faut commander de centaines, on regarde le rang des centaines et celui des milliers parce que dans un millier il y a dix centaines. Donc combien de centaines on commande ici ?

Les e : quinze.

E : quinze. Ça a l'air de fonctionner. On prend un nombre plus petit. Un nombre à trois chiffres. (*E écrit 917 dans le tableau*) Je prends ma méthode et je l'applique hein. Pour trouver combien il faut commander de centaines, je regarde le rang des centaines et celui des milliers.

Un e : y'en a pas.

E : Y'en a pas. Parce que dans un millier y'a dix centaines. Donc combien de centaines on prend ?

Un e : neuf.

E : neuf. Ça a l'air de fonctionner. Ça va ? On a regroupé un peu tout ce que vous aviez dit ?

Des e : oui.

E : alors maintenant on va faire un exercice d'application dans le cahier de maths. […]

Les élèves doivent recopier d'abord la méthode écrite au tableau.

L'enseignante passe avec les CE1 puis revient pour indiquer l'exercice du manuel à faire (« A portée de math » CE2, p.36, exercice 1).

E : Sophia tu lis la consigne ?

So : indique le nombre de centaines dans chacun de ces nombres.

E : indique le nombre de centaines dans chacun de ces nombres. Ça ressemble au travail que l'on vient de faire ensemble. Est-ce que vous voyez le lien entre les deux ou pas ?

Des e : oui.

E : oui pour tout le monde. On cherche combien il y a de centaines dans chacun de ces nombres. Alors comment on va présenter ça ? Vous allez écrire le nombre, vous écrirez d'abord le nombre, deux petits points et vous écrirez il y a hum hum centaines.

Des e : d'accord.

<u>*Épisode 5 : de 48' à 58'30, individuel. Exercice d'application.*</u>

Les élèves cherchent individuellement l'exercice du manuel. Il s'agit d'un exercice décontextualisé dans lequel il faut indiquer le nombre de centaines dans un nombre à 4 chiffres.

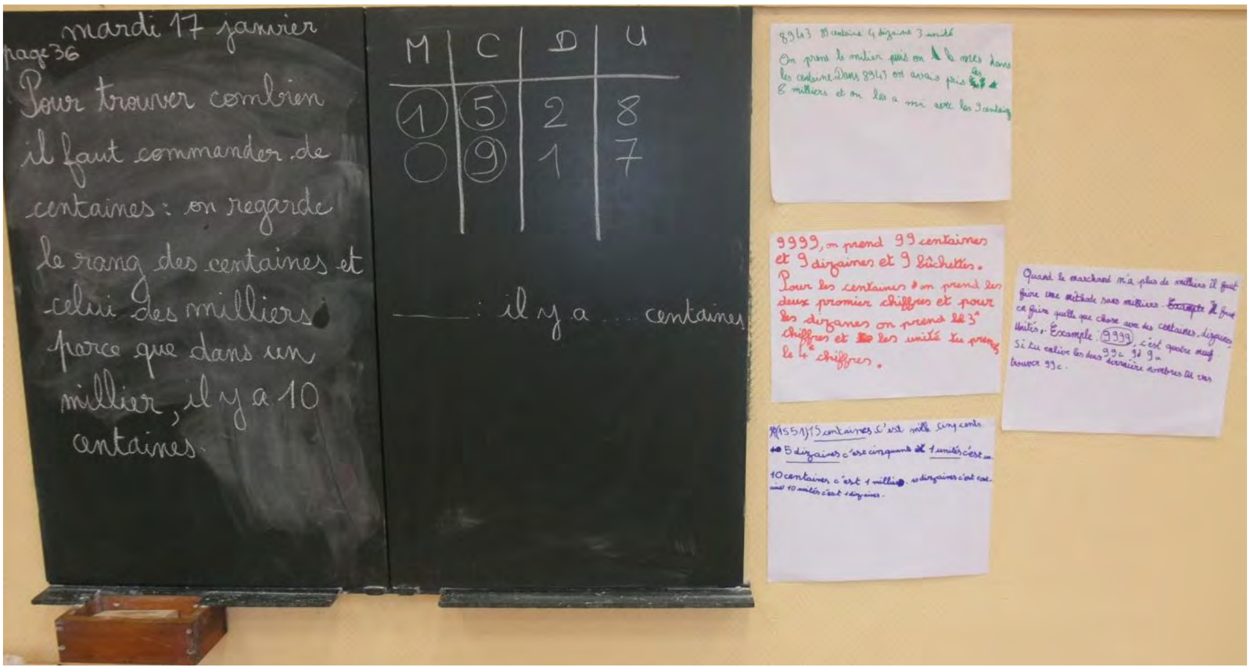
Pas d'erreur hormis pour deux élèves :

- *Un qui pour un nombre avec 70 centaines a écrit 7 centaines. Mais elle se corrige toute seule.*
- *Un autre qui pour un nombre à trois chiffres avait pris les chiffres des centaines et dizaines (46). Mais lui aussi s'est corrigé tout seul. Il raye le 6.*

L'enseignante passe voir les élèves pour corriger avec chacun d'eux. Quand elle passe voir l'élève qui a rayé le 6 elle lui demande pourquoi.

Finalement quand elle est passée voir les élèves ils avaient tous réussi.

Fin de la séance.



[retour sommaire](#)

EXPLOITATION PEDAGOGIQUE D'UNE EXPOSITION SUR LES INSTRUMENTS DE CALCULS

Frédérique PLANTEVIN
Maître de conférences, UBO
Groupe « Instruments dans la classe »-IREM de Brest- LMBA
frederique.plantevin@univ-brest.fr

Christelle LE BRUSQ
Professeur, Collège du Vizac, Guipavas
Groupe « Instruments dans la classe »-IREM de Brest
christelle.le-brusq@ac-rennes.fr

Résumé
La rencontre avec un collectionneur d'instruments anciens a permis à l'IREM de Brest de monter une exposition sur les instruments de calcul de la multiplication à destination des élèves des classes de cycle III et de collège mais aussi de lycée. L'objectif de cette exposition était d'y accueillir les élèves pour des ateliers d'une demi-journée pendant lesquels ils pourraient manipuler les instruments, en construire tout en découvrant leur histoire. Un groupe inter-degré (université, collège, écoles) a été monté à l'IREM pour mettre au point des séquences d'activités avec les instruments et les tester dans les classes des membres du groupe. Exposition et ateliers ont été présentés aux enseignants lors du colloque de l'IREM en février 2012 avant l'ouverture aux classes de cycle III, de collège et de lycée avec des activités adaptées à chaque niveau. Le but de cet atelier est de faire partager l'expérience vécue. Une partie de l'atelier est consacrée à la présentation générale de l'exposition, des instruments et du matériel pédagogique réalisé pour cette occasion ; mais la plus grande partie est utilisée pour découvrir les instruments en suivant en quelque sorte les pas des élèves ; cette expérience partagée devenant le point de départ pour imaginer l'exploitation pédagogique qui en a été et peut en être faite.

Exploitations possibles
En classe, ou en formation des maîtres, cet atelier permet de découvrir des instruments de calculs et de les exploiter pédagogiquement . La documentation riche permet également une approche historique.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Instruments. Calcul. Histoire. Multiplication.

EXPLOITATION PEDAGOGIQUE D'UNE EXPOSITION SUR LES INSTRUMENTS DE CALCULS

Frédérique PLANTEVIN
Maître de conférences, UBO
Groupe « Instruments dans la classe »-IREM de Brest- LMBA
frederique.plantevin@univ-brest.fr

Christelle LE BRUSQ
Professeur, Collège du Vizac, Guipavas
Groupe « Instruments dans la classe »-IREM de Brest
christelle.le-brusq@ac-rennes.fr

Résumé
La rencontre avec un collectionneur d'instruments anciens a permis à l'IREM de Brest de monter une exposition sur les instruments de calcul de la multiplication à destination des élèves des classes de cycle III et de collège mais aussi de lycée. Notre objectif était d'y accueillir les élèves pour des ateliers d'une demi-journée pendant lesquels ils pourraient manipuler les instruments, en construire tout en découvrant leur histoire. Un groupe inter-degré (université, collège, écoles) a été monté à l'IREM pour mettre au point des séquences d'activités avec les instruments et les tester dans les classes des membres du groupe. Exposition et ateliers ont été présentés aux enseignants lors du colloque de l'IREM en février 2012 avant l'ouverture aux classes de cycle III, de collège et de lycée avec des activités adaptées à chaque niveau. Faire partager l'expérience vécue était le but de l'atelier que nous avons proposé au colloque 2012 de la COPIRELEM. Une partie de l'atelier a été consacrée à la présentation générale de l'exposition, des instruments et du matériel pédagogique réalisé pour cette occasion ; mais la plus grande partie a été utilisée pour découvrir les instruments en suivant en quelque sorte les pas des élèves ; cette expérience partagée devenant le point de départ pour imaginer l'exploitation pédagogique qui en a été et peut en être faite.

Depuis 2007, l'IREM de Brest a organisé l'accueil de plusieurs expositions d'instruments mathématiques. Elles ont lieu toujours à la même période, pendant le printemps, et dans le même lieu, la bibliothèque universitaire du Bouguen. En 2008, c'était "Venez prendre l'aire ... à Brest !", une exposition montée par le REHSEIS à partir d'instruments de calcul intégral des réserves du Musée des Arts et Métiers ; en 2009, c'était "La science nautique au 18ème siècle", une exposition d'instruments de navigation créée par l'association Sciences en Seine et Patrimoine. A chaque fois, des ateliers originaux ont été proposés à des classes de niveau adapté après que l'ensemble ait été présenté aux enseignants lors du colloque de l'IREM. A chaque fois, nous avons essayé de favoriser la manipulation des instruments lorsque c'était possible, d'en faire construire ou de travailler sur des prototypes pour en faire découvrir le principe de fonctionnement. Nous avons acquis la certitude que par l'étude et la manipulation d'instruments mathématiques, on pouvait parler de mathématiques et faire des mathématiques d'une façon pertinente pour elles mais aussi intéressante d'un point de vue didactique car les instruments suscitent la curiosité de beaucoup d'élèves et donc peut-être leur adhésion au-delà des cinq premières minutes d'attention. Nous pensons aussi que la manipulation des instruments est nécessaire pour permettre une appropriation des questions relevant de leur étude, de leur fonctionnement, de leur développement, de leur histoire. Et enfin, nous sommes persuadés qu'il y a une "intelligence du geste" sur laquelle on peut s'appuyer pour faire comprendre les concepts qui sous-tendent ces instruments et les mathématiques qu'ils mettent en œuvre.

I - DESCRIPTION DU PROJET DE L'EXPOSITION « MULTIPLIEZ ! »

L'exposition que nous avons organisée en 2012 a les mêmes objectifs et suit donc le même schéma à la seule différence près qu'elle a été créée de toute pièce à partir d'une collection privée d'instruments de calcul très riche qui, si elle avait été déjà montrée, n'avait jamais fait l'objet d'une exposition. Tout devait donc être fait : sélection des instruments, réalisation du catalogue avec toutes les recherches historiques nécessaires, analyse du fonctionnement des instruments, travail pratique pour en avoir la maîtrise, analyse comparée entre instruments, conception des panneaux de l'exposition avec la recherche documentaire nécessaire, mise en scène des instruments, conception, réalisation et tests des activités proposées aux classes, conception et construction d'instruments pour permettre la manipulation ou compléter la collection. Il fallait aussi réunir les moyens financiers et logistiques ainsi que trouver les compétences techniques pour concevoir et réaliser catalogue, panneaux, système de fixation, instruments en bois. Ensuite, il fallait organiser l'accueil pratique des classes, c'est-à-dire trouver les lieux et surtout les personnes susceptibles d'encadrer les groupes d'élèves en visite dans l'exposition.

Le collectionneur possède essentiellement des instruments arithmétiques. Dès l'été 2010, nous avons décidé d'un commun accord de choisir les instruments de calcul de la multiplication et de centrer l'exposition autour de cette opération. Cela permettait de proposer des instruments intéressants dès le cycle III (multiplicatrices d'Odhner, bâtons de Neper) et jusqu'au lycée et au-delà (instruments logarithmiques).

1 Organisation et répartition du travail en amont

Une partie importante du travail a été réalisé en collaboration avec le couple de collectionneurs et au sein du groupe recherche formation de l'IREM : "Instruments de calcul dans la classe". La catalogue a été pris en charge par les collectionneurs qui ont fait les recherches historiques nécessaires pour accompagner les photos des instruments sélectionnés et en ont assuré la mise en page des versions successives. La version finale est le résultat de relectures et de discussions tout au long du processus de rédaction avec Frédérique Plantevin. Au fur et à mesure de ce travail, une vision d'ensemble des instruments de l'exposition s'est fait jour, permettant de la concevoir dans sa globalité et donc de l'organiser au mieux. Cette étape a été cruciale pour mettre au point plus tard sa présentation puis sa visite guidée. Elle a été utile pour présenter l'exposition aux étudiants qui ont participé à l'encadrement des ateliers. La conception des panneaux et tout le travail de synthèse sur l'exposition a été réalisé par Frédérique Plantevin à partir des ressources collectées par elle mais aussi par les collectionneurs au cours de leurs recherches et de leurs visites de musées (voir le panneau des crédits de l'exposition).

Illustration 1: Vue sud de l'exposition

Illustration 2: Vue nord de l'exposition

Le groupe IREM a été monté un an avant l'exposition de façon à avoir le temps d'expérimenter dans les classes cibles (cycle III du primaire et début de collège) et de mettre ainsi au point des activités adaptées aux élèves. Il réunissait trois professeurs des écoles, deux professeurs de collège (dont Christine Le Brusq) du même bassin (Guipavas), un universitaire (Frédérique Plantevin) responsable du groupe et les collectionneurs. Son travail en amont de l'exposition était conçu par les enseignants comme une activité de liaison entre CM2 et 6ème : des rencontres ont été organisées entre élèves des deux niveaux autour des multiplicatrices Odhner en particulier. Chaque enseignant a pu préparer ses élèves puis les mettre en activité sur les huit machines que le collectionneur avait mis à disposition du groupe (cf Le Brusq et *al* 2013).

2 Texte de présentation de l'exposition

« La multiplication est une opération à la fois utile et délicate, l'étude du développement des instruments qui permettent de la calculer illustre bien l'évolution des techniques de calculs en général. L'exposition lui est consacrée et propose de suivre l'histoire de son calcul entre le 17ème siècle et le milieu du 20ème siècle au travers d'une collection d'instruments anciens et de répliques de certains autres qui n'existent plus. Elle se situe donc dans le temps après la généralisation de l'usage de la numération indienne et du calcul écrit en Europe et avant l'arrivée des calculatrices.

L'exposition montre le rôle essentiel de la numération décimale de position - que les chiffres indiens rendent possible - dans le développement des techniques de calcul. C'est elle qui permet de passer du calcul mental, digital (avec les doigts) et avec jetons, en usage en France jusqu'à la fin du Moyen-Age, au calcul écrit à partir de la Renaissance, puis aux instruments mécanisant ces procédés.

C'est cette dernière mutation qu'illustre l'exposition en réunissant des abaques basées sur les bâtons de Néper (bâtons de Néper, de Genaille, horloge de Schikhard, arithmographe de Bollée), des instruments mettant en œuvre la multiplication comme addition répétée d'un même nombre grâce aux idées lumineuses de Leibniz sur la mécanisation des calculs (arithmomètre de Thomas, tous ses « descendants » jusqu'à la Curta pour les cylindres cannelés de Leibniz ; calculatrices Odhner et toutes ses dérivées - dont les Brunsviga - pour les roues à nombre variable de dents) et des instruments logarithmiques reposant sur les propriétés du logarithme de transformer produit en somme (règles à calcul, cylindres de Fuller, de Otis, Loga, cercles logarithmiques). L'existence et la large diffusion de ces instruments montrent à la fois le très grand besoin de tels instruments permettant d'exécuter plus d'opérations complexes en moins de temps et la capacité de les produire à grande échelle. Cette recherche d'efficacité et la croissance de la puissance de production sont caractéristiques de la révolution industrielle, elles seront illustrées par des documents sur les usines de montage comme celles de la Brunsviga. Un grand nombre de barèmes, livres de tables de multiplications de nombres, de tables de calculs d'une formule mettant en œuvre des multiplications de grandeurs spécifiques d'un métier (fabrication d'engrenages, de poutres, de munitions, calculs de résistance équivalente, conversions, …) sont également présentés.

Enfin, pour illustrer le défi que représente la maîtrise de ce calcul, une collection importante d'instru-ments pédagogiques et ludiques à destination des enfants est réunie, et montre le souci permanent de-puis la fin du 19ème siècle d'aider les enfants à apprendre leurs tables de multiplication. »

3 Les instruments des ateliers

Illustration 3: Une vue de la salle d'exposition. Au premier plan, instruments pour les ateliers : multiplicatrices, calculateur Le Pelletier et coffre des bâtons de Neper.

Pendant les ateliers, les élèves pouvaient manipuler et réaliser des calculs avec des machines de technologie Odhner, mises à disposition par le collectionneur essentiellement.

Il y avait : deux Brunsviga, une Thalès, une Walther, une Schubert (Allemagne), une Vaucanson (France), une Famosa (Espagne), une Jion (Mexique), une Original Odhner (Suède), toutes fabriquées dans les années 1940 à 60.

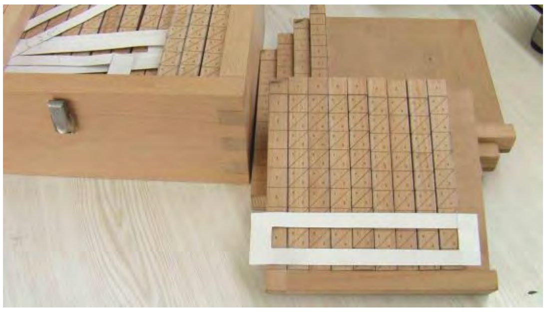


Illustration 4: Bâtons de Neper dans leur coffre et sur leur plateau de calcul avec un cache pour faciliter la lecture

Pour initier au calcul *per gelosia* et aux bâtons de Neper, des bâtons de Neper en bois de hêtre avec un plateau de calcul ont été construits par les menuisiers de l'UBO et Frédérique Plantevin ; des réglettes de Genaille ont été également fabriquées sur le même support. Ils sont les uns et les autres rangés dans un coffret fabriqué *ad hoc*.

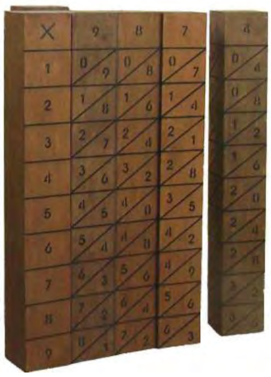


Illustration 5: Bâtons de Neper de démonstration

De grands bâtons de démonstration ont également été fabriqués par les mêmes personnes (creux, construits en contreplaqué, peints et vernis ensuite) ; ils restaient à disposition des visiteurs dans l'exposition (voir Illustration 1).

Par la suite, au cours de la maturation du projet, d'autres idées d'activités sont venues comme celle sur les techniques de calcul avec les jetons telles qu'elles étaient pratiquées au Moyen-Age ; il nous est apparu qu'elles avaient des points communs avec les idées qui ont mené aux multiplicatrices par additions répétées. C'est pourquoi, nous avons décidé de proposer une initiation au calcul avec les jetons et à cette fin, un plateau d'abaque en ligne a été construit sur le modèle indiqué par J.Trenchant dans son ouvrage de 1561. Il a été fabriqué par Frédérique Plantevin avec l'idée d'en faire un modèle grandeur nature tel que l'on peut l'extrapoler à partir de la gravure très connue :

Illustration 6 : Gravure (Charbonnier). Dans la guerre entre algoristes et abacistes la muse arithmétique prend parti pour le calcul au moyen des chiffres arabes

Illustration 7: Plateau d'abaque à jetons fabriqué pour les ateliers. Lire 348.

Des billes chinoises ont joué le rôle de jetons et nous avons réalisé un grand nombre d'abaques plastifiés à partir du modèle en dur qui ont permis aux élèves de manipuler eux-mêmes (avec des jetons de loto).

D'autres ateliers étaient proposés aux élèves, qui ne sont pas décrits ici car ils n'ont pas fait l'objet de l'atelier présenté au colloque de la COPIRELEM. Ils pourront être retrouvés dans des publications ultérieures ou sur le site de l'IREM.

4 L'accueil des élèves

Les ateliers étaient organisés pour une classe entière. Les bâtons de Neper, la multiplication *per gelosia* et les machines d'Odhner étaient proposés pour tous les niveaux. D'autres ateliers étaient rajoutés pour les plus jeunes : la réalisation d'une frise, la construction du « Singe savant » ; pour les classes les plus avancées : le calcul avec l'abaque à jetons, avec le calculateur Le Pelletier ou les règles à calculs, le calcul graphique, voire une découverte des machines sous vitrines,... selon la disponibilité des animateurs. Cette organisation requerrait au moins 3 animateurs ; les ateliers ont tourné avec 3 à 5 animateurs (le plus confortable pour les plus jeunes).

Dès le début du projet, il était prévu de trouver des animateurs potentiels parmi les étudiants de mathématiques ou parmi les étudiants de cursus scientifique du master PE de l'université. Leur rémunération comme tuteur avait été budgétisée. Au final, quatre étudiants de deuxième année de mathématiques ont fait leur stage de module de Préparation à la Vie Professionnelle à l'IREM et spécifiquement autour de l'exposition, 3 étudiants de master PE et deux étudiantes de première année de master mathématiques-métier de l'enseignement ont encadré les ateliers. Ils se sont saisis de l'exposition, des activités qui avaient été préparées en amont et testées par les enseignants du groupe IREM "Instruments dans la classe" et des autres activités mises au point petit à petit, au cours de séances collectives dans l'exposition et également par un travail personnel assez important. Une étudiante de master mathématiques a réalisé son Travail d'Etudes et de Recherche en lien avec l'exposition sous la responsabilité de Sandrine Bourgeais. Elle a proposé une activité autour du calcul graphique, ce qui a permis de compléter les techniques de calcul de multiplication proposées dans l'exposition. Les ateliers se terminaient la plupart du temps par une petite séance de bilan au cours de laquelle étaient échangées impressions, critiques et idées d'amélioration des ateliers. Plusieurs aménagements des ateliers ont leur origine dans ces discussions.

II - PRESENTATION DE L'ATELIER DU COLLOQUE

1 Rendre compte de l'expérience

Il y avait plusieurs façons de présenter cette expérience, nous avons choisi très vite de le faire sous la forme d'un atelier où les participants manipuleraient les instruments que nous avions encore en notre possession pour quelques jours, plutôt que sous celle d'une communication. Il nous semblait intéressant de faire découvrir par la pratique ce que nous avions nous-mêmes découvert ainsi. Mais aussi, il nous semblait impossible de parler de la façon dont les élèves s'étaient appropriés ou non les activités que l'on avait proposées sans que nos interlocuteurs l'aient expérimenté pour eux-mêmes. Nous aurions pu choisir d'expliquer le fonctionnement des instruments, laisser chacun faire deux ou trois calculs puis expliquer ce que nous avions proposé aux élèves pour chaque instrument ; cela aurait économisé du temps et nous aurait permis d'en avoir davantage pour parler de l'exploitation pédagogique que nous en avons fait. Mais nous avons décidé de faire découvrir les activités aux participants de la même façon que nous l'avions fait pour les élèves qui sont venus dans l'exposition. Comme pour eux, nous avons donc retravaillé les énoncés de façon à nous adapter à ce public d'adultes, formateurs de mathématiques, particulièrement sensibles aux difficultés d'apprentissage des mathématiques, à la fois des élèves et des apprentis professeurs des écoles.

2 Les activités retenues pour l'atelier du colloque

Nous avons choisi les activités le plus susceptibles d'intéresser les participants en elles-mêmes, non à étudier dans la perspective de l'exploiter ensuite mais à découvrir et à mener. Notre souci était de trouver l'angle et le ton qui mettraient les participants en activité, le même souci que nous avons eu pour chaque niveau de classe différent puisqu'à partir d'expérimentations dans deux niveaux (CM2 et 6ème) nous avons élaboré des ateliers pour tous les élèves, parfois un peu plus jeunes (CE2) mais surtout plus avancés puisque jusqu'à la première année après le baccalauréat. Voici les thèmes proposés pendant l'atelier, ils sont filés et analysés dans la partie suivante (III) puis, dans la partie IV, nous montrons sur deux d'entre eux comment ils ont été adaptés aux différents élèves et faisons quelques remarques sur l'expérience.

Multiplier comme à la Renaissance :

un atelier basé sur le fameux manuscrit de Trévise (1478) qui montre et explique la méthode de multiplication dite *per gelosia,* passe ensuite à la multiplication avec les bâtons de Neper (1617) et finit par une comparaison avec les diverses méthodes de multiplication. Manipulation des bâtons de Neper.

A la découverte des machines d'Odhner :

un atelier de découverte et de prise en main de multiplicatrices de technologie Odhner, et de réalisations de calculs simples (additions et soustractions, multiplication par un chiffre) et moins simples (multiplication par un nombre, un grand nombre, division par un chiffre avec reste entier, division décimale, division par un nombre, contrôle du nombre de décimales du résultat). Les machines utilisées sont celles des ateliers dans l'exposition.

Multiplier comme au Moyen-Age :

un atelier basé sur un texte extrait de l'ouvrage de Jean Trenchant (1561) qui présente les différentes méthodes en usage à son époque pour faire les comptes dans le commerce au moyen de jetons. On trouve dans l'ouvrage, la représentation des nombres sur l'abaque en ligne, les techniques de calcul des opérations de base expliquées pour l'utilisation. A partir de la page 372, on peut comprendre la méthode utilisée en lisant le texte (en vieux français) ; ensuite, il faut pratiquer quelques calculs pour commencer à développer des automatismes et voir les difficultés inhérentes à cette méthode mais aussi sa simplicité conceptuelle. Cet atelier n'a été proposé qu'à partir de la 5ème.

Réglettes de Genaille :

un atelier de découverte et de réalisation de ses propres réglettes de Genaille à partir de l'analyse de quelques réglettes déjà fabriquées. Elles permettent de mener des calculs de multiplication de nombres très grands par un chiffre sans exécuter aucune opération par une méthode que l'on peut qualifier de visuelle.

III - ACTIVITES DE L'ATELIER

1 Multiplier comme à la Renaissance : la « per gelosia » et les bâtons de Neper

L'activité commence par l'analyse du manuscrit de Trévise qui présente quatre méthodes de calcul du produit de deux nombres : 934 par 314, comme le dit le texte (en italien). Le résultat est 293 276.

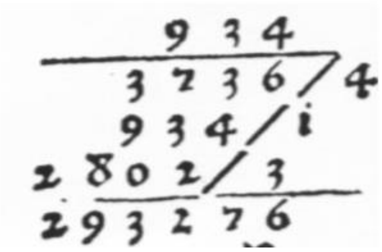


Illustration 8: Extrait du manuscrit de Trévise : méthode très proche de celle enseignée actuellement

La comparaison de ces méthodes dont l'une est très proche de la technique enseignée de nos jours dans les écoles permet de conjecturer puis de comprendre assez vite comment la méthode *per gelosia* fonctionne ; l'énoncé guide la réflexion en posant quelques questions sur les points remarquables. Elle est explicitement présentée et mise en œuvre dans un petit calcul ensuite pour permettre le travail en autonomie complète de façon à ce que l'atelier global puisse fonctionner (deux animateurs pour quatre ateliers, les jetons et les machines requérant la présence assidue d'un animateur). Ensuite, il est proposé de réaliser le même calcul avec les bâtons de Neper. Les participants sont encouragés à se munir d'un plateau de calcul et de choisir les bâtons qui conviendront parmi tous ceux proposés après une phase d'analyse qui peut se faire de façon collective ou individuelle. Il faut remarquer que chaque face des bâtons est occupée par la table de multiplication du chiffre qui est indiqué en haut de la face. La table se présente de la même manière que la *per gelosia* à savoir chaque carré est découpé par la diagonale qui sépare chiffre des dizaines et chiffre des unités, du plus petit multiplicateur au plus grand en partant du haut. L'interprétation des chiffres du plateau comme les chiffres du multiplicateur est alors aisée et la réalisation du calcul sans problème avec la technique *per gelosia* ligne par ligne, c'est-à-dire chiffre du multiplicateur par chiffre du multiplicateur. Il faut ensuite réaliser la somme des deux produits partiels sur un papier sans oublier le décalage.

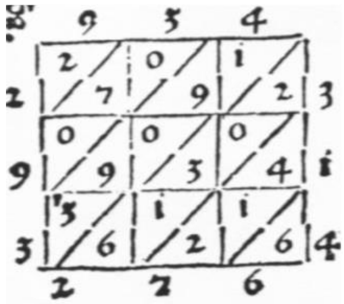


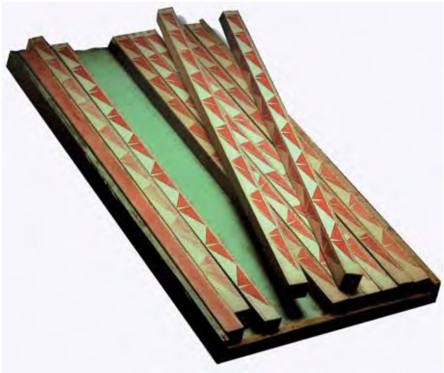
Illustration 9: Extrait du manuscrit de Trévise : une des présentations de la méthode « per gelosia »

Pour finir, un calcul un peu plus important est proposé avec trois méthodes de façon à faire ressortir les avantages et les inconvénients de chacune : la *per gelosia*, les bâtons de Neper et la méthode classique actuellement enseignée. La dernière est certainement la moins facile des trois, essentiellement parce qu'elle ne permet pas de retrouver facilement ses erreurs éventuelles dans les tables de multiplication, contrairement à la *per gelosia* où les tables sont écrites. Finalement, l'économie d'effort apportée par les bâtons de Neper (on n'a plus besoin d'apprendre ses tables de multiplication) n'est pas si déterminante dans la réalisation de l'opération complète car il faudra de toute façon prendre un papier et un crayon pour sommer les produits partiels et qu'en plus il faudra soi-même tenir compte du nécessaire décalage. Ceci dit, c'est le propos de quelqu'un qui connaît ses tables de multiplication... La *per gelosia* ne tiendrait pas devant une multiplicatrice d'Odhner bien utilisée, ni même devant des réglettes de Genaille.

2 Les réglettes de Genaille

Il s'agit de comprendre ces réglettes intrigantes, ornées de triangles de taille variable, de les comprendre assez pour pouvoir les fabriquer, et bien sûr de savoir s'en servir. L'activité est proposée après avoir travaillé sur les bâtons de Neper.

Illustration 10: Réglettes de Genaille sur leur plateau de calcul (Marguin)



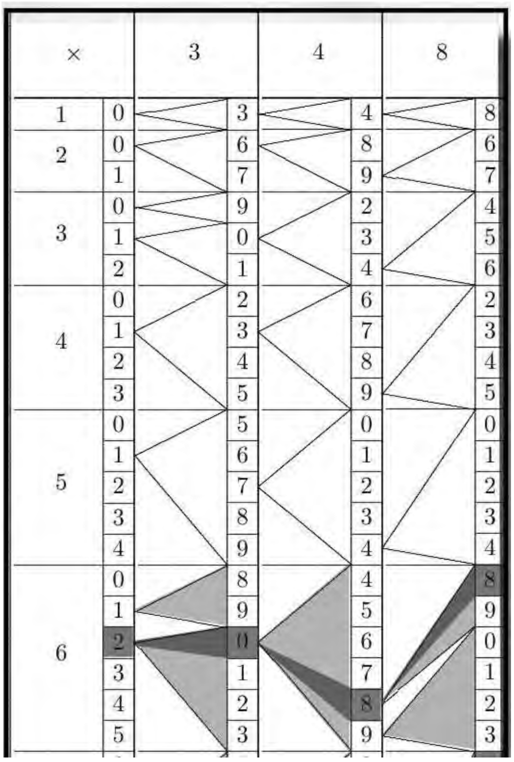


Illustration 11: Calcul exécuté avec les réglettes de Genaille : 348x6=2088 (extrait des panneaux de l'exposition.

L'atelier commence par montrer un calcul mené avec les réglettes (ci-contre un extrait). Comme avec les bâtons de Neper, chaque chiffre a sa réglette et de la même façon, il faut placer les réglettes des chiffres du multiplicande sur le support, contre la règle de bord qui indique les chiffres qui seront les multiplicateurs. Le résultat se lit d'un simple coup d'oeil de la droite vers la gauche en « suivant les triangles » une fois que l'on sait d'où partir. Pour les besoins de l'explication, seuls les triangles qui servent au calcul présenté ont été peints alors qu'en réalité ils le sont tous (cf ci-dessus). La première difficulté est de voir comment sont reportées les tables de multiplication des chiffres du multiplicande. En commençant par la réglette de 3, qui est contre le bord, on repère facilement les chiffres des unités et des dizaines des 6 premiers produits de 3 sur le schéma ci-contre. Cela suffit pour les repérer pour les deux autres réglettes. Il reste à comprendre l'utilité de la colonne de petits carrés à droite de chaque réglette (en dehors des premiers qui donnent donc le chiffre des unités des produits du chiffre du multiplicande dont on étudie la réglette), et la façon dont les triangles sont faits (puisque l'on a compris qu'ils sont là pour « montrer le chemin »). Les petits carrés donnent toujours le chiffre des unités des produits du chiffre du multiplicande considéré mais augmenté des retenues éventuelles des calculs réalisés à sa droite. Pour un chiffre de multiplicateur donné, N, (c'est-à-dire une grande ligne donnée), il ne peut y avoir plus de N retenues de 0 à N-1. Ainsi partant de 8, chiffre des unités de 6x8, il faut suivre le triangle vers 8 qui est précisément le chiffre des unités de 6x4 augmenté des 4 dizaines de 6x8. Le triangle qui a pour base 8 doit pointer vers le chiffre des unités du produit suivant +4, qui est toujours placé au même endroit sur la ligne du 6 de toute réglette quelle qu'elle soit. Ainsi sont construits les triangles qui font de cette méthode une méthode visuelle extrêmement efficace. Une fois tout cela compris, il est proposé de réaliser ses propres réglettes, en commençant par remplir les petits carrés et dessiner les triangles.

3 Multiplier comme au Moyen Age : l'abaque à jetons

Le calcul avec les jetons ignore les tables de multiplication et réalise des multiplications par additions répétées, comme les multiplicatrices mécaniques d'Odhner.

Le calcul se fait sur un plateau sur lequel est dessiné un arbre (son tronc est un simple trait vertical qui partage en deux le plateau, une partie à l'arrière de l'arbre - à gauche - pour représenter le multiplicande, une partie à l'avant de l'arbre – à droite - pour construire le résultat) et ses branches pour poser les jetons (voir Illustration 7). La première étape consiste à comprendre la représentation des nombres avec les jetons sur cet arbre. Un jeton peut valoir 1, 10, 100, etc. selon qu'il est sur la première, deuxième ou troisième branche. Il peut valoir 5, 50 ou 500 s'il est placé à mi-hauteur entre la branche du 1 et du 10, du 10 et du 100, du 100 et du 1000. On comprend qu'avec ces règles, il ne peut y avoir plus de 4 jetons sur les branches et pas plus d'un dans les positions intermédiaires. L'ouvrage de Jean Trenchant (1561) explique comment procéder et donne dans son texte l'exemple de 763x46 qui est passablement long à mener à son terme et certainement pas celui par lequel commencer. Néanmoins, son explication est fort claire : il faut « poser » 763 à l'arrière de l'arbre (ce que l'on peut faire avec 8 jetons), puis les prendre un à un et « pour chaque jeton que j'enlève, j'en pose 46 à l'avant de l'arbre exactement à la même hauteur ». Au bout de 8 opérations de ce genre (entrecoupées par des phases de réductions du nombre de jetons), il n'y a plus de jeton à l'arrière et le résultat est formé à l'avant. Il suffit de le lire. Le calcul avec les jetons n'est pas un calcul savant mais il requiert concentration et précision des gestes. Il est très long à réaliser et une erreur de manipulation oblige à tout refaire depuis le début car les étapes intermédiaires ne sont en aucune façon conservées, mais il est très élémentaire. Dans cette méthode, pour chaque jeton du multiplicande, on ajoute une fois le multiplicateur. Dans le paragraphe suivant, on verra que les machines d'Odhner ajoutent autant de fois le multiplicande qu'il y a d'unités dans le multiplicateur.

4 Multiplier à l'aire industrielle : les machines d'Odhner

Pour commencer, il s'agit d'identifier les différentes parties des machines mises à disposition. Il y a plusieurs objectifs à cette étape ; d'une part, il s'agit d'observer les machines et d'identifier ce qu'elles ont en commun malgré leurs différences apparentes. Le schéma proposé est donc validé par chacun à partir de sa machine et illustre l'unité de fonctionnalités de la famille de machines étudiée. La deuxième motivation est de prendre le temps de manipuler l'instrument librement (sans consigne) et sans but précis de façon à découvrir les mouvements possibles, les parties mobiles, les liens entre ses différentes parties et de conjecturer son fonctionnement. La troisième motivation est de savoir nommer les différentes parties de la machine de façon à pouvoir comprendre les consignes et communiquer à propos de la machine.

Illustration 12: Multiplicatrice de technologie Odhner

Ensuite, on apprend les manipulations de base : à entrer des nombres - on dira inscrire puis enregistrer pour faire apparaître le nombre dans le totaliseur - à remettre à zéro. On fait ensuite remarquer que si, un nombre étant inscrit, on tourne la manivelle deux fois, trois fois, on obtient dans le totaliseur le produit du nombre inscrit par deux puis par trois etc. et qu'on lit le multiplicateur dans le compte-tours. La troisième question montre que cet instrument est une additionneuse : elle ajoute le nombre inscrit à celui du totaliseur (ou le soustrait si on tourne la manivelle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre) et le compte-tours indique le nombre de tours de manivelle effectués. La synthèse des deux questions permet de dire que cette machine fait les multiplications par additions répétées. La question suivante a pour but de faire découvrir le rôle essentiel du chariot : ayant inscrit 56, et ayant décalé d'une place le chariot (qui porte le totaliseur), un tour de manivelle permet d'inscrire 560 dans le totaliseur et 10 dans le compte-tours. Cet aménagement permet d'envisager des multiplicateurs à plusieurs chiffres avec un nombre raisonnable de tours de manivelle, par exemple 56x32 en 5 tours de manivelle : on inscrit 56, on tourne deux fois la manivelle, on décale le chariot d'une unité vers la droite et on tourne la manivelle trois fois.

Suit une initiation à la division : après avoir inscrit et enregistré le dividende, et remis le compte-tours à zéro, on inscrit le diviseur et on tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que la machine sonne pour indiquer que l'on vient de passer dans les nombres en dessous de zéro (ce qui se traduit pour une machine à 12 chiffres dans le totaliseur, par le complémentaire à 10^{12}). On repart dans le sens des aiguilles d'une montre pour un tour afin de revenir à l'étape précédente et on peut lire le quotient dans le compte-tours et le reste entier dans le totaliseur. L'énoncé propose ensuite d'utiliser le chariot pour réaliser la même division mais avec une puis deux décimales. Pour obtenir une décimale, il faut inscrire 56 et l'enregistrer avec le chariot décalé d'un cran (560 dans le totaliseur), puis inscrire 12 de la même façon et tourner la manivelle jusqu'à la sonnerie (on soustrait donc 120 à chaque tour), après le tour de retour en arrière, le compte-tours indique 4, le totaliseur 80 ; après avoir ramené le chariot complètement à gauche, on reprend les tours de manivelles non sans avoir placé un marqueur à droite de 4 dans le compte-tours. Après 6 tours, la sonnerie retentit et on lit (après le tour de retour en arrière) 4,6 dans le compte-tours (où le marqueur est interprété directement comme la virgule) et 8 dans le totaliseur. Pour obtenir la deuxième décimale, on doit reprendre le calcul ; autrement dit, il faut décider de la précision de son calcul avant de commencer. Dans le cas proposé, il faudra décaler de deux vers la droite pour obtenir deux décimales. On aurait pu également se demander comment utiliser la fonctionnalité du chariot pour réaliser des divisions de grands nombres par des diviseurs relativement petits : par exemple 4256 par 83 que l'on aimerait réaliser sans devoir exécuter 51 tours de manivelle. C'est la question complémentaire de la précédente et qui permet de décider de combien on doit décaler le chariot pour réaliser le calcul désiré. Il faut comparer dividende et diviseur mais on peut le faire de façon assez rapide et grossière : ici le dividende est à 4 chiffres, le diviseur à 2 chiffres, il faut donc rajouter au décalage nécessaire pour les décimales, un décalage de deux chiffres pour l'enregistrement du diviseur. En fait, comme le premier chiffre du dividende est plus petit que le premier du diviseur, le premier tour de manivelle fera sonner la machine (puisqu'on aura essayé de faire 4256 – 8300), il faudra revenir en arrière et ramener le chariot d'un cran vers la droite (pour exécuter la soustraction répétée de 830 à 4256, ce qui donnera 5).

Parmi les machines mises à disposition pendant l'atelier, il y a un écorché démonté qui laisse voir une partie des engrenages de l'inscripteur, et du totaliseur ainsi que la pièce essentielle qui est la caractéristique technologique de cette famille d'instruments, son entraîneur, dû à Odhner : la roue à nombre variable de dents.

IV - TRAVAILLER AVEC LES ELEVES

1 Multiplier comme à la Renaissance

L'énoncé proposé lors du colloque n'est pas l'activité de départ telle qu'elle a été testée dans les classes de CM2 et de 6$^{\text{ème}}$ avant l'exposition ni celle qui a été proposée à ces classes pendant les ateliers de l'exposition Il correspond davantage à ce qui a été proposé aux élèves plus avancés dans le collège et au lycée, bien que l'étude du manuscrit ait été également faite pour des plus jeunes à partir du panneau de l'exposition qui le montre (premier tableau) et en explique.une partie. On ne pouvait évidemment pas s'appuyer sur les panneaux de l'exposition pendant l'atelier du colloque de la COPIRELEM puisque atelier et exposition étaient dans des lieux différents, contrairement aux ateliers proposés aux classes. L'activité proposée aux plus jeunes se déroulait en deux temps :

- un temps d'explication : la construction du tableau de la *per gelosia* était faite pour le calcul du produit de deux nombres à deux chiffres puis la méthode des sommes par diagonale était montrée, et enfin les bâtons de Neper étaient présentés dans la foulée en insistant sur la communauté de technique des deux méthodes ; suivait un exemple fait et détaillé de calcul avec les bâtons : 574x93 (à noter que ce calcul requerrait un report de retenue entre diagonales dans le *per gelosia*, ce que l'on s'est bien gardé de faire dans le premier exemple) ;
- un temps d'activité : observation des bâtons, calculs de produits avec la méthode *per gelosia*, avec les bâtons en faisant disposer les réponses de façon à faire apparaître la position des chiffres dans les résultats partiels.

Illustration 13 : Kit de bâtons de Neper à transporter à la ceinture dans un étui en cuir - 17ème siècle (Arithmeum, Bonn)

Ces deux temps n'étaient évidemment pas séparés de façon stricte selon l'animateur et aussi selon la façon dont la classe réagissait. La phase d'observation des bâtons peut être faite dès la fin de la présentation de la *per gelosia* et avant même de lire avec les élèves la partie les concernant dans l'énoncé. Elle a parfois été réalisée avec les bâtons de démonstration, ce qui est très confortable pour travailler avec un groupe et permet de faire naître le débat entre les élèves. La taille des objets semble aider à leur appréhension.

Lorsque ces activités ont été mises au point, les bâtons en bois pour la manipulation n'existaient pas encore et une troisième phase de construction des bâtons sur des réglettes en carton avait été ajoutée aux deux décrites ci-dessus. C'est un travail assez long car il faut évidemment un nombre relativement important de réglettes pour pouvoir calculer et les faire avec soin pour que les diagonales et lignes coïncident bien (c'est pourquoi un tableau vierge est proposé en annexe) mais ensuite, les élèves ont leur propre calculateur de poche ce qui est un véritable encouragement à s'approprier la technique et à s'y entraîner. Surtout qu'ils ont pu voir dans l'exposition, la photo ci-contre d'une pochette à réglettes de Neper pour transporter avec soi.

L'activité a été adaptée aussi aux classes de CE2, davantage centrée sur la multiplication par des chiffres avec une initiation seulement à la multiplication par des nombres.

Dans l'ensemble, la méthode *per gelosia* est sans conteste la préférée des élèves et dans plusieurs classes de collège en particulier, des élèves l'ont faite leur.

2 Multiplier à l'aire industrielle : les machines d'Odhner

Très peu d'adaptations ont été nécessaires pour cet atelier qui a eu un succès sans exception quel que soit l'âge des participants. L'atelier prend plus ou moins de temps selon l'âge et l'on va donc simplement plus ou moins loin. La division décimale n'a été vue qu'avec les élèves de fin de collège (rarement) et de lycée.

Pour les plus jeunes, il s'agit de faire comprendre la mise en œuvre du principe de la multiplication par additions répétées : le concept est naturel mais la mise en œuvre mystérieuse. Il est assez naturel de réaliser le multiplicateur en comptant les tours car le calcul est encore très proche des nombres et ceux-ci très proches de la problématique du dénombrement. Pour un élève de collège (disons 4ème), la représentation des nombres est très différente, ceux-ci sont très éloignés des grandeurs qu'ils mesurent et le calcul, une activité très éloignée du dénombrement. La pratique des calculatrices leur rend l'utilisation de machines familière et sans mystère dans un premier temps, mais seulement dans un premier temps car ils sont déroutés par l'instrument qui ne permet pas d' « entrer » le multiplicateur au même titre que le multiplicande. Ils doivent réaliser que ces deux nombres n'ont pas le même rôle et ne sont pas traités de la même façon lorsqu'on les multiplie avec une machine Odhner. Si le multiplicande est bien "entré", le multiplicateur lui est construit par le manipulateur. Ce point est très nouveau pour les élèves et les déstabilise dans un premier temps. D'une façon générale, la commutativité ne va plus de soi avec les instruments utilisés (contrairement à ce que l'usage précoce des calculatrices induit) et il faut donc la mettre en évidence explicitement.

Tous les élèves sans exception sont dans l'incapacité de conjecturer le fonctionnement des machines, parfois même après les deux premières questions. C'est pourquoi, les ateliers sont menés avec une machine écorchée à portée du regard de façon à pouvoir montrer les engrenages qui permettent d'inscrire les nombres de les faire passer dans le totaliseur, d'ajouter et de retrancher. En travaillant avec les élèves, nous avons réalisé qu'aucun d'entre eux n'avait la moindre idée de la façon d'additionner deux nombres par des moyens mécaniques et que cela constituait une véritable difficulté pour imaginer le fonctionnement des multiplicatrices. Il est à parier que même pour ceux qui ont compris l'utilisation des machines, leur fonctionnement reste autant un mystère que celui des calculatrices électroniques alors même que tout était sous leurs yeux. C'est pourquoi, nous avons eu l'idée de construire une additionneuse à roues (voir illustration 3) pour montrer comment on peut en graduant des roues dentées et en les plaçant bien, additionner deux nombres avec report automatique de la retenue. Cela nous semble nécessaire, à la fois pour montrer ce qu'il est possible de faire et en même temps, montrer le chemin encore à parcourir pour aller de l'additionneuse à la multiplicatrice d'Odhner. Nous n'avons pas eu le temps d'exploiter cet instrument et de l'intégrer réellement aux ateliers. Ce sera l'objet d'un travail ultérieur.

Dans l'analyse du fonctionnement par l'étude de l'écorché, on peut travailler sur le décalage car le chariot le matérialise d'une façon très simple : multiplier par 10 c'est seulement décaler le nombre vers la gauche pour que ses unités deviennent des dizaines. On peut montrer qu'il y a un entraîneur pour chaque chiffre et que les unités de l'inscripteur sont en face de celles du totaliseur lorsque le chariot est complètement à gauche mais qu'elles peuvent être en face des dizaines, des centaines en le déplaçant de façon appropriée. C'est une façon très parlante pensons-nous, d'aborder la numération de position. D'une façon générale, les aller-retour entre calcul, représentation des nombres, c'est-à-dire les mathématiques, et le fonctionnement de la machine, c'est-à-dire la technologie, est fructueux pour les mathématiques comme pour le développement d'un esprit pratique et concret chez les élèves.

V - CONCLUSION

L'atelier s'est conclu par une discussion à bâtons rompus sur l'exploitation possible de ce travail. Il nous a semblé clair que le calcul avec les jetons avait grandement intéressé les participants par sa simplicité de réalisation (ce qui n'est pas le cas des Odhner qui ne sont pas si faciles que cela à réunir en nombre suffisant) et son intérêt pour reprendre les questions de numération par exemple en master PE ou en formation de formateurs. Nous en sommes persuadés ne serait-ce que pour avoir constaté l'engouement que la manipulation des jetons suscite chez les adultes.

Nous n'avons pas eu le temps, contrairement à ce qui était prévu, de montrer les énoncés des mêmes activités pour différents niveaux et de partir de là pour analyser les difficultés et aussi les enthousiasmes des élèves d'une façon un peu cadrée et systématique (ces points ont été discutés au cours des ateliers, dans le feu de l'action, de façon donc forcément un peu décousue). Nous n'avons pas non plus pu montrer les séquences filmées promises (une partie de ces séquences est disponible dans le film de l'exposition attaché au texte de l'atelier) . Malgré cela et la frustration que ce constat engendre, nous avons eu l'impression que nous avions réussi à transmettre notre intérêt pour ces instruments et les situations qu'ils permettent de créer pour les élèves.

VI - BIBLIOGRAPHIE (TITRE 1)

CARGOU C., CARGOU M.-P. (2012) Multipliez ! Catalogue de l'exposition, IREM de Brest

CHARBONNIER R. (2002) Si les nombres m'étaient contés..., IREM de Clermont-Ferrand

CHARBONNIER R (2004) La route des chiffres à travers les civilisations indienne, arabe et occidentale du V^{e} siècle au XVIII^{e} siècle, IREM de Clermont-Ferrand

D'OCAGNE M. (1905) Le calcul simplifié par les procédés mécaniques et graphiques, histoire et description sommaire des instruments et machines à calculer, tables, abaques et monogrammes, Gauthier-Villars

LE BRUSQ C., MARGOGNE C., PLANTEVIN F. (2013) Activités de l'exposition « Multipliez ! » testées dans les classes, IREM de Brest, *en préparation*

MARGUIN J.(1994), Histoire des instruments et machines à calculer, Hermann

TRENCHANT J. (1561), L'art et moyen de calculer avec les getons, Lyon

retour sommaire

VII - ANNEXE : LES ENONCES ET QUELQUES RESSOURCES

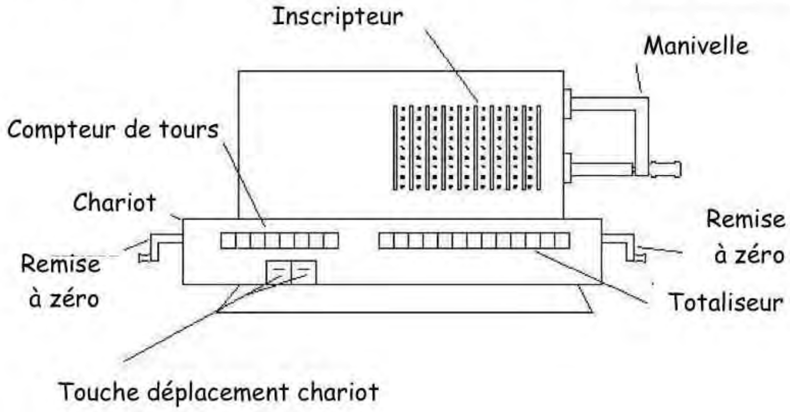
A la découverte ... de machines d'Odhner

Le 29 octobre 1878, Willigot T. Odhner dépose aux Etats-Unis un brevet de machine à calculer capable de réaliser des multiplications. Les premières machines à calculer étaient en effet de simples machines à additionner. Parfois la soustraction était possible, mais il faudra attendre la fin du XIXème siècle et deux brevets déposés par Thomas de Colmar d'une part et par Odhner d'autre part pour que la multiplication soit réalisable, par succession d'additions. La première machine qui mettait en œuvre ce principe, due à Thomas de Colmar, date de 1865 et repose sur l'idée , ancienne mais non exploitée jusque là, des cylindres de Leibniz (1678) : c'est la famille technologique des arithmomètres qui aboutit aux machines Curta en 1950. Odhner propose une nouvelle technologie pour mettre en œuvre le même principe de multiplication par additions répétées au moyen d'une roue à nombre variable de dents. Ce brevet donnera la lignée technologique des Odhner, très largement répandue et dont de très nombreuse répliques seront construites entre 1900 et 1960, lignée qui aboutira aux Alpina en 1958.
La partie la plus importante de toutes ces machines ne se voit pas : c'est l'entraîneur. Le mécanisme, actionnné par la manivelle, qui transmet les nombres de l'inscripteur vers le totaliseur chiffre par chiffre mais en un seule fois : en un tour de manivelle. L'entraîneur des arithmomètres est le cylindre cannelé de Leibniz, celui des Odhner est la roue à nombre variable de dents.

Machine de technologie Odhner (1878)

Repérez sur votre machine les différentes parties indiquées sur le schéma ci-contre.

I) <u>Un peu de vocabulaire</u>



Exposition « Multipliez ! » - Groupe IREM « Instruments dans la classe » - juin 2012

II) A la découverte de ces machines.

Une petite vidéo présentant le fonctionnement de telles machines est disponible à l'adresse suivante :
http://www.youtube.com/watch?v=TL8W-ucpazA

A vous maintenant de découvrir ces machines :

Avant tout, placez le chariot le plus à gauche possible.

1) Rentrez le nombre suivant : 24.
Remettez le totaliseur à zéro.

2) Rentrez le nombre 142. Tournez une fois, 2 fois, 3 fois la manivelle dans le sens des aiguilles d'une montre. Quel résultat d'opération obtenez-vous ? : ....
Remettez à zéro le totaliseur.

3) Rentrez le nombre 42.
Faites un tour de manivelle toujours dans le même sens. Mettez l'inscripteur à zéro.
Rentrez le nombre 14.Tournez une fois la manivelle dans le sens habituel. Quel résultat d'opération obtenez-vous ? : ....
Remettez l'inscripteur à zéro. Rentrez 24.Tournez la manivelle une fois dans l'autre sens cette fois-ci. Quel résultat d'opération obtenez-vous ? : ....

4) Remettez à zéro, inscrivez 56 dans l'inscripteur, déplacez le chariot d'un cran et tournez la manivelle, quel nombre est inscrit dans le totaliseur ? :.........
Quel nombre est inscrit dans le compte-tours ? .....
Utilisez cette fonctionnalité pour réaliser le calcul de 56 par 32 en 5 tours de manivelle.

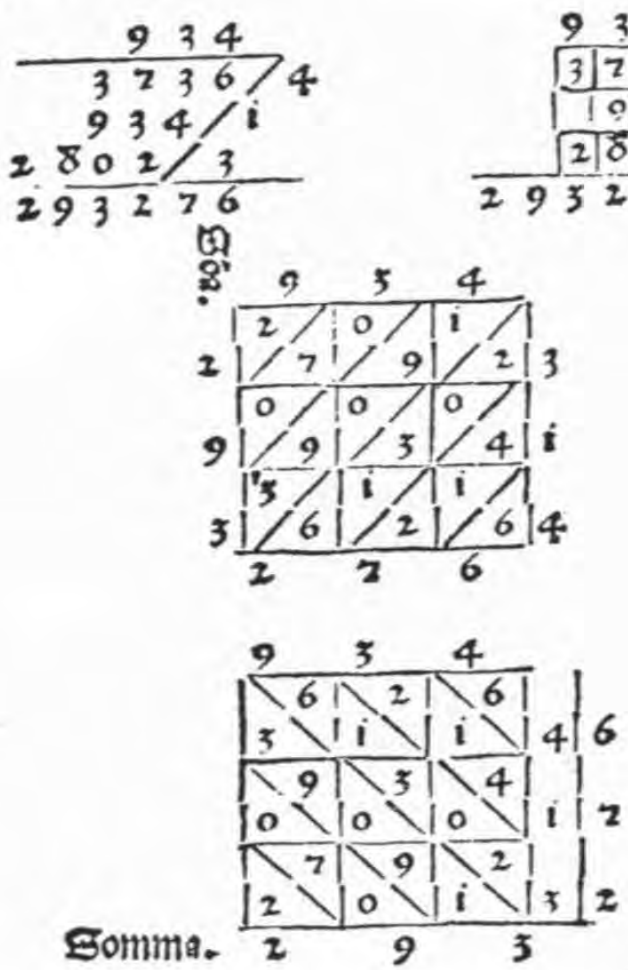
5) Remettez à zéro, inscrivez 56 dans l'inscripteur, tournez la manivelle une fois, remettez compteur de tours et inscripteur à zéro. Entrez 12 dans l'inscripteur, tournez la manivelle dans le sens inverse des aiguilles d'une montre jusqu'à ce que la machine sonne, finissez ce tour puis tournez dans le sens des aiguilles d'une montre une fois. Indiquez les nombres indiqués dans le totaliseur : .... , dans le compte tours : ....

6) Utilisez la fonctionnalité du chariot pour réaliser la division précédente avec une puis deux décimales.

Multiplier comme à la Renaissance

Voici la copie d'un manuscrit anonyme qui date de 1478 et a été trouvé à Trévise, c'est le texte le plus ancien en langue italienne présentant quatre façons de calculer avec papier et crayon le produit des mêmes deux nombres. Quels sont ces nombres ?

Uoglio pero che tu intendi che ſono altri modi de moltiplicare per ſcachiero: li quali laſſaro al ſtudio tuo: mettendo li exempli ſoi ſolamente in forma. come porai vedere qui ſotto
Or togli de fare lo predito ſcachiero. zoe. 3 i 4. fia. 9 3 4. e nota de farlo per li quatro modi come qui da ſotto.

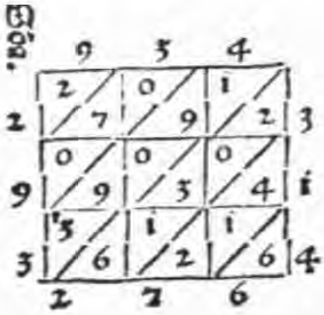


Exposition « Multipliez ! » - juin 2012

Que représentent chacun des nombres 3736, 934, 2802 dans les deux premières méthodes ?

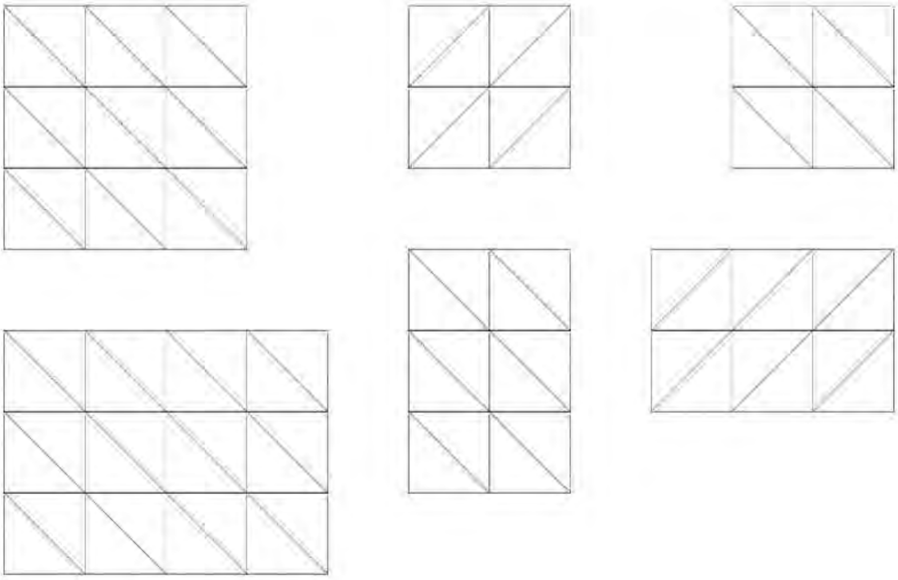
Laquelle des deux méthodes vous semble la plus correcte et pourquoi ?

Les deux tableaux qui suivent s'appellent la méthode *per gelosia,* étudiez-les et comparez-les : Comment les tableaux sont-ils remplis, que représentent les nombres écrits dans chacun des carrés du tableau, pourquoi sont-ils découpés en deux par la diagonale, que représentent les chiffres de chaque côté de la diagonale pour chaque carré … ?



Le résultat est obtenu en procédant de la droite vers la gauche, en sommant les chiffres d'une même diagonale, en inscrivant le chiffre des unités du résultat dans l'alignement et en reportant celui des dizaines dans la diagonale suivante. On calcule par simple addition le chiffre des unités, des dizaines, des centaines, des milliers, des dizaines et des centaines de milliers du résultat de la multiplication de 934 par 314.

Un test ? Voici un calcul juste : 23x14=322, comment le réaliser avec les méthodes proposées ?



Pour les méthodes *per gelosia,* choisissez les bons tableaux et faites les calculs :

Exposition « Multipliez ! » - juin 2012

Prenez un plateau de calcul à bâtons de Néper et choisissez les bons bâtons pour réaliser le même calcul. Lesquels avez-vous retenus ? Dessinez-les à main levée et exécuter le calcul.

On veut maintenant réaliser le calcul du produit de 4579 par 625.
Réalisez ce calcul (ci-dessous) avec les deux méthodes en vous chronométrant.

Posez la même multiplication telle qu'elle est enseignée à l'école primaire et identifiez chaque étape du calcul dans les trois méthodes.

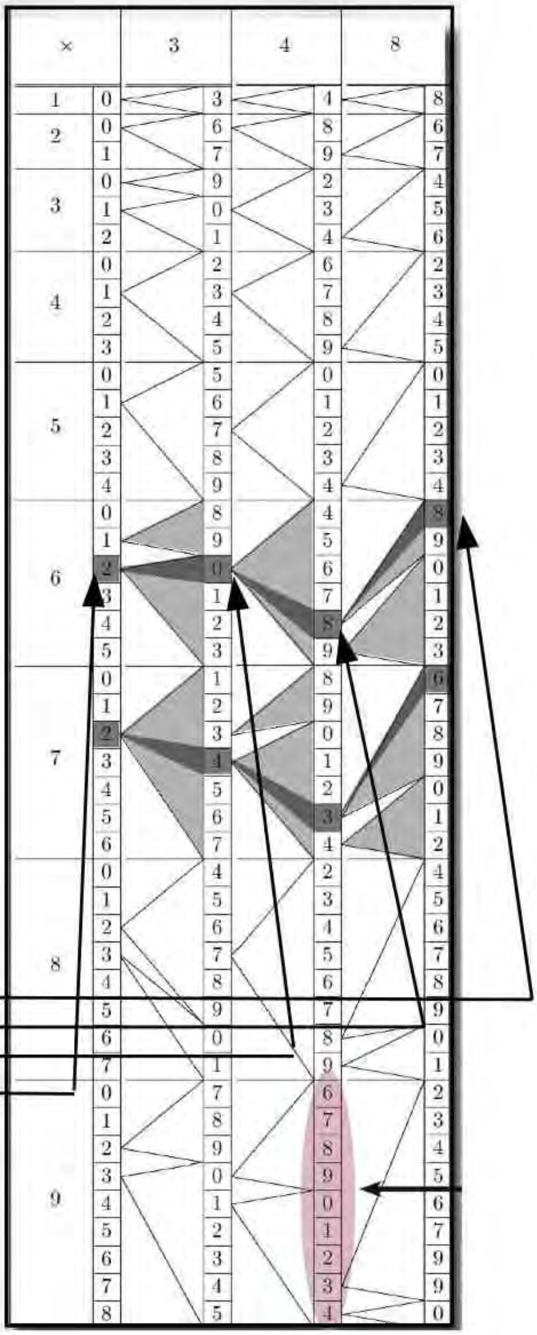
			4	5	7	9
		x		6	2	5
		-	-	-	-	-
		-	-	-	-	
-	-	-	-	-		
-	-	-	-	-	-	-

Exposition « Multipliez ! » - juin 2012

Règlettes de Genaille

Dans l'atelier « Multiplier comme à la Renaissance », vous avez vu comment on peut multiplier des nombres très grands par un chiffre sans savoir ses tables de multiplication. On va voir maintenant une amélioration des bâtons de Neper, une invention due à l'ingénieur Genaille : les réglettes de Genaille.
Ensuite on pourra voir dans 'exposition comment les combiner avec des additionneuses pour multiplier par des nombres à plus d'un chiffre. Voici une image de l'instrument que nous allons étudier :

Des réglettes de Genaille sur leur support de calcul



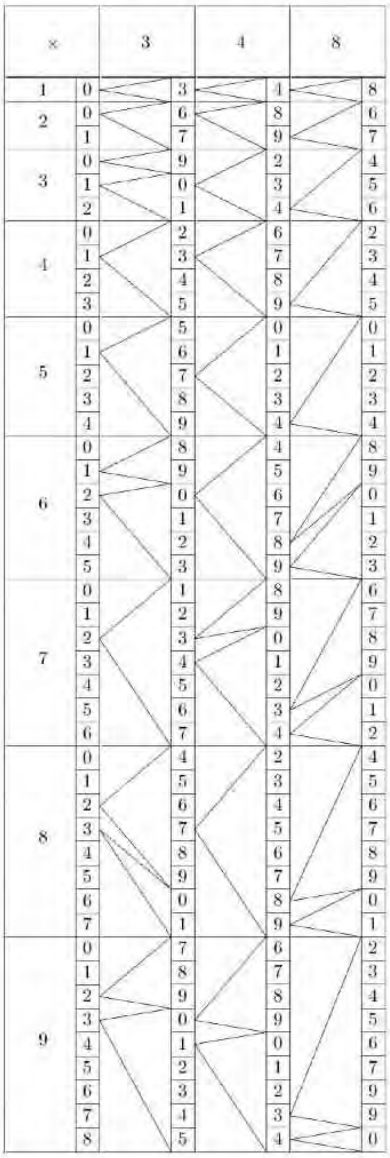
Et ici à droite, voici un schéma de 3 réglettes de Genaille en position pour effectuer les produits 348x6 et 348x7 tel qu'il est présenté sur les panneaux de l'exposition.

On lit 348x6 = 2088 et 348x7 = 2436 en un seul coup d'œil en suivant le chemin indiqué par les triangles de droite à gauche. Pour le premier calcul, on commence dans le carré 8
puis on suit le triangle colorié vers 8
on continue ensuite vers 0
et enfin le chemin se termine en 2
On obtient 2088.

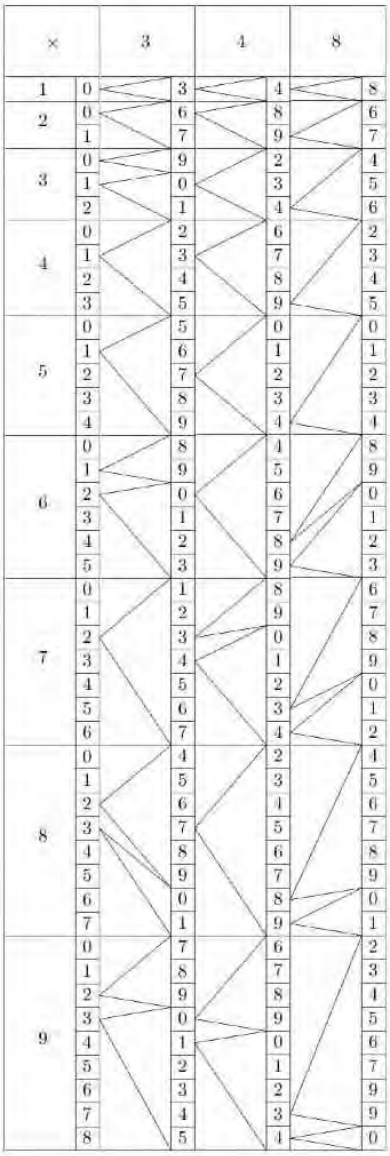
Exposition « Multipliez ! » - Avril 2012 - FP

Dans les deux schémas, réalisez le calcul de 348x9 et de 34x5 en coloriant le carré de départ et les triangles et carrés au fur et à mesure qu'ils sont traversés.

348x9=

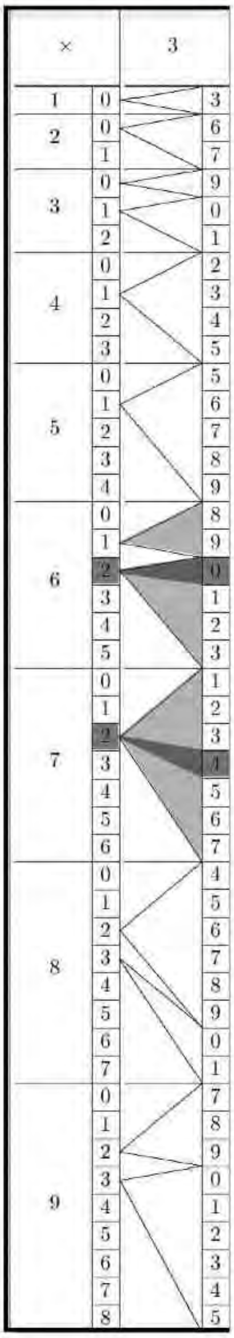


34x5=



Mais comment ça marche ?

Exposition « Multipliez ! » - Avril 2012 - FP



Voyons cela. Regardons la colonne de 3 ici à gauche, la table de multiplication de 3 y est inscrite. Identifiez-la en entourant les chiffres des produits sur le schéma.

Faites de même avec la colonne de 4 ici à droite.

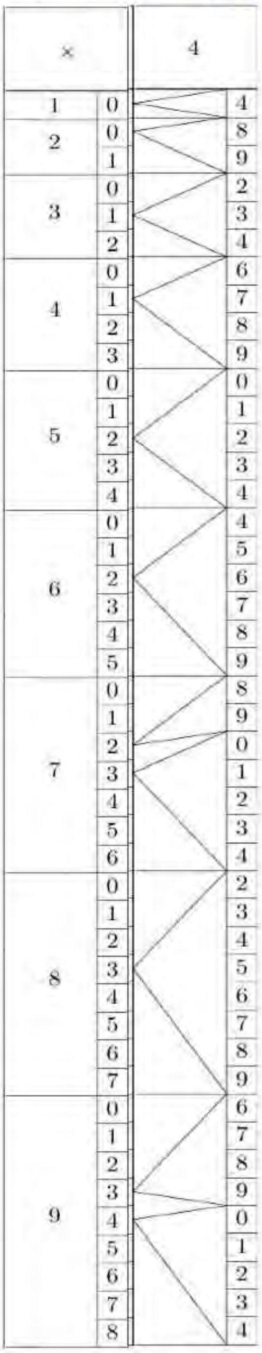
Les petits carrés dans les lignes de chaque chiffre servent-ils ici ?

Comparez avec le schéma : à quoi servent-ils dans le schéma ? Pour vous aider vous pouvez poser l'opération en suivant étape par étape le chemin dans les réglettes

```
   3 4 8
x      6
 ---------
```

Alors ?

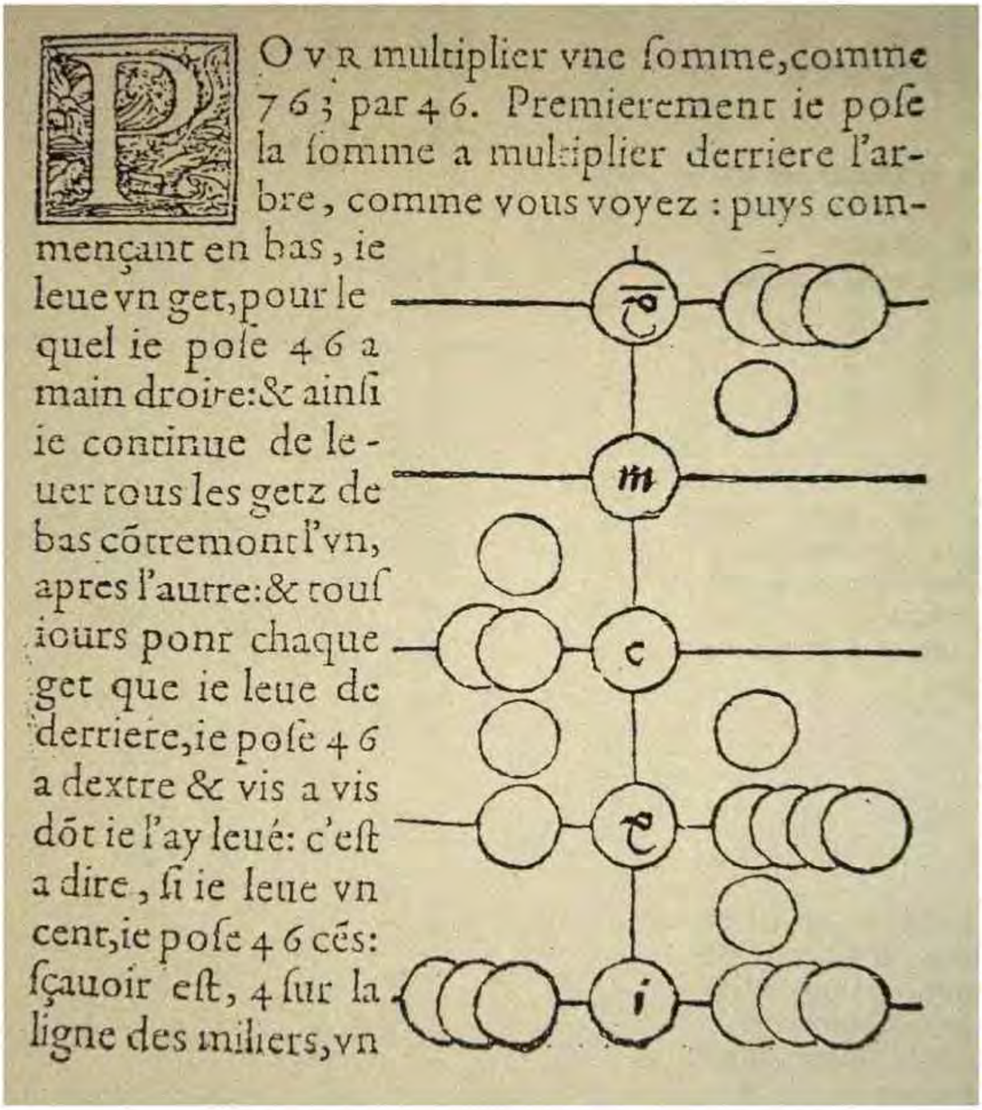
Pourquoi y en a t-il 3 dans la ligne de 3,
4 dans la ligne de 4,
5 dans la ligne de 5,
6 dans la ligne de 6,
7 dans la ligne de 7,
8dans la ligne de 8,
9 dans la ligne de 9 ?



Vous pouvez maintenant compléter vos réglettes de 0 à 9 en commençant par recopier celles de 3, 4, et 8.

Exposition « Multipliez ! » - Avril 2012 - FP

Multiplier comme au Moyen-Age



POVR multiplier vne ſomme, comme 763 par 46. Premierement ie poſe la ſomme a multiplier derriere l'arbre, comme vous voyez : puys commençant en bas, ie leue vn get, pour le quel ie poſe 46 a main droite: & ainſi ie continue de leuer tous les getz de bas cõtremont l'vn, apres l'autre: & touſiours ponr chaque get que ie leue de derriere, ie poſe 46 a dextre & vis a vis dõt ie l'ay leué: c'eſt a dire, ſi ie leue vn cent, ie poſe 46 cẽs: ſçauoir eſt, 4 ſur la ligne des miliers, vn

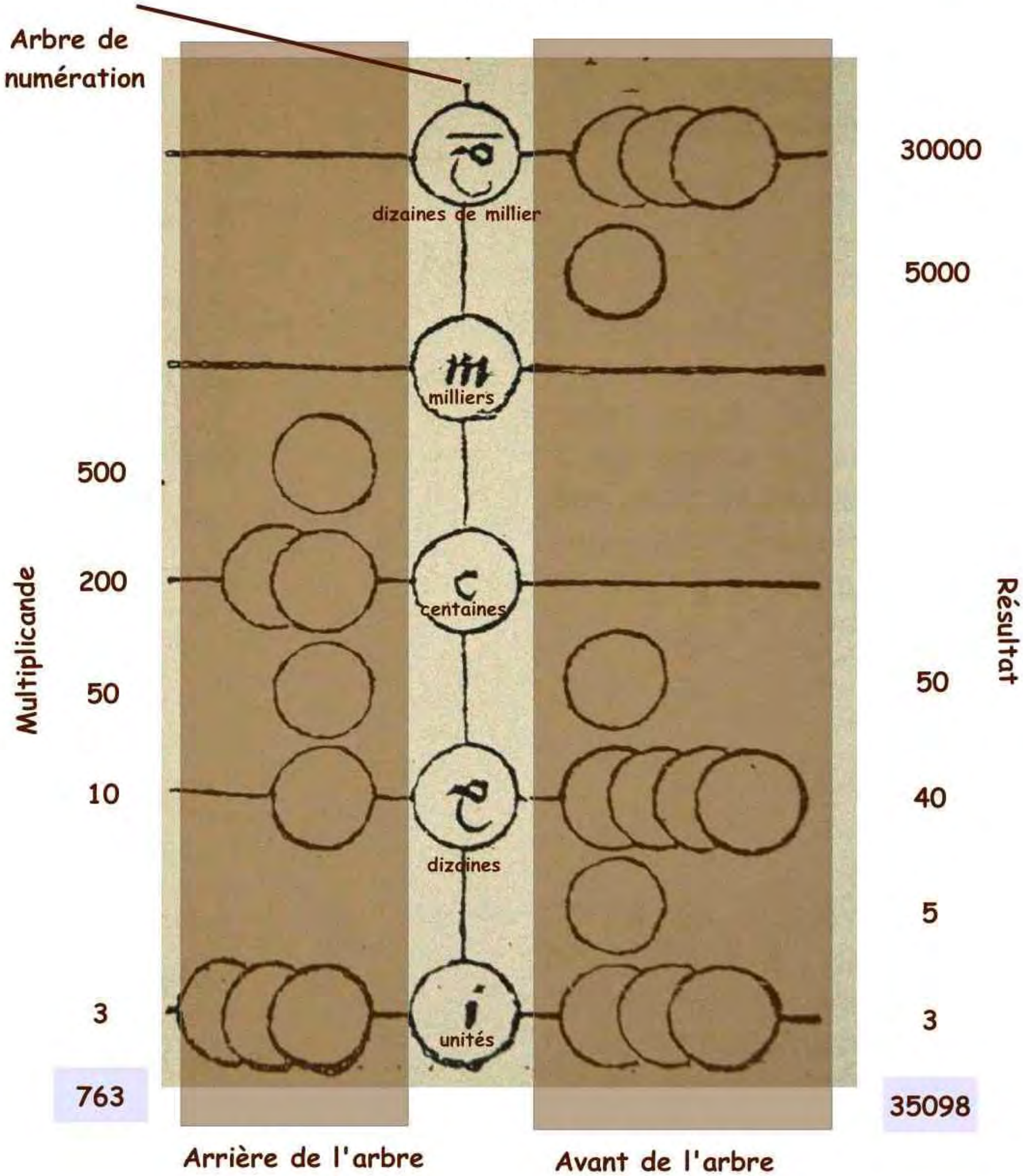
Extrait[1] de *L'art et moyen de calculer avec les getons,* Jean Trenchant, 1561

C'est un texte en vieux français. Pour le lire, il faut traduire quelques caractères : le v est un u, le u est un v, le i est j, le f est un s, un gets est un jeton. Sachant cela, nous pouvons déchiffrer le texte pour apprendre à se servir de l'abaque.

1 Fac-similé complet dans la brochure de R. Charbonnier, *Si les nombres m'étaient contés...*, IREM de Clermont-Ferrand, 2002, http://publimath.irem.univ-mrs.fr/biblio/ICF02001.htm . Le document original est à la bibliothèque municipale de Lyon. Il a été numérisé par l'université de Californie et accessible sur ce lien: http://archive.org/details/larithmetiquede00tren

Exposition « Multipliez ! » - mai 2012

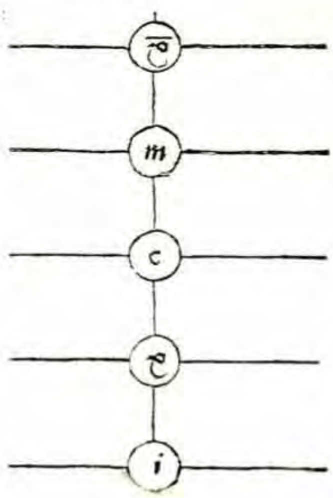
763 x 46



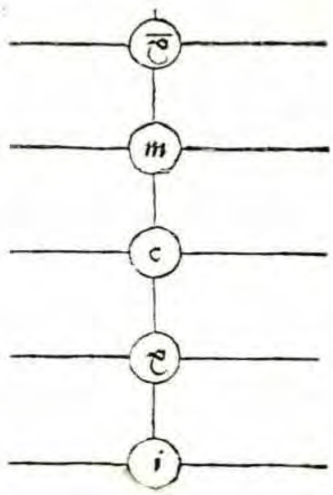
Exposition « Multipliez ! » - mai 2012

Ecrivez derrière l'arbre les nombres indiqués

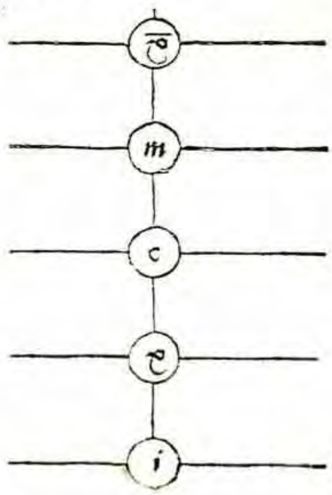
35



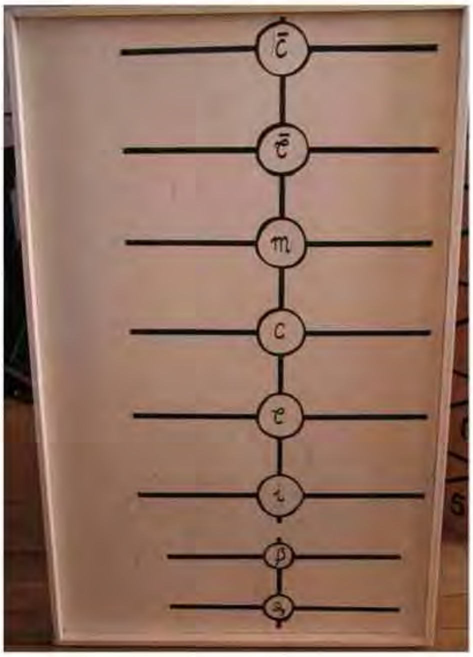
271



12 568

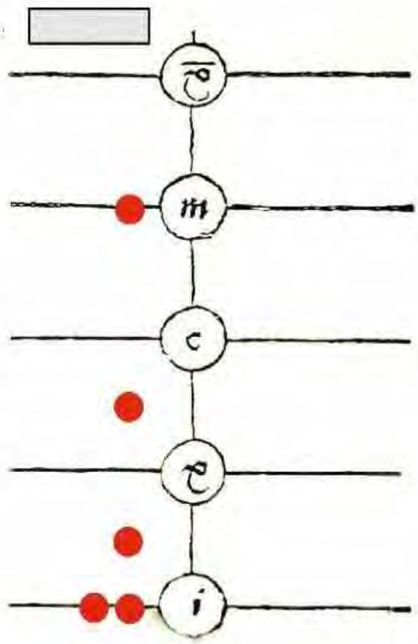


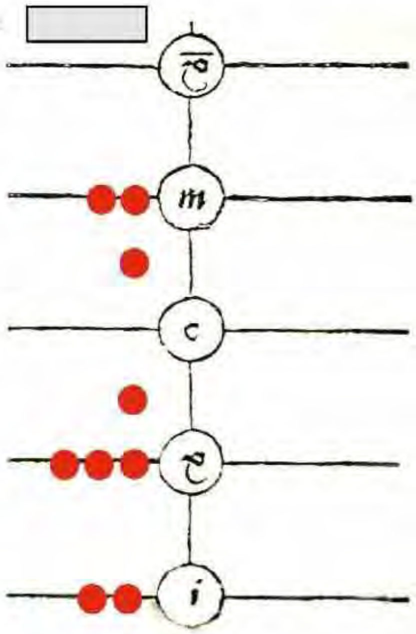
Vous pouvez utiliser la table à abaques et les jetons mis à votre disposition ou bien les tables plastifiées.



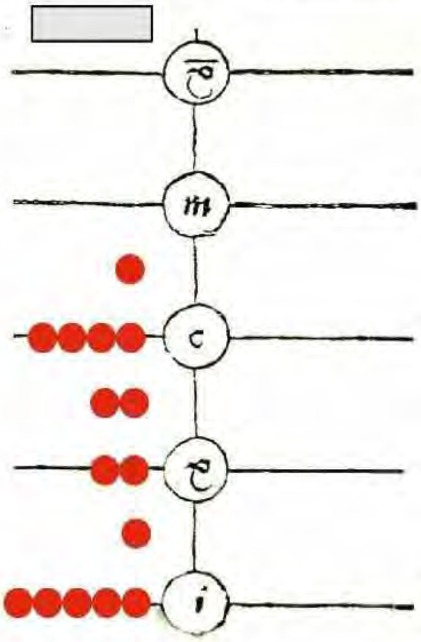
Exposition « Multipliez ! » - mai 2012

Un peu d'entraînement avant les calculs : des nombres à lire





Un autre exercice d'entraînement : simplifier.



Sur chaque ligne on ne peut avoir au plus que … jetons sur chaque ligne intermédiaire, on ne peut avoir au plus que … jeton(s) ;
Simplifiez la représentation proposée ci-contre du nombre .
Utilisez la table et les jetons afin de prendre l'habitude des gestes et de la rigueur nécessaires dans les manipulations puis corrigez le schéma.

Exposition « Multipliez ! » - mai 2012

En suivant les indications de Jean Trenchant, et donc sans utiliser les tables de multiplication, on va exécuter les opérations suivantes :
12x4, 12x7, 15x2, 23x7, 56x32

Reprenons le texte
Premièrement je pose la somme (au sens d'une somme d'argent, nous l'appellerons comme il se doit le multiplicande) à multiplier derrière l'arbre. (**12** pour la première opération)
Je commence par le bas.
Pour chaque jeton que j'enlève de derrière l'arbre, je pose exactement à même hauteur de l'autre côté de l'arbre autant de jetons que les chiffres du multiplicateur. (**4** pour la première opération)

A vous !

Dans le document de la première page, le calcul proposé est 763 multiplié par 46. Menez ce calcul.

Réglettes de Genaille

Ressources pour les faire soi-même

×							
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							

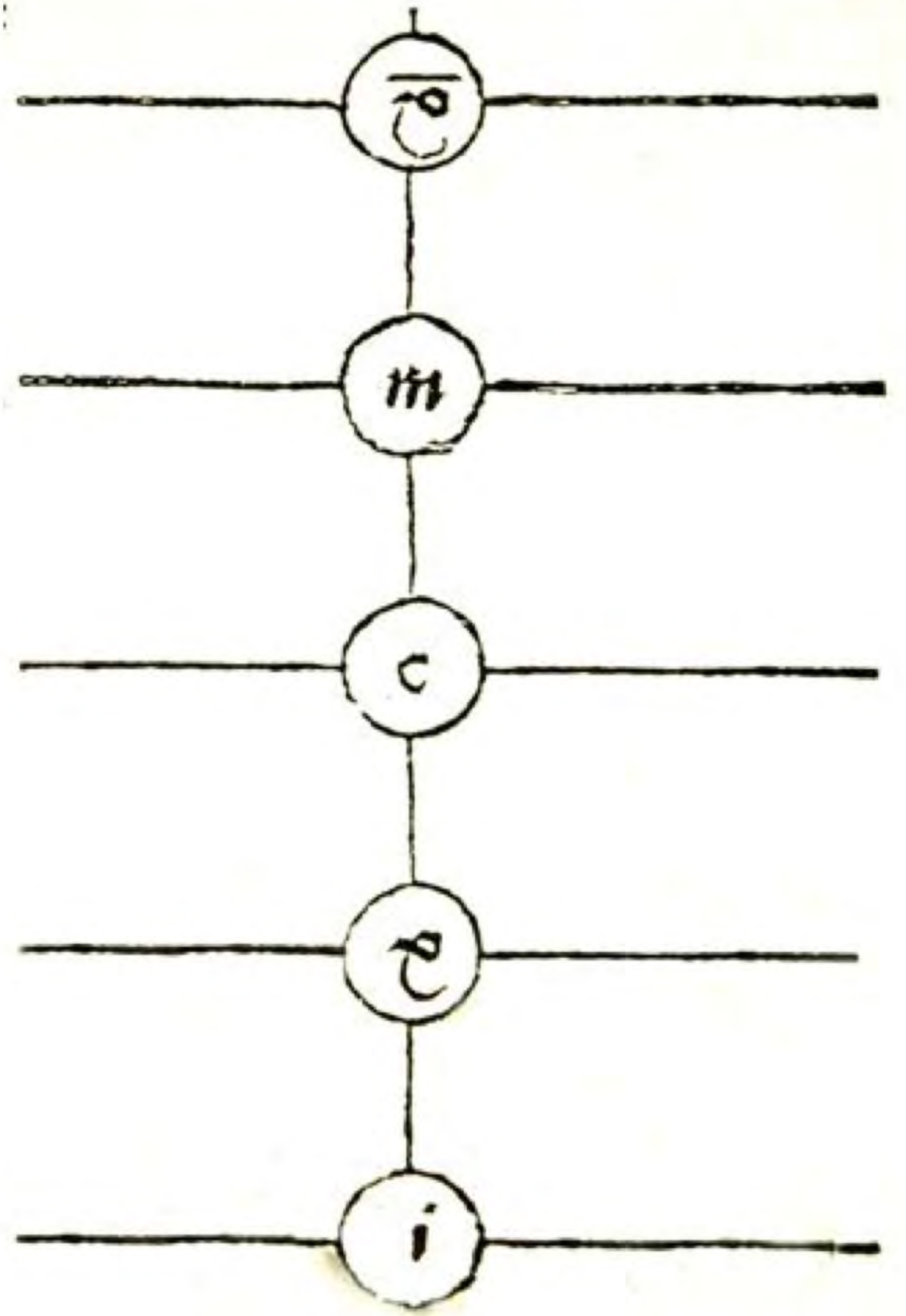
Exposition « Multipliez ! » - Avril 2012 - FP

Bâtons de Neper

Ressources pour les faire soi-même

×										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

Exposition « Multipliez ! » - Groupe IREM « Instruments dans la classe » 2012



Exposition « Multipliez ! » - Avril 2012 - FP

retour sommaire

DES TOURS DE DOMINIQUE VALENTIN AUX REPRESENTATIONS PLANES DES OBJETS DE L'ESPACE

Annette Braconne-Michoux
Professeure adjointe
Université de Montréal, Canada
annette.braconne-michoux@umontreal.ca

Résumé
Dans cet atelier le travail s'appuie sur une expérimentation menée à Montréal à propos des difficultés dans la compréhension des représentations planes des objets de l'espace et les différents passages 2D-3D, auprès d'élèves diagnostiqués « en difficultés en géométrie dans l'espace » à la fin de l'école primaire. Face à un tel diagnostic, quelles sont les réponses que l'enseignant peut apporter ? Les tests proposés par les psychologues sont-ils en lien avec les difficultés d'apprentissage identifiées par les recherches en didactique ? Peut-on contextualiser les informations données par les tests dans les programmes de l'école primaire ou secondaire ?
Les participants ont été invités à faire et à analyser les activités proposées dans le cadre de la recherche : dénombrement d'empilements de cubes à partir de représentations diverses, constructions d'empilements à partir de représentations, jeu des tours (Valentin 2005).
Au cours des activités, les participants ont été amenés à échanger sur les stratégies utilisées, à identifier des variables didactiques sur lesquelles l'enseignant (et le formateur) peuvent jouer pour aider l'élève dans la compréhension des représentations planes de objets de l'espace. La question du lien entre les activités de positionnement des tours proposées par Valentin et les représentations planes des objets de l'espace a aussi été abordée dans cet atelier.

Exploitations possibles
En formation des enseignants, les documents et exemples proposés au cours de cet atelier, peuvent servir d'appui à une analyse des difficultés que rencontrent les élèves dans la compréhension de représentations planes des objets de l'espace et les différents passages 2D-3D. Le compte rendu de l'atelier donne des pistes pour interroger la pertinence des activités proposées aux élèves et présente une analyse fine des procédures attendues et des variables didactiques sur lesquelles l'enseignant peut jouer pour organiser son enseignement. Enfin, la présentation du jeu des Tours proposé par Dominique Valentin, mis en lien avec d'autres types d'activités, ouvre des perspectives pour la formation à propos des aides à apporter aux élèves dans la perspective d'une résolution du conflit entre le « su » et le « vu ».

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Géométrie dans l'espace. Représentations planes. Formation initiale.

DES TOURS DE DOMINIQUE VALENTIN AUX REPRESENTATIONS PLANES DES OBJETS DE L'ESPACE

Annette Braconne-Michoux

Professeure adjointe

Université de Montréal, Canada

annette.braconne-michoux@umontreal.ca

Résumé

Dans cet atelier le travail s'appuie sur une expérimentation menée à Montréal à propos des difficultés dans la compréhension des représentations planes des objets de l'espace et les différents passages 2D-3D, auprès d'élèves diagnostiqués « en difficultés en géométrie dans l'espace » à la fin de l'école primaire. Face à un tel diagnostic, quelles sont les réponses que l'enseignant peut apporter ? Les tests proposés par les psychologues sont-ils en lien avec les difficultés d'apprentissage identifiées par les recherches en didactique ? Peut-on contextualiser les informations données par les tests dans les programmes de l'école primaire ou secondaire ?

Les participants ont été invités à faire et à analyser les activités proposées dans le cadre de la recherche : dénombrement d'empilements de cubes à partir de représentations diverses, constructions d'empilements à partir de représentations, jeu des tours (Valentin 2005).

Au cours des activités, les participants ont été amenés à échanger sur les stratégies utilisées, identifier des variables didactiques sur lesquelles l'enseignant (et le formateur) peuvent jouer pour aider l'élève dans la compréhension des représentations planes de objets de l'espace. La question du lien entre les activités de positionnement des tours proposées par D. Valentin et les représentations planes des objets de l'espace a aussi été abordée dans cet atelier.

I - INTRODUCTION ET PRESENTATION DE L'ATELIER

Au Québec comme en France, certains bilans proposés par les psychologues scolaires peuvent mentionner qu'un élève a des difficultés en géométrie dans l'espace, qu'il a un développement ou un retard de *n* années en géométrie dans l'espace, etc. En tant que formatrice d'enseignants à l'école primaire, je me suis penchée sur les questions posées aux élèves par les psychologues, questions qui font partie de tests standardisés et dont les résultats ont été éprouvés des milliers de fois. Plusieurs interrogations découlent de cette observation : quels liens ces questions ont-elles avec les apprentissages menés à l'école ? Ou encore, est-ce que l'école, par ses programmes et progressions d'apprentissage donne une chance à l'élève de surmonter les difficultés identifiées par le psychologue ? Si l'enseignant ne connaît pas les questions que le psychologue a posées à l'élève, comment peut-il envisager d'aider l'élève ?

1 L'expérimentation à Montréal

Pour tenter de répondre à ces questions, j'ai demandé à cinq élèves du secondaire (14-15 ans) de répondre successivement à des questions extraites de protocoles utilisés par les psychologues et à des questions plus académiques, relevant du programme de secondaire telles que les vues planes des objets de l'espace. Le but était d'observer leurs procédures et de comparer les réponses qu'ils donnaient aux deux types d'activités. L'école où s'est déroulée l'expérimentation est l'école secondaire multiculturelle Vanguard de Montréal. Cette école a un statut très particulier sur l'île de Montréal : c'est la seule école privée entièrement subventionnée par l'état ; elle accueille tous les élèves en difficulté que le système public d'éducation ne peut prendre en charge que ce soit pour des raisons purement académiques (difficultés d'apprentissage ou de handicap), familiales ou personnelles. L'enseignement dispensé respecte le programme officiel du secondaire et les élèves passent les examens du ministère en fin de 4^{e} année du secondaire. Le programme de formation de l'école québécoise précise qu'un élève de Secondaire 3 doit maîtriser les représentations planes (vues de face, de dessus et de droite), et les perspectives axonométrique, cavalière, à un et deux points de fuite. Les 5 élèves volontaires avec lesquels j'ai travaillé avaient des résultats scolaires de niveau comparable à ceux d'élève de début de cycle 3. Leurs enseignantes me les ont présentés comme ayant de très grandes difficultés d'apprentissage, en géométrie en particulier. Elles m'ont aussi précisé que chacun avait à cœur de progresser et aucun de ces élèves n'avait de difficulté de comportement. Dans la mesure où la période d'expérimentation était très limitée dans le temps, parmi les représentations des objets de l'espace mentionnée dans le programme, je me suis limitée aux représentations planes.

1.1 Le protocole de recherche

Pour ce faire, j'ai rencontré les élèves individuellement 6 fois chacun pendant 45 minutes environ. La première séance a été consacrée au diagnostic, les 4 suivantes à la remédiation et aux apprentissages à propos des représentations planes des objets de l'espace et la 6^{e} séance à l'évaluation des progrès des élèves. La participation d'une assistante de recherche a permis que toutes les séances soient filmées.

Au cours de la 1ère rencontre de diagnostic, les élèves ont construit des empilements représentés en perspective et dénombré les cubes nécessaires à la construction de l'empilement, identifié la vue de face d'un empilement réel de cubes (2 cm d'arête). Ils ont eu l'occasion de se familiariser avec le jeu des tours tel que proposé par D. Valentin. Ce jeu comprend deux phases. Dans la première phase (voir annexe 1), l'élève est invité à aligner 5 tours de hauteurs différentes de façon à ce que l'on voie, par exemple, 3 tours à un bout de l'alignement et 2 tours à l'autre. Dans la deuxième phase du jeu, les tours sont réparties sur un quadrillage. Cette phase de jeu ayant été utilisée lors de l'atelier, elle sera présentée dans le paragraphe II -3 relatant son déroulement.

Chacune des quatre autres rencontres a été consacrée à un thème particulier lié au dénombrement de cubes et aux représentations planes des empilements de cubes ainsi qu'à une reprise du jeu des tours dans une version toujours plus compliquée : alignements, quadrillages de 9 cases, quadrillages de 16 cases. Ainsi, au cours de la 1ère séance, l'élève a particulièrement travaillé les dénombrements et constructions d'empilements de cubes en lien avec les représentations en perspective. L'objectif principal de la 2ème séance a été de présenter les conventions de dessins des vues planes des empilements de cubes (vue de face, vue de droite et vue de dessus) à l'aide d'activités où l'élève a du identifier, compléter ou corriger certaines vues, à partir de l'empilement réel ou d'une représentation en perspective. Au cours de la 3ème séance l'élève a dessiné les vues planes de différents empilements cubes, empilements réels ou représentés en perspective (axonométrique et cavalière). Compte tenu des conditions d'expérimentation (6 rencontres individuelles de 45 minutes) je n'ai pas pu reprendre le scénario suivi par A. Bessot et M. Eberhard (1982). En particulier, je n'ai pas laissé aux élèves la possibilité d'exprimer leur conception initiale des vues planes et les codages qu'ils pourraient imaginer en guise de description des empilements de cubes. Au contraire, à partir de propositions incorrectes et exactes de vues planes d'empilements de cubes, j'ai amené les élèves à accepter les conventions de ces représentations (projections orthogonales sur un plan). Puis j'ai proposé diverses activités mettant en œuvre ces conventions à partir des différents supports : empilements réels, empilements représentés (en perspective cavalière, axonométrique) et vues à corriger, à compléter, à dessiner. Enfin au cours de la 4ème séance, nous avons repris toutes les activités menées lors des 3 séances précédentes, en évitant autant que possible le recours à l'empilement réel. La dernière rencontre a été l'occasion d'apprécier les apprentissages des élèves que ce soit au niveau du dénombrement des cubes, de l'association des vues planes avec les représentations en perspectives des empilements ou des dessins de vues planes d'empilements représentés. A propos du dénombrement, tous les élèves savaient que certains cubes ne peuvent être représentés sur un dessin en perspective et qu'ils doivent être pris en compte. La difficulté a été variable selon les élèves et les démarches suivies pour le dénombrement. Ce sont les empilements les plus compacts qui sont restés source d'erreurs pour certains élèves ; d'autres ont réussi tous les dénombrements demandés (jusqu'à 10 !). A propos des vues planes, nous avons pu voir comment certains élèves, acceptant les conventions avec plus de rapidité, résolvaient mieux le conflit entre le « su » (les cubes sont au dessus ou en arrière les uns par rapport aux autres mais tous de la même taille), le « vu » (ils apparaissent plus petits ou décalés) (Parzysz ; 1988) et le « représenté » (toutes les faces parallèles visibles sont dessinées à l'aide de carrés isométriques). La taille des cubes est une variable didactique sur laquelle je reviendrai plus loin. En ce qui concerne le jeu des tours sur quadrillage, certains élèves ont rapidement dégagé des stratégies particulièrement efficaces (rôles du 1 et du 4 en autres) ; un autre a eu plus de difficultés à gérer simultanément toutes les contraintes.

1.2Conclusion

Les premiers résultats de cette expérimentation tendent à confirmer les difficultés anticipées des élèves : la difficulté à prendre en compte les cubes cachés dans les représentations en perspective, le conflit entre le « su » et le « vu » dans les représentations planes, l'absence d'anticipation et/ou la difficulté de respecter des contraintes multiples dans le jeu des tours. Certaines de ces difficultés ne sont pas liées entre elles : un même élève pouvant devenir très habile dans le dessin des vues planes et se tromper dans le dénombrement des cubes, que l'empilement soit dessiné en perspective cavalière ou axonométrique. L'enthousiasme des élèves a été réel et leur engagement dans la recherche d'une séance à l'autre a été grandissant. Leur activité au cours de la dernière séance montre qu'ils ont amorcé des apprentissages tant au niveau du dénombrement que des représentations planes. En effet, au fil des séances et selon la composition de l'empilement (groupé ou plus éclaté), les stratégies de dénombrement ont évolué ; des démarches plus structurées sont apparues pour les dessins des vues planes : l'empilement étant divisé en « colonnes » ou en « plans » selon les vues à dessiner. Les conditions d'expérimentation n'ont pas permis d'institutionnaliser ni de renforcer ces apprentissages. En particulier, nous n'avons pas structuré les diverses stratégies de dénombrement de cubes en fonction de leurs positions dans l'empilement. L'apprentissage du dessin des vues planes des empilements de cubes n'a pas été complètement institutionnalisé ni structuré.

J'ai donc retrouvé chez ces élèves les mêmes difficultés que celles que l'on rencontre dans toute classe de primaire ou de collège en France.

2 Les objectifs visés par l'atelier

Dans l'atelier, j'ai voulu faire partager mon expérience dans l'intervention auprès d'élèves en difficultés dans le but de l'intégrer à la formation initiale des enseignants du primaire. En effet, ce que j'ai constaté auprès des élèves avec lesquels j'ai travaillé sera utilisé dans mon cours sur l'enseignement de l'espace à l'Université. L'atelier était aussi une occasion d'échanges à propos d'activités qui sont peu ou pas menées à l'école primaire, à peine abordées en formation initiale : quelles relations entre les objets réels de l'espace et leurs représentations planes évoque-t-on à l'IUFM ? Dans les classes de l'école primaire ?

II - DEROULEMENT DE L'ATELIER

L'atelier s'est déroulé selon les 3 temps suivants :

- présentation d'extraits des tests de psychométrie K-ABCII (2004) et KeyMath (2001),
- activités de dénombrement d'empilements de cubes et dessins de vues planes d'empilements de cubes,
- jeux des tours d'après D. Valentin (2005).

Les temps d'activités proprement dits ont été marqués par des mises en commun au cours desquelles les participants ont échangé autant sur les stratégies personnelles, les difficultés éventuelles des élèves, des étudiants en IUFM ou des enseignants en formation continue, les variables didactiques en jeu que la pertinence de ce genre d'activités. C'est ce compte rendu que je donne maintenant.

1 Les tests de psychométrie K-ABC II et KeyMath

Ces deux batteries de tests standardisés (voir des extraits en annexe A) sont très utilisées en Amérique du Nord. Pour être scolarisés dans cette école, les élèves qui ont participé à l'expérimentation ont été diagnostiqués comme étant en difficultés : difficultés d'apprentissages, de développement ou autre. Il est donc fort probable que certains d'entre eux ont déjà répondu à ce genre de questions. Ces tests, comme tous les tests psychométriques, ont été validés auprès de milliers d'élèves et permettent aux psychologues de situer les élèves sur des échelles d'intelligence ou de connaissances.

1.1Le test de psychométrie K-ABC II

Le test K-ABC II est un test psychométrique standardisé qui vise à apprécier le développement cognitif de l'enfant en s'intéressant à ses connaissances et à ses compétences acquises dans le cadre scolaire mais aussi plus généralement grâce à l'environnement dans lequel il évolue. Ce test vise donc à mesurer autant le développement de l'élève du point de vue du langage que des mathématiques, ses difficultés d'apprentissages en général ou son degré de déficience mentale. Les questions posées à l'élève se répartissent en 4 domaines : les processus séquentiels, les processus simultanés, les processus composites (séquentiels et simultanés) et les connaissances. L'un des sous-tests de l'échelle non-verbale appartenant au domaine des processus simultanés est composé de questions qui demandent à l'élève de dénombrer des blocs. Ce sont les seules questions qui soient posées à l'élève que l'on puisse rapprocher des apprentissages scolaires liés à la géométrie dans l'espace. En tant que didacticien, on est frappé par le fait que les dénombrements de blocs qui sont proposés à l'élève sont tous présentés selon la même perspective axonométrique ; les blocs identiques sont toujours d'une même couleur et les faces des blocs sont plus ou moins éclaircies selon leur position dans la perspective. Dans la version actuelle du test K-ABC II, 34 questions sont disponibles pour mesurer les performances d'un élève de 5 à 18 ans ; les 5 premières étant significatives pour des élèves de 5 à 10 ans. Dans le cadre de l'atelier je me suis limitée à présenter quelques unes de ces questions. Les participants ont pu facilement constater que l'effet d'entraînement pouvait avoir des conséquences notables sur les performances des élèves. C'est aussi ce que j'ai cherché à vérifier auprès des élèves avec lesquels j'ai travaillé à Montréal.

1.2Le test de psychométrie KeyMath

Ce test est, comme son nom l'indique, centré sur la mesure (diagnostic) des performances en mathématiques des élèves de 5 à 15 ans. Il est donc divisé en plusieurs rubriques comme la connaissance des nombres entiers, des fractions, des opérations, de la mesure ou de la géométrie. Dans la version canadienne française, j'ai présenté aux participants les questions extraites de la rubrique « géométrie » et qui relèvent de la géométrie dans l'espace. Les participants ont pu remarquer que si une hiérarchie dans la difficulté des questions est présente, du point de vue didactique, certaines d'entre elles sont formulées de façon qui peuvent être source d'ambiguïtés et donc de réponses fausses de la part des élèves. Par exemple, dans la question 4, on demande à l'élève de dire ce que deux blocs (deux cylindres représentés « couchés » où les disques de base sont dans des plans verticaux) ont de semblable et ce qu'ils ont de différent. Les deux caractères semblables attendus sont la forme (ce sont deux cylindres) et la même hauteur (ce qui est difficile à percevoir puisque l'élève n'est pas autorisé à mesurer). Les deux caractères différents attendus sont la couleur (l'un est orangé et l'autre rougeâtre) et la « grandeur » : les diamètres sont très différents. Le codage des réponses prévoit que l'élève doit donner les deux critères à chaque fois.

Nous avons été d'accord pour constater que si le bilan fait par le psychologue à propos d'un élève se résume à « X a un niveau de CE2 en géométrie dans l'espace », l'enseignant restera fort embarrassé pour aider l'élève à surmonter ses difficultés dans la mesure où celles-ci ne sont pas décrits ou explicitées.

2 Activités de dénombrement et de dessins de vues planes

On trouvera en annexe B le document de travail remis aux participants.

2.1Activités de dénombrement

L'atelier a démarré par l'activité de dénombrement de cubes telle qu'elle a eu lieu avec les élèves ayant participé à l'expérimentation. Les participants ont reçu 3 dessins d'empilements selon trois perspectives, à chaque dessin étant associées deux questions : quel est le nombre minimal de cubes pour réaliser l'empilement ? Quelles sont les stratégies que vous avez utilisées ? Les empilements A et B faisaient partie des empilements sur lesquels les élèves de Montréal ont travaillé.

Au cours de la mise en commun, nous avons pu identifier plusieurs stratégies de dénombrement : transformations méréologiques qui, par déplacement de cubes, permettent de constituer des couches ou des colonnes complètes et faciliter le dénombrement, découpages verticaux ou horizontaux en fonction de la perspective utilisée, dénombrement par sous-empilements (« tours » de 2 cubes en particulier dans l'empilement C). Les échanges ont révélé que certains participants avaient changé de stratégie d'un empilement à l'autre en fonction de l'organisation des cubes dans l'espace quand d'autres ont gardé la même stratégie pour tous les dénombrements. Certains ont évoqué le fait que pour un même empilement changer de stratégie est un moyen de valider la réponse trouvée. Les participants n'ont pas manqué de mentionner que le nombre attendu est le nombre minimal de cubes, le dessin en perspective pouvant cacher un certain nombre de cubes et que ce contrat didactique est ici implicite. Les élèves que j'ai rencontrés ont souvent eu cette même démarche de changement de stratégie entre l'annonce d'un premier nombre et l'énonciation à haute voix du dénombrement. En revanche aucun des élèves n'a utilisé de transformation méréologique pour dénombrer les cubes. De plus, aucun élève n'a envisagé que le nombre de cubes annoncé était un nombre minimal. Le contrat didactique implicite a donc été respecté. Il a même été renforcé dans la mesure où c'est en donnant aux élèves le nombre de cubes annoncés pour construire l'empilement, qu'ils ont validé leur réponse.

La discussion a permis de dégager que les changements de stratégies dans les dénombrements a été une source de validation. Il en été tout autrement pour les élèves dans la mesure où les changements de stratégies ont engendré une prise en compte différente des cubes cachés et donc une organisation différente dans le dénombrement, organisation qu'ils n'ont pas toujours maîtrisée. Les deux variables didactiques sont ici, la perspective utilisée pour représenter l'empilement et le caractère plus ou moins compact de celui-ci. C'est ainsi que, dans les empilements « compacts » et présentés en perspective axonométrique comme dans le cas de l'empilement A, les élèves ont eu plus de difficultés à donner le nombre minimal de cubes : le plan sur lequel l'empilement est difficile à percevoir et les colonnes de cubes cachés deviennent difficiles à dénombrer. Au contraire le dénombrement d'un empilement tel l'empilement B a été mieux réussi par les élèves : il est représenté en perspective cavalière et est composé de blocs faciles à distinguer les uns des autres. Les allers-retours entre les dessins et les constructions d'empilements réels, la manipulation en général ont été très importants pour les élèves. L'activité de dénombrement de cubes à partir de représentations en perspective peut donc participer de l'apprentissage de la perte d'information inhérente à toute représentation plane d'un objet de l'espace : le nombre de cubes dessinés n'est pas le nombre de cubes nécessaire à la construction de l'empilement. On peut donc faire le lien avec les questions proposées dans les tests psychométriques où justement il s'agit de dénombrer des cubes selon une perspective. Mais dans la mesure où cette activité est source d'un apprentissage de la géométrie dans l'espace, on ne saurait, en tant que didacticien, affirmer que les compétences d'un élève dans ce domaine sont évaluées à partir de ce seul type de questions. L'expérimentation a montré qu'avec l'entraînement, les élèves progressaient dans le dénombrement : quels étaient leurs progrès dans leurs compétences et connaissances en géométrie dans l'espace ? Au stade de ma recherche je ne saurais répondre à cette question.

2.2Dessins des vues planes d'empilements

Comme je l'ai demandé aux élèves, les participants ont eu à dessiner trois vues planes de chacun des empilements précédents. Pour ce faire, ils ont usé de diverses stratégies telles que commencer toujours par la vue de face (ou une autre vue), étudier le nombre de faces situées dans les plans parallèles au plan de projection, dessiner chaque face en procédant de proche en proche, « découper » l'empilement en blocs dont on conçoit facilement la vue plane… Tous les participants ont été d'accord pour dire que le dessin de la vue de droite de l'empilement C était le plus difficile puisqu'aucune des faces de cette vue n'est visible selon cette perspective. On retrouve ici les deux variables didactiques : la perspective utilisée et la nature plus ou moins compacte de l'empilement. Mais contrairement à l'activité de dénombrement, le dessin des vues planes d'un empilement compact s'est révélé plus facile que lors du dénombrement, surtout pour les élèves qui ont procédé en dénombrant les faces visibles dans les plans parallèles au plan de projection ou pour les élèves qui ont dessiné les faces visibles de proche en proche. La perspective axonométrique, source de difficulté pour le dénombrement, est très utilisée dans les manuels québécois ; les élèves y sont habitués et les dessins des vues planes d'empilements comme l'empilement A ont été assez facilement réussis. La démarche la plus utilisée a consisté à identifier toutes les faces visibles selon un point de vue (parallèles au plan de projection considéré) et à les dessiner de proche en proche. L'évolution dans les productions des élèves (stratégies de dessins de plus en plus précises et assurées) indique que ce type d'activités peut être une première approche des conventions de dessins des objets de l'espace avant même l'apprentissage de la perspective cavalière ou de la perspective à un point de fuite: les faces représentées sont en vraie dimension et leurs positions relatives conservées. Pour aider un élève en très grande difficulté, j'ai eu recours à des cubes assez gros (10 cm d'arête), de diverses couleurs que j'ai utilisés de façon que les faces visibles soient d'une même couleur et que les faces qui ne seraient pas représentées soient d'une autre couleur. L'idée était qu'en changeant d'espace au sens de Brousseau (1983) et par passage du micro-espace au méso-espace, l'élève se donne une compréhension de ce que l'on appelle « vue de face », « vue de droite », et « vue de dessus ». J'ai demandé à l'élève de décrire ce qu'il voyait selon chaque vue. Il a répondu en dénombrant les faces et en décrivant leurs positions : dans le même plan, dans des plans parallèles, etc. Pour être certaine de sa compréhension, je lui ai demandé d'indiquer sur l'empilement initial (cubes de 2 cm d'arête) à l'aide d'un crayon, les faces qu'il allait dessiner pour chaque vue. Le passage du micro-espace au méso-espace s'est révélé ici être un moyen de remédiation efficace.

2.3La situation de X. Rogiers

Dans cette activité (voir annexe B 3.), les participants ont pu comparer les activités proposées aux élèves et celles que l'on peut trouver dans un ouvrage réservé aux étudiants, futurs enseignants. En effet on retrouve les questions ont été étudiées plus tôt (dénombrement de cubes d'un empilement et étude de ses vues planes) mais la variable didactique associée aux vues planes a changé : il s'agit d'associer à quatre dessins, quatre vues planes d'un empilement, ces dessins ne respectant pas les conventions de positions des vues planes qui sont celles du dessin technique. Comme l'a fait remarquer l'un des participants, on peut s'interroger sur la pertinence de la consigne, en termes de contrat didactique, dans la mesure où, pour répondre à la question, il n'est pas nécessaire de faire de la géométrie dans l'espace : il suffit que l'étudiant raisonne sur des photos qu'il ferait de l'empilement. Ainsi pour répondre à la question b), un étudiant peut avoir une démarche très économique et procéder par élimination sans faire usage de géométrie dans l'espace. Par exemple, il peut considérer que selon le point de vue D, la représentation ne peut pas être un carré complet puisqu'il manque un cube en bas à gauche, il lui reste alors à choisir entre les dessins 2 et 3. Après analyse des nuances de couleurs (claire pour les faces extérieures du cube initial et foncée pour les faces intérieures), il choisit 3. Par opposition, il associe B au dessin 2. On peut considérer qu'un tel étudiant n'a pas fait de raisonnement dans l'espace et encore moins de projections orthogonales de l'empilement sur différents plans. L'interrogation qui découle de cette activité est le choix des activités à proposer aux étudiants en formation initiale en vue de leurs transpositions dans la classe. Il semble que le choix qui a été fait ici ne soit pas des plus judicieux.

2.4Retrouver l'empilement

Cette activité de passage du 2D à 3D réel n'a pas été demandée aux élèves de l'école Vanguard ayant participé à l'expérimentation, mais aurait sa place dans la formation initiale des enseignants. C'est une situation particulière où le passage de la représentation plane à l'objet réel rend la manipulation incontournable. La gestion simultanée des contraintes et des informations données par chaque vue peut se révéler difficile ; c'est donc une occasion de travail de groupe. Enfin, dans certaines situations, il y a plusieurs solutions ; c'est le cas ici dans la première construction. En formation initiale, de telles situations pourraient être exploitées de différentes façons avec les étudiants selon que l'on mette en avant le travail de groupe, la gestion des contraintes, les solutions multiples, les validations par les pairs, etc.

Avec les élèves de l'école Vanguard, j'ai procédé différemment en proposant 3 vues planes et 3 empilements réels. Les empilements réels étaient tels que seule une vue permettait de les différencier deux à deux et un seul empilement satisfaisait aux trois vues planes. La gestion des contraintes a donc été plus simple et a rassuré plusieurs élèves sur la compréhension qu'ils étaient en train de se forger des vues planes des empilements de cubes. Un élève a rencontré beaucoup de difficulté au cours de cette activité. Il a longtemps hésité dans son choix du bon empilement dans la mesure où, ne procédant pas par élimination, il retrouvait toujours deux empilements satisfaisants pour la vue considérée. J'ai du le guider dans le choix par élimination. Après quoi, en répétant la même activité sur d'autres empilements et 3 vues planes ne satisfaisant qu'à un seul des empilements, j'ai pu constater que la démarche était acquise.

3 Jeu des tours de D. Valentin

J'ai utilisé ce jeu pour clore chaque rencontre avec les élèves et les encourager à revenir travailler sur les représentations des empilements de cubes. Au début de la séance suivante, alors que je demandais d'évoquer ce qui avait été travaillé auparavant, la première activité mentionnée a été : « les tours ». J'ai donc utilisé ce jeu comme fil conducteur d'une séance à l'autre en amenant l'élève à verbaliser le fait que certaines tours devaient être cachées pour respecter les contraintes. Comme on le verra ce jeu n'est pas étranger aux représentations planes des objets de l'espace.

3.1Présentation du jeu

Proposé par D. Valentin (2005) pour l'école maternelle, ce jeu demande aux élèves de placer des tours de hauteurs différentes, en ligne ou sur un quadrillage, en respectant la condition suivante : il faut respecter le nombre de tours visibles affiché en bout de ligne ou de colonne. Sur un quadrillage, une nouvelle contrainte doit être respectée : deux tours de même hauteur ne peuvent être dans la même ligne ou la même colonne.

A l'école maternelle, ce jeu participe des apprentissages liés au repérage dans l'espace et permet aux élèves de comprendre que certains objets doivent être cachés pour que toutes les contraintes soient respectées.

Dans le cadre de l'atelier, j'ai proposé aux participants de jouer tout d'abord sur un quadrillage de 9 cases (voir annexe B) en utilisant 9 tours de 3 hauteurs différentes (3 grandes, 3 moyennes et 3 petites). En utilisant le quadrillage à 9 cases, les participants se sont vite aperçu que certaines informations étaient redondantes : soit on a trop d'informations en bout de ligne ou de colonne, soit on n'a pas besoin de l'information sur l'unicité de chaque hauteur de tour.

Sur les quadrillages à 16 cases, en revanche, les stratégies deviennent plus nombreuses. Les informations chiffrées et les contraintes sur la hauteur des tours peuvent se transformer en des contraintes de couleurs quand les tours d'une même hauteur sont d'une même couleur. Certaines grilles offrent des solutions multiples. Les participants ont remarqué que l'on pouvait très vite faire un parallèle avec le jeu de Sudoku (qui n'est sans doute pas encore maîtrisé à l'école maternelle et très peu à l'école primaire). L'intérêt de ce jeu en formation initiale est le même qu'à l'école maternelle : le repérage des objets dans l'espace, la collaboration entre les participants au jeu, la validation par l'un des membres de l'équipe, la verbalisation des anticipations des participants, etc.

Les élèves de l'école Vanguard ont fait les mêmes apprentissages que les élèves de l'école maternelle : pour que toutes les contraintes soient respectées, il faut que certaines tours soient cachées par des tours plus hautes. Avec la répétition et l'entraînement, ils ont aussi développé certaines stratégies particulièrement efficaces : le « 1 » en bout de ligne signifie que la tour la plus haute est au bord du quadrillage ; le « 4 » impose que toutes les tours doivent être rangées en escalier pour être toutes visibles. Un quadrillage qui comprend beaucoup de 1 et de 4 sera particulièrement facile. Surtout d'une séance à l'autre, les élèves se souvenaient du jeu et de sa règle principale : il faut cacher certaines tours pour que les nombres en bout de ligne ou de colonne soient respectés. Autrement dit, le codage impose que certains objets soient cachés, tout comme dans les représentations en perspective des empilements ou comme dans les dessins des vues planes où certaines faces ne seront pas dessinées alors qu'on les voit.

3.2Prolongements éventuels

Le lien à faire entre ce jeu et les diverses représentations planes des empilements de cubes a été fait par les élèves. Ainsi, c'est dans ce contexte, c'est-à-dire en faisant référence aux tours cachées et visibles du jeu que certains élèves ont compris les conventions de dessin des vues planes : des faces situées dans des plans parallèles peuvent ne pas être représentées ou représentées en vraie dimension sans que l'on sache dans quel plan elles se situent. Par exemple, en référence à l'exemple donné en annexe, les élèves ont compris que si dans la colonne de gauche on voyait un carré rouge (cube rouge) et trois jaunes, cela signifiait que la tour jaune de 4 cubes était placée juste derrière le cube rouge, sinon on aurait vu un ou deux carrés bleu ou vert. Ce jeu a aidé les élèves à accepter l'idée que des objets peuvent être présents sans qu'on les voie ou qu'ils soient représentés les uns accolés aux autres alors qu'ils sont dans des plans parallèles. On peut alors considérer qu'une telle activité participe de la résolution du conflit entre le « vu » et le « su » tel que décrit par Parzysz (1988) dans le contexte d'un passage 3D vers 2D.

Pour autant la durée limitée de l'expérimentation avec les élèves ne m'a pas permis d'aller plus loin dans l'exploitation d'un lien à faire entre les représentations planes des empilements de cubes et les codages utilisés dans le jeu. En particulier, je n'ai fait qu'exploiter les descriptions des tours réelles en lien avec ce que serait leurs représentations planes et je n'ai pas proposé aux élèves un énoncé qui se rapproche d'une représentation plane pour ensuite placer les tours sur le quadrillage dans le contexte d'un passage 2D vers 3D. Ce sont ces énoncés (voir les propositions a) et b) du paragraphe 6 de l'annexe B) que j'ai proposé aux participants à l'atelier.

L'un d'eux est une représentation en couleur et en perspective du quadrillage rempli. Les participants ont considéré qu'un tel énoncé serait difficile à comprendre pour les élèves. En effet, la lecture même du dessin devient complexe : les alignements en ligne ou en colonne sont difficiles à repérer ou à interpréter et la position des tours non visibles est déduite en respectant les contraintes d'alignement connues par ailleurs mais pas par lecture du dessin. Il y a donc deux niveaux d'information : la lecture du dessin et l'interprétation qu'il faut en faire pour que les contraintes de hauteurs de tours soient respectées.

En revanche, d'après les réactions des participants, le dessin coloré de la vue de face d'un quadrillage complet semble offrir davantage d'opportunités à des élèves déjà bien entraînés au jeu. Là encore, la résolution du conflit entre le « su » et le « vu » est déterminante pour placer les tours aux bons endroits. Les multiples réponses sont aussi autant de situations intéressantes pour la classe. La discussion entre les participants à l'atelier s'est poursuivie sur ce thème. En effet, il est étonnant que ce jeu pratiqué à l'école maternelle ne soit pas repris sous des formes plus complexes à l'école primaire. C'est peut-être là une possibilité.

Au cours de mon expérimentation, comme dans l'atelier, ce jeu a été proposé en fin de séance. Il n'en reste pas moins vrai qu'au cours des séances avec les élèves, j'ai eu recours aux descriptions des différents plateaux de jeu pour les guider dans leur acceptation des conventions de représentations des empilements en vue de face, vue de droite ou de dessus. Il me paraîtrait donc intéressant de voir comment réagiraient des élèves habitués au jeu des tours si on leur demandait de dessiner des vues planes d'empilements de cubes, donc de mener l'expérimentation dans l'ordre inverse de ce que j'ai fait à l'école Vanguard.

III - CONCLUSION

Concernant l'expérimentation, j'ai pu constater que les liens à faire entre les résultats obtenus par les élèves à l'issue des tests psychométriques peuvent être influencés par les activités qui leur ont été proposées en classe : soit ils y ont été entraînés par le dénombrement des cubes dans les empilements, soit ils n'y ont pas été préparés et ont fait des apprentissages qui ne seront pas réinvestis dans les questions qui leur seront posées. On peut donc se poser la question du lien à faire entre les bilans établis par les psychologues et les apprentissages scolaires des élèves. Au cours de l'expérimentation les élèves ont appris à résoudre partiellement le conflit entre le « su » et le « vu » : des tours ou des cubes doivent être pris en compte sans qu'on les voie ou qu'ils soient dessinés. Les allers-retours entre la manipulation des cubes et les dessins se sont révélés déterminants pour les apprentissages et leur consolidation.

Les participants à l'atelier ont eu l'opportunité de faire plusieurs activités liées aux représentations planes des objets de l'espace et d'envisager leur exploitation dans le cadre de la formation des enseignants. Ils ont repris les mots de Charnay et Mante (2008) évoquant les conclusions de Piaget :

> La construction des connaissances spatio-géométriques se fait par l'intériorisation des actions du sujet, c'est-à-dire par l'aptitude à penser les actions sans les exécuter. Cette intériorisation passe par des actions effectives et non simplement par un enseignement qui consiste à montrer des objets ou à faire travailler les enfants uniquement sur des dessins.

Les enseignants ont aussi convenu que ces activités étaient peu valorisées en classe et que l'on ne pouvait que regretter qu'un jeu très utilisé en maternelle ne soit pas réinvesti à l'école élémentaire. Même si les programmes de l'école primaire ne le soulignent pas particulièrement, on peut suggérer que chaque année, l'enseignant propose à ses élèves, des activités liées à la géométrie dans l'espace et aux représentations planes des objets de l'espace. Dans le cadre de la formation initiale, on ne saurait non plus négliger ces apprentissages qui sont loin d'être maîtrisés par tous les étudiants. Toutefois, comme nous l'avons vu avec l'exemple pris dans le manuel de Roegiers il faut rester vigilant sur les activités à proposer aux étudiants si l'on veut que des apprentissages de géométrie dans l'on veut que des apprentissages de géométrie dans l'espace aient lieu.

retour au sommaire

IV - BIBLIOGRAPHIE)

BESSOT A. & EBERHARD M. (1982) Représentation d'assemblages de cubes au C.M. *Grand N,* **26**, 29-68

BROUSSEAU G. (1983) Etude de questions d'enseignement. Un exemple : la géométrie, *Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique* n° 45, Grenoble : LSD IMAG et Université J. Fourier

CHARNAY R. & MANTE M. (2008) *Préparation au CRPE* ; éditions Hatier p.223

CONNOLY, A. J. (2001) *KeyMath*, édition canadienne révisée d'après les nouvelles normes canadiennes, Editions Physcan

KAUFMAN A.S. & N.L. (2004) *K-ABC II* Seconde édition ; éditions Pearson

PARZYSZ, B. (1988) Voir et savoir ; la représentation du « perçu » et du « su » dans les dessins de géométrie de l'espace ; *Bulletin Vert de l'APMEP*, n°364, p.339-350

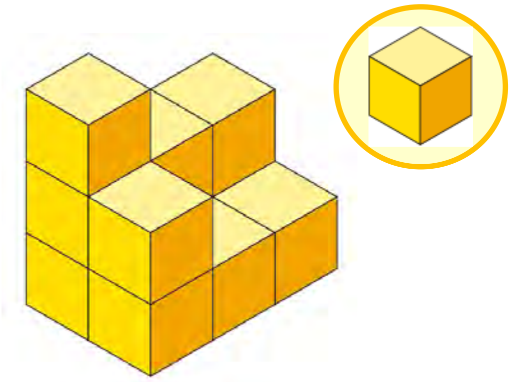
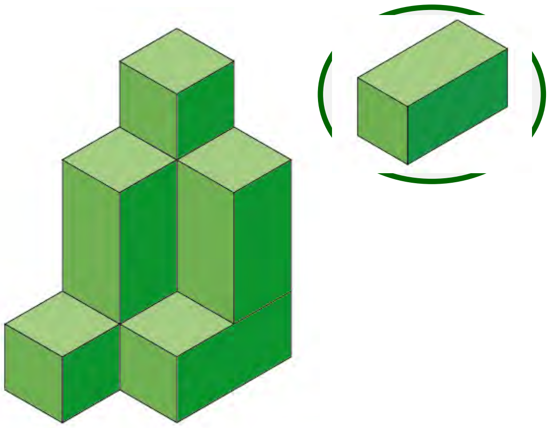
ROGIERS X. (2011) *Les mathématiques à l'école primaire*, tome 2, Editions De Boek

VALENTIN, D. (2005) *Découvrir le monde avec les mathématiques : grande section de maternelle* ; éditions Hatier

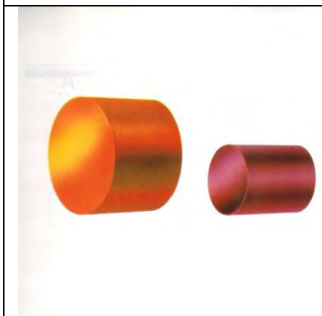
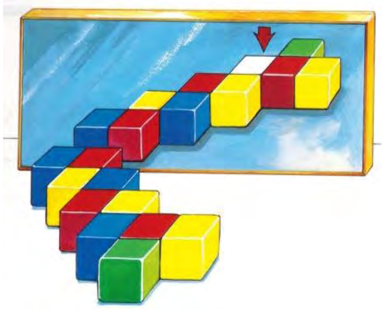
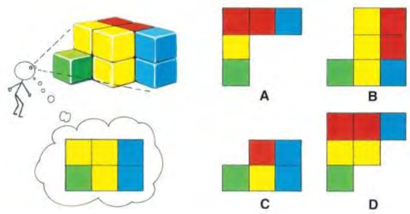
V - ANNEXES

1 Annexe A

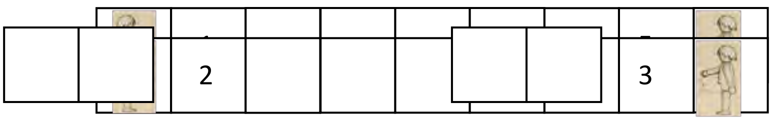
1.1Extraits de K-ABC II

Question 17	Question 19
	

1.2Extraits de KeyMath

Question 4	Question 12	Question 21
« En quoi ces blocs sont-ils semblables ? en quoi sont-ils différents »	« Voici quelques cubes et leur réflexion dans un miroir. Un des cubes de la réflexion n'est pas colorié. Il est identifié par une flèche rouge. Quelle devrait être la couleur de ce cube? »	« Si tu pouvais regarder cet ensemble de cubes du même angle que ce petit personnage, tu verrais des carrés coloriés comme dans le nuage. Quel dessin de la page montre une autre façon de voir ces cubes? »
		

2



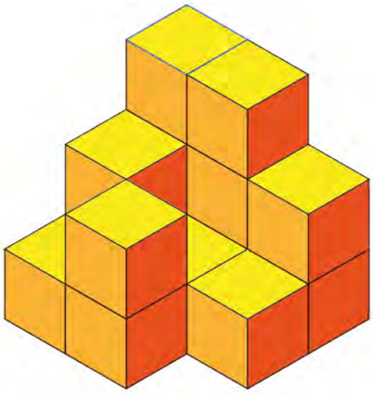
Annexe B

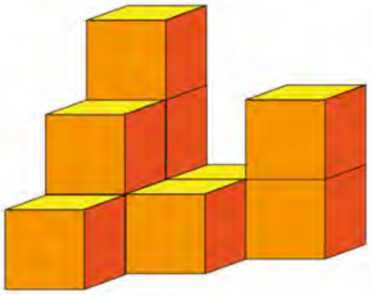
Document remis aux participants

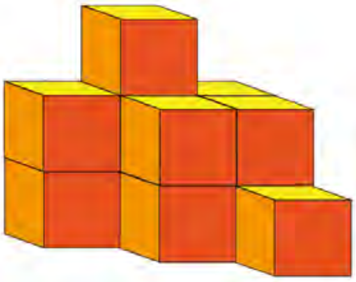
Des tours de D. Valentin à la représentation plane des objets de l'espace

1. Dénombrement

a. Combien de cubes faut-il pour construire chacun de ces empilements ?







b. Quelles stratégies avez-vous utilisées ?

c. La stratégie est-elle liée à la composition de l'empilement ? à la perspective utilisée pour la représentation de l'empilement ?

2. Dessin des vues

a. Dessiner les vues de face, de droite et de dessus des empilements précédents

b. Quelles stratégies peut-on mettre en œuvre pour réussir ces dessins ?

c. Ces stratégies sont-elles liées à la composition de l'empilement ? à la perspective utilisée pour représenter l'empilement ?

Figure 1: empilement A

Figure 2: empilement B

Figure 3: empilement C

3. **La situation de X. Rogiers** (*D'après « Les mathématiques à l'école primaire » Roegiers, Ed. De Boeck , 2011)*

   a. Combien de cubes ont été utilisés pour construire cet assemblage ?

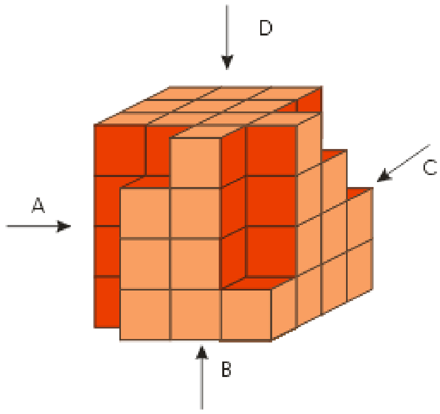
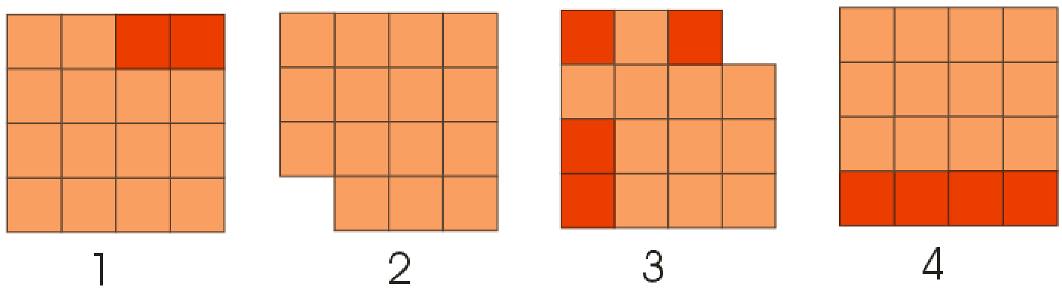


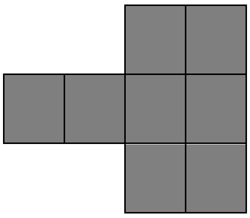
Figure 4: assemblage Rogiers

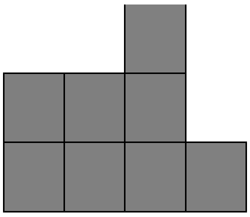
   b. *Aline, Brenda, Carole et Dorothée ont pris une photo de ce curieux tas tel que chacune d'elles le voit. Qui a pris chacune de ces quatre photos?*

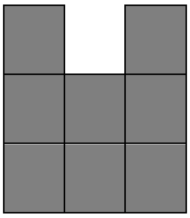


4. ***Retrouver l'empilement***

   a. *Construire un empilement qui satisfait à ces trois vues simultanément ?*


Vue de dessus

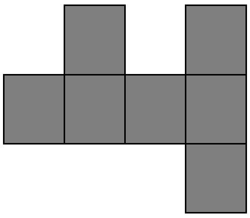

Vue de face

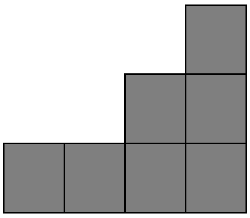

Vue de droite

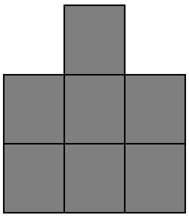
b. Quelles sont les procédures utilisées ?

c. Comment trouver plusieurs solutions ? utilisent-elles toutes le même nombre de cubes ?

d. Mêmes questions avec les trois vues suivantes :


Vue de dessus


Vue de face


Vue de droite

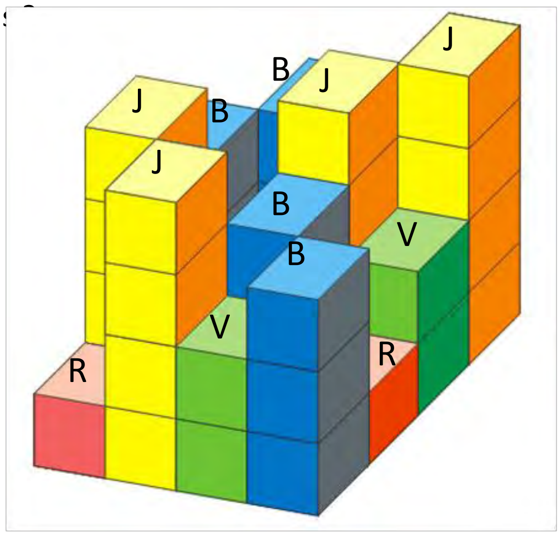
5. Jeu des tours (2 jeux maximum !)

a. On conviendra que les tours de 4 sont jaunes, les tours de 3 sont bleues, les tours de 2 sont vertes et les tours de 1 sont rouges. Utiliser les quadrillages pour jouer toutes les parties.

b. Les stratégies changent-elles avec la taille du plateau ? les valeurs dans les lignes et les colonnes ?

6. Après les tours

a. 0Réaliser cette répartition : quelles sont les informations explicites ? implicites ? y a-t-il plusieurs solutions ?



b. Un quadrillage coloré représentant la « vue de face de l'assemblage » donne-t-il la même information? Y a-t-il plusieurs solutions?

J	J	J	J
J	J	B	B
J	J	V	B
R	J	V	B

Figure 5: une grille colorée

Jeu des tours

	2	1	3	
2				2
1				2
3				1
	2	2	1	

	1	2	3	
1				3
2				2
2				1
	2	2	1	

	4	2	2	1	
3					1
2					2
2					2
1					3
	1	3	2	3	

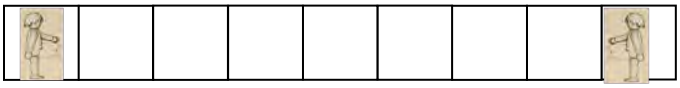
	2	1	2	3	
2					3
1		2			2
3					2
2					1
	2	3	2	1	

3 Annexe C

Jeu des tours en ligne

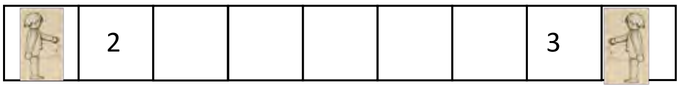
Le personnage de gauche doit voir une tour quand le personnage de droite en voit 5.

251707392



Le personnage de gauche voit deux tours quand le personnage de droite en voit 3.

251709440



LE ROLE DE L'ENSEIGNANT DANS UNE SEQUENCE DE GEOMETRIE UTILISANT DEUX ENVIRONNEMENTS, DYNAMIQUE ET STATIQUE, AU CYCLE 3

Sylvia Coutat
Maître assistante, Université de Genève
DIMAGE
Sylvia.Coutat@unige.ch

Rossana Falcade
Enseignante-chercheure, DFA
SUPSI
Rossana.Falcade@supsi.ch

Résumé
Cet atelier a visé une analyse, par les participants, d'une séquence d'enseignement des propriétés géométriques au cycle 3. Pour cela, les participants ont eu l'occasion de mettre en pratique des éléments théoriques présentés : paradigmes géométriques (Kuzniak 2006), genèse instrumentale (Rabardel 1995), Médiation sémiotique (Vygotsky 1978, Bartolini Bussi, Mariotti 2008) afin d'identifier comment l'interaction entre l'environnement dynamique et l'environnement statique pouvait influer sur les connaissances des élèves. Cela a abouti à identifier en quoi le rôle de l'enseignant a été central, voire très délicat, dans cette interaction.

Exploitations possibles
Un article très théorique qui permet de mieux comprendre des concepts complexes comme la genèse instrumentale, la médiation sémiotique et le tout prenant appui sur la mise en œuvre d'activités utilisant un logiciel de géométrie dynamique adapté à l'école primaire (environnement Cabri elem).

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Paradigmes géométriques. Genèse instrumentale. Logiciel de géométrie dynamique.

LE ROLE DE L'ENSEIGNANT DANS UNE SEQUENCE DE GEOMETRIE UTILISANT DEUX ENVIRONNEMENTS, DYNAMIQUE ET STATIQUE, AU CYCLE 3

Sylvia Coutat
Maître assistante, Université de Genève
DIMAGE
Sylvia.Coutat@unige.ch

Rossana Falcade
Enseignante-chercheure, DFA
SUPSI
Rossana.Falcade@supsi.ch

Résumé
Cet atelier a visé une analyse, par les participants, d'une séquence d'enseignement des propriétés géométriques au cycle 3. Pour cela, les participants ont eu l'occasion de mettre en pratique des éléments théoriques présentés : paradigmes géométriques (Kuzniak 2006), genèse instrumentale (Rabardel 1995), Médiation sémiotique (Vygotsky 1978, Bartolini Bussi, Mariotti 2008) afin d'identifier comment l'interaction entre l'environnement dynamique et l'environnement statique pouvait influer sur les connaissances des élèves. Cela a abouti à identifier en quoi le rôle de l'enseignant a été central, voire très délicat, dans cette interaction.

I - CONTEXTE THEORIQUE

1 Paradigmes géométriques

Le contexte dans lequel nous nous plaçons est l'enseignement de la géométrie en fin de primaire. Nous nous appuyons sur les travaux de Kuzniak (2006) sur les *paradigmes géométriques*. Comme il l'explique, trois niveaux de problèmes géométriques peuvent être identifiés, suivant les relations entre les objets et la théorie associée à ces objets :

- le *niveau GI*, ou niveau de la géométrie naturelle où les objets de la réalité, les outils de construction et la validation sensible sont prédominants
- le *niveau GII*, où une première axiomatique apparaît ; cette première axiomatique permet une validation s'appuyant sur des lois hypothético-déductives, cependant la référence à la réalité subsiste.
- Enfin dans le *niveau GIII*, l'axiomatique est construite sur un raisonnement formaliste et la validation s'appuie sur le raisonnement logique. Dans le niveau GIII la référence à la réalité et au sensible disparaît.

Dans notre travail nous nous sommes intéressées à l'introduction de quelques éléments de réflexion du paradigme GII qui souvent se pose en fin de primaire/début du secondaire. Pour cela nous nous sommes appuyées sur les travaux de Coutat (2006) sur l'introduction des propriétés avec un logiciel de géométrie dans une classe de 5ième (élèves de 12 ans). Les propriétés sont introduites pour construire une première axiomatique et amorcer un processus de validation s'appuyant sur le raisonnement déductif. L'introduction des propriétés géométriques se réalise au travers d'un *logiciel de géométrie dynamique* (LGD), Cabri-géomètre, et la mise en œuvre d'un *déplacement « mou*[36] ». Dans

[36] « Déplacement des points de base de la construction pour lui donner momentanément une forme ou des propriétés particulières » Restrepo A (2008)

ce travail nous utilisons conjointement à ces travaux, ceux de Laborde et Capponi (1994) sur la validation avec un logiciel de géométrie dynamique. Le déplacement, cœur de l'environnement dynamique défini par un logiciel de géométrie dynamique, est utilisé ici comme un instrument qui permet d'identifier des invariants. Cette autre façon de concevoir et mobiliser l'outil déplacement, dans un LGD, a été défini déplacement « dur ». Les invariants correspondent aux propriétés géométriques des constructions, qui ont été embarquées explicitement dans les Cabri-figures et qui sont assurés valides par le logiciel lui-même. Ces propriétés résistent justement au déplacement et peuvent être d'abord reconnues puis anticipées par les élèves qui, au fur et à mesure, sont mis dans la condition d'élaborer un certain signifié de propriété en géométrie. Ce type de *déplacement « dur »* mis en œuvre est différent de celui utilisé dans Coutat (2006) et nous semble plus adapté au public du primaire.

2 Les instruments de Rabardel

Selon Rabardel (1995), l'*artefact* est l'objet matériel ou symbolique en soi, parfois considéré seulement en une portion bien délimitée, qui a été construit selon une connaissance spécifique et qui assure l'accomplissement de certains buts, comme par exemple un compas. L'*instrument* est, au contraire, défini par Rabardel (1995) comme une entité mixte qui comprend d'une part l'artefact et d'autre part ses schèmes (sociaux) d'utilisation. Ces derniers sont les représentations relatives à l'artefact, toujours évolutives, que le sujet lui-même a élaborées et qui lui sont nécessaires pour l'utilisation de l'artefact. L'instrument est donc une construction faite par l'individu, il a un caractère psychologique, individuel et, souvent contextualisé, bien qu'il soit marqué socialement par les interactions avec autrui.

Les schèmes d'utilisation ont une dimension « privée » au sens où ils sont les schèmes d'un sujet singulier. Mais ils ont également une dimension « sociale » essentielle. Elle tient à ce que leur émergence résulte, d'un processus collectif auquel contribuent les utilisateurs mais aussi les concepteurs des artefacts. C'est pourquoi les schèmes d'utilisation doivent être non seulement considérés dans leurs dimensions privées, mais également en tant que *schèmes sociaux d'utilisation* (SSU pour la suite), cette dimension étant particulièrement importante dans une perspective éducative (Rabardel, 1999 p. 209).

Les processus qui accompagnent l'élaboration et l'évolution des instruments et des schèmes pour le sujet, font partie de ce que Rabardel appelle *genèse instrumentale*. Plus précisément, cette genèse se compose de deux processus : le *processus d'instrumentalisation*, relatif à l'émergence et à l'évolution des composantes de l'artefact, et le *processus d'instrumentation*, portant sur l'émergence et l'évolution des SSU relativement au sujet.

Les genèses instrumentales portent à la fois sur les artefacts tant au plan structurel que fonctionnel, que sur le sujet lui-même. Les processus de genèses instrumentales apparaissent ainsi conjointement dirigés vers l'artefact, c'est la dimension instrumentalisation des processus, et vers le sujet, c'est la dimension instrumentation des processus. Si on reprend l'exemple du compas, il existe plusieurs artefacts compas : Compas à pointes - Compas de mécanicien - Compas d'épaisseur - Compas à verge. Chacun de ces compas est le résultat d'un processus d'instrumentalisation. Ensuite, un compas peut être utilisé pour reporter des longueurs ou pour tracer des cercles. Ces deux utilisations d'un même artefact vont mettre en œuvre des SSU différents, au cours de processus d'instrumentation différents, ce qui aboutit à la construction par le sujet de deux instruments différents. Instrumentalisation et instrumentation constituent les deux faces indissociables des processus de genèses instrumentales. Ces deux dimensions diffèrent dans leur orientation mais sont, solidairement, le fait du sujet.

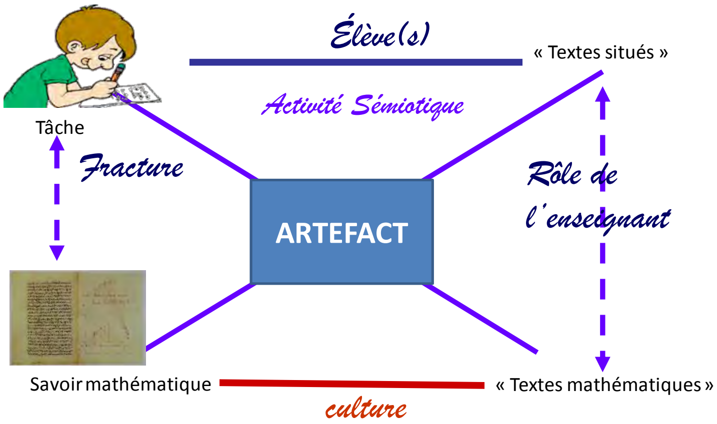
3 Les instruments de la théorie de la médiation sémiotique

Lorsque les artefacts sont produits, les concepteurs y intègrent des signifiés mathématiques. Parallèlement ces mêmes artefacts évoluent tout au long de l'histoire, selon leurs usages principaux, et sont souvent porteurs d'une certaine culture. Si l'on adopte une perspective didactique, on sait bien que ces signifiés mathématiques et culturels sont opaques et inaccessibles a priori aux élèves. On sait aussi que l'on ne peut pas réduire l'apprentissage de certains signifiés mathématiques à l'appropriation pertinente de certaines SSU. Comme le souligne Meira, « un artefact culturel devient efficace et transparent, grâce à son utilisation dans le cadre de certains types d'interactions sociales et en relation avec les changements qu'il subit dans les mains de l'utilisateur » (Meira, 1995). Les travaux de Rabardel, prennent en compte la dimension cognitive de l'usage d'un artefact par un sujet. Ils ne considèrent pas le processus d'émergence des signifiés chez les élèves, dans un contexte bien particulier, la classe, tout comme le rôle particulier et crucial de médiation joué par l'enseignant, dans ce processus. Pour cette raison il est nécessaire d'associer à la dimension cognitive développée par Rabardel, la dimension didactique explicite. Le développement de cette dimension est le cœur de la Théorie de la Médiation Sémiotique (TMS). Cette théorie, développées par Bartolini Bussi et Mariotti (2008) s'inspire des travaux de Vygotsky (1978), et reprend le concept de signe (au sens de Peirce), avec une perspective surtout didactique. La TMS étudie l'internalisation[37] des signes par les élèves au cours d'interactions sociales, en classe.

Lorsqu'un élève utilise un artefact pour résoudre une tâche, il construit des SSU associés à cet *artefact* et s'approprie un nouvel *instrument*. En même temps, l'enseignant peut utiliser ce même artefact pour soutenir l'apprentissage de certains signifiés mathématiques (incorporés de manière opaque dans l'artefact) associés aux SSU élaborés au sein de la classe. Dans cette dernière utilisation, l'artefact peut alors avoir une fonction d'*instrument de médiation sémiotique*.

Autrement dit, l'*instrument* (au sens de Rabardel) acquiert le statut *d'instrument de médiation sémiotique* (IMS) lorsqu'il est consciemment impliqué dans un processus d'enseignement - apprentissage, spécifiquement organisé et orchestré par l'enseignant, afin de permettre l'exploitation de son potentiel sémiotique et l'internalisation de certains signifiés mathématiques incorporés.

Voici, le schéma de la Théorie de la Médiation Sémiotique (TMS) :



Dans ce schéma l'artefact, ou plutôt « l'artefact impliqué dans des activités spécifiques et finalisées » est au centre d'un système complexe de relations, dans lequel l'enseignant est garant. Le rôle de ce dernier est important tant dans la phase de conception et d'organisation de l'activité (à gauche) que dans la phase de

[37] internalisation vygotskienne différente de l'intériorisation piagétienne

gestion (à droite). Il a la responsabilité de guider et d'accompagner le « processus de médiation sémiotique », c'est-à-dire le processus d'établissement d'un double lien entre deux plans :

- celui de l'activité développée avec l'artefact par les élèves (lisible dans le plan en haut du schéma), dans lequel il y a des productions spontanées ou partiellement guidées, mais toujours contextualisées (ces productions ont été appelées « textes situés »). Nous appellerons ce plan le « plan de l'artefact ».

- Celui de la culture et de l'activité mathématique (lisible dans le plan en bas du schéma), dans lequel la tâche, l'artefact et le processus de résolution peuvent être interprétés comme reliés à une activité de construction mathématique (ce plan est caractérisé par des « textes mathématiques »). Nous appellerons ce plan le « plan des mathématiques ».

Le rôle de l'enseignant est d'articuler ces deux plans, en tissant un réseau sémiotique de plus en plus riche et complexe entre les signes différents produits dans la classe. Pour cela il s'appuie sur

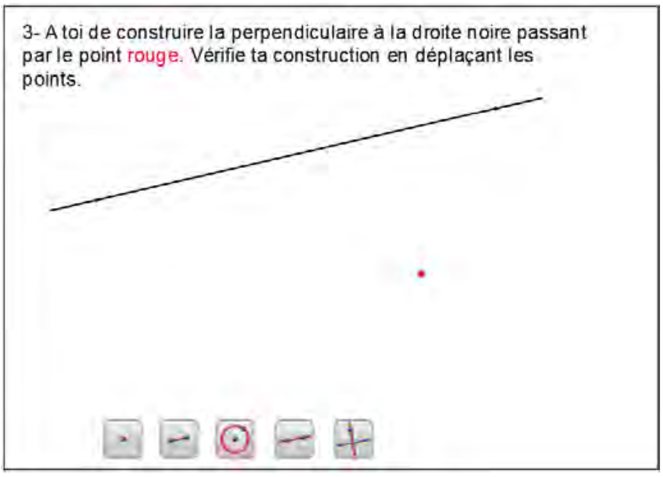
- les *signes artefact,* élaborés lors de la résolution de tâches avec l'artefact, étroitement reliés à ceci, comme, par exemple, le mot « compas » ou la trace d'un rond laissé sur le papier par le crayon d'un compas. Ces signes sont associés à certains SSU, ils sont partagés et développés lors des échanges langagiers entre élèves et, surtout, lors de *discussions collectives* (Bartolini Bussi, 1998) orchestrées par l'enseignant.
- Les *signes- pivots*, élaborés lors de la résolution de tâches avec l'artefact et développés lors d'échanges langagiers entre élèves et, surtout, lors de *discussions collectives* orchestrées par l'enseignant. Ces signes sont, dans la plupart des cas, introduits ou « récupérés » (par reflet ou paraphrase) par l'enseignant. Ils ont un caractère polysémique potentiel, c'est-à-dire ils peuvent être interprétés dans les deux plans (de l'artefact, des mathématiques). Par exemple, le mot « objet » peut se référer tant à un objet concret donné qu'à un concept mathématique. C'est l'usage « ambigu » ou « polyvalent » de l'enseignant, au fur et à mesure, partagé par les élèves, qui permet l'exploitation de cette polysémie.
- les *signes-mathématiques* qui relèvent explicitement de la culture mathématique de référence dans la classe ; par exemple, l'expression «axe de symétrie ».

Nous reprenons ces termes sur des exemples dans la suite du texte. Pour un approfondissement ultérieur nous renvoyons à Mariotti (à paraître) ou à Falcade et Mariotti (à paraître).

II - LA SEQUENCE EXPERIMENTEE EN CLASSE

1 Les cahiers d'activités CabriElem

L'ingénierie a été mise en place dans une classe de la Suisse Romande, à double degrés, avec des élèves de 10 à 11 ans. Sa réalisation s'est appuyée sur CabriElem un logiciel de géométrie dynamique (LGD pour la suite) adapté au primaire. Ce logiciel est issu du logiciel Cabri-géomètre et sa principale caractéristique est que les activités prennent la forme de cahiers avec plusieurs pages personnalisables par le chercheur. Chaque page étant une page du LGD, avec des outils de construction spécifiques au LGD, une consigne et une zone de construction.



Nous avons conçu, avec l'enseignante, cinq cahiers CabriElem.

La résolution par les élèves d'un cahier CabriElem prenait entre 45 mn et 90 mn. Chaque cahier CabriElem était systématiquement suivi d'une séance sur papier-crayon. Cette séance avait pour but de discuter collectivement des objets travaillés dans le cahier dynamique. Dans cette séance-ci, à la différence de la séance sur le cahier, le logiciel était seulement évoqué, les élèves disposaient de leurs notes prises au cours de la réalisation du cahier, seule l'enseignante accédait au logiciel, son écran étant partagé avec un vidéo-projecteur. Les séances en papier-crayon duraient entre 45 mn et 90 mn. Ces deux séances étaient séparées de quelques jours. Des séances de « géométrie » (en papier-crayon), sans référence explicite au LGD avaient aussi lieu.

Chaque cahier CabriElem, suivi de sa (ses) séance(s) en papier-crayon a été appelé un *regroupement* de séances. Chaque regroupement[38] de séances était associé à un objectif d'apprentissage mathématique travaillé dans l'environnement dynamique (CabriElem) et dans l'environnement papier-crayon. Ainsi, au sein de chaque regroupement, trois types d'activités étaient mises en place : les activités de résolution avec le cahier CabriElem, les activités collectives avec CabriElem projeté, les activités avec papier-crayon.

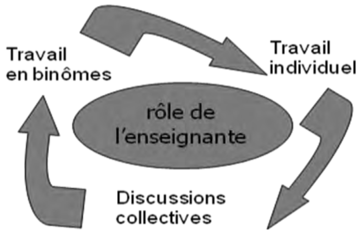
Voici une synthèse des cinq regroupements qui constituaient le dispositif expérimental :

- Regroupement 1 : Cahier Petites bêtes
  - Initiation à l'environnement dynamique
  - Construction d'objets géométriques simples (*point*, *droite*, *segment*, *triangle*, *cercle* et *carré*)
- Regroupement 2 : Cahier Parallèles – Perpendiculaire
  - Construction de rectangle et parallélogramme
- Regroupement 3 : Cahier Carré – Rectangle – Losange …
  - Reconnaissance de quadrilatères
- Regroupement 4 : Cahier Compas et Cercle
  - Utiliser un compas pour reporter une longueur
- Regroupement 5 : Cahier Symétries
  - Reconnaissances d'images construites par symétrie axiale/translation

Au cours de cette ingénierie didactique, ces cinq regroupements de séances se sont appuyés sur cette organisation CabriElem-CabriElemeProjeté-PapierCrayon.

[38] Une description des regroupements de séances est détaillée en annexe 1

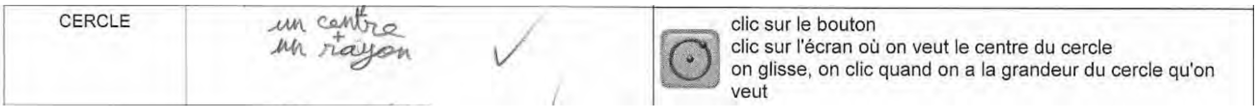
Cette organisation des séquences reprend le cycle didactique organisé par l'enseignant pour favoriser le processus de médiation sémiotique (Bartolini-Bussi et Mariotti, 2008 ; Falcade, 2006).



2 Premier état des lieux de textes produits par les élèves

Un fil conducteur mathématique utilisé entre les regroupements est la **Feuille de constat**[39]. Cette feuille est organisée en trois colonnes. La première colonne contient les noms des objets géométriques. La deuxième colonne contient une définition mathématique pour chaque objet. Enfin la troisième colonne contient les instructions pour construire l'objet mathématique dans l'environnement CabriElem. Cette organisation permet de définir deux plans : un plan mathématique avec les deux premières colonnes et un plan associé aux activités des cahiers CabriElem. On retrouve les deux plans présents dans le processus de médiation sémiotique avec le plan des mathématiques et le plan de l'activité. Au cours du *regroupement* 1, les élèves et l'enseignante travaillent sur cette *feuille de constat* collectivement pour remplir la partie associée à l'activité dans le cahier CabriElem (troisième colonne). Puis les élèves doivent remplir individuellement la deuxième colonne. L'enjeu est d'établir des liens interprétatifs entre ces plans différents pour permette la constitution et l'évolution des signifiés mathématiques associés aux signes divers. Voici quelques extraits de textes produits par les élèves et corrigés collectivement à propos du cercle. L'analyse des signes produits par les élèves nous renseigne sur le processus de médiation sémiotique relativement au concept de cercle.

Voici la production 1 :



CERCLE	un centre un rayon ✓	clic sur le bouton clic sur l'écran où on veut le centre du cercle on glisse, on clic quand on a la grandeur du cercle qu'on veut

Ici l'élève définit le cercle à l'aide d'un centre et d'un rayon. Les deux mots utilisés sont des *signes mathématiques* car ils peuvent permettre de définir le signifié mathématique *cercle*. En utilisant ces *signes mathématiques*, on peut faire l'hypothèse que cet élève se place dans le « plan des mathématiques ».

Voici la production 2 :

CERCLE	centre du cercle rayon ~~faire un cercle avec un compas~~ X	clic sur le bouton clic sur l'écran où on veut le centre du cercle on glisse, on clic quand on a la grandeur du cercle qu'on veut

La réponse de l'élève, qui a été corrigée par ce dernier, faisait référence à l'utilisation d'un compas. On peut voir ici que l'élève associe une manipulation au concept mathématique ce qui implique que les signes utilisés sont dans le « plan de l'activité », associé à une construction dans l'environnement papier-crayon, ces signes sont des *signes artefacts*.

Voici la production 3 :

[39] Cf annexe 2

CERCLE	on a besoin d'un centre et d'un rayon.	clic sur le bouton clic sur l'écran où on veut le centre du cercle on glisse, on clic quand on a la grandeur du cercle qu'on veut

On retrouve ici les mêmes mots que la production 1, avec un complément : « on a besoin ». Cette différence avec la production 1 ouvre sur deux interprétations. On peut interpréter « besoin » comme une contrainte dans un processus de construction ce qui placerait cet élève dans le « plan de l'activité ». On peut aussi interpréter ce signe comme une nécessité conditionnelle liée à la définition mathématique du cercle. Ainsi l'élève se placerait dans le plan des mathématiques. Cette double interprétation nous entraine à considérer ces signes « centre » et « rayon » comme des *signes* potentiellement *pivots*.

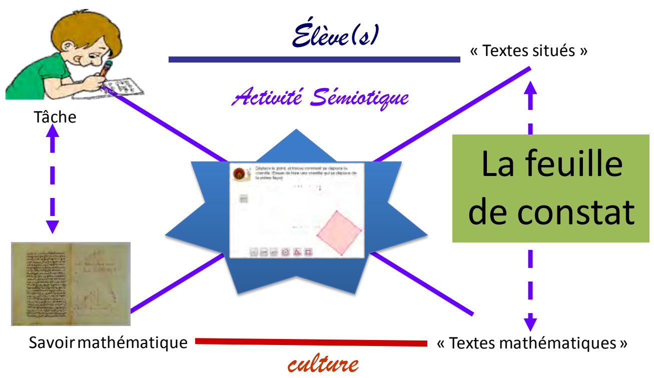
Voici la production 4 :

CERCLE	rayon, un centre Pas de côtés	clic sur le bouton clic sur l'écran où on veut le centre du cercle on glisse, on clic quand on a la grandeur du cercle qu'on veut

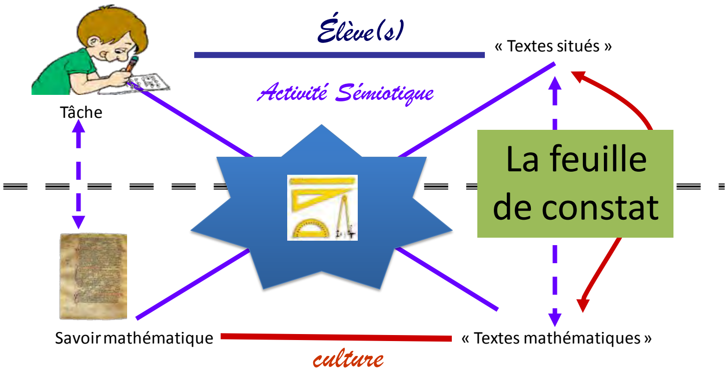
Là encore on retrouve les signes utilisés dans la production 1, ce qui placerait l'élève dans « le plan des mathématiques ». Cependant comme pour la production 3, ici l'élève ajoute une information: « pas de côtés ». Deux interprétations sont possibles là encore. La précision « pas de côtés » peut s'appuyer sur une visualisation de la forme. Ainsi le texte produit par l'élève serait plutôt un « texte situé ». Face à la polysémie du texte produit, les signes peuvent être, à nouveau, considérés comme des *signes* potentiellement *pivots*.

Il faut à ce propos faire une précision. Comme déjà anticipé, les *signes pivot* sont des signes potentiellement polysémiques, que l'enseignant, à un moment donné, utilise consciemment avec une acception multiple et entraine les élèves dans un jeu sémiotique d'interprétation et d'élargissement du champ des signifiés possibles. Cependant, il peut aussi s'avérer qu'un *signe pivot* n'évolue pas, tout en restant associé à un seul signifié ou à un seul contexte de référence (le plan de l'activité ou bien celui des mathématiques).

Ainsi, lorsque l'enseignant introduit cette feuille de constat, il associe à la deuxième colonne, les concepts mathématiques, ces éléments appartenant, pour lui, au « plan mathématique ». Cependant cette position n'est pas partagée avec tous les élèves. Certains la situent dans le « plan de l'artefact », d'autres dans le « plan des mathématiques » enfin pour d'autre la position est « entre les deux plans ». En reprenant le schéma de la TMS, la feuille de constat est un instrument de médiation sémiotique utilisé par l'enseignant pour faire évoluer les connaissances des élèves du « plan de l'artefact » vers le « plan des mathématiques » et donc articuler ces deux plans en s'appuyant sur les cahiers CabriElem, l'environnement dynamique.



Du côté des élèves, nous avons vu que le plan mathématique n'était pas toujours investi, certains se plaçant plutôt dans le plan de l'artefact de l'environnement papier-crayon. Il convient à ce moment de souligner que le « plan des mathématiques » ne peut pas être dissocié de l'environnement papier-crayon, les objets géométriques devant être représentés, du moins à ce degré d'enseignement. La deuxième colonne, qui est censée représenter le « plan des mathématiques », représente alors aussi « le plan de l'artefact » en papier-crayon[40]. La feuille de constat fonctionne alors aussi comme instrument de médiation sémiotique non seulement dans l'environnement dynamique mais aussi dans l'environnement papier-crayon et se positionne métaphoriquement entre les deux plans, comme élément charnière, qui permet d'établir des liens interprétatifs explicites entre ces deux niveaux :



3 Genèse instrumentale des outils *Déplacement*

La séquence mise en place permet aux élèves de s'approprier progressivement l'environnement dynamique de CabriElem. Ils commencent par des constructions simples qui s'appuient sur un seul outil de construction (*point*, *droite*, *segment*, *triangle*, *cercle* et *carré*), puis les constructions se complexifient et utilisent plusieurs outils.

Le fil conducteur instrumental des cahiers CabriElem est la construction de l'instrument *Déplacement pour valider une construction*[41] (*Dc* pour la suite) et de l'instrument *Déplacement pour identifier les invariants* (*Di* pour la suite). Ainsi, dans chaque cahier, une page consiste à construire une figure partant d'un modèle. La consigne demande de reconstruire le même dessin, la construction obtenue devant bouger comme le modèle. Ce qui sous-entend que les élèves doivent déplacer les différents objets déplaçables dans le modèle. Les observations issues de ces déplacements doivent permettre à l'élève d'identifier les relations entre les objets qui perdurent au cours du déplacement, ce que nous appelons le *Di*. Une fois que les relations sont identifiées, le problème de reconstruction se distingue du papier-crayon. L'élève ne doit pas reproduire une forme identique au modèle mais une construction qui doit contenir les mêmes relations internes au modèle. Le contrat du papier-crayon est ici rompu car la validation ne s'intéresse plus à la forme, l'orientation et la taille de la figure mais aux relations internes des objets qui la composent (Coutat 2012). Les élèves peuvent valider à chaque moment leurs constructions en déplaçant les objets pour s'assurer qu'ils respectent les relations présentes dans le modèle, ce que nous appelons le *Dc*. Ces relations peuvent être des propriétés entre les objets ou simplement des caractérisations plus basiques comme par exemple des points liés ou des points libres. Nous distinguons ces deux instruments car les SSU sont différentes et les connaissances et signifiés mathématiques en jeu sont diverses. Le *Di* est un déplacement ouvert, souvent « erratique » et peu systématique, car il ne s'appuie sur aucun a priori : il est exploratoire. Dans le *Dc*, l'exploration est beaucoup plus fermée, elle suit des directions et des trajectoires particulières. Le sujet a une attente bien précise lorsqu'il mobilise le déplacement auquel il associe une observation attendue. Ce deuxième instrument

[40] Cette difficulté à dissocier le « plan des mathématiques » du « plan de l'artefact en papier-crayon», qu'on retrouve dans cette classe, nous rappelle finalement l'histoire : la géométrie grecque était la géométrie de la règle et du compas.

[41] Cette dénomination est reprise de Restrepo 2008

diffère aussi du premier car il a un statut de validation des constructions réalisées, ce qui n'est pas le cas pour le *Di*. Ainsi les élèves s'approprient progressivement ces deux instruments (au sens de Rabardel) au cours de la résolution des cahiers.

4 Les trois épisodes étudiés dans l'atelier

Pour l'atelier, nous nous sommes restreint à l'analyse de trois épisodes extraits de la séquence présentée. Le premier épisode est extrait du regroupement 2, séance 3. Une fois que les élèves ont travaillé sur les outils de constructions CabriElem *Perpendiculaire* et *Parallèle* dans l'environnement dynamique, en binôme, l'enseignant revient sur ces constructions collectivement.

Le deuxième épisode est dans la continuité du premier épisode (toujours regroupement 2, séance 3). Une fois que les élèves ont explicités les SSU associés aux outils *Perpendiculaires* et *Parallèles* du LGD, l'enseignant reprend les mêmes constructions dans l'environnement papier-crayon avec les outils de construction usuels, la règle et l'équerre.

Enfin le troisième épisode[42] est extrait du regroupement 3, séance 2. Cette séance 2, dans l'environnement papier-crayon fait suite à la résolution du cahier CabriElem « Carré-Rectangle-Losange » sur la reconnaissance de quadrilatère avec le *Di*. Les élèves devaient identifier les invariants par déplacement de quadrilatères donnés pour pouvoir les identifier. Le troisième épisode est la séance papier-crayon associée. Comme déjà expliqué, seul l'enseignant a accès au LGD et son écran est projeté, il bouge les sommets des quadrilatères. Les élèves doivent à nouveau reconnaître les quadrilatères et justifier leurs réponses sur leur feuille.

III - ETUDE DU PROCESSUS DE MEDIATION SEMIOTIQUE

1 Dans l'environnement dynamique de CabriElem

Dans ce premier épisode (regroupement 2, séance 3), les élèves reviennent sur l'utilisation de l'outil CabriElem *Perpendiculaire*. Chaque étape de l'utilisation est explicitée, ce qui amène à travailler dans la troisième colonne de la *feuille de constat* pour expliciter et établir collectivement les instructions pour construire ou utiliser une perpendiculaire dans l'environnement CabriElem.

Lorsque la classe a terminé de détailler ces instructions et lorsque l'enseignante les a institutionnalisées au tableau, les élèves précisent « qu'il faut vérifier ». Cette exigence, manifestée par élèves, est une conséquence forte du dynamisme du LGD et montre que le processus de genèse instrumentale associé au Déplacement est bien avancé. La validation de la construction est en fait l'utilisation du *Dc*. Cette validation concerne surtout les caractéristiques des points, dans le sens que les points sont effectivement libres ou liés à des objets. Elle valide aussi une invariance dans la relation entre les deux droites et le point donné. Cette validation vise la bonne utilisation de l'instrument *Perpendiculaire* et donc la réalisation de la relation de perpendicularité entre les objets. On peut dire qu'ici, le *Dc* consciemment mobilisé par l'enseignant, peut fonctionner comme un *signe pivot*. En effet, on s'appuie sur l'activité et l'artefact *Perpendiculaire*, mais en même temps, on fait référence à l'invariance de la propriété mathématique de perpendicularité entre deux droites.

Si on reprend le schéma de processus de médiation sémiotique présenté au début, on peut maintenant le décliner, en positionnant au milieu, justement l'environnement dynamique.

[42] Transcription des trois épisodes en annexe 3-4-5

2 Dans l'environnement papier-crayon

Dans le deuxième épisode présenté (regroupement 2, séance 3)[43], l'enseignant associe les étapes de construction (respectivement d'une droite perpendiculaire et d'une droite parallèle par un point externe à la droite donnée) en papier-crayon aux étapes de construction dans le LGD.

L'absence de validation dans l'environnement papier-crayon est soulevée par l'enseignante. Effectivement dans l'environnement dynamique, les outils de construction et les outils de validation sont distincts ; l'élève peut s'assurer de la validité de sa construction à tout moment en déplaçant. Dans l'environnement papier-crayon, les outils de validation sont, en général, les outils qui ont servi à la construction. On ne peut identifier les relations particulières que l'on a intégrées au cours de la construction qu'avec des outils qui sont aussi les outils de construction.

Dans cet épisode on observe un changement de signification rapide du codage associé à la propriété de perpendicularité. À la fin du travail d'association des étapes de construction dans les deux environnements, suite à la proposition d'un élève, ce signe ⊥ est introduit. Il a un caractère conventionnel puisque la classe discute sur les deux façons différentes de noter, en France ⊥et en Suisse. En tout cas, l'enseignante en précise sa signification : ce signe est là pour attester de la correcte mise en place des SSU associés à l'utilisation de l'équerre, dans la construction d'une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné. Dans ce sens, ce signe remplace alors le *Dc*.

En effet, si on considère l'instrument *Equerre*, au sens de Rabardel, dans la construction d'une droite perpendiculaire à une droite donnée, il est composé de l'artefact mais aussi des SSU. Ces SSU ne sont pas évidents à construire par les élèves. Ils comportent l'usage coordonné de l'artefact *règle* avec l'artefact *équerre* et l'enchainement précis de plusieurs actions. Il faut placer de manière opportune la règle sur la droite donnée, lui rapprocher convenablement l'équerre (c'est-à-dire en lui donnant une orientation opportune), faire glisser l'équerre sur la règle jusqu'à qu'elle passe virtuellement par le point donné, tracer un « bout » de droite et, enfin, rallonger ce « bout ». A cette complexité, il faut ajouter la considération que les élèves a priori ne sont pas censés reconnaitre une relation de perpendicularité entre deux droites dans une équerre, étant celle-ci plutôt un modèle concret de triangle rectangle.

Maintenant, si on revient à notre épisode, lorsque le signe ⊥ est introduit, il a aussi, pour l'enseignante un autre signifié. Puisque il atteste la « bonne utilisation » de l'équerre, il marque en même temps l'existence d'une propriété, celle de perpendicularité, condensée dans cet artefact et par cela, embarquée dans la figure, dessinée au tableau.

Ainsi, dans cette utilisation du codage, le signe ⊥ est alors introduit comme *signe pivot* entre le plan de l'activité et celui des mathématiques.

Cependant chez les élèves on peut supposer que ce signe est un signe uniquement associé à l'artefact et probablement pas encore relié au signifié mathématique incorporé dans l'instrument, c'est-à-dire pour les élèves, il est encore en train de fonctionner comme un *signe artefact*.

Dans la dernière partie de cet épisode (lignes 46 et suivantes)[44], l'enseignante demande aux élèves de noter ce nouveau signe dans « la colonne des notions mathématiques ». A ce moment, pour l'enseignante, le signe passe de *signe pivot* à *signe mathématique*. Elle dessine le signe sans les instruments de constructions, et le place dans la colonne de la feuille de constat associée au « plan des mathématiques ». Elle fait évoluer le signe, introduit comme étant lié à l'instrument, puis dissocié de l'instrument pour être associé directement au signifié mathématique embarqué dans celui-ci, c'est-à-dire le signifié de perpendicularité.

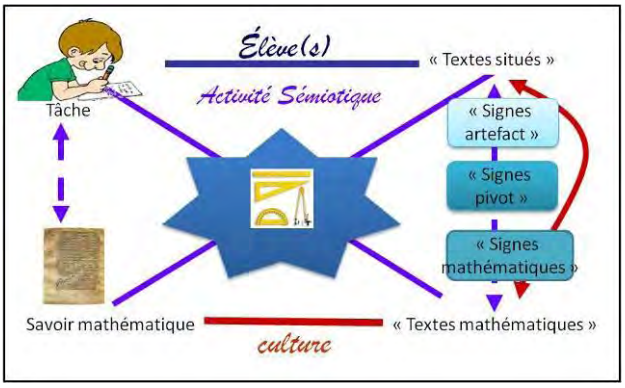
[43] Voir Annexe 4

[44] Voir Annexe 4

Chez les élèves, ce saut n'est certainement pas immédiat. On peut supposer que ce signe demeure certainement un *signe artefact* pour la majorité des élèves, peut être un *signe pivot* pour quelques un mais probablement pas un *signe mathématique*.

Cependant, ce changement de signification, grâce à la médiation (peut-être pas tout-à-fait consciente) de l'enseignante a déjà commencé à se produire et le processus d'internalisation, au sens de Vygotsky a déjà commencé à se mettre en place.

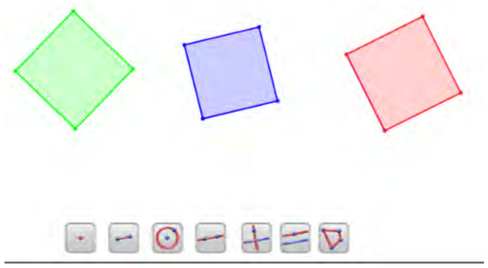
Dans le schéma du processus de médiation sémiotique concernant l'environnement papier-crayon, présenté ci-dessous, on peut alors voir que le signe $\perp$ est utilisé par l'enseignante comme instrument de médiation sémiotique : il évolue du « plan de l'activité » en papier-crayon avec la règle et l'équerre, au « plan des mathématiques », vers le signifié mathématique de perpendicularité.



3 Production de textes mathématiques par les élèves

Dans le dernier épisode, le LGD est disponible uniquement pour l'enseignante qui partage son écran. Les élèves ont une copie papier de chaque page du cahier CabriElem en position initiale[45].

La première ligne de cette page montre trois quadrilatères « en position » de carré et se présente aux élèves comme ça :

Pour chaque page tu vas devoir écrire comment tu as fait ton choix.	
1-Parmi les quadrilatères ci-dessous, lequel reste toujours un carré ? 	Ta réponse : Pourquoi :

On peut observer que cette page constitue tout-à-fait un nouvel environnement pour les élèves : l'*environnement graphique-dynamique*. La question même (« Parmi les quadrilatères ci-dessous, lequel reste toujours un carré ? ») n'aurait pas de sens dans l'environnement papier-crayon traditionnel ! Cet environnement est « hybride » dans le sens où il est graphique comme le papier-crayon mais il est censé représenter, d'une certaine « manière », le caractère dynamique du LGD. C'est justement cette « manière »,

[45] Cf annexe 5

à la fois problématique, symbolique et conventionnelle, qui en fait un véritable nouveau milieu d'apprentissage.

Lorsque l'enseignante déplace les sommets de chaque quadrilatère sur l'écran, les élèves doivent identifier (perceptivement) les invariants de chaque quadrilatère, puis ils doivent les représenter sur leur feuille.

Pour cela, les élèves doivent expliciter dans l'environnement papier-crayon des observations issues de l'environnement dynamique. En particulier, ils doivent trouver une façon de marquer dans un environnement statique le caractère d'invariant par déplacement des figures-Cabri dynamiques.

A ce propos, l'enseignante rappelle les signes utilisés pour coder des propriétés issues de constructions. Cette nouvelle utilisation des signes de codages, introduits dans l'épisode 2, ne renvoie plus à l'utilisation d'un instrument de construction, mais à la propriété embarquée dans cet instrument, identifiable par le *Di*. Si on reprend le signe qui a été introduit pour attester l'utilisation de l'équerre, ici il est réinvesti pour attester l'invariance au cours du *Di* de la relation de perpendicularité entre deux droites.

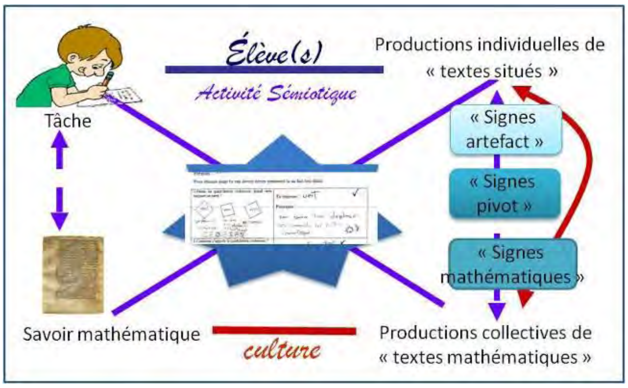
Voici, donc, un nouveau changement de signification du signe opéré par l'enseignante et l'évolution ultérieure du processus de médiation sémiotique orchestré par ceci.

Lorsque l'élève utilise ce signe sur le quadrilatère donné dans l'environnement *graphique-dynamique* papier-crayon, il ne se réfère plus à l'utilisation de l'artefact concret équerre dans la construction du quadrilatère, mais bien la propriété de perpendicularité entre les deux droites.

On voit ainsi un emboitement des deux environnements et de leurs signes associé. Le signe issu de l'environnement papier-crayon, est associé au signe *Di* issu de l'environnement dynamique. Cet environnement intermédiaire permet d'expliciter statiquement des relations dynamiques. Pour cette raison, nous l'avons appelé *environnement graphique-dynamique*.

Enfin, grâce à ce passage dans ce nouvel environnement le signe est devenu « *signe mathématique* » pour la classe : il code l'existence d'une propriété mathématique, abstraction faite des différents artefacts utilisés.

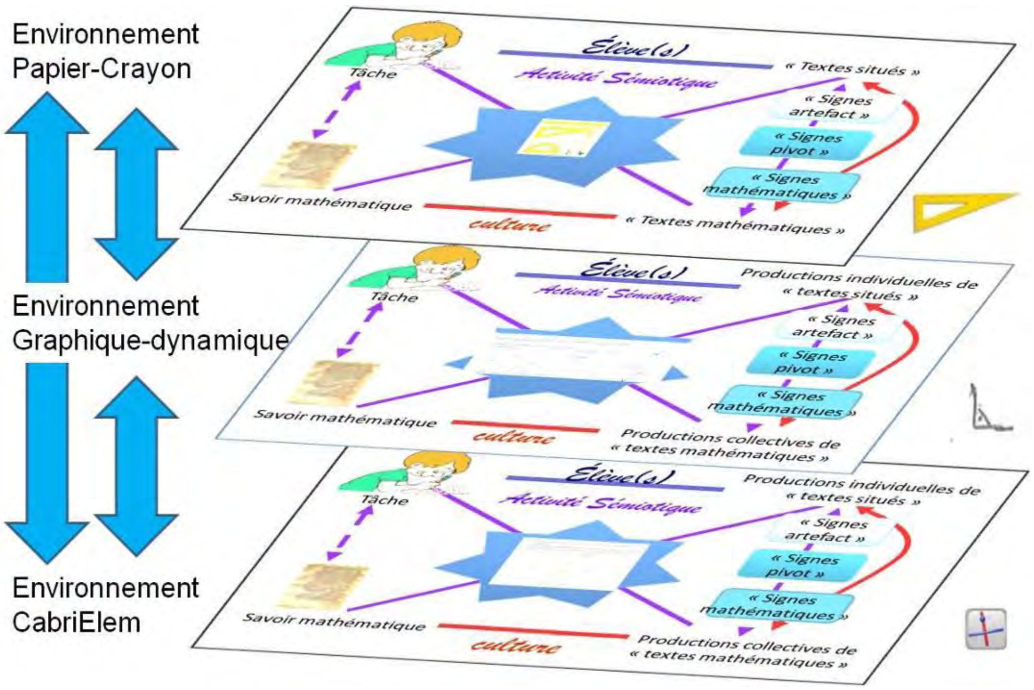
Puisque ce nouvel environnement est aussi au cœur du processus de médiation sémiotique, le schéma présenté au début peut alors se présenter ainsi :



A partir des productions des élèves en annexe 5, on peut voir que ceux-ci s'appuient sur les propriétés explicitées à l'aide du codage et un raisonnement déductif pour identifier le carré. La réflexion mise en œuvre dans ce dernier épisode se place dans le paradigme GII.

IV - ROLE DE L'ENSEIGNANT POUR L'INTERACTION ENTRE LES ENVIRONNEMENTS

À travers les trois épisodes, nous avons pu identifier comment la TMS intégrée par des éléments de l'approche instrumentale développée par Rabardel, permet d'analyser a priori mais surtout a posteriori le rôle de l'enseignant pour l'introduction d'une réflexion dans le paradigme GII. Il s'appuie sur des instruments de médiation sémiotique existant dans des environnements propres pour faire évoluer les connaissances des élèves du « plan de l'artefact » vers le « plan des mathématiques ». Un environnement intermédiaire nous apparaît comme central dans ces interactions : l'*environnement graphique-dynamique*. Il permet en effet de faire abstraction de l'environnement dynamique et du « plan de l'artefact » et expliciter des invariants dynamiques dans un environnement statique.



Le processus de médiation sémiotique, déclenché et guidé par l'enseignante, investit trois environnements. Les réseaux de signes développés dans ces trois environnements évoluent parfois en parallèles parfois en s'intégrant mutuellement et en se complexifiant pour atteindre le signifié de propriété.

V - CONCLUSION

Notre recherche s'est développée au sein d'une perspective théorique multiple, en empruntant des outils du cadre des paradigmes géométriques (Kuzniak 2006), de l'ergonomie cognitive (Rabardel 1995) et de la théorie de la médiation sémiotique (Vygotsky 1978, Bartolini Bussi, Mariotti 2008).

Le cadre des paradigmes géométriques nous a amené à nous interroger sur le passage délicat d'un paradigme centré sur le sensible et la réalité (GI) à un paradigme construit autour d'une axiomatique (GII). Ces deux paradigmes ne sont pas compartimentés et peuvent être utilisés conjointement dans l'élaboration d'une réflexion. Il nous semble hors contexte de viser une réflexion exclusivement dans le GII en primaire. Ainsi nous avons plutôt orienté notre recherche vers l'utilisation de propriétés afin d'introduire progressivement une validation portant sur des propriétés et non plus uniquement sur le sensible. Cela nous a amené à considérer un LGD dans une classe de primaire pour (re)travailler les concepts de perpendicularité et parallélisme introduits précédemment lors de séances classiques de géométrie. L'objectif principal de cette recherche était donc d'identifier dans quelle mesure l'utilisation d'un LGD dans l'enseignement d'une séquence de géométrie au primaire permettait des raisonnements dans le niveau, c'est-à-dire une réflexion qui s'appuie sur des propriétés et non plus exclusivement sur le sensible.

Dans l'analyse a priori, la médiation sémiotique nous a guidées par rapport à la structure à donner à notre dispositif expérimental, mettant en avant l'intérêt des cycles didactiques. Dans notre étude, cet intérêt théorique à été traduit par l'entrelacement de séances de travail avec le LGD et de séances de travail avec le papier-crayon. En revanche la modélisation en termes de genèse instrumentale développée en particulier par Rabardel nous a permis de mieux distinguer les rôles divers joués par les artefacts impliqués dans ce dispositif expérimental.

L'analyse a posteriori des séances montre que, justement, les cycles didactiques impliquent aussi des entrelacements d'environnements dans l'activité de la classe. Ainsi les séances avec le LGD s'organisent dans un environnement dynamique et les séances papiers-crayon dans un environnement statique. Un processus de médiation sémiotique est associé à chaque environnement : à l'aide des instruments *Déplacement* et des outils de construction dans l'environnement dynamique et à l'aide des outils de constructions dans l'environnement papier-crayon. C'est par l'interaction entre ces deux environnements qu'apparaît un nouvel environnement : l'environnement *graphique-dynamique*. Cet environnement appartient au papier-crayon, ce qui le rend statique, mais il retranscrit des invariances au cours du déplacement par l'utilisation du codage. Il intervient, lui aussi, dans le processus de médiation sémiotique, en entrainant une évolution des signes des deux premiers environnements vers des signes mathématiques. Les épisodes, concernant les signes associées au concept de perpendiculaire, montrent par exemple, ce changement de signification : le même symbole qui au début représentait l'utilisation appropriée, dans un dessin de l'utilisation correcte d'un artefact, finalement évolue pour coder l'existence d'une propriété mathématique, faisant abstraction des différents artefacts utilisés.

En accord avec la théorie de la médiation sémiotique, on voit que l'enseignant tient un rôle central dans l'interaction entre ces environnements différents et dans l'évolution des signes. Ce rôle s'avère très délicat. Au sein de l'utilisation didactiquement pertinente de plusieurs artefacts, il ne s'agit pas pour lui, seulement d'aborder la problématique du codage d'un dessin mais, celle plus générale de soutenir chez les élèves le passage du niveau du dessin comme représentant la réalité au dessin comme modèle de la réalité, modèle reposant sur des propriétés.

On peut ainsi conclure que cette recherche confirme l'intérêt d'un LGD dans une séquence d'enseignement de la géométrie, en particulier dans un passage progressif à une réflexion au niveau GII. On peut aussi conclure qu'une analyse portant sur l'évolution des signes permet de mieux saisir et de mieux interpréter certains nœuds cruciaux qui interviennent dans ce passage autant progressif que (parfois) insaisissable. Ce travail devrait permettre aux enseignants d'identifier de potentiel d'apprentissage dans les moments collectifs et surtout d'exploiter ce potentiel de manière de plus consciente et efficace.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BARTOLINI BUSSI M. G. ET MARIOTTI M. A. (2008) Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective, in English, L. (ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education,* (second edition), Routledge.

BARTOLINI BUSSI M. G. (1998). Verbal interaction in mathematics classroom: A Vygotskian analysis, in Steinbring, H et al. (eds.), *Language and communication in mathematics classroom,* Reston, VA: NCTM. pp. 65–84

COUTAT S. (2012) Vers une évolution de la vision en géométrie au primaire avec un logiciel de géométrie dynamique, *Math-Ecole, **218***, 50-55.

COUTAT S. (2006) *Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire-collège : une ingénierie didactique au collège sur la notion de propriété*. Thèse de l'Université Joseph-Fourier, Grenoble.

FALCADE R. (2006). *Théorie des Situations, médiation sémiotique et discussions collectives, dans des séquences d'enseignement avec Cabri-Géomètre pour la construction des notions de fonction et graphe de fonction*. Thèse de l'Université Joseph-Fourier, Grenoble.

FALCADE R. ET MARIOTTI M. A. (A PARAITRE) Rôle de l'enseignante, évolution des signes et utilisation des ressources textuelles dans le processus de médiation sémiotique, *XVIe École d'Été de Didactique des Mathématiques,* Carcassonne (Aude).

KUZNIAK A. (2006) Paradigme et espace de travail géométriques. Eléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Educaion* **6(2),** 167-188.

LABORDE C. CAPPONI B. (1994) Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherche en didactique des mathématiques*, **14 n°1.2**, 165-210.

MARIOTTI M. A. (A Paraitre) Artefacts et signes dans La Théorie de la Médiation Sémiotique, *XVIe École d'Été de Didactique des Mathématiques,* Carcassonne (Aude).

MEIRA L. (1998). Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in mathematical activity. *Journal for Research in Mathematics Education*, **29(2)**, 121–142.

RABARDEL P. (1995) *Les Hommes & Les Technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin, Paris.

RABARDEL P. (1999) Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques, In M. Bailleul (Ed.) *Actes de la IX Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Houlegate, 202-213.

RESTREPO A. (2008) *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ième,* Thèse de l'université Joseph Fourier, Grenoble.

VYGOTSKY L. S. (1931/1978) *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.

RETOUR SOMMAIRE

VII - ANNEXE 1 : PLAN DE LA SEQUENCE D'ENSEIGNEMENT

Regroupement 1 - Les petites bêtes

Séance 1 : élèves en binôme avec CabriElem, introduction à l'environnement dynamique, premières utilisations des outils de construction (*point*, *droite*, *segment*, *triangle*, *cercle* et *carré*) et premières utilisations de *Di* et *Dc.*

Séance 2 : en classe entière, CabriElem projeté, introduction de la feuille de constat

Regroupement 2 - Parallèles et Perpendiculaires

Séance 1 : élèves en binôme avec CabriElem, introduction des outils de construction *perpendiculaire* et *parallèle*, applications pour reconstruire un rectangle et un parallélogramme.

Séance 2 : en binôme, à partir de films extraits de la séance précédente, les élèves évaluent l'utilisation des outils *perpendiculaire* et *parallèle*.

Séance 3 : en classe entière, extraits de la séance cahier 2- séance 2 projetés, mise à jour de la feuille de constat avec les nouveaux outils *perpendiculaire* et *parallèle*.

Regroupement 3 – Carré, Rectangle, Losange …

Séance 1 : avec Cabri, reconnaître et identifier des quadrilatères donnés (évaluation notée)

Séance 2 : avec papier-crayon, correction de l'évaluation en papier-crayon

Regroupement 4 - Compas et Cercle

Séance 1 : avec Cabri, réintroduction de l'outil *cercle* pour reporter une longueur.

Regroupement 5 - Symétries

Séance 1 : avec Cabri, introduction de l'outil, symétrie axiale avec le déplacement

Séance 2 : avec Cabri, introduction de l'outil, translation avec le déplacement.

VIII - ANNEXE 2 : FEUILLE DE CONSTAT

POINT		clic où on veut le point clic sur le bouton clic où on veut le point
DROITE	2 points, droit infini	clic sur l'écran où on veut un des points de la droite on glisse, clic où on veut un autre point de la droite
SEGMENT (=bout de droite)	Un bout de droite limité par 2 points	clic sur l'écran où on veut le début du segment on glisse, clic où on veut la fin du segment
CERCLE	Centre du cercle + rayon	clic sur l'écran où on veut le centre du cercle on glisse, on clic quand on a la grandeur du cercle qu'on veut
TRIANGLE	3 sommets	clic sur l'écran où on veut un des sommets du triangle on glisse, on clic où on veut un autre sommet du triangle on glisse, on clic où on veut le troisième sommet du triangle
CARRE	4 angles droits et 4 côtés isométriques	clic sur l'écran où on veut un des sommets du carré clic sur l'écran où on veut un autre des sommets du carré
PERPENDICULAIRE	Deux droites sont perpendiculaires si elles se coupent à angle droit.	Clic bouton, clic une droite, clic un point
PARALLELE	Deux droites sont parallèles si elles ne se coupent jamais ou si elles sont confondues	Clic bouton, clic une droite, clic un point
CERCLE (report de longueur)	Une longueur et un point	Clic bouton, clic un segment, clic un point

IX - ANNEXE 3 : TRANSCRIPTION REGROUPEMENT 2 SEANCE 3 EPISODE 1

E : donc effectivement les notions mathématiques, dans la deuxième colonne, dans la première colonne, et dans la deuxième colonne on utilise ces notions là mais avec des … des moyens de clics … des clics qui nous permettent de faire … de faire ça sur l’ordinateur. D’accord avec ça ? Ok et nous on va travailler maintenant sur heu … les rappels sur ce qu’on a fait la dernière fois on a vu deux notions la dernière fois qu’est ce que c’était ? Alessandro ?

Alessandro : des parallèles

E : parallèles et ?

Élève : et perpendiculaires

E : et perpendiculaires d’accord. Alors comment est-ce qu’on faisait sur l’ordinateur par exemple pour faire une perpendiculaire ?

E note perpendiculaire au TN

Maéva : on cliquait sur l’outil perpendiculaire

E : alors clic sur bouton perpendiculaire oui

Maéva : après on cliquait sur la droite avec laquelle on voulait qu’elle soit perpendiculaire

E : clic sur la droite

Maeva : sur à heu … perpendiculaire

Aya : après c’est clic sur point

E : ben oui mais j’en suis toujours sur la droite

Léa : sur celle qui est déjà dessinée

E : ouais clic sur la droite par rapport à laquelle on voit qu’elle soit perpendiculaire et ensuite ?

Aya : après clic sur le point

E : clic sur le point où on veut que ça passe. D’accord c’est tout, c’est fini ?

Élève : oui

Aysel : faut vérifier

E : ha comment vous êtes sûr que c’est bon faut vérifier


perpendiculaire
clic
clic droite
clic point
vérifier
parallèle
clic
clic droite
clic point
vérifier

X - ANNEXE 4 : TRANSCRIPTION REGROUPEMENT 2 SEANCE 3 EPISODE 2

E : Là c'est bien joli mais ça c'est que l'on fait sur l'ordinateur, quand on veut passer au niveau du papier-crayon, qu'est-ce qu'on a besoin pour faire des perpendiculaires ou des parallèles ? oui

Sabrina : une règle et un équerre

E : une équerre oui donc on a une droite à la base et un point on va le mettre là l'autre je le mets là et on veut chaque fois dessiner une parallèle ou une perpendiculaire. Comment est-ce que je fais pour dessiner une parallèle ou une perpendiculaire avec la règle Tiago

Tiago : eh ben une perpendiculaire il suffit de mettre le compas sur heu … non l'équerre sur la droite et avec l'angle droit heu non le petit côté de l'autre côté de la droite comme ça puis de

E : ha je pensais que tu allais la faire autrement d'accord ouais

Tiago : et puis après on trace la droite

E : alors je mets l'équerre sur la droite je la fais passer par le point et là … et qu'est ce que je peux faire ?

Maéva : on peut la rallonger

E : oui la rallonger la prolonger on a le droit de faire ça puisque c'est une droite et que ce n'est pas un segment. Comment ?

Alessandro : on peut tracer les angles droits

E : j'ai rien compris

Enseignant donne la craie à Alessandro. Il dessinne le codage des angles droits sur les droites construites.

Alessandro : pour dire que c'est un angle droit à 90°

E : je vois des points d'interrogation, des gens qui sont d'accord. Qu'est-ce qu'il a fait là ? J'ai jamais vu ça

Maéva : il a montré que c'étaient des angles droits

E : il a montré que c'étaient des angles droits

Maéva : mais c'est pas le bon signe

Discussion sur la forme du codage *Perpendiculaire* français vs suisse

E : quel est le rapport entre ça et ça ? Là on a fait clic sur perpendiculaire, clic sur une droite, clic sur un point, vérifie. Là il a mis son équerre sur la droite, on a de nouveau cette histoire de droite, en fonction du point, et on a tiré. Sabrina

Sabrina : non¨

E : Tiago

Tiago : ben en fait clic sur droite c'est faut l'aligner à la droite, puis après clic sur point

E : alors clic sur droite je l'aligne sur la droite

E et Tiago : clic sur point ça veut dire que je l'aligne sur le point

Tiago : et puis après on a tiré le trait

E : on a tiré le trait c'est marrant mais il y a un truc en plus qu'on n'utilise pas sur l'ordinateur sur la manière de faire sur l'ordinateur oui

Aya : sur l'ordinateur on doit bouger par exemple un point ben là on …

E : exact à l'ordinateur on est obligé de vérifier en bougeant le point et la droite pour voir qu'elle reste toujours perpendiculaire

Élève : et là on ne peut pas

E : ben oui on peut difficilement bouger sur le papier, vous avez raison donc Aya c'est tout à fait correct le fait de noter ça , ça veut dire que vous avez bien dessiné une perpendiculaire d'accord ? Ok

Même chose avec Parallèle

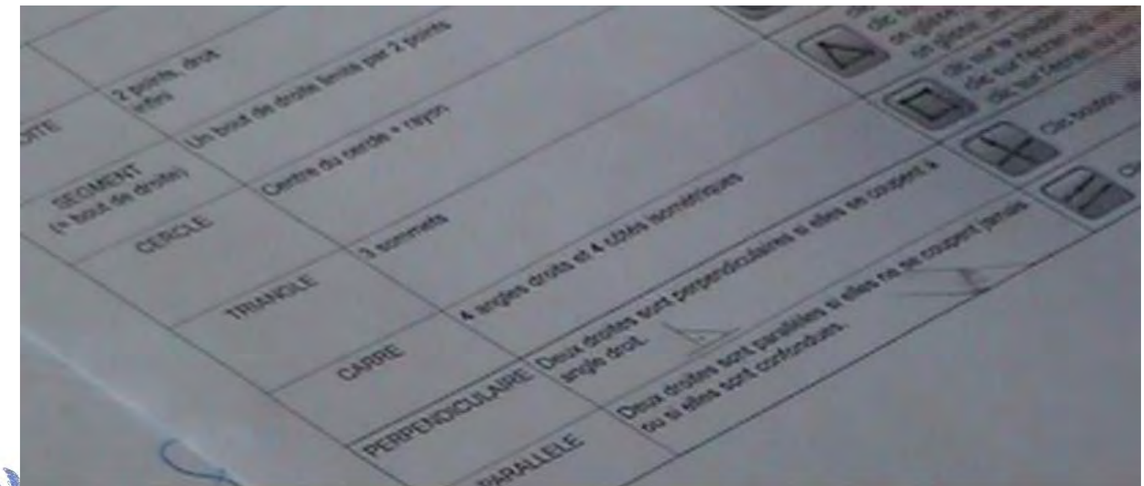
E : d'accord avec ça ? Alors ce que vous allez pouvoir faire maintenant sur votre feuille de constat dans la colonne des notions mathématiques vous pouvez rajouter ces deux signes on ne vous l'a pas mis exprès, mais sous perpendiculaire on va rajouter ce signe là et sous parallèle vous rajoutez ce signe là

Élève : ???

E : ça m'est égal c'est ta feuille

Élève : mais là si sur notre feuille c'est pas parallèle

E : comment ? Mais la mienne elle a été faite à main levée l'autre elle n'est pas vraiment perpendiculaire ça tu t'en fiches.



XI - ANNEXE 5 : TRANSCRIPTION REGROUPEMENT 3 SEANCE 2 EPISODE 3

E : comment est-ce qu'on sait qu'on a bien une figure, la figure qu'on nous demande là en l'occurrence un quadrilatère mais un carré comment on va être sûr qu'on a bien la figure qu'on nous demande Léa

Léa : un carré il doit toujours avoir 4 côtés égaux heu 2 axes heu 4 axes de symétrie

E : attends tu vas trop vite alors 4 côtés égaux oui

Léa : 4 axes de symétrie

E : comment ils s'appelaient ces côtés égaux ?

Léa : les heu les

Joséphine : isométriques

Léa : isométriques

E : oui alors il y a 4 axes oui mais qu'est-ce qu'il faut surtout qu'il ait

Léa : ha des angles droits

E : oui

Léa : 4 angles droits

E : d'accord ça c'est pour les propriétés donc là je les regarde super c'est tous des carrés

Élèves : faut les bouger

E : vous me l'avez dit

Élèves : non

E : d'accord alors sur le logiciel il faut effectivement bouger

Élève : les points

E : les points les points ?

Élèves : les sommets

E : merci je suis désolée mais moi je veux vraiment un vocabulaire correct bouger les sommets pour vérifier ça (montre les propriétés) d'accord donc c'est pour ça qu'il fallait … effectivement. Alors je vais vous distribuer des feuilles tout à l'heure mais je vous rappelle juste que les notations que vous avez prises comment est-ce qu'on notait parallèles que 2 droites sont parallèles oui

Paula : c'est une flèche avec deux droites

E : alors on faisait une flèche avec 2 droites comme ça, ça veut dire qu'elles sont parallèles. On avait vu autre sigle oui

Océanne : le trait avec le (?)

E : oui le trait avec le point donc ça c'était un

Joséphine : perpendiculaire

E : perpendiculaire un angle droit oui et puis on en avait vu une troisième

Paula : le petit trait pour dire que

E : oui d'accord

Paula : tous égaux

E : par exemple celui là ce côté-là à la même grandeur que celui-là ou celui-là j'en mets 2 parce que c'est pas le même à la même grandeur que celui-là vous vous souvenez de ces notations là

Élèves : oui

E : je l'avais mis dans l'évaluation alors ce que je vais faire c'est que je vais déplacer tous les points et vous vous allez pouvoir noter qu'est ce qui reste sur votre feuille et pouvoir après justement choisir quel est le carré mais il faudra justifier en expliquant pourquoi d'accord ?

L'enseignant bouge les sommets des quadrilatères

E : ça bouge plus Paula et je ne vais pas les faire re-bouger

Paula : on marque sur pourquoi ou sur ….

E : tu utilises simplement ça

Élèves : ha

E : non vous n'allez pas réécrire tout le texte ça ne nous intéresse pas (…)

Les élèves choisissent le carré du premier exercice

E : yes alors le carré il est correct pourquoi il est correct ce carré vert oui Imad

Imad : ben parce qu'il est … 4 côtés égaux

E : il a les 4 côtés égaux qu'est ce qu'il a d'autre oui

Tiago : 4 angles droits

E : il a 4 angles droits oui

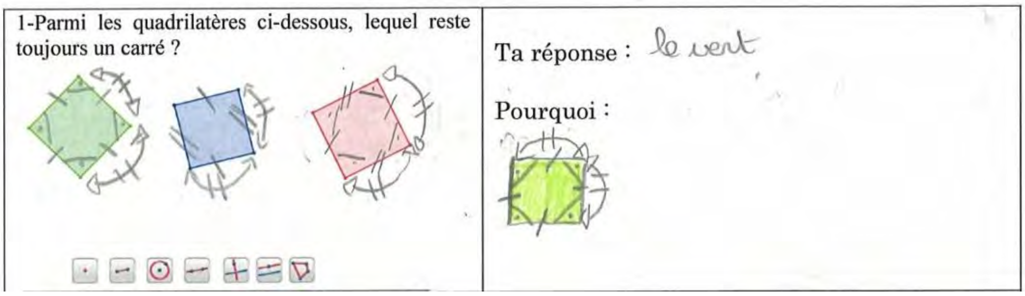
Iuri : il a 2 paires de parallèles

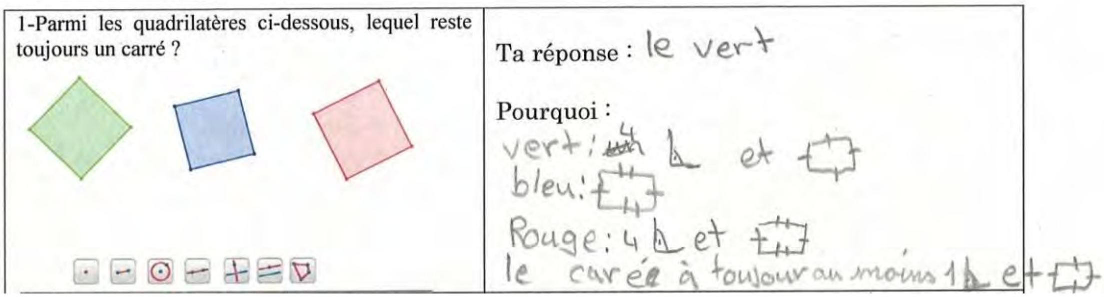
E : il a deux paires de parallèles

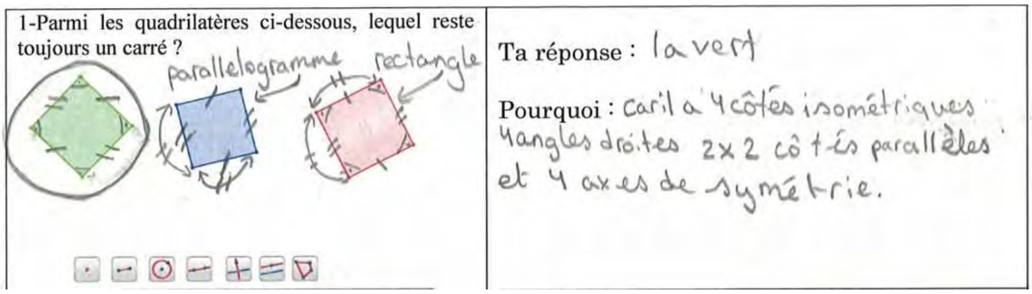
Même travail avec les 2 autres quadrilatères

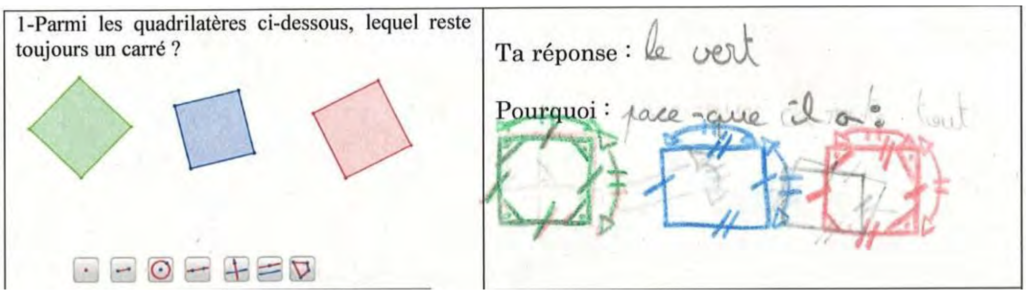
E : ok vous avez compris ce qu'il fallait faire ? Moi je ne vais pas le refaire chaque fois au tableau mais vous devez chaque fois qu'il y a une propriété que vous voyez une propriété vous devez la noter (ou l'annoter) pour vous en souvenir c'est clair

Élèves : hum hum









retour sommaire

LA PLACE DES MATHEMATIQUES DANS UNE SITUATION EXPERIMENTALE : ETUDE DE LA FONTE D'UN GLAÇON EN CYCLE 2

Bertrand LEBOT
PIUFM, IUFM Poitou Charentes/IREM de Poitiers
bertrand.lebot@univ-poitiers.fr

Résumé
Durant cet atelier, une séance de science a été observée, au cours de laquelle les élèves étudient la variation de la température pour comprendre la fonte du glaçon. En particulier, les participants se sont attachés à repérer le moment où un objet mathématique, en l'occurrence le graphique, est introduit, et la technique ostentatoire mise en œuvre par l'enseignant pour y arriver.

S'est posée ensuite la question de l'articulation de cette séance avec un travail mathématique sur les graphiques (situation initiale, de recherche ou de réinvestissement).

Pour finir cette réflexion, la relation entre une démarche mathématique et une démarche d'investigation est mise en perspective, en essayant d'utiliser sur une situation non géométrique les différents modes de pensées géométriques de Gonseth et les espaces de travail géométrique de A. Kuzniak et C. Houdement.

Exploitations possibles

Mise en œuvre de séance mathématiques et sciences en classe.

Analyse de l'articulation entre mathématiques et sciences.

En formation, réflexion sur la démarche d'investigation à partir d'une étude de cas.

Réflexion théorique sur les espaces de travail de Kuzniak et Houdement.

Mots-clés

Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Sciences. Température. Graphique. Espaces de travail.

LA PLACE DES MATHEMATIQUES DANS UNE SITUATION EXPERIMENTALE : ETUDE DE LA FONTE D'UN GLAÇON EN CYCLE 2

Bertrand LEBOT
PIUFM, IUFM Poitou Charentes/IREM de Poitiers
bertrand.lebot@univ-poitiers.fr

Résumé

Durant cet atelier, nous observerons d'abord une séance de science où les élèves étudient la variation de la température pour comprendre la fonte du glaçon. Nous nous attacherons en particulier à repérer le moment où un objet mathématique, en l'occurrence le graphique, est introduit, et la technique ostentatoire mise en œuvre par l'enseignant pour y arriver.

Nous pourrons alors nous poser la question de l'articulation de cette séance avec un travail mathématique sur les graphiques (situation initiale, de recherche ou de réinvestissement).

Pour finir cette réflexion, nous nous interrogerons sur la relation entre une démarche mathématique et une démarche d'investigation en essayant d'utiliser sur une situation non géométrique les différents modes de pensées géométriques de Gonseth et les espaces de travail géométrique de A . Kuzniak et C. Houdement.

Cet atelier s'est articulé autour d'une vidéo du CRDP de Montpellier (2007) mettant en œuvre une situation d'investigation. Nous avons d'abord étudié les différents ostensifs employés dans la situation. Cela a mis en évidence les spécificités des démarches d'investigation et de résolution de problème ainsi que l'identification de deux enjeux de savoir : la notion de température et la gestion des données.

L'étude de la température a donné lieu à une étude historique du thermomètre puis des enjeux de savoir. Il est apparu que deux contrats didactiques cohabitaient liés à deux paradigmes différents.

En exhibant les notions mathématiques en jeu, l'organisation de données et leur représentation, nous avons cherché les critères que devrait contenir une situation permettant d'aborder les tableaux et les graphiques. Il en est ressorti deux variables : la quantité de données et le traitement qui devait en être fait.

Nous en avons conclu qu'en l'état actuel, il semblait difficile de construire de nouvelles connaissances mathématiques à partir de situations externes à celles-ci même si certains courants actuels semblent indiquer une évolution des pratiques.

I - LA VIDEO

La vidéo étudiée est extraite de la banque de situations didactiques du site du CRDP de Montpellier. Il s'agit de la séquence « *Le cahier d'expériences, enseigner les sciences au cycle 2* ». Elle a été proposée en formation initiale et continue de notre département pour donner un exemple d'organisation d'une démarche d'investigation. Ce n'est pas ainsi qu'elle est présentée sur le site et il est donc nécessaire de prendre une certaine distance avec les critiques qui en seront faites.

La mise en œuvre de la démarche d'investigation est toutefois conforme aux observations faites dans des classes par les enseignants.

1 La démarche d'investigation :

L'introduction commune aux disciplines scientifiques du collège (MEN 2008 p 11 et 12) propose un guidage pour permettre de faire naître un questionnement et d'y répondre :

- Choix une situation problème
- Appropriation du problème par les élèves
- Formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives, de protocoles possibles
- Investigation ou la résolution du problème conduite par les élèves
- Échanges argumentés autour des propositions élaborées
- Acquisition et structuration des connaissances
- Mobilisation des connaissances

Les textes indiquent deux moments distinguant les disciplines scientifiques et les mathématiques : les étapes 4 et 5.

Ce protocole veut laisser une plus grande place à l'élève pour qu'il construise son savoir. Or, dans la séquence, l'enseignant use à différents moments de phénomènes d'ostensions[46], assumées ou déguisées, pour pouvoir mettre en place la formulation de conjectures et les échanges.

D'autre part, différents obstacles[47] apparaissent lors de la mise en place de la connaissance visée (l'évolution de la température lors du changement d'état de l'eau).

Après avoir visionné le film et identifié les différents moments correspondant à la démarche d'investigation, nous avons repéré les ostensions les plus visibles et recherché les obstacles apparents.

2 Les ostensions principales

Le premier phénomène ostentatoire observé est l'introduction de la température pour arriver à élaborer la situation expérimentale. À plusieurs reprises, l'enseignant va rediriger les propositions des élèves pour que la notion de température émerge. Cette température va être centrale dans l'expérience. Il s'agit là d'une première ostension. Mais comme cela a été souligné dans l'atelier, était-il possible d'introduire la notion de chaleur sans employer le terme de température ? D'où la nécessité de préciser la distinction entre la température et la chaleur et de se demander si elle est abordable pour des élèves de CE1. Toutefois c'est un élève qui a proposé de repérer la température et dans les habitudes sociales, on ne distingue pas la température de la chaleur.

Ainsi il y a dans cette situation plusieurs obstacles : ceux concernant les élèves mais aussi ceux concernant l'enseignant avec en particulier la question du temps didactique. L'enseignant est obligé d'introduire certaines notions pour que la séance tienne dans le temps imparti.

Ainsi on constate que la température est omniprésente lorsque l'enseignant circule dans les groupes où il insiste particulièrement sur celle-ci au niveau des relevés. Le temps est le second paramètre sur lequel il revient. Ces deux éléments sont les deux paramètres qui vont permettre d'élaborer un graphique pour

---

46 Nous retiendrons comme définition celle citée par Berthelot et Salin dans leur thèse et qui est empruntée à Ratsimba-Rajohn : « *présentation ostensive comme la donnée par l'enseignant de "tous les éléments et relations constitutifs de la notion visée*". »

47 Trois types d'obstacles ont été repérés (A. Bessot – 2003 , p 20) : ontogénétique, didactique, épistémologique. Nous parlerons ici du troisième et retiendrons la définition suivante : « *une connaissance, comme un obstacle, est toujours le fruit d'une interaction de l'élève avec son milieu et plus précisément avec une situation qui rend cette connaissance ''intéressante''* »

arriver aux conclusions souhaitées. Nous identifions ici un second phénomène d'ostension mais sur l'objet mathématique des graphiques.

2.1 Les programmes

Après ces constatations et la problématique de la température, nous nous sommes questionnés sur l'adéquation de la situation avec les programmes du cycle 2.

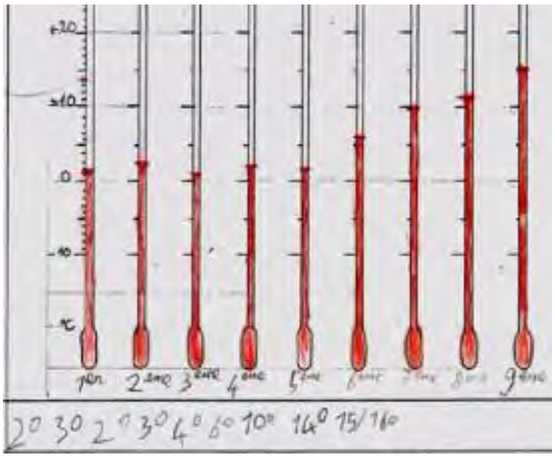
Ceux-ci précisent dans la « *découverte du monde* » (BULLETIN OFFICIEL - 2008) que « [Les élèves] *distinguent les solides et les liquides et perçoivent les changements d'état de la matière* ».

La même connaissance est reprise en cycle 3 dans le cadre de la matière. L'étude se fait alors autour de l'eau vue comme une ressource. On étudie alors les « *états et changements d'état ; le trajet de l'eau dans la nature, le maintien de sa qualité pour ses utilisations* ».

Or la notion de changement d'état n'apparaît pas dans le discours de l'enseignant. Est-ce trop complexe ? Comment pouvait-on l'introduire ? Il semble que dans notre cas, l'objectif soit davantage de montrer l'évolution de la température au cours de la fonte du glaçon.

2.2 Le statut du graphique

Pour y arriver, l'enseignant s'appuie sur des dessins de thermomètres :



Ceux-ci nous interrogent sur le statut de cette représentation : est-ce un dessin ou est-ce que cela a acquis le statut de graphique ? Ce qui nous a amené à prolonger notre questionnement sur ce que peut être un graphique. D'ailleurs, n'est-ce pas un diagramme en barre ?

Les réservoirs dessinés nous amènent à considérer qu'il s'agit encore d'un dessin. Ils font explicitement référence au thermomètre. Mais en les présentant les uns à côté des autres avec une graduation commune le dessin devient ambigu. On peut considérer qu'il ne prendra le statut de graphique que lorsque l'enseignant aura supprimé les réservoirs. Une première image des graphiques est installée dans cette situation. Ainsi nos échanges nous ont permis de conclure qu'il y avait là un phénomène ostentatoire dont la pertinence reste à interroger.

L'origine en est un obstacle épistémologique mathématique : quand est-ce qu'un dessin devient un graphique ? Pour qu'il change de statut, il serait nécessaire que ces thermomètres aient une autre valeur sémiotique et qu'ils représentent la dépendance de deux grandeurs : la température en fonction du temps.

Or en notant en bas 1er thermomètre, 2e thermomètre, … le temps est introduit de façon dissimulée. Il s'agit davantage de marquer une succession d'événements alors que l'enseignant a bien insisté pour que les températures soient prises à intervalle de temps régulier. C'est un nouveau phénomène ostentatoire.

Après cette première analyse la question de l'objectif de la séance doit être reprécisée.

II - POUR L'ENSEIGNANT, UNE POSTURE PARTICULIERE

1 Objectif mathématique ou scientifique ?

Lors du visionnage de la situation et de l'observation des questions de l'enseignant, nous avons constaté que les deux obstacles précédents correspondaient à deux savoirs appartenant à des plans distincts. S'agissait-il de faire découvrir un nouvel outil d'analyse (le graphique) ou de mettre en évidence une caractérisation du changement d'état ?

Ainsi ce qui devait être à l'origine une situation problème a perdu sa lisibilité. Les différents éléments de sciences et de mathématiques ont dû être induits réduisant les initiatives des élèves.

Nous avons identifié une autre origine possible de cette confusion. Il y a juxtaposition de deux problèmes :

- Qu'est ce qui se passe derrière le cache après que le glaçon est resté à l'air durant 15 min ?
- Comment varie la température pendant la fonte du glaçon dans le verre d'eau ?

Le montage a pu supprimer différents moments de la gestion de classe, la vidéo devant surtout montrer la gestion des différents moments de la démarche d'investigation et la place des traces écrites.

Toutefois, certaines interventions de l'enseignant montrent le choix de se centrer sur une problématique, se positionnant ainsi comme le directeur de la recherche.

2 Une ostension assumée

Pour répondre à la première question (le glaçon caché), les élèves font différentes hypothèses, proposant des hypothèses autour des échanges thermiques. Il s'agit alors de la formulation d'hypothèses explicatives (cf atelier A3 : « *Quelles différences entre hypothèse et conjecture dans la validation en sciences et en mathématiques ?* »). Les hypothèses étant trop ouvertes, l'enseignant choisit une piste d'exploration ouvrant alors sur la seconde question.

Cette aptitude est caractéristique des enseignants chevronnés qui utilisent un questionnement ouvert. Ils sont capables de sélectionner les éléments pertinents qui leur permettront d'arriver à l'objectif qu'ils se sont fixé sans perdre l'intérêt des élèves.

Les descriptions des activités de la main à la pâte proposent souvent ce type de gestion. Elles présentent les différentes propositions possibles ainsi que les erreurs expérimentales que l'on peut rencontrer. Des propositions de questionnement sont faites pour arriver à l'objectif. Ainsi dans LA MAIN A LA PATE (2002 p14), sont données « *à titre indicatif, une série de questions, accompagnées de quelques éléments de réponse qui pourront introduire les expériences [optionnelles] proposées à la fin de ce chapitre* ».

Ce même phénomène d'ostension assumée se retrouve d'ailleurs en mathématique : à l'issue d'un débat, différents types d'hypothèses sont faites dont certaines seront admises (atelier A3) d'où la nécessité lorsque l'on donne un problème ouvert d'envisager les différentes hypothèses et de connaître les raisons qui guident celles-ci afin de pouvoir faire une sélection justifiée auprès des élèves.

Cela tient à la nature de ce type de problèmes ouverts qui font intervenir différents champs disciplinaires. Ils deviennent complexes et se caractérisent alors par la possibilité de rencontrer plusieurs savoirs distincts à partir d'une même situation initiale. Être capable de les articuler est un atout car nous avons alors une phase de dévolution commune à plusieurs situations d'apprentissage. D'où l'intérêt de se questionner sur la place des mathématiques dans les sciences : si nous trouvons des réponses, il sera possible d'appuyer la construction de nouveaux savoirs mathématiques à partir de situations vécues en science ou de les réinvestir.

3 Les PER

Cette approche a inspiré l'IREM de Poitiers avec la notion d'Activités (AER) et de Parcours d'Étude et de Recherche (PER) de CHEVALLARD (2004).

Dans ce cadre théorique, l'enseignant est reconnu comme le directeur de recherche qui va accompagner les élèves dans « *un PER […] engendré par une question Q à fort pouvoir générateur, susceptible d'imposer de nombreuses questions dérivées et de conduire ainsi à rencontrer un grand nombre de savoirs à enseigner – et quelques autres, qui marqueront la limite provisoire du chantier*. » (p14).

Avec ce statut, l'enseignant peut justifier son choix par rapport aux limites fixées par les programmes ou les contraintes temporelles.

Un nouveau travail de l'enseignant en amont est alors de trouver autour de cette question les éléments qui vont l'aider à faire ses choix. Cela guide une nouvelle organisation des savoirs mathématiques. En particulier, certaines situations permettront à certains moments des premières rencontres et d'autres serviront au travail de la technique (CHEVALLARD 2002).

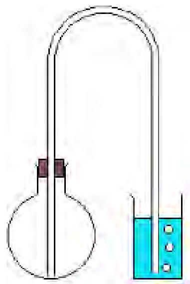
III - LA TEMPERATURE

1 Le thermomètre (BIREMBAULT 2012 illustration[48])

L'histoire du thermomètre est marquée par trois instruments

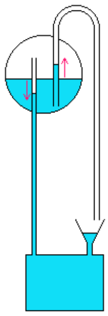
1.1 le thermoscope de Philon de Byzance

Construit en 250 avant notre ère, le mécanisme « *comprend un ballon de plomb, vide et muni d'un bouchon étanche ; une des branches d'un tube de verre, en forme d'U renversé, traverse le bouchon, tandis que son autre branche descend au fond d'un vase plein d'eau. Lorsque l'appareil est exposé au soleil, l'air qui se dilate dans le ballon de plomb provoque l'émission de bulles dans l'eau du vase. Puis, si l'on place l'appareil à l'ombre, l'air se refroidit dans le ballon, et l'eau du vase monte dans le tube de verre pour s'écouler ensuite dans le ballon.*»



48 http://mpicartier.free.fr/ancien_site/temperature/histoire/his_temp.htm

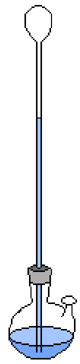
1.2 Le thermoscope de Héron d'Alexandrie



Réalisé en 100 avant notre ère, il est constitué d'«*une boîte parallélépipédique pleine d'eau, munie d'une ouverture la faisant communiquer avec l'atmosphère, et surmontée par un ballon partiellement rempli d'eau ; un tube vertical plongeant dans la boîte débouche au-dessus du niveau de l'eau. Une branche d'un autre tube, en forme d'U renversé, traverse le ballon par un joint étanche et descend jusqu'à la partie inférieure de celui-ci ; l'autre branche de ce tube surmonte un entonnoir placé sur l'ouverture de la boîte. Quand l'appareil est exposé au soleil, l'air contenu à la partie supérieure du ballon refoule dans le tube en U de l'eau qui alimente l'entonnoir et tombe dans la boîte. Lorsque l'ensemble est placé à l'ombre, l'eau de la boîte remonte dans le ballon sous l'effet de la pression atmosphérique.*

1.3 Le thermomètre

Réalisé par un professeur de médecine théorique italien Santorio Santorio (1561 – 1636). L'objectif était de suivre l'évolution de la fièvre chez ses malades. Il « *eut, le premier, l'idée de transformer l'appareil de Héron d'Alexandrie de manière à pouvoir mesurer le degré de chaleur. L'instrument qu'il conçut est un thermomètre à air, constitué par une petite boule de verre, surmontant un tube ouvert, long et étroit, qui plonge dans un vase plein d'eau. Lorsque le changement de température de l'air qui surmonte l'eau en fait varier le volume, celle-ci se déplace dans le tube, en colonne. Le malade introduisait la petite boule de verre dans sa bouche ou la tenait dans le creux de la main, puis Santorio notait le déplacement de la colonne d'eau.* »



1.4 Relation thermomètre / température

Le principe commun à tous ces appareils repose sur la dilatation d'un liquide. Ce principe semble de notre point de vue, difficile à faire acquérir à un élève de cycle 2. Il s'agit là d'un obstacle ontologique complexe qui nécessitera des aménagements pour le rendre accessible. Dans la situation observée, la conclusion repose sur l'utilisation du thermomètre pour "montrer" l'évolution de la température au cours du temps.

Les conclusions dépendent pour l'essentiel de cet objet.

Lors de nos échanges nous avons conclu que le thermomètre pouvait être employé comme une boîte noire ou à partir de son usage social. Il permet de donner une représentation à un phénomène qui n'est pas perceptible à partir des sens et d'arriver aux conclusions voulues. Mais faut-il rester sur cette notion de boîte noire ?

D'autres questions se posent alors : comment se construit la graduation du thermomètre ? Quel choix d'échelle ? Ces questions ne seront pas traitées dans la scolarité des élèves. Le repérage d'une température à partir de la longueur d'un segment n'est jamais questionné. Or le thermomètre comme tout autre instrument de mesure devrait être étudié durant celle-ci afin que les déductions que l'on fera de sa lecture ne puissent pas être remises en cause. Dans la séance, son introduction n'est pas prise en charge. Or cette situation est centrale pour définir le 0° C : celui-ci caractérise le changement d'état de l'eau, élément de référence dans la vie de l'homme. Le passage de l'élément liquide à l'élément gazeux va définir le second point qui permettra d'établir la mesure. Le partage en 100 unités de l'écart entre ces deux points est un choix pratique permettant de rester dans le domaine des nombres entiers pour mesurer des températures.

2 Conséquence sur le contrat didactique

Notre étude nous a amenés à conclure que le relevé des mesures suffisait à observer sa progression. D'ailleurs un tube dans lequel l'eau pouvait monter ou descendre en fonction de sa chaleur pouvait suffire pour mettre en évidence l'évolution de la température. Mais cela n'enlevait pas la difficulté d'associer le changement de température au phénomène de dilatation.

Cette observation indique une rupture du contrat didactique des sciences. Dans celui-ci, les élèves doivent émettre une hypothèse puis concevoir et réaliser un protocole expérimental pour la vérifier. Or sur ce que nous avons observé, les élèves n'ont pas émis l'hypothèse (l'enseignant les a amenés à la formuler autour de la notion de température) et ils n'ont pas construit l'expérience qui pouvait leur permettre de la vérifier. La représentation des thermomètres a été donnée par l'enseignant. Quelle est la raison de cette modification du contrat : le thermomètre ? Le graphique ?

Un autre obstacle didactique cette fois, se met en place pour notre enseignement des mathématiques : alors que dans l'expérience la validation s'est faite par induction, dans le domaine mathématique il devra se faire par déduction. Ces changements ne sont pas explicités aux élèves.

Notre discussion nous a amenés à aborder les concepts scientifiques qui vont évoluer tout au long de la scolarité des élèves comme elles ont pu évoluer dans l'histoire des sciences. Peut-on faire une analogie avec l'avancée des connaissances mathématiques ? Un élément pourrait les différencier : « *une étude en termes de problématisation (avec exploration des possibles, construction de nécessités dans une tension entre des registres empirique et théorique, rapport au « vrai ») apparaît plus fructueuse pour établir des distinctions* [entre la démarche d'investigation en mathématiques et en sciences de la vie et de la Terre] *fondement du vrai et critères de validité* » (HERSANT – ORANGE RAVACHOL 2012).

3 Les choix des hypothèses

Une problématique commune à la résolution de problème et à la démarche d'investigation porte sur la place des hypothèses : doit-on vérifier toutes celles qui sont émises par les élèves ou l'enseignant a-t-il le droit de par son statut de directeur de recherche de choisir celles qu'il estime les plus pertinentes ? Mais c'est un non-choix car le temps imparti impose nécessairement un choix. Il ne pourra vérifier toutes les hypothèses. Il en laissera simplement plus ou moins de côté. Son choix se fait donc par rapport à des contraintes de temps et de cohérence. Cette cohérence se définit par la pertinence des erreurs que ces hypothèses peuvent contenir. Par exemple, certaines seront retenues car elles porteront des représentations erronées qu'il faudra corriger. Un autre critère de choix vient de l'objectif de la séance : s'il s'agit d'un travail portant sur la méthodologie de la résolution de problème ou de la démarche d'investigation, il est intéressant de prendre le temps d'en étudier une grande partie afin d'apprendre aux élèves à sélectionner celles qui vont dans le sens du questionnement. Si l'objectif est d'apprendre une nouvelle notion alors l'enseignant sera plus directif pour ne retenir que celles qui vont dans ce sens.

Ainsi le travail sur les hypothèses pourrait suivre le protocole du calcul mental : des séances régulières de travail sur des résolutions de problèmes (en mathématiques ou en science) et ponctuellement, une séance de travail où les procédures et les choix d'hypothèses seraient détaillés.

Ce travail pourrait être envisagé au début de chaque situation problème avant même d'envisager de le considérer comme un problème disciplinaire. C'est le choix que nous avons fait à l'IREM de Poitiers dans nos brochures de sixième sur les grandeurs (IREM POITIERS). Au début de chaque étude, il y a un temps où la classe échange autour du thème. Après une ou deux séances, certaines hypothèses sont retenues pour être approfondies, pour d'autres c'est l'enseignant qui prend en charge les explications et enfin une troisième catégorie sera abandonnée car ne permettant pas de répondre au problème disciplinaire.

Cela nécessite pour les enseignants d'avoir une formation davantage centrée sur la démarche de recherche : rechercher des problèmes pertinents, les problématiser, émettre des hypothèses et les méthodes de vérifications, analyser les résultats obtenus. C'est ainsi que pourrait prendre place dans la formation en master l'initiation aux travaux de recherche.

Toutefois pour de nouveaux enseignants n'ayant pas encore l'expertise qui leur permette de se dégager de la gestion de classe, il est difficile de rajouter en plus l'incertitude d'une situation ouverte.

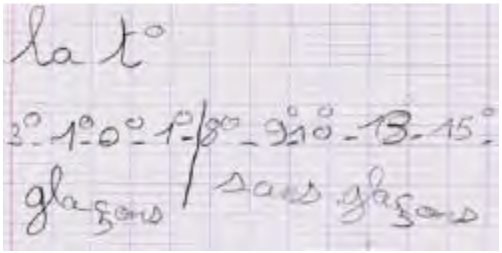
IV - LE GRAPHIQUE

Après nos échanges autour de la situation expérimentale sur le changement d'état, nous nous sommes interrogés sur la place du graphique dans cette expérience.

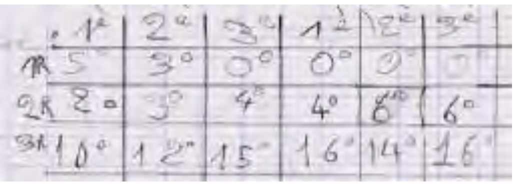
1 Les objets mathématiques

Dans cette activité, nous avons identifié comme type de tâche, l'organisation de données. Nous avons relevé trois techniques pour y répondre : le relevé de données, leur organisation, le choix d'une représentation pertinente.

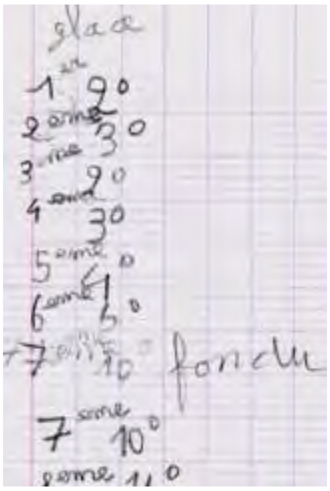
Les productions des élèves montrent les différentes techniques qu'ils ont pu employer pour relever leur température.



Production 1



Production 2



Production 3

Elles montrent une progression de l'organisation des données qui va de la liste à l'utilisation d'un tableau. Or en cycle 2, les élèves doivent « *Lire ou compléter un tableau dans des situations concrètes simples* » (Progression pour le cours préparatoire et le cours élémentaire première année – BO 2008). Et de façon plus globale durant ce cycle, « *l'élève utilise progressivement des représentations usuelles tableaux, graphiques* » (p18).

Ainsi son usage peut s'expliquer soit par une habitude sociale ou soit par un travail régulier dans la classe par l'enseignant.

2 Objets d'apprentissage mathématique ?

Les productions montrent une échelle dans l'organisation des données : d'abord, il s'agirait d'une présentation linéaire et passerait progressivement à une organisation mettant en relation deux grandeurs. La première production est un relevé de mesures mises bout à bout, les deux autres mettent en évidence une chronologie. L'enseignant en imposant un temps régulier fait ressortir deux variables cachant une relation fonctionnelle entre la température et le temps. Nous nous sommes alors demandé dans quelle limite cet apprentissage était mathématique.

Les registres de représentations de DUVAL (1993) peuvent nous donner des indications. Dans cet article, il souligne la complexité des représentations utilisées en mathématique. En particulier «*[les représentations] qui s'annoncent comme les plus complexes concernent naturellement l'activité de conversion dans laquelle la représentation de départ est un énoncé en langue naturelle ou un texte. Tous les problèmes de "mathématisation", c'est-à-dire ceux qui visent à faire découvrir l'application de traitements mathématiques déjà acquis à des questions plongées dans des situations non mathématiques quotidiennes ou professionnelles, [...], en sont l'exemple le plus élémentaire. La résolution de tels problèmes dépend d'abord de la compréhension de l'énoncé et de la conversion des informations pertinentes qui y sont présentées: il s'agit de passer d'une description discursive des objets relevant du champ de la question posée à une écriture symbolique (numérique ou littérale) de leurs relations telles qu'elles sont marquées linguistiquement, et souvent de façon très variable, dans le texte de l'énoncé. C'est seulement à partir de cette écriture symbolique que les traitements mathématiques [...] peuvent être appliqués.* »

Ainsi avons-nous considéré que l'organisation de ces données pouvait être considérée comme un apprentissage mathématique si le traitement était mathématique.

La représentation sous forme de tableau de valeurs se retrouve dans les écrits de l'antiquité. Des tablettes, qui contenaient des relevés de mesures sur de longues périodes, permettaient en astronomie d'anticiper des événements comme les équinoxes, les solstices, les changements de lune ou les éclipses (PICHOT 1991 p150 par exemple). Ce furent les premières représentations de relations fonctionnelles.

Ainsi l'étude proposée sur la vidéo est à rapprocher de la notion de fonction qui sera développée ultérieurement.

3 Pertinence de la situation pour construire une nouvelle connaissance mathématique

Est-il légitime de traiter en terme mathématique ces relevés de températures ? En particulier est-ce qu'elle justifie un travail sur la construction d'un tableau ?

Les élèves ont donc réalisé les relevés de température dans le cadre d'une activité en science. Nous avons observé que certains avaient jusqu'à 8 relevés. Est-ce que cette liste de nombres permet de voir l'évolution de la température ? Est- il nécessaire de développer l'outil pour l'analyser ?

Employer des représentations qui sont présentes dans le quotidien des élèves a été un premier argument.

Ces relevés soulèvent le problème du passage du discret au continu. Alors que les températures évoluent sans discontinuer, le choix de représenter la hauteur de liquide dans les thermomètres induirait une représentation en bâtons. C'est le même type de diagramme que l'on utilise pour les précipitations, phénomène discontinu. Ainsi dans un même champ disciplinaire, la météorologie, deux phénomènes appartenant à deux cadres mathématiques distincts se côtoient. Les outils mathématiques de traitements seront distincts. Mais doit-on l'expliciter à ce niveau ? Faut-il éviter cette juxtaposition ? Ainsi doit-on questionner les élèves sur ce qui se passe entre deux relevés ? Est-il possible qu'il y ait une température qui sorte de la courbe ? Le moment n'est peut être pas légitime. Il s'agit d'une première rencontre et il est peut être trop tôt pour introduire des monstres. Il faut laisser le temps à une nouvelle connaissance pour s'installer afin que l'élève soit réceptif aux révolutions (au sens de KUHN (1970)) qu'il devra vivre par la suite.

Toutefois si on veut construire une représentation pour les élèves de CE1 de l'évolution de la température, le graphique peut être introduit comme inducteur de problématisation pour faire évoluer ce concept et donner une représentation adaptée de cette évolution.

Finalement notre problématique d'enseignant est de déterminer la pertinence des outils au regard de la situation. Cette situation justifie-t-elle de passer par le tableau ? D'introduire un graphique ? Il s'agit pour nous de savoir quel obstacle impose de tels outils puis de vérifier si la situation est cohérente avec cet obstacle.

4 Recherche de l'obstacle

La difficulté du choix est liée aux représentations de chacun : pour certains la liste des nombres suffit pour « voir » l'évolution, pour d'autres il est nécessaire de passer par un graphique. Dans le premier cas, on s'appuie sur les propriétés des nombres dans le second il s'agit d'une reconnaissance visuelle.

Saisir toutes les connotations du graphique ne semble pas accessible aux élèves. Nous sommes en présence d'un obstacle ontogénique car il ne s'agit pas seulement de voir sur un dessin mais d'interpréter les différents éléments qui le compose : grandeurs sur les axes, extrémité des thermomètres représentant en fait un couple de grandeur. Dans ce cas, la situation ne serait pas pertinente pour découvrir la notion : les listes de nombres suffisent à montrer le phénomène, et le graphique ne constitue pas un obstacle à la reconnaissance du phénomène. Il n'oblige pas l'élève à adapter ses connaissances (BESSOT 2003 p19).

A contrario, si l'on considère que le tableau induit des relations opératoires entre les nombres, les élèves pourraient alors s'intéresser aux écarts plutôt qu'aux évolutions. Dans l'usage, nous avons remarqué que le tableau était effectivement privilégié pour mettre en évidence des relations opératoires : tableau de valeur pour les fonctions, tableau de proportionnalité, classement de G. Vergnaud sur les types de problèmes multiplicatifs (VERGNAUD, LEVAIN, 1995).

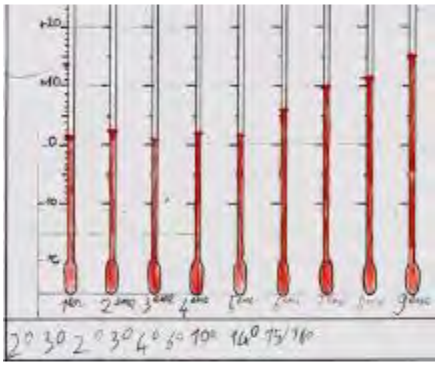
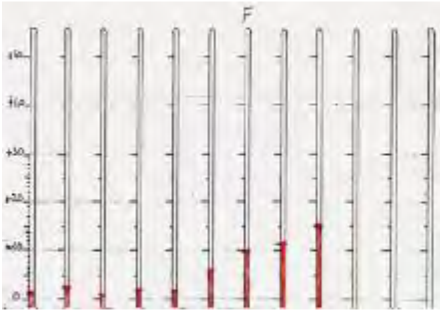
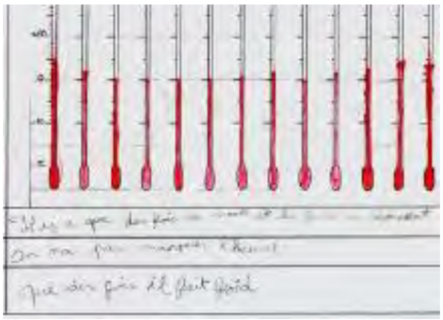
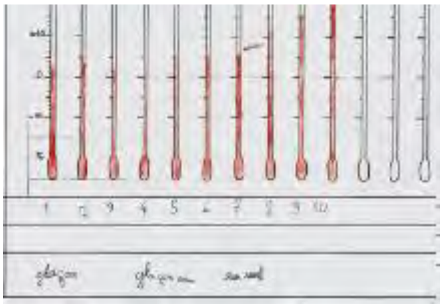
Le tableau permet aussi de représenter un plus grand nombre de relevés quantifiables. Il est une mémoire plus efficace que le graphique sur lequel les nombres ne sont pas directement accessibles et restent approchés. Les différentes représentations ne sont donc pas congruentes. Il s'agit alors de déterminer les situations les plus adaptées aux graphiques ou aux tableaux.

Les situations pouvant constituer un obstacle justifiant l'utilisation d'un tableau seraient alors un travail opératoire sur des listes suffisamment conséquentes pour qu'elles ne permettent pas un traitement direct dans la situation. Les graphiques pourront être introduits à partir de situations où une information est ou doit être présentée globalement (par exemple les résultats d'une enquête dans les journaux) donnant lieu à une interprétation.

V - ADAPTABILITE DE LA SITUATION

1 La place du concept

En imposant un protocole de relevés de températures, de représentation et en juxtaposant les différents dessins de thermomètre, l'enseignant dégage une représentation commune à tous les groupes. Pour chacun, la courbe a toujours le même aspect. C'est cette comparaison qui donne un statut scientifique à l'expérience ; si on la renouvelle plusieurs fois, on trouve toujours le même résultat : l'aspect de la courbe.


Cela a nécessité que l'enseignant a imposé un mode de traitement avec un type de dessin normé afin d'obtenir le résultat attendu. Le tableau seul ne permettait pas d'arriver aux conclusions souhaitées, laissant encore trop ouvertes les réponses possibles des élèves. Ainsi l'enseignant a mis en évidence un modèle représentatif de ce qu'il souhaitait montrer.

Ce phénomène peut être observé dans toute situation expérimentale où est introduite une métrique (cf Atelier A3). Pour pouvoir traiter ces données (quantité ou grandeur), il est nécessaire d'avoir des outils mathématiques car la numérisation est une mathématisation du problème. Elle demande de choisir un modèle qu'il faut ensuite interpréter.

Ainsi les situations de science où interviennent des grandeurs sont souvent numérisées et il est possible de trouver des lieux de vie des notions mathématiques. Elles sont alors l'occasion d'aider à la construction des concepts mathématiques au sens de VERGNAUD (1986) qui le définit comme un triplet de trois ensembles :

- l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept
- l'ensemble des invariants qui constituent les différentes propriétés du concept
- l'ensemble des représentants symboliques qui peuvent être utilisés.

Les sciences permettent d'enrichir le premier ensemble et de justifier le développement des deux autres.

2 Abandon de la situation ?

Lorsque l'on regarde avec du recul l'analyse que nous venons de faire, il est légitime de se poser la question de la pertinence d'utiliser une situation extra mathématique pour introduire des concepts. Nos échanges nous ont ramenés sur la place du graphique. En effet il y a une nouvelle ambiguïté qui s'est fait jour : le mouvement de la courbe correspond en fait au mouvement du liquide à l'intérieur du thermomètre. Finalement il n'était pas nécessaire de prendre une échelle de temps commune. En classe de CE1, seul pouvait suffire d'observer l'augmentation de la température. L'outil graphique et le relevé de température se justifiaient par des raisons pédagogiques (organisation de la classe et des débats) mais ont amené l'enseignant à faire de nombreuses ostensions rendant l'outil mathématique problématique. Finalement le graphique est employé comme un dessin et non comme un objet mathématique. Donner du sens à cet outil serait trop complexe à faire dans cette situation. Différents scénarii ont été proposés sans provoquer les zones d'ombres que nous avons soulevées. Nous observons que cette situation aurait pu être revue à un niveau supérieur avec une précision plus grande qui aurait justifié alors l'introduction de mesure et le recueil de données.

VI - CONCLUSION

1 Des perspectives possibles

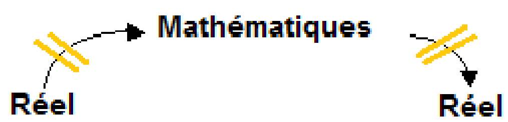
Des situations expérimentales peuvent être intéressantes pour introduire des notions mathématiques si celles-ci permettent de développer un modèle qui va enrichir les conclusions. Kuhn a défini trois classes de problèmes scientifiques (Kuhn 1970 p 59) : la détermination des faits significatifs, la concordance des faits et de la théorie et l'élaboration de la théorie. Il souligne que les mathématiques ont joué un rôle dans le deuxième type de problème où elles ont essayé de chercher à améliorer la concordance entre les observations et la théorie. Dans notre cas, la théorie n'a pas été construite. Il s'agissait de déterminer des faits significatifs : la température est stable tant qu'il y a un glaçon puis augmente. Le graphique permet d'affiner cette théorie en donnant des critères qualitatifs de changement de températures.

Un exemple de situation proposée lors de l'atelier et qui semble répondre aux conditions qui ont émergé est celle de l'évaporation de l'eau. Les élèves ont constaté que si un récipient d'eau était exposé au soleil durant plusieurs jours, le niveau diminuait de jour en jour. Afin de bien comprendre le phénomène, ils en sont arrivés à partager ce volume en tranches. Nous n'avons pas eu les étapes intermédiaires mais il semble que cette expérience les ait aidés à comprendre la notion de volume. Les sciences ont permis alors d'aider à la représentation d'un concept mathématique et les mathématiques peuvent alors donner une extension de la théorie en permettant de prévoir par exemple le temps nécessaire à l'évaporation totale de l'eau.

2 Quel lien entre le savoir mathématique et les autres disciplines ?

Cet atelier avait aussi pour objectif d'étudier la possibilité de travailler des contenus mathématiques en lien avec une situation scientifique.

Une critique de l'enseignement des mathématiques est sa rupture avec les problèmes du quotidien. Il est possible de voir ses relations avec le schéma ci dessous :

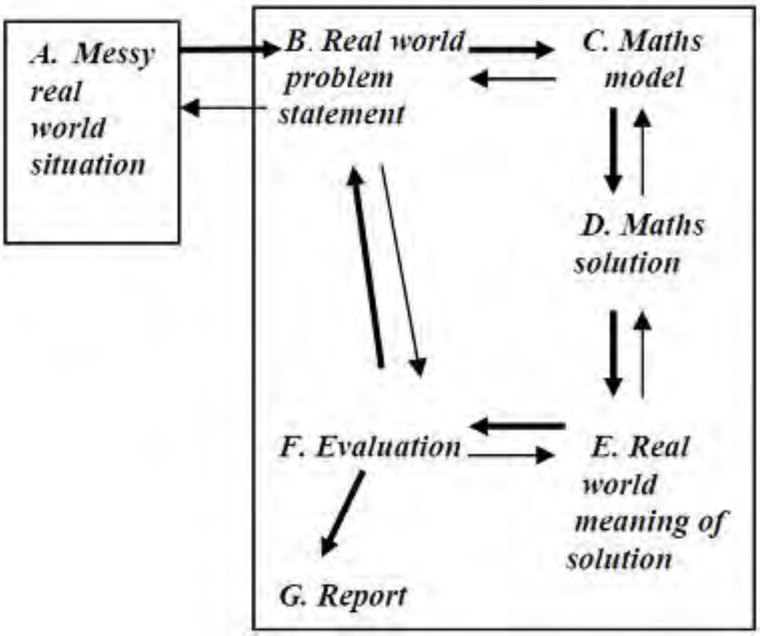


La relation mathématiques/réalité (entendue au sens large) peut avoir lieu à deux moments : avant que la connaissance mathématique ne soit développée c'est à dire que le concept se construit sans lien avec des situations réelles. Ou après que l'objet eut été défini mathématiquement et alors le concept vit d'abord dans un monde mathématique. La transposition se fait dans un second temps.

Au travers de l'étude des graphiques, nous en sommes arrivés à caractériser l'utilisation des relevés et de leur représentation comme une application de connaissances mathématiques : opérations sur les nombres, comparaison. Elle s'inscrit donc dans le cadre de la seconde transition mathématiques → réel.

Mais la lecture de tableau qui doit être apprise en cycle 2, aura du mal à vivre dans une situation interne aux mathématiques. Elle prend son sens dans des situations issues du réel où des connaissances extra-mathématiques la justifient. Mais fait-on alors des mathématiques ? Nous avons convenu que oui car une fois la compréhension de la situation faite, les outils de traitement pour comprendre le tableau et en dégager des informations sont mathématiques. Il s'agit de mettre en relation des données. Ce qui est essentiel, c'est que l'enseignant ait fait identifier aux élèves qu'il y a au cours de l'activité un changement de paradigme (Kuhn 1970 p29 et 30) : on passe d'une situation en science à une situation mathématique avec des techniques de validation différentes. Les objets et les intentions prennent alors un nouveau sens. Nous avons mis ce travail en parallèle avec la conférence C. Margolinas sur le principe d'énumération à ce colloque de la COPIRELEM (MARGOLINAS 2012). Celui-ci est un outil de traitement de données (des quantités) étudiées en mathématique mais aussi employées dans d'autres disciplines (exemple du mot découpé dans le domaine de la langue en maternelle). En précisant que l'on est dans le domaine mathématique, on commence à décontextualiser l'objet d'étude et à lui donner un statut détaché de sa représentation dans la situation de découverte.

Le schéma de CALBRAITH ET STILLMAN (2006) donne une représentation cohérente de ces changements de paradigme. Lors de l'atelier nous avons essentiellement considéré que le travail mathématique en soi se situait à partir de l'entrée C. Le passage de B à C (supposition, formulation, mathématisation) n'a pas à être automatisé et ne devrait pas être principal. Il pourrait faire l'objet du travail que nous avons proposé en III-3.



3 La main à la pâte :

Ce mouvement s'est construit sans la présence de mathématicien. Il n'y a pas eu de regard mathématique particulier sur cette action. N'est-il pas en train de commettre la même erreur que celle que nous avons commise lors de la mise en place des maths modernes, où une communauté de scientifiques non mathématicienne prend en charge l'utilisation des mathématiques ? Ainsi on trouve dans les activités proposées, l'utilisation d'outils mathématiques outils où les problèmes soulevés dans des études de didactique ne sont pas pris en compte. Par exemple dans LA MAIN A LA PATE (2002) p 30 à 34 où il s'agit d'utiliser le parallélisme à partir des ombres, les modalités d'introduction de cette notion ou son intégration dans une organisation mathématique ne sont pas précisées. Ou encore p 111 à 131, la séquence propose de travailler sur le concept d'angle. Après une note en début de chapitre sur la confusion possible entre longueur de côté et grandeur de l'angle, ils vont être systématiquement inscrits dans des triangles.

Cette action traduit une certaine représentation des mathématiques qui les cantonne à leur emploi pour des calculs, sans réflexion sur le statut des objets mathématiques qui permettra alors le développement d'une nouvelle théorie et leur transfert possible à d'autres situations non mathématiques. Mais de telles situations souvent riches par leur complexité peuvent permettre de trouver des écosystèmes où les mathématiques vont pouvoir vivre comme outil (DOUADY 1983). Elles peuvent alors permettre de travailler la technique et de faire les premières rencontres. Les heures de mathématiques pourront alors être consacrées à l'étude de ces objets mathématiques.

4 La démarche d'investigation en mathématique

La question finalement est de savoir si la situation problème en mathématique doit partir du réel ou si elle doit simplement l'utiliser pour arriver rapidement à une situation suffisamment épurée permettant de se concentrer sur l'objet d'étude. Les ingénieries didactiques autour de la résolution de problème laissent à penser qu'il est difficile de partir du réel pour les raisons évoquées tout au long de cet atelier. Toutefois, à travers les brochures sur les grandeurs, nous avons proposé à l'IREM de Poitiers une organisation mathématique du programme de sixième qui part de situations problèmes. Les situations de références restent présentes tout au long de la séquence. Nous avons constaté que les élèves construisent des connaissances mathématiques. Mais cela est mis en place par des enseignants ayant participé à la recherche. Cette expérience est-elle transférable ? Demande-t-elle de nouvelles connaissances pour les enseignants ? Est-ce que leurs pratiques sont modifiées ? Le projet d'article d'ARTIGUE 2012 p 12, souligne ce changement de point de vue nécessaire.

Un autre ouvrage va dans le même sens mais avec une approche plus classique de questionnement, c'est la série « *les mathématiques à la découverte du monde* ». Les idées sont intéressantes mais la mise en pratique ne paraît pas évidente.

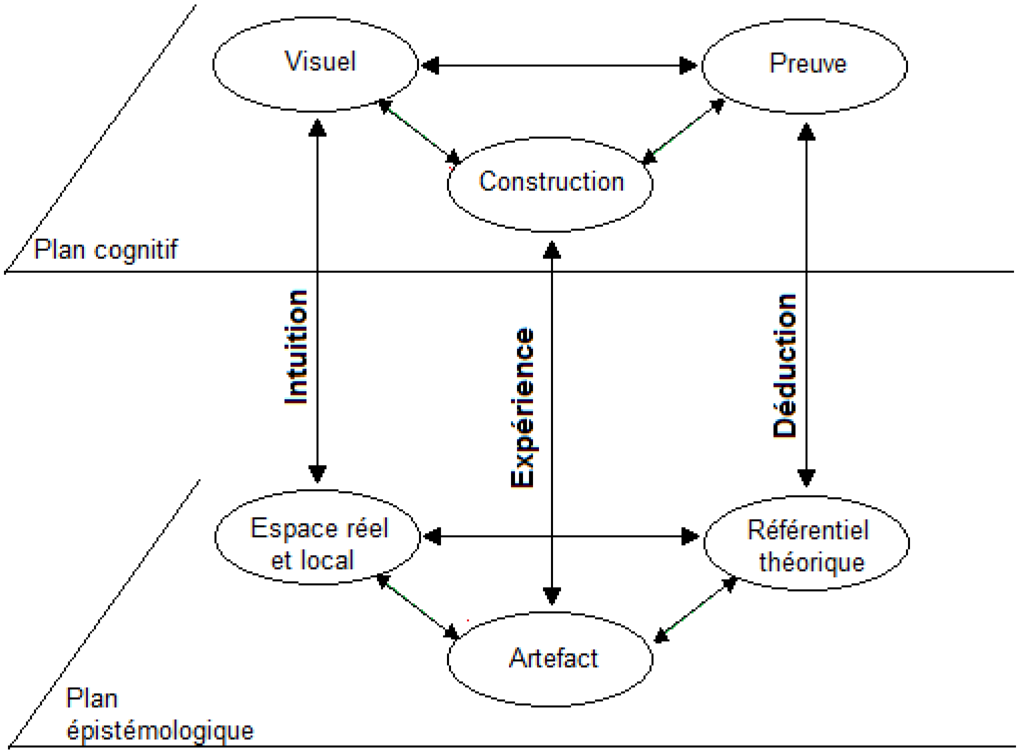
Un point souligné quant aux limites de l'utilisation de ce type de situation est la cohabitation de différents contrats didactiques : les modes de validation sont différents tout comme les hypothèses et les procédures qui sont parfois extra-mathématiques. Il est nécessaire que le maître soit suffisamment outillé pour pouvoir établir clairement le paradigme avec ses élèves afin qu'il n'y ait pas de confusion. Une seconde difficulté aura lieu lorsqu'il s'agira soit d'identifier le modèle mathématique soit d'interpréter les résultats (B → C et E →F sur le schéma). Il y a sans doute un élément à travailler à ce niveau dans la formation des enseignants.

5 Un outil d'analyse intéressant :

Dans cette partie, vous trouverez l'introduction d'un outil d'analyse qui me semble pertinent pour étudier de telles situations. Nous n'avons pas eu le temps d'en discuter.

HOUDEMENT C. et KUZNIACK A. (2006) ont développé dans le cadre de l'étude de situations en géométrie la notion d'Espaces de Travail Géométrique (ETG) qui sera précisée par KUZNIAK A. en 2010. Ceux-ci s'appuient sur les trois modes de pensée géométrique théorisés par GONSETH F. (1946) : l'intuition, l'expérience et la déduction. Ceux ci reflètent des idées déjà apparues au niveau épistémologique comme la distinction entre le rationalisme et l'empirisme.

Ces trois modes de pensée se retrouvent dans les différentes étapes de la démarche d'investigation (choix d'une situation (1), appropriation (2), formulation (3), investigation ou la résolution du problème (4), échanges argumentés (5), structuration (6), mobilisation (7)).



Nous rapprocherons l'intuition telle que définie par F. Gonseth à la connaissance en soi de Kant. Elle est interne à l'être. C'est elle qui permet de formuler les hypothèses dans le cadre précédent (3). Cette intuition doit tout de même être assortie d'un discours explicatif qui justifie rationnellement son adéquation avec le problème. C'est la première rencontre de la déduction. Ce discours reste rationnel et structuré autour d'un référentiel théorique personnel de l'élève. Les intuitions perdent donc leur aspect premier pour avoir un statut de propositions.

Nous le voyons dans la vidéo lorsque les élèves émettent des hypothèses sur la fonte du glaçon : l'enseignant demande de justifier leur constat, ce qu'un élève explique par les échanges de chaleur. Cette représentation est liée à celle qu'il se fait de la réalité puisqu'au moment où il la formule il ne voit pas l'état du glaçon. De façon intuitive, l'enfant considère qu'il aura fondu. Ce qu'il va justifier à partir d'un référentiel théorique personnel.

L'enjeu de la démarche d'investigation que l'on retrouve dans la démarche expérimentale est alors de confronter les hypothèses à la réalité afin de faire bouger le référentiel théorique de l'élève pour qu'il corresponde à celui de l'institution. L'enjeu de l'expérience (4) est de vérifier si la conjecture ou l'hypothèse qui a été faite trouve une réalité et de préciser l'écart qui les sépare. C'est au travers de l'expérience ou de l'investigation que se construit ce rapport. A ce niveau c'est donc le mode de pensée expérimentale qui prévaut. Il faut donner un représentant aux objets puis agir pour vérifier que la transformation prévue a donné le résultat attendu. Pour agir il est nécessaire d'avoir des instruments qui permettent d'effectuer cette transformation mais aussi de quantifier les écarts entre les hypothèses et la réalisation.

Dans la vidéo, une étape manque : c'est l'élaboration de l'expérience qui permettrait de vérifier que c'est bien l'échange thermique qui justifie la fonte du glaçon. Nous retrouvons les questions soulevées dans l'atelier sur comment comparer les changements de température et par conséquent l'élaboration d'un instrument adapté. Cet instrument s'appuie sur un discours rationnel qui doit justifier qu'il est bien adapté à la situation.

La confrontation entre les résultats trouvés expérimentalement et les propositions initiales doit confirmer ou infirmer le référentiel théorique. Dans un premier temps, il faut identifier ce qui est lié au cadre expérimental (par exemple dans notre vidéo, la température du liquide avec le glaçon n'est pas nulle). Dans un second temps il faut comprendre l'origine des écarts entre la réalité de l'expérimentation et celle des hypothèses. C'est un raisonnement déductif qui entre en jeu.

Dans cette description, nous voyons que les différents pôles des ETG ne sont pas à observer comme des éléments indépendants et autonomes. Il semble exister des va et vient entre les deux plans et les six pôles. C'est ce que nous avons essayé de montrer dans notre mémoire de master (Lebot 2011) et que nous avons nommé « parcours ». Ces notions de parcours pourraient caractériser des situations riches qui mettent en œuvre des parcours faisant intervenir les trois modes de pensée.

L'intérêt des situations expérimentales pour les problématiques d'enseignement des mathématiques est de mettre en jeu les trois modes de pensées géométriques et donc d'être un terrain propice à des parcours riches. Elles justifient le lien entre la mathématique, pensée rationnelle et l'espace sensible. La situation initiale et l'élaboration de l'expérience permettent de mettre en avant des situations de référence des concepts en jeu. Les artefacts dégagent les invariants et les échanges amènent la nécessité de représentants symboliques.

C'est ce que nous avons mis en place au sein de l'IREM de Poitiers à partir de parcours sur les grandeurs en sixième. Nous observons des interactions riches autour des artefacts qui permettent de répondre à quatre grandes questions sur les grandeurs : comment comparer, comment partager, comment mesurer et comment calculer ?

VII - BIBLIOGRAPHIE

ARTIGUE M. (2012) Conceptualising inquiry based education in mathematics – *Projet d'article pour ZDM*

BERTHELOT R., SALIN M.H. (1992) L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire *Thèse université de Bordeux.*

BESSOT A. (2003) Une introduction à la théorie des situations didactiques - *Cahiers du laboratoire Leibniz,* **91**.

BIREMBAULT A. (2012) Histoire de la thermodynamique - *Universalis*

BLANDINO G., BOURGOUINT P. (2008) Les Mathématiques à la découverte du monde – *Hachette*

BULLETIN OFFICIEL (2008) Horaire et programmes d'enseignement de l'Ecole **3** primaire - *Ministère de l'Education nationale*

CHEVALLARD Y. (2002) Organiser l'étude 1. Structures & fonctions - *Actes de la 11° Ecole d'Eté de Didactiques des mathématiques* La Pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (2004) La place des mathématiques vivantes au secondaire - *Actes de la 3° école d'été Animath*

CRDP DE MONTPELLIER (2007) Séquence : Le cahier d'expérience, enseigner les sciences au cycle 2 http://www.crdp-montpellier.fr/bsd/afficherBlocSequenceF.aspx?bloc=197043

DOUADY R. (1983) Rapport enseignement apprentissage : dialectique outil-objet, jeux de cadres **3 -** *Cahier de didactique des mathématiques* IREM Paris VII

DUVAL R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif - *Annales de didactiques et de sciences cognitives* **37 à 65**

GONSETH (1946) La géométrie et le problème de l'espace – *Edition du Griffon – Neuchatel / Edition Dunod*

HERSANT M. , ORANGE-RAVACHOL D. (2012) La démarche d'investigation, les mathématiques et les SVT : des problèmes de démarcations aux raisons d'une union -*Acte du colloque EMF 2012*

HOUDEMENT C. et KUZNIAK A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie - *Annales de didactiques et de sciences cogntives vol 11* **175 à 193**

IREM POITIERS (2007) Enseigner les mathématiques en sixièmes à partir des grandeurs - IREM de Poitiers

KUHN T. (1970) La structure des révolutions scientifiques - Champs Flammarion

KUZNIAK A. (2010) Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de la scolarité obligatoire en France. - *Annales de didactiques et de sciences cognitives vol 15* **75 à 95**

LA MAIN A LA PATE (2002) Mesurer la Terre est un jeu d'enfant : Sur les pas d'Ératosthène - Édition Le Pommier

LEBOT (2011) Mettre en place le concept d'angle et de sa grandeur à partir de situations ancrées dans l'espace vécu : Quelles influences sur les ETG ? - *Université Paris Diderot* – Mémoire de Master recherche didactique des disciplines spécialité mathématiques

MARGOLINAS (2012) *Des savoirs à la maternelle ? Oui mais lesquels ? - Acte du XXIX Colloque COPIRELEM*

MEN (2008) Mathématiques : classe de sixième, cinquième, quatrième, troisième – *Texte de référence – collège programme* CNDP

PICHOT A. (1991) La naissance de la science T 1 **-** Folio Gallimard

VERGNAUD G (1986) Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, un exemple : les structures additives - *Grand N 38* **21 à 40**

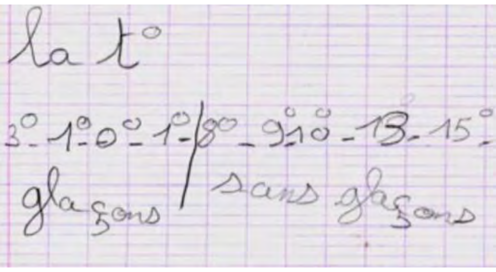
VERGNAUD G., LEVAIN J. P. (1995) Proportionnalité simple, proportionnalité multiple *Grand N N°56* **55 à 66**

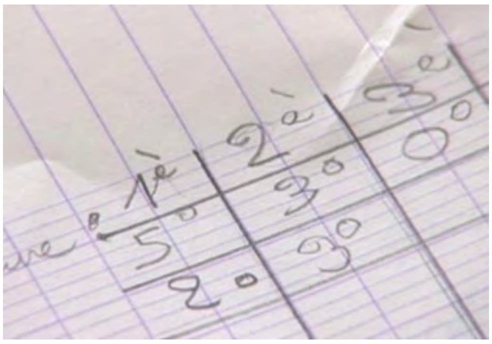
retour sommaire

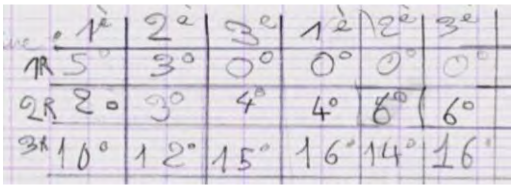
VIII - ANNEXE

1 Annexe 1 : production des élèves

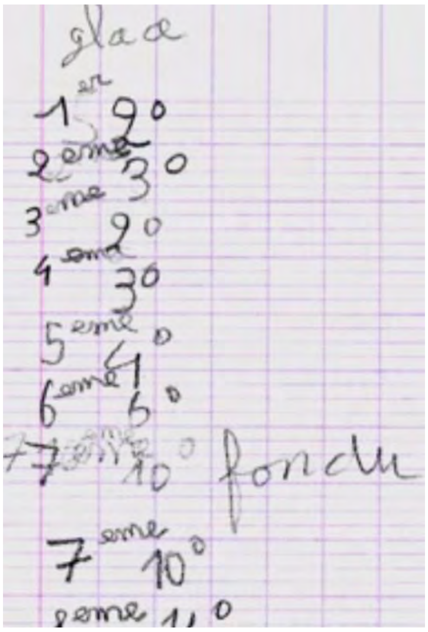
1.1 Relevé des mesures



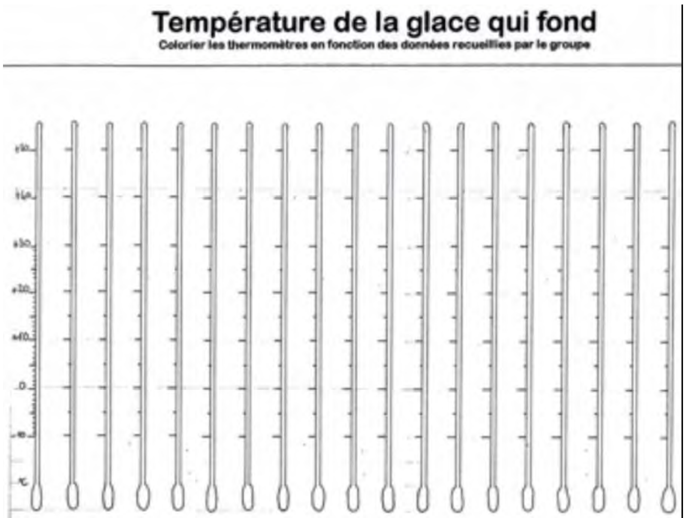


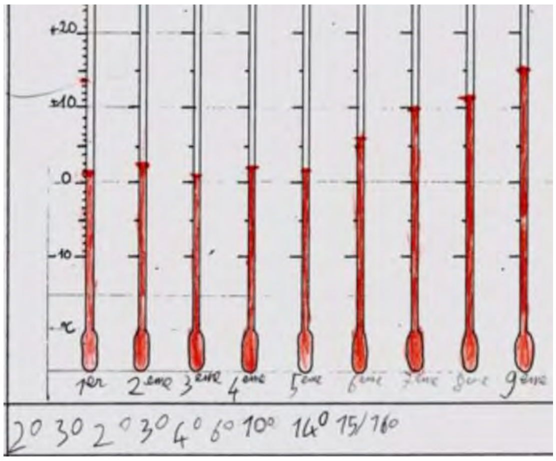


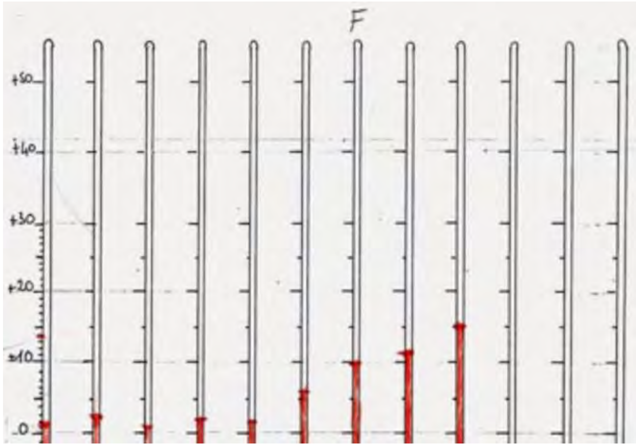
	1è	2è	3è	1è	2è	3è
1R	5°	3°	0°	0°	0°	0°
2R	2°	3°	4°	4°	6°	6°
3R	10°	12°	15°	16°	14°	16°

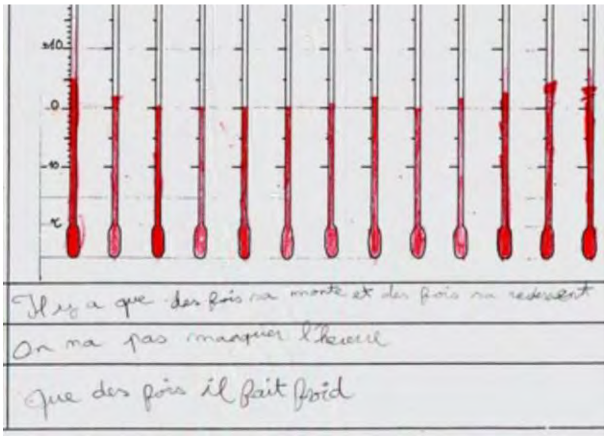


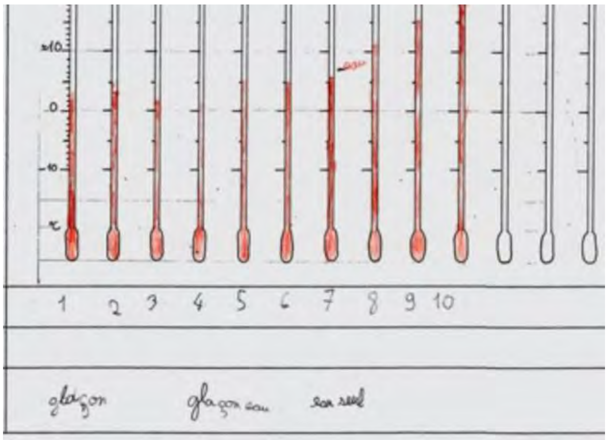
1.2 Représentation graphique

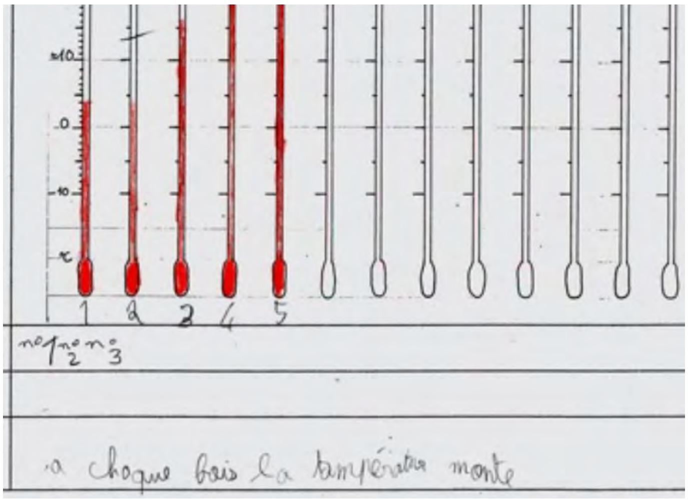












[retour sommaire]

A LA DECOUVERTE DE LA « PASCALINE » POUR L'APPRENTISSAGE DE LA NUMERATION DECIMALE

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maître de conférences, INSTITUT FRANÇAIS DE L'EDUCATION
Laboratoire S2HEP
Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

Michela MASCHIETTO
Chercheur, UNIVERSITE DE MODENA E REGGIO EMILIA
UFR d'Éducation et Sciences Humaines
Laboratoire des machines mathématiques
michela.maschietto@unimore.it

Résumé
Michela Maschietto a présenté dans une conférence plénière de ce Colloque la machine arithmétique Zero+1, nommée « pascaline » en référence à la fameuse machine construite par Blaise Pascal. Cet atelier a donné l'opportunité aux participants de la manipuler, de l'analyser du point de vue de ses potentialités didactiques et de discuter des utilisations en classe pour l'apprentissage de la numération décimale écrite et des algorithmes opératoires. Des éléments d'un scénario d'utilisation de la pascaline, conçu par une équipe d'enseignants italiens, sont présentés. De plus, l'existence d'une simulation de la pascaline dans un cahier d'activités informatisé permet de questionner l'articulation entre outils matériels et digitaux du point de vue de l'apprentissage des élèves et des conditions du réinvestissement de leurs connaissances dans un autre environnement.

Exploitations possibles
Cet article, après avoir présenté ce que pourrait être le début d'un scénario d'utilisation de la pascaline avec des élèves ou celui d'une formation pour les enseignants, questionne les conditions du passage de l'utilisation de l'instrument pascaline pour faire des mathématiques à celle de faire apprendre des mathématiques. Les scénarios d'utilisation de la pascaline proposés et les critiques formulées par les participants à l'atelier, pourraient servir de point de départ à une exploitation de la pascaline en classe.
Enfin, la présentation de la version informatisée de la pascaline fournit un sujet de réflexion sur la construction de tâches et l'orchestration du recours aux artefacts matériels ou informatisés dans une séquence de classe.

Mots-clés
Instrument – Genèse instrumentale - Numération – Décimale – Algorithme opératoire – Activités informatisées – Artefact

A LA DECOUVERTE DE LA « PASCALINE » POUR L'APPRENTISSAGE DE LA NUMERATION DECIMALE

Sophie SOURY-LAVERGNE
Maître de conférences, INSTITUT FRANÇAIS DE L'EDUCATION
Laboratoire S2HEP
Sophie.Soury-Lavergne@ens-lyon.fr

Michela MASCHIETTO
Chercheur, UNIVERSITE DE MODENA E REGGIO EMILIA
UFR d'Éducation et Sciences Humaines
Laboratoire des machines mathématiques
michela.maschietto@unimore.it

Résumé
Michela Maschietto a présenté dans sa conférence plénière la machine arithmétique Zero+1, nommée « Pascaline » en référence à la fameuse machine construite par Blaise Pascal. Cet atelier a donné l'opportunité aux participants de la manipuler, de l'analyser du point de vue de ses potentialités didactiques et de discuter des utilisations en classe pour l'apprentissage de la numération décimale écrite et des algorithmes opératoires. Des éléments d'un scénario d'utilisation de la pascaline, conçu par une équipe d'enseignants italiens, sont présentés. De plus, l'existence d'une simulation de la pascaline dans un cahier d'activités informatisé permet de questionner l'articulation entre outils matériels et digitaux du point de vue de l'apprentissage des élèves et des conditions du réinvestissement de leurs connaissances dans un autre environnement.

La pascaline, dont le nom commercial est « Zéro+1 »[49] (cf. Figure 19), est une machine à calculer constituée de roues dentées qui évoque les premières machines à calculer à engrenages qui se diffusèrent en Europe à partir du XVIIème siècle. Blaise Pascal (1623-1662) construisit sa célèbre machine pour aider son père, alors collecteur des impôts. Cette machine effectuait des opérations arithmétiques grâce au mouvement de roues dentées, analogues à celles des horloges de cette époque. À partir de l'introduction de la Pascaline, Blaise Pascal fut considéré comme l'inventeur de la première machine à calculer. Cependant, dans deux lettres qu'il écrivit à Johann Kepler (1571-1630), Wilhelm Schickard (1592-1635) décrit une horloge à calculer (1623-1624). Malheureusement, aucun des deux exemplaires ne nous sont parvenus, la copie destinée à Kepler ayant été détruite pendant un incendie.

[49] Commercialisée par la société italienne Quercetti, elle sera prochainement distribuée en France par l'ARPEME : http://www.arpeme.fr/

Figure 19. ***A gauche, la Pascaline de Blaise Pascal, fermée et ouverte pour montrer les engrenages qui la constitue, à droite, la 'pascaline' Zero+1.***

Une lettre de présentation et de description de cette machine a été rédigée par Blaise Pascal à destination de Monseigneur le Chancelier (Pascal B. 1645) pour attirer de potentiels utilisateurs et lui demander de soutenir la diffusion de son invention. Il est intéressant de noter que cette lettre ne révèle en rien la façon de se servir de la machine et n'en souligne que les avantages : *« tu me sauras gré du soin que j'ai pris pour faire que toutes les opérations qui par les précédentes méthodes sont pénibles, composées, longues et peu certaines, deviennent faciles, simples promptes et assurées. »* (Pascal B. 1645, p. 3). C'est à partir de cette introduction historique que la pascaline moderne peut être présentée à des élèves, mettant en évidence qu'il s'agit d'une machine pour calculer. Cela permet d'expliquer l'usage du nom « pascaline » pour cette machine à la place de son nom commercial, qui lui, dévoile d'emblée l'usage potentiel de la machine.

L'appropriation d'une telle machine n'est pas immédiate et de plus son appropriation pour faire des calculs n'implique pas directement de savoir l'utiliser pour enseigner.

Notre contribution écrite suit la structure retenue pour le déroulement de l'atelier. Nous présentons d'abord les éléments d'un scénario de découverte de la machine, permettant à chaque utilisateur, élève ou enseignant, d'en comprendre le fonctionnement pour écrire des nombres et effectuer les calculs arithmétiques annoncés par Blaise Pascal. Nous passons alors à la question de l'instrumentation d'une telle machine pour un objectif d'enseignement relatif à la numération décimale. Nous terminons en présentant la simulation informatisée de cette machine qui permet d'envisager d'autres scénarios d'utilisation avec les élèves, articulant usage de la pascaline et usage de la simulation.

I - ÉCRIRE ET CALCULER AVEC LA PASCALINE

L'atelier s'est déroulé d'une façon analogue à ce que pourrait être le début d'un scénario d'utilisation avec des élèves ou d'une formation pour les enseignants (Maschietto 2010 ; Maschietto & Bartolini Bussi, ces Actes). La machine a été mise à disposition de chacun ou de chaque binôme. Nous avons fait l'hypothèse que l'utilisateur va avoir comme référence l'usage d'une calculette électronique lors de son exploration de la pascaline.

1 Première exploration de la machine

Pour débuter, il faut que l'utilisateur explore la machine et puisse déterminer quels sont ses éléments constitutifs et ses caractéristiques saillantes (processus d'instrumentation, cf II.1 dans Maschietto & Bartolini Bussi, ces Actes). La consigne donnée a été de décrire la machine.

Les participants ont très facilement remarqué dans un premier temps (cf. Figure 19 à droite) :

- deux sortes de roues qui s'entraînent mutuellement, les jaunes numérotées et les oranges ;
- des repères rouges (aussi désignés spontanément par les participants avec les mots triangles, pointeurs ou curseurs) qui désignent la dent sur laquelle un chiffre doit être lu ;
- des flèches violettes (aussi désignées spontanément par les participants avec les mots aiguilles ou index) dont le rôle n'est pas immédiatement perçu.

Dans un deuxième temps, une fois que l'activité d'écriture de nombres a été lancée, d'autres éléments ont pu être identifiés :

- les roues ne sont pas toutes placées dans le même plan (3 niveaux différents), ainsi elles ne s'entraînent pas automatiquement ; d'une part certaines roues jaunes et oranges sont connectées en permanence, d'autre part, des ressors et les flèches violettes permettent, à certains moments, à une roue d'entraîner la rotation d'une autre roue ;
- la présence d'une virgule qui peut prendre 3 positions différentes (à droite de chaque roue jaune, cf. Figure 19) ;
- les freins (aussi dénommés taquets) qui stoppent la rotation des roues : ces freins déterminent « un cran » pour la rotation de chaque roue, autrement dit, ils discrétisent le mouvement de rotation qui, sinon, serait continu.

Étant donné le public présent, tout le monde a identifié les trois roues jaunes comme étant les roues des centaines, des dizaines et des unités (de gauche à droite).

2 Écrire des nombres

Bien que ce soit un prérequis au calcul, il reste souvent implicite que les premières actions à réaliser pour utiliser une machine à calculer sont de lire et d'écrire des nombres. La consigne donnée a été : « Écrire les nombres suivants : 219 ; 847 ; 35 ; 6 ».

Plusieurs procédures pour écrire le nombre 219 sont possibles parmi lesquelles : (i) la procédure la plus immédiate consiste à tourner chaque roue successivement – écriture par décomposition – en commençant par la roue des centaines, la positionner sur 2 en la faisant tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, puis positionner la roue des dizaines sur 1 en la faisant tourner dans le sens des aiguilles d'une montre également et enfin celle des unités sur 9 en la faisant tourner dans le sens contraire mais cela entraîne alors la rotation de la roue des dizaines précédemment positionnée et qu'il faut replacer sur 1 ; (ii) la procédure la plus coûteuse consiste à faire tourner la roue unité 219 fois d'un cran dans le sens des aiguilles d'une montre – écriture par itération ; (iii) la procédure la plus efficace consiste à commencer par la roue unité, la positionner sur le 9 en tournant dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, puis positionner la roue des dizaines sur le 1 en la tournant dans le sens des aiguilles d'une montre (ce qui entraîne la rotation de la roue des centaines de 0 à 9) puis de terminer en positionnant la roue des centaines sur le 2 en la faisant également tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. Cette dernière procédure relève encore d'une écriture par décomposition, qui est assujettie à un principe d'économie. Elle n'apparaît pas immédiatement ; dans la plupart des cas, elle doit être sollicitée par une consigne précise. On observe au début majoritairement des stratégies par ajustements successifs.

Cependant, presque toutes ces procédures dépendent de l'état initial de la machine. Ainsi les rotations ne seront pas les mêmes si la machine est initialisée à (000) ou pas. Cette question de l'état initial de la machine n'est pas anecdotique. C'est une action nécessaire également avec les calculatrices électroniques et même pour l'usage d'autres instruments ou d'autres raisonnements mathématiques. Pour la pascaline, elle devient en partie explicite pour l'écriture de nombres inférieurs à 100 ou 10, révélant la nécessité d'inscrire 0 dans les positions non utilisées. C'est au cours du calcul que la réinitialisation devient incontournable.

Ce premier travail d'écriture de nombre amène l'utilisateur à examiner à quelles conditions certaines roues tournent automatiquement, c'est-à-dire sans manipulation de la roue directement par l'utilisateur. Tout d'abord, la roue des unités entraîne toujours la rotation de la roue orange immédiatement à sa gauche (les deux roues tournant dans des sens opposés), de même la roue des dizaines entraîne toujours la rotation de la roue orange immédiatement à sa gauche (toujours en sens opposé), et la roue des centaines n'entraîne aucune rotation de roue dans aucun cas. Ensuite, le phénomène notable est la rotation simultanée et dans le même sens de deux ou trois roues jaunes. La condition qui provoque la rotation automatique de la roue des dizaines (respectivement des centaines) est l'ajout d'une unité si le chiffre des unités est 9 (respectivement une dizaine si le chiffre des dizaines est 9), voire des deux en même temps. La roue unité lorsqu'elle passe de 9 à 0 ou de 0 à 9 entraîne la rotation dans le même sens d'un cran de la roue des dizaines et éventuellement celle de la roue des centaines. De même, la roue des dizaines passant de 9 à 0 ou de 0 à 9 entraîne la rotation dans le même sens de la roue des centaines. C'est cet aspect de la pascaline, transformant le « 9+1unités » en 1 dizaine (ou « 99+1unités» en 1 centaine ou « 90+1dizaines » etc…) grâce à la rotation automatique de roues d'ordre supérieur qui en fait tout l'intérêt.

3 Additionner et soustraire : la dissymétrie des actions relatives aux deux termes

La consigne proposée a été de « Faire avec la machine les calculs additifs suivants : 4 + 5 ; 6 + 8 ; 87 + 14 ; 24 + 47 ».

Une procédure consiste à écrire le premier terme de la somme puis à tourner la roue unité dans le sens des aiguilles d'une montre d'un nombre de crans égal au deuxième terme (addition par itération). Cette procédure adaptée aux trois premières additions devient coûteuse pour 24 + 47, puisqu'il faudrait dénombrer 47 crans (un cran étant un passage d'une dent unité).

Une autre procédure (addition par décomposition) consiste à décomposer le second terme en chiffre des unités et chiffre des dizaines (7 et 4 dans 47) et à faire tourner la roue des unités de 7 crans dans le sens des aiguilles d'une montre puis la roue des dizaines de 4 crans dans le même sens (à noter que l'on peut aussi faire tourner d'abord la roue des dizaines puis la roue des unités). Dans les deux cas, les actions de l'utilisateur ne sont pas analogues pour le premier et le second terme de la somme : le premier terme est écrit, le second est « agit ». L'utilisateur peut alors faire jouer la commutativité de l'addition pour changer l'ordre des termes, ce qui modifie les actions de la procédure et permet d'en réduire le coût.

La différence entre additionner et soustraire tient uniquement au sens de rotation des roues : celui des aiguilles d'une montre pour l'addition, le contraire pour la soustraction. Mais la soustraction n'étant pas commutative, la procédure qui consiste à inverser les actions entre les deux termes ne permet plus d'obtenir le résultat correct.

Enfin, une procédure qui résulte de l'analogie avec l'utilisation de la calculatrice consiste à écrire côte à côte les deux termes, puis à attendre que la machine effectue le calcul. La machine ne produisant rien, l'utilisateur peut alors remettre en cause sa procédure. Il peut aussi la remettre en cause dès que les termes de la somme ont plus de 3 chiffres à eux deux, l'écriture n'étant plus possible. C'est le partage du travail entre l'utilisateur et la machine qui est sous-jacent à ce fonctionnement. L'usage de la pascaline nécessite de nombreuses actions et beaucoup de contrôles de la part de l'utilisateur, d'une autre nature que celles impliquées par l'utilisation d'une calculette.

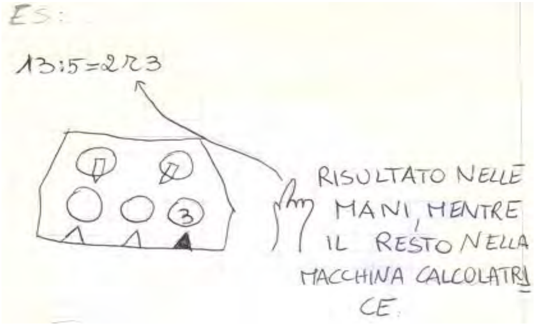
4 Multiplier et diviser : la nécessité d'une mémoire extérieure à la machine

Le principe sous-jacent à l'utilisation de la pascaline pour multiplier (respectivement diviser) est celui des additions successives (respectivement des soustractions successives).

Ainsi pour multiplier 5 par 7, il faut additionner 7 fois le nombre 5, c'est-à-dire écrire 5 puis additionner 6 fois successivement le nombre 5 et non pas 7 fois puisque le premier 5 est écrit sur la pascaline. Il faut donc mémoriser le nombre de fois déjà réalisé et s'arrêter à 7, puis lire le résultat sur la machine.

Pour diviser 47 par 8, il faut soustraire le nombre 8 et recommencer tant que le résultat est supérieur à 8. Le quotient euclidien est obtenu par le nombre de fois où la soustraction a été effectuée. Le nombre lu sur la machine à l'issue de la procédure est le reste. Le dernier exemple traité dans l'atelier concerne la division euclidienne de 54 par 16. A nouveau, il faut écrire le nombre 54, puis soustraire 16, soit en faisant tourner uniquement la roue unité 16 fois dans le sens contraire des aiguilles d'une montre, soit en décomposant 16 en 1 dizaine et 6 unités et renouveler les deux actions autant de fois que nécessaire.

Pour ces deux opérations, multiplication et division, il faut que l'utilisateur sollicite une mémoire annexe pour stocker l'information. Cette mémorisation externe à la pascaline, peut être mentale, écrite, ou encore mettre en jeu les doigts de la main (Figure 2).



Traduction :

Résultat dans les mains, tandis que le reste [*est*] dans la machine à calculer.

Figure 20. *Représentation de la division euclidienne par un élève de CM2 (Canalini Corpacci & Maschietto 2011).*

5 Conclusion : première genèse instrumentale de la pascaline

Pour l'enseignant qui découvre la machine, il s'agit d'abord d'en comprendre le fonctionnement pour calculer, c'est à dire pouvoir l'utiliser afin de résoudre des problèmes mathématiques. Au cours du déroulement de l'atelier décrit ci-dessus, l'utilisateur a initié une genèse instrumentale de la pascaline en tant qu'instrument de calcul pour les quatre opérations (Rabardel 1995), éventuellement seulement certaines d'entre elles. Il s'agit d'une certaine manière de faire avec la machine ce qu'on sait déjà faire, de le faire autrement, éventuellement mieux c'est à dire plus vite, plus sûrement comme le dit Blaise Pascal. Dans ce cas, le savoir déjà disponible permet de contrôler ce que fait la machine et d'en interpréter les résultats.

Cependant, la manipulation de la machine crée également d'elle même d'autres problèmes intéressants. Par exemple, en « faisant » 3 – 5 on obtient 998 ; comment interpréter ce résultat ?[50] ou bien « Peut-on faire 8 – 3 en tournant les roues dans le sens des aiguilles d'une montre ? »[51] ou encore « Quels nombres écrire pour obtenir des flèches violettes parallèles ? »[52].

L'utilisation de la machine génère des configurations nouvelles et des actions qui n'appartiennent pas à son domaine de fonctionnement initial. La question est alors de donner du sens aux manipulations de la machine et aux états obtenus. L'exploration du potentiel sémiotique de l'artefact permet d'expliciter le double lien entre, d'une part, l'artefact et les significations personnelles émergeant de son usage et, d'autre part, entre l'artefact et un certain savoir mathématique (Maschietto & Bartolini Bussi, ces Actes). Par exemple, la procédure qui résulte de l'analogie avec l'utilisation de la calculatrice ne produit rien : si l'utilisateur inscrit deux nombres sur la pascaline (possible dans la mesure où la somme du nombre de leurs chiffres est trois), il ne se passe rien. En effet, la calculatrice fonctionne avec une opération d'addition binaire « + », c'est-à-dire prenant deux variables en entrée : écriture d'un nombre, de l'opérateur puis d'un autre nombre. De son côté, le fonctionnement mécanique de la pascaline repose sur l'opérateur unaire « +1 », ne

[50] Plusieurs interprétations sont possibles, dont celle de 1003 - 5 = 998 qui serait obtenue avec une pascaline à 4 roues dentées.

[51] En remarquant que les roues oranges tournent dans le sens inverse de celui des roues jaunes et que la roue orange de droite tourne de façon conjointe avec la roue des unités, il suffit de faire tourner la roue orange dans le sens des aiguilles d'une montre pour soustraire 3.

[52] Ce problème proposé par les participants de l'atelier a plusieurs solutions : pour les flèches parallèles et de même sens, il faut et il suffit que les deux derniers chiffres soient identiques (par exemple 033 ou 144 etc.), pour des flèches parallèles et en sens inverse, l'écart entre les nombres signifiés par le chiffre des dizaines et celui des unités doit être 5 (par exemple 49 et 94).

prenant en entrée qu'une seule variable car l'action de base qui consiste à tourner une roue d'un cran revient à faire « +1 » à partir du nombre déjà inscrit. En revanche, l'observation de la géométrie des roues est une association productrice de significations intéressantes pour l'usage de la machine. En effet, les roues sont symétriques et ont dix dents. Ainsi, un demi-tour revient à faire « +5 ». L'association de la réalisation de demi-tours de roue au comptage de 5 en 5 permet des procédures de comptage plus rapides. Lors du calcul des sommes, les participants ont justifié cette procédure par un principe d'économie, en termes de minimum de gestes à faire pour atteindre le but.

II - D'UN INSTRUMENT POUR FAIRE DES MATHEMATIQUES A UN INSTRUMENT POUR FAIRE APPRENDRE DES MATHEMATIQUES

Qu'est-il possible de faire apprendre en utilisant la pascaline ? Savoir utiliser la machine pour effectuer des calculs ne signifie pas savoir utiliser cet outil pour enseigner. L'approche instrumentale (Rabardel 1995) permet de préciser cette distinction. La constitution d'un instrument résulte d'un processus de genèse instrumentale qui se développe chez le sujet au cours d'activités finalisées. Si les activités et les finalités sont différentes, les instruments constitués le seront également. Ainsi, pour l'enseignant, effectuer le calcul, par exemple 87 + 14 en utilisant la pascaline, ou plus généralement pour résoudre un problème mathématique est une activité très différente de celle qui consiste à faire apprendre des mathématiques aux élèves, même si l'artefact impliqué dans les deux cas est le même. Les instruments qui résultent de ces deux activités à partir de l'artefact pascaline ne seront donc pas les mêmes. On parle du double processus d'instrumentation de l'enseignant (Tapan 2006, Maschietto 2012). Il s'agit alors de comprendre comment la pascaline peut devenir un instrument d'enseignement, en commençant par définir les notions visées par cet enseignement. Si différentes finalités d'apprentissage sont possibles, la pascaline paraît avoir un potentiel sémiotique important pour travailler l'apprentissage de la numération décimale de position.

1 Manipulation de la pascaline et conceptualisation mathématique

L'introduction par l'enseignant d'un artefact tel que la pascaline dans une tâche proposée à l'élève génère deux processus du point de vue de l'élève. Comme précédemment expliqué, l'artefact provoque une genèse instrumentale. L'instrument qui en résulte chez l'élève, en particulier les schèmes produits par la genèse instrumentale, est validé de façon pragmatique par la situation. Mais dans le même temps, un autre processus opère. L'artefact apporte dans la situation des références culturelles, un savoir embarqué et joue alors le rôle d'un instrument de médiation sémiotique qui permet l'internalisation par l'élève de savoirs mathématiques culturellement partagés. Ce second processus est piloté plus explicitement par l'enseignant, car c'est lui qui peut identifier la référence culturelle et les savoirs partagés par la communauté, présents dans l'artefact, il en est le garant. Finalement, ce sont bien les deux processus que va utiliser l'enseignant pour faire apprendre : en proposant des tâches à l'élève, l'enseignant pilote un processus de genèse instrumentale entre l'élève et l'artefact et dans le même temps un processus de médiation sémiotique du savoir mathématique par l'artefact.

L'enseignant peut utiliser l'artefact comme un instrument de médiation sémiotique, mais quels savoirs sont embarqués dans la pascaline ? Et quelles caractéristiques de la pascaline médiatisent ces savoirs ? Par exemple, le fait que les roues ne soient pas dans le même plan n'est pas une caractéristique pertinente du point de vue du savoir mathématique, en revanche le fait que les roues aient dix dents en est une, manifestant la nécessité de dix chiffres différents pour écrire les nombres en base dix. Une analyse de la machine est nécessaire de ce point de vue en termes de potentiel sémiotique (Maschietto & Bartolini Bussi, ces Actes).

L'apprentissage de la numération décimale implique le concept de nombre. L'analyse du potentiel sémiotique de la machine (ibidem) permet de repérer plusieurs significations et conceptualisations relatives au nombre engendrées par l'utilisation de la pascaline :

- la suite des nombres entiers générés par +1 (en accord avec l'axiomatique de Peano) ;

- un nombre n vu comme n fois (+1) ;
- un nombre n ≤ 999 vu comme c fois (+100) et d fois (+10) et u fois (+1) avec c, d et u, chiffres de 0 à 9 ;
- les chiffres pour l'écriture symbolique des nombres ;
- la distinction entre chiffre et nombre ;
- la suite des premiers nombres : l'enfant répète la suite des nombres pendant la rotation d'une dent à la fois ;
- la composition des unités en dizaine (dizaines en centaine) dans l'addition et la décomposition (dizaine en unités, ...) pour la soustraction ;

En ce qui concerne les opérations :

- le lien entre addition et soustraction comme opérations inverses ;
- la commutativité de l'addition ;
- la non commutativité de la soustraction, contrairement à l'addition.

Enfin, la pascaline médiatise le fait que la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans l'écriture du nombre : un même chiffre dans deux positions différentes désigne deux valeurs différentes. Avec la pascaline, une même action de base « +1 » (soutenue par la structure de la machine qui empêche la rotation continue des roues) qui porte sur deux objets différents (les roues) génère, dans l'écriture ou lors du calcul, deux valeurs différentes.

2 Éléments du scénario et expérimentation dans le cadre du « plan sciences en Côte d'Or »

Sur la base d'expérimentations didactiques (Canalini Corpacci & Maschietto 2011, 2012 ; Maschietto & Ferri 2007), des collègues italiens (Canalini Corpacci, Ferri & Maschietto 2010) ont élaboré plusieurs scénarios d'utilisation de la pascaline que nous avons partiellement traduits en français[53]. Ces scénarios, centrés sur l'apprentissage des opérations d'addition et de soustraction, utilisent le calcul comme moyen de travailler la numération décimale. Les différentes stratégies de calcul ont des coûts différents en termes de manipulation (nombre d'actions à produire pour obtenir le résultat). Les procédures utilisant les caractéristiques de la numération décimale sont moins coûteuses et donc plus rapides et assurées.

Nous avons pu lancer une première expérimentation en CE2 pour tester une adaptation de la première situation du scénario italien (cf. Annexe[54]).

Dans la première séance du scénario, la proposition des enseignants a été de faire construire une pascaline par les élèves à partir de roues en papier découpées déjà préparées et qu'ils pouvaient coller sur du papier, donc sans possibilité de les tourner, ni même de les repositionner.

[53] Le scénario italien partiellement traduit en français est en ligne sur le site EducMath à l'adresse du projet Mallette dont un des objectifs est la production de scénarios de classe utilisant des duo d'artefacts matériels et virtuels, tels que la pascaline et la e-pascaline : http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/recherche/equipes-associees/mallette/

[54] Les expérimentations de mai 2012 en CE2 on été réalisées dans le cadre du « Plan sciences en Côte d'Or » mené en collaboration entre l'IFÉ et le grand Dijon : http://ife.ens-lyon.fr/sciences21

Figure 21. ***Enthousiasme des élèves de CE2 découvrant la pascaline.***

Lors du déroulement, l'engagement des élèves a été notable. Les élèves ont découvert la machine et facilement identifié les éléments suivants : l'entraînement des roues oranges par les roues jaunes, les chiffres jusqu'à 9, le passage de 9 à 0 qui fait "tout" bouger, les repères rouges, le bruit et le rôle des taquets pour générer le bruit, l'analogie avec les montres et les horloges. L'enseignante n'a pas présenté la machine en faisant référence au calcul, elle n'a pas fait non plus d'institutionnalisation sur le vocabulaire (roue, engrenage, dents). Les trois écritures obtenues pour le nombre 13 (instructions données à l'oral) sont : 130 ; 013 ; 333 (cf. Figure 22).

Figure 22. ***Les trois écritures obtenues pour le nombre 13, nombre donné à l'oral.***

À part la troisième écriture (à droite, cf. Figure 22), les deux premières attirent l'attention sur le fait qu'une des roues n'est pas utilisée lors de l'écriture d'un nombre à deux chiffres. Puisqu'il n'y a pas de signes visibles sur la machine pour définir la valeur des roues, les deux écritures sont possibles (dans sa version complète, la pascaline est fournie avec une virgule qui par défaut est placée en bas à droite dans le trou du support vert, cf. Figure 22). Il s'agit alors pour l'enseignant de travailler sur l'interprétation de ces écritures et l'utilisation des roues. La deuxième écriture est propre à la pascaline, puisqu'en papier/crayon on n'écrit pas de 0 à gauche. Cela met encore en jeu le rôle du zéro, qui n'est pas seulement celui de l'étiquette d'une dent. Dans l'analyse du potentiel sémiotique et dans la construction des consignes, la présence du chiffre 0 est particulièrement importante, en comparaison avec son rôle dans d'autres artefacts utilisés pour la numération décimale, comme le boulier.

3 Conclusion sur l'instrumentation par les enseignants

Lors de l'atelier, les participants ont remarqué une grande différence entre le scénario italien et le scénario de la Côte d'Or au niveau du poids horaire : le deuxième a paru plus adapté à une école française. Cela rejoint la remarque sur le temps, faite également par les enseignants de la Côte d'Or, lorsque nous avons travaillé avec eux pour la construction du scénario de classe. Par exemple, la première situation dure six heures dans le scénario italien. La version française reprend les mêmes idées en 2 séances.

La nature et l'intérêt des tâches de la première séance dans le scénario (observation et construction d'un modèle papier de la machine) ont été discutés. Ces tâches semblent relever d'un travail plutôt technologique et ont pour conséquence de rendre statique le travail par ailleurs dynamique sur la pascaline. C'est la référence au cadre théorique (Maschietto & Bartolini Bussi, ces Actes) qui permet de mettre en évidence que l'objectif de la construction de la machine est de garder trace de l'activité de l'élève, de lui permettre de revenir sur sa manipulation de la machine et de mettre en évidence certaines caractéristiques qui n'auraient pas forcement été explicitées lors du travail initial d'exploration. La construction d'une version papier de la pascaline n'a donc pas un objectif technologique (qui serait de pouvoir utiliser ensuite le modèle papier pour résoudre les problèmes) mais plutôt de fournir les traces qui serviront d'appui pour l'enseignant dans la suite du travail.

L'atelier a seulement permis de commencer le travail sur le scénario. Cependant, les participants ont pu appréhender le passage de la manipulation de la machine et de l'analyse de quelques éléments de son potentiel sémiotique à la construction d'un scénario pour la classe et son début de réalisation.

III - LA VERSION INFORMATISEE DE LA PASCALINE

Nous avons conçu une modélisation informatisée de la pascaline (nommée e-pascaline voir Figure 23) avec la technologie Cabri Elem[55] qui permet de créer des cahiers d'activités informatisés, sorte de petits logiciels (d'autres cahiers développés avec la même technologie sont présentés dans (Soury-Lavergne & Calpe 2012)). L'environnement de conception Cabri Elem permet de créer les objets que l'élève va pouvoir manipuler, de décider de leur comportement à l'interface et de créer les différentes rétroactions pertinentes relatives aux actions de l'élève. Un cahier d'activités informatisé Cabri Elem est organisé en une succession de pages (la Figure 23 montre l'une des pages du cahier Cabri Elem qui contient la simulation de la pascaline), dans lesquelles l'utilisateur navigue à l'aide de flèches, ce qui permet de scénariser l'activité de l'élève en choisissant les variables qui favorisent ou bloquent les procédures possibles. Une fois le cahier conçu, il est utilisable par les élèves et les enseignants directement sans passer par l'environnement de conception.

La e-pascaline a été conçue afin d'être visuellement aussi proche que possible de la pascaline matérielle (cf. Figure 23). Elle apparaît à l'écran de l'ordinateur avec son support vert, cinq roues dentées et emboitées, trois jaunes en bas et deux oranges en haut, les repères rouges et les flèches violettes. Lorsque les roues sont actionnées par l'utilisateur, elles fonctionnement de façon analogue à la machine matérielle, c'est-à-dire avec les mêmes rotations automatiques de roues (cf. §I - 2). Pour déclencher la rotation d'une roue, et éventuellement celles qui en découlent automatiquement, l'utilisateur doit appuyer sur l'un des deux boutons présents sous la roue, suivant le sens de rotation voulu.

Pendant l'atelier, nous avons demandé aux participants d'explorer la e-pascaline mais nous ne leur avons pas fourni de consignes. Nous avons fait l'hypothèse qu'ils allaient s'appuyer sur l'exploration de la pascaline matérielle, c'est-à-dire mobiliser les schèmes d'utilisation qu'ils avaient commencé à développer dans la première partie de l'atelier.

Lors de l'exploration de cette version de la e-pascaline, les participants ont pu rapidement constater :

- la non rotation des roues en les attrapant par les dents, on ne clique pas sur les roues directement, mais sur des flèches ;

[55] Mis à notre disposition par la société Cabrilog SA.

- l'existence d'un bouton pour remettre à zéro qui agit comme un ostensif de l'initialisation de la machine ;
- la distinction entre addition et soustraction avant même d'avoir utilisé la machine ;
- l'absence de « feedbacks » sonores ;
- l'absence de certains éléments matériels tels que les taquets de blocage des roues, les différences d'épaisseur ;
- l'orientation fixe ;
- etc.

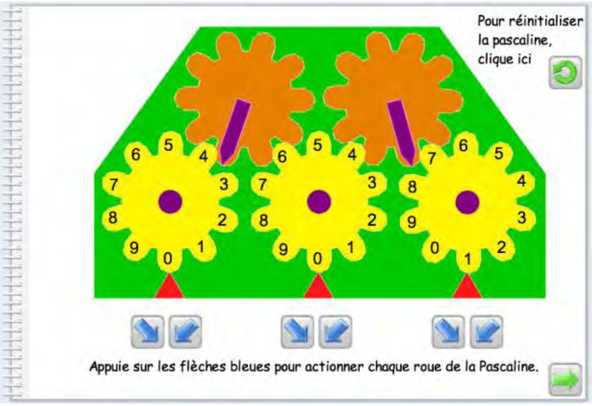


Figure 23. ***Page d'un cahier d'activité informatisé qui présente la e-pascaline, une modélisation informatisée de la pascaline.***

La conception de la e-pascaline n'a pas pour but de substituer l'environnement informatique à la machine matérielle dans les usages avec les élèves. C'est dans la perspective d'une articulation entre les deux que nous allons travailler. L'intérêt de disposer d'une version informatisée de la pascaline dans un cahier d'activités informatisé est multiple. Cela permet :

- l'ajout de « feedbacks » en réaction aux actions de l'élève, tant au niveau de la manipulation directe des éléments de la machine (il serait possible de bloquer une roue par exemple), qu'au niveau des affichages et des évaluations (vérification de résultats obtenus par l'élève et des manipulations effectuées) ;
- la mise à disposition de la e-pascaline dans d'autres cahiers d'activités informatisés, dans lesquels elle n'occuperait pas la place centrale mais celle d'un outil parmi d'autres, à côté de la calculatrice par exemple (la e-pascaline peut prendre différentes tailles, ce qui permet de la placer à côté d'autres outils) ;
- la modification du domaine de fonctionnement de la machine (ajout de roues pour travailler avec de plus grands nombres par exemple) ;
- l'évolution de la représentation de la machine : d'une représentation qui mise sur l'analogie avec la machine matérielle à une représentation qui met en évidence la structure de l'écriture décimale des nombres entiers ou encore une évolution esthétique pour la rendre acceptable au niveau du collège.

Les premières pistes pour la conception de tâches avec la e-pascaline pourraient consister à adapter les principes développés dans le cahier « la cible des nombres » (Soury-Lavergne & Calpe 2012).

Maintenant que la version informatisée existe, construite en tirant partie des potentialités et des contraintes de l'environnement de conception Cabri Elem, la construction de tâches et l'orchestration du recours aux artefacts matériels ou informatisés (Trouche 2009) représentent l'enjeu didactique principal. C'est ce point qui a été soumis à la discussion des participants à l'atelier. Cependant, le temps disponible pour l'atelier n'a pas permis à cette discussion d'aller au-delà du constat partagé sur la complémentarité des tâches envisageables dans les deux environnements.

IV - BIBLIOGRAPHIE

CANALINI CORPACCI R., FERRI F. & MASCHIETTO M. (2010) *Alla scoperta dei numeri e delle operazioni con Zero+1. Proposte di percorsi didattici per la scuola primaria*.

CANALINI CORPACCI R. & MASCHIETTO M. (2011) Gli artefatti-strumenti e la comprensione della notazione posizionale nella scuola primaria. La 'pascalina' Zero+1 nella classe: genesi strumentale, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, **34A** (2), 161-188.

CANALINI CORPACCI R. & MASCHIETTO M. (2012) Gli artefatti-strumenti e la comprensione della notazione posizionale nella scuola primaria. La 'pascalina' Zero+1 e sistema di strumenti per la notazione posizionale, *L'Insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, **35A** (1), 33-58.

MASCHIETTO M. (2010) Enseignants et élèves dans le laboratoire de mathématiques, 9-17, in *Actes des Journées mathématiques de l'INRP "Apprendre, enseigner, se former en mathématiques : quels effets des ressources?",* G. Gueudet, G. Aldon, J. Douaire & J. Trgalova (Eds.), Lyon: INRP Editions, http://educmath.inrp.fr/Educmath/dossier-parutions/actesJMJ10

MASCHIETTO M. (2012) Teachers, Students and resources in mathematics laboratory, *Pre-proceeding of ICME 12*, Seoul (Korea), juillet 2012. http://www.icme12.org/upload/submission/1992_F.pdf

MASCHIETTO M. & FERRI F. (2007) Artefacts, schèmes d'utilisation et significations arithmétiques, 179-183, in *Mathematical Activity in classroom practice and as research object in didactics: two complementary perspectives, Proceeding of the CIEAEM 59*, J. Szendrei (Ed.), Dobogókő (Hungary).

MASCHIETTO M. & BARTOLINI BUSSI M.G. (ces Actes) Des scénarios portant sur l'utilisation d'artefacts dans l'enseignement et apprentissage des mathématiques à l'école primaire.

PASCAL B. (1645) *Lettre dédicatoire à monseigneur le chancelier sur le sujet de la machine nouvellement inventée par le sieur B. P. pour faire toutes sortes d'opérations d'arithmétique par un mouvement réglé sans plume ni jetons* <http://abu.cnam.fr/cgi-bin/go?machine3,1,20>

RABARDEL P. (1995) *Les hommes et les technologies : une approche cognitive des instruments contemporains*, Paris : Armand Colin.

SOURY-LAVERGNE S. & CALPE A. (2012 à paraître) Mathématiques dynamiques pour l'école primaire et mallettes de ressources, in *Actes des Journées Mathématiques de l'IFÉ*, Aldon G. et al. (Eds.), juin 2012.

TAPAN M.S. (2006) *Différents types de savoirs mis en œuvre dans la formation initiale d'enseignants de mathématiques à l'intégration de technologies de géométrie dynamique*, Thèse de doctorat, Grenoble : Université Joseph Fourier.

TROUCHE L. (2009) Penser la gestion didactique des artefacts pour faire et faire faire des mathématiques : histoire d'un cheminement intellectuel, *L'Educateur*, **0309**, 35-38.

retour sommaire

V - ANNEXE - SCENARIO D'UTILISATION DE LA PASCALINE EN CE2

Il s'agit de la première séance de la situation A du scénario italien, reprise et modifiée par une équipe d'enseignants de Dijon.

Objectifs :

- identification et description des éléments constitutifs de la machine ;
- observation de deux manières possibles de faire tourner les roues (dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens contraire des aiguilles d'une montre) ;
- écriture des nombres.

Matériel nécessaire

Au moins une pascaline pour trois élèves, copies des fiches, 5 roues dentées découpées dans du papier par élève (fabriquées en imprimant une fiche), colle.

Séance 1, durée 1 h

Phase 1 : Travail en binôme

1 – Décris en quelques mots la pascaline par écrit. A quoi peut-elle servir ?

2 – Fabrique là avec les roues en papier. Place-les sur ton cahier comme celles de la pascaline et colle-les .

Écris les chiffres sur les dents des roues et dessine des flèches pour indiquer les sens de rotation.

Phase 2 : Mise en commun collectif

Questions pour aider à la description:

1) La machine est constituée d'un mécanisme à engrenage ; combien de roues composent cet engrenage ?
2) Que peux-tu voir sur les trois roues du bas ?
3) Comment les roues dentées bougent-elles ?
4) En tournant la roue en bas à droite, que se passe-t-il ? Y a-t-il une autre roue qui tourne en même temps ?
5) À ton avis, à quoi sert la roue en bas à droite ?

Vocabulaire attendu:

- roues dentées numérotées ou non qui tournent dans 2 sens
- repères rouges qui indiquent les chiffres
- entraîner
- déclic

Phase 3 : Travail individuel

Écrire le nombre 13 sur la pascaline. Dessiner la pascaline et expliquer comment on écrit 13.

COMMENT CONCEVOIR UNE FORMATION INITIALE A DISTANCE POUR LES PROFESSEURS D'ECOLE EN MATHEMATIQUES : UNE EXPLORATION DES POSSIBLES A TRAVERS DEUX EXPERIENCES

Jean-Michel GELIS
Maître de conférences, IUFM de Versailles
Laboratoire EMA, Université de Cergy Pontoise
jean-michel.gelis@u-cergy.fr

Erik KERMORVANT
PRAG, IUFM
Université de Bretagne Occidentale
erik.kermorvant@bretagne.iufm.fr

Résumé

L'article vise à mettre en évidence quelques variables relatives à la mise en place d'un enseignement à distance en formation initiale des enseignants, ainsi que quelques conséquences sur le déroulement et le contenu des apprentissages.

Les deux expériences sont mises en regard sur différents plans (initiative du dispositif, organisation, public, modalités de travail, supports utilisés, type d'échanges avec les étudiants, formes de travail…). La variété des choix retenus permet d'acquérir une première vue d'ensemble des dispositifs possibles. L'étude de quelques traces, issues d'échanges sur les forums ou lors des séminaires synchrones, permet une première approche, concrète, du déroulement des apprentissages, tant du point de vue de l'enseignant que de l'étudiant.

Exploitations possibles

Montrer des choix possibles de formation à distance ou hybride dans le cas du Master 2 Professeurs des Ecoles ou préparation au concours PE. Permettre de construire des échanges via des forums ou des séminaires synchrones pour un travail collaboratif entre étudiants avec différentes postures des formateurs possibles.

Mots-clés

Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Formation à distance Master PE, préparation concours PE. Travail collaboratif par échanges via des forums ou des séminaires synchrones.

COMMENT CONCEVOIR UNE FORMATION INITIALE A DISTANCE POUR LES PROFESSEURS D'ECOLE EN MATHEMATIQUES : UNE EXPLORATION DES POSSIBLES A TRAVERS DEUX EXPERIENCES

Jean-Michel GELIS
Maître de conférences, IUFM de Versailles
Laboratoire EMA, Université de Cergy Pontoise
jean-michel.gelis@u-cergy.fr

Erik KERMORVANT
PRAG, IUFM
Université de Bretagne Occidentale
erik.kermorvant@bretagne.iufm.fr

Résumé
L'article vise à mettre en évidence quelques variables relatives à la mise en place d'un enseignement à distance en formation initiale des enseignants, ainsi que quelques conséquences sur le déroulement et le contenu des apprentissages.
Les deux expériences sont mises en regard sur différents plans (initiative du dispositif, organisation, public, modalités de travail, supports utilisés, type d'échanges avec les étudiants, formes de travail…). La variété des choix retenus permet d'acquérir une première vue d'ensemble des dispositifs possibles. L'étude de quelques traces, issues d'échanges sur les forums ou lors des séminaires synchrones, permet une première approche, concrète, du déroulement des apprentissages, tant du point de vue de l'enseignant que de l'étudiant.

Cet atelier propose de confronter deux expériences d'enseignement à distance qui se sont déroulées en 2011-2012. Cette démarche illustre les choix qui peuvent être faits pour concevoir et mettre en place une telle modalité d'enseignement. Dans un premier temps, nous présentons ensemble les deux expériences avant de donner des éléments d'analyse de traces écrites provenant de forums dans un cas et de séminaires synchrones dans l'autre.

I - I - CONFRONTATION DE 2 EXPERIENCES

Nous présentons sous forme de tableaux des éléments comparatifs entre les deux expériences. Le tableau 1 situe les auteurs de l'atelier.

	UCP	UBO
Nom	Jean-Michel Gélis	Erik Kermorvant
Institution	IUFM - Université de Cergy Pontoise	IUFM - Université de Bretagne occidentale

Tableau 1 : Intervenants.

Le tableau 2 présente quelques éléments du contexte local. Des points communs s'en dégagent. Dans les deux cas, la mise en place de l'enseignement à distance se présente comme l'aboutissement d'expérimentations anciennes qui ont permis de sensibiliser des équipes et de développer un foyer de réflexion sur ce thème. De même, on note la présence commune et déterminante d'un référent scientifique qui s'est engagé dans le processus. Ces référents ont tous deux conduits des travaux avancés sur les modalités d'enseignement à distance effectivement retenues, qu'il s'agisse d'un enseignement hydride fondé sur l'usage de forums pour l'Université de Bretagne Occidentale (UBO) ou d'un enseignement collaboratif s'appuyant sur la résolution de situations-problèmes pour l'Université de Cergy Pontoise (UCP). Il en résulte que ces expériences s'appuient toutes deux sur des fondements théoriques clairement explicités et s'inscrivent dans une lignée de travaux et d'analyses dont ils bénéficient. Enfin, dans les deux cas, une organisation logistique a été pensée, afin de prendre en charge les organisations pédagogiques et d'accompagner sur le plan technique les enseignants dans la conception de leurs supports de cours.

	UCP	UBO
Expérimentations anciennes	**Avant 2010 :** expérimentations de dispositifs de formation ouverte à distance (FOAD) en direction des PLC et PE (plateforme Sharepoint)	**Septembre 2000** : expérimentations d'activités de formation à distance (plateforme Moodle) en direction des PLC2 de SVT et d'anglais
Référent scientifique	Alain Jaillet, professeur d'Université, laboratoire EMA de l'UCP	Yves Kuster, directeur adjoint de l'IUFM, IFé (ERTé CALICO)
Travaux du référent	Mise en place d'EAD depuis 1994, avec la plateforme ACOLAD. Nombreux travaux sur l'enseignement à distance.	Travaux depuis 2007 avec l'IFé sur l'analyse de pratiques professionnelles via le forum de discussion.
Eléments des cadres théoriques de conception ou d'analyse	Références au socioconstructivisme, aux aspects collaboratifs. Utilisation des situations-problèmes au sens de Meirieu, Apprentissages fondés sur les constructions ou modifications de connaissances au travers de la résolution de problèmes (Jaillet 2004)	Etude des dimensions épistémique, argumentative et sociale associées aux forums. Approche en prenant le point de vue outil didactique pour la formation professionnelle (Sensevy 2005)
Dispositif d'enseignement à distance	**2010-2011 :** quelques unités d'enseignement du master PE sont déclinées à distance (91 étudiants) **2011-2012 :** mise intégralement à distance du master PE (134 étudiants)	**Janvier – juin 2012**: mise en œuvre d'une préparation au concours PE hydride, c'est-à-dire à la fois en présentiel et à distance (31 étudiants pour la préparation de l'écrit et 70 pour celle de l'oral)
Accompagnement technique	Création dès janvier 2012 d'un nouveau service dédié au pilotage technique et pédagogique des TICE et de l'EAD	Une commission (IUvFM) est créé pour aider à la conception des cours en ligne, un ingénieur d'étude assure aide et conseil aux enseignants.
Organisation	Répartition des étudiants par séminaires de 16. Les séminaires sont le lieu des lancements d'activités, bilans et apports de connaissances. Les étudiants sont répartis par équipes de 4 pour résoudre collaborativement des situations-problèmes	Répartition des étudiants par sites (entre 20 et 30). Des temps de présentiel sont organisés (cours en vue de l'écrit, leçons d'oral). La dimension à distance est assurée par l'utilisation de forums à l'initiative de l'enseignant ou de l'étudiant.
Fonctions des enseignants	Concepteurs, tuteurs.	Concepteurs, tuteurs disciplinaires et tuteurs généraux en charge du suivi du groupe.

Tableau 2 : Contexte, ressources techniques et scientifiques locales.

Le tableau 2 fait également apparaitre des différences entre les deux contextes d'enseignement, différences qui donnent l'étendue des variables à prendre en compte lors de la conception de modalités à distance. Le public n'est pas le même, l'enseignement s'adresse, côté UCP, à des étudiants du master PE (professorat des écoles), alors qu'il cible, côté UBO, des étudiants déjà en possession du master et souhaitant (re)préparer le concours PE. Autre différence, le volume du dispositif organisé à distance. La totalité des enseignements proposés par l'UCP se déroule en ligne, alors que, dans le cas de l'UBO, les interactions à distance sont accompagnées par des temps de présentiel. Il en résulte que le périmètre de la modalité à distance n'est pas le même dans les deux cas. Il est très étendu pour l'UCP, qui doit assurer une offre couvrant des dispositifs très divers (stages, mémoires, cours disciplinaires) ainsi qu'un large spectre de contenus (scientifiques, littéraires, artistiques, professionnelles). Il est nettement plus ciblé pour l'UBO, dont les enseignements sont centrés sur les disciplines de la préparation au concours et son cadrage.

D'autres différences opposent les deux expériences sur le plan de l'organisation des apprentissages, et plus précisément dans les rôles attribués aux groupes d'étudiants constitués sur la plate-forme. Pour l'UCP, les groupes sont des instances pivots dans le processus d'apprentissage. En effet, le modèle pédagogique retenu est d'inspiration socio-constructiviste et donne une place de premier plan aux aspects collaboratifs. En conséquence, le groupe est le lieu où chaque étudiant élaborent et modifie ses connaissances et leurs représentations lors d'interactions avec ses pairs, que ce soit en équipe de quatre lors des résolutions de situations-problèmes, ou en grand groupe, lors des phases de confrontations et d'apports de connaissances. Pour l'UBO, en revanche, le groupe n'a pas cette fonction. Il est un lieu de mutualisation possible, où les étudiants et l'enseignant peuvent échanger à l'occasion d'une demande de l'un des acteurs pour éclairer un point, combler des manques ou lever des ambiguïtés. Il se présente ainsi comme un dispositif d'apprentissage occasionnel et non systématique, où l'engagement des intervenants n'est ni requis ni fondamental dans le processus d'apprentissage.

Autre différence entre les 2 expériences, la régulation des groupes. L'importance de la prise en compte des aspects socio-affectifs dans les interactions avec les étudiants ne fait plus débat. En effet, de nombreuses recherches ont mis en évidence leur incidence sur l'implication et le travail des étudiants. Pour l'UCP, ces aspects sont à la charge des tuteurs disciplinaires qui ont mission de les intégrer autant que nécessaire dans leurs interactions. En revanche, dans le modèle retenu à l'UBO, la prise en charge de ces aspects a été confiée à un tuteur spécifique, dénommé *tuteur général*. L'hypothèse retenue était que les groupes constitués à l'occasion d'un forum donné n'étaient pas assez stables, pérennes et non suffisamment fédérateurs pour donner toutes leur place à la prise en compte de problématiques socio-affectives qu'il devenait donc nécessaire de confier à un autre agent. Le contexte était tout différent pour l'UCP, où les groupes d'étudiants étaient stables, avec des interactions riches et multiples comportant des échanges denses et réguliers.

Nous présentons à présent le travail mené au cours de l'atelier pour chacune des deux expériences. Dans les deux cas, le matériel proposé était constitué de traces d'interactions. A chaque fois, nous présenterons le travail réalisé et les principales lignes de force qui s'en dégagent.

II - II - L'EXPERIENCE DE L'UBO, UN MODELE HYDRIDE AVEC DES FORUMS

Le modèle retenu par l'UBO était un modèle hydride, intégrant des temps de regroupement et de travail en présentiel. La partie à distance se fondait sur l'utilisation de forums, initiés par des étudiants ou des tuteurs. Le public était constitué d'étudiants qui préparaient le concours. Deux modules ont été mis en place, le premier module consacré à l'écrit, le second à l'oral. Nous détaillons ci-dessous leurs particularités et les principaux enseignements à retenir.

1 Module de préparation à l'écrit

1.1 Organisation

La formation correspondant à ce module s'est déroulée de janvier à juin 2012. Dix chapitres de mathématiques ont été choisis (géométrie plane, géométrie dans l'espace, proportionnalité…) par les collègues impliqués dans la mise en place de la formation. Ces 10 chapitres font l'objet de cours disponibles en ligne et d'exercices d'entrainement. L'accès à ces chapitres s'est fait progressivement, avec un calendrier défini. Deux collègues se sont portés volontaires pour effectuer ce travail d'écriture de cours et d'exercices. L'un d'entre eux, dénommé *tuteur référent*, était chargé de permettre l'accès aux cours/exercices en fonction du calendrier et de répondre aux questions des étudiants soit par mail soit sur le forum de mathématiques.

Les étudiants avaient un tuteur par discipline de l'écrit du concours. Ils avaient également un *tuteur général* (formateur TICE par ailleurs) par groupes de 10 étudiants dont le rôle était de s'occuper des aspects techniques et socio-affectifs. Quatre plages horaires de 3 heures chacune ont été fixées en présentiel à l'IUFM sur chacun des trois sites participant à cette formation. Les thématiques retenues étaient les bases, l'arithmétique algèbre, la proportionnalité, et la géométrie plane (notions nécessitant davantage d'explications en présentiel).

Trois concours blancs ont été organisés sur des dates communes avec les autres disciplines de l'écrit. Les concours blancs ont été réalisés par les concepteurs des cours/exercices, les étudiants devaient les déposer sur la plateforme Moodle. Les productions étaient corrigées et notées par un autre collègue qui les renvoyait ensuite par mail aux étudiants et reportait les notes sur la plateforme.

31 étudiants ont suivi cette formation. Ils étaient à peu près équitablement répartis sur les trois sites concernés par l'expérience (Quimper, Vannes et Saint-Brieuc).

1.2 Echanges sur le forum

Quelques échanges significatifs de ce forum sont présents en annexe 1 (échanges qui ont servi de support pour l'atelier). Nous proposons ci-dessous des éléments quantitatifs et qualitatifs d'analyse des données.

Un seul forum de mathématiques a été créé pour ce module étant donné que les étudiants étaient seulement 31 répartis sur les trois sites de l'IUFM impliqués dans cette formation. Un seul collègue (Abdel R) était chargé de répondre aux questions des étudiants, mais dans la pratique d'autres formateurs sont aussi intervenus ponctuellement. Lors du semestre, 34 sujets de discussion ont été lancés, 1 par un formateur (3%), le reste par les étudiants (97%), dont 22 sujets émanant de la même étudiante. Nous pouvons constater que sur les 34 sujets de discussion, 20 concernent les mathématiques (59%) et 14 (41%) ont pour objet des aspects fonctionnels de la formation (accès aux cours en ligne, absence à un cours en présentiel…). Tous les sujets susceptibles de réponses ont été traités dans un laps de temps court (quelques jours en général), sauf le dernier sujet (question en avril, réponse un mois plus tard). Seules 6 étudiantes ont participé aux échanges dans le forum sur la trentaine d'étudiants inscrits.

Trois formateurs sont intervenus dans les échanges du forum : le formateur désigné pour répondre aux questions des étudiants (leur « tuteur mathématiques », Abdel R.), une formatrice de Quimper pour régler un problème de distribution de feuilles de correction d'exercices en présentiel et un formateur qui était chargé de la coordination de la mise en place du module à distance en mathématiques. La moyenne du nombre de prises de parole pour chaque sujet est de 2,2 (environ). La plateforme Moodle utilisée a permis de suivre le nombre de connexion de chaque utilisateur sur une période définie. Le programme de suivi peut différencier une simple connexion, sans intervention, dénommée « affichage » et les interventions qui ont donné lieu à l'écriture d'un message sur le forum. Cet outil permet ainsi de détecter les étudiants *consommateurs* qui lisent mais ne participent pas aux échanges et ceux qui animent le forum. On s'aperçoit que sur les 31 étudiants de la promotion, 7 étudiants se sont connectés (« affichages ») et ont posté des messages (23%), un cas particulier étant un étudiante qui écrivit 55 messages et se connecta au forum 174 fois, écrasant la concurrence… 10 étudiants n'ont fait que se connecter sans intervenir (affichage sans laisser de message) (32%) et 14 étudiants ne se sont jamais connectés au forum (45%). Il y a eu au total 336 affichages, dont 83 messages, ce qui donne une moyenne de 10,8 affichages par étudiant et de 2,6 messages par étudiant (notons que ces moyennes sont peu représentatives, étant donné qu'une seule étudiante réalisa plus de la moitié des affichages et des messages à elle seule…). Une précision, tous les étudiants inscrits à la préparation à l'écrit (ainsi que les formateurs) recevaient systématiquement par mail tous les messages écrits sur le forum (sauf s'ils se désabonnaient). Une absence de connexion ne signifiait donc pas qu'ils ne suivaient pas l'activité du forum.

Lors de l'atelier, les formateurs présents ont souligné le peu d'échanges entre étudiants sur ce forum (une question, une réponse donnée en général par un formateur). Ils ont également constaté un nombre non négligeable d'échanges liés au fonctionnement du dispositif.

2 Module de préparation à l'oral

2.1 Organisation du module

Le module 2 a été créé pour permettre aux étudiants titulaires d'un master et admissibles au concours de préparer l'oral du concours que ce soit pour la première fois ou non. Certains étudiants étaient en master 2 PE l'an dernier et avaient déjà passé l'oral, d'autres étaient en master 2, mais non admissibles au concours, quelques-uns enfin possédaient un autre master et passaient (ou repassaient) le concours cette année. La préparation s'est déroulée sur les mêmes sites de l'IUFM de Bretagne que la préparation à l'écrit (sites de Vannes, Quimper et Saint-Brieuc).

Sur chaque site, un formateur référent de mathématiques (*tuteur disciplinaire*) répondait aux étudiants de son propre site par l'intermédiaire du forum ou du courrier électronique. Il en était de même dans les autres disciplines de l'oral du concours. Les formateurs TICE étaient, comme pour le module préparation à l'écrit, chargés de suivre sur les plans techniques et socio-affectifs les étudiants par groupes de 10. Les inscriptions ont été ouvertes en novembre, et la formation a débuté le 1er février 2012 et a cessé fin mai. Il y a eu au total 70 étudiants inscrits , 27 sur le site de Saint-Brieuc, 24 sur le site de Vannes et 19 sur le site de Quimper. Tous les sites n'ont pas exactement suivi l'organisation prévue initialement, les dates de présentiel ayant été différentes.

Précisons comment s'est organisée la formation.

10. Il y a eu deux plages horaires (3 heures chacune) de construction commune de séquences par petits groupes en présentiel, puis des plages horaires de présentations de séquences (oraux blancs de concours avec l'option) en présence de deux formateurs (formateur de mathématiques et un de l'option). Chaque étudiant avait deux oraux blancs en mathématiques (plus l'option) en condition de concours, suivi pour chaque oral blanc d'un quart d'heure de bilan. L'accès par internet aux premières rubriques du cours s'est fait dès le 1er février, les étudiants ayant une semaine pour prendre connaissance des repères didactiques et de la méthodologie des leçons.
11. A partir du 8 février, les étudiants ont eu accès au premier des 10 chapitres travaillés pendant l'année (spécificité de la maternelle, repérage dans le temps et dans l'espace). Environ une semaine plus tard, ils sont venus à l'IUFM pour construire par petits groupes une leçon sur le repérage en maternelle. Des documents leur ont été fournis, ils ont construits leurs séquences par groupes de 4 environ, puis celles-ci ont été exposées et commentées soit par un formateur IUFM, soit par un binôme maître formateur/formateur. Dans ce dernier cas, le maître formateur a également exposé une séquence correspondant au travail demandé qu'il avait menée dans sa classe. Ce travail en commun a également

eu pour objectif de permettre aux étudiants de se connaitre afin de pouvoir mieux coopérer par la suite (lors des préparations de séquences à distance).

12. Le 15 février, les étudiants ont eu accès par internet à un second chapitre (de cycle 3 cette fois). La semaine suivante, ils sont venus à l'IUFM construire en petits groupes une séquence à partir de documents en lien avec le cours, suivant les mêmes modalités que précédemment.
13. Pour toute la suite de la préparation à l'oral, les étudiants ont eu accès aux 8 autres chapitres du cours, de manière progressive, aux intitulés et documents des leçons à construire (en dehors de l'IUFM) et ont eu à présenter individuellement leurs leçons. Chaque étudiant devait présenter 2 leçons différentes durant l'année. Pour chaque chapitre, trois leçons différentes ont été construites par les étudiants, ce qui a permis de traiter 24 leçons différentes dans l'année. A chaque chapitre, les étudiants disposaient d'environ 10 jours pour prendre connaissance des cours et de 3 semaines pour réaliser les leçons.

Chaque étudiant a procédé comme il a voulu : (1) soit créer la leçon en trois heures uniquement (comme au concours) et en se servant exclusivement des documents fournis (c'est ce qu'ils ont fait généralement pour les derniers entrainements à l'oral) ; (2) soit utiliser davantage de temps et d'outils (autres ouvrages, sites Internet…) pour construire leurs séquences. Chaque plage horaire d'oral en présentiel permettait à 3 étudiants (ou 5, selon les sites) de présenter chacun une séquence de mathématiques (et l'option) dans les conditions du concours, un bilan d'environ 15 minutes suivait l'heure de soutenance. En raison du nombre important d'étudiants sur chaque site, certaines leçons ont été préparées et présentées par plusieurs étudiants différents. En effet, le nombre total de leçons différentes était de 24, mais par exemple sur le site de Saint-Brieuc, il y avait 27 étudiants et donc 54 leçons à présenter.

2.2 Les différents forums

Pour le module de préparation à l'oral, quatre forums ont été créés en mathématiques, un forum commun aux trois sites, et un forum par site. Les étudiants avaient accès à deux forums, celui qui était commun et celui de leur site, géré par un *tuteur mathématique* chargé de leur répondre spécifiquement et d'ajouter des compléments aux leçons présentées sur leur site. Le forum commun était consacré aux cours mis en ligne (identiques pour tous), et aussi à la mutualisation des sujets réels de concours fin mai, début juin (intitulés, type de documents fournis ou absence de documents, types de questions posées par les examinateurs). Il était également possible d'y poser des questions d'ordre plus général.

2.3 Echanges sur les forums

En annexe 2 se trouvent des exemples de sujets de discussion de ces forums (sujets qui ont servi de support pour l'atelier). Donnons à présent des éléments d'analyses en termes quantitatif et qualitatif.

Le nombre de sujets de discussion est très variable d'un forum à l'autre. Il y a eu, entre février et juin : pour le forum général de mathématiques, 17 sujets de discussion ; pour le forum de Quimper, seulement 2 sujets de discussion ; pour le forum de Vannes, il y a eu 19 sujets ; pour celui de Saint-Brieuc, il y a eu 27 sujets.

Forum général

En ce qui concerne le forum général, sur les 17 sujets de discussion, 6 ont été d'ordre fonctionnel (les 6 premiers sujets) (35%), essentiellement du fait de retards dans la mise en ligne des cours ou des supports de leçons, la première fois à l'initiative d'un étudiant, les fois suivantes à l'initiative des formateurs. Mis à part le mot d'encouragement avant les épreuves rennaises (sujet n°11) (6%), les 10 autres sujets de discussion ont concerné les mathématiques (59%), surtout la description des sujets d'oral de concours auxquels les étudiants ont été confrontés. Seuls deux sujets ont porté sur des contenus mathématiques (didactiques), dont un a eu une réponse sur ce forum et l'autre a eu sa réponse sur le forum de son site (Saint-Brieuc), après une nouvelle demande de l'étudiante. Dans tous les sujets de discussion, un formateur (au moins) est intervenu. La moyenne des prises de parole sur l'ensemble des sujets de discussion a été d'environ 2,64. On comptabilise 23 messages « étudiants » seulement en 5 mois de formation (soit une moyenne d'environ 0,33 message par étudiant) et seuls 15 étudiants en ont écrit (21%). On peut également s'apercevoir que beaucoup d'étudiants ont consulté le forum général sans forcément intervenir. On comptabilise 222 affichages durant la période de formation (soit environ 3,17 affichages par étudiant). On voit aussi qu'un grand nombre d'étudiants consultent le forum sans y participer (32 sur 70) (46%) et qu'une grande partie des étudiants (23 sur 70) ne l'ont jamais consulté (33%). Pour ce forum comme pour les autres, les étudiants reçoivent par mail tous les messages qui y sont écrits ainsi que les documents qui y sont déposés. En conséquence, ce n'est pas parce qu'ils ne connectent pas aux forums qu'ils n'ont pas connaissance de ce qui s'y passe.

Forum de Quimper

Sur le forum de Quimper, seuls deux sujets de discussion ont eu lieu et il s'agissait de deux sujets fonctionnels à l'initiative de formateurs : une demande pour combler une plage horaire libre de présentation de leçon et une demande pour combler deux plages horaires libres pour présenter des leçons. Aucune réponse d'étudiants n'a eu lieu sur le forum. Le forum de ce site n'a donc quasiment pas été utilisé. Pour la plupart d'entre eux, les étudiants suivaient le présentiel du site de Quimper et ont donc interagi dans ce cadre avec les formateurs présents.

Forum de Vannes

Sur le forum de Vannes, 19 sujets de discussion ont été créés, 16 à l'initiative du *tuteur mathématique* du site de Vannes, les trois autres émanaient de trois étudiantes différentes. 8 sujets de discussion ont concerné les mathématiques (didactique) (42%), les 11 autres étaient liés au fonctionnel (58%), essentiellement pour régler des questions de calendrier des leçons qui était propre à Vannes et différent de ce qui était affiché sur la plateforme. Les échanges mathématiques étaient surtout concentrés en milieu de période (échanges 4, 8 à 12 et 19). La plupart des sujets de discussion étaient à l'initiative d'un formateur et apportaient des compléments didactiques ou fonctionnels aux présentations orales. Pour le sujet 15, le formateur a répondu par mail aux étudiants. La moyenne des prises de parole par sujet de discussion sur ce forum est d'environ 1,8.

Forum de Saint-Brieuc

Dans le forum de Saint-Brieuc, 27 sujets de discussion ont été créés, dont 22 par le même formateur et 5 par des étudiants différents. Sur les 27 sujets de discussion, 20 avaient pour objet les mathématiques (didactique) (74%) et seulement 7 les aspects fonctionnels (26%). Le faible nombre de sujets fonctionnels s'explique en partie par la prise en charge de l'organisation des présentations de leçons par le coordinateur des études du site (collègue de français). On peut constater que de nombreux sujets de discussion se sont réduits à une intervention du formateur sans réponse de la part des étudiants, ce qui correspondait à la diffusion de documents complémentaires relatifs aux cours ou aux leçons (documents didactiques, sites internet…).

On constate un pic d'échanges pour un sujet relatif à la proposition d'une nouvelle organisation de la présentation des leçons (réduire de 3 à 2 le nombre de leçons différentes exposées), proposition qui fut rejetée par les étudiants. La moyenne des prises de parole dans les différents sujets de discussion est d'environ 1,93.

3 Bilan de l'ensemble des forums du module de préparation à l'écrit

En termes quantitatifs, grâce au suivi individuel des étudiants, on peut constater qu'il y eu 681 connexions (affichages) aux différents forums de la part des étudiants, mais que seulement 57 de ces connexions ont débouché sur des messages écrits par les étudiants. Sur les 70 étudiants de la promotion, 19 n'ont jamais consulté un seul des forums (27%), 28 ont consulté un ou plusieurs forum(s) (affichages) mais n'ont pas écrit de message (40%) et 23 ont consulté et écrit un ou plusieurs messages (33%). On peut encore une fois insister sur le fait que tous les messages écrits sur les forums parviennent automatiquement par mail à tous les étudiants (ainsi qu'aux formateurs) et qu'en conséquence, une absence de connexion aux forums ne signifie pas une méconnaissance de ses contenus et des documents qui y sont déposés.

Lors de l'atelier, les collègues présents ont souligné, comme pour le module de préparation à l'écrit, le peu d'échanges entre les étudiants (même quand ils étaient sollicités par les formateurs) et la présence importante des sujets de discussion liés aux aspects fonctionnels. Il a été souligné qu'aucun travail coopératif n'étant demandé aux étudiants, ceux-ci n'ayant pas besoin d'échanger entre eux sur les forums.

III - III - L'EXPERIENCE DE L'UCP, UN MODELE A DISTANCE COLLABORATIF

Cette partie de l'atelier portait sur la modalité entièrement à distance d'un master de professorat des écoles mis en place à l'UCP en 2011-2012. Le paradigme retenu ici est fondé sur une approche socio-constructiviste et donne une large place au travail collaboratif entre pairs. Le modèle retenu fait l'hypothèse que les connaissances des apprenants et leurs représentations s'élaborent et se modifient lors de la résolution de problèmes et que l'interaction entre pairs joue un rôle essentiel durant l'apprentissage [Jaillet 04]. La plate-forme Acolad utilisée par l'UCP découle de ce modèle. Les étudiants sont organisés en groupes stables de 16 qui se voient attribués une salle appelée séminaire et un tuteur dont le rôle est d'organiser des différents temps d'apprentissage. Les étudiants ont à leur disposition des supports de cours et doivent résoudre des situations-problèmes par équipes de 4 que le tuteur a préalablement constituées. Pour mener à bien sa tâche, le tuteur dispose, dans la salle du groupe, de différents outils (courriers électroniques, agendas, réunions synchrones dont l'historique est accessible, espace de partage de fichiers, espace de dépôts des étudiants). Les salles d'équipes, dédiées à la résolution des situations-problèmes par groupes de 4, possèdent les mêmes fonctionnalités. Les échanges synchrones ont une importance particulière dans cette vision socio-constructiviste des apprentissages. Ils peuvent se tenir à deux niveaux. Le premier est celui du groupe, où les interactions synchrones sont pilotées par le tuteur et organisent le lancement des activités, les phases de bilan et les apports de connaissances. Le second niveau est celui des équipes de 4, où les interactions synchrones se déroulent généralement sans la présence du tuteur et permettent aux pairs de résoudre les situations-problèmes en exprimant leurs points de vue, en confrontant et remettant en cause leurs représentations.

L'objectif de ce paragraphe n'est pas de donner une vue globale de l'année et de sa dynamique. Il s'agit ici de découvrir des exemples des 2 types de séminaires synchrones **(avec ou sans la présence du tuteur) et d'expliciter des premiers éléments d'analyse liés à ce modèle d'apprentissage à distance.**

Nous présentons ci-après le contexte de la séquence, les principaux supports **de travail, et nous nous attachons à pointer différentes problématiques et axes essentiels visibles sur ce support d'apprentissage. Nous examinons plus précisément les interactions d'un premier tuteur, avant d'évoquer les différences avec un second, dont nous n'avons pas eu le temps, dans l'atelier, d'explorer les traces aussi finement.**

1. Les supports

Le thème du chapitre que nous avons choisi était l'enseignement de la proportionnalité et de la résolution de problèmes en général. Ce chapitre visait également un objectif plus général, puisqu'il s'agissait de travailler sur la notion de séquence d'enseignement, en distinguant les différents types de séances qui peuvent la composer. Il s'est déroulé à la fin du premier semestre du master enseignement du premier degré 2ème année qui cherche à apporter graduellement des éléments didactiques aux étudiants, ainsi que des éléments professionnels sur l'organisation de la classe et des apprentissages en mathématiques. Au-delà des contenus du master, il s'agit de préparer les étudiants à l'oral de mathématiques de leur concours et de leur donner des entrées professionnelles pour qu'ils soient en mesure de conduire leur future classe.

Les supports du chapitre étudié n'ont rien d'exceptionnels. Notre choix délibéré fut de nous intéresser à un thème traité au moyen de documents ordinaires tels qu'utilisés dans la plupart des cas. Nous n'avons pas retenus les chapitres contenant des situations-problèmes particulières, certes intéressantes, mais dont l'existence reste exceptionnelle. Le chapitre choisi, conçu pour être travaillé en 15 jours, s'appuie tout d'abord sur un cours qui aborde la proportionnalité et la résolution de problème (procédures, variables, exemples d'analyses…) ainsi qu'un point sur les différents types de séances d'une séquence. Il comprend également 3 épreuves de l'ancien concours des professeurs des écoles : le premier traite d'une situation recherche sur la proportionnalité en cycle 3, le second examine le traitement par des élèves de 3 exercices sur le même thème, le dernier se propose de comparer les progressions de 2 manuels sur la résolution de problèmes.

2. Eléments d'analyse du séminaire synchrone avec le tuteur 1

Le premier document étudié dans l'atelier était le séminaire synchrone assuré par le tuteur 1. Dans un premier temps, les participants à l'atelier étaient conviés à déterminer les parties de ce séminaire et à les qualifier, en précisant à quel type elle correspondait. De nombreuses recherches se sont attachées à identifier différentes catégories d'intervention tutorales, parmi lesquelles on peut citer celles qui traitent des aspects organisationnels, socio-affectifs, techniques ou mathématiques (Quintin 2011). Dans un second temps, les participants devaient recueillir des éléments qui témoignaient de la posture du tuteur et du pilotage de l'interaction.

Le séminaire proposé était le premier de ce chapitre. Nous présentons ci-dessous ces extraits des traces de ce séminaire synchrone et mentionnons des éléments dégagés au cours de l'atelier. Les figures suivantes proposent quelques interactions des différents acteurs dont les noms ont été remplacés par leur fonction. La colonne *Num.* fait référence au numéro de l'interaction cité et la colonne *Commentaires* propose un complément d'information qui éclaire la raison du choix. La figure 1 isole les interactions qui annoncent les différentes parties du séminaire synchrone. Les étudiants n'avaient pas encore cherché ni résolu d'exercices de ce chapitre. L'objectif du tuteur était de commencer un tour d'horizon du nouveau thème qu'ils abordaient pour la première fois cette année, bien qu'il ait été déjà travaillé en master 1ère année. Il avait choisi de préparer les étudiants à traiter le premier sujet qu'il allait donner et leur soumettait les questions qui les attendaient afin d'alimenter leur réflexion.

Commentaires	Num.	Locut.	Contenu de l'interaction	heure
Annonce du plan contenu et place dans la séquence	9	TUTR1	Au programme ce soir, les liens entre l'étude de la proportionnalité à l'école et les notions mathématiques sous-jacentes. On prendra comme exemple un sujet de concours. Vous le terminerez en équipes et le rendrez pour jeudi prochain (1 doc. par équipe).	17:48:17

Question organisationnelle	11	TUTR1	Question traditionnelle : avez-vous eu le temps de regarder le cours ?	17:48:53
Question technique	18	Etu9	n'y a t-il aucun moyen de l'avoir en PDF pour l'imprimer plus rapidement	17:49:56
Question mathématique	38	TUTR1	Avec le vocabulaire de l'école, que représente pour vous la notion de proportionnalité ?	17:54:25
	39	TUTR1	Donnez des exemples.	17:54:38
Question mathématique	81	TUTR1	Comment expliquez ce problème en CM 2?	18:01:08
Question mathématique	89	TUTR1	Quel est le principe de résolution ?	18:02:51
Question mathématique	138	TUTR1	Lorsqu'on vous présente une telle situation, on vous pose souvent la question :	18:12:38
	139	TUTR1	Quelle est la notion mathématique sous-jacente ?	18:12:57
Relance	165	TUTR1	Quelle est la notion mathématique sous-jacente ?	18:16:58
Question mathématique	224	TUTR1	Quelles opérations les élèves doivent-ils savoir faire dans un tel tableau ?	18:28:06
Raffinement de la question	238	TUTR1	Comment l'élève peut-il compléter ?	18:29:58
Question mathématique	262	TUTR1	Cette méthode que les élèves utilisent repose sur quel principe mathématique ?	18:33:37
	277	TUTR1	Qu'est-ce que la fonction linéaire ?	18:35:56
Question mathématique	367	TUTR1	Quelqu'un (?) a parlé de droite tout à l'heure?	18:51:14
	381	TUTR1	Quel rapport avec la proportionnalité ?	18:51:27
Organisation de la suite	402	TUTR1	Nous continuerons ce travail jeudi prochain.	18:58:55
	405	TUTR1	D'ici là, veuillez regarder le sujet de concours donné à Besançon	18:59:18
Fin de chat	428	TUTR1	Merci de votre participation et bonne soirée.	19:00:27

Figure 1 *: Interactions qui marquent des débuts des différentes parties du séminaire.*

La figure 1 montre que les différentes parties du séminaire sont essentiellement de nature mathématique. Seule une intervention organisationnelle (interaction 11, le tuteur s'enquiert de la connaissance du cours) et un point technique (intervention 18 suite à une demande d'un étudiant, sur l'impression des documents) font exception. Ce ratio est naturel, dans la mesure où ce séminaire se déroule à la fin du premier semestre dans un contexte où la quasi-totalité des points techniques et organisationnels sont connus, maîtrisés et résolus par les étudiants. La figure 1 montre également la densité des problématiques mathématiques qui ont largement dominé le temps d'interaction.

La figure 2 se propose d'isoler des éléments qui témoignent du pilotage fort du tuteur. Des interactions courtes recentrent le débat et coupent court à toute dérive dans les échanges. Le tuteur souhaite être maître des contenus qu'il aborde et se donne les moyens de faire aboutir la réflexion sur le point traité, sans oublier d'intégrer dans le fil de la discussion des points évoqués par les étudiants et non encore traités (exemple, interaction 367).

Commentaires	**Num.**	**Locut.**	**Contenu de l'interaction**	**heure**
Lutte contre les digressions	119	TUTR1	Terminez le raisonnement	18:08:41
Guidage ferme	122	TUTR1	Oui, c'était déjà dit	18:08:56

	123	TUTR1	Non, vous régressez	18:09:12
Recadrage de l'interaction	164	TUTR1	Toutes les réponses que vous avez données sont à exclure. Vous n'avez pas lu la question que j'avais posée.	18:16:48
Fermeté du dialogue pour couper les digressions	284	TUTR1	Ne parlez pas de droite pour le moment	18:36:55
Relance, recentrage	301	TUTR1	Pas exactement	18:40:10
	302	TUTR1	Rappelez vous la question que j'ai posée	18:40:26
Recyclage des propositions précédentes	367	TUTR1	Quelqu'un (?) a parlé de droite tout à l'heure?	18:51:14
	368	TUTR1	Quel rapport avec la proportionnalité ?	18:51:27

***Figure 2** : Interactions emblématiques du guidage fort de l'étudiant.*

La figure 3 montre comment le tuteur construit et affirme sa posture d'enseignant. Tout au long du séminaire, il dispense régulièrement des conseils sur la préparation à l'oral, sur la pertinence des questions posées ou sur la façon de répondre à certaines questions. Il dissémine ces remarques tout au long de l'échange. Il les extrapole du contexte concret traité avec les étudiants, contexte qui devient l'illustration des apports qu'il formule. Ce faisant, il affirme une connaissance supérieure à celle des étudiants placés en position d'écoute puisqu'il ne leur est pas demandé de formuler par eux-mêmes les généralisations ou inférences délivrées.

Num.	Locut.	Contenu de l'interaction	heure
170	TUTR1	Les questions d'oral vous demandent souvent de faire le lien entre une " notion scolaire " et une "notion mathématique "	18:18:00
365	TUTR1	A l'oral, on ne vous demandera pas de faire des calculs mais de savoir faire le lien entre ce que vous enseignez à l'école et les objets mathématiques qui correspondent à ces notions enseignées	18:50:25

***Figure 3** : Exemples d'affirmation de la posture du tuteur au moyen de remarques générales sur l'oral qui transcendent les échanges en cours.*

La figure 4 est typique de l'engagement des étudiants et de la maîtrise de groupe par le tuteur. Elle se produit à plusieurs reprises, au moment d'apports de connaissances ou de phases conclusives. Elle montre l'implication des étudiants, dont les réparties individuelles et brèves visent à montrer au tuteur son écoute et son engagement.

Num.	Locut.	Contenu de l'interaction	Heure
351	TUTR1	Changer les () de place c'est ...	18:49:06
352	Etu1	factorisation	18:49:14
353	TUTR1	L'associativité	18:49:25
354	Etu1	ah	18:49:28
355	Etu12	ok	18:49:32
356	Etu3	ok	18:49:37
357	Etu7	oui	18:49:38
358	Etu8	oui	18:49:44
359	Etu11	ok	18:49:47

360	Etu6	oui	18:50:03
361	Etu10	ok	18:50:07
362	Etu4	ok	18:50:12
363	Etu2	ok	18:50:12
364	Etu5	ok	18:50:14

***Figure 4** : Approbation systématique de tous les étudiants qui montrent ainsi leur engagement.*

3. Eléments d'analyse du séminaire synchrone entre étudiants du tuteur 1

Nous relevons ici quelques éléments d'analyse relatifs au travail entre pairs qui suit le premier séminaire synchrone. Les 3 étudiants de cette équipe devaient résoudre collaborativement le problème donné et élaborer une production commune.

La figure 5 capte un instant de discussion entre deux étudiants, sur la façon d'organiser la collaboration. Deux conceptions s'affrontent autour de la nécessité d'un travail individuel approfondi avant la phase de production collective. Un étudiant affirme qu'elle est nécessaire, le second s'y oppose en soulignant les contraintes de temps auxquels tous sont soumis. La collaboration au sens du modèle pédagogique qui encadre le travail des étudiants est une nécessité qui passe bien entendu par une phase de travail personnel consistant. La conception du second étudiant, qui entend parvenir à des productions communes à partir du travail d'un seul d'entre eux amendé par les autres, relève plus d'une démarche coopérative qui suppose un partage des tâches entre apprenants et un non-engagement de chacun sur tous les traitements dont le groupe a la charge.

Commentaires	Num.	Locut.	Contenu de l'interaction	heure
L'étudiant 8 a proposé à son équipe une production et fait le point auprès de l'étudiant 1.	5	Etu8	tu as regardé le travail de Romain?	18:14:39
	6	Etu1	oui	18:15:10
	7	Etu1	et le tien aussi	18:15:14
	8	Etu8	ok	18:15:39
	9	Etu1	je n ai rien ecrit du coup	18:15:49
	10	Etu1	car vous avez deja tout mis ce que je pensais voire meme plus !	18:16:02
	11	Etu8	il n'y avait pas grand chose à rajouter de toute façon	18:16:10
	12	Etu1	j ai juste envoyé un mail pour la question 1	18:16:14
	13	Etu1	oui	18:16:16
	14	Etu8	ok	18:16:21
L'étudiant 8 propose une façon de travailler pour rendre une production commune, essentiellement fondée sur le travail d'un seul.	15	Etu8	mais je pense que c'est mieux. Qu'un seul fait la SP et après on rajoute des petits détails	18:16:49
	16	Etu8	car moins de perte de tps	18:16:56
L'étudiant 1 conteste cette façon de faire et souhaite que chacun ait cherché le	17	Etu1	non je ne suis pas d accord	18:17:31

problème.				
	18	Etu1	car l objectif est d en discuter tous ensemble	18:17:40
	19	Etu1	si on ne la fait pas, on ne fait pas d echanges interressant	18:18:06
	20	Etu8	oui mais après tout le monde a à le travailler	18:18:25
	21	Etu1	donc je l ai faite aussi, mais pas retranscrite car pas besoin (en effet, romain l a deja ecrite)	18:18:26
	22	Etu1	ben oui	18:18:31
	23	Etu1	logique !	18:18:34
	24	Etu1	on est tous la pour bosser	18:18:46
L'étudiant 8 justifie sa posture, le débat s'engage.	25	Etu8	oui mais on est svt pris par le tps	18:19:14
	26	Etu8	et chacun travaille à son rythme	18:19:25
	27	Etu1	je ne suis pas d accord avec toi sur ce sujet	18:19:39
	28	Etu1	si on est en M2, c est pour bosser	18:19:49
	29	Etu8	oui je vois ça!	18:19:53
	30	Etu1	on a un concours, donc le rythme, ben il faut s adapter je pense :)	18:19:58

***Figure 5** : Débat entre 2 étudiants autour de la définition des conditions favorables d'un travail collaboratif.*

La figure 6 montre un exemple de travail réalisé par un groupe de 3 étudiants qui interagissent en équipe afin de concevoir une production commune. Les débats entre pairs portent sur l'explicitation des références à exploiter pour répondre aux questions des exercices. La question des notions sous-jacentes à l'activité présentée a fait émerger des représentations confuses et non opérationnelles sur les connaissances scolaires ou non, mathématiques ou non et sur les différences entre pédagogie et didactique. Les débats n'ont pas totalement permis de lever toutes les incertitudes, mais ces étudiants ont su se référer non pas au cours qui ne traitait pas de ces questions, mais au séminaire synchrone précédemment mené en présence du tuteur et qui abordait les thématiques voulues.

Commentaires	**Num.**	**Locut.**	**Contenu de l'interaction**	**heure**
Difficulté des étudiants à situer leurs cadres d'analyse et leurs référents.	62	Etu10	alors il y a un problème pour la question 1 : moi, je ne prends mes données que dans le socle commun et les programmes or il faut peut-être des objectifs d'apprentissages plus précis pour une séquence ou une séance	18:32:04
Difficulté des étudiants à discriminer le pédagogique du didactique.	68	Etu10	oui j'ai lu le complémet d'aurélie : on peut la reprendre et on peut prendre la notion sous-jacante de Cécile mais entre parenthèses car il s'agit d'une question pédagogique	18:35:45
Les 3 interactions font références à des passages précis déjà traités lors du séminaire synchrone avec le tuteur.	70	Etu8	les notions sous-jacentes sont proportionnalités ...	18:36:28
	71	Etu10	Aurelie R, on se rejoint sur la question 1	18:37:10
	72	Etu8	fonction linéaire	18:37:42
Référence explicite au séminaire synchrone effectué en présence du	77	Etu1	moi je n ai pas paensé à dire ce que tu as dit Cécile mais en effet le prof la souligé en cours la semaine derniere donc cets interessant de le mettre aussi	18:39:44

tuteur.	85	Etu8	je crois que le prof avait dit de faire attention entre notions sous jacentes (mathématiques) et les objectifs (au programme)	18:41:18
Référence au séminaire synchrone animé par le tuteur destinée à éclaircir des confusions entre connaissances mathématiques et scolaires.	99	Etu8	je viens de relire la conversation et le prof précise bien que les notions sous-jacentes sont des notions maths et non scolaire (sinon hors sujet)	18:49:33

***Figure 6** : Echanges collaboratifs entre étudiants qui montrent la confusion de leurs cadres d'analyse et leur utilisation du séminaire synchrone assuré par le tuteur.*

4. Mise en parallèle avec un second tuteur et bilan

Une étude de quelques éléments d'analyse de séminaires synchrones conduits par un second tuteur était prévue mais n'a pu être menée à bien pour des raisons de temps. Nous en présentons ici une rapide synthèse.

Le choix du tuteur 1 avait été de consacrer les séminaires synchrones à la découverte d'un nouveau sujet à traiter. Les étudiants devaient ensuite, par équipe de 4, répondre aux questions du sujet et élaborer collaborativement une production commune. L'objectif des séminaires était de débloquer rapidement les étudiants dont le tuteur a affirmé, lors d'une réunion de bilan, qu'il étaient déconcertés et démunis pour produire des réponses adaptées. Le tuteur avait donc fait le choix de défricher les points les plus ardus, de nourrir la réflexion des étudiants et de procéder à quelques apports, afin qu'un premier cadre et des références soient posés. La correction des productions communes et le bilan des productions ont peu nourri les contenus des séminaires synchrones, très majoritairement tournés vers les futurs exercices à résoudre. Les corrections mises en ligne après rendu des étudiants et des remarques au cas par cas ont clos chacun des exercices traités. La conception d'une séquence pour les élèves n'a pas été proposée par ce tuteur qui s'en est tenu aux supports prévus.

Le tuteur 2, en revanche, a procédé autrement. Après un séminaire d'introduction et de présentation générale de la séquence, il a fait en sorte que chaque sujet soit résolu collaborativement avant la tenue des séminaires synchrones. Ces derniers portaient ainsi non seulement sur le bilan des productions rendues par des étudiants, mais également sur les interactions que les étudiants avaient tenues en équipe en synchrone, lors de l'élaboration de leur travail commun. Le dernier séminaire synchrone consistait à élaborer, en temps réel, une séquence d'apprentissage sur la proportionnalité à partir des différents sujets préalablement résolus. Il s'agissait de sélectionner, pour concevoir la séquence, des exercices à destination des élèves et issus des sujets traités, d'argumenter leur choix, leur ordre, de mettre en évidence les variables et progressions retenues. Un document de synthèse avait préalablement été préparé par le tuteur qui l'a proposé et mis en ligne avant la fin du séminaire synchrone. Les étudiants ont pu procéder à une lecture rapide de ce document, guidés par le tuteur, et ont pu poser les questions nécessaires.

L'objectif de l'atelier était de procéder à quelques premiers éléments d'analyse des séminaires synchrones et de montrer différentes postures possibles pour les tuteurs. Le tuteur 1 lançait la résolution des sujets avant de demander aux étudiants de finaliser leurs productions communes, le second laissait les étudiants résoudre collaborativement les exercices avant d'organiser un bilan à partir de leurs propres propositions et des interactions qu'ils avaient eues pour les concevoir. Les interactions et modalités de pilotage des deux tuteurs différaient, assez cadrantes et fermes pour le premier tuteur, bien plus ouvertes et s'appuyant davantage sur l'initiative des étudiants pour le second. Le manque de temps dans l'atelier n'a pas permis d'atteindre la totalité de ces objectifs assez ambitieux, le travail mené sous la direction du second tuteur a peu été examiné.

IV - CONCLUSION

L'objectif de cet atelier était de proposer des éléments concrets et tangibles destinés à nourrir la réflexion sur la conception de formations à distance en formation initiale des maitres. Le choix avait donc été fait de confronter 2 expériences complémentaires de ce point de vue, puisque fondées sur des dispositifs différents, des forums d'une part et des séminaires synchrones de l'autre. Notons qu'il ne s'agissait pas là de la seule variable qui distinguait ces deux expériences, le public visé (étudiants du master dans un cas, futurs candidats au concours dans l'autre) ou les modalités d'enseignement (intégralement à distance dans un cas, hybride dans l'autre) différaient également.

L'atelier a proposé aux participants de travailler dans un premier temps sur les traces réelles produites par les étudiants, avant d'aborder dans un second des éléments plus généraux sur l'activité des dispositifs et d'en proposer des premières analyses. Il s'agissait de mettre en perspective ces traces brutes et de les inscrire dans des problématiques et des enjeux plus généraux. Les échanges qui ont animé l'atelier ont permis d'appréhender de façon globale l'activité des forums dans un contexte hybride (comportant des temps de présentiel avec les étudiants). Ils ont également permis une première appropriation d'échanges synchrones en mettant en évidence la richesse les contenus traités, la posture des tuteurs, leur pilotage des interactions et les attitudes des étudiants, qui ont confronté leur conception du travail collaboratif et contribué à une production commune en se référant aux séminaires tenus avec le tuteur.

Un dernier point fut débattu dans l'atelier, plus particulièrement destiné aux collègues susceptibles de s'engager dans des dispositifs d'enseignement à distance. Celui de la nécessité impérative de définir, avant tout engagement dans de tels dispositifs, les modalités fines de sa déclinaison. L'enseignement à distance couvre un vaste champ de déclinaisons possibles et son émergence bouleverse les organisations existantes autant qu'il instaure une nouvelle façon de travailler avec les étudiants. Il est donc essentiel de décrire très précisément les modalités mises en place, dans des cahiers des charges qui doivent être approuvés autant par l'institution et ses conseils représentatifs, que par les étudiants qui s'engagent dans cette voie. Ces documents de cadrage doivent expliciter avec précision les modalités retenues : modèle pédagogique (collaboratif par exemple), type d'enseignement à distance (hydride par exemple), outils disponibles (visio-conférences, forums, séminaires synchrones), organisation de l'année, rétribution des tuteurs et des concepteurs, organisation des rythmes et des échéances (nombres de connexions, nombre de productions à rendre par exemple). La construction d'un cahier des charges clair permet d'avancer sur la construction d'un véritable modèle d'enseignement et d'affiner les temps d'apprentissage. Elle permet aux différents acteurs (institutionnels, enseignants, étudiants) de s'engager en connaissance de cause sur un dispositif qui ne sera pas susceptible de dérapages ou d'évolutions non désirées. Elle permettra donc de procéder aux recueils de données nécessaires afin d'en faire l'évaluation, d'en analyser l'activité, d'en améliorer les performances et d'assurer les conditions de la réussite des étudiants.

V - BIBLIOGRAPHIE

JAILLET, A., (2004) Chapitre 5, 90 -121, in *L'Ecole à l'ère numérique*, Paris : L'Harmattan.

QUINTIN, J.-J. (2011) L'efficacité des modèles d'interventions tutorales et leurs effets sur le climat socio-relationnel des groupes restreints, 61-86, in *Le tutorat en formation à distance,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

SENSEVY, G., KUSTLER, Y., HÉLARY, F. & LAMEUL, G. (2005) Le forum débat : un dispositif d'apprentissage collaboratif en formation initiale d'enseignants, *Distances et savoirs,* **Vol.3, n°. 3-4**, 311–330.

retour sommaire

VI - ANNEXE 1 : EXEMPLES D'ECHANGES REPRESENTATIFS DU FORUM DU MODULE DE PREPARATION A L'ECRIT

1. Echanges non mathématiques avec intervention d'un formateur (sujet n°5)

sujet maths groupe de Vannes	
Par Corinne T (étudiante), vendredi 10 février 2012, 11:22	Bonjour Est-il possible d'avoir les notes et les exercices faits avec les corrections en cours le mercredi 8 février en maths. je vous remercie. corinne
Par Marie-Thérèse B (étudiante), samedi 11 février 2012, 21:58	Bonsoir, J'ai demandé à recevoir les exos et corrigés de maths du 8 février. J'espère les recevoir lundi ou mardi la semaine prochaine. Voici un bon conseil : tu peux demander l'adresse de messagerie professionnelle du professeur de maths de l'iufm de Vannes pour qu'il te fasse parvenir les exos et corrigés. Tu recevras surement ces exos et corrigés. Excellent week-end.
Par Gwenaëlle R (formatrice), lundi 13 février 2012, 08:36	Bonjour, êtes-vous bien à la recherche des exercices du présentiel de Quimper? Si oui je vais vous les envoyer. Cordialement Gwenaëlle R
Par Corinne T (étudiante), lundi 13 février 2012, 20:10	Bonjour, merci pour ton aide (le tutoiement vient du fait que le statut des intervenants, formateurs, étudiants n'est pas précisé dans les messages) je suis dans le groupe de Vannes, et Stef m'a envoyé tout le travail fait en présentiel. corinne
Par Marie-Thérèse B (étudiante), lundi 13 février 2012, 21:49	bonsoir, j'ai demandé les exercices et corrigés du 8 février 2012 ,je n'ai rien reçu aujourd'hui peut-être demain. Je suis du groupe de Quimper , j'accepte que vous me les faites parvenir et je vous en remercie. Cordialement .Marie-Thérèse B

2. Echanges mathématiques, réponse obtenue, sans intervention de formateur (sujet n°2)

Extrait du cours sur lequel portent les propos :

Quelques propriétés des diviseurs (et donc des multiples)

Si un entier naturel non nul c divise a et b, alors il divise $a+b$.

1- par Stéphanie B (étudiante), jeudi 26 janvier 2012, 14:16	Bonjour, je ne comprends pas le paragraphe "quelques propriétés des diviseurs (et donc des multiples) car si C=14 (entier naturel non nul) et si A=7 et B=2. C ne divise pas 9 (7+2) Pouvez-vous m'expliquer? Merci beaucoup. Stéphanie
2- par Stéphanie B	Autre question:

(étudiante), jeudi 26 janvier 2012, 15:56	Si les décimaux sont des nombres avec des virgules mais ayant un nombre fini de chiffres après la virgule.que fait-on des nombres à virgule ayant un nombre infini de chiffres après la virgule comme 3.3333333333333 Sont-ils des rationnels? (mais les rationnels sont sous la forme a/b ou bien sont-ils des irréels? Merci. Stéphanie
3- Par Corinne T (étudiante), jeudi 26 janvier 2012, 18:39	Salut, il faut que <u>c divise a et b</u> dans ton ex sa ne marche pas car 14 ne divise pas 7 et 2. ex; si c=2 a=6 b= 4 alors 2 divise 6 et 2 divise bien 4 alors 6+4=10 et donc 2 divise bien 10 j'espère que c'était clair, a plus, Corinne
4- par Stéphanie B (étudiante), vendredi 27 janvier 2012, 10:10	salut! ok je vois mon erreur j'ai compris "divise" par "est divisé par"! merci beaucoup je vais donc me replonger dans ce paragraphe pour comprendre la suite! Merci, Stef

3. Echanges mathématiques (sur le théorème de Thalès), réponse obtenue, avec intervention d'un formateur (sujet n°11)

1- par Stéphanie B (étudiante), jeudi 23 février 2012, 17:42	Bonjour, Pour le petit C de la 2 e question, je ne comprends pas pourquoi ce n'est pas HM/AB= EM/EB=EH/EA puisque dans les exemples que l'on a c'est le plus petit /le grand à chaque fois. Du coup comment savoir à chaque quel est le numérateur et le dénominateur? Merci Stéphanie
2- par Abdel R (formateur), samedi 25 février 2012, 10:25	Bonjour, C'est au choix Grand/petit ou petit/grand, ça donne les mêmes résultats. A savoir si a, c, d et e sont tous non nuls, on a les équivalences suivantes : a/b = c / d équivalent à b/a = d / c équivalent à a x d = b x c. Il est pratique parfois de mettre au numérateur la longueur qu'on veut déterminer. Abdel r Bon courage.

4. « Echanges » mathématiques, pas de réponse obtenue, sur le forum (sujet n°10)

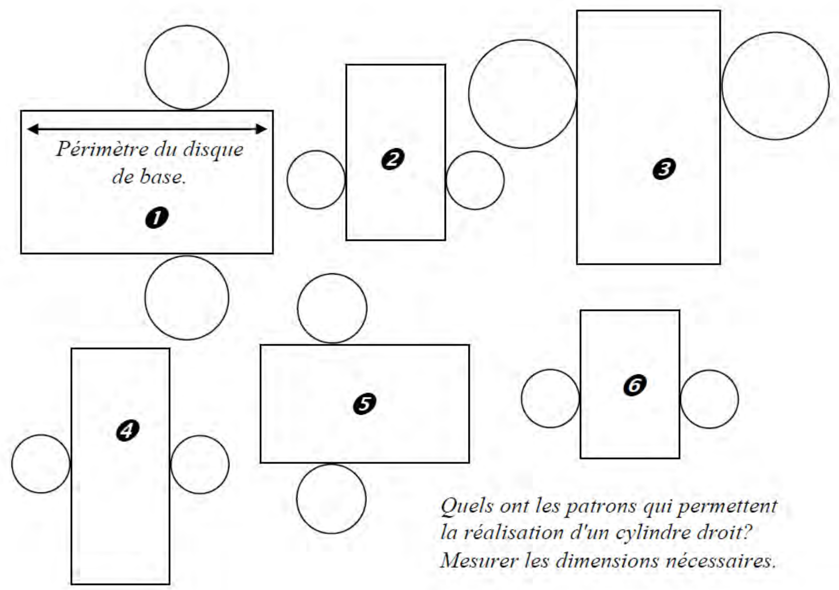
1- par Marie-Thérèse B (étudiante), vendredi 17 février 2012, 18:42	bonsoir , comment additionner deux nombres écrits en base deux? car on n'a pas la table d'addition de la base deux .Pour les nombres 18 et 23 j'ai trouvé 18=(10010) deux en divisant 18 par deux. Pour 23 j'ai trouvé (10111) en divisant 23 par deux.(divisions successives par 2 jusqu'à obtention du quotient 1 ;le nombre est composé du quotient de la dernière division et des restes des divisions de la dernière division à la première division) autre exercice : sans donner la valeur du nombre(203321)quatre dans le système décimal l'écrire dans le système à base 16:

	(1×1)
	+(2×16)+3×(256)................(2×..........) car dans le système à base 16 on a:16 puissance 0 = 1 ; 16 puissance 1=16 ; 16 puissance 2= 256 ....;j'espère que c'est bon, on saura cela en présentiel le 17 mars .Question : quelle est la différence entre 4201 puissance 5 avec un trait au-dessus du nombre et un nombre entre parenthèse ?Je viens de comprendre : un nombre est en parenthèse si en base n ,un nombre est coiffé d'un trait exemple: 4201 car puissance 5.Je n'ai pas la table d'addition et de multiplication en base 5 ce n'est pas évident de remplir les tables d'addition et de multiplication en base 5 de l'exercice numéro 4 .Quels sont les chiffres utilisés pour construire une table d'addition et de multiplication en base 5?:0 1 2 3 4 est-ce exact?4+4=? EN BASE 5 Cordialement .Marie-Thérèse du groupe de Quimper.

5. **Echanges autour d'une erreur supposée dans une correction d'exercices, incompréhension entre les interlocuteurs, réponse obtenue, interventions des formateurs (sujets n°28, 29et 30)**

<u>Exercice à l'origine de la discussion :</u>

<u>**Exercice 15 :**</u>



Correction de cet exercice :

Pour savoir si le patron convient , il faut que la longueur de la surface latérale soit égale au périmètre du disque de base. Donc que cette longueur L soit égale à $\pi \times D$ *où D est le diamètre du disque de base* (on rappelle que D est le double du rayon et que le périmètre du disque est égale à $2 \times \pi \times R = \pi \times 2 \times R = \pi \times D$.).

On mesure longueur et diamètre et on évalue le rapport $Q = \frac{L}{D} = \frac{L}{\pi \times D} \times \pi = \frac{\text{Longeur de la surface latérale}}{\text{Périmètre du disque}} \times \pi$ *qui doit être proche de* π *(aux approximations de mesure près).*

Cylindre ❶	*Cylindre ❷*	*Cylindre ❸*	*Cylindre ❹*	*Cylindre ❺*	*Cylindre ❻*
$L = 4{,}6$	$L = 3{,}2$	$L = 4{,}6$	$L = 4{,}3$	$L = 3{,}8$	$L = 2{,}7$
$D = 1{,}5$	$D = 1$	$D = 2$	$D = 1{,}1$	$D = 1{,}2$	$D = 1$
$Q = 3{,}07$	$Q= 3{,}2$	$Q = 2{,}3$	$Q = 3{,}9$	$Q = 3{,}17$	$Q = 2{,}7$
possible	*possible*	*impossible*	*Impossible*	*possible*	*Impossible*

Par Marie-Thérèse B (étudiante), lundi 30 avril 2012, 17:22	bonjour, j'ai calculé la L et le rapport d'un cylindre droit après avoir mesuré le diamètre des différents disques de base pour trouver les patrons qui permettent la réalisation d'un cylindre droit mais je me suis aperçue qu'il y a des petites rectifications à apporter sur le tableau concernant la L du cylindre 3,cylindre 4,cylindre 6 et concernant le rapport=L/D. Par exemple, pour le cylindre 3, le Diamètre=2 donc la Longueur de la surface latérale=3,14xD=6,28 et ce n'est pas L=4,6 le rapport L/D=6,28/2=3,14 ce n'est pas le rapport=2,3 sur le tableau du corrigé. C'est indiqué: impossible en bas du tableau alors que la réalisation du cylindre droit est possible car le rapport est proche de 3,14.
Par Erik K (formateur), lundi 30 avril 2012, 23:18	Bonjour, Pour cet exercice, il faut **mesurer** (avec la règle graduée) **le diamètre du disque**, **mesurer avec la règle graduée la longueur de la surface latérale**, c'est à dire dans les 6 cas présentés, **la longueur du rectangle**. Une fois que l'on a mesuré ces deux longueurs, on calcule le quotient et l'on regarde s'il est proche de 3,14. Cordialement. Erik K

Par Marie-Thérèse B (étudiante), mardi 1 mai 2012, 10:12	bonjour, j'ai suivi votre conseil, j'ai mesuré la longueur, mais la longueur mesurée sur le schéma du cylindre numéro 3 est de 4,6 cm .Sur le corrigé, il y a la précision suivante: pour savoir si le patron convient, il faut que la longueur soit égale au périmètre du disque de base. Donc que cette longueur L soit égale à 3,14xDiamètre, donc il faut que la longueur soit égale à:3,14x2=6,28 .La longueur du schéma 4,6 ne correspond pas à 6,28.La longueur du schéma devrait correspondre à la longueur obtenue par le calcul, en dessinant un schéma avec une longueur de 6,28 cm.

Par Marie-Thérèse B (étudiante), mardi 1 mai 2012, 10:57	pas de problème pour les cylindres 1,2 et 5 du corrigé de l'exercice 15 grandeur et mesures, la Longueur mesurée sur les schémas 1,2 et 5 correspond avec la longueur obtenue par le calcul L=3,14xDiamètre du disque de base du cylindre. Problème de longueur mesurée sur schéma des cylindres 3,4 et 6 ne correspondant pas avec longueur obtenue par calcul. J'ai utilisé un double-décimètre gradué en millimètres et j'ai bien mesuré les schémas. Cela provient de la longueur des schémas des cylindres 3,4 et 6 ne correspondant pas avec la longueur obtenue par le calcul:3,14xDiamètre. Excellent 1er mai avec un temps enfin ensoleillé.
Par Abdel R (formateur), mardi 1 mai 2012, 12:41	Bonjour, Désolé pour les longueurs. J'ai dû modifier la taille du schéma en cherchant à l'insérer sans perdre de place. Ensuite j'ai oublié de modifier les valeurs dans le corrigé. Par contre je suis content de vos réactions. En effet: un futur maître doit pouvoir analyser, critiquer, proposer une meilleure solution... Bon courage. Abdel R
Par Marie-Thérèse (étudiante), mardi 1 mai 2012, 15:18	je suis heureuse que vous êtes content de mes réactions sur les cylindres de l'exercice 15 .Je comprend que c'est normal que certaines longueurs n'étaient pas exactes dans le tableau du corrigé puisque vous avez oublié de modifier certaines valeurs dans le corrigé. La meilleure solution sera de vérifier que vous avez modifié les valeurs des longueurs des schémas après avoir modifié les longueurs des schémas, en insérant pour ne pas perdre de place.

VII - ANNEXE 2 :EXEMPLES D'ECHANGES REPRESENTATIFS DES FORUMS DU MODULE 2 (PREPARATION A L'ORAL)

1. Forum général, exemple de commentaire de leçon de concours (Nantes 2012) par une étudiante (sujet n°8-module 2-Général)

Par Erik K (formateur), mercredi 23 mai 2012, 22:37	Bonjour, Les premiers oraux de concours ont débuté, une étudiante de Saint-Brieuc qui le passe à Nantes a eu comme sujet: Lire ou compléter un tableau dans des situations concrètes simples, en CP. Quelques questions dont se souvient "notre" candidate: Questions du jury : -Définition d'un tableau à double entrée (pour classer des objets à double critère) -Pourquoi ne pas laisser les élèves chercher eux même comment organiser les données ? (normalement c'est un objectif de cycle 3) -De quelle manière ils pourraient les classer. -Où couper la séance 1 si arrive l'heure de la récréation et qu'il n'y a pas assez de temps pour la terminer ? Ne pas faire la phase d'application et faire la trace écrite

	à la place -Quels outils ont à disposition les élèves dans la classe qui sont sous forme de tableau ? -Est-ce que tous les élèves doivent passer absolument sur l'ordinateur. -Quels liens avec l'EPS -Quels genres d'appréciations on peut mettre lors de l'évaluation ? -Que faire avec les élèves qui n'ont pas réussi ? … Il serait intéressant que chacun d'entre vous nous indique son sujet, son académie pour le concours, s'il y avait des documents fournis et quelques exemples de questions. Je vous suggère de nous indiquer ça sur ce forum commun aux différents sites. Cette mutualisation permettra d'affiner les entrainements à l'oral pour cette année encore et pour les prochaines années. Merci d'avance pour votre collaboration. Bonne chance pour vos oraux de concours. Cordialement. Erik K.
Par Erik K (formateur), mercredi 23 mai 2012, 22:52	Pour compléter, à Nantes: "Pour ce qui est des documents, nous avions à disposition plusieurs dossiers. Pour chaque cycle il y avait un dossier avec des photocopies de fichier d'élève et classées par domaine. (pour le cycle 2 pour la gestion des données j'avais: Tous en maths, Maths +, la tribu des maths, compte sur moi). Mais lors de la présentation on ne les avait pas et le jury non plus. Sinon la salle dans laquelle se déroulait l'oral ne permettait pas d'utiliser le tableau."

2. Forum général, demande de renseignement d'une étudiante (encadrer une fraction entre deux entiers) (sujet n°10-module 2-Général)

Par Marie B (étudiante), lundi 28 mai 2012, 11:19	Bonjour, J'ai quelques soucis avec ce point du programme : encadrer une fraction par deux entiers consécutifs (cm2). Comment faut-il l'introduire ? Si quelqu'un à des infos, je suis preneuse Merci
Par Erik K (formateur), jeudi 31 mai 2012, 22:54	Bonjour, La réponse peut être trouvée dans le texte de Thierry B sur le forum de Vannes (fractions et décimaux). Cordialement. Erik K.
Par Erik K (formateur), samedi 2 juin 2012, 12:36	Sur_les_decimaux_et_les_fractions.doc Le texte en question (je n'avais pas fait attention au fait que suivant votre site, vous n'avez pas accès au forum de Vannes).

3. Forum de Vannes, demande d'explication dans une phrase du cours de numération (sujet n°9-module 2-Vannes)

Par Marie B (étudiante), jeudi 1 mars 2012, 15:38	Bonjour, est ce que quelqu'un peut il m'expliquer ce qu'il comprend dans le texte suivant (cours sur la numération). Je ne suis pas sure de bien saisir ce qu'il signifie : construire une collection C à partir d'une collection de référence A, de manière à ce qu'à chaque élément de A correspondent deux, trois éléments de C. Merci pour votre aide.
Par Erik K (formateur), jeudi 1 mars 2012, 18:14	Exemple: 11 footballeurs (collections A) et on doit leur donner des chaussettes (en supposant que les pointures soient quasiment identiques), deux chaussettes par joueur, donc 22 chaussettes en tout (collection C)
Par Marie B (étudiante), jeudi 1 mars 2012, 19:30	Merci pour la réponse

4. Forum de Vannes, conseils donnés pour la création de leçons (sujet n°17-module 2-Vannes)

Par Thierry B (formateur), jeudi 24 mai 2012, 10:52	Bonjour, A la suite de la demi-journée de hier, Mercredi, je me suis rendu compte qu'il manquait dans les trois "leçons" le dernier point du "travail demandé" : développer au moins une séance de la séquence visant cette compétence. Vous parcourez à la hussarde la séquence en évoquant les tâches, les consignes... C'est bien mais il faut s'arrêter sur une séance et la décrire complètement. Je vous donne une "méthode" que vous pouvez utiliser dans votre présentation en disant (ou non) qu'elle a été inventée par un formateur de l'IUFM, à Rennes : Une séance comprend trois phases qu'on peut appeler successivement "phase d'appropriation", "phase d'apprentissage" et "phase d'approfondissement". C'est la méthode des trois "APPR". Il manquait dans vos leçons sur les fractions et les décimaux cette phase d'appropriation dont j'ai parlée dans le "débriefing". On manipule des pièces pour redonner le "sens" de dixième, centième ou une règle graduée... Pour les leçons qui vont suivre (Grandeurs et Mesure et Résolutions de problèmes surtout), il s'agit dans la phase d'appropriation que l'enseignant s'assure que tous les élèves ont mis un sens à l'énoncé de l'activité ou du problème. Vous trouverez différents moyens dans le cours sur la résolution de problème qui tournent autour de la contextualisation des apprentissages (le langage ne suffit pas toujours à ce que la situation "dont parle" l'énoncé soit présente, c'est-à-dire que les élèves s'en fassent une "représentation mentale"). La phase d'apprentissage concerne la recherche, l'analyse a priori des erreurs et des aides prévues par l'enseignant mais aussi la synthèse qui est faite dans la foulée ou le lendemain pour permettre à l'enseignant d'analyser les brouillons le soir chez lui ! Mais si ! Elle doit comporter au moins deux exercices ou problèmes car on n'apprend pas en une fois. Elle peut contenir déjà une différenciation.

	Après ce premier cycle d'apprentissage-enseignement, il y a une phase d'approfondissement : quels prolongements, quelle rupture, vous pouvez parler si vous y tenez de variables didactiques. Souvent il y a une différenciation à ce niveau. Voilà, j'espère que cela vous aidera à structurer vos "leçons". Bonne journée et à Samedi.Thierry B

5. Forum de Saint-Brieuc, question posée par une étudiante (sujet n°23-module 2-Saint Brieuc)

Par Karen S (étudiante), jeudi 24 mai 2012, 18:59	En travaillant la compétence "multiplier mentalement par 10,100,1000" (ou idem pour diviser), je m'aperçois qu'on ne parle pas de "décaler la virgule d'un ou plusieurs rangs vers la droite...". Je suis consciente que ça peut poser problème et qu'il est préférable d'introduire avec les dizaines... Par exemple : 12*10, c'est 12 fois 10, c'est 12 fois une dizaine, c'est 12 dizaines, c'est égal à 120. Mais si les élèves ne pigent pas, peut-on parler de "décalage de virgule", où est ce quelque chose à éviter ? Parce que moi j'ai appris comme ça et je trouve que ça va vite, but du calcul mental! Merci, bon courage pour les révisions !
J'ai répondu dans la soirée du 24 à sa question à cette étudiante par mail (elle était la seule destinatrice du courriel), et je lui ai précisé que je souhaitais voir si certains de ses camarades allaient lui donner des indications… *Deux jours plus tard, j'ai relancé les étudiants de Saint-Brieuc pour qu'ils répondent à leur camarade :*	
Par Erik K (formateur), samedi 26 mai 2012, 14:40	Bonjour, Auriez-vous des éléments de réponse à donner à Karen ?
Mais aucune réponse n'est venue ; deux jours après, j'ai fourni une réponse publique à la question posée…	
Par Erik K (formateur), lundi 28 mai 2012, 11:47	Bonjour Karen, Pour répondre à ta question: en CE1, les élèves apprennent à multiplier un entier par 10 ou 100, afin de comprendre par la suite la technique opératoire de la multiplication des entiers (en CE1 toujours); pour multiplier par 10 (par exemple), les enseignants ont deux possibilités: - soit s'appuyer sur la numération (mais les élèves doivent être très performants, donc gros travail à effectuer avec les élèves en amont) à savoir: si je multiplie 14 unités par 10, ou par une dizaine, j'obtiens 14 dizaines, c'est à dire 140 unités. - soit appliquer la règle des zéros; dans les deux cas, à l'usage, les élèves vont utiliser la règle des zéros, mais si l'on ne voit que cette règle, lorsqu'ils essaieront de multiplier un décimal par 10 en CM1, ils risquent de faire: 2,1 x 10 = 2,10 ou 20,1 ou encore 20,10, ce qui est désastreux ! Pour ce qui est en CM1 de multiplier un décimal par 10, là encore on a deux choix: - soit s'appuyer encore sur la numération; 21,4 x 10 c'est 214 dixièmes multipliés par

	10 donc ça fait 2140 dixièmes, soit 214 unités (en visualisant le tableau de numération); - soit appliquer la règle du décalage de la virgule; de toute manière à l'usage c'est ce qu'ils feront; mais la deuxième approche seule ne permet pas de donner de sens à ce qu'ils font, et lorsqu'ils ont en concurrence la multiplication par 10 et la division par 10 d'un décimal, ils ne savent plus dans quel sens on déplace la virgule (je l'ai constaté à de trop nombreuses occasions au collège !). Donc je pense que tu as compris mon point de vue (partagé par d'autres !); on ne peut pas fournir aux élèves une règle vide de sens qu'ils auront à appliquer; et même si tous les élèves n'auront pas tout compris des explications liées à la numération (en CE1 ou en CM1), au moins on aura tenté de leur faire comprendre les choses. Cordialement. Erik K.

6. Forum de Saint-Brieuc, question posée par une étudiante (sujet n°1-module 2-Saint Brieuc)

Par Blandine L (étudiante), jeudi 1 mars 2012, 15:45	Mr Kermorvant, quelles différences faites- vous entre compter et dénombrer ? Cordialement. Blandine L
Par Erik K (formateur), jeudi 1 mars 2012, 18:20	Compter c'est énoncer la comptine numérique (jusqu'à combien sais-tu compter ?: question posée à un élève de GS ou CP). Dénombrer, c'est donner le cardinal d'un ensemble (le nombre d'éléments de cet ensemble); cette activité nécessite de savoir compter, mais également bien d'autres choses (revoir les 5 principes de Gelman et Gallistel: principe d'adéquation unique, associer un mot nombre à chaque objet...)

7. Forum de Vannes, problème fonctionnel en raison d'une organisation différente des autres (sites et de ce qui était prévu sur la plateforme) ; (sujet n°5-module 2-Vannes)

Programme pour le Samedi 10 Mars matin	
Par Thierry B (formateur), lundi 20 février 2012, 12:39	- C.D. et M.L.R., la Leçon 1-A (Nombre en maternelle). On pourra consulter aussi le cours 2 de cette formation à distance. - C.E. et S.P., la leçon 1-B (Nombre en maternelle), on peut enlever des documents fournis la brochure "Nombre au cycle II" qui est très intéressante mais inutile ici (à conserver soigneusement pour vos insomnies). On pourra consulter aussi le cours 2 de cette formation à distance. - P.L.P. et F.I., la leçon 1-D (Se repérer dans le temps, utiliser des repères dans la journée. Niveau Grande Section). On pourra consulter le volume de la collection Access ainsi que le cours 1 de cette formation à distance. -A.L. P. et Marie K., la leçon 1-E (Reconnaître, nommer, décrire et classer des objets géométriques selon leurs qualités. Niveau Moyenne Section). On pourra consulter le volume de la collection Access ainsi que le cours 3 de cette formation à distance.

	J'ai ouvert les cours n°2 (Spécificités 2 de la Maternelle et Construction des tous premiers nombres) et 3 (Formes géométriques). Vous devez tous les lire attentivement. Cordialement, Thierry B.
Par Marie B. (étudiante), lundi 20 février 2012, 14:04	Est ce qu'il est possible d'avoir également les sujets pour le 21 mars afin d'anticiper la période de stage ? Cordialement, Marie B.
par Marie K (étudiante), mardi 21 février 2012, 12:14	Bonjour, je n'arrive pas à trouver la leçon 1-E (reconnaître, nommer, décrire et classer des objets géométriques selon leurs qualités. Niveau MS). Pourriez-vous me dire où elle se trouve, n'ayant trouvé que les leçons 1-A, 1-B et 1-C. Merci d'avance. Cordialement. Marie K.
Par Marianne L.M. (étudiante), mardi 21 février 2012, 20:23	Bonjour!! Il manque aussi le dossier correspondant à la leçon D.... Est-il possible de le mettre aussi. Merci, cordialement

retour sommaire

DU COMPTAGE A LA NUMERATION

Bernard ANSELMO
Formateur permanent,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse, IREM de Lyon
bernard.anselmo@univ-lyon1.fr

Marie Paule DUSSUC
Formatrice permanente,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse
marie-paule.dussuc@univ-lyon1.fr

Hélène ZUCCHETTA
Formatrice permanente,
IUFM Lyon, IREM Lyon, COPIRELEM
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé

L'article présente un dispositif de formation sur la numération, expérimenté dans l'académie de Lyon. Cette formation vise à faire prendre conscience des enjeux de la numération et à fournir des pistes d'enseignement. Afin de mieux comprendre les difficultés des élèves à appréhender notre numération orale et écrite et les principes de la numération de position, les participants sont placés dans la position d'acteurs. Ils vivent une succession d'activités transposées d'ERMEL ou de CAP Maths et les procédures sont questionnées.

Exploitations possibles
En formation initiale ou continue, faire prendre conscience des enjeux de la numération et à fournir des pistes d'enseignement. Amener les enseignants à mieux comprendre les difficultés des élèves à appréhender notre numération orale et écrite.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Numération. Cycle 3. Ecole élémentaire. Activité de l'élève. Formation des enseignants. Résolution de problèmes.

DU COMPTAGE A LA NUMERATION

Bernard ANSELMO
Formateur permanent,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse, IREM de Lyon
bernard.anselmo@univ-lyon1.fr

Marie Paule DUSSUC
Formatrice permanente,
IUFM Lyon, centre de Bourg en Bresse
marie-paule.dussuc@univ-lyon1.fr

Hélène ZUCCHETTA
Formatrice permanente,
IUFM Lyon, IREM Lyon, COPIRELEM
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé

L'article présente un dispositif de formation sur la numération, expérimenté dans l'académie de Lyon. Cette formation vise à faire prendre conscience des enjeux de la numération et à fournir des pistes d'enseignement. Afin de mieux comprendre les difficultés des élèves à appréhender notre numération orale et écrite et les principes de la numération de position, les participants sont placés dans la position d'acteurs. Ils vivent une succession d'activités transposées d'ERMEL ou de CAP Maths et les procédures sont questionnées.

En relation avec la thématique du colloque « Faire des mathématiques à l'école : de la formation des enseignants à l'activité de l'élève » nous avons soumis à la réflexion des participants de l'atelier une formation clé en main à propos de l'enseignement de la numération au début de primaire (CP – CE1). Cette formation se propose d'aborder la question de la numération et de ses difficultés d'apprentissage en faisant vivre aux participants des activités classiques de classe, mais transposées dans un autre système de numération.

Dans cet article, nous ne reviendrons pas sur les études faites sur la numération (Bednarz-Janvier et Chambris) et sur les stratégies de formation étudiées par Kuzniak (en particulier l'utilisation des situations d'homologie) déjà présentées par des formateurs de l'Irem de Lyon à d'autres colloques de la COPIRELEM (Braconne-Michoux et Zucchetta à Auch 2009 et à Dijon 2011).

Nous décrirons le déroulement en trois temps de l'atelier, en rapportant les réactions des participants aux activités proposées et en revenant sur les choix effectués, ainsi qu'en mentionnant des réactions de conseillers pédagogiques lors d'une formation similaire de 2h.

1. INTRODUCTION

Un premier temps de présentation a permis de rappeler que des études variées sur la numération, anciennes (Bednarz-Janvier 1984) et plus récentes (Chambris 2008, Tempier 2010) ont montré la réalité des difficultés des élèves et pointé le fait qu'elles peuvent perdurer tout au long de l'école élémentaire voire du collège.

Dans un article extrait de Grand N n° 73 « Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle », Christine Aigoin et Valérie Guebourg proposent de travailler la notion de groupements-échanges en début de CP et elles écrivent : « ***force est de constater l'existence de difficultés persistantes en lien direct avec la numération, du CP au CM2, malgré les invariables révisions annuelles faisant suite aux apprentissages réalisés au cours du Cycle 2*** *: oubli du zéro terminal ou intermédiaire, difficultés à mettre en relation l'écriture chiffrée des nombres ayant une désignation orale irrégulière (70 à 99) lors d'activités de transcodage du type dictée de nombres, difficultés liées à l'utilisation des grands nombres (coder/décoder), difficultés retrouvées également dans la mise en œuvre des techniques opératoires. La liste n'est pas exhaustive.*

Face à ce constat, l'hypothèse est faite que nombre des difficultés rencontrées par les élèves en cycle 3 pourraient être le fruit d'une incompréhension ou d'une compréhension partielle des principes de construction de notre numération. ***Ainsi, un apprentissage raté ou incomplet concernant le fonctionnement de notre système décimal pourrait être la cause des difficultés de nombreux élèves dès l'école primaire*** *et par la suite au collège*. »

Face à ce constat, nous avons proposé d'interroger les dispositifs de formation mis en place autour de la numération. Dans le but de lister ceux habituellement envisagés, nous avons distribué un questionnaire (annexe 1) aux participants visant à recueillir les modalités employées et les contenus de formation abordés avec des étudiants de Master ou en Formation Continue. L'analyse des réponses à ce questionnaire sera faite plus loin dans cet article.

Pour notre part, nous avons construit un dispositif de formation à partir de l'hypothèse que les enseignants ou les étudiants pourraient avoir automatisé les principes de construction de notre numération sans en avoir une réelle compréhension. C'est cette apparente facilité qui conduirait l'enseignant à ne pas prendre la réelle mesure des difficultés des élèves et à brûler des étapes dans le processus d'enseignement en délaissant certaines activités centrales pour l'apprentissage[56].

A partir de là, nous avons conçu une situation de formation visant à :

- rendre plus visible les savoirs en jeu et les difficultés que l'apprentissage de nos systèmes de numération orale et écrite peut susciter,
- rendre plus compréhensibles les activités proposées et souligner leur importance dans les différentes approches de la numération.

Pour cela, les participants à la formation sont placés en position d'élèves et vivent une succession d'activités de classe issues des ouvrages ERMEL ou CAP Maths afin de (re) découvrir et de mieux appréhender notamment les principes de la numération de position (et en particulier les recommandations pour l'enseignement de Bednarz et Janvier dans Grand N n°33 p.31).

La transposition des activités dans une autre base avec un autre code vise à faire émerger les difficultés et obligent les participants à mettre en œuvre des procédures non automatisées.

---

[56] Les programmes 2008 de cycle 2 n'incitent pas non plus à le faire. Ils précisent pour le **CP et le CE1** « Les élèves apprennent la **numération décimale inférieure à 1 000. Ils dénombrent des collections, connaissent la suite des nombres**, comparent et rangent. ». Ce n'est **qu'à partir du CE2** qu'apparaissent, dans le paragraphe « Les nombres entiers naturels », « **les principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ; - désignation orale et écriture en chiffres et en lettres** …Il faut se reporter au document ressources « le nombre au cycle 2 » pour obtenir un peu plus de précision (article « débuter la numération »).

Ce dispositif a été, tout ou partie, plusieurs fois mis en œuvre en formation continue auprès de conseillers pédagogiques ou de professeurs des écoles, ainsi que dans une formation à l'épreuve orale du concours.

C'est cette même situation de formation que nous avons proposée de faire vivre aux participants de l'atelier pour en percevoir les effets et pouvoir interroger les choix faits dans les activités qui composent l'animation.

L'atelier s'est déroulé en trois temps :

- mise en activités, discussion et réactions en formation de CPC.

- nouvelle série d'activités et analyse a priori.

- Troisième temps (largement écourté) de débat, critique et discussion.

I - PREMIER TEMPS DE L'ATELIER

1 Déroulement de l'atelier

1.1 Descriptif du déroulement

L'animateur a compté plusieurs fois le nombre de participants à l'atelier, dans le nouveau système de numération dont il voudrait faire mémoriser le nom des nombres, comme en situation de classe.
La comptine numérique qui a été inventée pour la formation est :
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, six-trois, six-quatre, six-cinq, douze, douze-un, douze-deux, douze-trois, douze-quatre, douze-cinq, trix, trix-un, trix-deux, trix-trois, trix-quatre, trix-cinq, quadrix … (avec les 21 participants à l'atelier nous n'avons compté que jusqu'à trix-trois).

Il a ensuite proposé, aux participants, différentes activités dans ce système de numération orale puis dans un système de numération écrite qui lui est associé.

Consigne : Maintenant que vous avez bien appris la comptine, je vous fais jouer à différents jeux classiques mais avec cette numération

1. Jeu du furet :
   a. à l'endroit à partir de « un »,
   b. à l'endroit à partir de six,
   c. à l'endroit de 2 en 2,
   d. à l'envers à partir de « trix-deux »,
   e. désigner ceux qui vont faire « chut » au lieu de dire le nombre (penser à en avoir qui se suivent) puis dans l'ordre dire « chut » pour certains à la place du nombre et dire les nombres pour d'autres (variante de « plouf dans l'eau » sans bande numérique).

2. Les nombres cachés :
   Une bande numérique (annexe 2) est affichée présentant les écritures « chiffrées » des nombres (B, C, D, E, F, BA, BB, BC, ….), les écritures en lettres donnant la façon de les dire et les représentations analogiques correspondantes sous la forme de faces de dés. Il faut trouver

les nombres dont au moins une des écritures a été cachée (écriture chiffrée ou/et écriture en lettres) et dire comment ils s'écrivent ou se disent. Les nombres cachés choisis sont F, CA, six-trois, six-quatre, douze, sept, trix, trix-un, trix-deux et leurs représentations analogiques.

3. Les nombres manquants :

Une fiche est donnée avec une liste de nombres en écriture chiffrée (dans la base) écrits dans le désordre et dont il en manque certains pour reconstituer la bande numérique. Il s'agit, en travail individuel, de retrouver les nombres manquants (annexe 3 : quels sont les nombres manquants ?).

4. Le « château des nombres » (d'après ERMEL CP p 293):

Un tableau de nombres (annexe 4) est affiché (et restera affiché), certains nombres ont été cachés par des post-it (les participants devront préciser s'ils ont utilisé les mêmes procédures dans cette activité que dans les deux précédentes.)

Nous avons mené les activités les unes après les autres, sans interruption jusqu'au troisième jeu, à la suite duquel nous avons interrogé les participants sur deux points :

- Apprendre la comptine et l'utiliser
  Comment avez-vous mémorisé ?

- Retrouver les nombres cachés ou manquants
  Quelles procédures avez-vous employées ?

  1. *Sur la bande numérique*
  2. *Avec les nombres manquants*

Nous avons aussi discuté sur les procédures dans l'activité du « château des nombres » et ce premier temps de l'atelier s'est poursuivi par une réflexion en petits groupes autour des questions posées aux participants :

- En tant que formateur, quelle synthèse feriez-vous à la suite de ces activités ?
- Feriez-vous la même synthèse dans une animation pédagogique ou en Master ?

Les échanges ont permis de confronter les synthèses proposées oralement par les participants à celles proposées par des conseillers pédagogiques non-spécialistes de maths et de comparer leurs réactions. Pour cela, nous avons présenté un aperçu des réponses d'un groupe de conseillers pédagogiques lors d'une formation (en annexe 7, sous forme synthétique), aux questions suivantes :

- Comment avez-vous vécu les différentes situations ?
- Que pensez-vous en avoir appris, redécouvert ?
- Qu'est-ce qui vous a surpris ? éclairé ?
- Quelle synthèse peut-on faire ?
-

1.2 Démarches et réactions des participants

La suite des mots-nombres met un certain temps à se stabiliser chez la plupart des participants. Malgré trois tours de comptage, certains hésitent pendant le jeu du furet, ils n'ont pas repéré ou retenu les irrégularités et les régularités. La récitation de la comptine à l'envers n'est pas fluide (elle oblige à localiser et à identifier des irrégularités qui rompent la logique de la suite : on dit six-cinq, six-quatre, **six-trois**, **huit**, et non pas **six-trois, six-deux**…).

Les échanges sur les processus de mémorisation de la comptine numérique, font ressortir différentes méthodes[57] :

- Repérage implicite ou explicite à la base *(« j'ai repéré la base six car on dit douze », « j'ai repéré les passages d'un nombre se terminant par 5 au nombre suivant »)*
- Repérage des régularités et irrégularités (*« j'ai retenu : aller jusqu'8, puis repéré les sauts (après quel mot)…les régularités et irrégularités », « J'ai noté un …(3 petits points)... huit, six-trois…, six-cinq, douze….. »*)
- Utilisation des connaissances sur notre numération ou sur les bases (« *besoin d'utiliser ses connaissances sur les bases* », « *Fait une corrélation avec notre numération* »)
- Un blocage dans la mémorisation (« *J'ai coincé car cela m'a fait penser à la comptine asiatique et **j'ai essayé** de deviner où vous vouliez aller, **j'ai décroché** à trix, inattentif* »)

Un des animateurs commente qu'en animation, le repérage des régularités et irrégularités n'est pas toujours fait à ce stade de l'animation pour l'ensemble des participants.

Pour la numération écrite, les échanges sur les procédures font apparaître qu' « *il faut supposer qu'il y a une règle*[58] ».

Pour retrouver les nombres cachés sur la bande numérique, certains procèdent en ligne (« *Simplement sur les écritures, ligne par ligne régularité avec les lettres pour F j'ai vu BF pour décider, 2ème ligne j'ai récité, je ne suis rappelé l'activité d'avant* ») et d'autres en colonne en s'appuyant parfois sur la constellation des dés (par exemple pour six-trois : « *1ère ligne, 3ème ligne, permet de réfléchir aux difficultés de franchissement* », « *Passer par la constellation, pour les élèves en difficultés c'est plus transparent avec les dés* »). Des participants sont intervenus sur cette dernière remarque pour dire qu'un registre sémiotique seul n'a pas de sens, et que c'est la situation qui est intéressante car elle présente différents registres sémiotiques avec une mise en congruence (R. Duval 2006) en précisant que dans la numération décimale « douze » veut dire « deux-dix ». Dans « notre douze-deux » on perd la congruence avec les configurations des dés : on devrait dire « deux-six-deux ».

Durant l'échange sur la conception de la file en chiffres B, C…, en mots nombres et avec les faces de dés, nous avons été amenés à justifier nos choix de s'appuyer sur un système de numération calqué sur celui de la numération décimale intégrant ses différentes difficultés et non d'employer une nouvelle numération cohérente mais sans lien direct avec le système utilisé couramment.

Pour les nombres manquants, il ressort qu'un peu d'organisation est nécessaire, voici quelques commentaires qui ont été faits :

- « *D'abord je n'étais pas bien organisé, je faisais en récitant et allant le chercher, j'étais perdu puis j'ai refait un tableau dans l'ordre* »
- « *Tableau par groupe de 6 de BA à BF…* ».
- « *Combien en manque-t-il en repassant en base dix pour le plus grand* »
- « *Oublié la numération, fait avec les lettres* »
- « *J'ai fait avec des couleurs puis avec les lettres de départ, j'ai parcouru plusieurs fois la liste* »

Pour le « château des nombres », la question posée était : « avez-vous fait différemment ? »

« *Pour le premier nombre pas de problème, on savait le dire et l'écrire, il était dans la bande numérique encore affichée.* »

[57] Entre parenthèses et entre guillemets, nous avons mis quelques commentaires et réflexions des participants en italique.

58 Idem

« *Pour le BAB, j'ai fait en reculant* », ou « *j'ai vu que c'était dans la famille des « BA » »* ou « *pour la ligne, j'ai vu que c'était dans la colonne terminant par A et après FA (il y a BAA), puis la colonne B* »

Le travail en petits groupes a permis : d'envisager quelques éléments de synthèses possibles, d'avancer quelques remarques ou interrogations sur des points précis de l'activité, mais aussi d'évaluer l'intérêt et la pertinence de l'activité selon les différents publics auxquels on destine la formation.

On peut plus particulièrement noter en propositions de synthèse :

a. Les techniques pour dire et écrire les nombres sont différentes et forcément mises en relation
b. La réussite aux exercices n'est pas synonyme de la compréhension de l'aspect sémantique de l'écriture du nombre (on comprend la logique d'un algorithme)
c. Rôle des connaissances antérieures qui permet de faire le lien entre les différentes écritures (chiffrées/ en lettres)
d. Activités pour faire fonctionner de façon mécanique les deux numérations de manière indépendante mais qui ne permettent pas de travailler le nombre (quantité)
e. En animation pédagogique faire réfléchir et faire changer de point de vue sur les activités proposées par l'enseignant et sur les difficultés des élèves
f. Chercher les procédures des élèves ; intérêt des mises en commun ; algorithme mais n'a pas forcément sens ; différencier les entrées ; multiplier les approches par les élèves (écrit, oral, constellations) ; aller au-delà d'une présentation
g. Il est important de mettre en relation les différents registres sémiotiques, multiplier les registres pour porter du sens

Les interrogations principales tournent autour du zéro ou du passage au nombre à trois chiffres : « *je me suis interrogée sur l'exercice sur les nombres manquants, j'ai compté « A » comme manquant et surtout si l'affichage de référence est présent dans la classe, quel est l'apport de cet exercice ?* » « *Est-ce qu'après FF, il y a AAA ?* » ou des réflexions permettant de revisiter la bande numérique et le tableau de nombres sont faites : « *Sur la ligne dans le château on commence par le A et dans la bande par B* ».

Les différents groupes jugent cette suite d'activités plutôt pertinente et intéressante en formation continue et éventuellement en Master 2 « *pour faire un pas de côté ou une transposition dans les classes* » mais l'estiment peut-être trop difficile pour la proposer en M1.

Nous avons fait la même analyse et, suivant le public ou le temps imparti, nos formations reprennent la trame de l'atelier (annexe 6), avec les synthèses entièrement à charge du formateur ou en partie élaborées collectivement. Nous essayons aussi de laisser un temps d'écriture avec par exemple les questions suivantes données dans une formation de conseillers pédagogiques: comment ont-ils vécu les différentes situations ? Que pensent-ils en avoir appris, redécouvert ? Qu'est-ce qui les a surpris ? Éclairé ? Quelle synthèse peut-on faire ?

La confrontation avec les propositions faites en formation de conseillers pédagogiques montrent des suggestions de synthèse assez similaires à celles de l'atelier. L'étude des réactions des conseillers pédagogiques (en annexe 7, sous forme synthétique) intéresse les participants, à la fois, parce qu'elle témoigne de l'engagement des conseillers dans l'activité, et à la fois parce qu'elle montre la diversité des processus qui ont permis à chacun d'accéder à la compréhension du système de numération, et la pluralité des prises de conscience que les activités ont suscitées.

2 Nos choix et quelques justifications : approche globale et algorithmique

L'idée du dispositif de formation n'est pas d'aborder la réflexion sur l'étude de la numération par l'analyse d'autres systèmes de numération utilisés en d'autres temps ou dans d'autres pays ni de partir d'un système fictif qui mettrait en cohérence des numérations écrite et parlée. Elle est de s'appuyer sur un système imaginaire différent du nôtre mais qui garde les mêmes logiques de régularité et d'irrégularités que nos numérations décimales écrite et parlée. Nous pensons créer ainsi un milieu favorable pour placer les étudiants ou les stagiaires dans des situations d'homologie leur permettant de prendre conscience, à la fois, des différents aspects de notre numération, des difficultés à surmonter pour pouvoir l'appréhender et de la diversité des processus par lesquels se fait son apprentissage.

Nous avons fait le choix de nous placer dans la base six mais sans inventer de nouveaux mots (ou presque) pour les nombres comme c'est le cas par exemple dans la numération Shadocks. Nous avons aussi choisi de placer, parmi les irrégularités, un mot-nombre point de repère (douze) qui renvoie à la même quantité que celle indiquée par la numération classique en base dix. Notre choix de mots-nombres identiques à ceux de la base dix a été motivé à la fois par la volonté de faire mémoriser un nouveau système de numération en un temps très court au début de la formation, à la fois pour marquer, dans une certaine mesure, le parallèle entre le processus d'apprentissage de ce nouveau système avec celui que les élèves de début de primaire effectuent, mais aussi pour rendre l'apprentissage de la comptine un peu difficile. En effet, il s'agit d'apprendre contre une connaissance déjà ancrée chez tous les stagiaires et de susciter des différences dans les rythmes et les processus d'acquisition de la comptine chez les formés. Nous pensons pouvoir ainsi montrer que la compréhension des régularités et irrégularités d'un système de numération se construit de façon différente selon les individus et que c'est par un croisement d'activités et d'échanges qu'il prend peu à peu à sens chez chacun.

Les difficultés avec des irrégularités dans la numération orale, et des mots-nombres non connus sont vécus par les participants, comme en Grande Section où il faut aller jusqu'à 30 pour voir apparaître une certaine régularité (si on se contente d'aller jusqu'à 16, cela donne l'impression d'avoir un mot nouveau à apprendre pour chaque nombre). Le parallèle avec des jeunes enfants peut donc être fait et être l'occasion d'apports théoriques sur la suite numérique, insécable, instable, stable[59] …).

La recherche de nombres manquants sur la bande numérique permet d'envisager une approche globale dans laquelle la compréhension du concept de nombre demande d'associer à une quantité ou à une position, une désignation orale ou écrite, ou analogique. Nous avons choisi une bande présentant des écritures « chiffrées » des nombres (B, C, D, E, F, BA, BB, BC, ….), la façon de les dire écrite en mots et une représentation analogique des quantités évoquées à l'aide de faces de dés.

Le choix d'écrire avec des lettres plutôt qu'avec des chiffres s'éloigne de ce qui est souvent fait en formation quand on travaille les bases, nous avons choisi d'utiliser les lettres de l'alphabet car elles contiennent un ordre connu mais leur utilisation combinée dans l'écriture de nombre à plusieurs « lettres » permet de soulever la difficulté de la compréhension de l'ordre des nombres (il nous semble moins évident de dire que DA est plus grand que CF que de dire, même en base six, que $\overline{30}^{6}$ est supérieur à $\overline{25}^{6}$).

[59] K.Fuson, Richards et Briars (1982) dans « les Chemins du nombre » de Bideaud J., Meljac C., Fischer J.P. ou repris par A. Pierrard dans « Faire des mathématiques à l'école maternelle »

Pour ce qui concerne la représentation analogique, les constellations sur les faces de dés renvoient à la base 6 et permettent de rendre plus visibles les régularités[60].

L'approche algorithmique de la numération écrite en base dix permet de mettre en évidence que la suite écrite des nombres peut être écrite aussi loin que l'on veut avec seulement dix symboles. Dans cette approche, la compréhension des régularités du système permet de trouver le prédécesseur et le successeur d'un nombre, sans que la quantité représentée ne soit convoquée : on est sur l'aspect ordinal du nombre.

C'est cette approche qui est travaillée dans « les nombres manquants » ou « le château des nombres ». Quand on compte, on commence à 1 et pas à 0, dans notre suite de nombres écrits sur la bande numérique le premier nombre est B (ce qui pose une difficulté car la première lettre de l'alphabet est A). Nous avons choisi de faire apparaitre le nombre A (l'équivalent du zéro) seulement, dans l'écriture du nombre BA (six), puis CA (douze) et DA (trix), dans notre bande numérique; comme sur les bandes numériques de maternelle. Par contre dans le tableau des nombres nous avons préféré commencer par A (0) comme dans « le château des nombres » d'ERMEL. Dans le tableau des nombres en base dix, pour mettre l'accent sur le changement de chiffre des dizaines après avoir 9 comme chiffre des unités et pour que chaque ligne corresponde au même nombre de dizaines, on commence à 0 et pas à 1. On met en évidence la manière dont fonctionne la numération écrite sans forcément donner du sens dans un premier temps à la signification de la position de chacun des chiffres. Les élèves doivent prendre conscience qu'ils peuvent écrire aussi loin que l'on veut la suite écrite des nombres avec seulement dix chiffres (symboles), contrairement à la numération orale où il faut des mots nouveaux (les enfants disent souvent dans un premier temps : trente-neuf puis trente-dix).

Dans ce tableau nous avons choisi d'aller jusqu'à BFF et de ne pas nous arrêter seulement à FF (comme pour dans une classe de CP où ce tableau s'arrête à 99). Il nous a paru à la fois nécessaire de complexifier le tableau pour qu'il présente une certaine difficulté pour les adultes, mais aussi pour montrer qu'il est possible d'identifier des nombres en disant comment ils s'écrivent sans nécessairement savoir pouvoir dire comment ils se disent.

Nous avons essayé de donner une cohérence aux activités de cette première partie en les rapprochant au schéma du triple code de Dehaenne. Il distingue trois grands systèmes de représentation mentale des nombres:

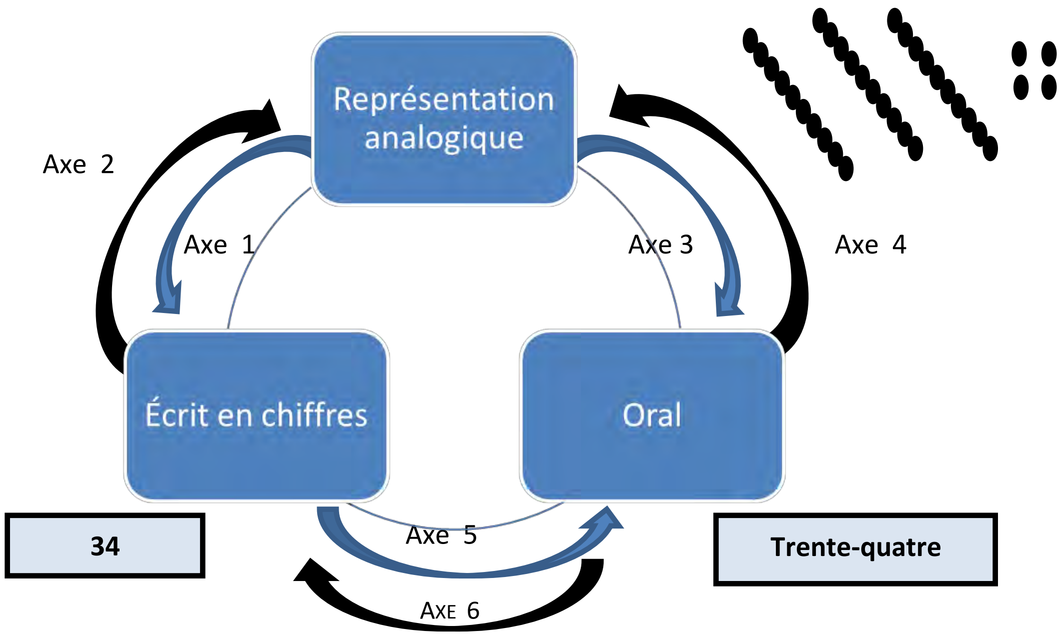
- le code analogique des quantités numériques
- le code linguistique
- le code Indo-Arabe écrit

et différentes procédures de transcodage qui permettent de passer d'un code à l'autre.

L'apprentissage de la numération consiste à comprendre les logiques internes à chacun de ces codes, pour pouvoir les utiliser, mais aussi, à établir des liens entre les différentes représentations des nombres pour leur donner une signification commune, en travaillant les six axes de transcodage.

---

[60]Il est également prévu de tester une autre représentation analogique, moins évidente, avec des Shadocks qui montrent leurs six doigts



II - DEUXIEME TEMPS DE L'ATELIER

1 Déroulement de l'atelier

1.1 Descriptif du déroulement

Nous avons distribué aux participants regroupés par 3 ou 4, un lot important de bouchons (plus de 72) dans un sac en plastique accompagné d'un couvercle en carton, et nous leur avons donné plusieurs consignes.

Consigne 1:

Dans le système de numération utilisé, indiquer combien de bouteilles on pourrait boucher avec ces bouchons.

Faites l'activité en groupe de 3-4.

Imaginez des procédures mises en place par des étudiants ou des enseignants en formation.

Consigne 2 (en groupes de 3-4) :

Les bouteilles sont vendues par pack de six, rédiger un bon de commande écrit. Compléter le bon de commande avec la numération apprise.

Consigne 3 : (en individuel)rédiger deux bons de commande

Remplir les bons de commande,

Après avoir vécu ces deux dernières activités en formation, que peuvent en tirer des étudiants ou des enseignants ?

Le bon de commande de la consigne 2 se présente sous cette forme :

On peut boucher ……… bouteilles

Soit :

……… packs de six bouteilles et

……… bouteilles isolées

Les bons de commande de la consigne 3 (annexe 4) ont deux variantes, ils contiennent des mots-nombres qui n'ont pas encore été utilisés (quadrix et sextus) et une nouvelle irrégularité (quadrix-six).

Consigne 4 (en groupes ?)

Calculer CFD + ECD *et* ECD – CFD

Expliquez comment vous faites.

Qu'est-ce qui est pareil, qu'est-ce qui est différent par rapport à ce que pourrait faire un élève de CP ?

Un temps d'échanges est fait après la première consigne. Les consignes 2 et 3 sont données ensemble. Un rapide échange précède la donnée de la consigne 4.

1.2 Démarches et réactions des participants

Les participants ont dénombré les bouchons en effectuant des groupements par 6. Les bouchons étant distribués dans un sac posé dans un couvercle en carton, certains participants ont utilisé ces récipients pour matérialiser des groupements de 36 bouchons mais ces groupements d'ordre 2 ne font apparaître que très rarement les 6 paquets de 6 bouchons. Le peu de place sur la table peut éventuellement expliquer cela mais c'est plus probablement l'expertise des participants qui expliquent l'absence de cette procédure (expertise qu'on ne retrouve pas chez tous les étudiants ou stagiaires en formation initiale ou continue).

Les procédures des étudiants ou enseignants sont certainement plus variées et il a été imaginé qu'ils pourraient aussi :

- faire des groupements de 6 et des groupements d'ordre 2, en laissant visibles les 6 tas de 6 bouchons ;
- faire des groupements de 6 puis dénombrer le nombre de « sixaines » en utilisant la numération orale ou écrite plutôt que de constituer des groupements d'ordre 2 ;
- compter en base 10 puis convertir en base six avec la numération écrite (plutôt chez les étudiants qui réinvestissent leurs connaissances sur les bases) ;
- compter directement dans cette base, (en écrivant éventuellement la suite des nombres) ;
- utiliser le tableau des nombres et faire une correspondance terme à terme ou ligne par ligne ;
- faire des groupements non réguliers ou non conformes à la base…

Les animateurs témoignent que ces procédures sont effectivement apparues en formation d'étudiants ou de conseillers pédagogiques.

Avec les conseillers pédagogiques, un groupe a changé trois fois de procédure : il a d'abord commencé à faire des paquets de 5 bouchons car il y a 5 nombres à un chiffre, puis en a gardé un tas de 5 et fait avec les autres des paquets de 6 bouchons (car la première ligne du tableau de nombres ne contient que 5 nombres et que les lignes suivantes du tableau en contiennent 6), avant de choisir en troisième procédure de faire des groupements de 6 bouchons.

Certains n'ont effectué que cette deuxième procédure en s'appuyant sur le tableau des nombres qui était resté affiché et parfois ne trouvent pas l'écriture du nombre. Par exemple, pour un nombre de 76 bouchons, un groupe a fait un premier paquet de 5 bouchons, dix paquets de 6 bouchons et un dernier de 5 : ils ont donc noté CAF au lieu de CAE.

Faire des groupements réguliers correspondant à la base n'est pas évident même pour des enseignants en CP ou CE1. Ils s'appuient plus facilement sur des procédures de comptage que sur celles de groupements et par conséquent, la valeur des chiffres, suivant le rang dans l'écriture des nombres, n'est pas comprise en tant que groupements.

C'est par l'activité « les bons de commandes » que l'on réinterroge cet aspect et qu'on l'attache à la signification des chiffres dans l'écriture d'un nombre. Pour y répondre certains enseignants utilisent leurs connaissances sur la numération décimale qu'ils transposent pour lire directement le nombre de paquets dans l'écriture du nombre, mais ce n'est pas le cas de tous et certains doivent refaire les groupements pour y parvenir. Avec des étudiants, il arrive fréquemment que des groupes produisent des réponses dans lesquelles l'écriture du nombre et la traduction en nombre de packs de 6 bouteilles et en bouteilles isolées ne sont pas en cohérence.

Dans les classes de Cycle 2, ce type d'activité n'est pas toujours perçu comme important: ainsi une professeure des écoles en CP a reconnu en formation qu'elle ne faisait plus cette activité du manuel car c'était pour elle une perte de temps, mais après l'avoir vécue elle-même, elle s'est déclarée convaincue que pour faire comprendre la valeur des chiffres en fonction de la position du nombre, il était nécessaire de travailler de cette façon avec les élèves.

Durant l'atelier, les commentaires pour les consignes 2, 3 et 4 ont été, par manque de temps, peu nombreux :

Consigne 2 : « *j'ai fait automatiquement sur mes connaissances en base 10, Puis vérifié sur tableau DFD, doublé cela d'un contrôle d'une vérificatio*n »,

Consigne 3 : « *on a lu « quadrix-six » et « quadrix-six-trois », ce n'était pas apparu avant, on s'est demandé : est-ce que cela dépasse sextus ou pas ?* »

Consigne 4 : « *Je n'ai pas procédé comme ma voisine qui a compté sur ces doigts, j'ai écrit la table d'addition* »

2 Nos choix et quelques justifications

Dans ce second temps, nous travaillons sur l'aspect groupements-échanges de la numération avec l'activité inspiré du Grand Ziglotron de CAP Maths et un dénombrement de bouchons, puis le lien avec l'écriture « chiffrée » avec des bons de commandes à compléter en packs de six bouteilles, en cartons de six packs de six bouteilles, et en bouteilles isolées.

La première consigne (*Dans le système de numération utilisé, indiquer combien de bouteilles on pourrait boucher avec ces bouchons*) n'est pas contrainte et reste assez ouverte pour permettre l'émergence de procédures variées qui pourront être mises en débat. Nous avons choisi de proposer un nombre assez important de bouchons à dénombrer pour que l'écriture des nombres de bouchons comporte 3 symboles et permette d'interroger les groupements d'ordre 2. C'est ce qui est fait dans la deuxième consigne où la contrainte de packs de 6 oblige à penser groupements et à réfléchir à la signification des symboles dans l'écriture du nombre. Notre choix de demander ici le nombre de pack de 6 et pas celui de caisses de 36 est fait pour pouvoir établir un parallèle avec la distinction chiffre des dizaines et nombre de dizaines dans notre numération.

Dans la consigne 3, les groupements par 36 sont cette fois-ci proposés dans le bon de commande, mais l'ordre dans lequel les items de la commande sont agencés ne reprend pas celui des symboles dans l'écriture du nombre, ce qui oblige à prendre en compte la valeur de ces symboles.

De plus, nous avons choisi de proposer d'autres nombres (quadrix-six, quadrix-six-trois), dont la dénomination montre une nouvelle irrégularité du système comme celle que présente le système décimal après soixante- neuf. Elle permet de confronter les étudiants ou stagiaires à cette difficulté et de réquisitionner la logique de l'ensemble du système.

Le calcul d'une somme et d'une différence sont proposées dans la consigne 4, les nombres sont choisis pour que les calculs nécessitent des retenues et obligent à mobiliser l'aspect groupement/échange des systèmes de numération de position. La question sur les différences entre les actions d'un élève de début de primaire et d'un adulte dans ces situations de calculs est un support à discussion pour, à la fois, rappeler que la compréhension des techniques suppose d'avoir compris cet aspect groupement/échange, et pointer l'obstacle que constitue le fait de ne pas disposer de résultats automatisés pour la mise en œuvre (pour les élèves, l'apprentissage) de telles techniques.

III - TROISIEME TEMPS DE L'ATELIER

Par manque de temps dans l'atelier, le débat prévu autour des dispositifs de formation n'a pas pu être vraiment mené, nous aurions aimé interroger plus loin la pertinence de l'ingénierie de formation compte tenu des contraintes de temps, de savoirs, et chercher à dégager, dans ce dispositif qui fonctionne, quelques éléments importants qui pourraient s'avérer utiles au formateur pour concevoir des dispositifs similaires sur d'autres thématiques.

Faute d'avoir pu le faire, nous nous contenterons de relater ici quelques éléments de synthèse tirés des questionnaires renseignés par les participants.

1 Les dispositifs de formation généralement utilisés

Les réponses aux questions portant sur les contenus et modalités des formations sur la numération en Master 1 ou 2 et en Formation continue étaient conformes à ce que nous en attendions.

En Master 1, le travail porte sur la connaissance de notre système de position avec des exercices dans différentes bases (codage/décodage, calculs). L'introduction se fait à partir, soit de différents systèmes de numération ancienne, soit de la vidéo des Shadocks qui comptent en base quatre pour aboutir à caractériser notre système, soit d'une analyse de procédures d'élèves dans un problème comme celui des enveloppes ou des fourmillions[61]. Quelques apports didactiques sur la progression générale sur la numération à l'école, sur la connaissance du nombre : dénombrement, comptage, énumération…, sont en général proposés…..

En Master 2, les modalités et contenus de formation sont les mêmes lorsque les apports n'ont pas été faits en Master 1, mais en général l'étude porte plutôt sur l'analyse de situations extraites de manuels (ERMEL, CAP Maths, D. Valentin en Grande Section), sur la construction de séquences et la connaissance des programmes. Le travail sur la numération est aussi parfois présenté à l'occasion de séquences préparées et présentées par les étudiants ou porte sur la présentation et l'exploitation de matériels de numération.

La présentation peut être aussi plus théorique comme par exemple dans un extrait d'un participant : « *Le nombre comme signifié, les différentes numérations (deux) (écrite chiffrée et orale) comme signifiant : découverte à travers des tâches de comparaison de collections des différentes procédures et donc de l'emploi des différentes numérations. Puis distinction des deux numérations selon leurs fonctionnements (en particulier relation écrit/oral)* ».

[61] ERMEL, Apprentissages numériques, CP (1991), Hatier

En Formation Continue, que ce soit avec des stagiaires ou en animations pédagogiques, le travail porte plutôt sur la numération en cycle 2 avec des analyses de propositions des manuels, de situations de références, analyse de productions d'élèves et de leurs difficultés, sur l'importance de la numération pour les techniques opératoires et dans les systèmes d'unités de mesures. Le but est d'enrichir les pratiques, en mettant en débat les activités proposées par les enseignants dans leurs classes et en s'interrogeant sur les difficultés de leurs élèves.

2 Discussion sur l'intérêt de ce dispositif de formation

Le questionnaire de fin d'atelier posait les deux questions suivantes :

1. Par rapport à vos pratiques habituelles de formation, qu'est-ce que l'ensemble des situations proposées dans cet atelier interroge, conforte ou apporte ?
2. Que modifieriez-vous dans ces situations ?

A la première question, les participants ont surtout répondu que le dispositif vécu pendant l'atelier confortait leur croyance en l'intérêt d'utiliser des situations d'homologies et de transpositions en formation pour susciter des prises de conscience et aider à comprendre les difficultés des élèves. Pour eux, il faut mettre les étudiants ou les enseignants en situation, c'est-à-dire de les confronter à un vrai problème et non à un « faux » problème auquel ils ont déjà en quelque sorte la réponse.

Ils sont, aussi, renforcés dans l'idée que l'organisation de confrontation de procédures entre enseignants ou futurs enseignants est une modalité de formation efficace pour prôner et favoriser le transfert de cette modalité dans la gestion de classe.

Dans ce cas particulier d'une formation sur la numération, la pertinence des activités proposées est aussi soulignée : pour les participants, elles permettent d'aborder les différentes facettes des savoirs mis en jeu (aspect algorithmique, aspect groupement, systèmes de numération orale /écrite), mais aussi d'interroger les pratiques et d'aider les enseignants ou futurs enseignants à se distancier de leurs automatismes pour comprendre les apprentissages en jeu et l'intérêt de proposer en classe des situations issues de la recherche ERMEL.

La place et le rôle du formateur sont aussi mis en avant : c'est à lui que revient, à la suite des situations qui interrogent directement la différence entre les deux numérations et leur non-congruence, d'effectuer en synthèse une clarification.

Enfin, le dispositif proposé dans l'atelier a été déclaré comme étant un outil « formidable » de formation qui complète les dispositifs habituellement proposées en déstabilisant davantage les stagiaires. Il « *apporte des outils « solides » pour construire ma pratique de débutante en tant que formatrice*[62] ».

Pour la deuxième question, sur les modifications à apporter, les participants ont du mal à répondre à chaud, et pour leur ensemble presque unanime il n'y aurait rien à changer.

Certains évoquent, cependant, la question du temps de la formation : une durée d'animation de 3h ou de formation de 2h parait bien courte pour profiter de toute la richesse de la situation et atteindre l'ensemble des objectifs qui pourraient être visés.

Deux participants s'interrogent sur le « *choix des mots-nombres, pourquoi pas des mots inventés dès le départ ?* ».

Un participant complèterait peut-être « *avec des situations donnant du sens au nombre, et l'utilisation des opérations permettant de comprendre l'intérêt de la compréhension du système des numérations pour comprendre et faire des techniques opératoires* ».

[62] Citation d'une participante

Un autre participant ferait « *apparaître l'importance du nombre caché derrière, il ne s'agit pas seulement de « registres sémiotiques ». Même si c'est sous-jacent, cela pourrait être mis en évidence, par exemple par des activités de comparaisons de collections (non nécessité de signifiants suivant les variables)* ».

V - CONCLUSION

Durant cet atelier nous avons proposé un dispositif de formation que les participants ont à la fois testé en tant qu'acteur et questionné en tant que formateur. Son intérêt et ses limites, en particulier dans un contexte de formation initiale autre que celui de la formation continue où elle a déjà fait preuve de son efficacité, ont été étudiés. La question des apports théoriques, didactiques et pédagogiques nécessaires aux différents niveaux de formation a aussi été soulevée.

Nous faisons l'hypothèse que les modalités mises en œuvre pendant l'atelier ont permis aux participants une première appropriation d'une formation « clés en main » à propos desquelles nous nous sommes interrogées : quelles sont les conditions qui font qu'un tel dispositif soit transférable et opérationnel à un autre formateur ? .

La déclinaison des objectifs, du scénario, des activités avec leurs consignes et leurs analyses ne nous parait pas suffisante. Le fait d'avoir vécu les activités, comme il a été proposé dans l'atelier ou en formation d'inspecteurs et conseillers pédagogiques, constitue sûrement un plus, mais, nous semble-t-il, ne garantit pas que les personnes aient saisi ou assimilé les concepts en jeu dans la formation qui dirigent sa mise en œuvre.

Pour nous, deux conditions supplémentaires restent encore à remplir :

- les futurs animateurs doivent disposer d'un bagage en mathématique et en didactique suffisant pour pouvoir appréhender les contenus,
- un travail important de métacognition doit être prévu dans l'ingénierie et accompagner la mise en activités. Il permet en effet à l'animateur d'en discerner les logiques, d'en évaluer la cohérence et d'en envisager les exploitations possibles.

Nous aurions aussi aimé interroger, dans cet atelier, l'ingénierie de formation : envisager comment, compte tenu de contraintes de temps, de publics, elle pourrait être aménagée, et réfléchir à ce qu'on pourrait tirer de cette situation qui fonctionne, pour le transposer dans la conception d'autres situations de formation. Nous nous questionnons, par exemple, sur la nature des changements à effectuer ou non dans la situation initiale proposée aux élèves pour provoquer des questionnements et des savoirs chez les formés.

Pour conclure provisoirement et essayer d'aller peut-être un peu plus loin sur la question des éléments constitutifs d'une « bonne » situation de formation basée sur de stratégies d'homologie, nous aimerions rappeler :

- Les limites aux situations d'homologie pointées par Kuzniack et Houdement[63] :

[63] Voir leur thèse ou article dans Concertum de la COPIRELEM T. 3, p. 7-22

- *H1 Une situation simple permet une prise de conscience nette de la démarche pédagogique suivie, mais en contrepartie elle risque d'infantiliser l'étudiant et/ou de provoquer son rejet.*
- *H2 Une situation plus complexe transmet un savoir mathématique non trivial aux étudiants, mais la nouveauté de ce savoir peut occulter la démarche suivie.*

- Et leur proposition, pour «*tenter d'avancer sur les modalités offertes à un formateur pour délimiter cette dénaturation, d'introduire et d'étudier des situations de formation qualifiées de Petites Provocations Didactiques (PPD).* » , « *c'est à dire de proposer aux adultes des exercices d'apparence classique mais suffisamment « provocateurs » pour amener une réflexion personnelle* ».

Pour nous, le dispositif étudié dans l'atelier cherche à s'inscrire dans cette logique de PPD : à travers la transposition qu'il propose, il met les participants à la fois dans une situation de résolution de problèmes (avec dimension enjeu et dimension apprentissage mathématique) et à la fois, dans une situation d'homologie dans les tâches vécues avec celles qu'il est possible de proposer aux élèves (avec sa dimension formation didactique et pédagogique). C'est cette position dedans/dehors qui favorise leur métacognition et les conduit à réfléchir sur leur activité en apprentissage et à la mettre en rapport avec celle des élèves.

VI - BIBLIOGRAPHIE

AIGOIN C. & GUEBOURG V. (2004) Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle, *Grand N* n°73, éditions IREM de Grenoble,

BEDNARZ N.& JANVIER B. (1984) La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage, *Grand N* n°33 et n°34, éditions IREM de Grenoble,

BRACONNE-MICHOUX, A. & ZUCCHETTA H. (2010) : Formation continue en géométrie au cycle 3 : une entrée par les problèmes. Atelier A5 *in Actes du XXXVIème Colloque de la COPIRELEM, Auch*.

BRACONNE-MICHOUX, A. & ZUCCHETTA H. (2012) : Intérêts et limites pour la formation d'une situation d'homologie : situation de communication sur un solide. Conditions pour un transfert dans la classe. Atelier A5 *in Actes du XXXVIII Colloque de la Copirelem – Dijon 2011*

BRIAND J. (2008) : Question d'enseignants, question d'enseignement. Un partage d'expérience de formation avec des enseignants de cours préparatoire relativement à la construction de la numération. . Atelier B6 *in Actes du XXXVIème colloque COPIRELEM Auch*

CHAMBRIS C. (2008) : Transposer en formation des résultats de recherche sur l'enseignement de la numération de position des entiers au cours élémentaire. Atelier A2 *Actes du XXXVIème colloque COPIRELEM Auch*

CHARNAY R., DUSSUC M.P & MADIER M. (2009) Manuels Cap Maths CP et CE1 éditions Hatier

DUVAL R. Transformations de représentations sémiotiques et démarches de pensée en mathématiques. Conférence *Actes du XXXIIIème colloque COPIRELEM Strasbourg*

ERMEL (2005) Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP et CE1 - INRP et Hatier

FENICHEL M. & TAVEAU C. (2006) Enseigner les mathématiques en cycle 2, les buchettes, et en cycle 3, l'enveloppe des nombres DVDs CRDP Créteil

KUZNIAK A. (2003) Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Carnets de route de la COPIRELEM. T. 3, p. 7-22.*

TEMPIER F. (2010) Une étude des programmes et manuels sur la numération décimale au CE2 ; *Grand N* n°86, éditions IREM de Grenoble,

MOUNIER E. (2010) THESE Une analyse de l'enseignement de la numération au CP. Vers de nouvelles pistes. Disponible et téléchargeable http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/55/07/21/PDF/These_Mounier_2010.pdf

retour sommaire

VII - ANNEXES

ANNEXE 1 QUESTIONNAIRE PROPOSE A L'ATELIER

Vous êtes : professeur-formateur IUFM ❒ CPC ❒ autre (à préciser) ❒

1) Que travaillez-vous en numération avec vos étudiants de Master et comment ?

En Master 1

En Master 2

2) Que travaillez-vous en numération avec des stagiaires et/ou en Formation continue et comment ?

<u>A la fin de l'atelier :</u>

3) Par rapport à vos pratiques habituelles de formation, qu'est-ce que l'ensemble des situations proposées dans cet atelier interroge, conforte ou apporte ?

4) Que modifieriez-vous dans ces situations ?

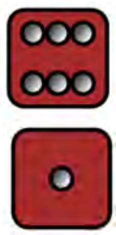
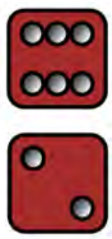
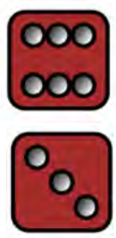
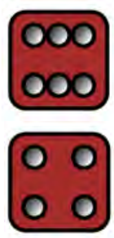
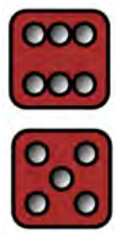
(retour au texte)

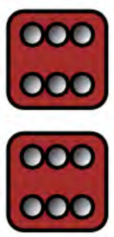
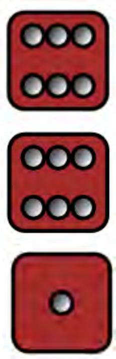
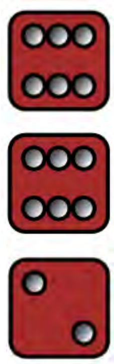
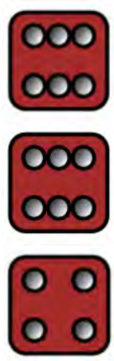
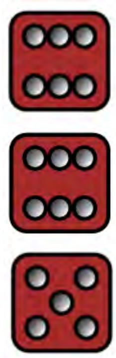
ANNEXE 2 (BANDE NUMERIQUE)

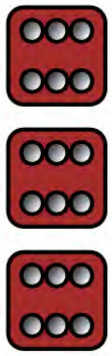
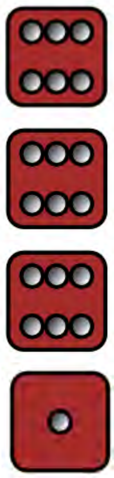
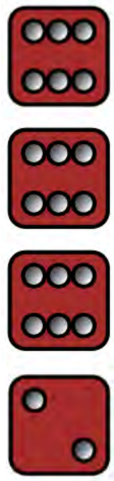
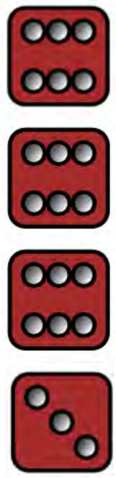
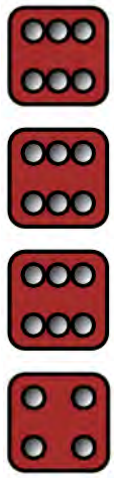
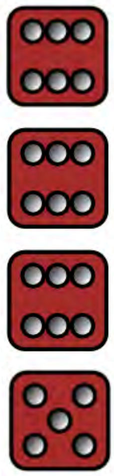
La bande a été tirée en grande dimension pour être vue du fond d'une salle de classe et assemblée pour en faire une seule bande. Les représentations de dés ont été placées verticalement au lieu d'horizontalement comme dans la présentation d'origine par commodité pour ce texte.

(retour au texte)

B	C	D	E	F
un	deux	trois	quatre	cinq
				

BA	BB	BC	BD	BE	BF
six	sept	huit	six-trois	six-quatre	six-cinq
					

CA	CB	CC	CD	CE	CF
douze	douze-un	douze-deux	douze-trois	douze-quatre	douze-cinq
					

DA	DB	DC	DD	DE	DF
trix	trix-un	trix-deux	trix-trois	trix-quatre	trix-cinq
					

ANNEXE 3 (NOMBRES MANQUANTS)

(retour au texte)

Quels sont les nombres manquants ?

BA	CE	EA	B	FF
E	BAA	BF	FE	CB
EF	DA	BAC	D	DE
FA	CC	BB	EB	FD
CF	EC	FC	CD	BE
C	ED	BD	BAD	DC

ANNEXE 4 (TABLEAU DE NOMBRES)

(retour au texte)

A	B	C	D	E	F
BA	BB	BC	BD	BE	BF
CA	CB	CC	CD	CE	CF
DA	DB	DC	DD	DE	DF
EA	EB	EC	ED	EE	EF
FA	FB	FC	FD	FE	FF
BAA	BAB	BAC	BAD	BAE	BAF
BBA	BBB	BBC	BBD	BBE	BBF
BCA	BCB	BCC	BCD	BCE	BCF
BDA	BDB	BDC	BDD	BDE	BDF
BEA	BEB	BEC	BED	BEE	BEF
BFA	BFB	BFC	BFD	BFE	BFF

ANNEXE 5 BONS DE COMMANDE DEJA COMPLETES

(retour au texte)

On peut boucher **quadrix-six** bouteilles **groupe A**

Soit :

……… packs de six bouteilles,

……… cartons de six packs de six bouteilles et

……… bouteilles isolées

On peut boucher **CAE** bouteilles

Soit :

……… packs de six bouteilles

……… cartons de sextus bouteilles et

……… bouteilles isolées

On peut boucher **quadrix-six-trois** bouteilles **groupe B**

Soit :

……… packs de six bouteilles

……… cartons de six packs de six bouteilles et

……… bouteilles isolées

On peut boucher **CFA** bouteilles

Soit :

……… packs de six bouteilles

……… cartons de sextus bouteilles et

……… bouteilles isolées

ANNEXE 6 – DESCRIPTION DE LA FORMATION

(Retour au texte)

Nous précisons d'abord les objectifs que nous avons pour cette formation et qui n'avaient pas été communiqués aux participants de l'atelier (à part en partie dans le descriptif de l'atelier). La formation reprend la trame de l'atelier avec les synthèses proposées par le formateur.

Objectifs pour le premier temps :

- Montrer la complexité de notre système de numération en plaçant les stagiaires en situation d'élèves
- En percevoir les différents aspects et les axes autour desquels ils s'articulent
- Réfléchir sur les supports d'enseignement et s'ouvrir vers des pistes pédagogiques différentes
- Dégager les 6 axes de travail entre les différents aspects analogiques, oraux et écrits

Objectifs pour le deuxième temps :

- Dénombrer une collection assez grande (plus de 72 ici)
- Comprendre ce que sont les dizaines, les centaines, etc
- Comprendre les règles d'échange entre groupements
- Comprendre la signification des chiffres suivant leur position dans l'écriture d'un nombre
- Savoir lire l'information contenue dans l'écriture d'un nombre
- Comprendre la technique opératoire d'une addition (et d'une soustraction)

Premier temps de la formation

L'animateur compte le nombre de participants à l'atelier dans une nouvelle base plusieurs fois pour faire mémoriser le nom des nombres et ensuite il fait jouer au jeu du furet (il dénombre en parcourant l'assemblée différemment à chaque fois pour essayer de confronter le plus de participants à la difficulté de mémorisation).

On utilise la comptine numérique de l'annexe 1

Consigne : Je vous fais jouer à différents jeux classiques (4) mais avec cette numération

1. jeu du furet :
    a. à l'endroit à partie de « un »,
    b. à l'endroit à partir de six,
    c. à l'endroit de 2 et 2,
    d. à l'envers à partir de « trix-deux »,
    e. désigner ceux qui vont faire « chut » au lieu de dire le nombre (penser à en avoir qui se suivent) puis dans l'ordre dire « chut » pour certains à la place du nombre et les nombres pour d'autres (variante de plouf dans l'eau sans bande numérique).
2. Une bande numérique (annexe 1) est ensuite affichée présentant les écritures « chiffrées » des nombres (B, C, D, E, F, BA, BB, BC, ….), la façon de les dire et une représentation analogique avec des faces de dés. Il faut trouver certains nombres dont une des écritures a été cachée (écriture chiffrée ou/et écriture en lettres) et dire comment ils s'écrivent ou se disent. Les nombres cachés choisis sont F, CA, six-trois, six-quatre, douze, sept, trix, trix-un, trix-deux et leurs représentations analogiques.
3. Une fiche avec des nombres manquants en écriture chiffrée (dans la base) écrits dans le désordre est donnée en travail individuel (annexe 2 Quels sont les nombres manquants ?).

Nous interrogeons les participants sur deux points :

- Apprendre la comptine et l'utiliser
  Comment l'avez-vous mémorisé ?

- Retrouver les nombres cachés
  Quelles procédures avez-vous employées ?

  1. *Sur la bande numérique*
  2. *Avec les nombres manquants*
  3. *Avec le tableau de nombres*

4. Un tableau de nombres (annexe 3) est affiché (et restera affiché), certains nombres ont été cachés avec des post-it de couleurs différentes et valent des points différents. Il est demandé aux participants si les procédures utilisées ont été les mêmes ou pas que dans les deux activités précédentes.

Synthèse du formateur sur approche globale et algorithmique

- ***Deuxième temps de la formation***

Nous distribuons aux participants regroupés par 3 ou 4, un lot important de bouchons (plus de 72) dans un sac en plastique accompagné d'un couvercle en carton et ils doivent dénombrer les bouchons.

Consigne 1:

Dans le système de numération utilisé, indiquer combien de bouteilles on pourrait boucher avec ces bouchons.

Faites l'activité en groupes de 3-4.

Un temps d'échanges est fait après cette première consigne. Les consignes 2 et 3 sont données ensemble. La consigne 4 est donnée après un rapide échange et pour ouvrir vers les techniques opératoires en faisant calculer une addition et une soustraction. (Nous n'avons pas toujours le temps de la faire)

Consigne 2 en groupe de 3-4 :

Les bouteilles sont vendues par pack de six, rédiger un bon de commande écrit. Compléter le bon de commande avec la numération apprise.

Le bon de commande de la consigne 2 se présente sous cette forme :

On peut boucher ……… bouteilles Soit : ……… packs de six bouteilles et ……… bouteilles isolées

Consigne 3 : en individuel rédiger deux bons de commande

Remplir les bons de commande,

Les deux bons de commande de la consigne 2 (annexe 4) ont deux variantes et introduisent des mots-nombres qui n'ont encore été utilisés (quadrix et sextus) et une nouvelle irrégularité.

Prolongement

Consigne 4

Calculer CFD + ECD et ECD – CFD

Expliquez comment vous faites.

Qu'est-ce qui est pareil, qu'est-ce qui est différent par rapport à ce que pourrait faire un élève de CP ?

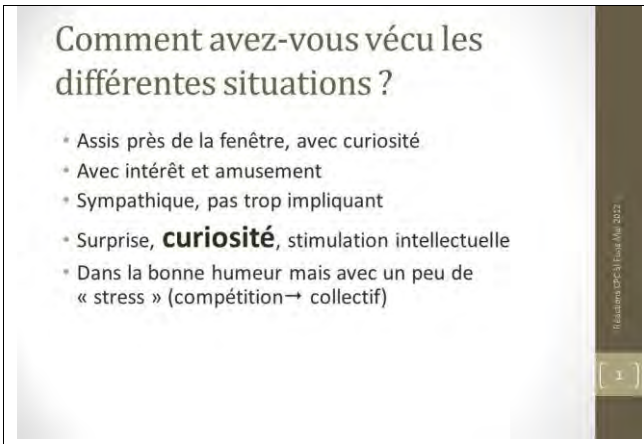
Synthèse du formateur sur approche groupements-échanges.

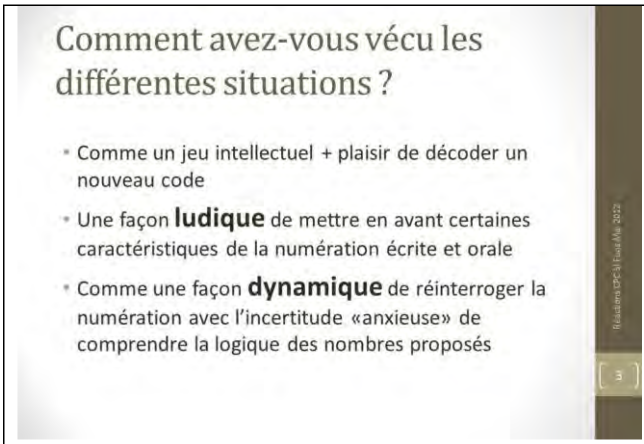
(Retour au texte)

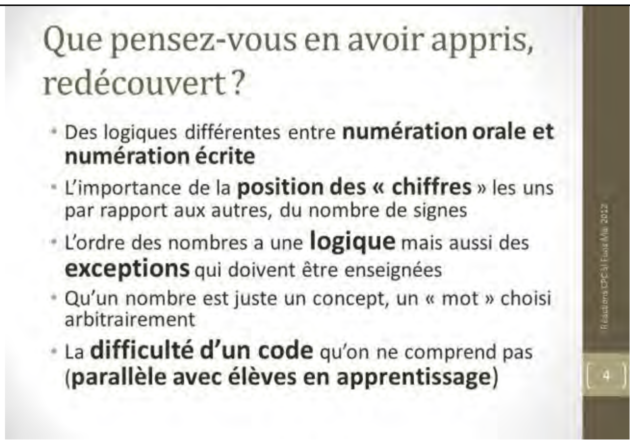
ANNEXE 7 – DES REACTIONS DE CONSEILLERS PEDAGOGIQUES

(Retour au texte 1) (Retour au texte 2)

Lors d'une formation de conseillers pédagogiques le 24 mai 2012 à Saint-Fons







Que pensez-vous en avoir appris, redécouvert ?

- Le fonctionnement de la numération de position
- Distinction et liens entre numération orale et écrite, logique de la numération de position
- Remontée de la numération en base
- Notion de numération de position, notion de base on s'appuie sur ce que l'on connait
- Redécouvert le pays du 3, 4 les bases en CM2, le château des nombres d'ERMEL

5

Que pensez-vous en avoir appris, redécouvert ?

- Appui sur des connaissances pour comprendre le « fonctionnement » et faire des essais
- Besoin de mémoire, de concentration

- Une autre façon d'appréhender l'ensemble de la construction des nombres en pointant les obstacles à la compréhension
- Appris : Possibilité de transposer une situation vécue en FLE, redécouvert : travail effectué avec des élèves non francophones

6

Qu'est-ce qui vous a surpris ?

- La suite des nombres de la 1ère situation
- Les ruptures dans la suite numérique orale (huit → six-trois, six-cinq → douze)
- Dans la 1ère suite des nombres, utilisation du 7 et 8 puis abandon
- Les lettres pour faire correspondre aux nombres
- La manière de compter (jeu du furet)
- Un système de comptage nouveau
- Mémoriser sans comprendre tout le fonctionnement du code, la stimulation intellectuelle, la frustration de ne pas tout comprendre

7

Qu'est-ce qui vous a surpris ?

- Qu'il existe de multiples manières de compter (au-delà des traditionnelles (antiquités, civilisations extra européennes) et qu'on peut en inventer
- Le jeu illustre notre système numérique
- La « déconstruction » du système de comptage pour entendre un autre « système »
- Le choix des « noms » des nombres inférieurs à 8 qui entraîne une confusion avec « notre » système
- La rapidité des autres
- La rapidité à laquelle je me suis mise à penser la logique de construction
- La difficulté à se concentrer

8

Qu'est-ce qui vous a éclairé ?

- Les supports utilisés
- L'organisation des nombres dans le château

- Un rythme que l'on reproduit → on comprend donc un système, un fonctionnement, travailler sur la suite orale
- Le fait que le jeu soit répété plusieurs fois par l'enseignante et l'affichage + l'exercice sur feuille

- La compréhension de cet élément lors de la présentation de la frise numérique
- Appui sur l'ordre alphabétique
- La récurrence
- L'algorithme des lettres

9

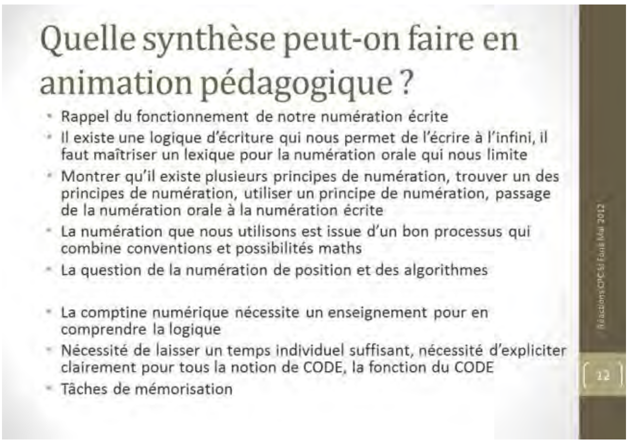
Qu'est-ce qui vous a éclairé ?

- La synthèse commune, je n'avais pas compris la logique de la désignation des nombres
- Les questions des autres

- L'apparente logique découverte, le passage par l'écrit
- Ne pas tout dire de la logique de construction des nombres à la fin de la 1ère activité pour garder l'attention, séparer la numération orale et écrite

- La transposition
- Les connaissances précédentes, les expériences

10



retour sommaire

BASE DE DONNÉES SUR « MATHÉMATIQUES ET LITTÉRATURE DE JEUNESSE »

Pierre EYSSERIC
Formateur permanent,
IUFM Aix-Marseille Université, Site d'Aix en Provence, IREM de Marseille
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Frédérique MISKIEWICZ
Formatrice permanente,
IUFM Aix-Marseille Université, Site de Digne les Bains, IREM de Marseille
frederique.miskiewicz@univ-amu.fr

Résumé
Dans un premier temps, les auteurs présentent une base de données interactive et évolutive intégrée à la base *PUBLIMATH* et qui regroupe un grand nombre de références relatives à l'utilisation des albums de littérature jeunesse dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école.
L'article reprend ensuite le travail proposé dans l'atelier pour faire découvrir cet outil ainsi que les principaux éléments issus de la discussion avec les participants : utilisations possibles, prolongements à envisager pour enrichir la base de données et faciliter son utilisation.

Exploitations possibles
La base de données présentée représente un outil utile au formateur qui peut être exploité dans le cadre de la formation initiale ou continue des Professeurs des Écoles. Elle est également utilisable par des Professeurs des Écoles.

Mots-clés
Formation initiale et continue. Professeur des Écoles. Maternelle. Primaire. Album de littérature jeunesse. Livre à compter. Publimath. Structuration du temps. Structuration de l'espace. Nombre. Activité logique.

BASE DE DONNEES SUR « MATHEMATIQUES ET LITTERATURE DE JEUNESSE »

Pierre EYSSERIC
Formateur permanent,
IUFM Aix-Marseille Université, Site d'Aix en Provence, IREM de Marseille
pierre.eysseric@univ-amu.fr

Frédérique MISKIEWICZ
Formatrice permanente,
IUFM Aix-Marseille Université, Site de Digne les Bains, IREM de Marseille
frederique.miskiewicz@univ-amu.fr

Résumé
Dans un premier temps, les auteurs présentent une base de données interactive et évolutive intégrée à la base *PUBLIMATH* et qui regroupe un grand nombre de références relatives à l'utilisation des albums de littérature jeunesse dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école.
L'article reprend ensuite le travail proposé dans l'atelier pour faire découvrir cet outil ainsi que les principaux éléments issus de la discussion avec les participants : utilisations possibles, prolongements à envisager pour enrichir la base de données et faciliter son utilisation.

1. INTRODUCTION

Les albums de littérature de jeunesse sont souvent utilisés dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école maternelle, moins souvent à l'école élémentaire. Depuis une quinzaine d'année, des interventions en formation initiale ou continue de PE, ainsi qu'en formation de formateurs ont permis de développer cette approche. Celles-ci ont permis de construire une importante bibliographie thématique d'albums utilisables en mathématiques et de répertorier de nombreux travaux autour de la liaison mathématiques-littérature de jeunesse réalisés dans des classes et/ou dans le cadre de la formation, puis diffusés via un site internet (www.pierreeysseric.net/ALBUMS.htm). Les retours, aussi bien de la part de PE en formation que de formateurs IUFM ont fait apparaître la nécessité d'un outil évolutif et facilement accessible pour les formateurs comme pour les formés, regroupant les données bibliographiques en lien avec les travaux existants.

Par le biais d'un groupe de production de ressources de l'IUFM d'Aix Marseille Université, nous avons construit un outil répondant au cahier de charges suivant :

> Regrouper un grand nombre de références relatives à l'utilisation des albums de littérature jeunesse dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école au sein d'une base de données interactive, évolutive et utilisable tant par les enseignants que par leurs formateurs.

Pour y parvenir, nous avons entrepris de :

- constituer une première base de données regroupant entre 300 et 500 ouvrages organisés thématiquement autour des sujets d'étude mathématique auxquels ils peuvent être reliés ;
- répertorier les travaux réalisés en classe et/ou en formation autour de certains de ces albums dans une banque ;
- construire des liens hypertextes entre la base de données et la banque de travaux ;
- prévoir l'évolution contrôlée de la base de données : possibilité pour un usager de proposer via internet de nouvelles fiches (albums, travaux de classes ou en formation) ; ces dernières seront alors examinées par une équipe de suivi de la base qui décidera de les intégrer après éventuellement des réécritures ou de les rejeter.

Ce travail est aujourd'hui largement avancé avec environ 200 titres référencés et 300 autres en cours de référencement. Il se fait via la collaboration avec *PUBLIMATH* qui a accepté d'intégrer notre base à celle plus vaste des publications relatives à l'enseignement des mathématiques de la maternelle à l'université.

Aujourd'hui, tout en poursuivant le développement de cette base, un enjeu important est de la faire connaître aux différents acteurs pour lesquels elle est conçue afin de passer de la phase de conception à celle de son utilisation.

Le travail dans l'atelier a permis de familiariser les participants avec cet outil et de réfléchir à son utilisation. Dans une première partie, nous présentons la base de données, son fonctionnement et quelques exemples de fiches sur des albums ou sur des ouvrages proposant des utilisations d'albums dans le cadre d'apprentissages mathématiques. Dans un second temps, nous revenons sur le travail des participants dans l'atelier : élaboration de fiches à partir de quelques albums, proposition pour améliorer et enrichir l'outil présenté.

I - PRESENTATION DE LA BASE DE DONNEES

1 *PUBLIMATH* : description et fonctionnement

PUBLIMATH est une base de données bibliographiques sur l'enseignement des mathématiques ; elle est développée par l'**APMEP** (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Primaire) et l'**ADIREM** (Assemblée des Directeurs d'IREM) depuis 1996 avec le soutien de la **CFEM** (Commission Française de l'Enseignement des Mathématiques) et de l'**ARDM** (Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques).

PUBLIMATH présente un ensemble de notices sur des publications orientées vers l'enseignement des mathématiques :

- utiles à des enseignants de la maternelle à l'université, étudiants, formateurs, enseignants-chercheurs, chercheurs, etc. ;
- concernant des documents divers (livres, revues, logiciels, vidéos, sites Web, etc.) ;
- enrichies, pour certaines, de compléments en anglais, allemand, espagnol, italien ou portugais.

PUBLIMATH contient, pour chaque document indexé, un résumé souvent très développé, des mots-clés le décrivant en détail, rédigés et choisis par des spécialistes de la discipline. Cette spécificité en fait un outil très performant.

PUBLIMATH propose depuis deux ans pour certaines notices des pistes d'utilisation pour la classe.

PUBLIMATH permet par une recherche simple ou avancée de consulter :

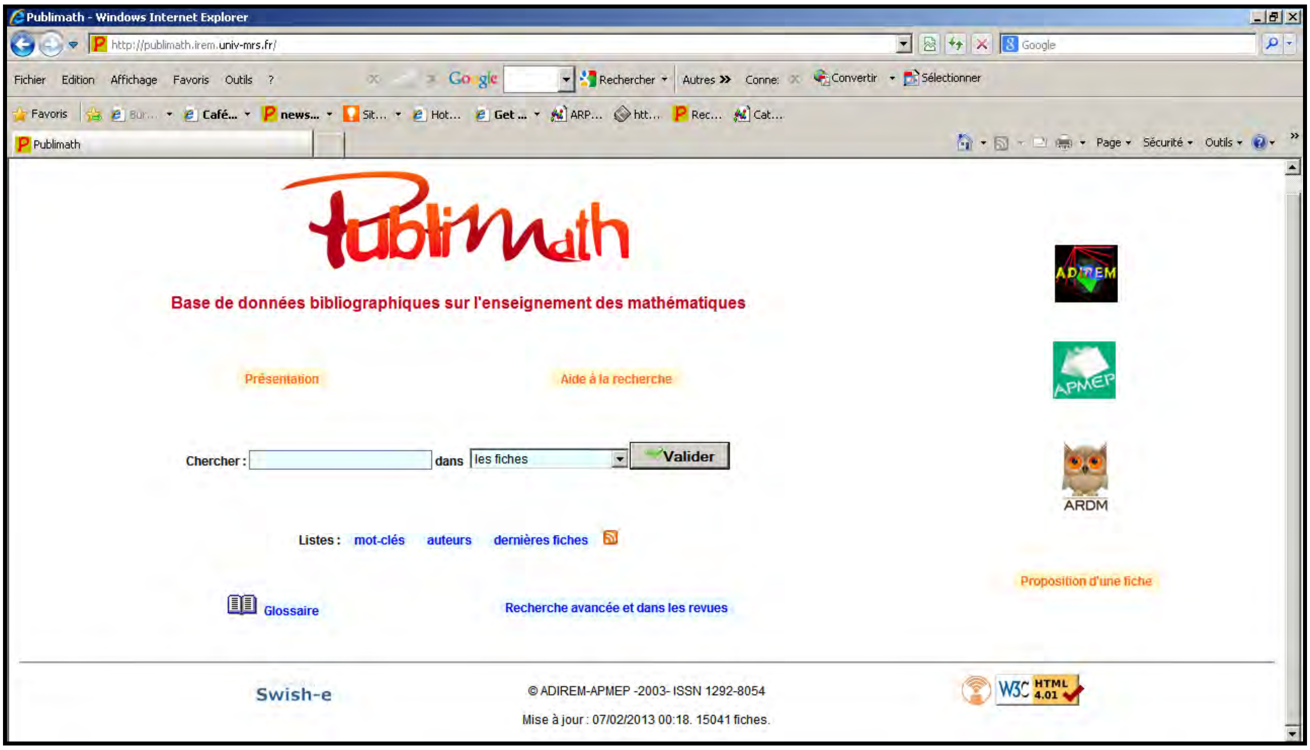
- toutes les publications diffusées par l'APMEP, celles de chaque IREM ou commission Inter-IREM, de l'ADRM, de la SBPMef (Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française) ;
- les sommaires de revues : *Bulletin Vert* de l'APMEP, *PLOT*, *l'Ouvert*, *Petit Vert, Repères-IREM*, *Grand N*, *Petit x*, *RDM*, *Mathématiques et Pédagogie*, *Quadrature*, etc. ;
- des documents qui ne sont pas dans les circuits habituels de l'édition concernant des domaines variés : enseignement, didactique, histoire, culture, arts et divertissements, etc.

PUBLIMATH contient, depuis début février 2013, plus de 15 000 notices et propose l'accès à un glossaire comportant plus de 2 300 définitions répertoriées dans 19 domaines.

La responsable de cette base de données est Michèle Bechler on accède à la base à l'adresse http://publimath.irem.univ-mrs.fr/ ou en saisissant « Publimath » dans n'importe quel moteur de recherche.

1.1 Recherche de données bibliographiques dans PUBLIMATH

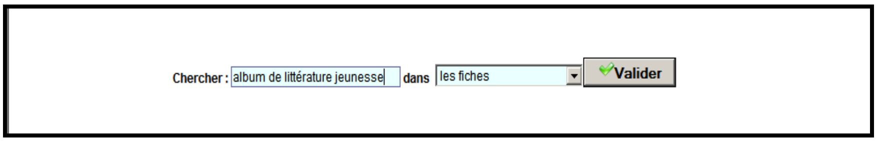
La page d'accueil (voir ci-dessous) permet un accès aux différentes potentialités de la base.



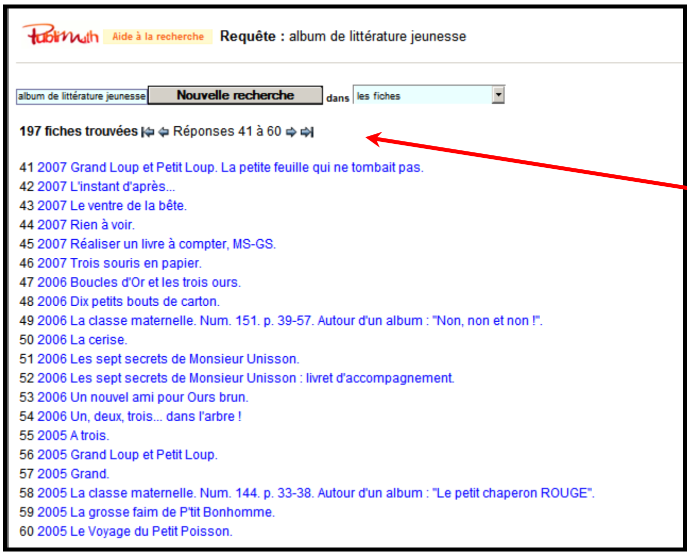
Recherche simple en saisissant un ou plusieurs mots dans le champ « Chercher »

Exemple 1

Si on saisit « album de littérature jeunesse » et qu'on valide la recherche dans « les fiches » (voir illustration ci-dessous), on accède aux titres de toutes les notices ayant un lien avec les albums de littérature jeunesse : soit des albums, soit des articles ou des ouvrages parlant de l'utilisation des albums dans la classe de mathématique.



Les titres des notices sont affichés par page contenant un maximum de vingt titres chacune :



Navigation entre les différentes pages de notices correspondant à la requête effectuée.

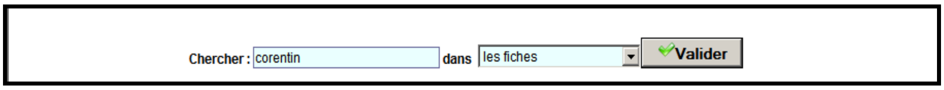
Exemple 2

Si on saisit un titre d'ouvrage (ici « Patatras ») et si on effectue une recherche dans « les fiches » :

on accède à la notice de cet ouvrage et aux notices (d'autres ouvrages ou articles) dans lesquelles il est fait référence à ce titre :

Exemple 3

Si on saisit un nom d'auteur (ici « Corentin ») et si on effectue une recherche dans « les fiches » :

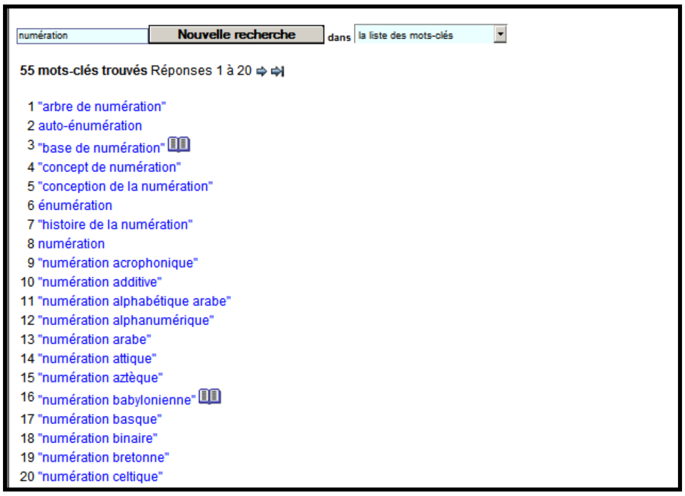


on accède aux notices réalisées pour les ouvrages de cet auteur :

Autres recherches simples possibles

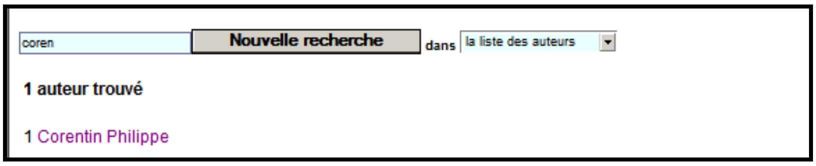
Au lieu de demander la recherche dans les fiches, il est possible de l'effectuer :

- dans la liste des mots-clés : on accède à la liste de toutes les phrases-clés (combinaison de plusieurs mots) contenant le mot saisi et utilisées dans au moins une notice ;



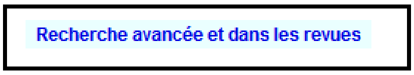
Copie d'écran avec la recherche du mot-clé « numération ».

- dans la liste des auteurs : pour rechercher un auteur et les notices relatives à ses ouvrages à partir de son nom ou d'une partie de celui-ci (par exemple, la requête « coren » permet d'accéder à l'auteur Philippe Corentin, voir ci-dessous)

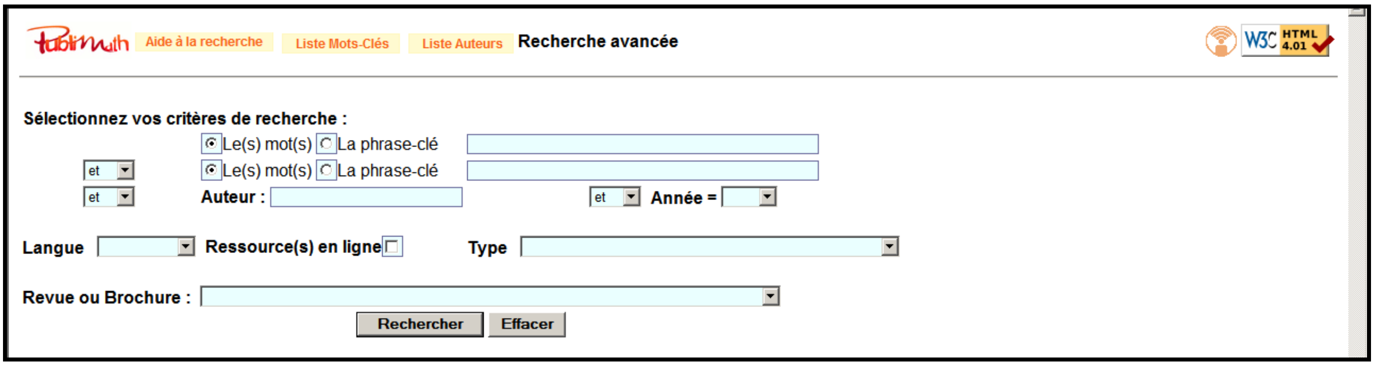


- dans les fiches du glossaire : pour rechercher les expressions contenant le ou les mots saisis qui ont une fiche dans le glossaire (exemple ci-dessous avec « structure répétitive »).

Recherche avancée et dans les revues

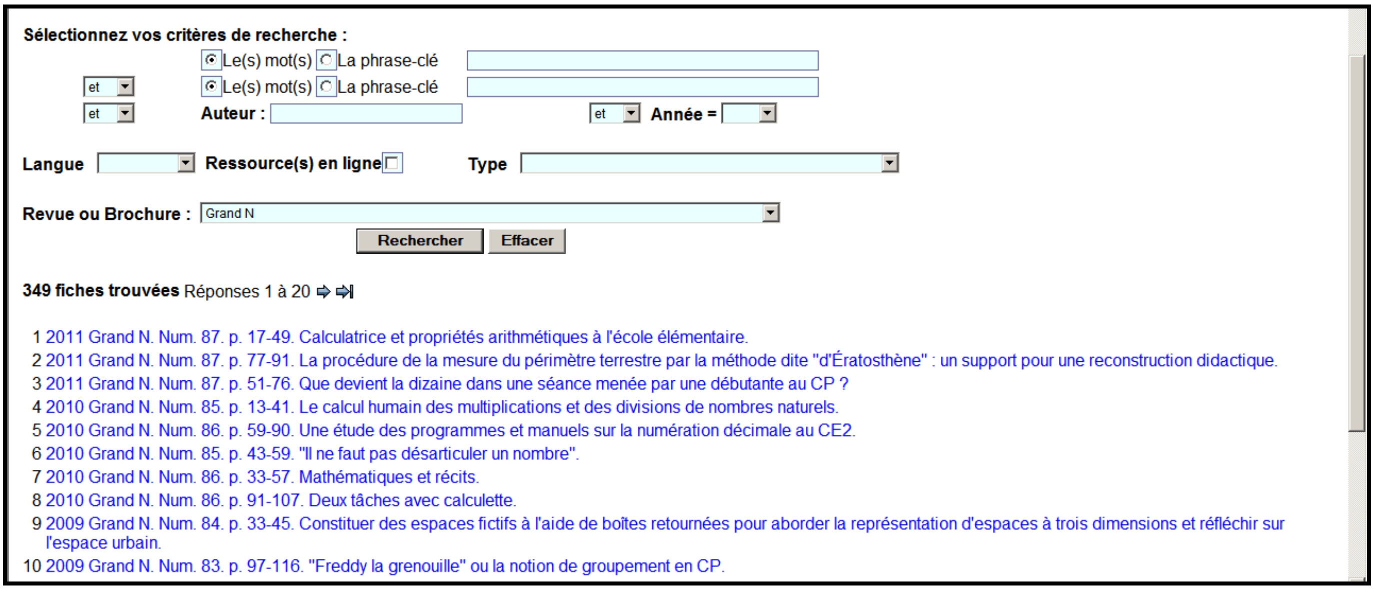
En cliquant sur 

en bas de la page d'accueil, on accède à un nouvel écran.

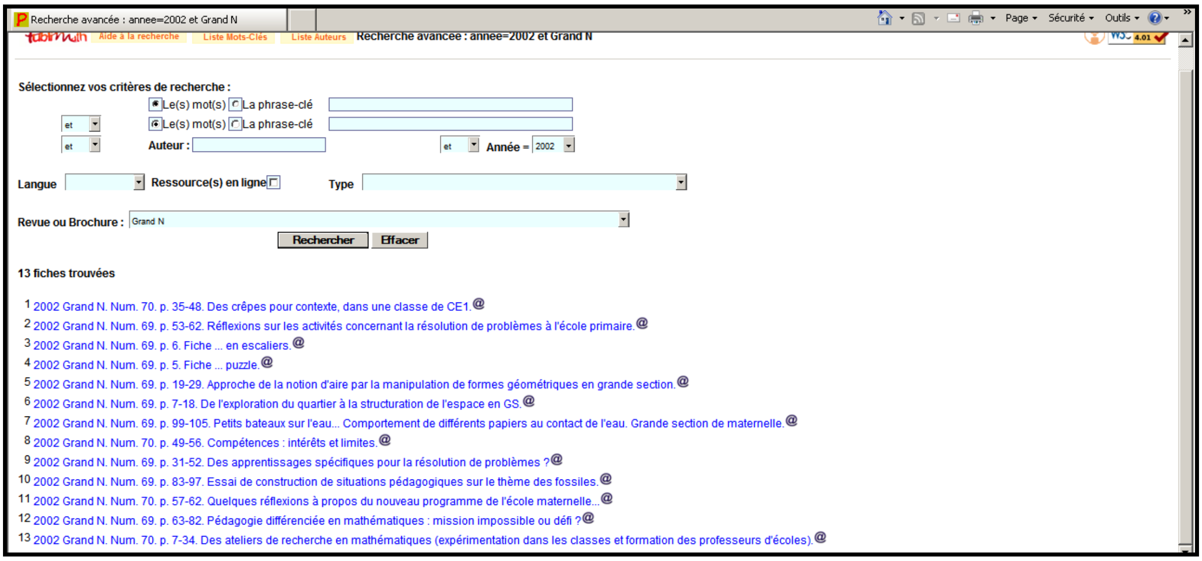


Celui-ci permet :

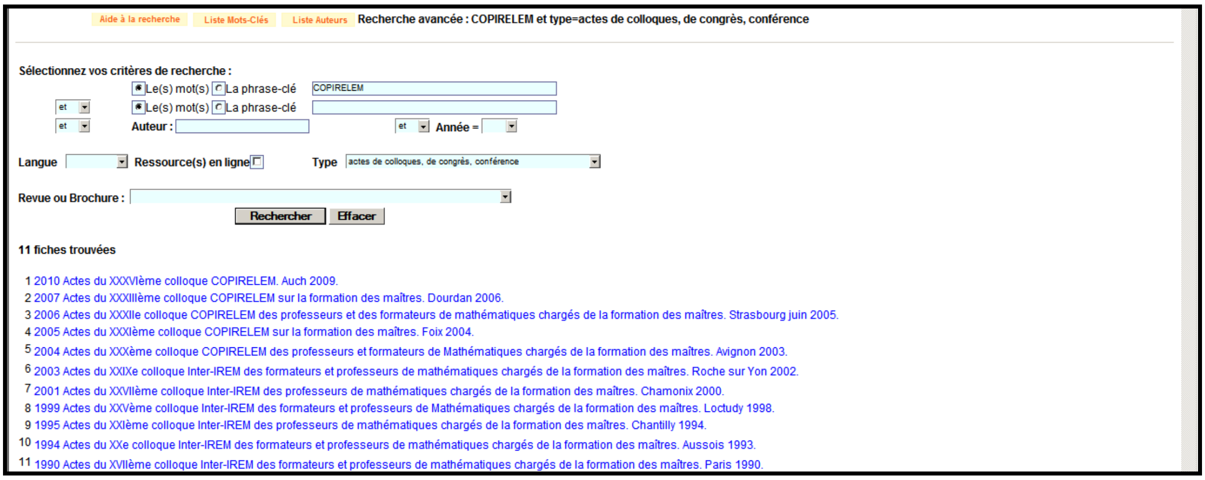
- l'affichage de tous les titres des articles recensés dans la base pour une revue en sélectionnant le titre de celle-ci dans le champ « revue ou brochure » (exemple ci-dessous avec la revue Grand N) ;



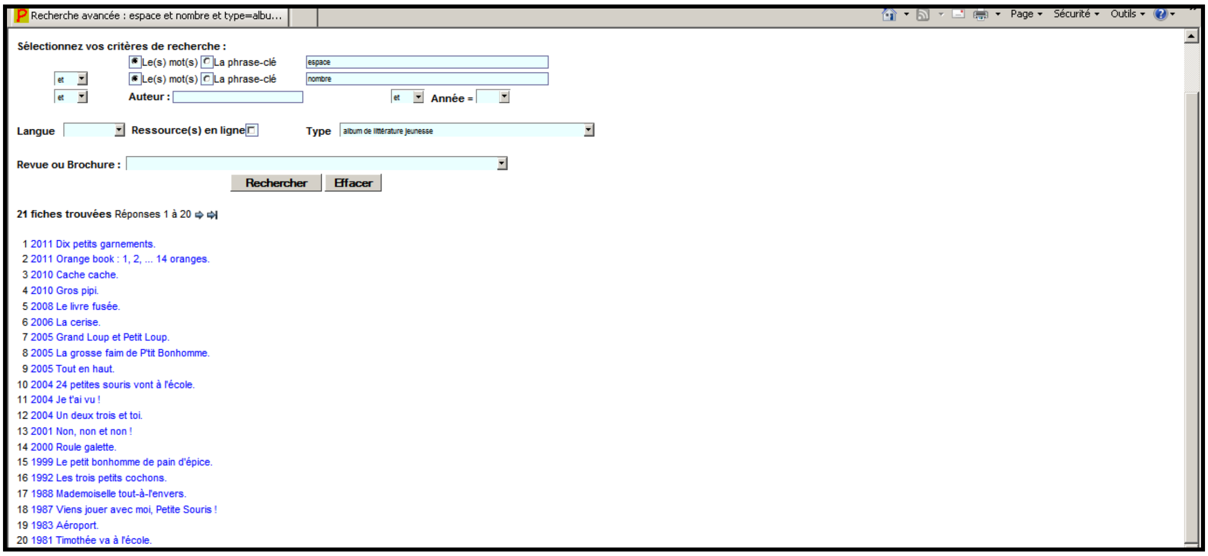
on peut affiner la recherche en précisant par exemple un auteur et/ou une année ; la présence du symbole @ à côté du titre d'une notice indique que l'article est accessible en ligne ;



- l'affichage de tous les titres des notices relatives à un type de publication donné (ci-dessous un exemple avec les notices de type « Actes de colloque » pour lequel on a précisé la recherche avec le mot-clé COPIRELEM) ;



- l'affichage d'une bibliographie thématique pour un type de publication donné (exemple ci-dessous avec les albums de littérature jeunesse utilisables en lien avec l'espace et avec le nombre).



Accès à diverses listes :

« Mot-clés » donne accès à la liste des mot-clés utilisés dans la base et classés par ordre alphabétique.

« Auteurs » donne accès à la liste des auteurs présents dans des notices de la base et classés par ordre alphabétique.

« Glossaire » donne accès aux mot-clés pour lesquels une fiche a été créée dans le glossaire : les mot-clés sont classés dans 19 domaines et par ordre alphabétique à l'intérieur de chaque domaine.

L'icône à côté d'un mot ou d'une phrase clé indique l'existence d'une notice dans le glossaire.

« Dernières fiches » donne accès aux notices qui viennent d'être introduites dans la base ; on peut faire afficher les 20 dernières, ou les 50 dernières ou encore les 100 dernières mais on peut aussi demander les fiches introduites au cours des trois derniers jours, ou depuis une semaine ou encore depuis un mois.

1.2 Les notices PUBLIMATH

Dès que l'on active le titre, la notice correspondante apparaît et contient les rubriques et informations suivantes en référence aux normes LCMARC[64] :

Auteur(s)

***Titre** de la publication et, éventuellement le sous-titre ou le titre de la collection ; pour un article, le nom de la revue, le numéro, les pages et le titre et, éventuellement le sous-titre de l'article.*
Parfois leur traduction : English title, Deutscher Titel, Titulo español.

Éditeur :** son nom (Pour les IREM, les régionales APMEP, l'APMEP possédant un site internet, il existe un lien permettant d'accéder à ce site), la **ville d'édition**, l'**année de publication** et la **collection

***Format :** les dimensions de l'ouvrage et le nombre de pages, le numéro **ISBN**, **EAN** ou **ISSN** s'il existe.*

***Type :** article de périodique ou revue, manuel élève, exercices, logiciel, ouvrage (au sens classique de l'édition), film, ressource numérique, etc. la **Langue** et **Support** : papier, disquette, cédérom, dévédérom, internet, etc.*

[64] MARC pour Machine Readable Cataloguing, en français catalogage lisible en machine, et LC pour Library of Congress. Le format LCMARC a été créé vers 1965 par la bibliothèque du Congrès aux États-Unis.

Utilisation : *le public visé. Matériel utilisé : calculatrice, nom de logiciel, tablette de rétroprojection, etc. ,* ***Niveau scolaire*** *et* ***Age***

Résumé : *quelques lignes décrivant le contenu et la problématique de la publication.*

Notes : *des informations complémentaires (version texte intégral, fac-similé numérique, application en téléchargement, etc.)*

Pistes d'utilisation en classe : *des conseils permettant d'intégrer la ressource dans le cadre de certains apprentissages.*

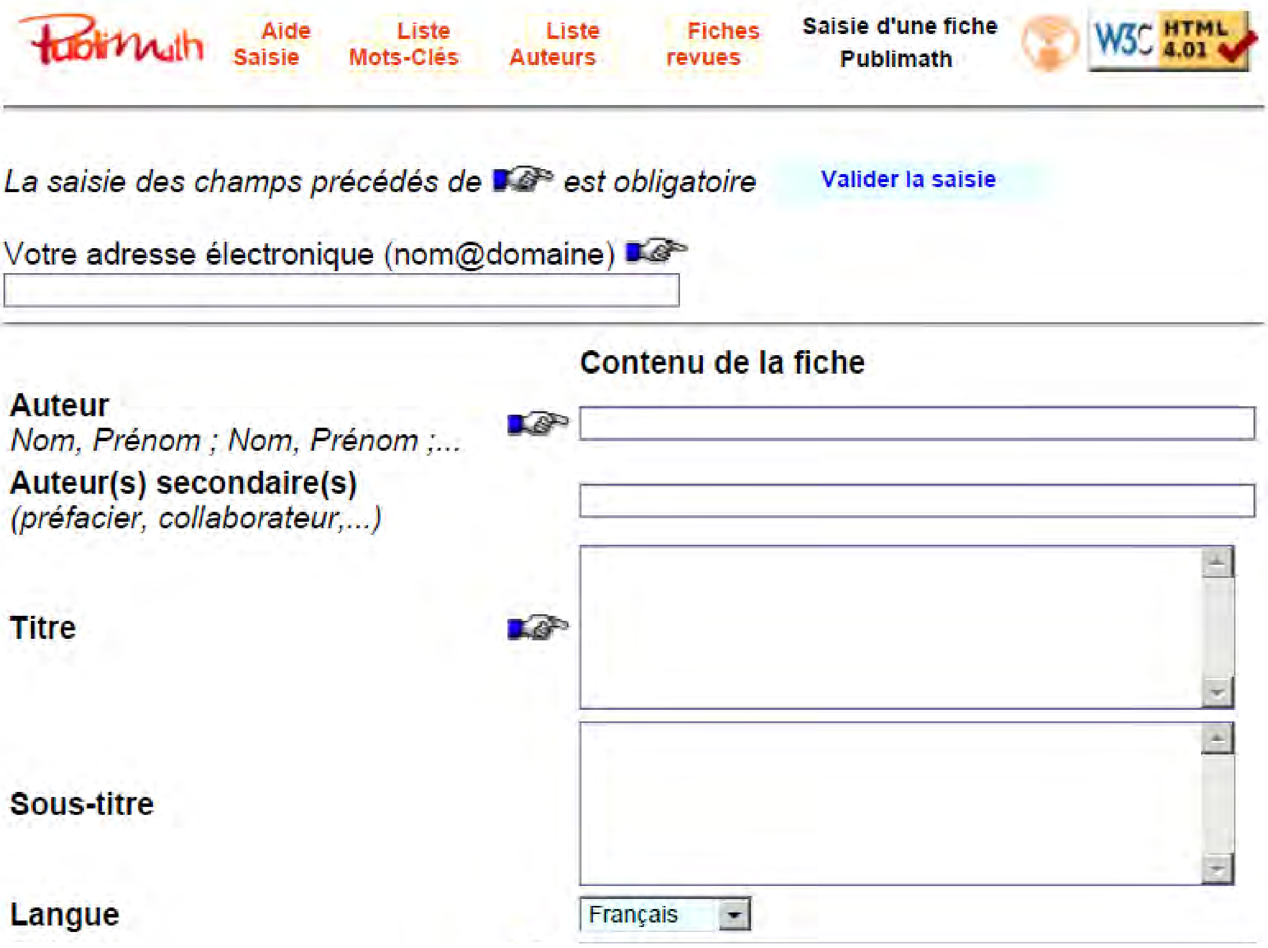
Bibliographie*, notes bibliographiques, notes biographiques ou Index.*

Mots-clés : *Ils sont éventuellement complétés par une documentation donnée par le glossaire (définition ou énoncé, biographie).*

Il est possible à tout moment de faire corriger le contenu d'une fiche, si on constate une faute ou une omission ; il suffit de signaler le problème à l'équipe des responsables de la base de données *PUBLIMATH* en cliquant sur « *Aidez-nous à améliorer cette fiche* » figurant en haut de chaque notice.

Dans la base figurent aussi des fiches incomplètes (qui seront complétées dès que possible). Ce sont des fiches (souvent transmises par des personnes extérieures à l'équipe *PUBLIMATH*) dans lesquelles il manque au moins un des renseignements requis cités plus haut. Une telle fiche comporte la mention « Fiche à compléter » et sous la rubrique NOTES, on peut lire : *ATTENTION ! Cette fiche est incomplète, aidez nous à la compléter. Dans celle-ci il manque ...*

Enfin la rubrique « *Proposition d'une fiche* » permet à tout utilisateur d'accéder à un formulaire en ligne ; il suffit de le compléter pour soumettre une nouvelle notice aux responsables de la base de données.


Publimath | Aide Saisie | Liste Mots-Clés | Liste Auteurs | Fiches revues | Saisie d'une fiche Publimath

La saisie des champs précédés de ☞ *est obligatoire*   Valider la saisie

Votre adresse électronique (nom@domaine) ☞

Contenu de la fiche

Auteur ☞
Nom, Prénom ; Nom, Prénom ;...

Auteur(s) secondaire(s)
(préfacier, collaborateur,...)

Titre ☞

Sous-titre

Langue   Français

Editeur	
Ville d'édition	
Pays d'édition	France
Année de publication	2013
Pagination *(dimensions et nombre de pages)*	
Collection	
Numéro dans la collection	
ISBN	
ISSN	
Type de document	ouvrage (au sens classique de l'édition)
Support	papier
Adresse d'accès	
Matériel	
Type d'utilisateur	
Age	
Niveau	
Résumé	
Notes *autres informations utiles non saisies*	
Pistes d'utilisation en classe	
Mots-clés *et phrases-clés un par ligne*	
Résumé en langue étrangère	
Bibliographie	de la page à la page

Valider la saisie

2 Les albums de littérature jeunesse dans *PUBLIMATH*

Bien que les albums de littérature jeunesse ne représentent qu'une toute petite partie du contenu de la base de données *PUBLIMATH* (actuellement environ 200 notices sur un total de plus de 15 000), nous avons choisi cette intégration à une base existante plutôt que l'alternative du développement d'une base de données spécifique sur les albums de littérature jeunesse. En effet il nous semble que ce choix permet :

- d'assurer un minimum de pérennité, en s'appuyant sur une structure institutionnellement reconnue et qui a fait preuve depuis plus de dix ans de sa fiabilité et de sa capacité à évoluer ;
- de favoriser une plus grande reconnaissance des activités mathématiques en lien avec la littérature jeunesse.

De plus cela nous a contraints à une rédaction plus fine des notices proposées afin, par exemple, d'utiliser des mots clés compatibles avec ceux déjà utilisés dans la base pour les autres ouvrages mathématiques.

L'entrée des albums de littérature jeunesse dans *PUBLIMATH* a aussi été à l'origine d'une nouvelle rubrique dans les notices, les *« pistes d'utilisation pour la classe »* dont l'intérêt est reconnu par les utilisateurs de cet outil.

Les notices *PUBLIMATH* relatives à la littérature jeunesse concernent actuellement deux types de support :

- des albums de littérature jeunesse utilisables en classe à l'école maternelle ou à l'école élémentaire ;
- des articles ou des ouvrages dans lesquels l'utilisation d'albums de littérature jeunesse est évoquée avec des exemples de situations plus ou moins explicitées.

Dans un proche avenir, nous proposerons des notices relatives à des pages internet pérennes proposant des situations d'apprentissages mathématiques pertinentes intégrant l'utilisation d'albums de littérature jeunesse.

PUBLIMATH permet aussi de relier certaines notices par des liens hypertextes et de les organiser en réseau.

La phrase clé *« album de littérature jeunesse »* permet d'accéder à l'ensemble des notices, indépendamment du support. Si on souhaite accéder uniquement aux notices des albums, on utilisera la recherche avancée qui permet de préciser le *« Type »* et on choisira *« album de littérature jeunesse »* dans le menu déroulant.

3 Exemples de notices

Voici quelques exemples des notices réalisées afin de donner une idée des contenus relatifs à la littérature jeunesse disponibles dans *PUBLIMATH*.

3.1 Album à compter

Actuellement la recherche avancée sur le type *« album de littérature jeunesse »* en précisant le mot clé *«compter »* donne accès à 70 notices.

Celles-ci concernent essentiellement des albums classiquement qualifiés d'albums à compter : ils présentent explicitement la suite des premiers nombres entiers dans l'ordre croissant ou décroissant, et dans un champ numérique dont l'amplitude est souvent dix mais peut être inférieure ou supérieure selon les albums. L'annexe 1 présente trois exemples de telles notices : *« Petit Poisson blanc compte jusqu'à 11 », « La chevrette qui savait compter jusqu'à 10 », « Orange Book : 1, 2, … 14 oranges ».*

Mais on va aussi trouver des notices d'albums sans intention didactique explicite relative au nombre. Ce sont des albums construits sur une structure répétitive par accumulation ou par succession dans lesquels le nombre n'apparaît pas explicitement mais joue un rôle dans la compréhension :

- nombre cardinal lorsque la répétition conduit à une « accumulation » de personnages de plus en plus nombreux (par exemple *« Un nouvel ami pour Ours Brun »* ou *« Alboum »* - voir annexe 2) ;

- nombre ordinal lorsque la répétition se traduit par une série de rencontres successives (par exemple « *7 souris dans le noir* » ou « *Un petit trou dans une pomme* » - voir annexe 3).

3.2 Autres albums

La plupart des albums de littérature jeunesse n'ont aucune intention didactique relative aux mathématiques et ne font aucune référence explicite à des savoirs de cette discipline.

Cependant il s'avère que certains savoirs mathématiques, en particulier dans le cadre de l'école maternelle, jouent un rôle important dans la compréhension de l'histoire comme des illustrations : représentation de l'espace, structuration des différents espaces d'un conte, repérage dans le temps, reconnaissance de formes, comparaison de grandeurs… Cela conduit naturellement à proposer des pistes d'utilisation de ces albums dans le cadre d'apprentissages mathématiques ; ce sont elles qui sont présentées succinctement dans les notices de ces albums sans contenu mathématique explicite.

Quelques exemples de telles notices figurent en annexe 4 : « *Le voyage de l'escargot* » et la structuration des espaces ; « *Avant avant* » et les premiers repères chronologiques ; « *Grand* » et la comparaison de tailles ; « *Trois souris en papier* » et les formes géométriques.

Toutefois il n'est pas possible en général de mettre en œuvre dans une même classe l'ensemble des pistes évoquées dans une notice ; il s'agit d'un inventaire de possibles et en aucun cas d'un ensemble d'activités à utiliser de façon exhaustive. Il convient lorsqu'on utilise ces notices de ne jamais oublier que les albums de littérature jeunesse sont avant toute chose destinés à être lus et leur utilisation dans un contexte d'apprentissage scolaire doit si possible servir la lecture et a minima, ne pas en détourner.

3.3 Ouvrage sur l'utilisation des albums

Nous avons établi des notices pour tous les ouvrages dans lesquels il est question au moins dans un chapitre de l'utilisation des albums de littérature jeunesse dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école. Un exemple de ces notices est présenté en annexe 5.

3.4 Article dans une revue pédagogique

Des notices ont en particulier été rédigées pour tous les dossiers d'utilisation pluridisciplinaire d'un album proposés dans la revue La Classe Maternelle. Des liens hypertextes permettent de naviguer de la notice d'un article à celles des albums auxquels il est fait référence et réciproquement.

De façon générale, nous essayons de référencer dans la base tous les écrits existants relatifs à l'utilisation des albums de littérature jeunesse dans les apprentissages mathématiques à l'école.

II - TRAVAIL SUR QUELQUES ALBUMS

1 Les albums proposés dans l'atelier

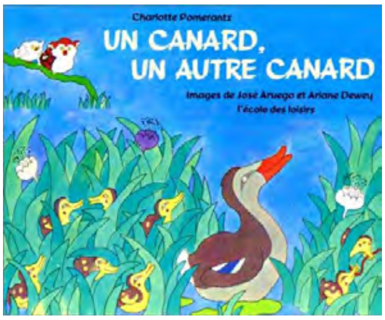
Nous n'étions pas très nombreux dans l'atelier et nous avons dû composer avec une panne du serveur qui nous a privés de l'accès à la base *PUBLIMATH* pendant la première partie de l'atelier. Le travail des participants s'est donc concentré sur trois albums qui permettaient d'aborder des domaines mathématiques différents :

- un album à compter : *Un canard, un autre canard* de Charlotte Pomerantz, illustré par José Aruego et Ariane Dewey et publié par l'École des loisirs en 1985 ;
- un album plus orienté vers la structuration du temps : *Combien de temps dure un instant ?* de Delphine Guéchot, publié par Bilboquet en 2004 ;
- un album intéressant du point de vue de la structuration spatiale : *Toc toc toc* d'Anne Herbauts publié par Casterman en 2011.

2 Les analyses des participants

Dans l'atelier, les participants ont analysé les albums de façon à repérer d'une part quelques mots clés susceptibles de bien refléter le travail en mathématiques envisageable autour de l'album et à formuler d'autre part quelques pistes d'utilisation dans les classes de l'école primaire.

2.1 Un canard, un autre canard



Mots clés

Comptine numérique - Nombre ordinal - Nombre cardinal.

Pistes d'utilisation

Apprentissage de la comptine numérique avec interruption : dans l'album, on commence à compter jusqu'à cinq ; un élément vient interrompre le comptage qui doit être repris une ou deux pages plus loin.

Lien entre nombre ordinal et nombre cardinal : « *… Tu en étais à cinq. Après le cinquième c'est … ?* » en page 15 de l'album.

La façon dont le personnage principal utilise le comptage pour dénombrer (« deux canards, un autre canard … trois canards ») est à rapprocher du discours tenu sur le nombre à l'école maternelle dans *Premiers pas vers les maths* (Remi Brissiaud) ; on peut à partir de l'album orienter des étudiants ou des PE en formation vers une lecture de ce petit livre.

Compréhension de l'espace pour la lecture d'image ; les relations spatiales : devant, derrière, entre, à côté de, au-dessus, … mais aussi l'opposition loin-près.

2.2 Combien de temps dure un instant ?

Mots clés

Temps – Durée – Ordre de grandeur – Unités de durée

Pistes d'utilisation

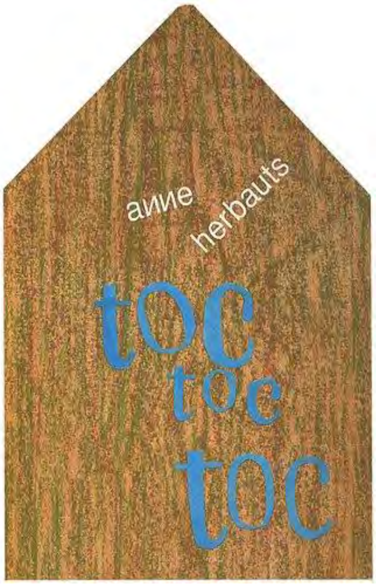
Donner l'ordre de grandeur de la durée de certains évènements.

Rangement de durées par ordre croissant ou décroissant.

Lien entre les unités usuelles de durée : une minute, c'est soixante secondes.

Contrairement à beaucoup d'albums qu'il est possible de relier à la structuration du temps, la chronologie et le temps comme grandeur repérable sont totalement absents.

2.3 Toc Toc Toc



Mots clés

Intérieur/Extérieur – Micro-espace/Méso-espace/Macro-espace

Pistes d'utilisation

Les espaces explorés dans les illustrations de l'album peuvent permettre en formation d'attirer l'attention sur les différents types d'espaces.

Avec des élèves, on peut prolonger l'exploration spatiale en leur proposant de réaliser une nouvelle page pour l'album : repérer un autre espace dans la maison et ce qu'il contient, puis le représenter.On peut aussi travailler sur la situation des différents espaces de la maison qui sont représentés dans l'album les uns par rapport aux autres, et demander aux élèves d'imaginer un chemin les reliant. On pourra dessiner le chemin et y placer les espaces présentés dans l'album ou évoquer verbalement les déplacements d'un espace à l'autre. On pourra imaginer ces micros-espaces dans le macro-espace et construire la maquette de la maison.

Ces différentes utilisations en mathématiques sont à conduire avec un travail sur le plan plastique, des différentes représentations des espaces.

3 Les notices *PUBLIMATH* réalisées à partir des travaux dans l'atelier

Le travail réalisé dans l'atelier a été utilisé ensuite pour enrichir la base avec les notices des albums étudiés. On trouvera en annexe 6 celle l'album *Combien de temps dure un instant ?* élaborée à partir des analyses et discussions au sein de l'atelier.

III - PROPOSITIONS DE DEVELOPPEMENT

Dans un premier temps, l'impossibilité d'accéder à *PUBLIMATH* durant la première partie de l'atelier a conduit les participants à relever la nécessité de disposer d'une sauvegarde au format .pdf d'au moins un échantillon représentatif de notices lorsque veut utiliser cet outil en formation. En effet, c'est ce travail sur les fiches au format .pdf qui nous a permis de présenter malgré tout la base et de surmonter le problème technique rencontré.

La discussion au sein de l'atelier a permis de pointer certaines améliorations à envisager pour rendre encore plus facile l'utilisation de l'outil présenté.

Afin de faciliter la recherche par mots clés, le souhait de disposer de la liste des mots clés utilisés dans les notices relatives aux albums de littérature jeunesse a été formulé. Cette liste existe (voir annexe 7). Il nous reste à voir si au niveau technique, on peut la faire apparaître dans un menu déroulant du champ « mot clé » lorsque dans la recherche avancée, on a sélectionné le type « album de littérature jeunesse ».

La possibilité de disposer de liens hypertextes permettant de naviguer entre les notices de différents albums utilisables pour des apprentissages mathématiques similaires existe déjà, mais devra être encore plus développée car cela semble très utile pour constituer une sélection bibliographique sur un contenu mathématique donné à l'aide de la base.

Actuellement, il est possible via la recherche avancée de rechercher les notices relatives aux albums liés à deux mots clés. La question a été posée de l'intérêt qu'il pourrait y avoir à aller au-delà (trois voire quatre mots clés) afin d'affiner une recherche.

La partie « glossaire des mots clés » est pour l'instant peu développée. Il devient urgent de vérifier que les mots ou phrases clés utilisés pour la partie « albums de littérature jeunesse » sont tous bien adaptés au propos tenu : la notice relative à l'album « *A trois* », dans laquelle il apparait comme phrase clé « variation d'une suite » reliée via le glossaire aux définitions des suites croissantes, décroissantes et monotones est un exemple relevé lors de l'atelier qui devra nous conduire à modifier certains mots clés utilisés dans nos notices. Parallèlement, il s'agira d'élaborer des fiches « glossaire » pour l'ensemble des mots et phrases clés retenus pour les notices des albums.

IV - BIBLIOGRAPHIE

APMEP (2013) http://publimath.irem.univ-mrs.fr/publimath.php?r=album+de+litt%E9rature+jeunesse&b=biblio, *base de données PUBLIMATH*, notices relatives aux albums de littérature jeunesse.

BRISSIAUD R. (2007) Premiers pas vers les maths, Retz.

EYSSERIC P. (2000) Albums, contes et mathématiques, in *Actes du XXème colloque de la COPIRELEM, Chamonix.*

EYSSERIC P. (2004) Albums et mathématiques, atelier 1414, in *Actes du colloque AGIEM de Martigues,* Cdrom, AGEEM.

EYSSERIC P. et alii (2000-2013) : www.pierreeysseric.net/ALBUMS.htm, *pages Internet relatives à la liaison mathématiques/albums dans les apprentissages scolaires*.

VALENTIN D. (1993) Livres à compter, *Grand N* n°52, IREM de Grenoble.

retour au sommaire

ANNEXE 1 - TROIS NOTICES D'ALBUMS A COMPTER

Auteur(s) : Proysen Alf ; Hayashi Akiko. Illust. ; Lida Shinji ; Seyvos Florence. Trad.

Titre : La chevrette qui savait compter jusqu'à 10.

Editeur : L'Ecole des loisirs Paris, 1992 Collection : Album
Format : 23 cm x 25 cm, 30 p. *ISBN :* 2-211-02382-7 *EAN :* 9782211023825

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écolest, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

La chevrette se voit dans le miroir de la flaque et se met à compter "ça fait un." en se regardant dans l'eau. Puis elle compte tous les animaux qu'elle rencontre. Ils ne savent pas ce qu'elle fait ; ils prennent peur et n'apprécient pas d'être comptés ... Une poursuite à travers la campagne s'ensuit et la chevrette ne perd pas son objectif : malgré tout, elle compte ... et c'est ainsi que tous les animaux se retrouvent embarqués sur un bateau dont le capitaine est pris de panique car son embarcation ne peut pas supporter plus de dix passagers.
Mais la chevrette compte toujours et les animaux découvrent que compter est parfois utile et ... peut même sauver la vie ! (ils sont dix en tout.)

Pistes d'utilisation en classe :
Cet album à compter a une structure répétitive par accumulation (un personnage de plus à chaque étape jusqu'à six et quatre de plus lors du dernier épisode) ; il permet une fréquentation des nombres jusqu'à dix et fournit de nombreuses opportunités de dénombrement de collections de cardinal inférieur à dix. Aucune écriture chiffrée n'est présente mais les mots nombres sont régulièrement repris dans l'ordre de la comptine numérique par la chevrette lors de ses divers comptages.
La structure répétitive favorise la compréhension du successeur d'un nombre dans la suite numérique comme correspondant à "un de plus".
Une particularité de cet album à compter est le saut de quatre unités entre six et dix : on peut utiliser celle-ci pour poser de petits problèmes additifs et/ou soustractifs (un de plus ; quatre de plus ; six de plus ; écart entre dix et quatre ou entre dix et six ; ...) dont on pourra valider les réponses par la lecture.

Si on s'intéresse à l'ordre d'apparition des animaux, cet album peut déboucher sur une fréquentation des nombres ordinaux : premier, deuxième, troisième, quatrième, ... Ce lexique peut être introduit dans des activités au cours desquelles l'élève aura à remettre les personnages dans l'ordre. On peut aussi faire jouer cette histoire par les enfants... Notons que cet ordre des personnages correspond d'une part à la chronologie de l'histoire (ordre d'apparition) mais aussi à l'organisation spatiale des animaux à la poursuite de la chevrette; toutes ces activités seront aussi une occasion de fréquenter et d'utiliser le lexique relatif aux positions relatives dans l'espace.

Il faut aussi s'arrêter sur la relation particulière au nombre que l'on trouve dans cet album : le nombre est perçu comme effrayant parce qu'il est inconnu ; ce rejet du nombre va cesser lorsque les animaux vont comprendre son utilité. On est confronté ici à l'aspect "outil" du nombre qu'il est important de développer à l'école maternelle.

Enfin on pourra travailler autour de la structure répétitive du récit : rajouter de nouveaux personnages, ce qui permettra d'élargir le champ numérique; ou faire réaliser un album "à la manière de". Cette structure met en évidence les liens entre "compter" et "conter", mots de même origine (latin : cuntare) et dont les significations se sont progressivement différenciées et stabilisées : cet album à compter pourra être mis en relation avec d'autres albums de même structure dans lesquels les nombres ne sont pas obligatoirement explicités comme ici (par exemple Loup, y es-tu ? ou L'anniversaire de Monsieur Guillaume).

La revue "La Classe Maternelle" dans le n° 200 propose diverses pistes pour l'utilisation pluridisciplinaire de cet album à l'école maternelle.

Notes : Cet album a été réédité en 1993 dans la collection Lutin Poche de l'Ecole des loisirs (ISBN : 2-211-01499-2).

Mots clés :

- "album à compter"
- "album à structure répétitive"
- "album de littérature jeunesse"
- chronologie
- comptage
- "comptine numérique"
- "conte et compte"
- dénombrement
- "mot nombre"
- nombre
- "nombre ordinal"
- "problème additif"
- "problème soustractif"
- "relation spatiale"
- "structure répétitive par accumulation"
- subitizing
- successeur

Auteur(s) : Van Genechten Guido ; Meirlaen Diane. Trad.

Titre : Petit Poisson Blanc compte jusqu'à 11.
Titre original : Klein wit visje telt tot 11.

Editeur : Mijade Namur, 2004, Belgique Collection : Petit Train
Format : 21,8 cm x 21,2 cm, 20 p. *ISBN :* 2-871-42443-8 *EAN :* 9782871424437 *ISSN :* 2033-8783

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Langue originale :* Néerlandais *Support :* couverture cartonnée

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

Un album à compter jusqu'à 11 mis en scène sous forme d'une partie de cache-cache entre Petit Poisson Blanc et ses amis; on peut distinguer trois parties:
* Petit Poisson Blanc compte de 1 à 10 pendant que ses amis se cachent (récitation de la comptine numérique de 1 à 10).* Petit poisson blanc trouve d'abord un escargot, puis deux oursins, puis trois puces d'eau, et enfin quatre têtards. Ainsi, jusqu'à 4, l'album à compter est de type imagier avec des collections indépendantes présentant successivement les quatre premiers nombres.
* Petit Poisson Blanc a trouvé tout le monde ! Mais combien a-t-il d'amis en tout ? Il les compte en les numérotant jusqu'à 10. Avec lui, remarque-t-il, on arrive à 11.
Dans cet album, les nombres de 1 jusqu'à 11 apparaissent toujours avec leur écriture en chiffre.

Pistes d'utilisation en classe :
Dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école, cet album permet d'aborder la suite croissante des entiers de un à onze, avec les écritures chiffrées correspondantes.
Le caractère indépendant des collections présentées jusqu'au nombre 4 ne permet pas d'appréhender directement le suivant d'un nombre comme "un de plus".
Ensuite les nombres au-delà de quatre apparaissent seulement comme des numéros affectés chacun "comme un dossard" à l'un des amis de Petit Poisson Blanc; seul l'aspect ordinal et la récitation de la suite des nombres dans le bon ordre sont mis en valeur; l'écriture 10 peut ne pas être comprise comme l'indication du nombre total des amis du poisson, mais seulement comme le rang du dernier ami (le dixième).
D'autre part, la mise en scène sous forme d'une partie de cache-cache permet d'aborder une partie du lexique relatif au repérage dans l'espace (derrière, sous, dans, ...).

Notes : Cet album est également paru en 2010 dans la collection Les Petits Mijade des éditions Mijade (ISBN : 2-871-42701-1).

Mots clés :

- "album à compter"
- "album de littérature jeunesse"
- comptage
- "comptine numérique"
- dénombrement
- "écriture chiffrée"
- imagier
- nombre
- "nombre ordinal"
- "nombre ordinal"
- quantité
- "relation spatiale"
- "repérage dans l'espace"


ORANGE BOOK
1, 2... 14 ORANGES
RICHARD MC GUIRE

Auteur(s) : Mc Guire Richard

Titre : Orange book : 1, 2, ... 14 oranges.
Titre original : The Orange Book.

Editeur : Albin Michel Jeunesse Paris, 2011 Collection : Jeunesse
Format : 23 cm 23 cm, 32 p. *ISBN :* 2-226-19540-8 *EAN :* 9782226195401

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Langue originale :* Anglais *Support :* papier cartonné

Utilisation : professeur des écoles, élève, tout public, formateur **Niveau :** école maternelle, CP **Age :** 4, 5, 6, 7

Résumé :

C'est la progéniture d'un arbre fruitier que nous allons suivre.
La première, par exemple, au milieu d'un panier garni, au chevet d'un malade, la deuxième dans un numéro de jonglage… la cinquième, servie en quartier avec des cookies, ou la neuvième utilisée comme cobaye pour une expérience scientifique. Et si la quatorzième était celle que vous mangerez demain ?
Une orange peut servir à bien des choses et peut suivre bien des chemins. Elle n'est pas seulement délicieuse à manger. Quelques-unes finissent tout de suite pressées ou d'autres en quartiers appétissants mais à chaque fois elle donne lieu à une exquise ou vertigineuse mise en scène de plaisir et de partage. Les dessins un peu rétro nous renvoient aux origines des albums pour enfants, tout en étant très modernes. Cette histoire se termine par un clin d'œil au lecteur pour l'inclure dans l'histoire.
Plus qu'un album à compter, ce livre "cinématographique", magnifiquement illustré en deux couleurs, offre autant de cadrages différents que d'images. Chacune des quatorze double-pages évoque une situation, un évènement, un lieu ou un métier... chacune pourrait commencer par Il était une fois.

Pistes d'utilisation en classe :
Dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école, cet album va faire fréquenter aux enfants la suite croissante des nombres ordinaux : premier, deuxième, ..., quatorzième.
Les illustrations pourront être mises à contribution pour diverses activités de dénombrement : dénombrer les oranges, les fruits dans un panier, les tableaux dans une autre page, les gâteaux dans la vitrine...

Les nombres ordinaux peuvent aussi servir au repérage de la chronologie des évènements, chacun d'eux correspondant à une double page avec une narration limitée à une phrase unique qui énumère - la première..., la deuxième...

Sur chacune des quatorze illustrations d'un graphisme à l'ancienne très épuré, on rencontre un nouvel espace représenté avec des changements dans la profondeur de champ et le cadrage. Cela pourra être utilisé pour des activités relatives à la représentation des espaces, mais aussi pour l'acquisition du lexique relatif aux positions spatiales : intérieur, extérieur, devant, derrière, à côté de, entre, contre, dessus, dessous, loin, près...

Enfin le graphisme permet d'aborder quelques formes géométriques simples : ronds, carrés, triangles...

Notes : Il s'agit de l'édition française d'un album américain de 1992 (médaille d'or de la Society of Illustrators), paru en Italie en 2001.

Mots clés :

- "album à compter"
- "album de littérature jeunesse"
- chronologie
- comptage
- dénombrement
- énumération
- "espace évoqué"
- "espace représenté"
- extérieur
- "forme géométrique"
- intérieur
- "mot nombre"
- nombre
- "nombre ordinal"
- ordre
- quantité
- "relation spatiale"
- "repérage dans l'espace"
- "représentation de l'espace"
- "structuration de l'espace"

ANNEXE 2 - ALBUMS A STRUCTURE REPETITIVE PAR ACCUMULATION

Auteur(s) : Wilson Karma ; Chapman Jane. Illust. ; Pingault Emmanuelle. Trad.

Titre : Un nouvel ami pour Ours brun.
Titre original : Bear Snores On.

Editeur : Milan Toulouse, 2006 Collection : Albums Hors collection
Format : 28,5 x 26 cm, 36 p. *ISBN :* 2-7459-2230-0 *EAN :* 9782745922304

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Langue originale :* Anglais *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

Alors qu'il se promène par un beau jour d'été, Ours brun entend un grand bruit...
Est-ce le souriceau ? Mais non, son ami le rejoint bientôt. Est-ce le lièvre ? Mais non, le voilà qui vient à leur rencontre...
Alors qui est ce mystérieux personnage qui se cache dans leur forêt ?
Bientôt rejoint par tous ses amis, Ours brun mène l'enquête pour découvrir l'identité de ce mystérieux personnage, qui se cache dans les arbres, qui fuit comme une fusée, qui se réfugie dans un trou et refuse de se montrer.
"Mais qui est là enfin ?" demande Ours Brun. Ce n'est que le hibou très timide qui n'osait pas les rencontrer...

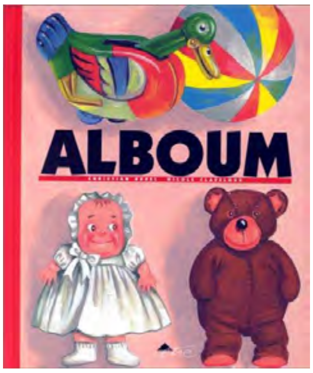
Pistes d'utilisation en classe :
Du point de vue des apprentissages mathématiques, l'intérêt de cet album se situe essentiellement dans le domaine numérique. En effet, toute l'histoire se structure autour de l'arrivée successive des animaux. De ce fait, l'ouvrage a une structure assez proche de celle des albums à compter dans lesquels une collection augmente à chaque page.
Ici la collection démarre à un (Ours brun) et va arriver à neuf (Ours brun, ses sept amis et le hibou timide).
Cette organisation de l'arrivée des personnages favorise la compréhension cardinale des nombres jusqu'à neuf - certaines relations arithmétiques simples sont sous-tendus soit par les illustrations, soit par le texte: le suivant comme un de plus, neuf comme un et sept et encore un, ...

D'autre part, du point de vue de la structuration de l'espace, les illustrations de l'album permettent un travail autour des relations spatiales du type au-dessus, entre, autour, ..., des notions d'intérieur et d'extérieur.

Notes : Cet album est le quatrième d'une série de quatre. Les autres titres sont Dors bien, Ours brun ! , Ours brun a encore faim et Joyeux Noël, Ours brun !

Mots clés :

- "album à compter"
- "album de littérature jeunesse"
- comptage
- "décomposition additive"
- dénombrement
- extérieur
- intérieur
- nombre
- prédécesseur
- quantité
- "relation spatiale"
- "structuration de l'espace"
- successeur
- "suite numérique"



Auteur(s) : Bruel Christian ; Claveloux Nicole. Illust.

Titre : Alboum.

Editeur : Etre Paris, 1998 Collection : Alter ego
Format : 18 cm x 15 cm, 28 p. *ISBN :* 2-84407-005-1 *EAN :* 9782844070050

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

Bernard le canard à roulettes s'en va à la plage. Tout seul ? Non ! Les jouets de bébé vont être maladroitement empilés sur Bernard, le canard : le lapin Clindindin, puis l'ourson Grognon puis la poupée Minnie pour aller à la plage avec pelle et râteau ... Puis un seau sur Clindindin. Et un nounours dans le seau. Une poupée sur l'ourson... Et, bien sûr, la pile de jouets finit par s'écrouler dans un grand BOUM!
Cet album met en scène les jouets de bébé dans une situation que les enfants vont facilement investir avec une chute comique. C'est en même temps une sorte d'imagier qui décrit un empilement de jouets. La vitesse d'élocution dans la lecture ajoutera à l'effet d'empilement. On empile les propositions linguistiques sur la page de gauche, on empile les jeux sur celle de droite, on empile les symboles en marge de la page de gauche. La proportion étant respectée, les premiers jouets disparaissent en bas de la page. Quand on arrive à la page où tout est tombé, les petits vont repérer qu'on peut nommer tout ce qui est tombé et aussi repérer un intrus (le poisson).

Pistes d'utilisation en classe :
La structure répétitive basée sur les accumulations (matérialisées ici par les divers empilements) pourra être utilisée dans le cadre des apprentissages mathématiques à l'école dans plusieurs domaines.

Approche simultanée des significations ordinale et cardinale des nombres au moins jusqu'à sept :* la pile des symboles qui grandit dans la marge de la page de gauche permet de repérer Bernard le canard comme le premier des jouets déposés, puis Clindindin le lapin comme le second, l'ensemble seau-pelle-rateau comme le troisième, l'ourson Grognon quatrième, la poupée Minnie cinquième, le ballon en sixième position et enfin le camion setième et dernier jouet déposé.* il faut s'appuyer à la fois sur le texte et sur l'illustration pour dénombrer les jouets empilés ; en effet, sur la page de gauche, les premiers jouets disparaissent mais restent évoqués à la fois par le texte et par les symboles ; d'autre part, en observant l'illustration des jouets tombés et en la confrontant au texte, on s'aperçoit que certains objets sont nommés, prénommés, montrés ; d'autres sont nommés et montrés ; d'autres sont nommés sans être montrés (le gâteau) ; d'autres sont montrés sans être nommés (le poisson). Du point de vue du dénombrement des onze objets déposés sur le dos de bébé, cela fournit d'intéressants petits problèmes additifs et soustractifs dont textes et/ou images de l'album permettront de valider les solutions.

Travail sur la chronologie :
La structure accumulative de cet album conjuguée avec la suite des symboles sur les pages de gauche favorise un travail autour de la chronologie (avant, après).

Structuration de l'espace :
Les illustrations et le lexique de cet album conduisent à une fréquentation du repérage dans l'espace (en haut, entre, au-dessus, au-dessous, dans, ...).

Avec les plus grands, il est intéressant de regarder comment marche la construction du livre : c'est un jeu de cache-cache. On pourra aussi utiliser la collection des objets de l'album pour des situations de fabrication et d'utilisation de listes propices à des apprentissages autour des concepts de collection, de désignation, d'ordre et d'énumération.
Il est aussi envisageable de réaliser avec les élèves un album ayant une structure répétitive semblable à celle de cet album (répétition par accumulation).

Terminons en signalant que cet album met en évidence les liens entre "compter" et "conter", mots de même origine (latin: cuntare) et dont les significations se sont progressivement différenciées et stabilisées.

Notes : La première édition au format 29 x 23 cm publiée sous le même ISBN dans la collection A l'envers des feuilles en 1998 est aujourd'hui épuisée.

Mots clés :

- "album à structure répétitive"
- "album de littérature jeunesse"
- chronologie
- "collection d'objets"
- comptage
- "conte et compte"
- "décomposition additive"
- dénombrement
- désignation
- énumération
- imagier
- "livre à compter"
- nombre
- "nombre cardinal"
- "nombre ordinal"
- "problème additif"
- "problème soustractif"
- quantité
- "relation spatiale"
- "structuration du temps"
- "structure répétitive par accumulation"

ANNEXE 3 - ALBUMS A STRUCTURE REPETITIVE PAR SUCCESSION

Auteur(s) : Young Ed

Titre : 7 souris dans le noir.

Editeur : Milan Toulouse, 1995 Collection : Albums Milan
Format : 25 cm x 28 cm, 48 p. *ISBN :* 2-8411-3098-3 *EAN :* 9782841130986

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Support :* couverture cartonnée, papier

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

Sept souris aveugles découvrent un jour au bord d'une mare une chose étrange. Chaque jour de la semaine, l'une d'entre elles se lance dans l'exploration de l'étrange chose dressée devant elles : Lundi, la rouge déduit que c'est un pilier ; Mardi, la verte conclut à un serpent ; Mercredi, la jaune croit à une lance ; ...
Vient alors le tour de la petite souris blanche qui, elle, va essayer de faire le tour de "la chose" dans son entier...

Pistes d'utilisation en classe :
Possibilité de travailler autour de :
* la structuration du temps : les jours de la semaine ;
* les nombres : de 1 à 7, ordinaux, décompositions additives de 7 au travers des collections représentées ;
* l'organisation spatiale (illustrations) ;
* l'ordre grâce à la structure répétitive et aux nombres séries dans le texte comme dans les illustrations.

Mots clés :

- "album à structure répétitive"
- "album de littérature jeunesse"
- "décomposition additive"
- énumération
- espace-temps
- "livre à compter"
- "nombre ordinal"
- ordre
- "relation spatiale"
- sériation
- "structuration du temps"
- "structure répétitive par énumération"

Auteur(s) : Vanetti Georgio

Titre : Un petit trou dans une pomme.

Editeur : Nathan Paris, 1980 Collection : Percimage
Format : 25 cm x 22 cm, 24 p. *ISBN :* 2-09-271518-6 *EAN :* 9782092715185

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Langue originale :* Italien *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écolest, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle, PS, MS
Age : 3, 4, 5

Résumé :

Cet album à structure répétitive nous raconte l'histoire d'une chenille qui devient un papillon multicolore. La petite chenille a très faim, mais à chaque fois qu'elle fait un petit trou dans un fruit ou un légume, une méchante bête la menace ; alors, fatiguée, elle tisse un cocon et s'y endort, jusqu'au jour où un papillon multicolore s'en échappe aux couleurs de tous les aliments que la chenille a grignotés.
Chaque étape de ses "aventures" est présentée sur une double page avec à gauche le texte et à droite l'illustration. Textes et illustrations s'appuient essentiellement sur deux séries: celle des aliments percés et goûtés par la chenille (pomme, poire, fraise, citron, aubergine, champignon, poivron, châtaigne, cerise, puis la feuille sur laquelle elle se pose) et celle des animaux qui la menace et la chasse (escargot, guêpe, fourmi, libellule, sauterelle, moustique, cri-cri, abeille, grenouille). On peut aussi signaler la série des couleurs des aliments ainsi que les séries de qualificatifs utilisés dans le texte pour présenter chaque aliment et chaque animal. Les autres éléments textuels sont des constantes de chaque double page comme la chenille présente sur chaque illustration. De plus, le fil de l'histoire est matérialisé par un trou percé dans chaque page ; de taille décroissante et en forme de disques concentriques, ils assurent le passage d'un aliment au suivant.

Pistes d'utilisation en classe :
Possibilité de travailler autour de :
* l'ordre grâce à la structure répétitive et aux deux principales séries qui organisent l'album (activités de rangement des animaux et des aliments dans l'ordre d'apparition dans l'album) ;
* la correspondance terme à terme au travers de l'association de chaque aliment à l'animal qui se l'ait approprié ;
* les nombres ordinaux de 1 à 9 pourront être utilisés lors de la verbalisation dans les activités de rangement: le premier aliment, le deuxième aliment, ... ; on peut aussi aborder les nombres cardinaux correspondant en dénombrant les aliments et/ou les animaux rencontrés ;
* les collections, leurs désignations et l'énumération : le travail en classe de maternelle avec cet album peut déboucher sur des situations de fabrication et d'utilisation de listes propices à des apprentissages autour des concepts de collection, de désignation, d'ordre et d'énumération.

Il est aussi de possible de réaliser avec les élèves un album ayant une structure répétitive semblable à celle de cet album (répétition par énumération).

Mots clés :

- "album à structure répétitive"
- "album de littérature jeunesse"
- "collection d'objets"
- comptage
- "correspondance terme à terme"
- dénombrement
- désignation
- énumération
- "jeux de liste"
- "nombre ordinal"
- ordre
- rangement
- "structure répétitive par énumération"

ANNEXE 4 - ALBUMS SANS MATHEMATIQUES EXPLICITES

Auteur(s) : Brown Ruth ; De Bouchony Anne. Trad.

Titre : Le voyage de l'escargot.
Titre original : Snail trail.

Editeur : Gallimard Jeunesse Paris, 2000 Collection : Album Gallimard
Format : 22 cm x 21,8 cm, 21 p. *ISBN :* 2-07-054170-3 *EAN :* 9782070541706 *ISSN :* 1764-4674

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Langue originale :* Anglais *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

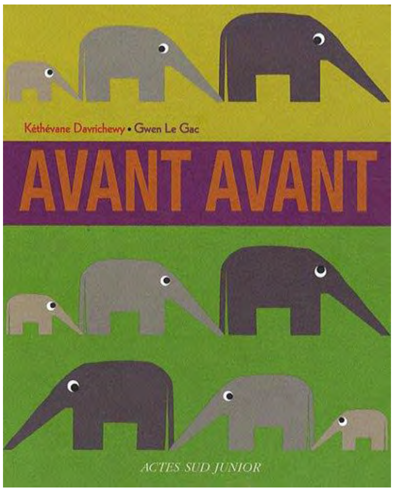
Résumé :

Un beau matin, Bavou l'escargot part en voyage. Mais où va-t-il exactement ? Dans cet album à structure répétitive, nous le suivons pas à pas et participons à son voyage: coteau escarpé, tunnel lugubre, forêt silencieuse, pont vertigineux, pente glissante, arceau étroit, fleurs ravissante, cave sombre.
Les illustrations sur double page nous présentent successivement les lieux parcourus.
A la fin de son voyage, Bavou se recroqueville et s'endort. La dernière double page nous permet de découvrir, visible grâce aux traces de bave laissées par l'escargot, la globalité de son parcours dans un coin du jardin. On découvre alors la succession des objets (gant, pot de fleur, bambou, anse du panier, dos de la pelle, dents de la fourche, sachet de graines) au milieu desquels il a voyagé ainsi que la correspondance entre ceux-ci et les paysages évoqués dans les pages précédentes.

Pistes d'utilisation en classe :
La structure répétitive de cet album est articulée sur une succession de micro-espaces correspondant chacun pour l'escargot à un méso-espace dans son voyage. Ce n'est qu'à la dernière page (chute de l'histoire) qu'on découvre à la fois cette correspondance et la totalité du parcours effectué (pour l'escargot, macro-espace constitué des divers méso-espaces traversés, mais méso-espace pour l'enfant). Cette structure peut être utilisée pour travailler à l'école maternelle autour des différents types d'espaces, de leurs représentations et de la façon dont ils sont structurés les uns par rapport aux autres, par exemple en "jouant" le déplacement du Bavou au fil de l'album, en transposant cette histoire en un autre lieu (salle de motricité par exemple) ou encore en replaçant des copies des neuf premières double pages au bon endroit le long du parcours de Bavou. Ce travail est à mettre en relation avec d'autres albums dans lesquels on va retrouver un espace constitué de plusieurs sous-espaces au travers desquels un personnage se déplace: tantôt seuls les sous-spaces sont représentés comme dans Je suis une coccinelle (on laisse le lecteur imaginer l'espace global), tantôt comme dans cet album, la représentation de la totalité apparait dans une ultime illustration..
La succession des espaces marque aussi la chronologie de l'histoire et permet donc un travail autour de la succession des évènements, (avant, après, ...).
On peut aussi réaliser avec les élèves un album ayant une structure répétitive semblable à celle de cet album (répétition par succession).
Enfin, le travail en classe de maternelle avec cet album peut déboucher sur des situations de fabrication et d'utilisation de listes propices à des apprentissages autour des concepts de collection, de désignation, d'ordre et d'énumération (par exemple faire la liste des espaces correspondant à un déplacement, réaliser un déplacement à partir de la liste des espaces à parcourir, mettre en correspondance la liste des objets avec la liste des espaces qu'ils représentent pour l'escargot).

Mots clés :

- "album à structure répétitive"
- "album de littérature jeunesse"
- chronologie
- "collection d'objets"
- désignation
- énumération
- "espace représenté"
- "espace vécu"
- "jeux de liste"
- macro-espace
- méso-espace
- micro-espace
- ordre
- position
- rangement
- "relation spatiale"
- "représentation de l'espace"
- sériation
- "structuration de l'espace"
- "structuration du temps"
- "structure répétitive par succession"



Auteur(s) : Davrichewy Kéthévane ; Le Gac Gwen. Illust.

Titre : Avant avant.

Editeur : Actes Sud Junior Arles, 2009
Format : 15 cm x 19 cm, 24 p. *ISBN :* 2-7427-8199-4 *EAN :* 9782742781997

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, tout public, professeur des écoles, formateur **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5

Résumé :

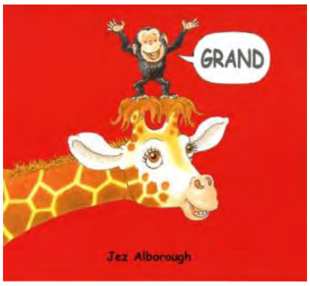
AVANT AVANT, tandis que Papa éléphant éclaboussait l'étang, Maman éléphant, elle, ébouriffait le vent. AVANT AVANT, ce papa et cette maman-là époustouflaient les champs. AVANT, ils attendaient longtemps, longtemps... APRÈS... leur éléphanteau est né ! Des illustrations aux motifs et aux couleurs raffinés accompagnent un texte qui se prête à la lecture à haute voix. Pour parler avec les toutpetits de la naissance et raconter ensemble “comment c'était avant”.

Pistes d'utilisation en classe :
Cet album permet de construire de premiers repères chronologiques dans le "temps long" en abordant trois moments successifs : "avant avant" lorsque Papa et Maman éléphant dans les champs ; "avant" correspondant à la longue période d'attente de la naissance de l'élaphanteau ; "après" lorsque l'éléphanteau est né.
Un premier lexique relatif à l'idée de chronologie pourra se mettre en place: avant, après, maintenant. L'accent mis sur l'attente de la naissance constitue une première approche de la durée.

De plus, en association par exemple avec les imagiers de Cécile Denis Haut comme trois pommes , Prendre forme et Donner corps ou d'autres albums construits autour de collections de "petit" cardinal, les illustrations permettent la fréquentation et l'utilisation des premiers nombres. Cela permet d'envisager avec des élèves de petite section la constitution d'autres collections de cardinaux un, deux ou trois, leur dénombrement en général par subitizing, puis la réalisation d'albums analogues avec des photos ou des dessins des collections accumulées dans la classe.

Mots clés :

- "album de littérature jeunesse"
- dénombrement
- durée
- ichronologie
- nombre
- "repérage dans le temps"
- subitizing



Auteur(s) : Alborough Jez

Titre : Grand.
English title : Tall.

Editeur : L'Ecole des loisirs Paris, 2005 Collection : Kaléidoscope
Format : 24 cm x 28 cm, 32 p. *ISBN :* 2-87767-455-X *EAN :* 9782877674553

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

Petit singe dans une grande jungle, Coco ne se sent pas de taille.
D'abord juché sur une pierre, il explore et constate la relativité des mots petit et grand au gré de ses rencontres avec un nouvel animal toujours plus haut : un drôle de lézard, le lionceau, l'éléphanteau, puis la girafe, bien sûr. Chacun le hisse sur ses épaules, son dos, sa tête, jusqu'à la chute finale... après laquelle il est bon de se retrouver petit dans les bras de maman.

Pistes d'utilisation en classe :
Cet album permet d'envisager des travaux en mathématiques dans trois champs:
* la découverte de la notion de taille la relativité des mots petit et grand; une initiation aux grandeurs avec les comparaisons de taille pouvant déboucher sur un rangement des cinq animaux selon leur taille, ... Le lexique de l'album est réduit à cinq mots mais lors des lectures, il pourra être enrichi au cours des échanges avec des expressions comme: "plus petit que", "plus grand que", ...
* la fréquentation des nombres jusqu'à six (ordinaux si on s'intéresse à l'ordre d'apparition des animaux ou cardinaux si on s'intéresse plus particulièrement par exemple aux pages 4, 7, 12, 16, 20-21 et 32-33 qui correspondent à six illustrations dans lesquelles le nombre d'animaux présents est successivement un, deux, trois, quatre, cinq et enfin six) ; à ce titre, il peut s'inscrire dans un réseau d'albums abordant les petites quantités. Les diverses collections en présence peuvent être dénombrées par comptage ou par subitizing, mais aussi être l'objet de décompositions de type additif favorisées par la mise en page (par exemple, en pages 22-23, cinq apparait comme trois (page de gauche) et cinq (page de droite).
* la structuration de l'espace avec les positions relatives des personnages, ...

Mots clés :

- "album de littérature jeunesse"
- "comparaison de tailles"
- comptage
- "décomposition additive"
- dénombrement
- grandeur
- nombre
- "nombre ordinal"
- ordre
- quantité
- rangement
- "relation spatiale"
- "structuration de l'espace"
- subitizing
- "taille d'un objet"

Auteur(s) : Walsh Ellen Stoll

Titre : Trois souris en papier.
English title : Mouse Shapes.

Editeur : Mijade Namur, 2007, Belgique Collection : Albums
Format : 21 cm x 25 cm, 32 p. *ISBN :* 2-87142-608-2 *EAN :* 9782871426080

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

Trois souris sont poursuivies par le chat et se cachent parmi des formes découpées dans du papier. Le chat ne les trouvant pas, elles examinent de plus près leur cachette et découvrent un carré, un rectangle, un triangle, un rond, etc. En associant ces formes, elles se mettent à réaliser différents objets et... trois souris en papier qui font peur au chat !

Pistes d'utilisation en classe :
Cet album permet d'envisager des travaux en mathématiques dans trois champs:
* la familiarisation avec les formes géométriques: manipulation, description, reproduction des assemblages proposés par les trois souris. Une mention spéciale pour la présentation des triangles dans cet album: contrairement à ce qui se passe dans beaucoup de livres pour enfants, les triangles présentés ne sont pas tous dessinés dans une position prototypique (i.e. avec un sommet "en haut" et les deux autres "en bas") et ils ne sont pas tous équilatéraux (en page 15 : "il reste quatre triangles. Ils ne se ressemblent pas. Pourtant, ce sont bien des triangles car ils ont trois côtés").
* la fréquentation des nombres (cardinaux et/ou ordinaux) jusqu'à trois ; à ce titre, il peut s'inscrire dans un réseau d'albums abordant les petites quantités. Les illustrations favorisent selon les pages, la décomposition de trois en "deux et un", ou en "un, et un, et encore un". Des nombres au delà de trois sont aussi fréquentés lors du dénombrement des formes utilisées (par exemple, un ovale, deux ronds et hui triangles pour construire un poisson en page 18).
* le repérage spatial des différentes formes utilisées dans les constructions apparait quelquefois dans le texte (un carré et un triangle dessus, ...) ; on sera souvent conduit à le verbaliser pour décrire les constructions réalisées ou pour les reproduire.

Notes : Cet album a fait l'objet d'une réédition en 2008, dans la collection Les petits Mijades, broché 16 x 19 cm, ISBN 2-87142-641-7.

Mots clés :

- "album de littérature jeunesse"
- carré
- comptage
- dénombrement
- "description d'une figure"
- disque
- "forme géométrique"
- losange
- nombre
- "nombre ordinal"
- ovale
- quantité
- rectangle
- "relation spatiale"
- "reproduction d'une figure"
- rond
- triangle

ANNEXE 5 – NOTICE DE « DECOUVRIR LE TEMPS QUI PASSE AVEC DES ALBUMS »

Auteur(s) : Ferjou Crystèle ; Montmasson-Michel Fabienne

Titre : Découvrir le temps qui passe avec des albums.

Editeur : CRDP de Poitou-Charentes Poitiers, 2010 Collection : L'Ecole maternelle pour...
Format : 22 cm x 22 cm, 122 p. *ISBN :* 2-8142-0131-X *EAN :* 9782814201316

Type : document pour la classe issu de travaux de groupe de travail *Langue :* Français *Support :* couverture brochée, papier

Utilisation : professeur des écoles, formateur **Niveau :** école maternelle **Age :** 3, 4, 5, 6

Résumé :

Découvrir des albums pour apprendre à comprendre et à prendre le plaisir de la lecture d'une histoire tout en construisant des savoirs dans des domaines culturels divers.
En proposant un dispositif innovant, chacun son album, les auteures ont choisi de se pencher sur ces « albums littéraires » qui recèlent, en mots ou en images, d'inépuisables références temporelles et chronologiques indispensables à la compréhension, voire à l'interprétation de l'histoire. C'est elle, avec sa mise en scène littéraire et plastique, qui entraine les apprentissages pour mieux comprendre.
Avec "Glou-glou l'âne" et "Une belle journée" (en petite section), avec "Je t'aime tous les jours" et "Esquimau" (en moyenne section), avec "Maintenant" et "Devine qui fait quoi" (en grande section), les enfants :
- explorent ces albums d'un point de vue littéraire autant que temporel et /ou chronologique ;
- s'approprient complètement leur album et son récit ;
- associent le plaisir de lire à l'apprentissage du temps qui passe.

Pistes d'utilisation en classe :
Cet ouvrage se veut pratique et offre un matériel reproductible utile à toutes les étapes d'exploration, dans le cadre d'activités de différenciation, de remédiation et de soutien en bibliothèque.

Mots clés :

- "album de littérature jeunesse"
- grandeur
- "mathématiques et littérature"
- "structuration du temps"
- "utilisation d'un album"

ANNEXE 6 – NOTICE ELABOREE A PARTIR DU TRAVAIL DE L'ATELIER

Auteur(s) : Guéchot Delphine

Titre : Combien de temps dure un instant ?

Editeur : Bilboquet Mont-près-Chambord, 2004 Collection : Petit à petit
Format : 22 cm x 22 cm, 28 p. *ISBN :* 2-84181-227-8 *EAN :* 9782841812271

Type : album de littérature jeunesse *Langue :* Français *Support :* papier cartonné

Utilisation : élève, professeur des écoles, formateur, tout public **Niveau :** école maternelle, CP **Age :** 3, 4, 5, 6, 7

Résumé :

Dans cet album, on aborde la notion de temps (et plus précisément celle de durée) en compagnie d'un petit ourson de bois. De la seconde à la journée, de la minute à la demi-heure, l'auteur-illustratrice tente de faire comprendre la durée et les laps de temps en décrivant des situations de la vie quotidienne. Une larme qui coule, 3 secondes, un câlin, 30 secondes, une journée d'école, 6 heures, un goûter, 15 minutes. La notion de durée est ici mise en image et en parole. A côté de ces explications, Delphine Guéchot, par deux fois, propose une double page plus anecdotique et tente une tournure plus humoristique : un instant de bonheur, comment gagner du temps au moment de se coucher ? L'ensemble reste néanmoins très pédagogique et permet d'aborder, concrètement, une notion bien abstraite pour les plus jeunes. Les situations choisies et leurs illustrations aideront les enfants à se construire une représentation mentale des ordres de grandeurs de quelques durées usuelles.

Pistes d'utilisation en classe :
Dans la plupart des albums de littérature jeunesse qui permettent un travail sur le temps, c'est l'aspect repérage dans le temps et chronologie qui est prégnant. Ici cet aspect est totalement absent et ce n'est pas la grandeur repérable "temps" qu'on approche, mais bien la "durée" qui est-elle une grandeur mesurable.
L'aspect "écoulement du temps" est seulement évoqué par l'expression "au fil du temps" et par un fil qui se déroule de page en page depuis la première présentant la seconde à la dernière présent la durée de 24h comme une sorte d'axe du temps.
L'album propose des situations illustrées qui permettront la construction de représentations mentales des ordres de grandeurs de durées usuelles. On peut prolonger cela en classe en associant des situations de la vie en classe à certaines de ces durées et en les illustrant par le dessin ou par la photo.
Des activités de comparaisons des durées d'évènements présentés par des illustrations pourront aussi être proposées. Cela peut donner lieu ensuite à des activités de classement (mettre ensemble les images correspondant à des situations de durées à peu près égales) et/ou de rangement (ranger les images en commençant par ce qui dure le plus longtemps ou l'inverse). Ces activités pourront être organisées de façon ludique (par exemple : jeux de "mariages" ou de loto pour le classement, jeux de bataille pour le rangement).
Avec des élèves de GS et de CP, on peut compléter cela par la fabrication de sabliers correspondant approximativement à quelques durées de références - par exemple quinze secondes, une minute, quinze minutes, une heure, ...

Mots clés :

- "album de littérature jeunesse"
- "axe du temps"
- classement
- "comparaison de durées"
- durée
- grandeur
- instant
- "ordre de grandeur"
- rangement
- sablier
- "structuration du temps"
- "unités de durée"

ANNEXE 7 – MOTS CLES UTILISES POUR LES ALBUMS

"album de littérature jeunesse"
"activité logique"
"activités de tri "
"album à compter"
"album à structure répétitive"
"album codé"
"collection d'objets"
"comparaison de collections"
"comparaison de forme"
"comparaison de grandeurs"
"comparaison de quantités"
"comparaison de tailles"
"complément à dix"
"compte et conte"
"comptine numérique"
"correspondance terme à terme"
"décomposition additive"
"description d'une figure"
"écriture chiffrée"
"espace évoqué"
"espace représenté"
"espace transposé"
"espace vécu"
"forme géométrique"
"jeux de liste"
"livre à compter"
"mathématiques et littérature"
"mathématiques et sport"
"mesure du temps"
"mot nombre"
"nombre cardinal"
"nombre ordinal"
"nombres et opérations"
"orientation spatiale"
"perception de forme"
"point de vue"
"problème additif"
"problème soustractif"
"puzzle géométrique"
"reconnaissance des formes"
"relation spatiale"
"repérage dans le temps"
"repérage dans l'espace"

"représentation de l'espace"
"reproduction d'une figure"
"résolution de problème"
"structuration de l'espace"
"structuration du temps"
"structure répétitive par accumulation"
"structure répétitive par disparition"
"structure répétitive par énumération"
"tableau à double entrée"
"taille d'un objet"
"trace écrite"
"utilisation d'un album"
"variation d’une suite"
agrandissement-réduction
algorithme
carré
catégorisation
chronologie
classement
comptage
décomptage
dénombrement
désignation
direction
disque
distance
énumération
extérieur
grandeur
imagier
intérieur
losange
macro-espace
méso-espace
micro-espace
nombre
numération
ordre
ovale
position
prédécesseur
quantité
rangement

rectangle
repère
rond
sériation
subitizing
successeur
triangle
verticale
zéro

ANALYSER DES PRATIQUES DIDACTIQUES A L'ECOLE MATERNELLE CONCERNANT LA REPRESENTATION : LE CAS DU «JEU DU TRESOR».

Grace MORALES
Doctorante, UBO
CREAD
grace_m_i@hotmail.com

Dominique FOREST
Enseignant-chercheur, IUFM de Bretagne
CREAD
dominique.forest@bretagne.iufm.fr

Résumé
L'ingénierie didactique le « jeu des trésors » (Digneau, 1980 ; Pérès, 1984 ; Brousseau, 2004) a été reprise dans le cadre des travaux de l'un des groupes de recherche de l'IUFM de Bretagne. Ce groupe de recherche « jeu du trésor » participe à un processus spécifique d'ingénierie coopérative, dont les principaux objectifs sont l'étude et la diffusion des savoirs et des pratiques didactiques (Sensevy, à paraître). L'équipe aborde la question de la représentation à l'école maternelle. Prenant appui sur ces travaux, l'atelier, dans sa première partie, a proposé aux participants d'effectuer une analyse *a priori* de la situation, du matériel, des productions d'élèves, de l'identification des connaissances en jeu et des procédures envisageables (à partir de documents fournis).
La deuxième partie de l'atelier a présenté le visionnage de deux extraits vidéo, lesquels ont été analysés par les participants sur des questions concernant l'action du professeur (transcriptions et photogrammes fournis) et complétés par les commentaires et réponses des professeurs ayant participé à la conception et à la réalisation des séances, ainsi qu'à leur analyse.
Nous avons mené une synthèse sur le travail d'ingénierie didactique coopérative prenant appui sur les vécus de l'équipe à la lumière de la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy, 2011).

Exploitations possibles
Le « jeu des trésors » est une activité connue et déjà largement commentée pour une utilisation en classe. Cet article peut éclairer cette pratique de classe mais il se place à un niveau « recherche » pour exemplifier une ingénierie didactique coopérative en référant à une bibliographie abondante.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Maternelle. Jeu des trésors. Liste. Ingénierie didactique coopérative. Action conjointe. Sémiotique. Signes. Représentations.

ANALYSER DES PRATIQUES DIDACTIQUES A L'ECOLE MATERNELLE CONCERNANT LA REPRESENTATION : LE CAS DU «JEU DU TRESOR».

Grace MORALES
Doctorante, UBO
CREAD
grace_m_i@hotmail.com

Dominique FOREST
Enseignant-chercheur, IUFM de Bretagne
CREAD
dominique.forest@bretagne.iufm.fr

Résumé
L'ingénierie didactique le « jeu des trésors » (Digneau, 1980 ; Pérès, 1984 ; Brousseau, 2004) a été reprise dans le cadre des travaux de l'un des groupes de recherche de l'IUFM de Bretagne. Ce groupe de recherche « jeu du trésor » participe à un processus spécifique d'ingénierie coopérative, dont les principaux objectifs sont l'étude et la diffusion des savoirs et des pratiques didactiques (Sensevy, à paraître). L'équipe aborde la question de la représentation à l'école maternelle. Prenant appui sur ces travaux, l'atelier, dans sa première partie, a proposé aux participants d'effectuer une analyse *a priori* de la situation, du matériel, des productions d'élèves, de l'identification des connaissances en jeu et des procédures envisageables (à partir de documents fournis).
La deuxième partie de l'atelier a présenté le visionnage de deux extraits vidéo, lesquels ont été analysés par les participants sur des questions concernant l'action du professeur (transcriptions et photogrammes fournis) et complétés par les commentaires et réponses des professeurs ayant participé à la conception et à la réalisation des séances, ainsi qu'à leur analyse.
Nous avons mené une synthèse sur le travail d'ingénierie didactique coopérative prenant appui sur les vécus de l'équipe à la lumière de la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy, 2011).

VI - LE « JEU DES TRESORS[65] », UNE INGENIERIE DIDACTIQUE REPRISE AU SEIN D'UNE INGENIERIE DIDACTIQUE COOPERATIVE

1 Un retour à l'origine de l'ingénierie didactique « jeu des trésors » et son héritage

L'ingénierie didactique le "jeu des trésors" s'inscrit dans un ensemble de recherches qui ont travaillé la représentation[66] dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques (TSD) depuis la réforme des mathématiques modernes des années soixante-dix[67]. La situation a été mise en œuvre par G. Brousseau et

[65] L'appellation « jeu **des** trésors » est celle qui était employée dans les travaux initiaux de Brousseau et de son équipe. L'appellation « jeu **du** trésor » est celle retenue par le groupe de recherche pour la mise en œuvre de cette même ingénierie dans de nouvelles conditions. Le « jeu **du** trésor » reprend ainsi l'ingénierie originale du « jeu **des** trésors » pour en réaliser une implémentation dans les conditions, nouvelles, d'une ingénierie coopérative. Une fois posées les bases historiques de l'émergence du jeu, c'est cette appellation qui sera retenue dans la suite de l'atelier.

[66] Brousseau (2004) cite plusieurs thèses et travaux DEA (Bessot & Richard, 1979 ; Digneau, 1980 ; Maudet, 1982 ; Pérès, 1984 ; Galvez, 1985 ; El Bouazzaoui, 1982 ; Diez Barrabes, 1991 ; Berthelot & Salin, 1992 ; Orus-Baguena, 1992 ; Ratsimbah-Rajhon, 1981 ; Briand, 1993 ; Fregona, 1995 ; Lacasta, 1995 ; Bloch, 2000 ; Alson, 2000 ; Broin-Ferguson, 2002).

[67] Cette réforme a permis d'introduire dans les manuels et dans les articles professionnels des « représentations iconiques nouvelles [à partir des années soixante] : les tableaux, les diagrammes, les graphes, […] » proposant des « alternatives intéressantes aux expressions formelles et aux formulations verbales ou écrites en langue naturelle » (Brousseau, 2004, annexe 7). Ces nouveaux « langages », comme les appelle Brousseau, interrogent les professeurs de

son équipe du COREM dans l'école maternelle J. Michelet (entre 1977 et 1990) (Digneau, 1980 ; Pérès, 1984 ; Brousseau, 2004).

A partir des années 2000, d'autres groupes de recherche ont repris la situation : en Espagne (Ruiz Higueras, 2005), en Suisse dans les cantons de Genève et Tessin (Schubauer-Leoni, Leutenegger & Forget, 2007 ; Schubauer-Leoni et al., 2010), en France à Marseille (Quilio & Mercier, 2010 ; Quilio, Mercier & Leroy, 2011) et à Rennes, d'où provient notre équipe (Sensevy, Forest, Garel & Morales, 2010 ; Le Gac, 2011 ; Masson, 2011).

Au cours du « jeu des trésors », les élèves sont amenés, au travers d'une « suite de situations », à construire « des codes pour représenter des objets, des collections, des propriétés, des relations, etc. » (Brousseau, 2004 p. 255). L'ingénierie favorise le développement d'une « culture sémiologique » en vue de préparer les élèves à son usage à des fins mathématiques dans leur scolarité, comme le souligne Brousseau (2004 p. 263) : « La nécessité d'effectuer ces représentations met en évidence les objets (éléments, propriétés et relations) et prépare leur reconnaissance, leur emploi dans d'autres situations, leur connaissance explicite ». Cette préparation amène les élèves à créer un double rapport avec la représentation, en tant qu'*outil*, elle est un moyen de connaissance pour les élèves, et en tant qu'*objet d'étude*, elle est « objet même de l'enseignement » (Pérès, 1984 ; Brousseau, 2004). Le « Jeu des trésors » offre une « genèse didactique et même scolaire des premières représentations » (Brousseau, 2004 p. 263). Brousseau précise par ailleurs que « l'organisation des situations et du processus présente un intérêt pour la présente étude, car elles réalisent le paradigme de toutes les situations de représentations » (Ibid. p. 258). En ce sens, conclut Brousseau, le « jeu des trésors est une situation fondamentale pour la représentation » (Ibid. p. 263).

2 Le « jeu du trésor » au sein d'un dispositif d'ingénierie didactique coopérative

Notre groupe de recherche, « jeu du trésor », a été créé en 2008, au sein du dispositif de recherche « Savoirs, Dispositifs, Gestes » de l'IUFM de Bretagne (actuellement en collaboration avec l'IFE, Institut Français de l'Education). Ce dispositif est constitué de quatre ingénieries coopératives qui travaillent toutes sur la place et le rôle du savoir dans la conception, la mise en œuvre et l'analyse de séquences d'apprentissage (Lefeuvre, 2008). Le but de ces travaux est d'aboutir à un processus de diffusion, c'est pourquoi la création de dispositifs assurant la transmission des expériences est également une question centrale. Chaque équipe rassemble une diversité d'acteurs dont les échanges entre les différents membres reposent sur l'élaboration d'une vision commune, le partage d'une problématique et d'un vocabulaire quasiment identique afin de construire des savoirs. « La présence d'acteurs issus de la recherche et "du terrain" permet l'interaction entre une analyse théorique de la situation et les obstacles rencontrés lors de sa mise en place » (Guillou & Pérez, 2012, p.3). Ceci favorise un mouvement qui joint la théorie et la pratique. Au sein de chaque équipe, il est accordé une place principale à l'étude des « savoirs », à l'appropriation et à l'incorporation de ces savoirs dans les « gestes » professoraux (Sensevy, 2011, p. 509 ; p. 678). Un geste se définit comme « une manière de faire de celui qui a élaboré un rapport de première main au savoir qui va assurer leur communication de ce savoir, en général au sein d'un dispositif didactique » (Sensevy, 2010 pagination ad hoc). Durant les plénières organisées au cours de l'année, chaque groupe partage avec les autres ses travaux et ses réflexions. Ceci permet de nourrir les échanges entre les membres, qui peuvent ensuite en tirer parti pour leurs propres avancées.

mathématiques de l'époque « sur ce qui, dans leur apprentissage et le contrôle de leur usage, devrait incomber aux mathématiques, la logique […] et à la théorie des langages. » (*Ibid.*).

Dans notre cas, l'équipe est composée de professeurs des écoles, de conseillers pédagogiques, d'enseignants-chercheurs et d'étudiants (master PE, master recherche et doctorat). Nous travaillons ensemble la question de la représentation (Brousseau, 2004), en alternant systématiquement l'étude et la mise en œuvre.

L'étude, théorique, a pour but la véritable appropriation des savoirs de cette ingénierie, et particulièrement la représentation. Publications et productions internes en sont le socle. Cette étude s'articule autour de deux axes. Le premier concerne l'étude personnelle des savoirs (travail « en soi et pour soi »). Le second s'attache à l'échange en collectif[68].

La mise en œuvre est pratique. Elle vise l'incorporation de nouveaux gestes professionnels (l'enseignant apprend à *orienter* le travail des élèves) et l'inculcation de nouvelles habitudes chez les élèves (les élèves apprennent à reconnaître et mettre en œuvre, dans une situation donnée, le(s) savoir(s) leur permettant d'agir adéquatement). Pour y arriver, trois étapes sont nécessaires :

- ✓ La conception des séances résulte des réflexions et décisions prises et assumées collectivement par les enseignants et les autres membres du groupe de recherche.
- ✓ La mise en œuvre dans les classes est ensuite réalisée par des enseignants membres du collectif. Elle est filmée puis retranscrite.
- ✓ Enfin, l'analyse s'appuie sur ces films et retranscriptions. Elle nourrit la réflexion conceptuelle sur les gestes professionnels et sur les pratiques.

Cette alliance au sein du collectif permet ainsi une dialectique féconde entre la théorie et la pratique.

Ces travaux sont menés dans le but de les diffuser sous diverses formes pouvant servir à la formation initiale ou continue des enseignants (création de DVD[69], communications[70], publications[71], conception de prototypes). « Ainsi, notre dispositif expérimente un processus collectif de mise au point de prototypes[72] successifs, suffisamment documentés pour permettre au plus grand nombre de professeurs une meilleure compréhension de la situation [le jeu du trésor], de ses enjeux, et des difficultés de sa mise en œuvre » (Le Gac, 2011, p.137). Nous y reviendrons.

---

68 Cette étude personnelle et collective est caractérisée par Lefeuvre (2008). Il identifie un double mouvement de « savantisation » et d'« essentialisation », qui rend possible la construction d'un rapport de première main avec le savoir (cf. conférence Sensevy). « Savantiser » renvoie à celui qui cultive et approfondit l'étude d'un savoir et se rend plus expert (Lefeuvre, 2008) tandis qu'« essentialiser » correspond à l'approfondissement d'une question précise. La mutualisation des études personnelles permet aux membres du collectif d'actualiser et cibler les savoirs en jeu, parvenant ainsi à la détermination de buts communs (i.e. affiner la conception des séances qui orienteront l'action du professeur *in situ*).

69 Forest, D. (2012). Videos on DVD to Support Teacher's Professional Development for Inquiry Based Teaching. *S-TEAM final conference*, Santiago de Compostella, Spain, February.

70 Forest & Masson, 2011 ; Forest & Le Gac, 2011, Sensevy, Morales, Bueno-Ravel, Theze, 2011 ; Sensevy & Forest, 2012.

71 Sensevy, 2011a.

72 Allant des premières conceptions et mises en œuvre au sein du collectif vers le détachement « des implémentations initiales de l'ingénierie, destiné à tout professeur, et accompagné d'une formation spécifique » (Sensevy, 2011, p.696).

Enfin, nous proposerons dans la conclusion l'explicitation de quelques principes de notre ingénierie didactique coopérative. Ces principes ont été repris dans la conférence de Gérard Sensevy.

VII - L'ANALYSE DES PRATIQUES DIDACTIQUES A L'ECOLE MATERNELLE : LE CAS DU «JEU DU TRESOR».

1 Description du « jeu du trésor »

L'atelier commence avec la présentation de l'ingénierie didactique coopérative le « jeu du trésor ». Cette ingénierie est constituée de quatre phases et dure environ six mois d'après notre expérience. Au cours des quatre phases, l'enjeu pour les élèves sera de restituer un nombre fini d'objets (le nombre varie selon la phase), connus par tous, et qui sont cachés par l'enseignant dans une boîte opaque, de la veille au lendemain ou du matin à l'après-midi. Ils devront rappeler les objets en prenant appui sur une liste (représentant l'ensemble d'objets cachés), d'abord pour eux-mêmes, puis dans un jeu de communication avec leurs camarades. Un résumé des quatre phases est proposé en annexe 1.

Pour la préparation du jeu, l'équipe de recherche choisit une collection d'une quarantaine d'objets à partir de leurs propriétés (forme et fonctions) et leurs relations (cf. annexe 2). Pendant la phase 1, les élèves constituent ce « référentiel » d'objets progressivement. Ils les manipulent et les désignent en donnant un nom, ou code oral, à chaque objet. La restitution se fait au début de chaque séance, en collectif et de manière orale (phase de familiarisation avec le jeu). Par exemple, pour la collection de cinq clés (cf. annexe 2), les élèves ont distingué la « clé du garage », la « clé du vélo », la « clé du cœur à l'envers », la « clé de la maison » et la « clé du château ».

La phase 2, en individuel, se déroule en deux temps et amène un changement de stratégie : le passage de la mémoire à l'usage d'une liste. L'enjeu pour les élèves est de <u>trouver un moyen</u> pour <u>anticiper</u> une réponse à la question suivante, posée par l'enseignant : « qu'est-ce qu'il y a dans ma boîte ? ». Pour gagner, les élèves doivent se rendre capables d'énumérer le contenu exact de la boîte, <u>à coup sûr</u>, afin de faire sortir les objets par l'enseignant (qui sont cachés la veille dans la boîte par l'enseignante, en présence des élèves). Pendant le « jeu de la mémoire » (phase 2A), les élèves doivent se souvenir de trois objets ce qui n'impose pas une grande difficulté pour leur mémoire. Le « jeu des listes » (phase 2B) débute avec un « saut informationnel », c'est-à-dire l'augmentation du nombre d'objets, jusqu'au nombre de dix qui excède les capacités de la mémoire individuelle. Cette fois-ci, les élèves doivent restituer les noms de dix objets cachés. Cette situation provoque l'échec de la mémoire, la recherche d'une nouvelle stratégie et conduit les élèves à faire l'expérience de la nécessité d'une liste. Au cours de réflexions et des échanges en petits groupes, l'idée de faire une liste apparaît. Un exemple de liste est fourni dans l'annexe 1.

Néanmoins, une contrainte est imposée : l'usage des crayons noirs et des feuilles de taille réduite. Les premières représentations aident à augmenter les chances de gagner, mais leur construction demandera de la part des élèves l'analyse et la sélection de données « décrivant » les propriétés des objets ou leurs relations, etc. De même, la fabrication et l'usage d'une liste ne vont pas de soi.

Pour la phase 3, il s'agit de communiquer les listes (on travaille donc la représentation en tant qu'*outil* de communication d'anticipation des réponses). Trois rôles sont distribués par l'enseignant : le « dessinateur », qui présente graphiquement quatre objets cachés, les « lecteurs » qui décodent les dessins de la liste et le « contrôleur », qui répond « oui » ou « non » aux questions que posent les lecteurs en vérifiant si les objets nommés sont bien dans la boîte. Les représentations graphiques, personnelles, sont mises en conflit pendant cette phase (parce qu'elles sont parfois difficiles à reconnaître !). Le besoin de communiquer le contenu exact de la boîte à autrui, au seul moyen de la liste, amène les élèves à éprouver la nécessité de se concerter pour la création d'un code commun. Des analyses en petits groupes se suivent après les échecs. L'enseignant organise parallèlement des débats en collectif (phase 4). Le but est de fournir un temps collectif d'étude et d'analyse des représentations créées, afin de choisir et d'afficher un code commun (ce qui renvoie à la représentation en tant qu'*objet d'étude*).

2 Eléments d'analyse, identification des connaissances et des procédures

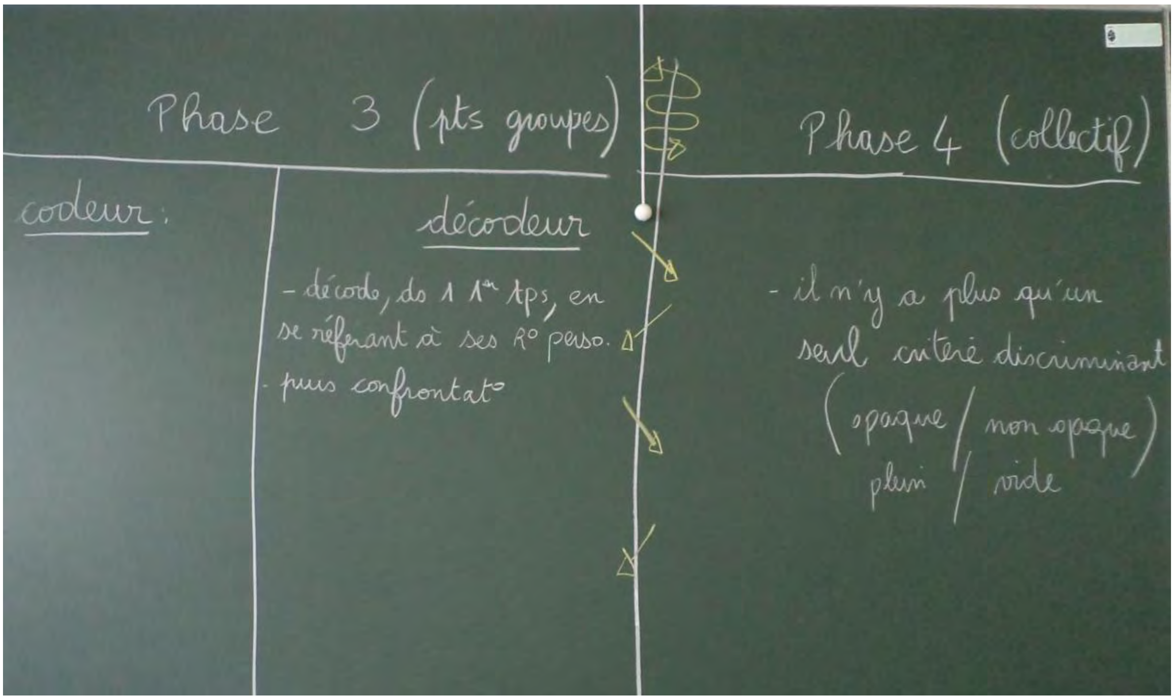
Dans cette partie de l'atelier, les participants devaient analyser individuellement les objets composant le référentiel et dégager les critères de choix en prenant appui sur un document fourni (cf. annexe 2). Ensuite, nous leur avons demandé d'observer quatre listes de dessins de la phase 2B (cf. annexe 3) et de reconnaître deux objets (la « loupe » et/ou la « casserole »). Ensuite, ils devaient envisager et noter tant les difficultés rencontrées par les élèves pour représenter ces deux objets que les techniques utilisées pour les résoudre. Ce travail était à effectuer pour le moment de fabrication de la liste (l'élève joue le rôle du codeur) et pour le moment de la lecture de la liste (les élèves sont décodeurs).

Le travail en binôme a consisté à observer les représentations produites en phase 3 et 4 par les élèves, pour la « loupe » et pour la « casserole » (cf. annexe 4). Nous avons demandé d'identifier les connaissances (les savoirs)[73] en jeu en prenant appui sur l'observation des modifications dans les représentations.

Durant la mise en commun, les réponses des participants ont été notées sur le tableau noir et commentées par les enseignantes et l'animateur. Voici les connaissances et les procédures qui ont été proposées (cf. figure 1) :

Figure 24. Détail des réponses notées par les participants de l'atelier.

[73] Pour l'atelier nous avons adopté le terme « connaissances » en faisant référence à la distinction présentée dans la conférence de Claire Margolinas. Nous rapprochons ce terme à celui que nous utilisons : « savoir ». « Savoir » « est une *puissance d'agir*, qui comprend une puissance langagière ; un savoir, c'est ce qui permet d'exercer une capacité, qui suppose la construction d'un rapport spécifique au langage » (Sensevy, 2011, p. 59). Le savoir comme puissance se manifeste toujours en situation, une telle capacité est fortement dépendante d'une situation (Sensevy & Mercier, 2007).



En ce qui suit, nous présentons notre analyse. La synthèse a été menée à partir de quelques éléments issus d'une part des travaux de master et d'une thèse en cours, et d'autre part des travaux produits dans le cadre du GRI.

Si l'on considère que l'ensemble des dessins contenus dans la liste représente le contenu de la boîte, il est nécessaire d'utiliser des connaissances ou de construire des connaissances permettant d'élaborer une liste. Par exemple, il sera utile d'avoir une certaine compréhension implicite de ce qui est une collection ou un ensemble afin de prendre en compte les relations de chaque objet avec les autres objets de la collection.

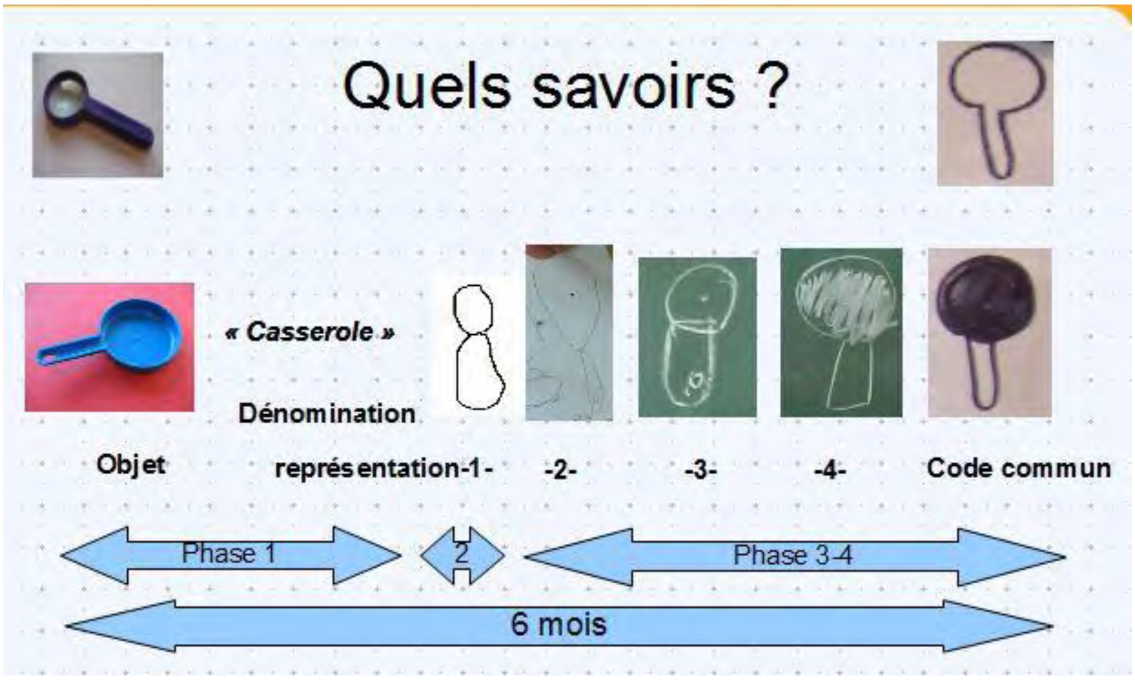
Des procédures seront nécessaires pour vérifier qu'il y a dans la liste tout ce qu'il faut pour gagner :

- ✓ mettre en correspondance terme à terme objet-dessin ou bien dénombrer les deux collections pour vérifier qu'il y a tout ce qu'il faut (mais dénombrer ne garantit pas que tous les objets aient été codés ou déchiffrés !).
- ✓ élaborer des techniques d'énumération (ou marquage) pour distinguer ce qui a été dessiné de ce qui ne l'a pas été. De même, pour la lecture de la liste, une technique d'énumération sera également nécessaire pour contrôler si les différents éléments ont été nommés, pour éviter les oublis et les répétitions.

Les phases 2, 3 et 4 sont particulièrement intéressantes pour l'évolution du travail de codage des représentations des objets, la désignation et la différenciation des dessins. Une simple trace, comme par exemple une forme longue, peut évoquer plusieurs objets possibles (une règle, un crayon, etc.), sans rendre compte d'un objet précis dans le référentiel. On se pose la question : « lequel ? ».

Dans le cas de la « casserole », les informations choisies pour l'élaboration de leurs codes reposent d'une part sur une forme partagée avec un autre objet, la « loupe » : c'est-à-dire, un rond et une forme longue représentant le manche. D'autre part, on remarque des traits distinctifs sélectionnés. La figure 2 montre la transformation de la représentation de la « casserole » au cours des phases du « jeu du trésor ». Sur l'illustration, les représentations numéros 2 et 3 montrent des traits analogues à la « casserole » réelle (un point au centre d'un rond ; un cercle en représentant le trou du manche). Ces traits analogues peuvent être vus comme des signes iconiques (Eco, 1988) car la représentation possède quelques propriétés de l'objet réel.

Figure 25. Vue synoptique de la transformation de la représentation de la « casserole » (Forest & Masson, 2011).



La représentation numéro 4 et le code commun montrent une mise en relation de la « casserole » et de la « loupe ». Cette relation est représentée par l'opposition d'un rond coloré et d'un rond vide : le rond coloré représente l'opacité de la « casserole » et le rond vide la transparence du verre de la « loupe ». Les deux représentations se définissent mutuellement. Notons que ces deux dernières ont été retenues pour le code commun (dernière représentation de gauche à droite). Dans cette perspective, chaque représentation offre une « ressemblance » (van Fraassen, 2010) avec l'un des objets : « casserole »/opaque ; « loupe »/transparente. Nous pouvons l'interpréter comme la « sélection » d'un aspect précis (les caractéristiques du matériel dont chaque objet a été fabriqué) permettant d'« attirer l'attention » des décodeurs sur ce signe (au sens de van Fraassen, 2010). De plus, ce choix peut constituer un critère de reconnaissance de la forme permettant l'interprétation du signe (ex : coloré veut dire opaque donc c'est la « casserole » !). Ce choix permet aussi de surmonter le problème de différenciation des représentations au sein d'un contexte (le référentiel) ou d'un système de représentations.

Voici maintenant une autre interprétation possible, qui prend appui sur quelques éléments d'un autre cadre théorique : celui utilisé par certains membres du COREM, notamment Pérès (1984). Ce cadre a été reconstruit partiellement grâce à l'étude des documents qui nous sont parvenus de Bordeaux en 2010. Pérès (1984) met en évidence la construction de codes au travers du développement de la logique chez les élèves, en prenant appui sur le « primat des affirmations » et le « processus de négation » de Piaget. En appliquant ces outils théoriques, on peut en déduire que les élèves doivent prendre en compte, au cours du codage et du décodage, ce que le dessin ne représente pas. Exemple : ce n'est pas un objet de la classe des objets ronds, ce n'est pas non plus un objet carré. Plus spécifiquement, ce n'est pas la « loupe » car il a un point au milieu et un trou, ce n'est pas la « loupe » car le rond est coloré...

D'autres interprétations seraient également possibles à partir des travaux de logique de Wermuz (« prédicats amalgamés ») auxquels Brousseau (2004) porte un intérêt spécial, mais nous ne nous arrêterons pas davantage sur ce point.

Nos travaux d'étude, en individuel et en collectif, nous ont permis de repérer progressivement plusieurs savoirs en jeu et d'en sélectionner certains dans le but d'approfondir nos analyses depuis 2008. Nous présentons en annexe 5 quelques éléments de la réflexion produite et affinée dans le temps par tous les membres de l'équipe. Ces travaux reposent sur l'élaboration de fins communes (Sensevy, 2011), c'est à dire notre volonté de préciser « quelque chose qui sera enseigné » (les savoirs, les enjeux). En noir, on peut observer les enjeux et les savoirs identifiés et étudiés entre 2008 et 2010. En blanc et orange celles qui ont été intégrées en 2011. L'équipe a consacré les premières années à l'étude de quelques points comme le passage de l'oral à l'écrit, l'usage des représentations en tant qu'*outil* pour se souvenir, la caractérisation des objets par leurs propriétés, l'isolement de traits distinctifs permettant d'identifier un objet précis, la construction des signes dans le but de communiquer au sein d'un collectif (ayant des références communes), etc. D'autres points se rajoutent en 2011, et qui ont rapport aux habitudes de simulation, par les élèves, de pratiques qui appartiennent au monde scientifique à savoir : l'expérimentation, la proposition et le test de différentes représentations, l'analyse des causes des échecs, l'argumentation, le développement des critères garantissant les choix des codes, etc.

3 Deuxième partie de l'atelier. Éléments d'analyse, identification des connaissances et des procédures

La deuxième partie de l'atelier a pris appui sur l'analyse de deux extraits de vidéo. Les transcriptions sont fournies dans les annexes 6 et 7. Nous avons demandé aux participants de prendre des notes du travail du professeur, en essayant de répondre aux questions suivantes : Que dit-il ? Que tait-il ? Que montre-t-il, que cache-t-il ? Quelle est la part respective effectuée par les élèves et par le professeur ? La restitution a été orale. Dans la suite du texte, nous centrerons nos analyses sur la reprise par notre collectif.

La première vidéo visionnée (cf. annexe 6, transcription « loupe-casserole ») correspond à la deuxième séance de la phase 3 (mise en œuvre 2008-2009). Il s'agit d'un moment d'analyse en petit groupe suite à un échec de lecture. Le professeur a donné au dessinateur quatre objets relativement différents, dont la « casserole ». Les élèves échouent à reconnaître la « casserole » (l'objet dessiné), et la confondent avec la « loupe », un autre objet de la collection de référence qui a une forme identique. Nous présentons ci-dessous un résumé de la transcription pour la commenter plus tard.

"Jeu du trésor" 2008-2009 phase 3, séance 2 « Jeu de la communication des listes ».	
TDP	
1 – 7	Im dit : « on dirait la loupe » (tdp 2). La PE reformule : « Et toi tu as trouvé que ça ressemblait à la loupe » (tdp 3). Un élève propose : « parce que la loupe elle est à l'envers » (tdp4). La PE tourne la feuille et commente : « J'peux mettre le dessin dans l'aut sens aussi d'accord ? » (tdp 7)
7 – 11	La PE dit : « je sais pas comment il aurait pu faire pour que vous trouviez mieux la lou… la casserole » (tdp 7). Les élèves proposent : « un petit trait » (tdp 8), « un gros rond » (tdp 9) « et la loupe un p'tit rond » (tdp 10) ; « un petit rond et un truc » (tdp 11).
12 – 24	La PE ajoute : « C'est vrai qu'on a confondu avec la loupe parce que ça se confondait avec le dessin de la casserole. Donc il faudrait peut-être essayer de trouver un dessin pour la loupe, et on saurait que c'est la loupe à chaque fois, et un dessin pour la casserole et on saurait que la casserole c'est la casserole à chaque fois. +++ Peut-être il faudrait réfléchir à ça dans vot' tête. » (tdp 12). Les élèves proposent : « un petit trou » (tdp 13, 18), « une petite bosse » (tdp 14, 15). La PE résume : « On pourrait faire une petite bosse et un p'tit trou. Colin, la prochaine fois que tu dessineras la casserole, le groupe a décidé que, un p'tit trou et une petite bosse, tout le monde serait d'accord pour retrouver la casserole » (tdp 19) et demande au dessinateur : « Est-ce que tu trouves ça intéressant + Donc on pourrait partir là-dessus » (tdp 21). La PE ajoute : « Cet après-midi je vais redonner des objets. Colin, t'auras d'autres objets à dessiner. Si y'a la casserole, on verra un peu c'qu'on peut faire avec le, la, le p'tit trait et la p'tit bosse. Enfin je sais pas, en fin si je sais, mais...<?> (tdp 23). Un élève commente : « Ce sera facile... » (tdp 24).
FIN DES ANALYSES EN PETIT GROUPE.	

Le deuxième extrait (cf. annexe 7, transcription « pile ») correspond à la phase 3/4 lorsqu'il y a déjà un début du panneau du code commun affiché (mise en œuvre 2011-2012). La « pile » et d'autres objets (« calot », « brosse à dents » et « anneau ») sont déjà affichés dans le panneau de code commun (panneau qui est sur la table ovale pendant le jeu ; voir photogramme en annexe 7). L'un des quatre « panneaux d'essai » (le panneau vert), qui est accroché au mur derrière les « élèves-chercheurs », contient des propositions qui rappellent aux élèves le « parfum ». Ils demanderont s'il y a le « parfum ». L'extrait s'arrête là, et des analyses en petit groupe suivront.

Voici le résumé de la transcription que sera commentée après :

"Jeu du trésor" 2011-2012 phases 3/4, séance 5 « Jeu de la communication des listes et construction d'un code commun ».	
TDP	
1 - 32	✂✂✂✂✂✂ (la transcription et la vidéo ont été découpées en raison du temps disponible pour la présentation dans cet atelier.)
33 -35	Les élèves pointent le code de la pile sur le panneau de code commun. Nin dit : « on avait dit vraiment bien qu'on allait dessiner pareil » (tdp 35).
36 - 38	✂✂✂✂✂✂
39 - 40	Les élèves regardent Jor, la PE dit : « mais il ne va rien dire avec ses yeux hein. C'est ça (*pointe la liste de Jor*) qui va vous aider » (tdp 39).
41 - 46	✂✂✂✂✂✂
47 - 57	Tim veut demander la « pile », il ajoute : « l'autre jour il avait fait pareil que ça » (tdp 53). Rom et Nin ne sont pas d'accord. Rom dit : « oui mais on n'avait pas collé ça (pointe les codes) » (tdp 54) dans le panneau de code commun. *Tim se retourne vers les panneaux d'essais. Nin, Rom et Léo font de même. Les élèves*

	montrent des anciennes propositions de piles (tdp 54). Tim remarque le dessin du « parfum » (tdp 57).
58 - 63	✂✂✂✂✂✂
64 - 76	La PE dit : « Vous avez le droit de dire aussi que le dessin ne vous permet pas de dire » (tdp 64). Les élèves ne sont pas d'accord. Lé dit : « La pile on avait promis c'était comme ça (*il pointe le code de la pile*) » sur le panneau de code commun (tdp 70); Rom ajoute : « Mais oui on n'avait pas promis comme ça (*elle pointe le dessin de Jor*) » (tdp 71). Tim insiste : « L'autre jour il avait fait une pile pareille que celle-là » (tdp 72). Rom ajoute : « Mais tous ceux-là (*montre les codes décidés sur le panneau pour gagner* [panneau de code commun]) c'était pas collé » (tdp 73). La PE reprend la discussion : « Elle a raison si on décide de faire ça (*pointe le « panneau pour gagner »* [panneau de code commun]) et toi tu dis « mais Jor il va pas respecter » normalement non on avait dit que si on avait décidé la pile, l'anneau, la brosse à dent et la calot maintenant on faisait chaque fois attention comme ça. Donc normalement Jor il a dû faire attention » (tdp 74). Deux élèves discutent s'il agit du carré de fenêtre.
77 - 122	✂✂✂✂✂✂
123 - 127	Les élèves reviennent à la discussion et se demandent si le dessin correspond à la pile ou non. La PE dit : « Dis si tu as d'autres idées et pourquoi / parce qu'on va pas y passer... On hésite, on hésite, on hésite heu / est-ce que ses dessins sont suffisamment clairs ? Vous hésitez ou vous trouvez du premier coup » (tdp 123) ; « Vous ne trouvez pas du premier coup » (tdp 125) ; « Alors il faut prendre un risque. Allez, tu donnes (*demande un ticket*). Alors, qu'est-ce que … ? » (tdp 127)
128 - 129	✂✂✂✂✂✂
130 - 153	Chaque élève demande au contrôleur Est-ce qu'il y a la … ?. Le dernier à demander c'est Lé. La PE leur dit : « on n'a pas d'indice. Proposez quelque chose » (tdp136). Tim insiste « la pile », Rom et Lé pointent le code sur le panneau de code commun, Lé ajoute : on avait décidé comme ça (tdp 138-139). Un élève propose : « le parfum oui mais il a pas dessiné rien » (tdp 141). Lé nomme le « parfum » (tdp 143). La PE souligne : « Alors là on hésite vous hésitez alors prenez un risque parce qu'il a pas assez d'indices / tu dis quoi » (tdp 144). Lé dit la « pile » (tdp 145, 148), suite l'insistance de Rom (tdp 146) il demande pas le « parfum » (150). Le contrôleur répond « non ».
FIN du jeu de décodage et début des analyses en petit groupe.	
154 - 170	La PE appel Jor près de la table et lui demande des explications : « Alors Jor viens nous expliquer dis donc pourquoi ils ont eu autant de mal que ça à trouver ? » (tdp 154). Elle montre la « pile » et demande les élèves : « Qu'est-ce que vous lui dites à Jor ? » (tdp 160). Nin répond : « On avait promis de dessiner comme ça (*montre le « panneau pour gagner »* [panneau de code commun]) (tdp 161). La PE demande : « Ben alors à quoi ça sert ? » (tdp 163). Nin reprend la parole et dit : « Non ça sert à rien parce que là on voit pas du tout ce que tu veux dessiner » (tdp 164). La PE ajoute : « Tu étais bien capable de dessiner ça quand même. On a choisi des dessins faciles la cuillère vous l'avez gagnée, l'anneau vous l'avez gagné .Tu vois l'anneau tu as fait comme on avait décidé ; est-ce qu'ils ont trouvé du premier coup ? » (tdp 165). Jor fait non de la tête et la PE dit « si ». Nin réclame qu'il avait dessiné comme ça « exprès » et la PE répond : « Non il a pas fait exprès, il a pas fait attention c'est pas pareil » (tdp 170).
✂✂✂✂✂✂ (les échanges se poursuivent autour d'autres objets)	

Nous avons choisi ces extraits pour montrer et analyser deux moments issus, l'un de l'année 2008, et l'autre de l'année 2011. En 2011, nous avons intégré un outil, « le panneau d'essai » (c'est l'outil regroupant les représentations proposées par les élèves au cours des analyses en petit groupe, phase 3). Cette idée a été reprise des éléments découverts au cours de l'étude des textes originaux du COREM en 2010.

Notre analyse tente de faire émerger plusieurs éléments en évitant de rentrer dans une analyse excessive des détails. Le lecteur pourra constater qu'il ne s'agit pas de la même situation. Les débats ne portent pas sur les mêmes enjeux.

Dans le cas de la première vidéo, l'enjeu est d'identifier dans les objets les signes qui, représentés, permettront de gagner à coup sûr. L'enseignante a un rôle important tout en restant réticente sur les réponses à donner. Ainsi, on voit l'enseignante insinuer : « je sais pas comment il aurait pu faire pour que vous trouviez mieux la lou… la casserole » (tdp 7). Cet énoncé *oriente* la discussion des élèves qui s'intéressent au sens du dessin (on reconnaît la casserole quelque soit sa position spatiale) à la recherche de signes sur l'objet réel (cf. photogramme dans la transcription). Ensuite on observe la floraison de plusieurs propositions de la part des élèves entre les tdp 8 – 11 et tdp 13 – 18 (« on a qu'a faire un petit trait », « une petite bosse », etc).

Un autre point intéressant est l'usage de la représentation de la « casserole » donnant un point d'appui à la discussion. Iman remarque : « On dirait la loupe » (tdp 2). L'enseignante prend appui sur cet énoncé et met en évidence progressivement le problème de différenciation en reformulant l'idée d'Iman : « tu as trouvé que ça ressemblait à la loupe » (tdp 3). Iman propose d'opposer les deux dessins en faisant « un gros rond » (tdp 9) pour la forme cylindrique, à fond plat de l'objet, « et pour la loupe un p'tit rond » pour la lentille (tdp 10). Plus tard l'enseignante fait une suggestion qui dévoile quelques indices : « C'est vrai qu'on a confondu avec la loupe parce que ça se confondait avec le dessin de la casserole. Donc **il faudrait**[74] peut-être essayer de trouver un dessin pour la loupe, et **on saurait** que c'est la loupe à chaque fois, et un dessin pour la casserole et **on saurait** que la casserole c'est la casserole à chaque fois. +++ **Peut-être il faudrait réfléchir à ça dans vot' tête.** » (tdp 12).

Vers la fin de la transcription on remarque que l'enseignante dirige la perception des élèves vers une possible solution de manière plus marquée (tdp 21- 23) : « Est-ce que tu trouves ça intéressant. + Donc **on pourrait partir là-dessus** » ; « **On pourrait** faire une petite bosse et un p'tit trou. Colin, la prochaine fois que tu dessineras la casserole, **le groupe a décidé que**, un p'tit trou et une petite bosse, **tout le monde serait d'accord pour retrouver la casserole** ». Néanmoins, ce ne sera pas cette proposition (une petite bosse et un p'tit trou) qui sera retenue pour le panneau du code commun, mais le choix de distinguer les objets par le signe coloré/vide (cf. annexe 4). Notons que l'enseignante fournit plusieurs éléments de réflexion au cours du dialogue, mais elle ne formalise pas les propositions en les faisant dessiner tout de suite par les élèves (les propositions seront présentés au cours du débat en collectif plus tard).

Dans la deuxième situation, la controverse porte sur l'action d'un élève, le dessinateur, dont la représentation n'a pas permis au groupe de gagner. On constate que la représentation de la « pile » (cf. annexe 7) ne fournit pas suffisamment d'informations aux décodeurs. L'enseignante le fait remarquer à la fin du jeu de déchiffrage de la liste « … on hésite / est-ce que ses dessins sont suffisamment clairs ? » (tdp 123), « vous ne trouvez pas du premier coup » (tdp 125), « on n'a pas d'indice. Proposez quelque chose » (tdp 136), « … vous hésitez alors prenez un risque parce qu'il n'y a pas assez d'indices » (tdp 144).

On remarque que l'enseignante renvoie les élèves travailler sur le déchiffrage de dessins de la liste et non sur les gestes du camarade : « mais il ne va rien dire avec ses yeux hein. C'est ça (*pointe la liste de Jor*) qui va vous aider » (tdp 39). Ensuite, on observe que les élèves dirigent leur recherche d'indices sur le panneau d'essai (tdp 54, 57). Remarquons enfin qu'ils confrontent également le dessin de Jor (tdp 71) au modèle affiché sur le panneau du code commun (tdp 35, 54, 70, 73, 138, 139).

Lorsqu'on observe de près la discussion, on remarque que Tim pense que Jor n'a pas fait attention au panneau, en évoquant le dessin de la « pile » que Jor avait fait dans un jeu précédent qui n'a pas permis de gagner (tdp 53, 72). Quant à Nin, Rom et Lé, ils soulignent l'engagement du collectif de respecter le code choisi. Ainsi, Nin remarque : « on avait dit vraiment bien qu'on allait dessiner pareil » (tdp 35). Rom met en cause le questionnement de Tim, en remarquant que précédemment « on n'avait pas collé ça » tout en pointant le panneau de code commun (tdp 54). (En effet, Jor n'a pas pu bénéficier de cet outil le jeu précédent car le code n'avait pas été décidé par le collectif !). Lé insiste deux fois : « La pile on avait promis comme ça (*il pointe le code de la pile*) » (tdp 70, 139).

[74] C'est nous qui soulignons en gras l'usage du conditionnel dans le discours du professeur.

L'enseignante prend appui sur la discussion des élèves en remarquant la décision du collectif d'utiliser le panneau de code commun pour gagner (tdp 74) : « Elle a raison si on décide de faire ça (*pointe le panneau pour gagner* [anneau de code commun]) et toi tu dis « mais Jor il va pas respecter » normalement non on avait dit que si on avait décidé la pile, l'anneau, la brosse à dent et le calot maintenant on faisait chaque fois attention comme ça. Donc normalement Jor il a dû faire attention ».

Après l'échec de la lecture de la liste, en début du débat, l'enseignante demande aux lecteurs : « Qu'est-ce que vous lui dites à Jor ? » (tdp 14). Un élève, Nin (tdp 161, 164) fait remarquer au dessinateur le besoin de respecter le code décidé : « On avait promis de dessiner comme ça (*montre le panneau pour gagner*) (…) ». L'enseignante *oriente* le dialogue sur l'intérêt d'utiliser le panneau de code commun (« Ben alors à quoi ça sert » (tdp 163)). Nin, en prenant appui sur la question de l'enseignante, fait la remarque suivante : « Non ça sert à rien parce que là on voit pas du tout ce que tu veux dessiner » (tdp 164). Le rôle de l'enseignante est ici un régulateur dans les dimensions affectives (tdp 165, 167, 168, 170). En effet, elle encourage et montre au dessinateur que lorsqu'il a respecté le code pour d'autres objets il a permis à son équipe de gagner : «Tu étais bien capable de dessiner ça quand même. On a choisi des dessins faciles la cuillère vous l'avez gagnée, l'anneau vous l'avez gagné. Tu vois l'anneau tu as fait comme on avait décidé ; est-ce qu'ils ont trouvé du premier coup ? » et répond « si » (tdp 165). Puis elle modère le dialogue (tdp 168) lorsque Nin dit : « Moi je pense que tu as fait exprès de dessiner comme ça ». L'enseignante répond : « Non il n'a pas fait exprès, il n'a pas fait attention c'est pas pareil » (tdp 170).

Pour conclure, dans cet extrait il y a un enjeu de *dévolution*, d'engagement de l'élève dessinateur, de prise de responsabilité par rapport à la victoire et au gain de connaissance (utiliser le code commun comme stratégie pour gagner). Le rôle du professeur est moins prégnant dans le débat de décodage, car le milieu (la liste, les panneaux d'essai et de code commun) permet aux élèves de construire leur argumentation « sur pièces », sur des systèmes sémiotiques déjà réalisés. Enfin, au cours des analyses en petit groupe l'enseignante, en prenant appui sur le milieu et sur les faits, *oriente* les élèves : elle les amène à argumenter pourquoi il est important d'utiliser le panneau du code commun et l'intérêt de respecter les décisions collectives. Elle prend en charge l'aspect affectif du jeu. Elle encourage le dessinateur en lui faisant voir que lorsqu'il a utilisé les codes affichés, il fait gagner son équipe, et modère les échanges en soulignant que Jor n'a pas eu l'intention de faire perdre son équipe mais qu'il n'avait seulement pas fait attention.

Nous enchaînons les exemples que nous venons d'analyser avec la réflexion suivante : cette ingénierie coopérative repose sur l'assertion que « le savoir donne forme au geste » (Sensevy, 2010 ; Lefeuvre, 2008). Nous remarquons que les gestes produits pour chacun des professeurs sont guidés par la conception du dispositif (décidé collectivement) et par les signes qu'ils déchiffrent de la situation qu'ils font jouer par les élèves. Les analyses ci-dessus essaient de mettre en évidence la façon dont les professeurs *orientent* le dialogue. Ce dialogue est *orienté* en fonction de signes perçus pendant la situation, dans le but de rendre capables les élèves de s'approprier des vocabulaires spécifiques au savoir en jeu et des divers outils sémiotiques en leur apprenant à voir le monde d'une manière spécifique et en rendant leurs perceptions « communes » (dans le sens de Sensevy, 2010).

Dans cette partie de l'atelier, nous avons tenté de faire analyser les pratiques *in situ* de deux situations distanciées dans le temps, par les participants. Les questions que nous avons proposées cherchaient à travailler plus particulièrement la dialectique « expression/réticence » du professeur. Cette dialectique est l'un des principes du « jeu didactique » postulé par la théorie d'action conjointe (Sensevy, 2007, 2010). Le professeur joue avec le degré d'information qu'il fournit aux élèves, il tait la part essentielle du savoir, ou il révèle quelques bouts du savoir en fonction de ce qu'il perçoit de la situation. En effet, la fonction du discours professoral est de faire agir les élèves (en les orientant), afin qu'ils construisent les savoirs nécessaires pour agir adéquatement dans une situation donnée.

Pour ce faire, au cours du discours le professeur produit un véritable « système de signes » (verbal, non verbal, graphique, etc.) que les élèves interprètent pour produire des stratégies gagnantes (Sensevy, 2011 p. 74).

VIII - CONCLUSION

À partir de ce qui a été vécu dans cet atelier, nous pouvons maintenant conclure sur la question des ingénieries coopératives qui a été traitée par Gérard Sensevy dans sa conférence. Nous énonçons tout d'abord cinq principes pour le fonctionnement de telles ingénieries, que nous avons progressivement dégagés du fonctionnement du groupe en prenant appui sur nos expériences :

1. Principe de symétrie, et principe d'enseignement mutuel entre professeurs et chercheurs (étude collective d'articles, analyse de vidéos…)
2. Principe de coopération et de volonté : détermination commune de fins communes
3. Principe d'orientation par l'étude des savoirs, et l'incorporation de ces savoirs dans les gestes professoraux.
4. Principe de mise au point de prototypes successifs...
5. Principe de construction d'un collectif de pensée (au sens de Fleck, 2005).

Plusieurs principes ont été déjà caractérisés au cours de notre texte. Nous les reprenons pour introduire de nouveaux éléments.

Nous considérons que le groupe de recherche est un lieu de rétroactions réciproques entre recherche et terrain, entre théorie et pratique. Tout membre du groupe est pensé *a priori* comme susceptible de participer à la réflexion collective, de proposer des éléments de mise en œuvre, de critiquer ceux qui sont proposés par d'autres. Au-delà des différences naturelles des rôles de chaque membre de notre équipe, le travail du collectif met en valeur la réponse que chacun peut apporter à un questionnement commun. Il ne s'agit pas de nier la spécificité des positions de chacun des membres, mais bien plutôt de reconnaître à chacun le droit de s'exprimer « en dehors de sa spécialité ». Chacun peut adopter le point de vue d'autrui (il n'y a pas de division du travail).

L'étude personnelle des chercheurs et professeurs, étudiants et formateurs, est complétée par des échanges dans le but de s'approprier des savoirs dans un véritable travail d'enquête collective (« enquête » au sens de Dewey, 1993). Cette enquête tente d'approfondir la problématique que nous nous sommes fixée et de questionner « les blancs » de l'ingénierie (les aspects moins détaillés dans les textes que nous avons étudiés) en prenant des décisions qui envisagent « enseigner quelque chose (…) d'une certaine manière » (Sensevy, 2011). Notre enquête facilite le travail de détermination des fins communes, qui repose sur un postulat plus large, dont « les savoirs donnent leurs formes aux pratiques d'enseignement et d'apprentissage » (Sensevy, 2007, 2010).

Deux éléments importants viennent le compléter. En effet, d'une part, l'étude des textes et l'analyse des situations favorisent l'incorporation des nouveaux gestes d'enseignement chez les enseignants. On l'a vu, dans les analyses ci-dessus concernant la dialectique « expression / réticence ». On constate que les gestes professoraux sont façonnés par le savoir et observés durant l'action *in situ*. « Un geste d'enseignement se caractérise par le fait que c'est le savoir *qui lui donne sa forme* » (Sensevy, 2010). D'autre part, les situations sont aménagées dans le but de rendre l'élève capable d'agir adéquatement dans une situation donnée. Ainsi, les élèves agissent en prenant appui sur les savoirs qu'ils apprennent (particulièrement la représentation) et qu'ils incorporent en tant que nouvelles habitudes (faire des propositions, prendre appui sur des systèmes sémiotiques, respecter les codes accordés collectivement, etc.).

Notre projet nous a amené à réaliser un DVD à partir de la mise en œuvre de 2008-2009, élaboré grâce à notre premier prototype, de niveau 1. Ce matériel se veut un support pour le travail d'un professeur n'ayant pas bénéficié du collectif de recherche mais uniquement de l'accompagnement de l'un des enseignants de notre équipe et avec des variations décidées par le collectif (prototype niveau 2 développé pendant l'année 2011-2012[75]). Cette nouvelle mise en œuvre a été filmée, suivie et analysée au fil de l'année. Les questionnements et retours d'expérience de ce professeur nous ont fourni des nouvelles données. Ces données nous permettront d'améliorer le dispositif dans le but d'avancer vers un prototype de niveau 3 destiné à tout professeur. Notre idée est d'accompagner le DVD avec un dispositif de formation spécifique, et cela fait partie de nos actuelles réflexions (cf. note de bas de page 7).

Enfin, l'étude que nous avons citée plus haut, permet l'émergence d'un nouveau rapport aux savoirs qui aide à la transformation du rôle des membres (ex. le professeur devient en professeur-chercheur, le chercheur comprend mieux les enjeux de la situation et de l'action des enseignants et des élèves, etc.). Ceci rend possible le développement des outils qui orientent dans des meilleurs conditions leur façon de percevoir une situation d'enseignement / d'apprentissage (au sens de Bulteman-Bos, 2008). Tout cela contribue à la construction d'une vision de monde partagée par l'ensemble de notre équipe et qui repose sur un vocabulaire commun et sur les principes présentés ci-dessus, en vue de la constitution d'un « collectif de pensée » (Fleck, 2005).

[75] Deux mises en œuvre ont eu lieu l'année 2011-2012, l'une avec un professeur nouvel arrivant dans le groupe (prototype de niveau 2) et l'autre avec un professeur déjà averti de la situation (mise au point d'un nouveau prototype de niveau 1). L'idée est à la fois de continuer la recherche fondamentale sur la situation (niveau 1 du prototypage) tout en produisant une possibilité de diffusion (prototypes de niveaux 2, 3, voire production « de série », si l'on accepte de filer cette métaphore d'origine industrielle).

BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (2004) Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation*, 2(30), 241-277.

BROUSSEAU G. (2004) Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. http://guy-brousseau.com/2018/les-representations-etude-en-theorie-des-situations-didactiques-2004/

BULTEMAN-BOS J. (2008) Will a clinical approach make education research more relevant for practice ? Educational Researcher, Vol. 37, No.7, pp. 412-420.

DEWEY J. (1993) *Logique. La t é orie de l'enquête.* Paris. PUF

DIGNEAU J-M. (1980) *Création d'un code à l'école maternelle étude d'un saut informationnel*, Mémoire de DEA de didactique des mathématiques Université Bordeaux I, IREM de Bordeaux.

ECO U. (1988). *Le signe. Histoire et analyse d'un concept*. Bruxelles : Editions Labor.

FOREST D. & MASSON C. (2011) Inquiry based teaching-learning in kindergarten (5-6 years old pupils) : collective construction of a sign system. *European Conference on Educational Research*, Berlin, Germany.

FOREST D. & LE GAC Y. (2011) The shaping of the teacher's didactic intentions in cooperative research design. *European Conference on Educational Research*, Berlin, Germany.

FLECK L. (2005) *Genèse et dé eloppement d'un fait scientifique*. Paris : Les belles lettres.

GUILLOU Q. & PEREZ C. (2012) Dossier TER. IUFM de Bretagne.

LE GAC Y. (2011) Influence de la maîtrise des savoirs par le professeur sur ses choix didactiques in situ. (Mémoire de master 2) Université Rennes 2, Rennes.

LEFEUVRE L. (2008) *Sa oirs, dispositifs d'actualisation de sa oirs et gestes d'enseignement*. (Mémoire de master 2) Université Rennes 2, Rennes.

MASSON C. (2011) Le « jeu du trésor » Un double processus de communication et de signification. (Mémoire de master 2) Université Rennes 2, Rennes.

PERES J. (1984) *Utilisation d'une t éorie des situations en ue de l'identification des p énomènes didactiques au cours d'une acti i té d'apprentissage construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle*. Thèse Université de Bordeaux-II

QUILIO S. & MERCIER A. (2010) Une phase du jeu du trésor dans une zone de discrimination positive : la mise en œuvre d'un collectif de pensée en moyenne section de maternelle dans la réalisation d'un code pour la désignation d'une collection d'objets. Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation (AREF). Université de Genève, septembre 2010.

QUILIO S., MERCIER A. & LEROY (2011) Les conditions de l'usage collectif d'une liste par les élèves dans la phase du saut à 12 dans le jeu des trésors. Actes du deuxième colloque international de l'Association pour des Recherches Comparatistes en Didactique (ARCD). Université de Lille 3, janvier 2011.

SCHUBAUER-LEONI M.L., LEUTENEGGER F. & FORGET A., (2007) L'accès aux pratiques de fabrication de traces scripturales convenues au commencement de la forme scolaire : interrogations théoriques et épistémologiques, *Education § Didactique, N°2, Vol 1 ,7-34.*
LEUTENEGER F & LIGOZAT F (2010) Le jeu du trésor dans le contexte genevois : gestion individuelle et collective d'une phase clé de la situation. Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation (AREF). Université de Genève, septembre 2010.
RUIZ HIGUERAS L. (2005) La actividad lógica en la Escuela Infantil. *Didáctica de las matemáticas para educación infantil.* In C. Chamorro (Ed.), Didáctica de las matemáticas para educación infantil, Pearson Educación (pp. 101-140). Madrid : Pretince Hall

SENSEVY G. (2010). Notes sur la notion de geste d'enseignement. *Travail et formation en éducation*, (5). Consulté de http://tfe.revues.org/index1038.html#ftn1

SENSEVY G. (à paraître) Repenser la profession de professeur, reconstruire une forme scolaire ? Actes XVIe Ecole d'été de mathématiques ARDM.

SENSEVY G. (2011a). Patterns of Didactic Intentions. Thought Collective and Documentation Work. In G. Gueudet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to "Li e d" Resources* : Mathematics Curriculum Materials and Teacher Development (pp. 43-57). New-York : Springer.

SENSEVY G. (2011b) *Le sens du savoir. Eléments pour une t éo rie de l'action conjointe en didactique.* Bruxelles : De Boeck.

SENSEVY G. & FOREST D. (2012). Semiosis process in instructional practices. *International Conference of the Learning Sciences*, Sydney, Australia.

SENSEVY G., FOREST D., GAREL B. & MORALES G. (2010) laboration d'un collectif professeurs-chercheurs pour le travail d'une ingénierie coopérative à partir de la situation du « Jeu des Trésors ». Actes du congrès de l'Actualité de la recherche en éducation et en formation (AREF). Université de Genève, septembre 2010.

SENSEVY G., MORALES G., BUENO-RAVEL L. & THEZE R.M. (2011) The semiosis process in didactic action. *European Conference on Educational Research*, Berlin, Germany.

VAN FRAASSEN B. (2010) *Scientific representation*. Oxford University Press. New York.

IX - ANNEXES

Annexe 1. Résumé des phases du jeu du trésor.

Annexe 2. Les objets choisis pour le référentiel (mise en œuvre 2008-2009).

Annexe 3. Quatre listes (productions des élèves, mise en œuvre 2008-2009).

Annexe 4. Evolution des représentations de la « loupe » et de la « casserole ».

Annexe 5. Synthèse.

Annexe 6. Transcription : séance de la « loupe » et de la « casserole » (mise en œuvre 2008-2009).

Annexe 7. Transcription : séance de la « pile » (mise en œuvre 2011-2012).

retour sommaire

Annexe 1 : résumé des phases du jeu des trésors

Phase 1 (collective) : collecter et nommer pour constituer une collection de référence

- 40 objets choisis par les professeurs et les chercheurs
- Présentés au cours de plusieurs séances
- On convient d'un mot ou d'une expression pour les désigner
- Les objets déjà présentés sont rappelés par le collectif des élèves au début de chaque séance

Phase 2 (individuelle) : le jeu des listes

Phase 2a : jeu de la mémoire

Le professeur montre, puis cache 3 objets de la collection de référence

Chaque élève doit les rappeler un peu plus tard.

Les élèves comprennent rapidement la nature du jeu, et chacun réussit à rappeler 3 objets, du matin pour l'après-midi, sans trop de difficultés

Phase 2b : saut informationnel

Le professeur montre, puis cache 10 objets de la collection de référence

Chaque élève doit les rappeler un peu plus tard.

La mémoire interne n'est pas suffisante et les élèves échouent à rappeler la collection. Les échecs répétés et la réflexion collective les conduisent à produire des listes graphiques

Phase 3-4 (en groupe et collective) : le jeu de communication des listes et la constitution d'un code commun

Phase 3 : jeu de communication des listes

(groupes de 5 élèves)

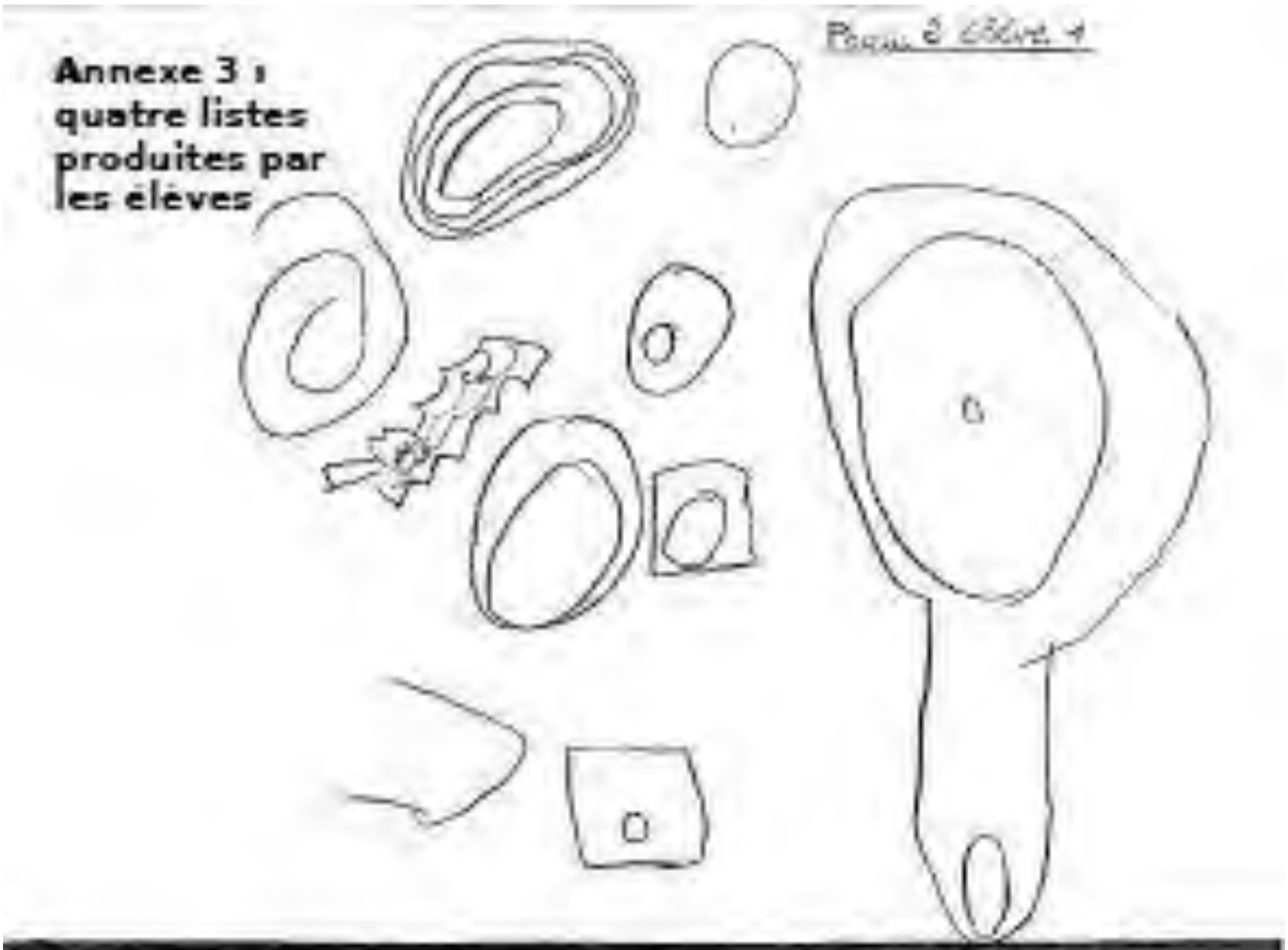
Les élèves doivent reconnaître 4 objets cachés sur une liste. Le groupe (les 5 élèves) gagne (ou perd).

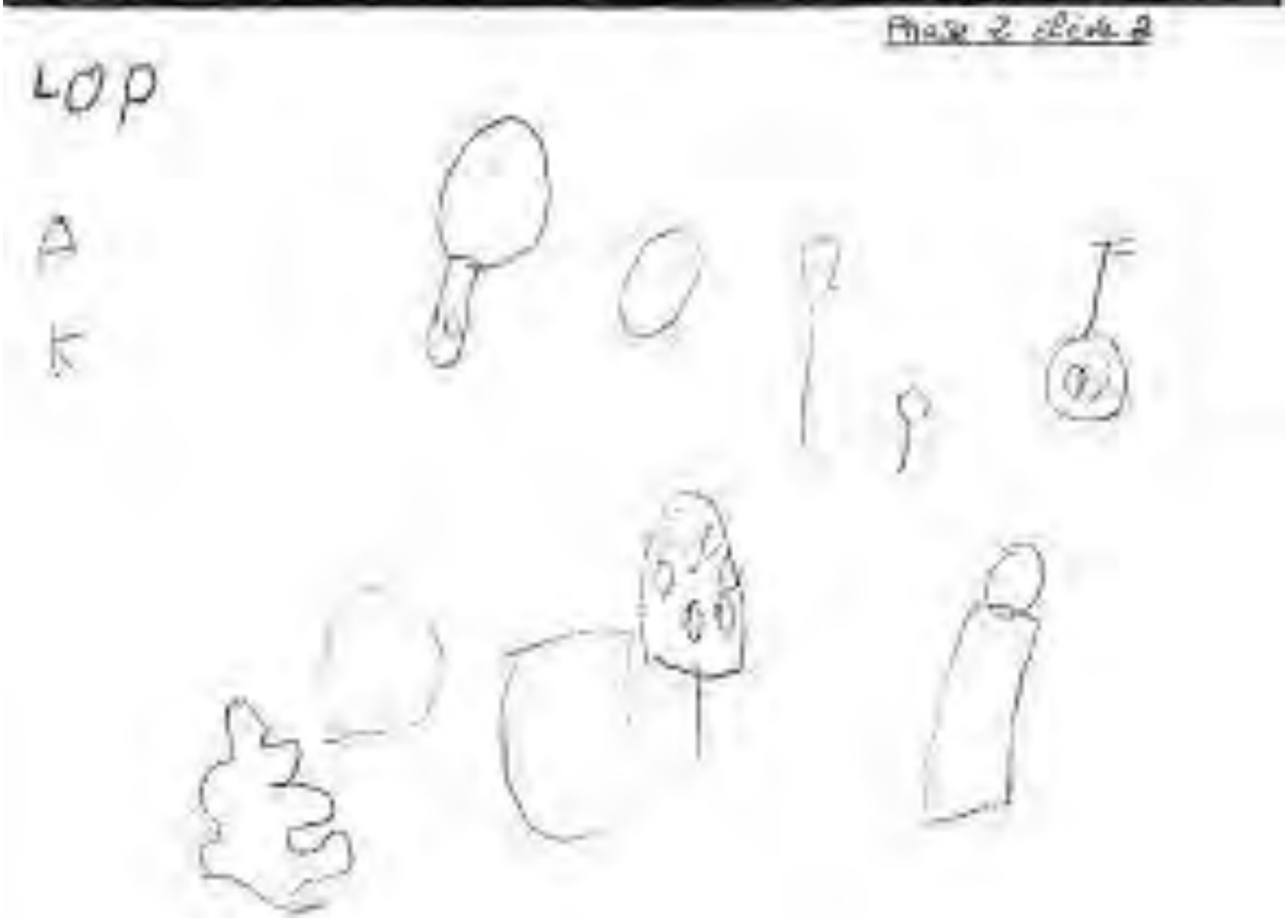
Phase 4: construction collective d'un code commun

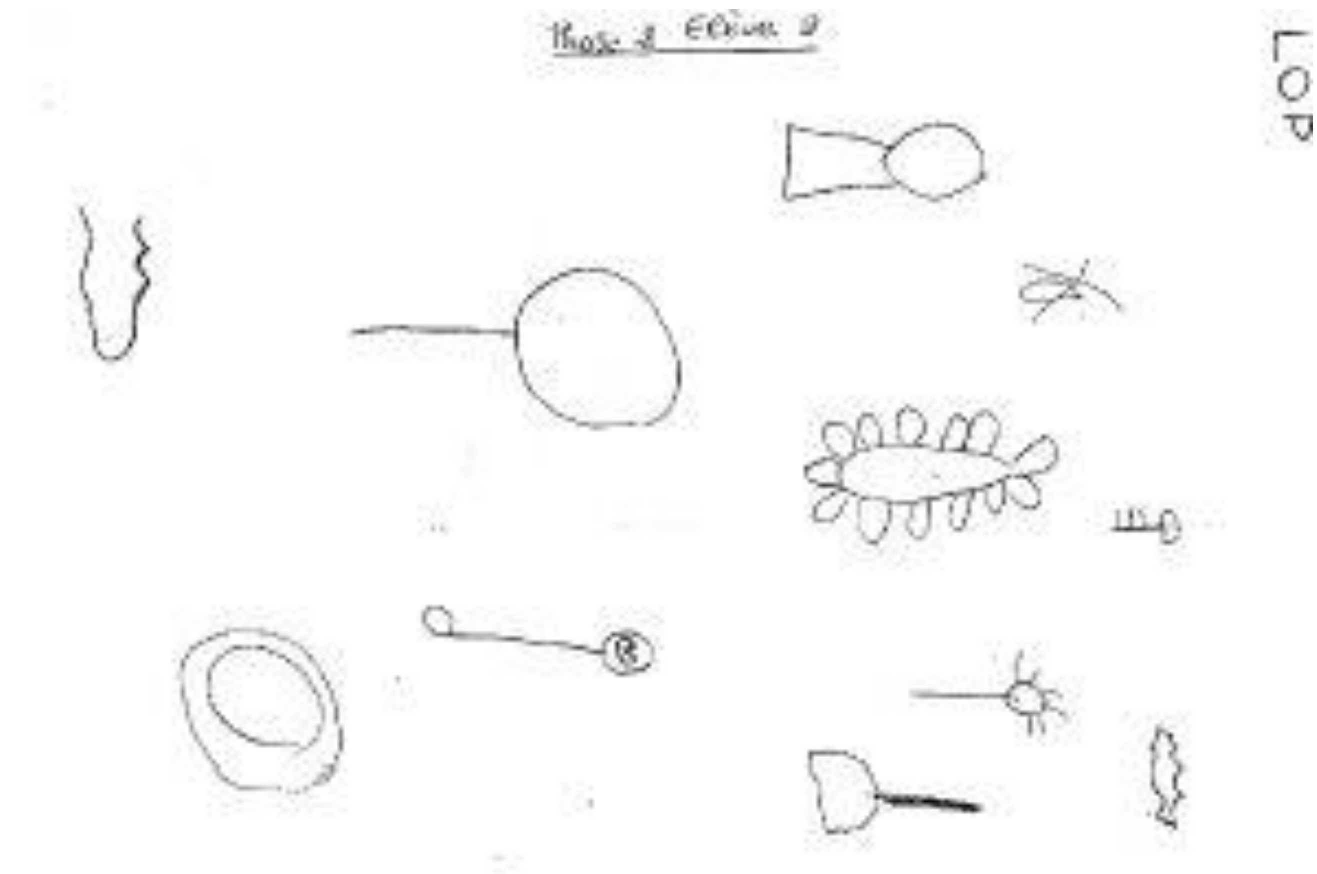
Le professeur soumet les difficultés rencontrées en phase 3 au collectif d'élèves. La variété des productions est débattue. Un code commun est progressivement construit et mis à jour collectivement.

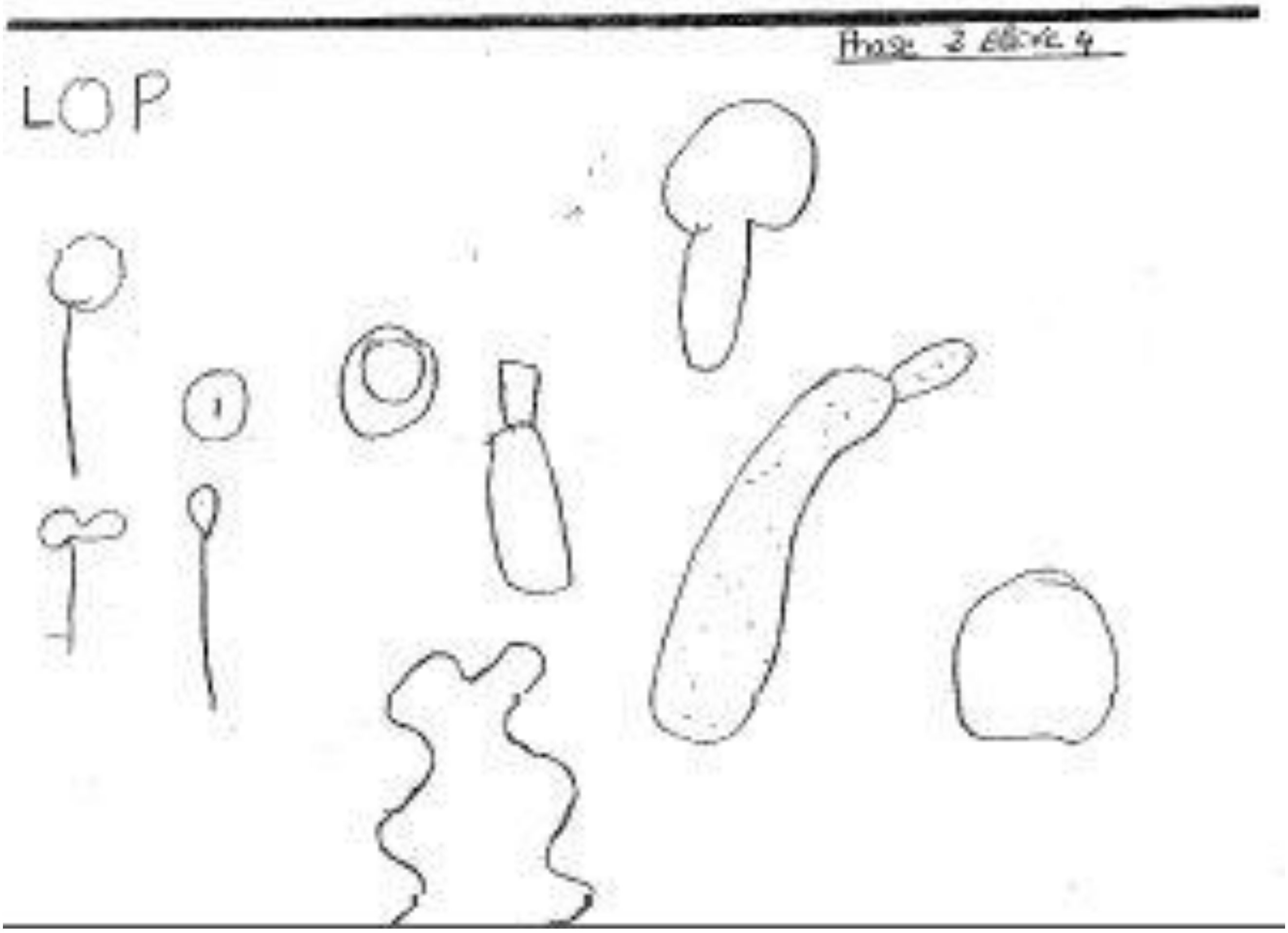
Annexe 2 : les objets du référentiel

Annexe 3 : quatre listes produites par les élèves

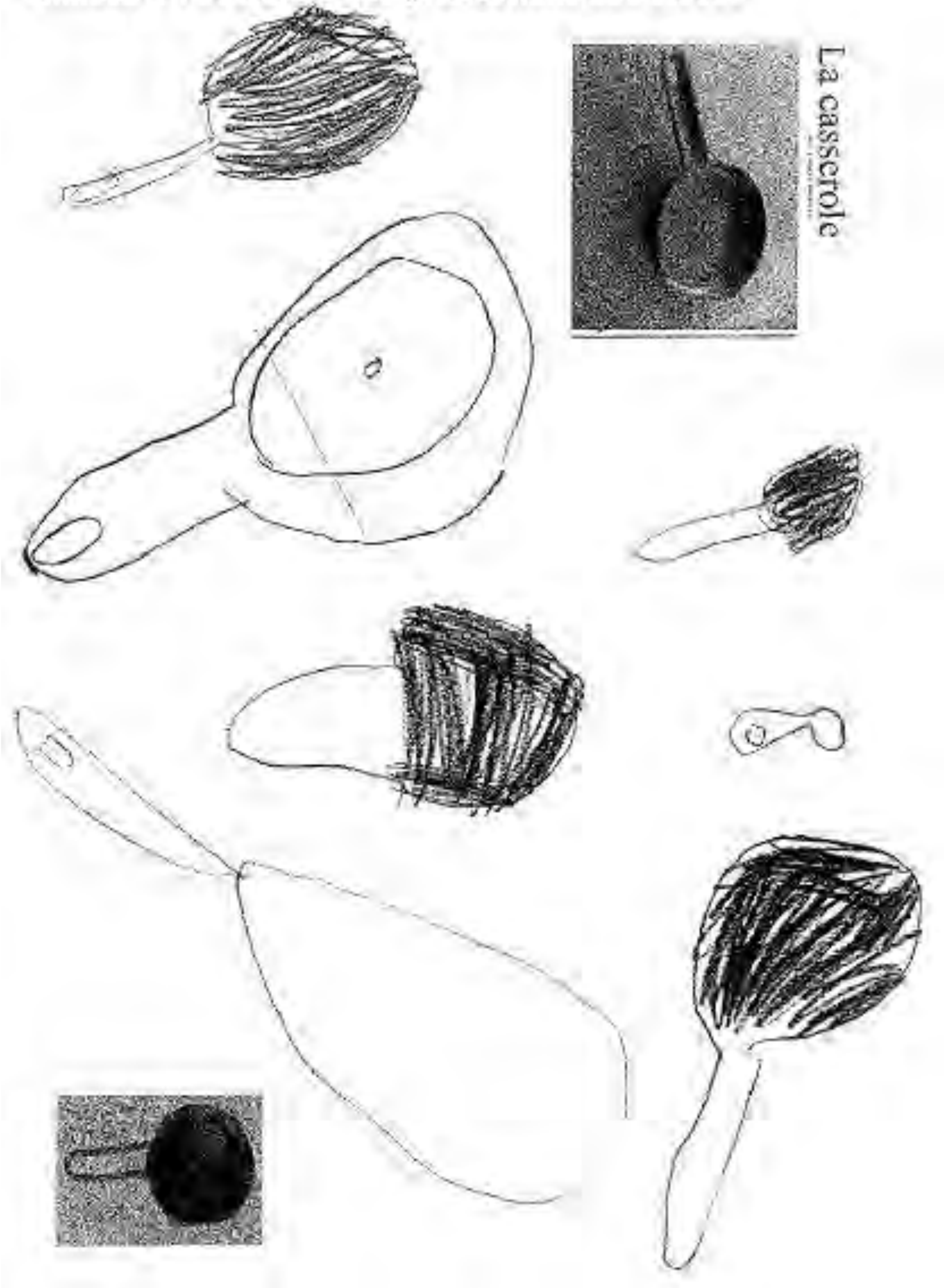


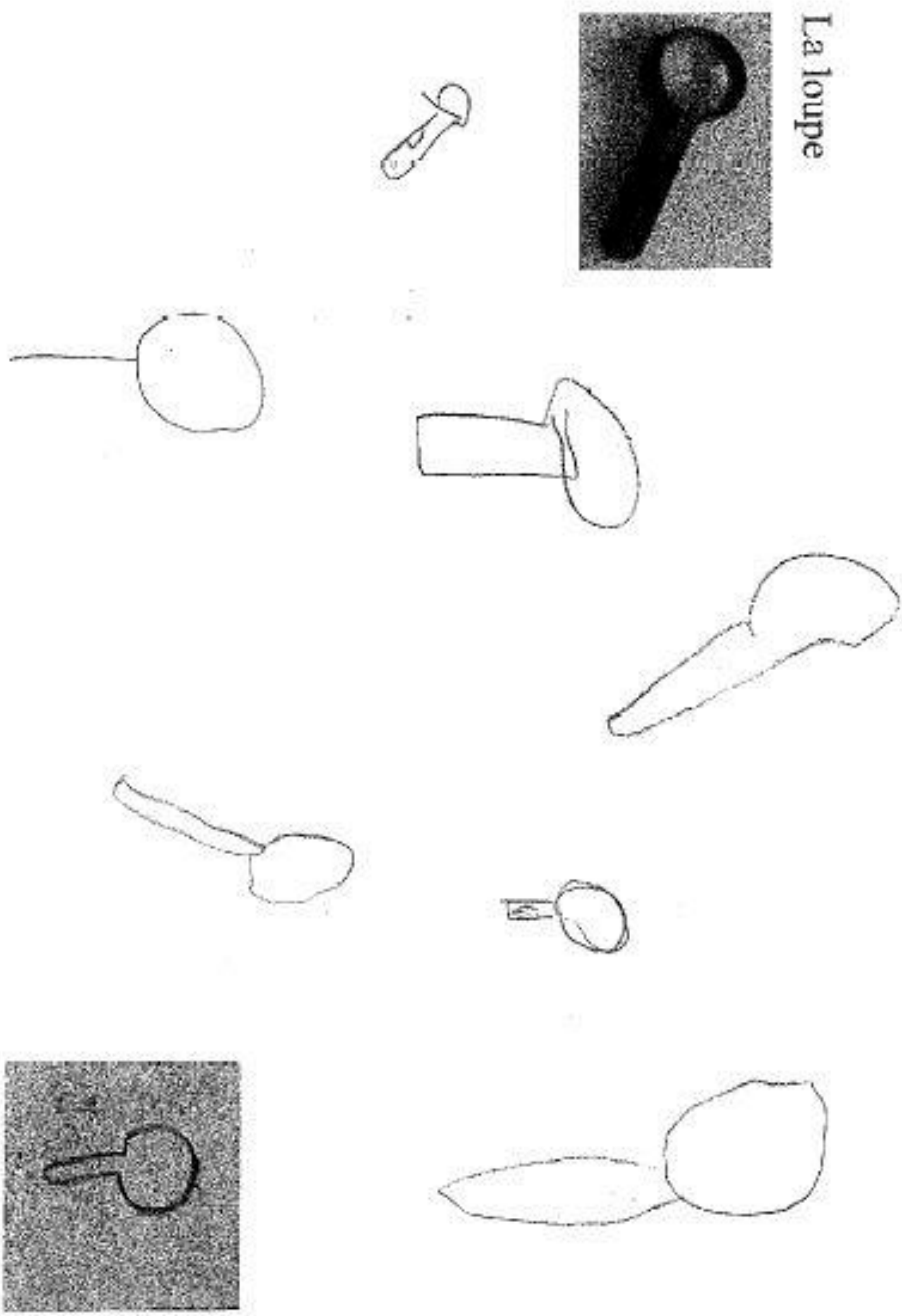



Phase 3 Elève


Phase 3 Elève 4
LOP

Annexe 4 : évolution des productions des élèves




La loupe

Annexe 5 : une schématisation de la situation « jeu du trésor » (expérimentation 2011-2012)

(Les nouveaux éléments sont mis en couleurs marron et blanc)

Phase 3 et 4 : Le jeu de communication des listes et la construction d'un code commun

Phase 2: Le jeu des listes

Enjeux:
- Une responsabilité individuelle
- Le passage de l'oral à l'écrit – Incorporer l'usage d'un double système de codes, oraux et écrits.
- La nécessité d'un outil mémoire
- Recherche individuelle. S'habituer à l'usage d'un outil sémiotique, simuler la pratique des usagers des listes

Savoirs:
- L'écrit est une trace permettant de se souvenir, et d'anticiper des réponses à une situation problématique
- Représenter nécessite d'isoler de facteurs distinctifs qui permettent d'identifier l'objet
- Création et expérimentation des outils sémiotiques

Phase 1: Le jeu de la collection

Enjeux :
- Construire un référentiel commun
- Appropriation du jeu visé « se souvenir des objets »
- Construire une culture commune autour du référentiel (création et usage d'un système de codes oraux)

Savoirs :
- C'est l'analyse de l'objet qui permet de lui donner un nom donc de sélectionner collectivement les propriétés retenues
- Désigner oralement chaque objet avec le droit de redésigner si besoin pour différencier les codes oraux.

Phase 3 et 4

Enjeux :
- Constituer un collectif de travail
- L'échec au jeu fait, par le dialogue, progresser les représentations
- Se servir des références préalablement construites par le groupe. Simuler des pratiques d'usager d'un outil sémiotique.
- Recherche en petit groupe. Simuler des pratiques scientifiques en travaillant sur des représentations : expérimenter, proposer ou tester, analyser les échecs, argumenter

Savoirs :
- Caractériser des objets par leurs propriétés physiques, sensorielles, fonctionnelles… simplifier les codes écrits
- Construire des signes écrits permettant de communiquer au sein d'un collectif ayant des références communes
- Recherche en collectif. Simuler des pratiques scientifiques : « étudier les codes », c'est-à-dire comparer, argumenter les choix, dégager des critères d'élaboration de codes.
- Comprendre que plusieurs représentations peuvent désigner un même objet mais que pour des raisons de faciliter la communication il faut choisir et utiliser un seul code partagé

Annexe 6 Transcription « casserole »

Jeu du trésor – 21/04/09 – matin

Objets cachés : casserole, crocodile-vague, bouteille de crème, anneau de rideau

Pendant la période des ateliers, l'enseignante et cinq élèves sont assis autour d'une table hexagonale. Trois lecteurs (Im, Ca, El), le contrôleur (El) et le dessinateur (Co) (voir photogramme ci-dessous). La transcription montre une partie du dialogue après le jeu du décodage, lorsque l'enseignante amène les élèves à l'analyse des dessins non décodes, notamment la casserole. Il s'agit de la deuxième séance de la phase 3 et aucun code n'a encore été affiché dans le panneau de code

		Le professeur a donné les 4 objets à coder au dessinateur. L'un des objets est « **la casserole** ». Les élèves ont échoué à reconnaître la casserole (l'objet dessiné), et l'ont confondue avec un autre objet de la collection de référence, mais non présent dans les objets en jeu : la loupe, qui a une forme analogue.	

	P	Voilà...
	Iman	on dirait la loupe
	P	Et toi tu as trouvé que ça ressemblait à la loupe
	El	Parce que la loupe elle est à l'envers
	P	Alors c'est +++ alors moi j'peux la mettre comme ça ma casserole, hein
	El	Ya deux bouts
	P	J'peux mettre le dessin dans l'aut sens aussi d'accord ?+++ Alors je sais pas comment il aurait pu faire pour que vous trouviez mieux la lou... la casserole

Iman	On a qu'a faire un petit trait, et un+ Y-a qu'à faire ça.
Cap.	Un gros rond...
Iman	Un rond gros, et la loupe un p'tit rond
Cap.	Un ptit rond et un truc qui va là...
P	C'est vrai qu'on aurait pu... C'est vrai qu'on a confondu avec la loupe parce que ça se confondait avec le dessin de la casserole. Donc il faudrait peut-être essayer de trouver un dessin pour la loupe, et on saurait que c'est la loupe à chaque fois, et un dessin pour la casserole et on saurait que la casserole c'est la casserole à chaque fois. +++ Peut-être il faudrait réfléchir à ça dans vot' tête.
Tilio	Ah ouais, alors on fait un petit trou là
P	Ah, alors Tilio il propose de faire un petit trou dans le manche.
Iman	Oui, un p'tit trou
Colin	Heu, Ben là y-a une petite bosse
P	Ou de faire la p'tite bosse
Iman	Ben, ben, un p'tit trou
P	On pourrait faire une petite bosse et un p'tit trou. Colin, la prochaine fois que tu dessineras la casserole, le groupe a décidé que, un p'tit trou et une petite bosse, tout le monde serait d'accord pour retrouver la casserole.
El	Oui, avec un p'tit rond et un <?>
	+ Est-ce que tu trouves ça intéressant.+ Donc on pourrait partir là dessus. Demain, j'vais redonner les objets. Heu, non, pas demain (rire)
El	Après demain
P	Cet après-midi. Cet après-midi je vais redonner des objets. Colin, t'aura d'autres objets à dessiner. Si ya la casserole, on verra un peu c'qu'on peut faire avec le, la, le p'tit trait et la p'tit bosse. Enfin je sais pas, en fin si je sais, mais...<?>
El	Ce sera facile...

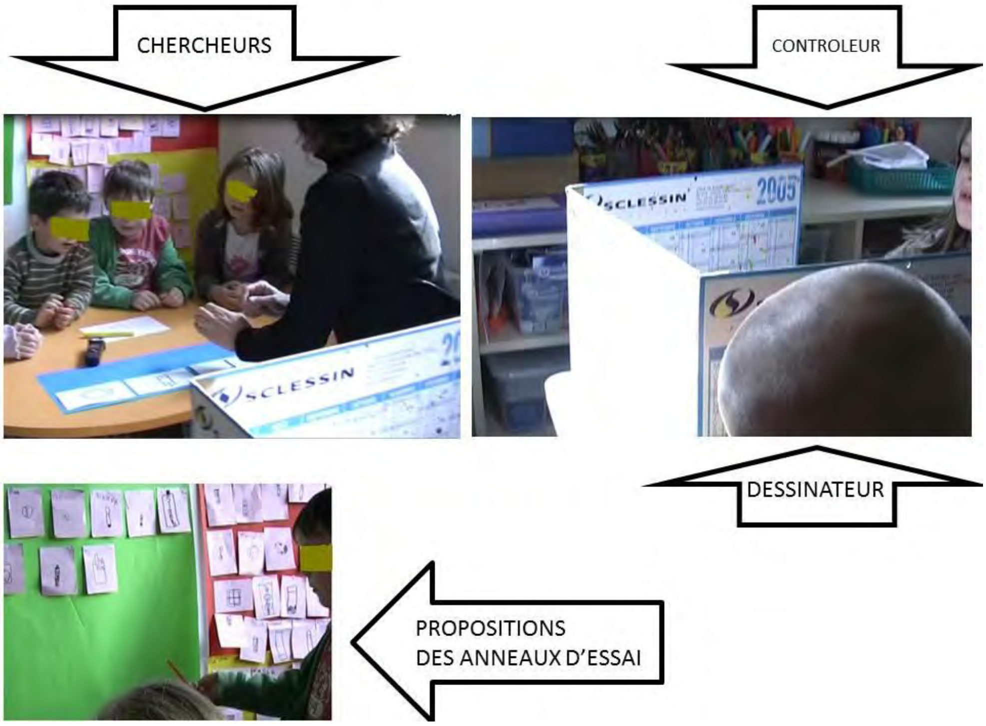
Annexe 7. Transcription : séance de la « pile » (mise en œuvre 2011-2012).

Jeu du trésor 03/04/12 après-midi.

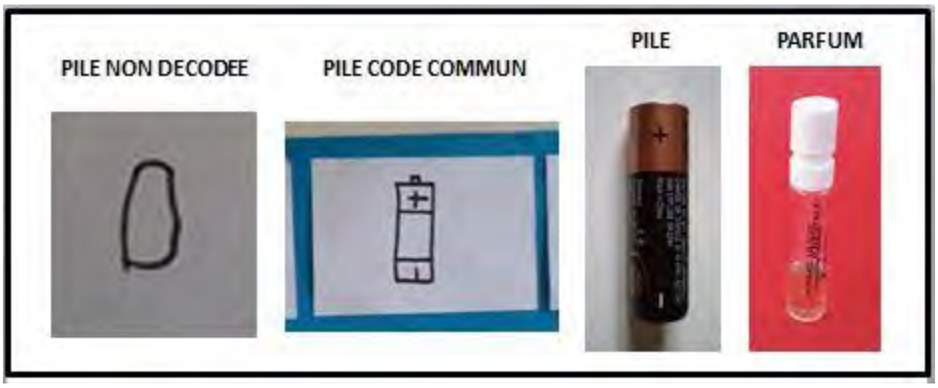
Objets représentés : pile, anneau, cuillère, jeu du cartes

Phase 3/4. Modalité: En petit groupe (GS), cinquième boîte.

Pendant la période des ateliers, quatre élèves, les « chercheurs » (Ch) ou lecteurs, sont assis autour d'une table ovale : Tim, Léo, Rom, Nin. L'enseignante (PE) est assise près du contrôleur (Ja). Jor, le dessinateur, est assis à côté de Ja. La transcription montre des parties du dialogue entre chercheurs lorsqu'ils décodent le dessin de la « pile » (voir photogrammes ci-dessous).



La pile et d'autres objets (calot, brosse dents et anneau) sont déjà affichés dans le panneau de code commun (panneau qui est sur la table ovale pendant le jeu). L'un des quatre « panneaux d'essai », qui est accroché au mur derrière les chercheurs, contient des propositions qui rappellent aux chercheurs le « parfum ». Ils demanderont s'il y a le « parfum ». L'extrait s'arrête là, et des analyses en petit groupe suivront. La transcription et la vidéo ont été découpées (✂) en raison du temps disponible pour la présentation dans cet atelier.



Tdp	A	Scène
		✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ (tdp 1 - 32)
33	Léo	La pile
34	Rom	La pile elle est comme ça
35	Nin	On avait dit vraiment bien qu'on allait dessiner pareil (*pointe le code la pile sur la panneau pour gagner*)

		✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ (tdp 36 - 38)
39	PE	Mais il ne va rien vous dire avec ses yeux hein. C'est ça (*pointe la liste de Jor*) qui doit vous aider .Jor eh ils sont dérangés parce que tu souris ils croient peut-être que quand tu souris peut-être que c'est bon . D'accord (5.04)
		Rom montre le dessin de la pile à Jor
40	Nin	Ah il a peut-être dessiné comme ça
		✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ (tdp 40 - 47)
47	Tim	Moi je me demande la pile
48	Rom	Non non c'est pas pareil
49	Nin	Non
50	Tim	Mais si moi je demande la pile
51	Rom	Non c'est pas comme ça une pile
52	Nin	Ben ouais
53	Tim	L'autre jour il avait fait pareil que ça
54	Rom	Oui mais on n'avait pas collé ça (*pointe les codes*)
Tim se retourne vers les panneaux d'essais . Nin Rom et Léo font de même. Les élèves montrent des anciennes propositions de piles, le dialogue est inaudible.		
55	Nin	Regarde toutes les piles elles sont comme ça . Si y a des piles là
56		…..(inaudible)
57	Tim	Non c'est du parfum (voir photogramme page 3)
		✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ (tdp 58 - 63)
64	PE	Vous avez le droit de dire aussi que le dessin ne vous permet pas de dire
65	Tim	C'est la pile
66	Rom	Non non c'est pas la pile
67	Tim	Si c'est moi (*il tend son jeton pour poser une question au contrôleur*)
68	Rom	Non non
69	Nin	C'est même pas la pile on va perdre
70	Lé	La pile on avait promis c'était comme ça (i*l pointe le code de la pile*)
71	Rom	Mais oui on n'avait pas promis comme ça (*elle pointe le dessin de Jor*)7.16
72	Tim	L'autre jour il avait fait une pile pareille que celle-là

73	Rom	Mais tous ceux-là (*montre les codes décidés sur le panneau pour gagner)* c'était pas collé
74	PE	Elle a raison si on décide de faire ça (*pointe le panneau pour gagner)*et toi tu dis « mais jor il va pas respecter » normalement non on avait dit que si on avait décidé la pile, l'anneau, la brosse à dent et la calot maintenant on faisait chaque fois attention comme ça . Donc normalement Jor il a dû faire attention
75	Nin	C'est peut-être le carré de fenêtre
76	Tim	Ben non y a pas le carré dedans il est trop petit
		✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ (tdp 77 - 122)
123	PE	Dis si tu as d'autres idées et pourquoi / parce qu'on va pas y passer ..on hésite on hésite on hésite heu / est-ce que ses dessins sont suffisement clairs ? Vous hésitez ou vous trouvez du premier coup
124	Rom	On a bien cherché
125	PE	Vous ne trouvez pas du premier coup
126	Nin	Jor il dessine pas très bien
127	PE	Alors il faut prendre un risque . Allez tu donnes (*demande un ticket)* Alors qu'est-ce que
		✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ ✂ (tdp 128 - 129)
130	Tim	Est-ce qu'il y a la cuillère ?
131	Ja	oui
132	4ch	Ouais
133	Tim	Je vous avais dit que ça serait la cuillère
134	PE	T'exagères t'étais celui qui voulait pas dire la cuillère
135	Lé	Je vais demander
136	PE	On n'a pas d'indice . Proposez quelque chose
137	Tim	La pile
138	Rom	Non la pile (pointe le code)
139	Lé	Non la pile (pointe le code) on avait décidé comme ça
140	Tim	Oui mais y rien qu' est comme ça
141	Ch	Le parfum oui mais il a pas dessiné rien
142	Lé	Ben c'est moi qui
		<....>
143	Lé	Je dis le parfum
144	PE	Alors là on hésite vous hésitez alors prenez un risque parce qu'il a pas assez d'indices / tu dis quoi

145	Lé	La pile
146	Rom	Non le parfum
147	PE	J'sais pas
148	Lé	Bon le parfum d'accord
149	Rom	ouais
150	Lé	Est-ce qu'il y a le parfum ?
151	Ja	Non
152	4 ch	ohhh
153	Tim	J'vous l'avais dit
		** FIN DU JEU DE DECODAGE**
154	PE	Alors Jor viens nous expliquer dis donc pourquoi ils ont eu autant de mal que ça à trouver ? Prends ta chaise là
155	Nin	Oui parce qu'il dessine mal
156	Rom	Il a dessiné
157	PE	(*montre la pile)* et vous savez ce qu'il a dessiné
158	Tim	La pile j'vous l'avais dit
159	Rom	Non
160	PE	Qu'est-ce que vous lui dites à Jor
161	Nin	On avait promis de dessiner comme ça (*montre le panneau pour gagner*)
162	Rom	ouais
163	PE	Ben alors à quoi ça sert ?12.26
164	Nin	Non ça sert à rien parce que là on voit pas du tout ce que tu veux dessiner
165	PE	Tu étais bien capable de dessiner ça quand même . On a choisi des dessins faciles la cuillère vous l'avez gagnée l'anneau vous l'avez gagné .Tu vois l'anneau tu as fait comme on avait décidé ; est-ce qu'ils ont trouvé du premier coup ?
166	Jor	*Jor doit faire Non de la tête*
167	PE	Si
168	Nin	Moi je pense que t'en as fait exprès de dessiner comme ça
170	PE	Non il a pas fait exprès il a pas fait attention c'est pas pareil **CONTINUATION DES ANALYSES EN PETIT GROUPE**

COMMUNICATIONS

MANUELS SCOLAIRES ET PRATIQUES DES ENSEIGNANTS EN FRANCE ET EN SUISSE ROMANDE

Sara ARDITI
Maitre de conférences, Université Bordeaux 4
Laboratoire LACES
Sara.arditi@iufm.u-bordeaux4.fr

Audrey DAINA
Assistante doctorante, Université de Genève
DiMaGE
Audrey.Daina@unige.ch

Résumé

Les travaux de thèse que nous menons en parallèle en France et en Suisse romande portent sur l'utilisation de manuels par les enseignants dans deux contextes différents. En Suisse romande, les ouvrages COROME sont la ressource officielle unique pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Conçus sous la forme d'un recueil d'activités organisées en thèmes, ils sont très peu directifs, ne présentent pas de progressions, mais sont assortis de quelques commentaires didactiques (pour le maître). Dans notre travail, nous avons analysé leur utilisation dans cinq classes à Genève (Daina, 2011). En France, au contraire, les enseignants ont le choix entre un grand nombre de manuels ayant des caractéristiques très différentes les uns des autres- allant de manuels ouverts à des ouvrages plus « balisés » comme le manuel *Euromaths* dont l'utilisation a été analysée dans cinq classes de CM2 (Arditi, 2011). La mise en regard de nos travaux — effectués dans des cadres théoriques similaires issus de la double approche (Robert, 2001) — donnent en particulier à voir des convergences (notamment au niveau de la lisibilité, pour les enseignants, des enjeux cognitifs des tâches proposées dans les manuels et de leur redéfinition lors de leur prescription) que nous interrogeons en fonction des spécificités et des points communs de ces deux ressources pour l'enseignement des mathématiques à l'école.

Exploitations possibles

Analyser de différentes appropriations de ressources par des PE. Un outil d'analyse pour le formateur dans le cadre de la mise en œuvre de situation d'apprentissage par des enseignants débutants ou confirmés.

Mots-clés

Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Analyse de manuels scolaires. Ressources pour préparer la classe. Didactique comparée.

MANUELS SCOLAIRES ET PRATIQUES DES ENSEIGNANTS EN FRANCE ET EN SUISSE ROMANDE

Sara ARDITI
Maitre de conférences, Université Bordeaux 4
Laboratoire LACES
Sara.arditi@iufm.u-bordeaux4.fr

Audrey DAINA
Assistante doctorante, Université de Genève
DiMaGE
Audrey.Daina@unige.ch

Résumé
Les travaux de thèse que nous menons en parallèle en France et en Suisse romande portent sur l'utilisation de manuels par les enseignants dans deux contextes différents. En Suisse romande, les ouvrages COROME sont la ressource officielle unique pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Conçus sous la forme d'un recueil d'activités organisées en thèmes, ils sont très peu directifs, ne présentent pas de progressions, mais sont assortis de quelques commentaires didactiques (pour le maître). Dans notre travail, nous avons analysé leur utilisation dans cinq classes à Genève (Daina, 2011). En France, au contraire, les enseignants ont le choix entre un grand nombre de manuels ayant des caractéristiques très différentes les uns des autres- allant de manuels ouverts à des ouvrages plus « balisés » comme le manuel *Euromaths* dont l'utilisation a été analysée dans cinq classes de CM2 (Arditi, 2011). La mise en regard de nos travaux — effectués dans des cadres théoriques similaires issus de la double approche (Robert, 2001) — donnent en particulier à voir des convergences (notamment au niveau de la lisibilité, pour les enseignants, des enjeux cognitifs des tâches proposées dans les manuels et de leur redéfinition lors de leur prescription) que nous interrogeons en fonction des spécificités et des points communs de ces deux ressources pour l'enseignement des mathématiques à l'école.

I - INTRODUCTION

En France, les manuels sont un élément incontournable de l'environnement des professeurs des écoles. La plupart d'entre eux en utilisent − un ou plusieurs − pour préparer leurs enseignements. En Suisse romande, les moyens COROME (Commission romande des moyens d'enseignement)*)* − ressource officielle unique − sont présents dans toutes les classes. Les manuels semblent être constitutifs des pratiques (Butlen, 2004) mais conditionnent aussi les mathématiques enseignées (Margolinas & Wozniak, 2009). Ces ouvrages prendraient alors une place importante dans la transposition des savoirs mathématiques à enseigner. Briand et Peltier (2008) le soulignent et ajoutent que la conception et l'écriture de tels ouvrages permettraient de faire un travail de vulgarisation des recherches en didactique. Or, la communicabilité des recherches est une question récurrente.

Dans nos travaux de thèse respectifs, nous nous sommes posées la question des utilisations possibles que les enseignants pouvaient faire de ces différents ouvrages, s'il existait des différences d'utilisation entre les enseignants et ce qu'il en était des apprentissages potentiels des élèves. Pour cela nous avons effectué des observations respectivement dans 5 classes de CM2 en France et dans 5 classes de quatrième, cinquième et sixième primaire en Suisse (6-7-8 Harmos)[76]. Dans la continuité

[76] L'enseignement primaire genevois comprends 6 ans, ce sont donc les trois derniers degrés, qui en âge correspondent en France aux CM1, CM2 et à la classe de 6e. Avec l'entrée du système Harmos depuis la rentrée 2011 à Genève, l'école devient obligatoire a 4 ans (il n'y a pas de classe pour les élèves de 3 ans, équivalent de la petite section de maternelle

de ces travaux, il nous a semblé intéressant de mettre en regard nos résultats sur les pratiques effectives des enseignants du primaire en fonction des spécificités et des points communs des ressources étudiées dans nos différents contextes. Cet article constitue un point de départ pour cette mise en commun. Nous y présentons les contextes français et suisse romand, les ouvrages analysés et utilisés par les enseignants et quelques résultats concernant les pratiques.

II - UTILISATION DES RESSOURCES DANS LE CONTEXTE SUISSE ROMAND

En Suisse romande, les enseignants disposent pour l'enseignement des mathématiques des moyens d'enseignement COROME, une ressource officielle et unique pour tous les cantons francophones[77]. Afin de comprendre les particularités de cette ressource, il est nécessaire de revenir sur l'histoire qui en est à l'origine.

1 Bref historique

La première édition des ouvrages COROME pour les mathématique date de 1972 et nait d'une double nécessité: une volonté de coordination inter-cantonale de l'enseignement (des mathématiques mais plus largement de toutes les disciplines) et l'introduction dans le plan d'études de l'époque (CIRCE I) de la réforme dite des « maths modernes ».

Pour décrire plus en détails le contexte, précisons qu'en Suisse la constitution fédérale prévoit que chaque canton est souverain en matière d'éducation. Depuis 1874, les cantons ont donc organisé leur système scolaire indépendamment les uns des autres, ce qui a pour conséquence la cohabitation de 26 systèmes scolaires distincts. Les différences peuvent s'observer au niveau de la structure (âge d'entrée à l'école, organisation des degrés d'enseignement) ou au niveau des objectifs (plans d'études).

Un ancien conseiller d'Etat et directeur de l'instruction publique, Augustin Macheret, témoigne en janvier 2003 des débats qui ont lieu en Suisse et montre qu'en dépit des révisions constitutionnelles, qui vont dans le sens d'un renforcement du pouvoir central, les cantons bénéficient en matière d'instruction publique de compétences relativement étendues. Il ajoute que « cette sphère de compétences originaires, la seule qui leur reste ou presque, constitue un élément essentiel de leur autonomie et de leur identité» (Macheret, 2003, p2). Aucune loi scolaire fédérale n'est envisageable, car ce serait une atteinte à la souveraineté des cantons.

Toutefois, les cantons ne pouvant développer leur système scolaire en vase clos, ils se sont engagés dès 1874 sur la voie de la coordination. D'abord entre les cantons romands avec la Conférence intercantonale de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin[78] (CIIP) puis au niveau du pays avec la Conférence suisse des directeurs cantonaux de l'instruction publique (CDIP). Ces différentes instances de coordination vont donc prendre une place particulière au niveau de l'organisation des systèmes éducatifs en Suisse et un de leurs buts principaux est l'harmonisation de certaines législations cantonales (le concordat HarmoS en est un exemple).

En 1972, la création des moyens COROME est mandatée par la CIIP et fait partie intégrante du projet de coordination, dans un objectif d'harmonisation des pratiques mathématiques au niveau romand. Au niveau politique, ces ouvrages «sont des réalisations tangibles. Parents et autorités scolaires peuvent palper les fruits de la coordination scolaire » (Bettex, 1998)

française), on numérote donc maintenant les années en partant des deux ans de classes enfantines, de 1 à 8. Les moyens COROME n'ayant pas été réédités, ils suivent cependant l'ancienne numérotation (1E-2E, puis 1-6 P).

[77] La Suisse romande n'est pas en fait un découpage cantonal, mais linguistique. Elle regroupe tous les Suisses francophones (environ 1,75 millions d'habitants, 29% de la population totale), soit la totalité des cantons de Genève, du Jura, de Neuchâtel, de Vaud et une partie des cantons de Berne, de Fribourg et du Valais.

[78] Seul Canton italophone en Suisse.

L'analyse des moyens d'enseignement COROME demande donc de tenir compte de cette dimension « politique » qui joue comme une contrainte forte. Chaque étape de la création de ces ressources nécessite en effet une consultation auprès de chaque canton. Voici à titre d'exemple les différentes étapes de réalisation des moyens d'enseignement (actuels).

- Une « conception d'ensemble » est d'abord rédigée par un groupe d'experts et de praticiens. Ce document est mis en consultation auprès des cantons et des associations professionnelles avant qu'il ne soit discuté et approuvé par COROME.
- COROME mandate ensuite les auteurs et le comité de rédaction. Pour les ouvrages 1-2 et 3-4, ces auteurs sont des enseignants, déchargés de leur classe pendant la période de rédaction. Des collaborateurs scientifiques didacticiens des mathématiques les conseillent. Pour les ouvrages 5-6 les auteurs sont professeurs formateurs dans une HEP ou collaborateurs scientifiques. Un groupe d'auteurs est chargé de rédiger les moyens pour deux degrés[79].
- Leur travail achevé pour chaque canton, un délégué du département de l'instruction publique et un délégué des associations professionnelles sont chargés de lire le manuscrit et des séances de discussion sont organisées. (un ouvrage peut-être analysé pendant 60 heures de séance)[80]
- Les ouvrages sont ensuite mis à l'épreuve durant toute une année scolaire dans des classes pilotes dans les différents cantons.

Il faut compter trois ou quatre ans pour réaliser un moyen d'enseignement, « une lenteur qui tient au respect scrupuleux des règles du jeu démocratique » (Bettex, 1998 p7).

Au-delà des contenus et des conceptions de l'apprentissage, un autre défi relevé par les moyens d'enseignement romands est donc celui de leur « universalité ». « Un manuel officiel doit recevoir l'accord de tous ceux qui s'engagent à le distribuer et à l'utiliser. Ce qui dans les autres pays est réglé par les lois de l'offre et de la demande, fait chez nous l'objet de nombreuses démarches institutionnelles. » (Jaquet, 2000, p.4)

Si c'est dans la discipline des mathématiques que l'on a proposé les premiers moyens d'enseignement romands (ce qui les rend emblématiques de ce processus de coordination) c'est à cause de la réforme des « Mathématiques Nouvelles ». En effet, les plans d'études qui sont mis en place à partir de 1967 (CIRCE I et CIRCE II) n'évoquent que les contenus de ces mathématiques nouvelles et les moyens d'enseignement s'imposeront comme un complément nécessaire qui « détermine par le détail les nouveaux savoirs à enseigner : type de diagrammes, bases de numération, élément de topologie… » (Jaquet, 2000 p2)

Suite à l'échec de cette réforme des mathématiques nouvelles, on assiste dans les années 90 à une deuxième « réforme romande » qui remet le « sens » des activités au premier plan (Ibid, p3). Ceci donne lieu à la réécriture des moyens d'enseignement COROME de 1997 à 2002 selon cette nouvelle orientation que nous allons présenter ci-dessous.

Les moyens d'enseignement sont donc un instrument clé des réformes et des innovations en matière d'enseignement des mathématiques et plus que de simples ressources, ils ont le rôle de porteurs de l'innovation, notamment grâce au livre du maître qui décrit les choix didactiques et pédagogiques. Ils doivent introduire les changements dans la pratique.

2 Orientation de la nouvelle collection

Le document principal qui permet de diffuser les idées de la nouvelle réforme est un fichier d'accompagnement des moyens COROME : *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire* (A. Gagnebin, N. Guignard et F. Jaquet, 1997). Ce document adhère aux conceptions développées en 1992 dans le document de « conception d'ensemble » et présente l'innovation. Celle-ci se base sur la

---

[79] 1P-2P (3-4Harmos) – Ging E., Sauthier M.H. & Stierli E. / 3P-4P (4-5Harmos) – Danalet C., Dumas J-P., Studer C. & Villars-Kneubühler / 5P (7Harmos) – Jaquet F. & Chastellain M. / 6P (8H) Chastellain M.

[80] Témoignage de M. Bettex, collaborateur scientifique au secrétariat général de la CIIP, Bulletin de la CIIP avril 1998)

didactique des mathématiques et la psychologie cognitive qui ont fait évoluer les conceptions de l'apprentissage. « Les théories actuelles s'appuient sur deux conceptions importantes : le constructivisme et l'interactionnisme […] Toute notion se construit et s'élabore dans une interaction continuelle entre le sujet et son environnement, par des ajustements constants des représentations qu'elle génère. » (Ibid, p.9)

Cet ouvrage présente neuf fondements qui déterminent les orientations de la collection sur les plans méthodologiques et didactiques. Les propositions de ces neuf fondements montrent bien, d'une part, que les moyens d'enseignement se basent très fortement sur une approche socio-constructiviste :

Fondement 2 : L'action finalisée est source et critère du savoir. Ce savoir est le fruit d'une adaptation provoquée par les déséquilibres, les contradictions, les interactions vécues par les élèves engagés dans une situation didactique.

Fondement 3 : L'enfant construit lui-même ses connaissances mathématiques à partir des éléments mis à sa disposition.

D'autre part, ces principes organisateurs permettent de définir le rôle du maître et de la différenciation. *Fondement 8 : Le livre du maître doit être conçu comme un ouvrage ressource et non comme un guide organisant une progression pas à pas*.

Ces différents principes ont des conséquences directes sur les choix d'organisation des moyens COROME.

3 Conséquence sur l'organisation des ouvrages

« Tout manuel d'enseignement reflète les conceptions de ses auteurs. […] Ceux qui pensent que c'est par son action sur le milieu que l'homme apprend et construit ses connaissances proposeront dans leurs pages de nombreux problèmes » (Ibid, p.10)

Selon les principes que nous venons de présenter, les moyens d'enseignement COROME proposent donc majoritairement des activités sous forme de « situations-problèmes » directement adressées à l'élève. Ils sont organisés sous forme d'un « recueil d'activités », les situations proposées sont indépendantes les unes des autres et ne suivent aucune hiérarchie ou classement selon des niveaux de difficulté. Ces activités ne sont commentées que partiellement dans le livre du maître, on y trouve aléatoirement des commentaires didactiques ou d'organisation de classe et parfois la solution au problème. Les différentes activités sont classées selon des thèmes généraux (mesure, figures, transformations). Aucun élément de cours n'est proposé parmi les différentes activités dans les fichiers ou le livre destinés aux élèves.

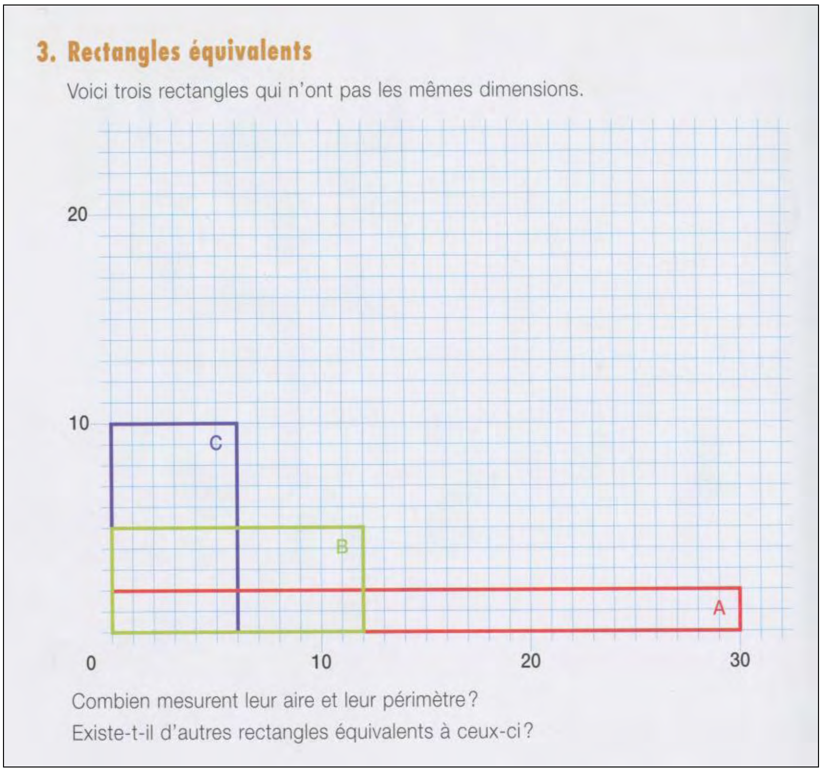
A l'inverse de la plupart des manuels scolaires (notamment français) qui proposent une organisation mathématique balisant ainsi un chemin que l'enseignant peut suivre pour orienter ses choix, les moyens d'enseignement COROME sont construits de manière à favoriser un enseignement différencié qui doit être organisé par l'enseignant selon le contexte de la classe. Ce choix nécessite cependant de la part des enseignants un travail de préparation bien spécifique. « Le rôle de l'enseignant est de choisir des problèmes qui confèrent à l'élève une véritable responsabilité dans la construction de ses connaissances, d'interagir avec lui si nécessaire lors de la résolution en proposant des relances appropriées, d'établir les conditions favorables à une mise en commun de démarches et de solutions. » (Les objectifs d'apprentissage de l'école primaire).

C'est ce processus d'analyse, d'organisation des activités et de gestion en classe qui nous intéresse dans notre travail. Nous avons observé cinq enseignants genevois pendant une séquence d'enseignement sur la notion d'aire en 4P, 5P et 6P (6-7-8 selon Harmos). Nous proposons d'analyser brièvement dans ce qui suit la réalisation de deux activités tirées des moyens COROME de manière à mettre en évidence les implications sur les pratiques enseignantes dues aux spécificités des ressources. Nous allons montrer pour chacun le potentiel de l'activité et donner ensuite un exemple de déroulement en classe.

4 Analyse de deux activités

4.1 Activité rectangles équivalents

L'activité « rectangles équivalents » (page suivante) est une activité du livre de l'élève des moyens COROME de 5P (équivalent CM2).



La première chose que nous notons est le titre ambigu de cette activité. En effet, une particularité des moyens COROME est de jouer sur les titres pour provoquer la réflexion. Ici les auteurs ne précisent pas de quelle équivalence il s'agit (périmètre, aire ou autre) de manière à susciter la discussion et mettre en évidence la distinction entre les grandeurs.

Concernant l'énoncé, nous notons une première question plutôt fermée, *a priori* les élèves ne devraient avoir aucune difficulté à réaliser cette tâche, et une deuxième question très ouverte qui peut conduire à un travail sur différents niveaux selon les choix de l'enseignant. Il n'est, par exemple, pas précisé si on doit se limiter aux dimensions en nombres entiers ni quelles stratégies utiliser

Plusieurs procédures sont possibles :

- Des procédures de comptage et d'essais-erreurs successifs se basant sur la reproduction des rectangles sur un quadrillage
- Une procédure qui implique l'utilisation de techniques numériques : connaissant l'aire, trouver les dimensions possibles. Ici la technique consiste à résoudre l'équation : axb=60 c'est-à-dire à trouver les diviseurs de 60 (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60) ce qui permet de trouver les périmètres des rectangles dont les dimensions se mesurent en nombres entiers.
- Finalement ce travail peut-être approfondi en cherchant d'autres rectangles possibles, dont les dimensions ne se mesurent pas à l'aide de nombres entiers. Pour cela, l'utilisation d'un graphique est possible. Comme suggéré par l'énoncé, il faut dessiner les différents rectangles sur un système d'axe et montrer ensuite sur la ligne continue du graphique les dimensions possibles des rectangles.

Dans le livre de méthodologie du maître, cette activité est présentée sur deux pages (ce qui est conséquent par rapport à d'autres activités qui sont présentées en quelques lignes). Il y est conseillé entre autres de construire un tableau avec les différentes solutions trouvées, en nombres entiers d'abord, puis en montrant qu'il existe d'autres rectangles possibles. Selon le livre du maître, cette activité peut permettre d'aborder plusieurs thèmes : propriétés des opérations et division, nombres rationnels, représentation graphique et système de coordonnées.

La question « Existe-t-il d'autres rectangles équivalents à ceux-ci ? » ouvre donc sur un travail de recherche assez vaste dont la mise en place est laissée à la charge de l'enseignant.

Analysons à présent le déroulement de cette séance dans une classe de 5P. L'enseignant, Claude, est expérimenté et est plutôt passionné par l'enseignement des mathématiques. Il apprécie les moyens d'enseignement, dont il connait très bien les activités.

Voici un tableau qui retrace les phases importantes de la leçon et montre l'évolution des consignes.

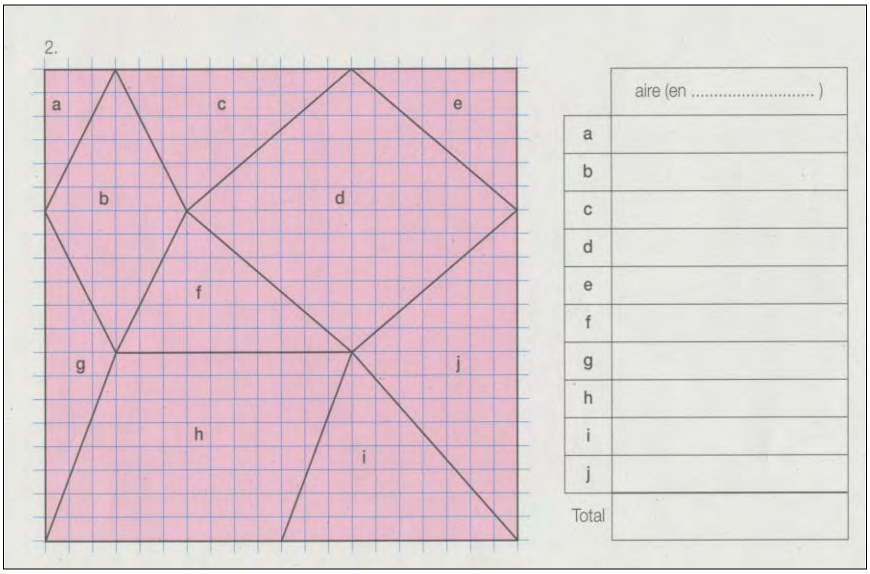
0 min	Lire l'énoncé pour prendre connaissance du problème
1 min	Mise en commun de ce qui est compris des consignes, anticipation des procédures possibles. « Mesurer les rectangles et chercher des rectangles équivalents pour l'aire et/ou le périmètre, représenter les résultats dans un tableau » / Réalisation
20 min	Mise en commun : Enseignant marque au tableau noir les dimensions des trois rectangles et le calcul de l'aire et du périmètre. L'enseignant fait le constat avec les élèves que dans cet exercice là c'est en effet les rectangles de même aire que l'on cherche. Prolongement de la consigne : trouver un maximum de rectangles qui font une aire de 60 / Réalisation : L'enseignant prépare au tableau une feuille quadrillée sur laquelle il dessine les trois premiers rectangles
40 min	Mise en commun: Claude dessine les rectangles proposés par les élèves sur la feuille. Un travail sur le graphique se fait pour trouver d'autres rectangles possibles (les élèves utilisent la calculatrice). Prolongement consigne: Compléter un endroit du graphique pour lequel les rectangles n'ont pas été trouvés et trouver le carré de 60 unités d'aire (à la calculette) / Réalisation
69 min	Mise en commun : utilisation de la calculette (arrondis), complément sur le graphique des rectangles dans les zones où il en manquait
82 min →90min	L'enseignant demande de poser les calculatrice et dessine la courbe du graphique, il précise que le point exact « où la courbe change » est le carré, qui est le rectangle avec le plus petit périmètre. (voir illustration ci-dessous)
La leçon suivante	Reprise des particularités du graphique (symétrie, le carré qui se trouve sur l'axe de symétrie) mise en commun sur les dimensions du carré (trouvées par approximation)

Le déroulement nous permet de mettre en évidence de quelle manière Claude met en scène cette activité. Nous observons que l'ambiguïté de la consigne est volontairement gardée pour la réalisation de la première partie de l'activité. Après la mise en commun, on observe un prolongement de consigne : l'enseignant ne demande plus s'il existe d'autres rectangles, cette affirmation semble implicitement admise, mais demande d'en trouver un maximum, précisant qu'il en veut un « million de milliard » ce qui sous-entend qu'il ne considère pas que les solutions en nombres entiers. Son objectif est très clairement de travailler sur la représentation graphique.

Cette activité propose donc une situation d'apprentissage potentielle, à condition que l'enseignant soit conscient des enjeux de l'activité, en consultant notamment le livre du maître, et qu'ils prennent en charge la mise en scène de cette activité. Comme nous l'avons vu la question proposée par les moyens n'en est que l'amorce.

4.2 Fiche 11

L'activité suivante se trouve dans le fichier de l'élève des moyens COROME de 6P (équivalent 6e).



Nous allons considérer uniquement le tableau 2 de cette fiche (le tableau 1 étant similaire). La consigne est la suivante : « Complète les tableaux en y notant les opérations effectuées ».

Les activités qui se situent dans le fichier de l'élève sont sensiblement différentes de celles proposées dans le livre. On y trouve en effet moins de situations-problèmes sous forme de texte et plus de figures à mesurer ou de tableau à compléter. La dimension de recherche est toujours présente mais sous une forme différente.

Une rapide analyse a priori des variables et des stratégies en jeu dans cette activité nous permet de mettre en évidence les faits suivant :

- La présence du réseau pourrait induire les élèves à adopter une procédure de comptage. Cependant les figures ne sont pas positionnées sur les mailles du réseau, ce qui complique l'application de cette procédure.
- Le choix des figures (losange, triangle, parallélogramme) bloque théoriquement les procédures d'application de formules de calcul car il est bien précisé que les formules ne doivent être connues et appliquées que pour les rectangles. De plus certaines dimensions ne sont pas en nombres entiers (hauteur du triangle « e » par exemple).
- Ce choix de figures et leur agencement favorisent par contre les procédures qui consistent à ramener les triangles, les losanges et les parallélogrammes à des rectangles dont on peut calculer l'aire.
- Le fait que l'ensemble de ces figures constitue un carré permet de connaitre le total de l'aire de la surface qui est de 1 dm^2 et il y a donc une autocorrection possible.

Cette activité n'est commentée que très brièvement dans le livre du maître (deux lignes de texte pour les fiches 11 et 12, la fiche 12 étant semblable mais sans réseau). Il est uniquement spécifié que cette activité est une activité d'entrainement à la mesure de l'aire de triangles, losanges et parallélogramme en passant par un rectangle d'aire double ou quadruple. Ceci concorde avec l'analyse a priori que nous venons de présenter, cependant aucun des choix de ces variables n'est explicité.

Nous avons observé la réalisation de cette fiche dans deux classes de 6P et dans chacune une stratégie différente a été mise en avant.

Dans la première classe, celle de Mathilde, l'enseignante donne la fiche sans donner d'informations précises quant à la réalisation. Les élèves vont tous commencer à compter les carrés ce qui va prendre énormément de temps. La mise en commun se fera plus spécifiquement sur la manière dont on peut dénombrer efficacement les carrés mais sans aller plus loin faute de temps. L'enseignante dira lors de l'entretien post, qu'elle ne pensait pas que cette activité prendrait tant de temps, qu'elle ne correspondait pas vraiment à son objectif qui était d'introduire la mesure d'aire de triangles ou de losanges en les ramenant à un rectangle.

Dans la deuxième classe, celle de Sophie, cette fiche est utilisée comme une activité d'entrainement. Contrairement à ce que sollicitent les programmes, pour cette enseignante la connaissance et l'application des formules d'aire et de périmètre pour les triangles, les losanges et les parallélogrammes est importante et fait partie de ses objectifs. Elle va donc distribuer aux élèves des documents complémentaires à ce que l'on peut trouver dans COROME et travailler spécifiquement ces techniques. La fiche 11 est réalisée dans le but d'entrainer les élèves à l'application des formules vues lors de la leçon précédente. Comme nous l'avons vu dans l'analyse a priori, le choix des variables n'est pas fait pour favoriser cette procédure ce qui va poser certains problèmes dans le déroulement. Les élèves vont, par exemple, avoir des difficultés à mesurer puis à faire les calculs avec les nombres décimaux. De plus, ils vont assez vite se rendre compte que le total ne leur donnera pas 100 cm2, total du grand carré, ce qui va créer des incompréhensions chez certains qui sont sûrs d'avoir mal calculé. L'enseignante aura beaucoup de mal à imposer la légitimité d'une marge d'erreur, qu'elle semble avoir défini dans le feu de l'action, et finira par dire à certains élèves que les différences sont dues « à la place que prennent les traits noirs sur la figure ».

Nous ne pouvons développer plus cette analyse, mais nous pouvons déjà mettre en évidence les difficultés que peut poser ce type de ressource. Nous voyons d'abord une difficulté dans le choix et l'organisation des activités. Comme nous l'avons montré, une grande part d'implicite est laissée quant aux choix didactiques faits lors de la création des activités. Une analyse a priori permet bien de mettre en évidence ces choix, cependant, vu le nombre d'activités (plus de vingt par thème) la charge de travail qui revient à l'enseignant est énorme, surtout pour les débutants. Afin de pallier à cette difficulté, des collaborations entre enseignants se mettent en place. Malheureusement nous avons observé que la plupart du temps celles-ci se limitent au partage de listes d'activités, de planifications, qui ne font qu'ajouter de l'implicite vis-à-vis des choix faits lors de la sélection des activités, ce qui peut avoir pour conséquence les « détournements » observés dans la classe de Sophie. Nous avons également montré que le rôle de l'enseignant ne se limite pas au choix des activités, qui pour la plupart ne sont que l'amorce d'un travail potentiel qui doit ensuite être mené en classe. Ceci implique également un travail d'analyse a priori important. Pour conclure, notons que malgré ces difficultés, nos observations montrent que les enseignants apprécient énormément ces ressources pour la liberté de choix qu'elles permettent mais disent manquer parfois d'information pour organiser leur enseignement.

III - UTILISATION DES RESSOURCES DANS LE CONTEXTE FRANCAIS

Le contexte scolaire français est très différent du contexte suisse romand, notamment en ce qui concerne la diffusion de ressources[81] pour l'enseignement. En effet, en France le choix proposé aux professeurs des écoles concernant les manuels pour préparer leurs enseignements est très vaste. Pour l'école primaire, des dizaines d'ouvrages (pour chaque niveau de classe) sont imprimés par différents éditeurs. Les enseignants ont une totale liberté de choix du ou des manuels qu'ils utiliseront dans leurs classes. Cela constitue une première différence avec le contexte suisse romand qu'il nous paraît important de noter. Si les enseignants suisses romands ont à faire des choix à partir de la ressource qu'on leur propose, les enseignants français ont à faire un choix en amont de l'utilisation des ressources. Dans l'hypothèse où les enseignants français travaillent avec un seul manuel (ce qui est souvent le cas pour les enseignants débutants mais pas toujours pour les autres), il semblerait qu'il « suffise » d'analyser les progressions et les situations afin de comprendre ce qui y est en jeu. Au contraire, les enseignants suisses (débutants ou non) ont à construire leurs progressions. Ils auraient à la fois à analyser toutes les activités proposées et à construire par eux-mêmes une progression. On peut alors se poser la question des connaissances nécessaires à ces deux tâches imparties aux enseignants - qui ne sont pas tout à fait les mêmes (ou du même niveau).

Enfin, une deuxième spécificité du contexte de diffusion des ressources en France qui nous intéresse pour cette étude comparative concerne la liberté reconnue aux éditeurs français. Comme le spécifie un rapport de l'inspection générale de l'éducation nationale[82] récemment paru, les éditeurs restent libres de définir les progressions et de décliner concrètement les programmes sans qu'aucun contrôle de conformité ou sur leur validité ne soit effectué par des corps d'inspection. Leurs marges de manœuvre sont d'autant plus importantes depuis que les documents d'accompagnement des programmes ont été supprimés. Cette grande liberté des éditeurs français implique une grande variété de contenus que nous détaillerons - dans une première partie de cette analyse de l'utilisation des ressources dans le contexte français - en présentant les résultats de l'analyse comparative de six manuels de CM2. Nous développerons plus particulièrement les résultats concernant les savoirs à enseigner (objets d'enseignement, situations et processus d'enseignement) proposés par *Euromaths CM2*[83]. Ce manuel a fait l'objet de notre choix pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il s'agit d'un manuel écrit par des chercheurs en didactique conscients des difficultés de transmission des résultats des recherches à des enseignants du primaire. Les savoirs à enseigner contenus dans le

[81] Pour cette étude, les ressources que nous étudions se limitent au manuel scolaire.

[82] Le manuel scolaire à l'aire du numérique. Une nouvelle donne de la politique des ressources pour l'enseignement. Rapport n°2010-087. Inspection générale de l'administration de l'éducation nationale et de la recherche, Inspection générale de l'éducation nationale.

[83] Peltier, M-L. ; Briand, J. ; Ngono, B. ; Vergnes, D. (2006) *Euromaths CM2*, Paris : Hatier.

manuel correspondent donc à une transposition les prenant en compte. De plus, cet ouvrage présente de grandes différences avec les moyens COROME. Alors que ces derniers ne contiennent pas de progression et privilégient les problèmes ouverts, le manuel *Euromaths* propose un processus d'enseignement[84] et des activités balisées[85] - qui correspondent de manière générale à des situations d'apprentissage[86] (Arditi, 2011). Il nous a donc paru particulièrement intéressant d'analyser les pratiques des enseignants utilisant ce manuel en se posant différentes questions notamment celle de savoir si l'utilisation d'un tel manuel permet aux enseignants de proposer des situations d'apprentissage à leurs élèves. Dans quelle mesure est-il possible de mettre en œuvre les activités du manuel en suivant « pas à pas » le déroulement prévu par le manuel sans comprendre complètement ce qui y est en jeu ou sans y adhérer complètement ? Le suivi assez strict du manuel suffit-il à la réalisation d'une situation d'apprentissage en classe ? Qu'en est-il des apprentissages potentiels des élèves ? C'est ce que nous développons dans un dernier paragraphe en questionnant la transposition — des savoirs à enseigner contenus dans le manuel — ayant lieu en classe.

1 Comparaison de six manuels français de CM2 sur le thème des fractions

Dans ce paragraphe, nous développons les résultats de la comparaison de six manuels français de CM2 sur le thème des fractions. Ce thème a été choisi en fonction des nombreux résultats de recherche en didactique sur cette notion dont les différents auteurs de manuels ont pu s'emparer afin d'en effectuer une transposition. Les manuels choisis pour la comparaison sont *Cap Maths* aux éditions Hatier (Combier, Charnay & Dussuc, 2004), *Ermel* aux éditions Hatier (Charnay et al., 2005), *J'apprends les maths* aux éditions Retz (Brissiaud, Clerc, Lelièvre & Ouzoualis, 2006), *Math Outil* aux éditions Magnard (Séménadisse, Charles & Bilheran, 2001) et *Thévenet* aux éditions Bordas (Thévenet et al., 2001). Ces manuels ont été choisis car ils représentent assez bien la diversité de ce qui est proposé aux enseignants du primaire, tant au niveau du statut des auteurs, que de l'organisation matérielle et des savoirs à enseigner qui y sont contenus.

1.1 Auteurs et organisation matérielle

La première chose que nous avons regardée pour cette comparaison de manuels était l'horizon dont étaient issus les auteurs. Trois d'entre eux – *Ermel, Euromaths* et *Cap Maths* - sont écrits par des équipes de formateurs dans des IUFM dont certains sont aussi chercheurs en didactique. L'équipe d'auteurs de *J'apprends les maths* est constituée de chercheurs en didactique (également formateurs dans des IUFM) et de professeurs des écoles. Les équipes travaillant sur les deux derniers manuels ne font pas appel à des didacticiens. *Math Outil* a pour auteurs un conseiller pédagogique et deux professeurs des écoles et *Thévenet* est rédigé sous la direction d'un inspecteur d'académie avec la collaboration de deux autres auteurs dont le statut n'est pas précisé dans le manuel.

Les quelques indicateurs concernant une organisation matérielle (nombres de livres et de pages sur le thème des fractions) et le choix de la période de l'année pour l'enseignement des fractions montrent déjà des différences entre les manuels avant même l'analyse détaillée des savoirs à enseigner qui y sont contenus. En effet, un des manuels n'est composé que du livre du professeur alors que deux le sont d'un livre de l'élève et d'un livre du professeur. Les trois autres y ajoutent un livret de traces écrites destiné à l'élève ou un fichier d'exercices. La place consacrée à l'enseignement des rationnels dans les différents ouvrages varie entre 4,2%

[84] Le processus d'enseignement correspond à l'enchainement de situations d'apprentissages qui permettent la construction d'un nouvel outil, de phases de familiarisation qui donnent l'occasion d'utiliser ce nouvel outil et de phases d'institutionnalisation qui lui confère le statut d'objet.

[85] Ce terme sera précisé dans le paragraphe concernant le manuel *Euromaths*.

[86] Par situation d'apprentissage, on entend des problèmes pour lesquels les élèves peuvent comprendre l'énoncé et s'engager dans une procédure de résolution dans laquelle ils mobilisent certaines de leurs connaissances antérieures. Leurs stratégies doivent toutefois se révéler inefficaces les plaçant ainsi dans une position de recherche. La connaissance visée est alors la solution au problème (Douady, 1986).

et 17,3% du nombre total de pages[87]. Cet enseignement s'étale sur une à trois périodes sur les cinq de l'année[88]. Les manuels *Euromaths, Ermel, Thévenet* et *Math Outil* proposent des séances uniquement consacrées aux fractions et décimaux alors que *Cap Maths* et *J'apprends les maths* alternent les thèmes lors d'une même séance. Enfin, trois des manuels enchainent l'enseignement des fractions, fractions décimales et le passage des fractions aux décimaux lors d'une même période alors que les trois autres effectuent un découpage entre l'enseignement des fractions et celui des écritures décimales sur deux périodes de l'année. Nous avons donc pu caractériser des différences importantes entre les six manuels qui passent plus ou moins de temps sur ce thème, qui découpent ou non le processus d'enseignement dans le temps et qui alternent ou non les thèmes d'enseignement lors d'une même séance. Le choix qui s'offre aux enseignants, ne serait-ce qu'à première vue, est déjà donc très vaste. La comparaison des processus d'enseignement des manuels nous permettra de mieux comprendre la diversité de ce qui s'offre à eux.

1.2 Savoirs à enseigner

Pour comparer les processus d'enseignement nous répondons aux questions ci-dessous, formulées à partir des résultats de l'analyse du manuel *Euromaths* (Arditi, Ibid.) et complétées par les travaux de Bronner (1999) et de Le Poche, Masselot et Winder (2005) pour l'analyse de manuels en situation de formation. L'étude des fractions a-t-elle lieu avant celles des décimaux ? Quelle place est donnée à l'enseignement des fractions décimales ? Comment est effectué le passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale ? Sous quel(s) aspect(s) les rationnels apparaissent-ils ? Les séquences comprennent-elles des situations d'apprentissage, de référence ? Quel type de situation est proposé pour introduire l'enseignement des rationnels ? Quels cadres sont utilisés ? Quelles écritures sont travaillées ? Quelle place est donnée à l'institutionnalisation ? Quelles formes prennent les phases de familiarisation ?

L'analyse effectuée à partir de ces questions montre des différences importantes dans la forme comme dans le fond des ouvrages étudiés. Ces six manuels se distinguent par les choix épistémologiques et didactiques de leurs auteurs et ce, au niveau local de l'enseignement des fractions comme à un niveau plus global concernant l'organisation de l'enseignement des mathématiques dans son ensemble. Au niveau local, les fractions peuvent être enseignées avant ou après les nombres décimaux, les connaissances construites en CM1 peuvent ou non être considérées comme acquises, l'aspect des fractions travaillé n'est pas toujours le même, des liens entre les séquences existent ou non, l'introduction des nouvelles écritures travaillées sont ou non motivées, les cadres utilisés varient ainsi que le choix d'utiliser un contexte quotidien, etc. Suivant les manuels, les « activités de découverte » correspondent à des situations d'apprentissage ou à des activités ostensives, voire non mathématiques. La fonction des phases de familiarisation varie. On les trouve sous autant de formes que de manuels. Elles peuvent toutefois être regroupées en trois grandes catégories. La première correspond aux phases de familiarisation des manuels *Euromaths* et *Ermel* qui correspondent à des phases courtes regroupant des tâches complexes, distinctes les unes des autres et qui peuvent constituer de nouvelles situations d'apprentissage. La deuxième catégorie regroupe les manuels *J'apprends les maths* et *Cap Maths* qui proposent à la fois des tâches de construction de connaissances mais aussi de consolidation et d'entraînement à partir de tâches simples et répétitives. Enfin, les phases de familiarisation des manuels *Math Outil* et *Thévenet* consistent à réaliser des tâches simples, isolées et répétitives. En ce qui concerne les connaissances institutionnalisées, elles ne le sont pas au même moment du processus d'enseignement et ne sont pas du même ordre. La place des savoirs institutionnalisés peut ou non être fixée dans le processus en

[87] sauf dans *Ermel* où elle n'occupe que 2,9% des pages, mais, étant donné qu'il n'est composé que d'un seul livre à l'attention du professeur, cette proportion ne peut pas être prise en compte comme pour les autres manuels qui s'adressent aux élèves.

[88] le manuel *J'apprends les maths* ne propose par ailleurs que 4 périodes contrairement aux autres.

fonction du livre dans lequel elle est proposée. Elle peut être placée après l'activité de découverte et avant la phase de familiarisation (comme dans le manuel *J'apprends les maths*) ou après les exercices de la phase de familiarisation dans le manuel de l'élève (par exemple dans *Math Outil*) ou bien sa place peut être laissée plus libre au choix de l'enseignant quand les traces écrites se trouvent dans un aide-mémoire (dans *Euromaths* par exemple) ou quand il n'y a pas de manuel de l'élève (comme dans *Ermel*). Les savoirs institutionnalisés peuvent être proches des résultats du travail sur les activités, peuvent porter sur les relations en jeu plus que sur les résultats ou peuvent correspondre à de simples aides techniques pour résoudre les exercices.

1.3 En conclusion sur cette comparaison de manuels

Le choix qui s'offre aux enseignants pour ce qui est du choix d'un manuel est très vaste. La grande liberté des éditeurs français — face à la ressource unique suisse romande — laisse donc une grande marge de manœuvre aux enseignants concernant les ressources qu'ils peuvent utiliser en classe. Cependant, l'analyse de manuels est assez longue et il peut être difficile pour un enseignant ordinaire de savoir sur quoi appuyer cette comparaison. De plus, si des analyses mathématiques, épistémologiques et didactiques sont nécessaires à la construction d'un processus d'enseignement (Brousseau, 1998), elles semblent aussi nécessaires pour faire un choix à partir des résultats de l'analyse des manuels. Sachant que des expériences d'analyse de manuels en formation ont pu montrer que les étudiants et les professeurs des écoles stagiaires font un choix à partir de critères qui ne prennent pas en compte les résultats d'études de manuels telles que celle effectuée plus haut, il semblait intéressant d'analyser les pratiques d'enseignants utilisant un manuel écrit par des didacticiens tel qu'*Euromaths* qui, comme cela a été précisé plus haut, prend en compte les difficultés de transmission de la didactique à des professeurs des écoles. Nous nous posions notamment la question de savoir comment ce type de manuel pouvait être mis en œuvre par des enseignants qui ne le choisissent pas nécessairement en fonction de leur adhésion aux choix mathématiques, épistémologiques et didactiques des auteurs.

2 Le manuel Euromaths

Le manuel *Euromaths* est constitué de trois ouvrages : un manuel de l'élève, un livre du maître et un aide-mémoire. De manière assez générale, les enseignants n'utilisent pas le livre du maître. Nous ne préciserons donc pas ici ce qui y est proposé et nous focaliserons notre attention sur le manuel de l'élève dont nous avons pu mettre en évidence la construction d'un processus d'enseignement qui se décrit selon les cycles de la dialectique outil-objet. Ce processus est constitué de trois séquences portant respectivement sur les fractions usuelles, les fractions décimales de dénominateur égal à une puissance de dix et les écritures décimales. Ces trois séquences sont liées entre elles. En effet, les fractions décimales de dénominateur égal à une puissance de dix sont tout d'abord introduites parmi les fractions usuelles puis découvertes comme des fractions avec lesquelles il est plus facile de travailler. Les écritures décimales sont quant à elles présentées comme une convention d'écriture plus simple des fractions décimales. Chaque séquence est découpée en différentes phases qui sont aussi liées entre elles. Si on prend l'exemple de celles sur les fractions usuelles, elles sont tout d'abord travaillées dans une situation de rappel à partir de ce qui a été fait en classe de CM1. Les connaissances ainsi à nouveau mobilisables sont réinvesties dans une situation d'apprentissage dans le cadre des mesures de longueur puis dans une nouvelle situation d'apprentissage permettant de faire le lien entre mesures de longueur et graduations. Suite à ces situations d'apprentissages, une phase de familiarisation est proposée dans ces différents cadres mais aussi dans un cadre numérique. Le travail dans différents cadres permet la décontextualisation et permet aux fractions d'obtenir le statut de nombre. Les différentes étapes du processus d'enseignement sont donc liées par des réinvestissements d'outils explicites ou d'objets construits au fur et à mesure du processus. Elles sont ainsi solidaires. Un processus d'enseignement est donc organisé par les auteurs, contrairement à ce que l'on peut trouver dans les ressources COROME qui proposent un recueil d'activités regroupées par thèmes.

Enfin, l'analyse des activités de découverte montre qu'elles correspondent à des situations d'apprentissage et que ces dernières sont aussi organisées en différentes questions. Prenons l'exemple de l'activité de découverte de l'étape 16, (cf. figure 1) deuxième étape de la séquence sur les fractions usuelles (à la suite de la situation de rappel).

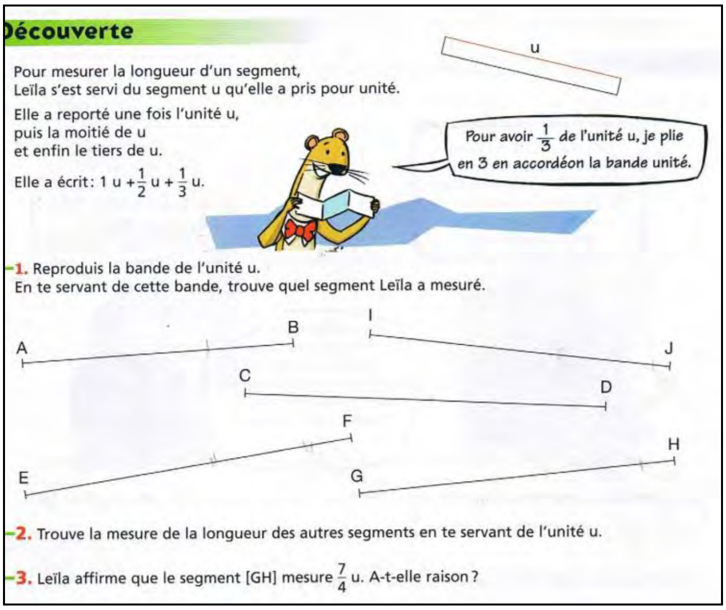


Figure 1 : Activité de découverte de l'étape 16

Elle se décline en un texte introductif et trois questions successives. Le texte introductif présente une technique pour obtenir la mesure — $1\ u + \frac{1}{2}\ u + \frac{1}{3}\ u$ — d'un segment. La tâche relative à la première question consiste à retrouver ce segment parmi plusieurs. Le but de cette première question est d'amener les élèves à utiliser une certaine forme d'écriture pour la mesure des segments. Etant donné l'écriture et la technique données dans le texte, les élèves vont être amenés à poser d'abord l'unité u puis la moitié de u et enfin le tiers de u sur chacun des segments. Cette technique va ainsi être utilisée et routinisée lors de la tâche relative à la deuxième question qui propose aux élèves de mesurer les segments restants. Le but plus particulier de cette tâche va être d'amener les élèves à trouver pour le segment noté [GH] une mesure de la forme $1\ u + \frac{1}{2}\ u + \frac{1}{4}\ u$ ou $1\ u + \frac{3}{4}\ u$. Ces mesures sont des éléments nécessaires pour que la dernière question — lors de laquelle il s'agit de savoir si « Leïla » a raison lorsqu'elle propose $\frac{7}{4}\ u$ comme mesure pour le segment [GH] — constitue une situation d'apprentissage. Les élèves ne peuvent pas directement répondre à cette question puisqu'ils ont dû obtenir des mesures sous une autre forme d'écriture. Ils vont devoir mesurer à nouveau le segment à l'aide d'une autre technique que celle utilisée pour les premières questions ou passer au cadre numérique afin de remarquer l'égalité de la mesure obtenue lors de la question 2 — $1\ u + \frac{1}{2}\ u + \frac{1}{4}\ u$ ou $1\ u + \frac{3}{4}\ u$ — et de la mesure proposée sous la forme $\frac{7}{4}\ u$. Les premières questions de l'activité permettent donc de mettre en place les éléments nécessaires à la résolution de la dernière question qui constitue alors une situation d'apprentissage.

Le découpage en questions — dépendantes les unes des autres et permettant à la fois de construire un milieu propice à la résolution d'une situation d'apprentissage et d'amener à l'enjeu d'enseignement — « balisent » l'*activité*. Ce balisage ou itinéraire est « visible » pour un didacticien, mais peut rester implicite au moins en partie pour un enseignant et est invisible pour un élève. La connaissance visée correspondant à l'enjeu de la situation est unique : il s'agit de remarquer l'égalité de différentes écritures pour une même mesure. L'objectif plus général étant de travailler les fractions.

Au final, le manuel *Euromaths* propose une progression détaillée, des situations construites en dialectique avec le processus d'enseignement et des activités balisées en lien avec un objectif particulier (contrairement aux activités des moyens COROME qui peuvent être prétexte à différents objectifs d'enseignement). On peut alors se poser la question de savoir si les enseignants suivent les déroulements prévus par les auteurs et si c'est le cas est-ce que cela suffit à mettre en œuvre des situations d'apprentissage ?

3 Pratiques des enseignants utilisant le manuel *Euromaths*

En adoptant le point de vue de Robert (2001) selon lequel l'analyse des pratiques des enseignants ne peut pas se résumer à l'analyse des apprentissages potentiels des élèves, c'est un cadrage théorique issu de la théorie de l'activité qui a été mis en place pour approcher les utilisations du manuel. Ce dernier semble convenir aux nécessaires aller-retour entre le local (ce qui se passe effectivement en classe) et le global (l'inscription de quelques séances dans le processus d'enseignement des rationnels, compte tenu du manuel) et a permis d'obtenir un spectre des utilisations possibles du manuel par les cinq enseignants dont les séances ont été observées. Dans cet article, nous nous limiterons à présenter les résultats des analyses de pratiques à l'échelle locale de la mise en œuvre des activités du manuel en prenant pour exemple la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16 présentée plus haut qui est emblématique de la mise en œuvre du manuel par les enseignants.

3.1 Des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires mais non suffisantes à la mise en œuvre des activités du manuel

Parmi les cinq enseignants observés, trois perçoivent les enjeux des activités (les enseignants A, B et C) Ces trois enseignants ont des formations en mathématiques et/ou en didactique. Il semblerait donc que des connaissances mathématiques et didactiques soient nécessaires à l'appréciation des connaissances mises en jeu par les auteurs du manuel. Ces connaissances ne sont toutefois pas suffisantes. Des gestes précis sont aussi nécessaires à la mise en œuvre de situations d'apprentissage en classe. En effet, deux de ces trois professeurs des écoles seulement utilisent les potentialités des situations d'apprentissage (les enseignants A et B) et permettent aux enjeux des activités d'être soulevés. Les gestes mis en place concernant le partage des responsabilités avec les élèves semblent être un élément déterminant de la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage. Les professeurs A et B partagent respectivement les responsabilités avec chaque élève individuellement et avec des représentants de sous-classes d'élèves. L'enseignant A prend un rôle de tuteur dans sa classe. Le problème étant dévolu aux élèves, il propose une aide individualisée qui permet à chaque élève d'être confronté avec la question de l'égalité des deux différentes écritures pour le même segment [GH]. La classe de l'enseignante B peut être divisée en trois « sous-classes » d'élèves : les bons, les moyens et les élèves en difficulté. L'enseignante base le rythme de sa séance sur les élèves moyens en sollicitant un ou plusieurs représentants de cette « sous-classe ». Les élèves en difficulté sont aussi régulièrement sollicités et aidés en fonction de leurs besoins. Enfin, les remarques des bons élèves sont ignorées jusqu'à ce que les autres élèves soient prêts à recevoir leurs interventions. Dans le cas de l'activité de découverte de l'étape 16, l'enseignante s'assure que tous les élèves aient remarqué l'égalité dans le cadre des mesures de longueur avant de permettre à un bon élève d'expliciter sa démonstration de l'égalité des écritures dans un cadre numérique. Au contraire, l'enseignante C base le rythme de sa séance sur l'élève le plus en difficulté de la classe. Les autres élèves se désengagent de la résolution du problème. Lorsqu'elle effectue la mise en commun de la dernière question, seule une très bonne élève y a réfléchi. La réponse est donnée sans que les autres élèves de la classe n'aient été confrontés à la situation d'apprentissage.

3.2 Des enseignants qui n'utilisent pas les potentialités des situations d'apprentissage

Parmi les enseignants observés, deux d'entre eux (les enseignantes D et E) ne perçoivent pas les enjeux des activités et ne mettent pas en œuvre la situation d'apprentissage prévue par le manuel. Cependant la mise en œuvre de l'activité diffère dans ces deux classes. Dans la classe de l'enseignante E, plusieurs éléments de la mise en œuvre empêchent la réalisation d'une situation d'apprentissage. Tout d'abord, l'enseignante ne perçoit pas les enjeux des activités. Elle prépare ses progressions à partir d'un autre manuel et si on prend l'exemple de la séance basée sur l'activité de découverte de l'étape 16, l'objectif qu'elle a prévu est très différent de celui d'*Euromaths*. Il s'agit de remarquer que les fractions supérieures à 1 ont un numérateur supérieur au dénominateur. La situation prévue par le manuel n'est pas porteuse de cet enjeu d'enseignement et le professeur est amené à guider les élèves par des questions fermées (et ainsi à modifier les tâches prescrites aux élèves par le manuel) afin d'atteindre son objectif. L'enseignante ne pose pas les questions prévues par les auteurs et demande aux élèves de mesurer tous les segments. Les élèves utilisent alors différentes techniques de mesure et de nouvelles variables didactiques apparaissent. Enfin, la gestion du rythme et le partage des responsabilités avec les élèves ne permet pas la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage. L'enseignante se base sur les très bons élèves qui travaillent en parallèle sur le problème de l'enseignante et sur celui du manuel. On observe alors un « dédoublement des situations ». Pour Comiti, Grenier et Margolinas (1995), le dédoublement de situation caractérise «un dysfonctionnement particulier de la situation a-didactique par un décalage entre le milieu avec lequel l'élève interagit et le milieu nécessaire à l'apprentissage visé par le professeur à travers la situation» (Ibid.). Ce sont alors *a priori* les élèves les plus faibles qui évoluent dans une situation et dans des milieux dont les composantes sont différentes de celles prévues par l'enseignante et insuffisantes pour atteindre les apprentissages visés. Ici, les composantes des deux milieux sont différentes car certains élèves évoluent dans la situation proposée par le manuel. C'est alors la situation prévue par l'enseignante qui ne met pas en jeu un milieu permettant les apprentissages prévus par les auteurs. Enfin, les bons élèves qui travaillent vite ont un temps de recherche que les autres n'ont pas. À la demande de l'enseignante, ils présentent leurs résultats avant que le reste de la classe ne se soit mis au travail. Ils participent à des phases de mise en commun lors desquelles ils vont pouvoir formuler leurs réponses, procédures et arguments. Les autres élèves de la classe ne participent pas aux échanges. Dans cette classe le dédoublement couplé avec des responsabilités laissées dans les seules mains des très bons élèves de la classe – que l'on pourrait qualifier de différenciation « négative » – accentue les écarts entre les élèves.

Ce qui se passe dans la classe de l'enseignante D est assez différent même si elle ne met pas non plus en œuvre la situation d'apprentissage prévue par le manuel. Cette enseignante découpe les tâches proposées aux élèves et les guide dans leur résolution. Par exemple, elle propose aux élèves de graduer la bande unité et le fait avec eux. Puis, elle leur explicite la technique de mesure des segments. Lors de la mise en œuvre de l'activité de découverte de l'étape 16, elle ne propose pas la dernière question - qui constitue l'enjeu de la situation sur l'égalité de deux écritures pour une même fraction supérieure à 1 - par manque de temps. Pourtant, l'enseignante met en œuvre une situation d'apprentissage malgré le découpage des tâches qu'elle effectue (même si ce n'est pas celle prévue par le manuel). En effet, lors de la deuxième question l'égalité de plusieurs formes d'écriture pour un même segment est soulevée pour des fractions inférieures à 1. Tout se passe comme si le découpage de l'activité par les auteurs correspondait à son type de pratiques qui consiste notamment à partager la tâche des élèves en sous-tâches. Elle utilise alors le déroulement prévu par le manuel ce qui permet la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage - ce qui n'aurait peut-être pas été possible avec une activité moins guidée (du type de celles des moyens COROME) et que l'enseignante aurait elle-même traduit en une suite de questions.

3.3 En conclusion sur les pratiques des enseignants utilisant le manuel Euromaths

Au vu des résultats des analyses, il semble que sur les cinq enseignants observés, trois aient des pratiques que l'on peut qualifier de compatibles avec l'utilisation du manuel. Par compatibles, on entend qu'ils proposent à leurs élèves des situations d'apprentissage (que ce soient celles prévues par le manuel ou non) permettant potentiellement la construction des fractions et l'introduction des décimaux. Les deux autres enseignants ont des pratiques moins compatibles. Nous nous posions la question de savoir si les enseignants suivaient le déroulement prévu par les auteurs. L'analyse des pratiques effectives des professeurs des écoles montre que ce n'est pas nécessairement le cas et que les enseignants investissent un certain nombre de marges de manœuvre même lorsqu'ils utilisent un manuel dans lequel les progressions sont construites et les activités guidées. Ces marges de manœuvre se situent à différents niveaux et sont liées aux connaissances mathématiques et didactiques nécessaires pour appréhender le processus et les situations, pour apprécier le travail des élèves et l'exploiter « à bon escient », pour savoir ce qui peut être modifié et/ou adapté selon la classe – nature et rythme du travail... Plus particulièrement et en raison de ces marges de manœuvre investies par les enseignants, un suivi « pas à pas » du déroulement prévu par les auteurs ne suffit pas à proposer des situations d'apprentissage.

IV - CONCLUSION

Les contextes français et suisse romand sont très différents en matière de ressource pour l'enseignement primaire. Nous avons vu qu'il existait une ressource officielle unique en Suisse romande. Cette ressource se présente sous la forme d'un recueil d'activités. Il reste à la charge des enseignants de les analyser pour en choisir certaines et les organiser entre elles. Selon Brousseau (Ibid.), des connaissances mathématiques, épistémologiques et didactiques sont nécessaires à la construction d'un processus d'enseignement. Il ajoute que les processus d'enseignement sont à construire en dialectique avec les situations d'apprentissage. La tâche de construction d'un processus d'enseignement – laissée à la charge des enseignants suisses romands – est donc complexe. En France, l'offre en terme de ressources pour l'enseignement est grande et très diversifiée. Les enseignants ont donc un choix à effectuer en amont de leurs préparations en classe. Or, l'analyse de manuels est longue et non triviale, et le choix final en fonction des résultats obtenus semble demander le même type de connaissances que celles utiles à la construction d'un processus. Quel que soit le contexte, on peut donc se poser la question de la formation à donner aux enseignants pour la construction et l'analyse de progressions.

Les résultats des analyses de pratiques autour de l'utilisation des moyens COROME et du manuel *Euromaths* amènent d'autres questions. L'utilisation d'un manuel didactiquement fiable, dans lequel les progressions sont construites et les activités guidées, ne suffit pas à ce que les enseignants proposent des situations d'apprentissage même lorsqu'ils ont les connaissances mathématiques et didactiques nécessaires à l'appréciation des enjeux des activités. Des gestes précis sont aussi nécessaires à la mise en œuvre de situations d'apprentissage. La proposition d'une ressource qui demande aux enseignants de construire leurs progressions et donc d'analyser – peut-être plus finement les activités que dans le cas d'un manuel très guidé – ne semble pas non plus suffire à ce que les enseignants proposent des situations d'apprentissage. C'est alors la question de la formation à donner aux enseignants pour qu'ils apprécient les enjeux des activités et qu'ils mettent en œuvre des situations d'apprentissage dans leurs classes qui se pose. Plus particulièrement, quel niveau d'analyse *a priori* est nécessaire pour une mise en œuvre « conforme » aux intentions des auteurs pour chacune des ressources ? Quelles connaissances mathématiques et didactiques sont nécessaires ? Quels choix implicites des auteurs devraient être explicités pour la bonne utilisation d'une ressource donnée ? Peut-on former les professeurs des écoles à certains gestes professionnels utiles à la mise en œuvre de situations d'apprentissage ?

V - BIBLIOGRAPHIE

ARDITI S. (2011) Variabilité des pratiques effectives des enseignants utilisant un même manuel écrit par des didacticiens, *Thèse de doctorat*.

BETTEX, M (1998) Manuels de mathématiques, les secrets de leur fabrication, Bulletin de la CIIP 1 – avril 1998.

BRONNER, A. (1999) Analyse a priori de séquences de formation à propos des décimaux, in *Les cahiers du formateur Copirelem*, IREM de Montpellier.

BROUSSEAU, G. (1998) Problème de didactique des décimaux, in *Théorie des situations didactique*, Grenoble : La pensée sauvage éditions.

BUTLEN, D. (2004) Deux points de vue pour analyser les pratiques, in *Dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble : La pensée sauvage éditions.

BRIAND, J. & PELTIER, M-L. (2008) Le manuel scolaire carrefour des tensions mais aussi outil privilégié de vulgarisation des recherches en didactique des mathématiques, in *Actes du séminaire national*, IREM de Paris.

COMITI, C, GRENIER, D. & MARGOLINAS, C. (1995) Différents niveaux de connaissances en jeu lors des interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques liés à ces interactions, in ARSAC G. et al. Coord, *Différents types de savoirs et leur articulation*, pp. 92-113. Grenoble : La pensée sauvage éditions.

DAINA, A. (2011) L'utilisation par les enseignants des ressources en mathématiques: De la préparation à la réalisation d'une séquence en classe. Le cas de l'enseignement de la notion d'aire en fin de primaire à Genève. In C. Margolinas and al. (Eds.) *En amont et en aval des ingénieries didactiques. Actes de la XVème école d'été de didactique des mathématiques* (volume 2 / cédérom). Grenoble : La Pensée Sauvage.

DOUADY, R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, in *Recherches en didactique des mathématiques*, **7/2**, Grenoble : La pensée sauvage éditions.

JAQUET, F. (2000) Moyens d'enseignement de mathématiques de Suisse romande : défis et nécessité, *Math Ecole*, 190, 1-4.

LEPOCHE, G., MASSELOT, P. & WINDER, C. (2005) Fractions et décimaux : analyse de manuels, in *Séminaire nationaux Copirelem*, IREM de Blois.

MACHERET, M. (2003). Une question sensible : la répartition des tâches en matière d'éducation et de formation, Bulletin CIIP 11 – janvier 2003.

MARGOLINAS, C. & WOZNIAK, F. (2009) Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, in *Revue des sciences de l'éducation*, **35/2**, IREM de Blois.

ROBERT, A. (2001) Les recherche sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, in *Recherches en didactique des mathématiques*, **21/1.2**. Grenoble : La pensée sauvage éditions.

VERS UNE DISTINCTION CHIFFRE/NOMBRE DANS UN JEU DE TACHES CHEZ DES ELEVES DE 11 ANS

Christine DEL NOTARO
Chargée d'enseignement, Université de Genève
Equipe DiMaGe
Christine.DelNotaro@unige.ch

Résumé

Cette communication propose une réflexion sur la modélisation de l'activité de l'élève en lien avec celle du chercheur. Nous décrivons brièvement ce que nous entendons par *jeu de tâches* et mettons en évidence la façon dont l'expérimentatrice, en tant qu'élément du milieu, met en jeu ses propres connaissances pour interagir à la fois avec le milieu de la tâche et celui de l'élève. Nous exposerons en outre de quelle manière ce jeu permet de révéler les connaissances sous-jacentes des élèves à propos d'une difficulté souvent décrite, autant par les enseignants que par les chercheurs : la distinction chiffre/nombre. L'enjeu est de montrer que dans l'interaction de connaissances que nous développons autour d'un savoir, il s'agit de dépasser la dichotomie réussite/échec. Ce faisant, nous effectuons une incursion féconde dans le domaine des connaissances, ce qui produit une expérience à la fois pour nous-même et pour les élèves. Le *jeu de tâches* est alimenté par les connaissances des élèves et celles de l'expérimentatrice : le concept de nombre vs celui de chiffre se construit non seulement dans l'interaction avec la chercheuse, mais aussi dans l'expérimentation d'un savoir (multiples de 12 et de 11). Nous l'illustrerons par une recherche proposée à des élèves de 11 ans.

Exploitations possibles

Cette communication permet de donner un exemple de recherche didactique s'appuyant sur des connaissances arithmétiques (multiples, diviseurs) et de numération (écriture des nombres). Les activités décrites pour des élèves de 11 ans pourraient aussi être un support de travail mathématique sur les nombres dans des TD de master.

Mots-clés

Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Chiffre - nombre. Tâche. Milieu.

VERS UNE DISTINCTION CHIFFRE/NOMBRE DANS UN JEU DE TACHES CHEZ DES ELEVES DE 11 ANS

Christine DEL NOTARO
Chargée d'enseignement, Université de Genève
Equipe DiMaGe
Christine.DelNotaro@unige.ch

Résumé
Cette communication propose une réflexion sur la modélisation de l'activité de l'élève en lien avec celle du chercheur. Nous décrivons brièvement ce que nous entendons par *jeu de tâches* et mettons en évidence la façon dont l'expérimentatrice, en tant qu'élément du milieu, met en jeu ses propres connaissances pour interagir à la fois avec le milieu de la tâche et celui de l'élève. Nous exposerons en outre de quelle manière ce jeu permet de révéler les connaissances sous-jacentes des élèves à propos d'une difficulté souvent décrite, autant par les enseignants que par les chercheurs : la distinction chiffre/nombre. L'enjeu est de montrer que dans l'interaction de connaissances que nous développons autour d'un savoir, il s'agit de dépasser la dichotomie réussite/échec. Ce faisant, nous effectuons une incursion féconde dans le domaine des connaissances, ce qui produit une expérience à la fois pour nous-même et pour les élèves. Le *jeu de tâches* est alimenté par les connaissances des élèves et celles de l'expérimentatrice : le concept de nombre vs celui de chiffre se construit non seulement dans l'interaction avec la chercheuse, mais aussi dans l'expérimentation d'un savoir (multiples de 12 et de 11). Nous l'illustrerons par une recherche proposée à des élèves de 11 ans.

I - LE *JEU DE TACHES*

1 Bref rappel de la conception sous-jacente à la notion de *jeu de tâches*

La conception sous-jacente à cette notion a été développée dans notre thèse de doctorat (Del Notaro, 2010), dans la foulée des travaux du groupe DDMES (2003), puis dans un texte des actes de la COPIRELEM 2011 (Del Notaro, 2011), étayant une communication intitulée « Le *jeu de tâches*, une interaction de connaissances particulière entre expérimentateur et élèves ».

La particularité de ce type d'interaction réside dans le fait d'explorer, d'investiguer le milieu de manière approfondie, sans savoir au préalable où cela mènera expérimentatrice et élèves, partant toutefois d'une tâche précise autour d'une notion mathématique. Nous nous autorisons à interagir avec l'élève selon notre propre représentation de la tâche et en dehors, parfois, de notre analyse préalable. À son tour, l'élève nous emmène dans les méandres de ses connaissances, pris au jeu et emporté par son propre intérêt.

Il y a un réel enjeu à saisir l'opportunité d'un événement surprenant et de l'exploiter sur le vif. Une surprise manifestée par l'élève peut faire l'objet d'un nouveau jeu de tâches. Cela signifie que nous n'avons pas pour préoccupation de faire réussir l'élève, mais que nous nous plaçons dans une perspective épistémologique : nous souhaitons comprendre comment les connaissances des élèves s'agencent autour des notions de chiffre et de nombre.

L'expérimentatrice est un élément du milieu qui va mettre en jeu ses propres connaissances dans son interaction avec les milieux de la tâche et de l'élève, pour tenter de cerner les connaissances engagées par ce dernier. Nous entendons par milieu de la tâche, tout ce qui est utile au sujet pour se représenter la situation et par milieu de l'élève, ce qui permet à ce dernier d'agir sur la situation.

Comment cela se manifeste-t-il dans la contingence et quelles mises en place sont-elles nécessaires ? Notre dispositif se décline en trois temps :

- Investigation du milieu par l'expérimentatrice (analyse a priori)
- Liste de tâches à proposer (élaboration des cartes du jeu)
- Proposition du jeu aux élèves (jeu de tâches effectif)

Le premier temps concerne notre propre investigation du milieu en tant qu'expérimentatrice. Puis, nous établissons une liste de tâches, non hiérarchisées, susceptibles d'être proposées aux élèves, au gré de leur avancement et de leur intérêt mathématique. Le troisième temps concerne à la fois la proposition de jeu faite aux élèves, leur investissement et, finalement, les interactions et l'utilisation des cartes du jeu, en fonction de la progression de la/des tâche-s.

2 Les *cartes du jeu de tâches* et le *jeu effectif* des élèves

Cette liste procède, en quelque sorte, de l'analyse a priori. L'expérimentatrice anticipe un grand nombre d'actions et/ou de stratégies des élèves pour alimenter son « réservoir », constitué par les cartes de son jeu de tâches. La liste augmente au fil des séances, à l'image de sa propre exploration du contenu, en lien également avec ce qu'elle a compris du jeu de l'élève. Il y a donc une part d'improvisation dans la mesure où certaines tâches n'ont pas été prévues et ont été proposées dans le feu de l'interaction, que ce soit par l'expérimentatrice ou par l'élève : il arrive que cette dernière mette en jeu une tâche spontanément ou qu'elle se laisse emporter par une proposition d'élève.

La séance avec l'élève est ce que nous appelons le *jeu de tâches effectif* et la liste, les *cartes du jeu de tâches*.

Cela étant, cet ensemble de tâches doit pouvoir mettre en exergue les connaissances que les élèves ont accumulées par leur expérience du nombre, ce qui nous permettra de spécifier celles qui se manifestent en rapport avec une tâche précise.

Cette façon de procéder nous a permis de libérer l'espace de l'expérimentation avec les élèves, nous menant bien plus loin dans notre échange que si nos interventions en tant qu'expérimentatrice avaient été figées et celles de l'élèves prises comme telles, sans que l'on ne puisse considérer de transformation de la pensée de l'élève en interaction avec celle de l'expérimentatrice, et inversement.

L'enjeu est donc de partir des réponses des élèves pour poser d'autres questions, à l'aune de ce que nous comprenons que les mathématiques mises en jeu produisent sur les connaissances des élèves.

Parfois encore, il arrive que l'expérimentatrice coupe la parole à l'élève, le stoppant net dans ce qu'il est en train de développer, soit pour le contredire, soit pour lui imposer une façon de procéder, ou encore, pour lui proposer une autre tâche.

Pour sonder le milieu, cet *interventionnisme* est nécessaire car on ne peut se contenter d'observer l'élève de manière naturaliste. Nous pensons que pour trouver des réponses, il faut, d'une certaine manière, les provoquer. Ce terme à double sens comporte à la fois l'idée de les inciter – par un agencement du milieu – et celle de les défier, par des déstabilisations, pour tester la résistance des connaissances.

II - UN *JEU DE TACHES* POUR QUESTIONNER LA DISTINCTION CHIFFRE/NOMBRE

1 Point de départ : une « belle suite de nombres »

Nous travaillons avec des petits groupes de quatre élèves environ, que nous rencontrons à raison d'une fois par semaine. Les groupes changent après quatre ou cinq séances. Pour commencer avec de nouveaux élèves, et après avoir proposé quelques tâches autour de relations de divisibilité par 2, 4, 8, nous leur avons demandé d'écrire une « belle suite de nombres », pour jauger ce qui les intéresse d'une part, et voir quelles sont les relations effectuées autour des notions de multiples et diviseurs. Nous avons en préalable, les travaux d'autres élèves et ce qui nous intéresse en continuité, c'est un point précis qui nous questionne depuis deux ans : la distinction chiffre/nombre. Nous avons l'intention, à moyen terme de l'échange, de proposer une tâche (précisée au point 2) autour de ces notions et pour ce faire, nous devons aménager un milieu favorable à la rencontre de leur intérêt. Il nous faut partir bien en amont afin de discerner la façon dont nous allons amener cette proposition. Pour apprécier le degré de pertinence de la tâche que nous aimerions présenter par la suite, nous avons lancé cette proposition, très libre s'il en est. Le qualificatif de « belle » suite n'est pas particulièrement approprié et a peut-être infléchi leurs procédures, mais il n'en reste pas moins que cette évocation est entrée en écho avec la notion de suite numérique.

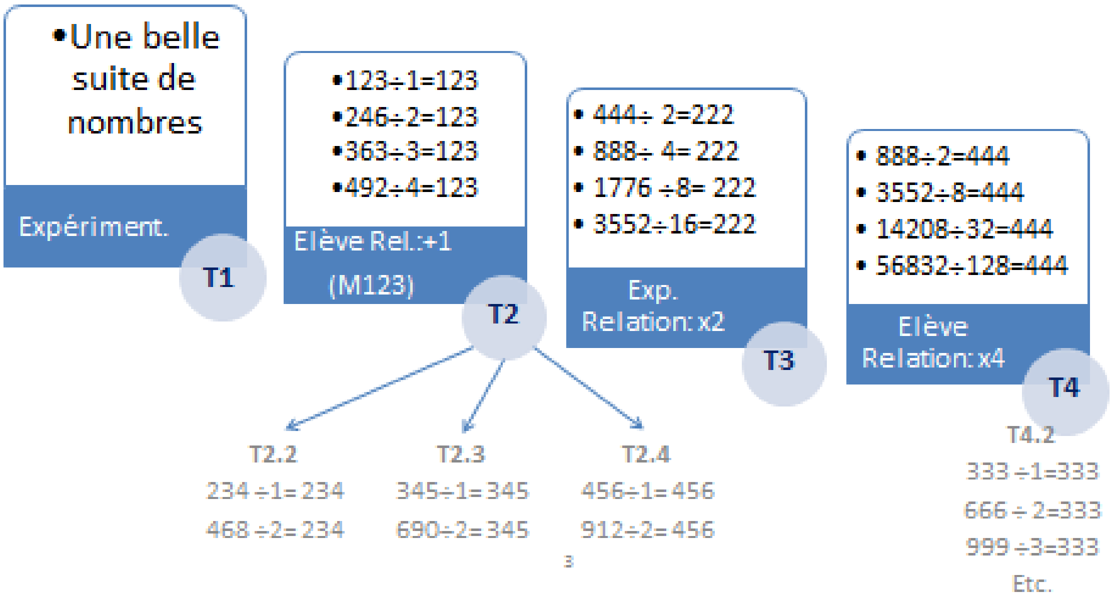
2 Les cartes du jeu

Le jeu de l'expérimentatrice comporte de multiples tâches autour des relations de divisibilité qui ont été établies à partir de l'interprétation de l'énoncé par les élèves lors de la première séance, et présentées en écho à leurs propositions. Ces tâches sont commentées au point. 3.1. En voici un aperçu non exhaustif :

1. 333÷1=333 vs 444÷1=444
   Comparaison des tables de 333 et 444
   Liens entre 1332÷4=333 et 1332÷3=444
   Multiples communs (2664, 3996, 5328, 6660)
2. 999÷3=333
   9990÷30=333
   99900÷300=333
3. 444÷2=222
   888÷4=222
4. 888÷8=111
   999÷9=111
5. 800÷50=16
   400÷25=16
6. Investigation du milieu des multiples de 12
7. Investigation du milieu des multiples de 11
8. Investigation du milieu des multiples de 12 vs les multiples de 11

3 Le jeu effectif des élèves

Ce schéma en escalier montre les liens qui se sont construits à partir de la demande de l'expérimentatrice d'effectuer une belle suite. Il est difficile de rendre compte de tous les fils tirés à partir de la première tâche ; nous l'avons modélisé comme suit, en étiquetant les tâches : T1, T2, T3 et T4. Les tâches T2.2, T2.3 et T2.4 sont des tâches effectuées en parallèle, à la suite de T2. Il en va de même pour T4.2, effectuée à la suite de T4.



3.1 Description de l'enchaînement des tâches

Tâche 2

Un élève propose, comme belle suite, 123÷1=123. Il dit qu'il suffit de rajouter une fois 123 à chaque « étage » et de faire +1 au diviseur pour obtenir toujours le même « résultat » de 123 : 246÷2=123 ; 369÷3=123 ; 492÷4=123 ; etc. La relation effectuée ici est +123 ; autrement dit, les élèves cherchent les multiples de 123, de manière additive. La « belle suite » consiste à conserver un quotient fixe, ce qui oblige à jouer sur les multiples de 123 en lien avec le diviseur. Il est intéressant de constater que la relation effectuée, malgré l'écriture divisive, concerne l'opération inverse, c'est-à-dire la multiplication de 123.

Les tâches ultérieures suivent la même logique : les élèves cherchent tous les multiples de 234, puis les multiples de 345, puis ceux de 456. Nous pouvons déjà observer dès les débuts, que les élèves envisagent la tâche sous l'angle des chiffres plus que des nombres ; en effet, on peut supposer, au vu de la régularité de leurs propositions, qu'ils considèrent les chiffres 1-2-3, plutôt que le nombre cent-vingt-trois ; 2-3-4 plutôt que 234, etc. C'est cet agencement des chiffres qui leur procure de *belles* suites.

Ce constat se retrouve dans les tâches T2.2, T2.3, T2.4 :

T2.2	*T2.3*	*T2.4*
234÷1=234	345÷1=345	456÷1=456
468÷2=234	690÷2=345	912÷2=456
702÷3=234	1035÷3=345	1368÷3=456

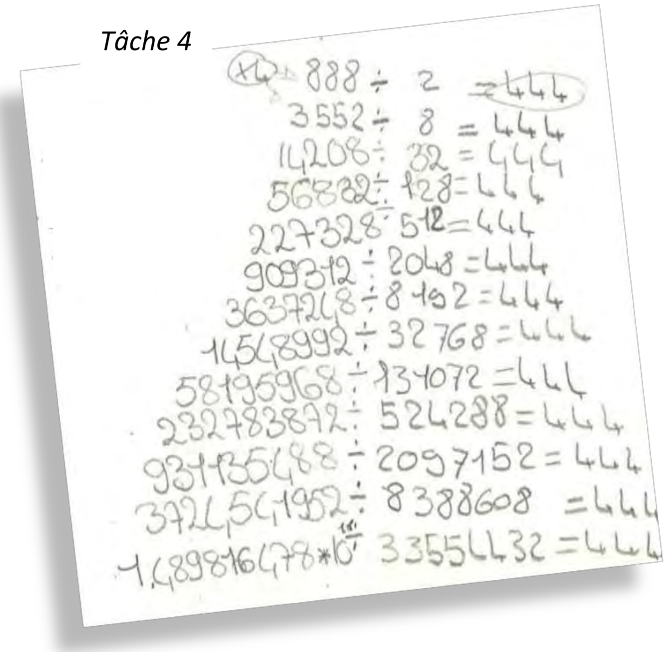
Tâche 3.

L'expérimentatrice ne les laisse pas poursuivre et propose, en relation avec les connaissances manifestées par les élèves, la « suite » suivante : 444÷2=222 / 888÷4=222 / 1776÷8=222 / 3552÷16=222 / etc. Nous proposons ainsi d'explorer une relation de double, afin de saisir si les élèves la repèrent explicitement ou s'ils la poursuivent en acte seulement. Les élèves complètent quelque peu cette liste puis bifurquent vers ce que nous avons nommé la *tâche 4*.

Tâche 4.

Les élèves proposent une relation de multiplication par 4, en réponse à celle que nous avons proposée : 888÷2=444 / 3552÷8=444 / 14208÷32=444 / Etc. L'image scannée de la *tâche 4* ci-après montre, d'une part, l'attrait exercé par les nombres, déjà souvent constaté et, d'autre part, laisse supposer que la relation est explicite pour l'élève, au vu de la précision qu'il a notée et entourée (*x4*) en haut à gauche et prolongée par deux flèches indiquant l'objet sur lequel s'exerce la multiplication. Autrement dit, il faut effectuer une multiplication par 4 en passant d'un nombre à l'autre.

Tâche 4



Tâche 4.2

Suite à cela, les élèves en reviennent à un rapport additif « +333 ».

333÷1=333

666÷2=333

999÷3=333

etc.

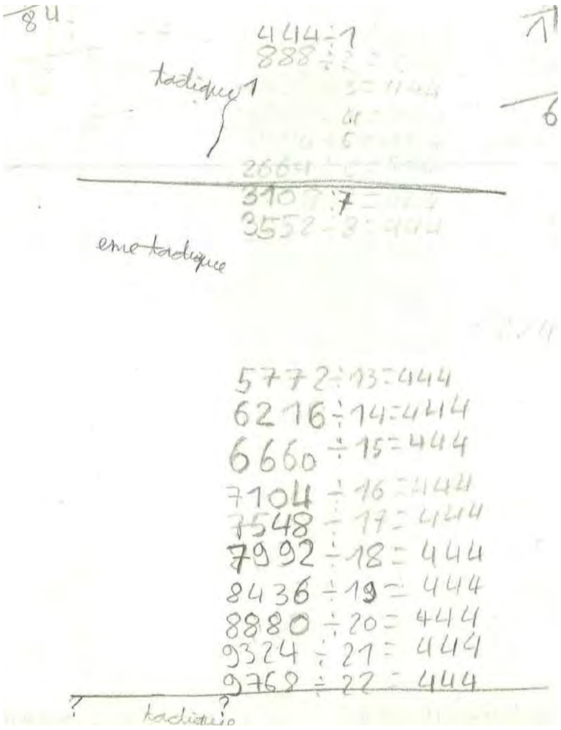
3.2 Comment les élèves s'approprient-ils ces tâches ?

Nous abordons dans cette section, la question des règles d'action qui, pourrait-on dire, s'organisent avec une clause d'anticipation permettant aux élèves de produire la suite des actions. Ces derniers se trouvent face à du *vrai*, par opposition à du *juste*, ou du *codifié*. Ils reconnaissent des éléments pertinents dans les tâches proposées, qui leur servent à construire des connaissances nouvelles ou à en réactiver de plus anciennes. Par exemple, le fait de basculer à un moment donné du nombre vers le chiffre permet de continuer la suite de nombres : lorsque l'opération sur le nombre devient trop fastidieuse techniquement, les élèves prennent en considération les colonnes (basculement sur le chiffre), sur lesquelles ils peuvent plaquer verticalement une suite récurrente observée antérieurement, ce qui rend le résultat accessible d'une autre manière. Les élèves disent, par exemple, que les multiples de 444 se terminent par 4-8-2-6-0, comme les multiples de 4. Le constat que les élèves aiment écrire des suites numériques, qui plus est lorsqu'ils les construisent, n'est plus à faire. C'est ce que nous appelons *être face à du vrai*. Etre face à du *vrai* signifie, pour les élèves, construire, proposer un résultat qui ait du sens en fonction de leurs intérêts et de leurs connaissances *hic et nunc*, souvent en dehors d'éventuelles attentes. Ceci est médiatisé par l'expérience. Par exemple : un élève demandait s'il n'y avait pas moyen d'écrire un nombre sans devoir écrire *tous ces zéros* (17'940'000'000'000'000). Après lui avoir répondu par l'écriture en puissances de 10, nous le voyons récrire toute une série de « zéros ». A notre question de savoir si ce n'est pas plus « pratique » d'écrire un nombre en puissances de 10, il répond : « oui, c'est plus pratique, mais comme ça, c'est mieux ». Cet élève est manifestement dans l'expérimentation du nombre et de ce fait, moins préoccupé de trouver le résultat « *codifié* », sans quoi il aurait repris l'écriture en puissances de 10 qu'il a lui-même demandée auparavant.

L'anticipation du nombre à atteindre, comme dans l'exemple de Corentin ci-après, se discerne dans des affirmations telles que : *on rajoute 1 parce que c'est 1000*, *on met le 7 aux milliers* ou encore, *on met le 9 comme millier*, qui font partie de ces étapes intermédiaires permettant d'atteindre le but fixé. Ces propositions montrent que l'élève *a attrapé quelque chose* du concept (concept en acte) et qu'il le reproduit de manière assez sûre, en suivant ses propres règles.

Nous identifions là encore, un intérêt de la part de l'élève à construire le nombre qui vient ensuite en utilisant des outils intellectuels, alors qu'il pourrait « tout simplement » effectuer l'algorithme ; c'est ce qui nous fait dire là encore, qu'il se trouve face à du *vrai* : sa vérité mathématique, lui permettant de produire un raisonnement afin d'adapter la situation.

Revenons concrètement à l'exemple de Corentin (Tâche 4.3) où il propose la relation x4. Il s'engage dans le développement de la table de 444 et se hasarde à en expliquer les spécificités. Il voit des régularités qu'il tente d'expliquer. Voici ce qu'il dit :



« Si on veut diviser un nombre *(ayant pour quotient 444)* :

Si un nombre divisé par 1=444, alors c'est 444. Après, on peut le diviser par 2, 3, 4, 5, etc.

Exemple avec ÷3 pour faire 444.

- 3x4 =12
- On met 12 comme centaine
- On rajoute 1 parce que c'est 1000
- => 1300
- 2+1 =3
- On remet le 3, 1330
- On remet le 2 du 12
- 1 … ... 2
- 2+1=3, on met les deux 3 au milieu
- 1 3 3 2 »

Dans les deux exemples supplémentaires ci-après, nous pouvons supposer que ce qui tient le sujet en haleine, c'est le jeu sur les chiffres, car en effet, s'il s'agissait de trouver le résultat, « *le juste* », comme nous l'avons relevé précédemment, l'emploi de l'algorithme aurait été adéquat. Or il réfléchit à la formation du nombre à partir de l'agencement des chiffres. Il ne parle jamais de la relation inverse 444x17, par exemple, ce qui laisse supposer que le calcul ne l'intéresse pas.

… ÷17 = 444

- 17x4 = 68
- 68 +6 (mille) = 74
- On met le 7 aux milliers
- On rajoute 1 = 75 = 7500
- On remet le 4 (dizaines) de 74 => 7540
- On remet le 8 de 68 (unités)
- 7 en millier
- 4 en dizaine
- Le 8 vient d'un nombre non transformé (68)
- 7548

… ÷22 = 444

- 22x4 = 88
- Faut rajouter 8 = 96
- On met le 9 comme millier
- Faut rajouter 1 = 97 => 9700
- On rajoute le chiffre unité du nombre transformé => 9760
- On rajoute le chiffre unité du nombre non transformé => 9768

La régularité:

22x4 = 88

88+8 = 96

9 7 6 8

Au paragraphe 4, nous expliciterons comment les régularités observées et relatées deviennent la logique de l'élève. Nous exposerons la manière dont sa logique se construit dans sa vision en colonne du nombre. Nous pouvons déjà tirer la conclusion que dans les cas traités, les régularités des actions des élèves sont liées aux règles qu'ils suivent.

Tâche 5.

Elle concerne l'opération inverse dont nous parlions : les élèves en reviennent à la table de 444 et traitent l'information à partir de la multiplication.

444 x 51 = ? est envisagé comme opération inverse de ? ÷51 = 444**.** Le désir de construire le nombre en passant par le raisonnement semble encore plus flagrant dans cet exemple, dans la mesure où il serait finalement plus tentant (voire, *facile* ou *efficace*) de passer par l'algorithme, s'il ne s'agissait que du calcul ; en tous les cas, ce serait plus attendu, ou plus *juste.* L'élève n'est manifestement pas dans le *codifié.*

Il note ceci :

444x51 = ?

51x4 = 204

204 + 20 = **22** 4

+2 de ret

22 6 4 4

Les régularités sont en lien avec les règles suivies.

Tâche 6.

Poursuivant dans cette idée de recherche de cohérence, les élèves proposent ensuite d'explorer la «logique» de la table de 333. Ils commencent par chercher les régularités verticalement. Ce qu'ils appellent «logique» consiste à mettre à jour toutes les régularités. Ils procèdent du reste souvent de la même manière, à savoir : écrire de longues listes de nombres en suivant une logique verticale, axée sur la régularité des suites de chiffres. Lorsqu'ils en ont écrit suffisamment pour repérer des régularités, ils les élèvent au rang de règle ou, plus exactement, de loi de fonctionnement et s'appuient sur des règles de contrôle du type « si … alors… » qui permettent de produire la suite de leurs actions.

Quelques *logiques* repérées en envisageant les nombres par colonnes : chiffres des unités, chiffres des dizaines, chiffres des centaines et chiffres des milliers :

Chiffre des unités : 3-6-9-2-5-8-1-4-7-0 3-6-9-2-5-8-1-4-7-0 3-6-9-2-5-8-1-4-7-0

Chiffre des dizaines : 3-6-9-3-6-9-3-6-9-3-6-9 2-6-9-2-6-9-2-6-9 2-5-9-2-5-9-2-5-9 2-5-8-2-5-8-…

Chiffre des centaines : 3-6-9 3-6-9 3-6-9 3-6-9 3-6-9 3-6-9 3-6-9 3-6-9 3-6-9 3-6-9-…

Chiffre des milliers : 0-0-0 1-1-1 2-2-2 3-3-3 4-4-4 5-5-5 6-6-6 7-7-7 8-8-8 9-9-9 0-0-0 1-1-…

Trois exemples de *logiques* internes au nombre, avec opération sur les chiffres:

– 0999 : si la somme des chiffres du millier (0) et de l'unité (9) est égale à 9, alors le chiffre des centaines et celui des dizaines est, respectivement, 9.
– 1332 : si la somme des chiffres du millier (1) et de l'unité (2) est égale à 3, alors le chiffre des centaines et celui des dizaines est, respectivement, 3.
– 1665 : si la somme des chiffres du millier (1) et de l'unité (5) est égale à 6, alors le chiffre des centaines et celui des dizaines est, respectivement, 6.

Dans l'extrait de nombres ci-contre, les élèves pointent un premier « trou » dans cette *logique* entre 3996 et 4662. Les nombres soulignés 4329, 5328, 6327, ne suivent pas la même (à cause de la retenue) ; ils présentent de nouvelles régularités. Résiste-t-on à la tentation d'aller y voir encore un peu plus loin… qu'y aura-t-il comme effet de la retenue, après « 32 » et « 65 » ?

Si l'on reprend depuis le début, nous observons la régularité suivante : 33-66-99, jusqu'au premier saut (4329), qui marque une nouvelle régularité : 32-66-99. Ensuite, nous aurons quatre fois de suite, le triplet 32-65-98, puis trois fois de suite 31-65-98, puis deux fois de suite 31-64-98,

Table de 333
0333
0666
0999
1332
1665
1998
2331
2664
2997
3330
3663
3996
4329
4662
4995
5328
5661
5994
6327
6660
6993
7326
7659

puis à nouveau quatre fois 31-64-97, puis 30-64-97, puis… ?

Ce qui nous semble particulièrement intéressant dans cet extrait, c'est que les élèves ont « appris » d'une part à considérer la formation des nombres selon certaines régularités, qui plus est, s'avèrent reproductibles, et d'autre part, à en chercher de nouvelles lorsqu'elles s'interrompent. Ils constatent, en outre, que ces *sauts de logique*, ainsi qu'ils les décrivent, font partie d'un ensemble toujours plus vaste. On peut parler ici d'un ancrage dans leur expérience, de questions liées aux suites numériques et aux régularités observables.

7992
<u>8325</u>
<u>8658</u>
8991
Etc.

Tâche 7.

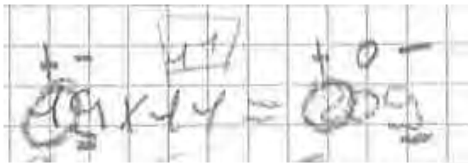
L'expérimentatrice propose, à la suite de la tâche 6.2 où les élèves ont investigué le milieu avec la suite 666÷2=333, une nouvelle division pour en arriver, au vu de leur intérêt et de leur propension à approfondir les liens entre chiffres et nombres, à une ultime tâche, celle qui concerne les multiples de 12 que l'on peut trouver dans les multiples de 11. Avant cela, les élèves ont exploré les tables de 11, de 111, de 101, etc. La tâche 7 consiste donc en une nouvelle série : 888 ÷8 =111 / 999 ÷9 =111 / 1110 ÷10=111 / etc. Un élève s'exclame : « C'est comme la table de 11 ! »

Tâche 8.

Cette exclamation nous permet de les rediriger vers la table de 11 et ses particularités, et d'aborder enfin la tâche *M12 dans M11*, carte qui peut être jouée ici.

Avant cette tâche, les élèves ont exploré la table de 11 et essayé, toujours selon leur intérêt, à comprendre la construction des multiples de 11. Arrêtons-nous un instant sur l'exploration de la fabrication de la table de 11 par Chloé, qui, sur sa feuille de travail, montre les liens effectués avec ce qui avait été précédemment fait, ainsi que les mises en relations qu'elle effectue : « on va retrouver le nombre du calcul d'avant », dit-elle.

Elle identifie les régularités suivantes : $\boxed{+1/0/-}$ à comprendre comme suit. Prenons l'exemple de 19x11=209 pour expliquer son raisonnement qui consiste à passer de 19 à 209, sans effectuer la multiplication:



Chiffre des dizaines : ajouter 1 *(et multiplier par 10)* ce qui donne donc 2 pour le chiffre des centaines.

Chiffre des dizaines : insertion du 0 *(qui provient de la multiplication par 10)*

Chiffre des unités : - (sous-entendu *statu quo*, 9). De ces régularités constatées, elle en fait une règle, qui alimentera son expérience.

Il est parfois plus difficile de rendre compte d'un raisonnement par écrit, que de regarder la procédure de l'élève. Combien font 46x11 ? En suivant sa règle $\boxed{+1/0/-}$ on obtient 506 aisément.

Après de longues listes (cf. annexes 1 et 2) et quelques constats plus tard, nous avons signifié aux élèves que l'on pouvait trouver dans la liste des multiples de 11, les multiples de 12. Ici, c'est l'expérimentatrice qui suggère la recherche. C'est dans l'interaction de connaissances que cette tâche émerge, bien que déjà présente à l'esprit auparavant ; il fallait toutefois une occasion favorable à son développement, pour garder intact l'intérêt des élèves. Le premier nombre dans lequel ceci est visible est est 121. Dans 121 (11x11), on peut lire 12 et 1, et noter cela de la manière suivante : 12/1. Dans 242 (22x11), on peut lire 24 et 2 et noter 24/2 (il suffit d'utiliser une barre

oblique (/) pour indiquer la séparation). On aura tôt fait de constater que la suite continue et que l'on peut effectivement retrouver les multiples de 12 de la façon suivante : 36/3, 48/4, 60/5, 72/6, 84/7, 96/8, 108/9, etc. dans les multiples de 11 (363, 484, 605, 726, 847, 968, 1089).
Le jeu sur les chiffres se différencie ici du jeu sur les nombres car si l'on peut voir cette suite dans 1210 encore, il est néanmoins plus difficile de la percevoir dans 1331, à moins de retrouver le calcul qui nous le permette.
On ne le *voit* plus (jeu sur les chiffres), mais on peut le *retrouver* par une opération (jeu sur les nombres).
Ce fait attire les élèves qui vont se lancer dans la recherche consistant à retrouver des éléments des multiples de 12 dans les multiples de 11. Ils ont constitué des listes conséquentes, effectué des liens entre dizaines et centaines, s'autorisant des sauts de mille, puis de dix mille, happés par les régularités constatées. Ils ont même été très proches du critère de divisibilité par 11, s'autorisant ce type de combinaisons de chiffres. Nous donnons quelques exemples retranscrits plus bas.
Reprenons toutefois le questionnement soumis aux élèves : on peut se demander comment se cache 120/10 dans 1210, 121/11 dans 1331, etc. Est-ce que l'on va trouver quelque chose qui puisse correspondre à 144/12 ?
Dans 1210 on ne voit *presque* plus les multiples de 12 ; pourtant, on perçoit bien un *12* et un *10*… La connaissance fonctionne de cette manière, intuitive, qui va faire dire à un élève « *on voit 120/10 dans 1210* », ce qui ne semblera pas incongru, mais sans pour autant se l'expliquer.
Si l'on admet effectivement que l'on puisse continuer la suite depuis 110x11=1210, en passant par les multiples de 12, écrits de la sorte : 120/10 (ce qui signifie 10x12=120), on peut essayer d'aller plus loin et tenter de voir ce que cela donne. Notons toutes les étapes :

110x11=1210	10x12=120	12**0/1**0 →12**1**0	*par addition des chiffres de chaque côté de la barre (0+1=1)*
121x11=1331	11x12 =132	13**2/1**1 →13**3**1	*par addition: 2+1=3*
132x11=1452	12x12=144	14**4/1**2→14**5**2	*(4+1=5)*
143x11=1573	13x12=156	15**6/1**3→15**7**3	*(6+1=7)*
154x11=1694	14x12= 168	168/14→1694	*(8+1=9)*

Et ainsi de suite. On retrouve le jeu sur le nombre, effectué avec la table de 333, à la tâche 6. De même, le jeu sur les chiffres s'exprime non seulement de manière horizontale, si l'on peut dire, mais également de manière verticale :

99x11=	↓1089	Chiffre des milliers : 1
110x11=	↓1210	Chiffre des centaines : 0, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 0, 1, 2, 4, 5, 6, … *Les élèves remarquent que*
121x11=	↓1331	*cela « saute », que régulièrement, une dizaine n'est pas représentée.*
132 x 11=	↓1452	Chiffre des dizaines : 8, 1, 3, 5, 7, 9, 1, 3, 5, 7, 9, 2, 4, 6, …
143 x 11 =	↓1573	Chiffre des unités : 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 1, 2, …

Avant de terminer cette restitution, laissant entrevoir, nous l'espérons, la quantité de pistes à exploiter à partir de cette tâche, nous cédons à l'envie de faire état d'une dernière reconstruction concernant la table de 11, repensant à la règle de Chloé dans l'exemple ci-dessus :

- À la première centaine, le chiffre des unités égale le chiffre des dizaines : 11-22-33 …
- À la $2^{\text{ème}}$ centaine, le chiffre des unités vaut 1 de moins que celui des dizaines : 110 – 121 – 132 …
- À la $3^{\text{ème}}$ centaine, le chiffre des unités vaut **9** de plus que celui des dizaines pour 209, et **2** de moins pour 220, 231, 242, …, 297 (9 + 2 = 11)
- À la $7^{\text{ème}}$ centaine, **5** de plus pour 605, 616, 627, 638, 649 et **6** de moins pour 660, 671, 682, 693… (5 + 6 = 11) etc. Est-ce que l'on va trouver le même type de régularité pour chaque centaine ?

III - ILLUSTRATION DES NOTIONS DE *REGLE*, *EXPERIENCE*, *LOGIQUE*

Reprenons l'un des exemples de Corentin (tâche 4.3) intéressants pour illustrer le triplet *règle – expérience – logique*, qui se présente comme un processus en boucle. D'une règle de laquelle on tire une logique s'inspirant de l'expérience comme élément médiateur, en sort une nouvelle règle ; il s'agit d'un mouvement dynamique.

Reprise de l'exemple … ÷3 = 444

1) 3x4 =12

2) On met 12 comme centaine
3) On rajoute 1 parce que c'est 1000 ⇒ 1300
4) 2+1 =3
5) On remet le 3, 1330
6) On remet le 2 du 12
7) 1 … ... 2
8) 2+1=3, on met les deux 3 au milieu
9) 1 3 3 2 »

Partant de la première régularité expliquée par Corentin, que nous interprétons comme une règle d'action « *si* 3x4=12, *alors* on met 12 comme centaine », nous observons un enchaînement et un va-et-vient entre règle et logique. Cette règle médiatisée par l'expérience donne lieu à une nouvelle règle : on rajoute 1 parce que c'est 1000 (*parce que l'on parle de milliers*). La logique veut alors que l'on écrive 1300. Ce qui peut passer pour un « truc » est en réalité l'expression de ce processus *règle – expérience – logique*, qui montre un raisonnement très élaboré de la part de l'élève.

Chaque nouvelle logique, interprétée par l'expérience, donne lieu à une nouvelle règle, et ainsi de suite.

On constatera de même, que son déroulement de la table de 11 (cf. Corentin, annexe 2) lui permet de voir les régularités de la liste. La première chose que l'élève fait dans son listage est d'effectuer des sauts et de repérer les régularités de 110 en 110 (110-220-330-440-550-660-770), il les pointe et les relie. Ensuite, il les écrit de manière appuyée, comme pour scander : 880-990-1100. L'élève s'autorise, à la fin de sa liste, de suivre sa règle, n'éprouvant plus le besoin de vérifier chaque ligne par une multiplication. Il effectue alors des sauts de 1001 : là, il «sait» écrire sa suite de nombres, ayant construit sa logique qui a été interprétée par l'expérience de la vérification *verticale* (pour s'assurer de la justesse des nombres). L'une des composantes de sa logique est la valeur du chiffre des unités, alternativement 1-2-3-4-5-6-7-8-9-0, Cette logique donne lieu à une nouvelle règle de constitution de la table, qui l'autorise à effectuer des sauts de 1001.

La règle n'est pas donnée ex abrupto et en mots mais elle est montrée en acte, en référence directe à la liste de multiples qu'il a écrits. De ce fait, la règle n'est jamais totalement explicitée, elle est en majeure partie montrée. Une fois que l'élève saura reproduire la liste, il pourra à la fois en saisir un peu plus analytiquement la règle de production et observer ce qu'elle lui donne à voir.

Cela va l'amener à l'interpréter autrement que comme le simple produit de la règle de formation ; autrement dit, à trouver quelque logique à cette production.

L'élève est ainsi conduit à organiser ses actions non pas seulement pour produire la suite de nombres attendue, mais pour vérifier ou infirmer ce qu'il a pu observer. Ces observations, anticipations, vérifications et variations de la même règle se feront selon une certaine logique interprétative, qui n'est pas contenue a priori dans la règle de formation de sa série de nombres.

IV - CONCLUSION

Cette façon d'envisager l'interaction, à partir de la spécificité des mathématiques en tant que milieu contraignant, produit un certain type de procédures et de comportements chez les sujets. Ce laboratoire fait émerger des connaissances dont on ne sait pas, a priori, si elles sont résistantes, si les expériences produites sont consistantes : c'est l'objectif poursuivi dans nos recherches. Toutefois, nous constatons que des apprentissages ont bel et bien lieu et que des comportements s'institutionnalisent ; *quelque chose* aspire les élèves et les entraîne dans ce mouvement, dans ce tourbillon de connaissances.

La curiosité et l'intérêt des élèves sont alimentés par le désir de poursuivre leur objet de recherche car il fait sens pour eux : tant que la situation se présente à eux comme problématique, la dimension de recherche est maintenue.

Notre travail dans les classes poursuit le but de développer la notion de jeux de tâches, que nous considérons comme une condition essentielle pour sonder les connaissances des élèves, tout en nous mettant, en tant qu'expérimentatrice, dans un mode dynamique. Il y a un jeu difficile afin de maintenir cet état. Nous nous risquons à cet exercice délicat en tentant de suivre la pensée de l'élève. Nous ne la guidons qu'en la soutenant dans ce qu'elle exprime et non en la dirigeant vers un but que l'on se serait préalablement fixé.
L'interaction des connaissances et des explorations du milieu respectives est ainsi privilégiée entre l'expérimentateur et l'élève, et favorise la constitution d'expériences.

Ces expériences sont reliées à des savoirs qui se construisent dans les jeux respectifs décrits plus haut.
Le résultat qui s'impose au terme de cette recherche est que la distinction chiffre/nombre soulève une véritable question de contenu et pas seulement de vocabulaire.
Les chiffres sont des attributs du nombre qui *disent des choses* sur le nombre (des ostensifs). Reprenons l'exemple où l'élève élabore des régularités en lien avec les règles qu'il s'est données :

444x51 = ?
51x4 = 204
204 + 20 = **22** 4
+2 de ret
22 6 4 4

La logique de production des nombres est soutenue par le jeu sur les chiffres ; les exemples précédents montrent que les élèves découvrent des lois permettant d'agir sur les chiffres et de les manipuler pour *fabriquer* le nombre. Etrangement, ce n'est pas le fait d'opérer sur un nombre pour obtenir un autre nombre qui les engage, mais bien le jeu sur les chiffres. La distinction chiffre/nombre est, à cette étape, encore en acte, ce que nous avons tenté de montrer.

L'élève pense la formation du nombre à partir de l'agencement des chiffres. Il nous semble qu'il s'agit-là d'une étape importante, voire de prémisses à l'acquisition de cette distinction : il ne suffit donc pas de l'expliquer, mais il s'agit bien de la faire expérimenter. Ainsi, nous observons qu'elle va nettement au-delà de la simple comparaison chiffres/nombres *vs* lettres/mots. En effet, si les deux t de attribut ne disent rien sur la nature de l'objet ; en revanche, le 6 de 22644 dit quelque chose sur le nombre dont 22644 est le nom. Nous avons donc un nom de nombre, 22644, dont chaque chiffre nous indique l'une de ses particularités – ne serait-ce que le fait suivant : si le nombre est écrit en base 10, les chiffres représentent les restes des divisions successives par 10 de ce nombre.

Le savoir, c'est l'attribut des attributs du nombre (le nom du nombre) : l'écriture du nombre est constituée par des chiffres ; lorsque l'élève dit que pour calculer le résultat de 444x51, il suffit de ramener le calcul à 51x4 et de combiner les chiffres selon des règles précises, on peut dire que les chiffres caractérisent le nombre. Pour les assembler, il faut respecter que si l'on dispose les chiffres selon les règles établies, il y a une retenue de 2. Ceci est le résultat des expériences à propos des opérations sur le nombre.
Ce savoir est l'attribut des chiffres du nombre : c'est cela qui ressort en acte dans nos expérimentations.

V - BIBLIOGRAPHIE

CONNE F. (2003) Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. *Education et francophonie,* **31/2**. www.acelf.ca.

DDMES (2003) L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence, in *Actes du Séminaire national de recherche en didactique des mathématiques*, Paris, 28-29 mars.

DEL NOTARO C. (2010) Chiffres mode d'emploi. Exploration du milieu mathématique et expérience à l'école primaire autour de quelques critères de divisibilité. Thèse de doctorat, Genève. http://archive-ouverte.unige.ch/unige:11825

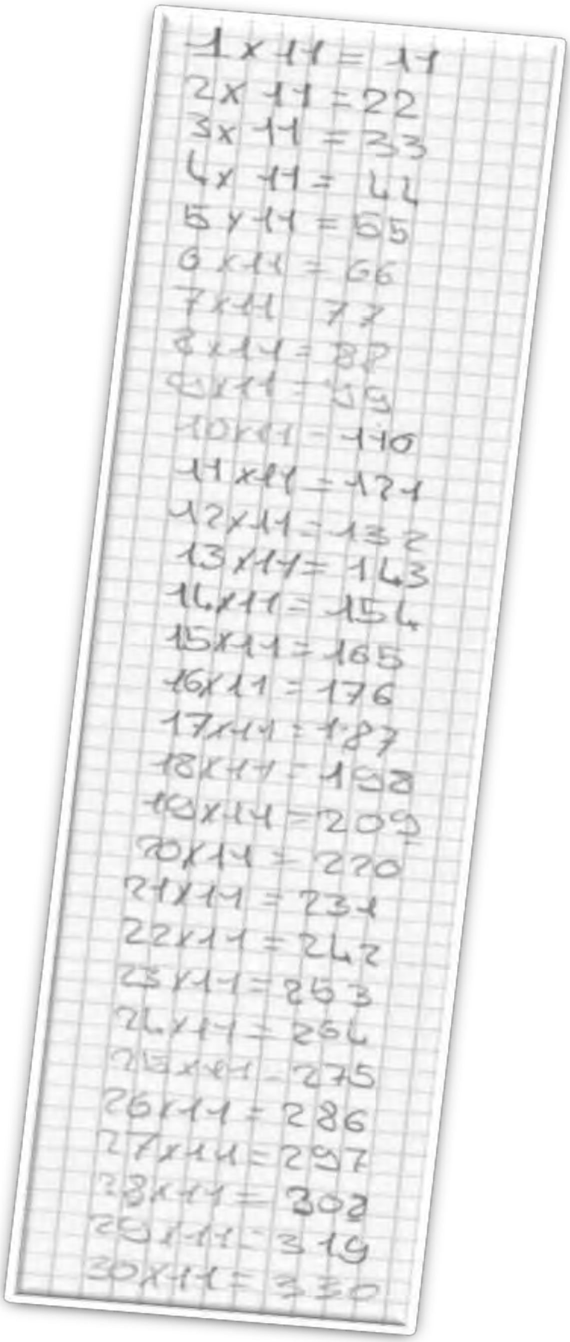
DEL NOTARO C. (2011) Le jeu de tâches, une interaction de connaissances particulière entre expérimentateur et élèves, *Actes du XXXVIII^e colloque COPIRELEM,* IREM de Dijon.

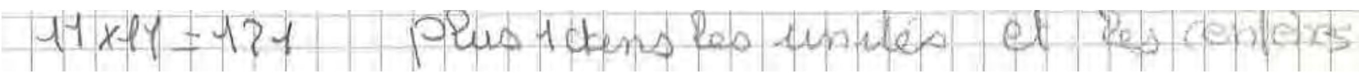
FAVRE J.-M (2008). Jeux de tâches. Un mode d'interactions dynamique pour aménager des expériences mathématiques aux acteurs de la relation didactique dans l'enseignement spécialisé. *Grand N*, **82**, 9-30, IREM de Grenoble.

retour sommaire

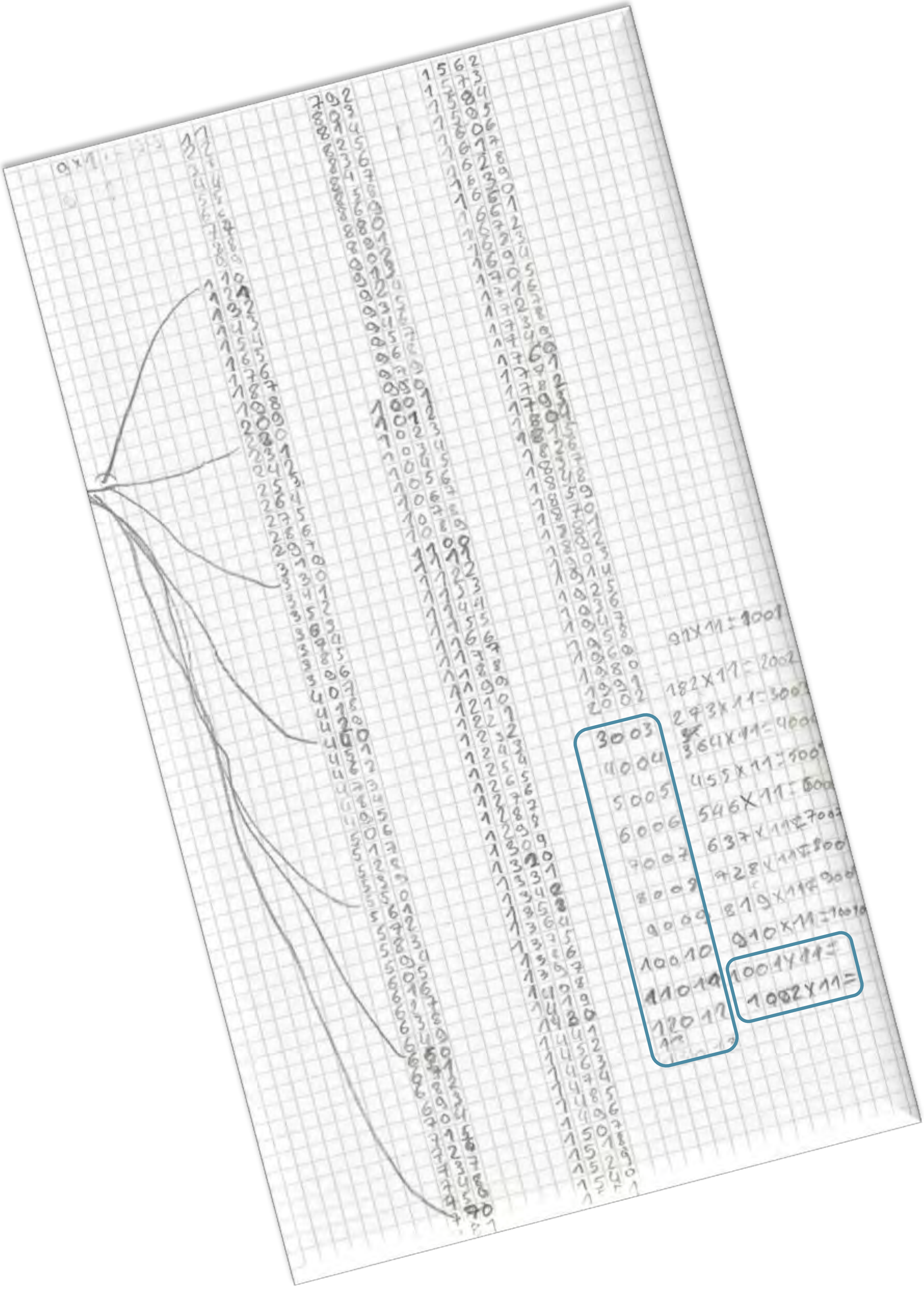
ANNEXE 1 *CHLOE*

Extrait d'écriture de longues listes pour repérer les régularités.


1 x 11 = 11
2x 11 = 22
3x 11 = 33
4x 11 = 44
5 x 11 = 55
6 x 11 = 66
7x11 77
8x11 = 88
9x11 = 99
10x11 = 110
11 x 11 = 121
12x11 = 132
13x11 = 143
14x11 = 154
15x11 = 165
16x11 = 176
17x11 = 187
18x11 = 198
19x11 = 209
20x11 = 220
21x11 = 231
22x11 = 242
23x11 = 253
24x11 = 264
25x11 = 275
26x11 = 286
27x11 = 297
28x11 = 308
29x11 = 319
30x11 = 330


11 x 11 = 121 plus 1 dans les unités et les centaines

ANNEXE 2. *CORENTIN*



LA GEOMETRIE DYNAMIQUE EN CYCLE 3, POUR QUOI FAIRE ?

Francine ATHIAS DUBREUCQ
Formateur, IUFM Besançon
Doctorante UMR ADEF
sous la direction de Teresa Assude
francine.dubreucq@univ-fcomte.fr

Résumé
À l'école élémentaire, les élèves sont amenés à résoudre des problèmes de « reproduction ou de constructions de configurations géométriques diverses » (BO Juin 2008). Cinq situations ont été proposées aux élèves, en utilisant un logiciel de géométrie dynamique (tracenpoche) en prenant en compte les modes d'intégration définis par Assude (2006).
Dans cet article sont exposés les premiers résultats d'une expérimentation : lors d'une séance de mise en œuvre en classe, sont étudiées comment les rétroactions du logiciel permettent aux élèves de se rendre compte de la nécessité des propriétés géométriques. Le déplacement des points déplaçables semble être pris en charge par certains élèves pour la validation de la construction sans que l'effet du déplacement soit interprété.

Exploitations possibles
En formation initiale ou continue en géométrie, le logiciel Tracenpoche est utilisé pour résoudre une problème de construction et une comparaison est faite avec Cabri-géomètre.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Cycle 3. Logiciel de géométrie dynamique : Tracenpoche.

LA GEOMETRIE DYNAMIQUE EN CYCLE 3, POUR QUOI FAIRE ?

Francine ATHIAS DUBREUCQ
Formateur, IUFM Besançon
Doctorante UMR ADEF
sous la direction de Teresa Assude
francine.dubreucq@univ-fcomte.fr

Résumé
À l'école élémentaire, les élèves sont amenés à résoudre des problèmes de « reproduction ou de constructions de configurations géométriques diverses » (BO Juin 2008). Cinq situations ont été proposées aux élèves, en utilisant un logiciel de géométrie dynamique (tracenpoche) en prenant en compte les modes d'intégration définis par Assude (2006).
Dans cet article sont exposés les premiers résultats d'une expérimentation : lors d'une séance de mise en œuvre en classe, sont étudiées comment les rétroactions du logiciel permettent aux élèves de se rendre compte de la nécessité des propriétés géométriques. Le déplacement des points déplaçables semble être pris en charge par certains élèves pour la validation de la construction sans que l'effet du déplacement soit interprété.

Je vais essayer d'exposer une de mes questions de recherche. Mon travail consiste à explorer en quoi les rétroactions du milieu dynamique peuvent aider les élèves dans la construction d'un savoir géométrique. J'ai proposé cinq situations à des enseignants, qui reposent sur l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique, tracenpoche (teP). Ces situations sont adaptées par les enseignants, en fonction des contraintes de leur classe et de leur progression en géométrie. Après une rapide introduction concernant les conditions d'usage de la géométrie dynamique en cycle 3, je présenterai les éléments du cadre théorique qui me serviront à la description et à l'analyse des situations. Une troisième partie me permettra de situer le moment analysé dans le contexte général de l'ingénierie, ainsi que d'en effectuer une analyse *a priori.* La quatrième partie sera constituée de l'analyse du déroulement d'un moment *in situ* et sera suivie d'une courte conclusion.

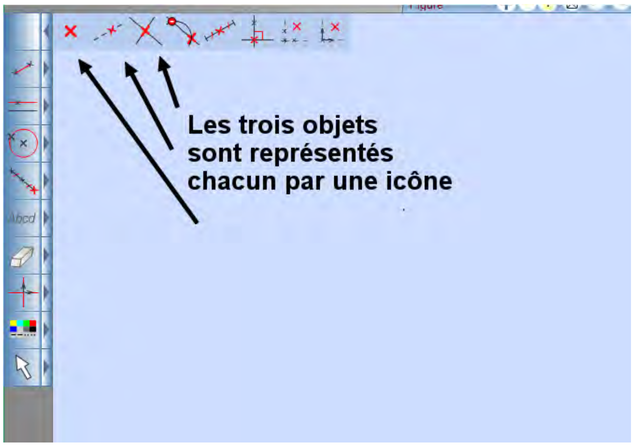
I - INTRODUCTION CONCERNANT L'ENSEIGNEMENT DE LA GEOMETRIE DYNAMIQUE

La géométrie dynamique est entrée dans les projets scolaires depuis de nombreuses années. En effet, un des premiers logiciels Cabri a été créé en 1985. Dans les programmes de 2002 pour l'école primaire, l'utilisation des TIC (technologie informatique et communication) est préconisée dans les objectifs. En particulier, il est à noter que le logiciel de géométrie dynamique fait partie intégrante du champ mathématique en cycle 3 : « L'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication : […], logiciels de géométrie dynamique […]. Dans les programmes de 2008, aucune phrase explicite n'est faite concernant la géométrie dynamique. Par contre, son usage est implicite, « Les technologies de l'information et de la communication sont utilisées dans la plupart des situations d'enseignement ». Ainsi, l'utilisation de tracenpoche en cycle 3 peut avoir toute sa place.

1 Tracenpoche *versus* Cabri

Voici une présentation rapide du logiciel tracenpoche, mise en parallèle avec Cabri.

a) Dans le logiciel tracenpoche, les boutons sont présentés de la manière suivante : ce qui est accessible en premier, c'est l'icône, puis ensuite en déplaçant la souris, un bandeau jaune explicatif est proposé. Sur Cabri, c'est le contraire. C'est en déplaçant la souris sur les mots que l'icône apparaît, seul l'icône du premier élément est visible.

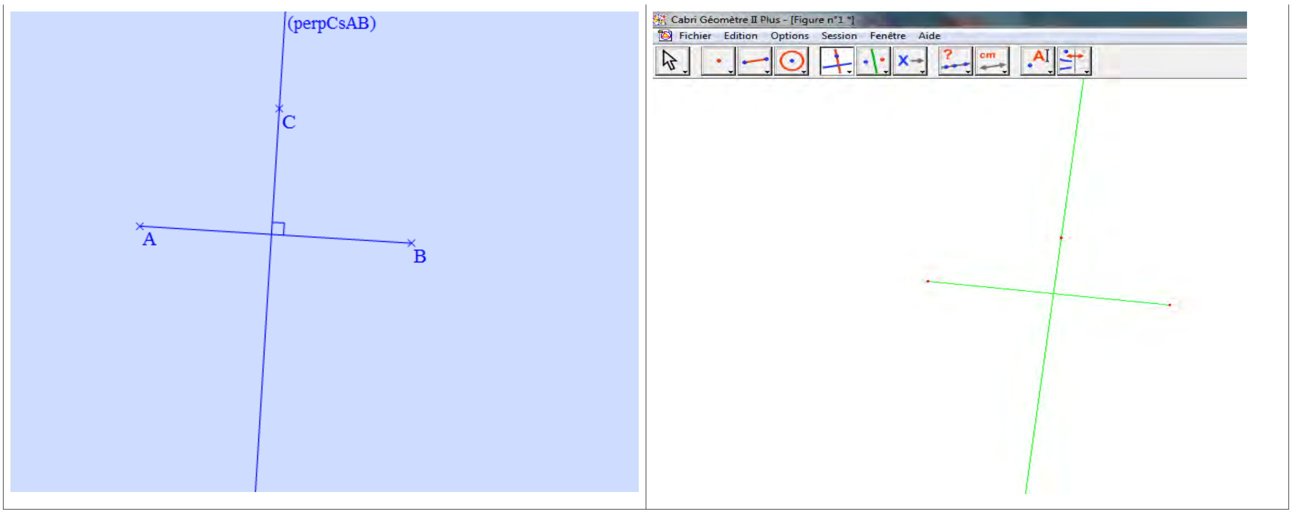
Logiciel teP	Logiciel Cabri
	

Ainsi, par exemple, les élèves de cycle 3 reconnaissent l'icône « point d'intersection » avant de le nommer. Au fur et à mesure des séances, il semblerait que la configuration représentant une intersection de deux objets les conduit à reconnaître le statut de ce point, propre à l'environnement dynamique. Il est à noter qu'ils ne savent pas nécessairement le mot « intersection ». Mais, quand ils lisent ce mot sur le bandeau proposé par tracenpoche, ils en connaissent la signification.

b) Une deuxième différence concerne la validation du choix de l'action. Chaque commande dans l'environnement tracenpoche est désactivée après l'action. Ainsi, si je veux placer deux points, je recommence deux fois la même manipulation. Toute action est donc décidée au point de départ. Ainsi, l'élève de cycle 3 sait qu'il va placer un point, une droite puisqu'il choisit le bouton adéquat à chaque fois. Il n'y a pas de construction parasite parce que le bouton est resté sélectionné.

c) Une troisième différence concerne la construction des droites perpendiculaires. Lorsque l'on trace une perpendiculaire, le symbole « angle droit » est placé par le logiciel tracenpoche, ce qui n'est pas le cas dans le logiciel Cabri.

Logiciel teP	Logiciel Cabri



Dans un logiciel de géométrie dynamique, quel qu'il soit, la conservation des propriétés lors du déplacement est assurée lorsque la construction a été faite en tenant compte des propriétés de géométrie. Dans l'environnement tracenpoche, le symbole atteste de la perpendicularité. Par contre, il est à noter que dans l'environnement papier/crayon, la présence du symbole n'est pas le garant de la perpendicularité. En effet, les élèves codent souvent leur dessin sans avoir au préalable tracer des angles droits.

Nous pouvons remarquer que les aspects purement informatiques, par exemple sélectionner, valider ne posent pas de problème aux élèves.

De nombreux travaux de recherche ont été faits sur l'intégration des outils informatiques -outil au sens défini par Trouche (2005), « un objet technique intégré ou susceptible d'être intégré par un usager dans ses gestes ». Ils ont permis d'identifier les difficultés soulevées par l'utilisation d'outils technologiques dans des classes, en particulier dans des classes de cycle 3 (Assude & Grugeon, 2002). L'enseignant doit organiser et accompagner la genèse instrumentale (Rabardel, 1995), c'est-à-dire articuler une composante d'instrumentation (relative au sujet) et une composante d'instrumentalisation (relative à l'artefact) (Trouche, 2005). Dans le même temps, il doit penser à l'intégration des outils informatiques et leur articulation avec les connaissances mathématiques (Chevallard, 1992 ; Trouche, 2005)

2 Connaissances géométriques *versus* connaissances spatiales

Auparavant, je souhaite évoquer l'objet géométrique sur lequel l'élève de cycle 3 travaille, et l'objet géométrique sur lequel le professeur travaille. Je rappelle un premier constat : les attentes de l'enseignant ne correspondent pas toujours au résultat spatial proposé par l'élève. Par exemple, les élèves tracent un cercle tangent intérieurement à un carré sans difficulté apparente. Ils placent la pointe sèche du compas au centre du carré et ils approchent, délicatement, le crayon au bord du carré. Le dessin proposé correspond à la consigne. Ils ont tracé le cercle attendu par le professeur et la reproduction est conforme. Ils ne comprennent donc pas pourquoi cela ne convient pas. Le professeur, quant à lui, est intéressé par le procédé de construction. Il attend les caractéristiques du cercle, par exemple son centre et un de ses points. Cependant, la consigne donnée par l'enseignant porte sur le dessin à obtenir, mais pas sur la nécessité de définir les caractéristiques du cercle. Autrement dit, ici, utiliser le compas est une contrainte, attendue par l'enseignant non explicite et pourtant comprise par des élèves de cycle 3. Par contre, utiliser les éléments caractéristiques du cercle est également une contrainte attendue par l'enseignant, implicite mais non nécessaire pour les élèves : en effet, ils parviennent à répondre à la consigne malgré tout.

Offre & al (2006) se sont intéressés à l'usage des instruments et des propriétés en cycle 3. Ils réfléchissent à l'articulation entre les connaissances des propriétés géométriques et les connaissances sur les instruments. Ils soulèvent la question de l'ambiguïté des objectifs de tracés en utilisant les outils de géométrie. S'il s'agit de faire de beaux dessins, il faudrait privilégier des instruments performants avec le moins de déplacements possibles, indépendamment des concepts portés par l'instrument. Inversement, s'il s'agit de faire acquérir des connaissances géométriques, il est nécessaire de faire correspondre l'usage de l'instrument à une propriété géométrique.

L'instrument de tracé porte la propriété géométrique, par exemple l'équerre porte les droites perpendiculaires. L'élève travaille sur le dessin, réalité spatio-graphique. Le dessin à l'écran d'un logiciel de géométrie dynamique porte potentiellement la possibilité d'être également le représentant d'une classe de dessins. En ce sens, il permet d'approcher l'espace géométrique. Laborde et Capponi (1994) réinterprètent la distinction figure/dessin à l'aide du triplet (signifié, signifiant, référent) où la figure géométrique est définie comme l'ensemble de tous les couples (référent= objet géométrique, tous les dessins= représentations). Ainsi, les rapports entre le référent et le dessin dépendent du sujet, en ce sens ils représentent le signifié de la figure géométrique.

Dans la construction des objets géométriques dans des situations de géométrie dynamique, je m'intéresse particulièrement aux rétroactions du milieu pour repérer l'évolution des connaissances géométriques dans l'environnement tracenpoche à travers les connaissances instrumentales. C'est ainsi que le tracé de deux droites, tracées sans équerre, c'est-à-dire sans tenir compte de la perpendicularité est accepté dans l'environnement papier/crayon si, *a posteriori* l'équerre atteste de la perpendicularité. *A contrario*, deux droites tracées perpendiculairement de manière perceptive dans l'environnement tracenpoche ne resteront pas perpendiculaires au cours du déplacement.

II - CADRE THEORIQUE

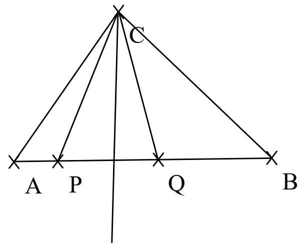
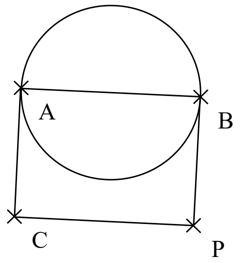
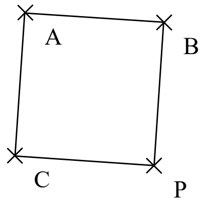
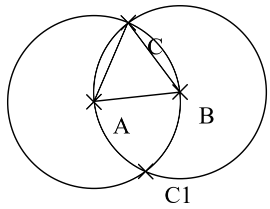
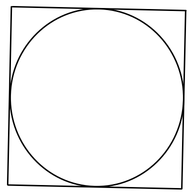
Pour étudier les pratiques dans la classe, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy & Mercier, 2007). Nous décrivons d'abord un premier niveau, celui de la construction de l'ingénierie par le chercheur, en prenant appui sur les modes d'intégration définis par Assude (2006). Puis, pour décrire et analyser les situations réellement mises en œuvre à partir des situations proposées, nous les découpons en jeux d'apprentissage (Sensevy, 2007) et nous caractérisons ces jeux en termes de définition, dévolution, régulation et institutionnalisation (ibid.). Une place importante dans notre analyse sera accordée à la relation contrat-milieu. Nous prendrons la notion de milieu au sens de Brousseau (1998), repris par Sensevy (2007), en deux déclinaisons comme « contexte cognitif de l'action » et comme « système antagoniste ». Nous utilisons la notion de contrat didactique au sens de Brousseau (1998), comme l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant, spécifiquement pour une connaissance mathématique. Ainsi, nous cherchons à caractériser l'action de l'élève, qui tente de répondre aux attentes du professeur en prenant appui sur le milieu et l'action du professeur, qui prend sa source dans les réactions des élèves, également en appui sur le milieu.

III - PRESENTATION DES SITUATIONS

1. Une série de situations

Cinq situations de géométrie dynamique utilisant tracenpoche (teP) ont été proposées à un enseignant de cycle 3. Elles ont été conçues par le chercheur de manière à tenir compte des connaissances mathématiques et instrumentales, afin de mettre en évidence la nécessaire prise en compte des relations entre les objets géométriques. Elles ont été construites selon les différents modes d'intégration définis par Assude (2006) dont le tableau ci-dessous reprend les catégories. L'enseignant, quant à lui, adapte les situations comme nous le verrons plus loin..

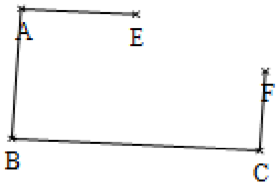
Situations	Mode d'emploi	Mode d'action	Mode de relation	

Pont de Millau	Initiation instrumentale	Juste distance	entrelacement	
Pont du Gard	Renforcement instrumental	Juste distance	entrelacement	
Reconnaître la figure	Initiation instrumentale	nouveau	Indépendant	
Triangle équilatéral	Symbiose instrumentale	Juste distance	entrelacement	
Carré et cercle	Symbiose instrumentale	Juste distance	entrelacement	

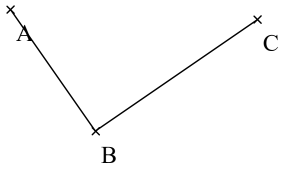
La situation que nous allons développer est la deuxième de la série, le Pont du Gard. Elle comporte trois phases.

La phase 1 consiste à compléter le rectangle dans les deux environnements

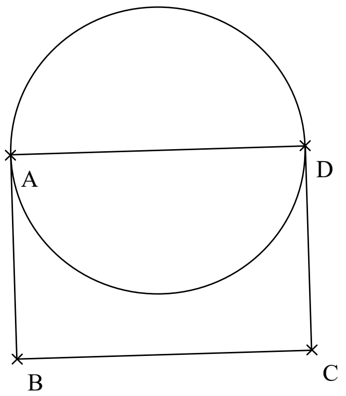
.



Phase 2 : Un rectangle est à compléter dans les deux environnements.



Phase 3 : à partir d'une observation d'une photo d'une construction architecturale, le pont du Gard, les élèves mettent en évidence un rectangle et un cercle. Le travail sur la chronologie du tracé est à la charge de l'élève. Les élèves doivent construire dans l'environnement tracenpoche un cercle dont un diamètre est un côté d'un rectangle.



La situation du pont du Gard a été adaptée de la situation des rectangles de la thèse de Angela-Maria Restrepo (2008).

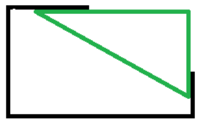
Nous détaillons ici uniquement la phase 1 pour montrer comment les modes d'intégration (Assude, 2006) éclairent la progression dans la situation.

Du point de vue des modes d'emploi (« Les modes d'emploi sont les manières dont l'intégration exprime la prise en compte des connaissances relatives à l'outil, les façons dont l'outil se transforme en instrument, les façons dont on organise la genèse instrumentale » (Assude, 2006, p. 124), il s'agit ici d'une nouvelle contextualisation pour la création d'un point. Le quatrième point du rectangle, D, est le point d'intersection des deux droites (AE) et (FC). Dans l'environnement papier/crayon, placer le point D, en tant que point d'intersection ne pose pas de problème Par contre, dans l'environnement tracenpoche, il faut d'abord choisir « point d'intersection », puis sélectionner successivement les deux droites.

Du point de vue des modes de relation (« Les modes de relation sont les manières dont l'intégration prend en charge certaines relations entre ce qu'on fait avec Cabri et ce qu'on faisait sans cabri et correspondent donc à la dialectique ancien nouveau », Assude, 2006, p131), des tâches ont été proposées soit dans l'environnement papier/crayon, soit dans l'environnement tracenpoche, soit dans les deux environnements successivement. Ainsi, dans notre phase 1, le rectangle est à compléter d'abord dans l'environnement papier crayon avec la règle non graduée et l'équerre, puis dans l'environnement tracenpoche, sans restriction sur les boutons. Dans l'environnement papier-crayon, l'absence des graduations sur la règle et du compas doit permettre de travailler avec les droites et non pas avec les longueurs des segments. Cette contrainte est nouvelle. La construction sur la feuille doit permettre de mettre en évidence une stratégie transposable sur tracenpoche. Ainsi, cette tâche nouvelle dans l'environnement papier-crayon ne sera plus nouvelle dans l'environnement tracenpoche. Elle ne nécessite que des connaissances instrumentales, comme par exemple, point d'intersection. Ce qui permet d'établir une juste distance entre l'ancien et le nouveau.

Enfin, du point de vue des modes d'action (« Les modes d'action expriment les manières dont l'intégration prend en charge l'organisation mathématique du travail de l'élève », (Assude, 2006, p. 128)), je prends en compte ici les différents types de tâches, de techniques dans les deux environnements ainsi que leurs rapports. Les techniques utilisées doivent pouvoir être explicitées, dans les deux environnements.

Ainsi, certaines techniques dans l'environnement papier/crayon seront écartées. Par exemple, le placement de l'équerre tel que l'indique le schéma, ne permet pas d'expliciter ce qui est fait. Les tâches et techniques utilisées dans l'environnement papier-crayon doivent permettre d'effectuer des tâches similaires dans l'environnement tracenpoche et inversement, ce qui est fait dans tracenpoche peut renforcer les concepts.



2. Analyse *a priori*

Les phases 1 et 2 de cette situation permettent de prendre en compte une évolution dan l'utilisation de l'environnement tracenpoche. La phase 3 est, quant à elle, le noyau central, nous allons donc en faire une analyse *a priori*.

Analyse *a priori de la phase 3*

Nous proposons une analyse *a priori* du savoir en trois temps : une analyse *a priori* descendante qui donne à voir les enjeux mathématique, une analyse *a priori* ascendante qui nous permet de voir les techniques possibles mises en œuvre par les élèves et une analyse *a priori* des jeux possibles du professeur sur l'élève.

Analyse *a priori*, premier temps : la figure est constituée de deux sous-figures, le cercle et le rectangle. Le cercle est défini par un diamètre, le rectangle est un quadrilatère ayant trois angles droits, un des côtés du rectangle est un diamètre du cercle. Dans la situation, la chronologie du tracé n'est pas imposée : il est possible de commencer par l'une ou l'autre des deux sous-figures.

Analyse *a priori*, deuxième temps : les élèves ont deux types de tâches : T1- tracer un rectangle, T2- tracer un cercle à partir de son diamètre. Remarquons d'abord que, dans l'environnement papier/crayon, tracer le cercle à partir d'un diamètre nécessite de déterminer le milieu du segment. Dans l'environnement tracenpoche, il est possible de tracer le cercle à partir du diamètre. Il est difficile d'anticiper l'appropriation de cette nouvelle fonction, qui n'existe pas dans les habitudes sur la feuille. La présence du cercle pourrait perturber la construction du rectangle, qui a déjà été proposée dans l'environnement tracenpoche, dans les phases 1 et 2. Différentes techniques peuvent être mises en œuvre pour effectuer ces types de tâches, des techniques perceptives qui consistent par exemple, à tracer des segments qui sont perceptivement perpendiculaires, ou des techniques qui tiennent compte des propriétés géométriques, par exemple, tracer des perpendiculaires en utilisant les boutons adéquats ou encore des techniques qui tiennent compte des propriétés géométriques sans tenir compte des contraintes du logiciel, par exemple tracer des perpendiculaires en utilisant les boutons adéquats, mais sans respecter la sélection des objets (la droite passe par un point de manière perceptive, mais ce point n'est pas sélectionné). Un premier discours justifiant les techniques reposent sur la conservation ou non des propriétés lors du déplacement. Autrement dit, ce discours repose sur des connaissances instrumentales. Puis un second discours s'appuie sur des connaissances mathématiques. Ainsi par exemple, des techniques seront reconnues comme permettant d'obtenir le quadrilatère attendu, parce que le rectangle obtenu reste un rectangle lorsque les points déplaçables sont déplacés. Elles seront alors explicitées comme permettant d'obtenir un quadrilatère ayant quatre angles droits, par exemple.

Analyse *a priori,* troisième temps : nous pouvons donc penser que le professeur pourra se référer aux phases précédentes, lorsque les élèves avaient complété un rectangle avec tracenpoche, dans un autre contexte. La chronologie du tracé n'est pas imposée. Si les élèves commencent par le cercle de diamètre donné, ils traceront le rectangle à partir d'un segment et peuvent retrouver ce qui a été fait dans l'environnement tracenpoche, sachant que le cercle "parasite" la construction. Inversement, s'ils veulent tracer le rectangle, ils sont dans les conditions de la séance précédente. Dans tous les cas, la présence du cercle modifie le contexte et l'on peut penser qu'ils ne feront pas le lien entre les deux séances. Le lien entre les deux sous-figures n'est pas explicité : cependant, le tracé du segment - diamètre du cercle- peut être un indice, que le professeur pourra suggérer.

IV - ANALYSE D'UNE SEANCE EFFECTUEE

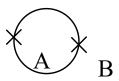
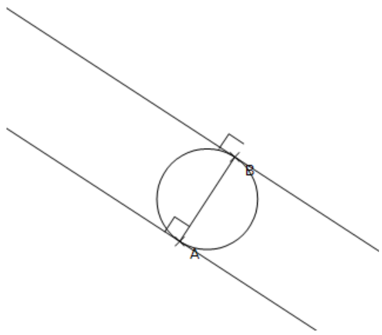
1 Mise en œuvre effective

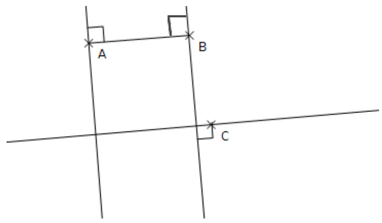
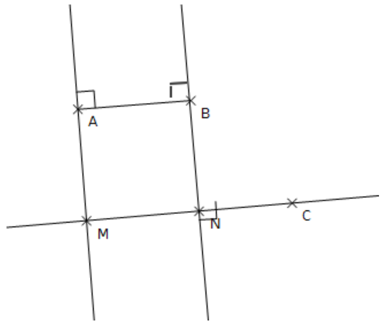
Le professeur propose à ses élèves les cinq situations en les adaptant en fonction de ses contraintes. C'est ainsi qu'il a choisi de proposer la situation n°2 en deux séances. Nous nous intéresserons à la deuxième séance de cette situation (ce qui correspond à la phase 3, dont nous avons mené une analyse *a priori*).

Voici le synopsis de la séance :

temps	Déroulement	Organisation
1min-15min	Le pont du Gard : aspect historique	En classe, collectif
16min- 26min	Repérer les sous-figures	En classe, collectif
27min- 31min	Anticiper la chronologie	En classe, collectif
31 min-32 min	Consignes sur teP	En salle informatique, collectif
33min-46 min	Constructions sur teP	En salle informatique, en binôme
47 min-48min	Consigne facultative	En salle informatique, collectif
49min- 1h11min	Constructions sur teP	En salle informatique, en binôme
1h12min-1h17min	Reprise collective : qui a construit une arche qui résiste au déplacement ?	En salle informatique, collectif

Nous allons également regarder par un grain plus fin le travail d'un binôme.

temps	temps	étapes	
32 min-34min	1	Construction du cercle	
35 min-38min	2	Construction de deux angles droits en A et B (nous noterons, dans ce texte, d1 la perpendiculaire à (AB) passant par A et d2 la perpendiculaire à (AB) passant par B)	

39min- 47min	3	Construction du troisième angle droit	
47min-48 min	4	Finir le rectangle et vérifier la construction	
49 min - 1h12min	5	Construire une droite, parallèle à (AB), passant par un point extérieur au rectangle.	

2 Jeu didactique

2.1 Définir

Une photographie du pont du Gard est vidéoprojetée. Le professeur fait appel à leurs connaissances géographiques et historiques. Il leur montre également l'intérieur du pont pour en expliquer le fonctionnement. À la minute 17, il annonce l'objet du dispositif : « Comment feriez-vous, …, vous aurez à la faire tout à l'heure sur tracenpoche, qu'est-ce que vous pourriez utiliser, avec les instruments de géométrie disponible sur tracenpoche, même si vous aviez à le faire sur votre cahier d'essai ? ». Il repasse à main levée le contour de l'arche, directement sur la photographie. Ainsi, la tâche est définie, les élèves devront construire une arche. Le professeur rapproche les instruments usuels de tracé aux fonctions symboliques de tracenpoche, il n'explique pas comment tracer une droite ou une perpendiculaire en montrant les boutons du logiciel.

Puis, à la minute 18, sans attendre de proposition de la part des élèves, le professeur déplace l'objet du dispositif. Il ne place plus ses questions sur les instruments, matériels ou symboliques, mais sur les sous-figures : « De quoi auriez-vous besoin comme forme géométrique pour réaliser une arche ? ». Il continue « Même si tous les traits ne sont pas visibles là, on a déjà fait des constructions dans lesquelles, à la fin, on avait besoin d'enlever certains traits ». Il fait appel ici à la mémoire didactique de la classe, dans l'utilisation de tracenpoche : « rendre invisible » est l'expression utilisée dans les bandeaux explicatifs de tracenpoche. Un élève E1 propose le compas. Il se situe du côté de l'instrument matériel. Au tableau, l'élève E1 trace à main levée le cercle. Le professeur enchaîne sur la recherche d'autres sous-figures. Un autre élève E2 propose la règle pour tracer « le reste » dit-il à la minute 20. Un autre élève suggère de tracer des segments, « un en bas et deux qui montent jusqu'au cercle ». Le professeur essaie d'obtenir d'autres informations « Pas de précision supplémentaire ? » ajoute-il à la minute 21. Un troisième élève E3 propose enfin des angles droits. Le professeur lui demande d'expliciter. Il les place "en bas".

L'élève E2 reprend la parole à la minute 22 « Il faut placer les deux points, au milieu du cercle, pour placer les deux segments, qui part de la moitié du cercle jusque là ... ». Il va au tableau placer les deux points diamétralement opposés du cercle. Le professeur recentre le débat sur des éléments de géométrie « on est en train de tracer quoi ? Plus ou moins ? ». Les élèves voient des segments. Le professeur insiste « je vois une figure se dessiner ». Les élèves parlent de carré puis de rectangle. Ainsi, les élèves doivent construire un cercle dont un diamètre est un côté d'un rectangle. La tâche a été définie à partir d'une observation. Les relations géométriques n'ont pas été explicitées. Le rectangle a été reconnu et signalé avec deux angles droits (et non pas 3, ni 4). Le diamètre du cercle est évoqué. À partir de là, les élèves sont en binôme pour leur construction sur tracenpoche.

2.2 Dévoluer

L'environnement tracenpoche est favorable aux essais : tous les élèves sont en binômes sur les ordinateurs. Ils peuvent tracer et effacer facilement. Le résultat de leur tracé sera présentable. Leur connaissance de l'outil tracenpoche leur permet d'effacer facilement pour recommencer. Le déplacement des objets pour vérifier leur construction leur est familier. Par contre, si la construction ne résiste pas au déplacement, les élèves sont encore démunis.

2.3 Réguler

Le jeu d'apprentissage est de permettre aux élèves de travailler sur les conditions nécessaires et suffisantes pour obtenir un rectangle dans l'environnement tracenpoche. Le rôle de l'enseignant est de s'assurer que les élèves sont effectivement dans ce nouveau jeu. La répartition en binômes doit favoriser les échanges entre pairs. Par contre, le professeur va se déplacer de binômes en binômes, et ne parvient pas en général à échanger avec tous les groupes. Le professeur, bien qu'absent en général pendant les échanges, reste présent par le biais du regard potentiel pendant le déroulement de l'action ou au moment de l'institutionnalisation.

2.4 Institutionnaliser

À un moment donné, l'enseignant va mettre en évidence le travail effectué, la distance parcourue entre le début et la fin du parcours. Un premier travail d'institutionnalisation concerne l'analyse de la classe de dessins obtenus à l'écran. Ainsi, par exemple, le dessin obtenu à l'écran est un rectangle. Au cours du déplacement des différents objets géométriques, le dessin obtenu reste un rectangle. En ce sens, la construction proposée a été faite en utilisant des propriétés de géométrie. Puis un second travail d'institutionnalisation repose sur les conditions pour attester de la nature du quadrilatère obtenu. Par exemple, ici, le quadrilatère est reconnu perceptivement comme étant un rectangle, qui le reste, de manière perceptive, au cours du déplacement. Ce quadrilatère est un rectangle parce qu'il a quatre angles droits, reconnus de manière perceptive. Dans les faits, ce n'est pas si simple. Le passage de l'instrument usuel, par exemple l'équerre, à l'instrument symbolique, ce que porte potentiellement l'environnement tracenpoche, n'est pas pris en charge. Les aller-retour entre les deux mondes ne sont pas contrôlés. Seule l'action dans tracenpoche est contrôlée. « Si on déplace les points, qu'est ce qui doit être conservé ? ». Tout en disant cela, le professeur montre la figure représentée au tableau en utilisant son équerre.

3 Analyse de quelques extraits

Lors de la communication, j'ai proposé des extraits vidéo. Dans la version papier, j'essaie de décrire les moments présentés. Il s'agit toujours du même binôme au cours de la même séance. Je souhaite illustrer comment ces élèves prennent en charge les connaissances instrumentales en utilisant des connaissances mathématiques et inversement, de montrer comment, dans une situation donnée, les rétroactions du logiciel modifient le rapport aux connaissances mathématiques.

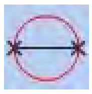
3.1 Le tracé du cercle à partir du diamètre (temps 1)

Description : comme nous l'avons vu dans la phase de description, le cercle a été tracé à main levée sur la photographie proposée (fig 3). Le diamètre a été mis en évidence mais pas les caractéristiques pour tracer le cercle, ni dans l'environnement tracenpoche, ni dans l'environnement papier/crayon. Pourtant, les élèves E1 et E2 tracent le cercle à partir du diamètre, sans hésiter.

Fig 3

Fig 1

Fig 2



Éléments d'interprétation : lorsque les élèves voient le bouton "cercle" (fig 1 ou 2), ils expliquent que c'est le compas. L'outil usuel matériel porte en lui-même les usages et les traces de ses usages. Autrement dit, le compas sert à tracer les cercles et le cercle tracé montre que l'on a utilisé le compas. Pourtant, ici, l'usage seul du compas ne suffirait pas à construire le cercle de diamètre donné. La représentation du bouton de tracenpoche « cercle à partir de deux points diamétralement opposés »est suffisante pour que les élèves tracent le cercle dans l'environnement tracenpoche, sans difficulté particulière.

3.2 Le tracé des segments (temps 2)

Description : au sein du binôme, les élèves E1 et E2 discutent pour savoir comment continuer, après le tracé du cercle à partir de l'un de ses diamètres.

Temps	Elèves	Echanges	Actions
Min 32	E1	Comment faut faire ?	
	E2	Faut faire ça et ça. Vas-y, trace un segment !	Il montre avec la souris, comment doivent être les segments, en effectuant un mouvement rectiligne vertical.
	E1	Alors euh…	
	E2	Tu fais « segment » là…	E1 déroule tous les bandeaux et lit les informations. Il choisit le bouton « segment » et trace un segment vertical, tandis que le segment [AB] est horizontal.
	E2	Mais ton segment on ne saura jamais comment y va être. Normalement c'est bien tout droit.	E1 place un segment et le déplace. Il montre un segment vertical. Finalement, il trace un segment oblique, de manière perceptive. Puis il efface le segment tracé

Éléments d'interprétation : nous voyons ici une évolution dans la prise en compte du déplacement. Tracer un segment sans tenir compte des relations entre les objets géométriques est réfuté par un élève du binôme. La difficulté repose donc sur la manière de mettre en évidence ces relations. Ils hésitent sur la manière de procéder. Précédemment, dans la phase de définition, les élèves ont proposé de tracer des segments. C'est le professeur qui a signalé que ce n'était pas suffisant. Ici, les élèves se sont appropriés la nécessité de quelque chose en plus. Ils s'appuient sur l'environnement tracenpoche pour dire que le segment doit vérifier une propriété supplémentaire. Ils l'expriment avec des connaissances spatiales, c'est tout droit. Nous pouvons remarquer qu'ils ne s'en contentent pas. En effet, ils ne laissent pas ce segment et continuent à réfléchir à la manière de faire. Finalement, ils tracent des droites perpendiculaires à (AB), respectivement passant par les points A et B.

3.3 La question des angles droits (temps 3)

Description : les élèves ont tracé le cercle de diamètre [AB], la perpendiculaire à (AB) passant par A (que nous noterons d1), la perpendiculaire à (AB) passant par B (que nous noterons d2), et la perpendiculaire à d2 passant par un point C, quelconque. Ils obtiennent un quadrilatère, avec trois angles droits. Seuls deux sommets sont nommés (le point C n'est pas un sommet du rectangle, tel qu'il est tracé).Les élèves se posent la question des angles droits, et répondent eux-mêmes à leur question « Regarde, là, ils te le mettent ».

Éléments d'interprétation : la question des angles droits est intéressante, au sens où elle n'est pas résolue de la même manière dans l'environnement papier-crayon et dans l'environnement tracenpoche. Le recours à l'équerre pour vérifier les quatre angles droits est un attendu en cycle 3. Le déplacement des objets géométriques dans l'environnement tracenpoche doit permettre de valider ou d'invalider une construction. Ici, pour l'un des élèves, la justification de l'angle droit (en C) est garantie par une instance plus haute non nommée : "Regarde, là ils te le mettent (l'angle droit en C)". Or ce sont les élèves qui ont tracé la perpendiculaire. Le logiciel n'a fait que coder le résultat de leur action (ainsi que nous l'avons décrit précédemment).

3.4 Interaction entre les binômes

Description : le groupe 1 (notre binôme) ne parvient pas à placer un point C, qui conserve les propriétés attendues au cours du déplacement. Il s'adresse donc à un binôme à côté, qui semble avoir réussi à placer les points C et D. « Essayez de bouger le point D ». La construction ne résiste pas au déplacement. Ils concluent : « C'est faux ». Ils retournent à leur travail.

Éléments d'interprétation : ils cherchent à avoir une aide auprès de leurs pairs pour continuer leur construction. Ils savent dire que la construction est fausse. Mais ils ne savent pas ce qu'il faudrait faire pour gagner. Il est à noter qu'ils continuent leur enquête, sans demander d'aide auprès de l'enseignant.

3.5 Interaction avec le professeur - ici, c'est le chercheur - (temps 3)

Description : les élèves ont construit le rectangle en tant que quadrilatère ayant trois angles droits. Cependant, ils ont tracé une perpendiculaire, passant par un point libre. Le professeur P2 (le chercheur) les interrompt avant qu'ils ne rendent invisibles les droites. Il leur demande de déplacer des points : la construction ne résiste pas au déplacement. Puis le professeur P2 part. Après son intervention, les élèves recommencent la construction de manière identique, en déplaçant les points déplaçables à chaque étape. Puis, ils concluent que c'est le point C qui est faux.

Éléments d'interprétation : les élèves n'ont pas validé leur construction en déplaçant les points de la figure. Or c'est l'argument qu'ils ont donné précédemment au groupe pour leur démontrer qu'ils s'étaient trompés. C'est le professeur P2 qui leur demande de vérifier leur construction. Puis ce dernier va ailleurs : l'interprétation de l'erreur est à la charge de l'élève. Contrairement à ce que nous avions pensé, les élèves parviennent à analyser leur erreur. Autrement dit, ici, nous pouvons penser que le professeur intervient sur un élément que les élèves maîtrisent déjà, à savoir le déplacement des objets pour vérifier la construction et qu'il n'intervient pas sur ce que les élèves ont à apprendre, à savoir expliciter les relations entre les objets géométriques, ici par exemple préciser que le point C est sur la droite d2.

3.6 Validation par le professeur-ici, c'est le titulaire de la classe, noté P1-(temps 4)

Description : cette fois, les élèves ont tracé de la même manière que précédemment une perpendiculaire passant par un point quelconque C. Ils sont toujours aux prises avec ce point C, déclaré implicitement comme point quelconque du plan par le logiciel. Ils créent alors deux « points d'intersection », qui seront les sommets du rectangle. Le point C leur a permis de faire la construction, mais ne sera pas un sommet du rectangle. La construction résiste au déplacement. Elle est validée par le professeur.

Éléments d'interprétation : les élèves sont parvenus à tracer un rectangle, la tâche qui leur est assignée est réalisée. Leur construction résiste au déplacement. Ils ont donc répondu à la consigne. Il appelle le professeur pour valider la construction, en précisant qu'ils ont « un point C inutile ». L'enseignant approuve, mais il ne leur demande pas de déplacer les points de leur construction. Il ne joue pas sur les rétroactions du milieu. D'autre part, le professeur ne prend pas appui sur ce point "inutile". Il ne saisit pas l'occasion de faire préciser aux élèves ce qu'ils ont construit. Est-ce qu'il est aisé d'interpréter la construction proposée ? Ici, dans le binôme, les élèves travaillent dans le même but, à savoir trouver une technique de construction. Le professeur, absent aux moments des échanges, sera appelé uniquement pour validation. Il semblerait que la complexité de la démarche de l'élève n'ait pas été saisie par l'enseignant.

V - CONCLUSION

Dans cette situation, nous voyons qu'une construction qui conserve ses propriétés lors du déplacement est validée, tant du point de vue du professeur que des élèves. Mais le « dragging test » ne suffit pas à modifier les connaissances géométriques des élèves. Ici, en tenant compte des contraintes du logiciel, les élèves ont mis au point une stratégie pour gagner. Si la construction a été validée par le professeur, la méthode de construction du binôme, fort intéressante, n'a pas été reprise. Il n'y a pas de phase d'institutionnalisation. Les raisons du gain au jeu ne sont pas explicitées.

Ces situations dans l'environnement tracenpoche permettent la rencontre des élèves avec la nécessité d'éclaircir les propriétés géométriques qu'ils utilisent avec les outils usuels de géométrie, tel que le compas ou l'équerre. Elle est engendrée par la conservation des propriétés lors du déplacement des points de la figure. La verbalisation à travers l'action dans l'environnement tracenpoche pourrait être une étape vers une formulation, issue de l'action individuelle, partagée par tous.

VI - BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T. (2006). Modes et degré d'intégration de Cabri dans des classes du primaire, in R. Floris & F. Conne (Dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques*,(p. 119-134). Bruxelles : De Boeck.

ASSUDE T. (2005). Time management in the work economy of a class, a case study : integration of cabri in primary school mathematics teaching. *Educational Studies in Mathematics, 59*, 183-203.

ASSUDE T. & GRUGEON B.(2002). Intégration de logiciels de géométrie dynamique dans des classes de l'école primaire. *XXIX colloque inter-IREM*, La Roche sur Yon.

BERTHELOT R. & SALIN M.-H.(1992). L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire (Thèse de doctorat). Université de Bordeaux I.

BROUSSEAU G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y.(1992). Intégration et viabilité des objets informatiques dans l'enseignement des mathématiques. In Cornu,B. (Dir.), *L'ordinateur pour enseigner les mathématiques*. Paris : PUF.

CHEVALLARD Y.(1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. In R. Noirfalise (Dir.), *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, Actes de l'université d'été* (p. 89-118). IREM de Clermont-Ferrand.

LABORDE C. et CAPPONI B.(1994). Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14-1/2, 165-210.

OFFRE B., PERRIN-GLORIAN M.-J. & VERBAERE O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2, *petit x 72*, 6-39.

RABARDEL P.(1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

RESTREPO A.-M. (2008). Génèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème (thèse de doctorat). Université de Grenoble.

SENSEVY G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In Sensevy G. &Mercier, *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : PUR.

SENSEVY G. & MERCIER A. (2007). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : PUR.

TROUCHE L. (2005). Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25-1, 91-138.

retour sommaire

UNE EXPERIENCE D'ENSEIGNEMENT A DISTANCE D'UN MASTER D'ENSEIGNEMENT 1ER DEGRE EN MATHEMATIQUES

Jean-Michel GELIS
Maître de conférences, IUFM de Versailles
Laboratoire EMA, Université de Cergy Pontoise
jean-michel.gelis@u-cergy.fr

Résumé
Cette communication décrit la mise en place à l''IUFM de Versailles, depuis la rentrée 2010, d'une déclinaison à distance des masters d'enseignement de l'Université de Cergy-Pontoise. Ce dispositif se caractérise principalement, d'une part par une mise en œuvre très rapide, et d'autre part, par des choix pédagogiques très affirmés, fondés sur la collaboration entre pairs et une approche socio-constructiviste.
Dans un premier temps, il est précisé le contexte de cette mise en œuvre avant, dans une seconde phase, de s'appuyer sur une étude du discours des enseignants pour analyser les contenus abordés, les types d'interactions, les supports exploités qui sont situés dans des cadres élaborés en didactique des mathématiques et en sciences de l'éducation. L'ensemble témoigne ainsi des adaptations réalisées par les enseignants pour s'approprier ce nouveau dispositif d'enseignement mais également du chemin qu'il leur reste encore à parcourir, témoin de la difficulté à changer de paradigme d'enseignement entre présentiel et distance.

Exploitations possibles
Aide à la mise en place de master à distance et plus généralement de formations à distances.
Aide à l'étude réflexive sur un enseignement à distance et sur différents indicateurs de ces dispositifs.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Formation à distance. Master PE. préparation concours PE. Travail collaboratif. Forums.

UNE EXPERIENCE D'ENSEIGNEMENT A DISTANCE D'UN MASTER D'ENSEIGNEMENT 1ER DEGRE EN MATHEMATIQUES

Jean-Michel GELIS
Maître de conférences, IUFM de Versailles
Laboratoire EMA, Université de Cergy Pontoise
jean-michel.gelis@u-cergy.fr

Résumé
L'IUFM de Versailles, composante de l'Université de Cergy-Pontoise, a mis en place depuis la rentrée 2010 une déclinaison à distance de ses masters d'enseignement. Ce dispositif se caractérise principalement, d'une part par une mise en œuvre très rapide, et d'autre part, par des choix pédagogiques très affirmés, fondés sur la collaboration entre pairs et une approche socio-constructiviste.
Dans un premier temps, nous précisons le contexte de cette mise en œuvre avant, dans une seconde phase, de nous appuyer sur une étude du discours des enseignants pour analyser les contenus abordés, les types d'interactions, les supports exploités que nous situerons dans des cadres élaborés en didactique des mathématiques et en sciences de l'éducation. L'ensemble témoigne ainsi des adaptations réalisées par les enseignants pour s'approprier ce nouveau dispositif d'enseignement mais également du chemin qu'il leur reste encore à parcourir, témoin de la difficulté à changer de paradigme d'enseignement entre présentiel et distance.

L'enseignement à distance est une modalité qui ne cesse de s'étendre dans les universités et la formation. De nombreuses institutions prônent le développement de ce dispositif, comme l'attestent les conclusions de multiples missions, nationales ou internationales (Grandbastien 2011). Ce format d'enseignement est déjà une réalité dans nombre de filières universitaires et a déjà investi la formation continue, ce qu'illustrent des dispositifs tels que Pairform@ance qui vise le développement de l'usage des TICE dans les enseignements scolaires (Gueudet et al. 2011). De nombreux champs de recherche s'intéressent à l'enseignement à distance, que ce soit les sciences de l'éducation, la communauté des EIAH ou encore la didactique de différentes disciplines telles que le français, les sciences ou les langues (Bourdet 2010, Sensevy 2005, Quintin et al. 2010). Les travaux autour de cet objet visent à analyser son fonctionnement, définir les postures les plus favorables de ses différents acteurs, explorer les usages et incidences des différents outils disponibles. Cet article propose de rendre compte d'une expérience d'enseignement à distance dans la formation initiale des professeurs d'école. Il se propose de l'examiner sous les feux croisés de la didactique des mathématiques et des sciences de l'éducation dans le contexte particulier qui est le sien. La situation est en effet singulière en ce sens que l'expérience qui nous occupe connaît un déploiement très rapide (91 étudiants à distance en 2010-2011, première année d'existence) alors même que les enseignants n'étaient pas formés à ces modalités. Il devient dès lors intéressant d'étudier l'attitude de ces enseignants qui s'approprient un dispositif sans y être préparés. L'analyse de leurs hésitations, de leurs difficultés à mettre en place le modèle pédagogique visé, la genèse de nouveaux gestes professionnels qu'ils sont parvenus à construire pour s'adapter à la distance donnent un éclairage singulier sur ce qui fait la spécificité d'un tel enseignement.

Dans les paragraphes suivants, nous explicitons tout d'abord les conditions qui ont permis la mise en place d'une expérience d'enseignement à distance à l'IUFM de Versailles, composante de l'Université de Cergy-Pontoise. Cet enseignement concernait les étudiants du master de professorat des écoles première et seconde année. Dans un second temps, nous nous intéressons à la trajectoire des enseignants qui ont choisi de suivre des étudiants à distance et possédaient tous une longue expérience en présentiel. L'étude de leurs discours recueillis lors de séances de bilan de fin d'année permet de voir leur cheminement pour passer d'une modalité à l'autre. Elle permet également d'aborder différentes problématiques de l'enseignement à distance, à la lumière de différents travaux de didactique des mathématiques et de sciences de l'éducation.

I - L'ENSEIGNEMENT A DISTANCE A L'IUFM

La mise en œuvre d'une déclinaison à distance du master enseignement du premier degré de l'IUFM fut extrêmement rapide. Quelques dates en témoignent. En février 2010, un conseil d'administration de l'Université de Cergy Pontoise, établissement de rattachement de l'IUFM, acte la décision de confier à l'IUFM une mission sur les TICE et de déployer des enseignements en ligne. Un service d'aide et d'expertise est créé (le Sefiap), un modèle et une organisation pédagogiques sont retenus ainsi que la plate-forme d'enseignement Acolad (Jaillet 04). En mai et juin 2010, des séminaires de présentations sont proposés en direction des enseignants qui commencent à produire des ressources. Dès l'année universitaire 2010-2011, quelques unités d'enseignement du master enseignement premier degré se déroulent à distance. Ce dispositif concerne alors 91 étudiants qui ont choisi de suivre à distance une ou deux unités, et restent, pour les autres, scolarisés sous un mode présentiel. Les collègues de mathématiques n'avaient ouvert à distance qu'un unique groupe de leur unité d'enseignement et seulement pour le master 1ère année. Dès l'année suivante, en 2011-2012, la modalité à distance prend une ampleur nouvelle. Elle propose aux étudiants de suivre la totalité du master à distance, sans aucun enseignement en présentiel. Cette modalité concerne 7 groupes d'une quinzaine d'étudiants répartis sur les deux années du master et dans une formation de préparation au concours.

Plusieurs raisons expliquent la rapidité de la montée en puissance de l'enseignement à distance. En premier lieu, condition essentielle, une volonté politique forte de l'Université de rattachement de l'IUFM. L'Université a en effet confié à sa composante la mission d'être le foyer de développement de sa politique en matière de technologies de l'information et de la communication, en s'appuyant sur la longue expérience et la culture acquises au fil des années. La création d'un service spécifiquement dédié à cette mission atteste également de cette volonté politique. Seconde raison qui explique un déploiement aussi rapide de l'enseignement en ligne : le choix du projet Acolad (Jaillet 2004) qui bénéficie d'une longue expérience et propose un dispositif complet pour l'enseignement à distance, prenant en charge la totalité des dimensions, qu'elles soient techniques, administratives ou pédagogiques. Notons que le modèle pédagogique retenu appartient à une famille très répandue, qui se fonde sur les nouvelles technologies et les interactions qu'elle permet avec l'apprenant, dans une approche collaborative et socio-constructiviste des apprentissages. Dernière raison du développement si rapide de l'enseignement à distance, un accompagnement des équipes réduit. Les actions en direction des enseignants se sont en effet limitées à des séminaires de présentation. Or, l'acquisition d'une posture professionnelle adaptée à l'enseignement en ligne passe, pour les enseignants issus du présentiel, par la construction d'une nouvelle professionnalité qui ne peut se réduite à une simple transposition des techniques et pratiques du présentiel. De nombreux travaux ont en effet prouvé, dans le cas qui est le nôtre d'enseignements à distance fondés sur des interactions, l'impossibilité d'importer l'expertise acquise d'une modalité à l'autre (Depover et al. 2011 a). Cet état de fait a d'ailleurs conduit nombre de chercheurs et de responsables de projets à organiser l'accompagnement et la formation des équipes qui se destinaient à l'enseignement à distance. Des processus de construction participative ont par exemple été définis (Charlier 07), des méthodologies dégagées (Depover et al. 04) qui, lors des phases d'analyse de besoins, de clarification d'usages et d'élaboration de cahier des charges permettaient aux futurs enseignants à distance de prendre la mesure du chemin à parcourir et de s'approprier leur future fonction. Ces démarches prennent du temps, elles nécessitent de définir des actions, des retours d'expériences et un suivi auprès des enseignants qui auraient dus être intégrés dans le processus et auraient donc limité la rapidité du déploiement de la modalité à distance.

Dans les paragraphes suivants, nous donnons successivement quelques caractéristiques essentielles du modèle d'enseignement à distance retenu, de sa déclinaison au sein de l'UFM et du déroulement de l'enseignement à distance en mathématique réalisé en 2010-2011, auprès d'un groupe de 1ère année du master du professorat des écoles.

2 Les modèles d'enseignement à distance fondés sur les interactions

Pour appréhender le champ de l'enseignement à distance, il est possible en première approche de distinguer trois grands modèles, non nécessairement disjoints (Depover et al. 2011 a). Le premier est fondé sur l'industrialisation. L'objectif est de s'adresser à un public très nombreux, à moindre coût, en réalisant des économies d'échelle. C'est le cas des « méga-universités », telles que l'*Open University* britannique ou l'*université télévisuelle chinoise* par exemple, qui drainent chaque année des centaines de milliers d'étudiants. Le second modèle se fonde sur l'utilisation des médias de diffusion, qu'ils soient radiophoniques, télévisuels, postaux, s'appuyant sur internet voire le téléphone. Les réalisations qui s'inscrivent dans ce modèle apportent beaucoup de soin dans l'élaboration des ressources, mais ne modifient pas en profondeur les modèles pédagogiques traditionnels du fait d'interactions très limitées entre enseignants et étudiants. Le dernier modèle se fonde sur les interactions, mises en place à partir de vidéoconférences ou s'appuyant sur l'usage d'internet. Les mises en œuvre qui s'en inspirent nécessitent de la part des enseignants un véritable changement de paradigme et doivent faire une part essentielle aux relations entre pairs et au dialogue interactif avec l'enseignant appelé ici tuteur.

Le choix de l'IUFM s'inscrit dans ce dernier modèle, dont nous mentionnons à présent les traits qui nous semblent les plus saillants. En premier lieu, ce modèle suppose une division de travail au niveau des enseignants qui doivent assumer deux fonctions bien distinctes, celles de concepteur d'une part et de tuteur de l'autre (Glikman 2011). C'est au concepteur que revient la charge de concevoir les cours, les situations-problèmes, études de cas, exercices de niveaux variés, ainsi que les tests de positionnements et autres évaluations. Le tuteur, pour sa part, a pour mission de négocier les supports élaborés par le concepteur auprès des étudiants et de mettre en œuvre une organisation des apprentissages. Il doit veiller à installer une relation tutorale favorable, prenant en compte par exemple les aspects socio-affectifs (Quintin 2011). Son rôle consiste à organiser des phases de travail collaboratif entre pairs et à assurer l'appropriation des connaissances par les apprenants à l'aide des outils d'interactions disponibles (chats synchrones, forums, wikis…). Dans ce modèle, des supports identiques élaborés par les concepteurs vont être exploités par des tuteurs différents. Cette considération nous conduit à expliciter un second point, celui d'une dimension économique portée par ce modèle. Le tutorat mobilise des enseignants, il représente la part variable du coût de revient du dispositif à distance, dans la mesure où chaque groupe d'étudiants doit être doté d'un tuteur. De ce point de vue, le concepteur représente un coût fixe, les supports qu'il produit étant identiques et uniques quel que soit le nombre de tuteurs. Nous verrons plus loin les conséquences de cette approche, qui consiste à orienter la conception de supports (de cours par exemple) pour qu'il soit possible aux étudiants de se les approprier en autonomie, soulageant ainsi d'autant le travail du tuteur. Le troisième point a déjà été mentionné, mais il constitue une donnée majeure pour ce type de modèle. Toutes les recherches liées à ce champ établissent que, dans le modèle qui nous intéresse, l'enseignant qui exerce à distance doit opérer un changement de paradigme d'enseignement pour réussir sa tâche (Depover et al. 2011 a). En particulier, une transposition brute vers la distance des situations et techniques d'enseignement efficaces en présentiel ne peut que conduire à des déconvenues. Ce résultat est intégré dans les méthodologies de conception de formations à distance (Charlier 2007) conçues par des experts et fut redécouvert par les équipes d'enseignants qui ont spontanément, sans aide extérieure, choisi de monter des enseignements en ligne (Kim et al. 2009). L'intégration de nouveaux outils tels que les forums, les chats, les wikis ou messageries électroniques poussent à concevoir de nouvelles régulations avec les apprenants et à inventer de nouveaux dispositifs pédagogiques, d'autant plus efficacement que les routines usuelles de l'enseignement en présentiel ne sont plus exploitables dans ce contexte particulier. Un dernier point est marquant lorsqu'on aborde le type d'enseignement à distance. Il s'agit de la nécessité absolue de structurer fortement les apprentissages en ligne. En effet, une approche naïve de ce contexte d'enseignement pourrait faire croire que la distance et les disponibilités qu'elle induit en libérant les acteurs de contraintes présentielles très délimitées, peut induire une certaine souplesse dans l'organisation des apprentissages. L'expérience prouve le contraire. La totalité des mises en œuvre inspirées par ce modèle s'organisent autour d'une structuration forte des temps d'apprentissage (Rodet 2011). Toutes les phases (début des cours, dialogue sur des forums, rendez-vous synchrones, rendus des travaux) sont posées et respectées avec la plus grande fermeté. Rares sont les exceptions à ces échéances dont le non-respect briserait les logiques collaboratives ou les temps d'appropriation de connaissances en cours. Les interventions des différents acteurs et l'agencement de leurs tâches respectives ne peuvent se faire sans une structuration forte du temps d'apprentissage.

3 L'enseignement à distance à l'IUFM

Le contexte de cette expérimentation est particulier. En effet, elle concerne des masters d'enseignement qui se déroulent, en France, dans un paysage assez mouvementé du fait de la récente réforme de la formation des maîtres (Jolion 2011). Cette dernière a en effet profondément contraint les contenus dispensés jusque-là qui doivent réaliser trois types d'objectifs difficiles à concilier et liés d'une part aux exigences du master et à sa dimension recherche, d'autre part à la préparation du concours et pour finir à la dimension professionnelle à dispenser à ces futurs enseignants. La conception des enseignements à distance se réalise donc dans un contexte difficile où la formation en présentiel n'a pas encore trouvé son équilibre. Même s'il est impossible d'évaluer les conséquences de cette reconfiguration sur la distance, il n'est reste pas moins qu'elle a pesé sur la genèse de la modalité en ligne. En effet, à la première transformation, nécessaire pour passer du présentiel à la distance, le contexte mouvementé actuel en ajoute une seconde, encore active, qui assure le passage des anciennes modalités de formations aux nouvelles.

Nous présentons dans les lignes qui suivent quelques éléments clés qui nous semblent caractériser le projet Acolad (Jaillet 2004) retenu à l'IUFM. Précisons, en premier lieu, que ce projet a à son actif de nombreuses réalisations et des succès certains. Son master Acredite (Depover 2002), anciennement Uticef, est un master qui porte sur les ingénieries des technologies en éducation et est très couru. Il est le fruit d'une longue histoire (Jaillet 2004) et se situe dans la lignée d'un premier dispositif d'enseignement en ligne, VCampus, qui n'avait pas atteint tous ses objectifs et fut refondé à partir des travaux d'un séminaire de réflexion. Autre point caractéristique d'Acolad, le fait qu'il ne se contente pas de proposer une plateforme d'enseignement, mais constitue une solution globale au sens informatique, puisqu'il intègre les dimensions administratives, techniques, pédagogiques. Ce projet est capable de prendre en charge tous les aspects liés à la gestion des étudiants, à l'organisation générale de l'ensemble des unités d'enseignement et au fonctionnement de chaque cours. Il met en œuvre une vision systémique de la formation en identifiant différentes instances et différents acteurs et leurs rôles (concepteurs, techniciens, tuteurs, groupes d'étudiants, responsable de formation), l'un des plus importants étant le coordinateur qui déclenche et cadence les actions des autres entités de la formation. Un autre point que nous retiendrons ici est l'affirmation, au sein du projet Acolad, d'un modèle pédagogique explicite qui a précédé la conception de la plate-forme elle-même. Ce modèle est d'inspiration socio-constructiviste et s'appuie sur les cadres issus de la didactique des sciences (Develay et al. 1989), pour lesquels apprendre, c'est élaborer et modifier des représentations via la résolution de problèmes. Ce modèle donne une large place aux démarches collaboratives entre étudiants, dispositif essentiel pour que puissent s'organiser et se confronter différentes représentations de connaissances. Dans ces conditions, il est naturel que la résolution de situations-problèmes au sens de Meirieu (1989) prenne une importance majeure, dans la mesure où elle s'organise autour d'obstacles, provoque des échanges entre pairs et nécessite la mobilisation de ressources. Notons que l'écrit a été retenu comme unique média d'échange, à l'exclusion de facilités audiovisuelles ou même uniquement sonores. Il s'agit d'un choix délibéré et non d'une quelconque limitation technique. L'écrit, par le coût de production qu'il suppose, limite fortement toute redondance dans l'expression des idées et resserre le volume des échanges à l'essentiel. Autre argument qui a fait retenir cet unique média, les traces écrites sont bien plus accessibles et exploitables que d'autres moyens d'échanges lors de consultations extérieures. La recherche d'une idée exprimée dans un document audio ou vidéo nécessite en effet une longue lecture linéaire, alors que le parcours d'un document écrit plus synthétique permet de parvenir bien plus vite à ses fins. Un dernier élément, relatif cette fois à la plate-forme elle-même : elle est la mise en œuvre directe du modèle pédagogique que nous venons de caractériser et qui l'a précédée. La figure 1 montre quelques-uns des espaces organisés sur la plate-forme et qui permettent de traiter les aspects administratifs, techniques et pédagogiques liés à l'ensemble de la formation.

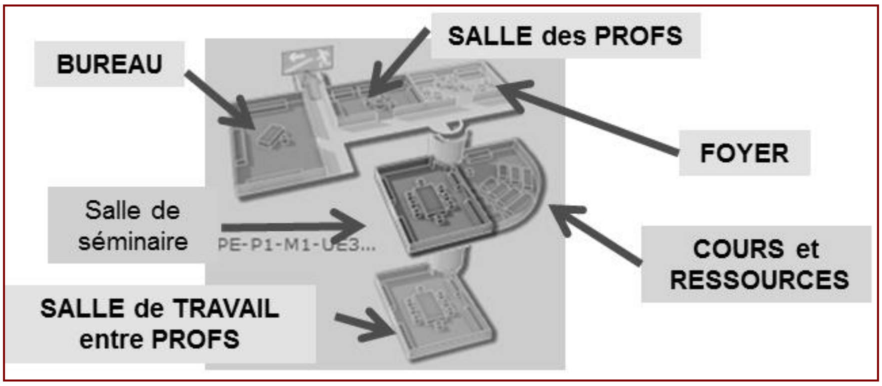


Figure 1 : *Les différents espaces d'Acolad permettant l'organisation des enseignements.*

La figure 2 offre les vues d'une salle de séminaire, lieu de traitement des activités d'apprentissages, de bilans et des apports de connaissances en direction des étudiants. Cette salle regroupe 16 étudiants, nombre établi de façon pragmatique, au fil des expérimentations. On notera la présence de différents outils symbolisés par les icônes correspondants (forums, chats synchrones, courriers électroniques, historiques des chats, espaces de partage de documents, de dépôts de production…). Au fond de la salle de séminaire apparaissent des portes qui correspondent à des salles d'équipes où les étudiants se trouvent répartis par groupes de 4 préalablement composés par le tuteur.

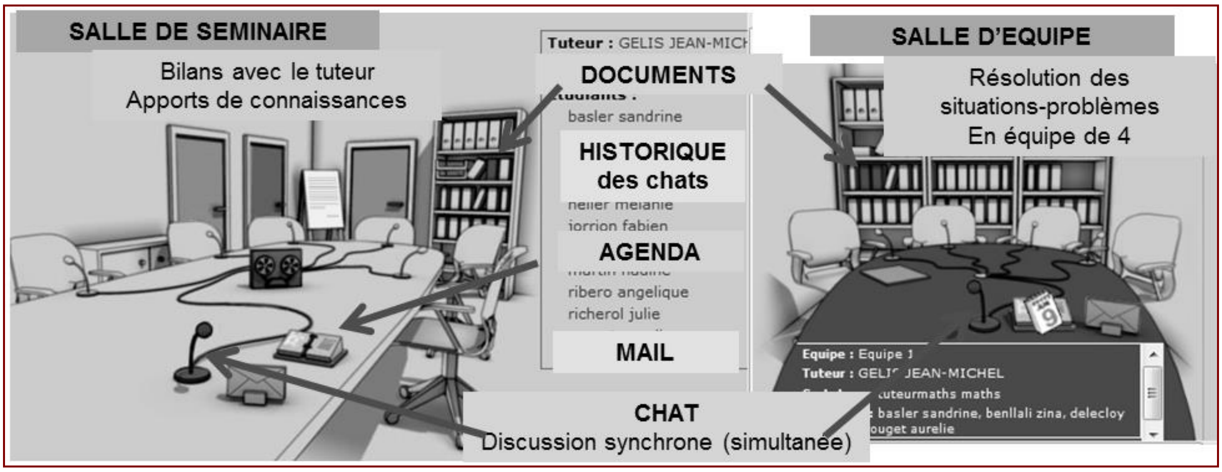


Figure 2 : *Vues d'une salle de séminaire et d'une salle d'équipe avec quelques-unes de leurs fonctionnalités.*

4 Le déroulement de l'enseignement à distance en mathématiques en 2010-211

Nous donnons ici quelques éléments sur l'expérience que nous étudions dans cet article. L'enseignement qui nous intéresse ici était destiné à des étudiants de l'unité d'enseignement de mathématiques du master de professorat des écoles première année. Ce choix avait été effectué par les enseignants afin de ne pas ajouter au travail de conception d'un enseignement à distance portant sur les mathématiques et la didactique, la difficulté de traiter en outre des aspects professionnels plus particulièrement abordés la seconde année. Huit enseignants se sont portés volontaires pour assurer cet enseignement. Il s'agissait d'enseignants ordinaires, ayant une longue pratique de formateurs en présentiel et que l'on pourrait qualifier de pionniers puisqu'attirés par les défis didactiques et pédagogiques que représentait cette nouvelle modalité d'enseignement. Un seul groupe d'une douzaine d'étudiants était concerné par l'expérience. A l'exception d'un seul, ils étaient salariés et/ou avaient des contraintes familiales (enfants en bas âge) qui leur ont fait préférer la distance pour cette unité d'enseignement. L'étudiant qui faisait exception était très porté sur les technologies de l'information et de la communication et avait choisi cette modalité par curiosité et intérêt.
Les enseignants de mathématiques à distance ont choisi de se constituer en équipe pour aborder collectivement ce chantier. Ils ont organisé un stage de formation continue pour s'organiser, échanger et mutualiser leurs pratiques. Les 9 séances de travail réparties au fil de l'année leur ont permis d'arrêter des choix d'organisation et d'aborder collectivement leur nouvelle modalité d'enseignement. C'est ainsi qu'ils décidèrent de séquencer l'année en autant de parties que d'enseignants, chacun étant à la fois concepteur et tuteur de son chapitre. Contrairement à un autre choix possible, qui consistait à confier le travail de concepteur aux mêmes collègues, cette organisation a permis de multiplier les démarches de conception et de disposer de plusieurs points de vue. Le choix que chaque concepteur tutore la partie qu'il avait conçue a permis à tous de disposer d'une rétroaction et d'avoir un premier éclairage sur la pertinence de ses supports. Les confrontations au sein du groupe d'enseignants ont ainsi été riches, chacun disposant d'une expérience de concepteur et de tuteur et pouvant argumenter des positions à la lumière de sa pratique. Le groupe a réglé les problèmes techniques et organisationnels inhérents à ce type d'innovation et a également travaillé à la conception de fiches tuteurs destinées à communiquer l'expertise des concepteurs à d'autres futurs tuteurs. Ces fiches détaillaient les contenus des supports, leur motivation, leur fonction et formulaient quelques scénarios d'usage en proposant différentes façons de les intégrer dans les apprentissages. Cette démarche s'inscrivait dans une lignée de conception d'outils de transition et de passage (Charlier 07),

classiquement utilisée au sein de communautés d'enseignants à distance et destinée à faciliter des échanges et des partages d'expériences.

Les deux dernières séances du stage de formation de formateurs suivi par les enseignants ont été consacrées à un bilan de cette première année de pratique à distance. Un cadre strict avait été donné, sous forme de questions, avec obligation d'inférer des principes généraux à partir d'exemples et d'illustrations précises, ce qui permettait de réduire des impressions non argumentées et non étayées. Le recours à la vidéo projection permettait de partager les supports ou les traces des interactions en débat. Le recueil oral a été préféré à l'exploitation d'un questionnaire sur les pratiques, par ailleurs effectivement donné, mais bien trop succinct sur ce type de demandes. Les 6 heures de débats ont été retranscrites puis organisées transversalement en thèmes afin de recueillir les invariants et les traits discriminants des participants. C'est à partir de ce discours des enseignants qu'est organisée la partie suivante qui explicite les principaux enseignements à retenir de cette première année de pratiques.

II - PRINCIPAUX ENSEIGNEMENTS DU DISCOURS DES ENSEIGNANTS

Le paragraphe précédent précise les conditions dans lesquelles le discours des enseignants a été recueilli. Les différentes thématiques qui émergent de ce discours sont présentées ci-dessous et sont replacées dans des cadres issus des sciences de l'éducation ou de la didactique des mathématiques.

5 La conception de situations-problèmes

L'une des premières thématiques concerne la conception des situations-problèmes et les raisons pour lesquelles elles ont été retenues pour l'enseignement à distance. La figure 3 livre quelques-unes des interventions sur ce sujet.

Remettre en cause des représentations : sens de la multiplication

mais est-ce que vous vous rendez compte que pour vous la multiplication, c'est uniquement ce truc-là

Désangoisser les étudiants : la géométrie dans l'espace

quand je sais qu'ils ont énormément de mal, la géométrie dans l'espace, c'est vide dans leur tête, c'est l'angoisse et tout donc l'air de rien, je leur dis ben voilà, si vous avez du mal, vous coupez une pomme de terre…

Figure 3 *: Extraits (en italique) du discours des enseignants sur la conception des situations-problèmes.*

Il est remarquable de constater que les critères de choix des situations-problèmes s'inscrivent dans les cadres déjà connus des stratégies de formation des enseignants (Houdement & al. 1996).La première intervention de la figure 3 relève par exemple d'une stratégie culturelle, où l'objectif est d'accroître les connaissances mathématiques de l'enseignant, liées ici aux différents sens de la multiplication. D'autres interventions (non reportées ici) relèvent d'autres stratégies de formation également répertoriées, comme celles qui sont basées sur l'homologie où le formateur met en place un mode de transmission qu'il souhaite être utilisé plus tard par ses étudiants auprès de leurs élèves. La seconde intervention de la figure 2 relève de l'utilisation du problème ouvert (Arsac et al. 91) en formation des maîtres. Le problème ouvert possède un énoncé court qui n'induit ni la méthode de résolution ni la solution. Il est destiné à des apprenants ayant un certain degré de familiarité avec le domaine traité. Il n'est pas une application immédiate du cours et est une transposition des pratiques de recherches en mathématiques. Son utilisation en formation des maîtres est ancienne (Peix et al. 1998). Elle vise à lutter contre le sentiment d'échec partagé par nombre d'étudiants qui connaissent des difficultés avec cette discipline. Elle permet de lutter contre une certaine conception étriquée des mathématiques qui consisterait à rechercher une formule et à l'appliquer. Elle dessine enfin des pratiques de classes où le débat, la confrontation et l'expérience ont toute leur place.

L'analyse du discours des enseignants révèle que le choix des situations-problèmes n'a obéi qu'aux seules logiques de formation et qu'en particulier aucune réflexion liée à l'utilisation de la distance ou à la nécessité du travail collaboratif n'a été prise en compte. Tout se passe comme si le contexte à distance n'avait pas à être intégré dans le processus de sélection et de conception des situations. Ces enseignants, ayant une longue expérience de la formation des maîtres et praticiens experts en présentiel, ont donc retenu pour la distance des situations déjà maîtrisées en présentiel et qui remplissaient leur rôle pour la formation. Notons que la notion de situation-problème au sens de Meirieu (1989), fondement du modèle pédagogique de la plate-forme, n'a fait l'objet d'aucun débat au sein du groupe d'enseignants et que sa définition était en conséquence laissée à l'appréciation de chacun. Ce concept ne fait pas partie de la culture commune du groupe d'enseignants que nous suivons. Il suppose une question avec un véritable enjeu, l'émergence d'un obstacle, une confrontation entre pairs et l'utilisation de ressources, autant d'éléments très peu présents dans les discours et qui n'ont pas été mobilisés pour choisir et définir les situations-problèmes.

6 Le pilotage des situations-problèmes

La figure 4 présente une intervention emblématique du bilan fait par des enseignants sur ce thème. Les situations-problèmes ont en effet été unanimement qualifiées de difficiles à piloter, pour des raisons explicitement attribuées à l'attitude des étudiants, trop passifs et insuffisamment investis dans leur tâche. Rappelons que ces situations sont directement issues des pratiques en présentiel des collègues concernés.

Posture des étudiants non adaptée

> *Ça demande trop de… ça reste trop ouvert pour eux, ils n'ont jamais fait ça…peut-être que si on avait pu les lancer en présentiel à faire des choses comme ça et après les mettre à distance, ça pourrait marcher mais enclencher cette dynamique à distance, ça me paraît très compliqué très difficile*

***Figure 4** : Extraits (en italique) du discours des enseignants sur le pilotage des situations-problèmes.*

La difficulté générale à piloter des situations-problèmes illustre l'impossibilité relevée par de nombreuses recherches (Kim et al. 2009) de transposer à la distance des situations du présentiel. Des travaux récents (Gélis 2011) proposent une démarche de migration d'une situation du présentiel vers la distance qui prend en compte l'impossibilité de procéder à un simple transfert de situation. Cette démarche est illustrée par une situation de communication classique qui porte sur l'apprentissage des programmes de constructions en géométrie. Le groupe d'apprenants est réparti en groupes, chaque groupe recevant une figure dont il doit rédiger un programme de construction. Les programmes produits sont ensuite échangés entre groupes, chaque groupe récepteur devant construire la figure et poser des questions au groupe émetteur en cas d'incohérence, de blocage ou d'incompréhension. Un bilan final assuré par l'enseignant clôt la séance. Cette situation est pertinente sur le plan de la formation des maîtres, car elle permet aux étudiants de se réapproprier la géométrie et ses concepts de façon active. En outre, elle illustre une organisation des apprentissages qui s'inscrit dans le cadre très productif de la théorie des situations didactiques (Brousseau 1998). Ce cadre, d'inspiration constructiviste, fait l'hypothèse que les apprentissages des élèves se construisent par un jeu d'actions sur un milieu et de rétroactions que celui-ci renvoie à l'élève (le milieu est ici constitué par le groupe récepteur). Le processus de migration distingue plusieurs phases : étude de la transférabilité de la situation à la distance, en particulier en examinant les possibilités de mise en travail collaboratif ; identification des objectifs de la situation ; conception de la situation à distance. Il ne s'agit pas d'affirmer que la situation à distance qui résulte de ce processus est identique à celle du présentiel (ce qui nécessiterait de définir des plans de comparaison), mais de garantir d'une part qu'elle soit viable dans un contexte à distance et d'autre part qu'elle conserve les objectifs de la situation du présentiel (ici, permettre aux étudiants de se réapproprier la géométrie, ses objets et ses tâches et approcher les travaux de Brousseau). La situation de présentiel précédente va donner lieu, en suivant ce processus, à une situation à distance dont la première phase organise un travail collaboratif entre pairs pour rédiger les programmes de construction. La phase d'échanges qui suit est impossible à mettre en œuvre dans le contexte d'Acolad, puisqu'elle nécessiterait un dialogue suivi entre groupes qui devraient élaborer collectivement des réponses, ce qui imposerait des temps de réactivité trop longs. À distance, la phase suivante est donc un travail collaboratif portant sur le récit de la suite de l'activité qui est donc, cette fois, non vécue mais évoquée. Notons que des changements profonds apparaissent entre les situations à distance et en présentiel. À distance, le milieu disparaît, les étudiants n'ont plus la possibilité de bénéficier des rétroactions du groupe récepteur et de reprendre leur programme de construction, ils perdent donc leur milieu au sens de Brousseau. À distance, les échanges au sein des groupes sont accessibles en totalité par l'enseignant qui peut alors les exploiter collectivement, alors qu'ils sont perdus en présentiel, l'enseignant ne pouvant assister à la totalité des échanges d'un groupe. Enfin, à distance, la situation de communication est seulement évoquée (seule la phase de conception des programmes est vécue), alors qu'elle est intégralement vécue en présentiel.

7 Le cours

La figure 5 propose quelques interventions des enseignants relatives à l'appropriation problématique du cours par les étudiants. La première citation mentionne cette difficulté, la redondance du discours et son instance montre qu'elle se constitua en obstacle pour les enseignants. Pour autant, comme l'illustre la seconde intervention, les enseignants ne sont pas restés inactifs et ont su construire des réponses pour traiter cette difficulté : travail en séminaire synchrone sur des questions de cours, travail collaboratif autonome, organisation de tests de contrôle de connaissances sous plusieurs formats (vrai/faux, évaluations diagnostiques, QCM…).

Un apprentissage difficile

> *on s'aperçoit que la plupart du temps, ils ont pas lu le cours et quand ils l'ont lu, ils ont pas lu assez, ils pensent qu'ils savent, en fait ils savent rien du tout et ils se lancent directement dans les exercices*

Un exemple d'adaptation des enseignants : traiter le cours en séminaire synchrone

> *ce qui fait que lors du premier rendez-vous synchrone, je me suis aperçu qu'il fallait que j'attaque tout de suite sur le cours.. et donc à chaque fois, tous mes séminaires, j'ai toujours commencé*

***Figure 5** : Extraits (en italique) du discours des enseignants sur l'apprentissage du cours.*

Beaucoup de travaux se sont intéressés aux supports de cours et à leur conception dans l'enseignement à distance (De Lièvre et al. 2002). L'idée directrice est de rendre ces supports suffisamment efficaces pour que leur appropriation soit possible en autonomie par les étudiants. L'objectif est de soulager le tuteur d'interactions liées à l'apprentissage du cours et par voie de conséquence réduire le coût variable que représente le tutorat. La problématique est donc de concevoir des supports de cours adaptés. Plusieurs techniques permettent d'y apporter des réponses. La figure 6 illustre certaines d'entre elles, extraites d'un cours en ligne de sciences de l'éducation de l'université de Mons.

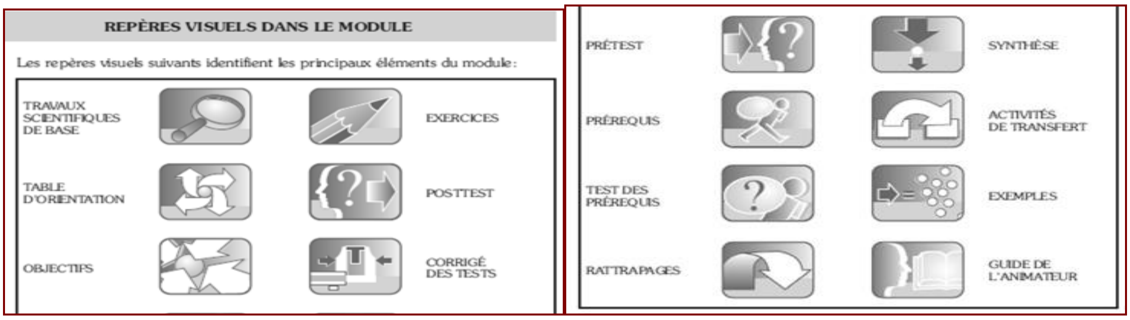


Figure 6 *: Exemples d'outils insérés dans un cours afin d'en faciliter l'appropriation en autonomie.*

Ainsi, un cours à distance cherche à engager une interaction avec l'apprenant afin de le rendre actif pendant l'appropriation de son contenu. Plusieurs outils aident à atteindre cet objectif. L'apprenant se voit proposer un test dont le résultat conditionnera son parcours. Il se verra sollicité pour définir son profil d'apprenant et ses préférences en termes d'appropriation du cours, en déclarant par exemple s'il est plus à l'aise dans des présentations inductives (des exemples aux principes) que déductives (l'inverse). Il choisira de lui-même l'un ou l'autre des dispositifs proposés à la figure 6 pour valider sa progression. À chaque étape, des évaluations et des demandes liées à son parcours le solliciteront pour l'impliquer dans son travail d'appropriation des contenus.

8 Les interactions synchrones

La figure 7 sélectionne des interventions d'enseignants sur le pilotage des interactions synchrones et explicitent quelques-unes des difficultés qu'ils ont connues. Ils n'avaient aucune expérience préalable des interactions en ligne avec des groupes et n'avaient anticipé aucun dérèglement possible des échanges synchrones. Ce thème est très présent dans leur discours et prouve les enjeux et l'importance qu'ils ont accordés à ces moments de l'apprentissage.

Difficulté à garder le fil de la discussion

parce que quand il y a un étudiant qui te dit quelque chose, tu lui réponds, mais malheureusement quand tu lances ton truc, entre temps, tu as eu un autre truc donc tu sais plus à qui tu as répondu, c'est pour ça qu'il faut être drôlement vigilant, pendant une heure,

Oui, c'est pour ça parce qu'en même temps que tu cherches à répondre, il faut surveiller pour voir si ce qu'il se passe entre eux

Suivisme des autres étudiants, alignement sur les premiers résultats

Autre phénomène, s'il y en a un qui est fort dans le groupe en l'occurrence y avait F. par exemple, il faisait une première proposition et les autres disaient oui oui, leurs contributions consistaient à dire j'ai trouvé ça bien, même quand il y avait des erreurs, ils les voyaient pas

Alignement du rythme des échanges sur les meilleurs

en proba stat, je les ai amenés à faire les exercices pendant ce temps-là, du coup ça pose un problème, … qui va rythmer le temps synchrone ? … Est-ce que ça va être le plus rapide des étudiants ?

Figure 7 *: Extraits (en italique) du discours des enseignants sur les interactions synchrones.*

La figure 8 montre les réactions des enseignants qui ont mis beaucoup d'énergie à s'adapter à ces dérèglements. On peut émettre l'hypothèse que les échanges synchrones ont une importance particulière pour ces enseignants d'expérience. Ils ont développé une grande expertise dans la conduite de leurs groupes en présentiel et sont particulièrement attentifs à l'avancement collectif comme à l'implication individuelle de chaque étudiant. En présentiel, une défaillance dans la gestion des étudiants est de nature à pénaliser l'ensemble des apprentissages. Les enseignants ont donc attribué une importance toute particulière au dispositif qui semblait le plus proche à distance, celui des séminaires synchrones, en ce sens qu'il leur permettait de négocier en temps réel avec le groupe d'étudiants.

Exiger une rédaction soignée pour les plus rapides

Je lui disais tu réponds pas mais tu prépares une réponse structurée comme celle que moi je pourrais mettre, en gros

Copier/coller de longs passages préparés par l'enseignant

c'est qu'en leur mettant un pavé aussi gros que ça, ça les calme, au lieu de diriger chacun et d'ouvrir des fils de discussion, ça les cadre forcément…

he ben il fallait bien que j'ai du texte de prêt, je pouvais pas m'en sortir autrement…

Prise en charge des réponses par les pairs

moi quand j'avais une question je demandais qui veut répondre à, ce qui me permettait de terminer ma phrase , c'était là que c'était collaboratif

***Figure 8** : Extraits (en italique) du discours des enseignants sur les réponses apportées aux difficultés de pilotage des interactions synchrones.*

Les travaux en sciences de l'éducation ont déjà recensé l'ensemble des difficultés soulevées par les enseignants. Le phénomène de la convergence précoce (Dillenbourg 2011), évoqué avec d'autres mots dans la seconde intervention de la figure 7, en est un exemple. Elle se produit dès qu'un groupe s'accorde sur une solution sous-optimale et ne fait pas aboutir ses travaux et sa réflexion. D'autres phénomènes peuvent survenir, suscités par exemple par des étudiants dénommés *lurkers* (Depover et al. 2011 b). Ces derniers sont des étudiants attentifs, qui lisent les messages et produisent des travaux de qualité, mais n'interviennent pas dans les échanges synchrones. Ce faisant, ils privent le tuteur de la pertinence de leurs apports qu'il ne peut pas mettre au service du groupe. Leur non intervention peut aussi leur nuire dans la mesure où ce modèle se fonde sur l'activité des étudiants et ne suppose pas que l'on puisse apprendre sans négocier ses connaissances et ses représentations.

. Pour les enseignants, les interactions synchrones ont consisté en grande partie à lancer des activités et organiser des bilans à partir des productions des étudiants. D'autres contenus étaient possibles, en particulier en inscrivant les interactions synchrones dans des processus délibérément collaboratifs. Il était alors possible, par exemple, de s'inspirer du modèle bicyclique d'une démarche socio-constructiviste (Coen 2007) qui organise différentes phases, collectives et individuelles, de réponses à des questions, de confrontation, d'apports de connaissances, de synthèse et d'intégration, dans lesquelles les interactions synchrones trouveraient des contenus nouveaux pris en charge par les étudiants. D'autres travaux peuvent également induire d'autres dynamiques dans les échanges synchrones. La méthode Acodesa, acronyme d'Apprentissage COllaboratif, DEbat Scientifique et Autoréflexion (Hitt 2007) en fait partie, qui organise des phases de recherches de solutions, de preuves et d'argumentation en grand groupe, en équipe et individuellement. La collaboration, de façon générale, passe par des phases de recherche individuelle, d'explication, de réduction de divergence et de dialogue (Dillenbourg 11) qui peuvent donner d'autres contenus aux échanges synchrones et modifier profondément l'implication des étudiants et leur pilotage.

III - CONCLUSION

L'objectif de cet article était de présenter une expérience d'enseignement à distance dans la formation des maîtres et d'appréhender quelques-unes de ses problématiques en croisant les approches issues des sciences de l'éducation et de la didactique des mathématiques. Au-delà de cette expérience, il s'agissait de proposer une expérience, des matériaux et un terrain pour que la didactique des mathématiques puisse investir un champ en pleine croissance, celui de l'enseignement à distance. À ce titre, l'expérience relatée ici est particulière. Elle s'inscrit dans un modèle d'enseignement à distance éprouvé (Acolad), qui bénéficie d'une solide expérience dans ce domaine. Elle connaît une montée en charge extrêmement rapide (91 étudiants en 2010-2011, 134 en 2011-2012, environ 300 attendus en 2012-2013). Elle implique des enseignants de mathématiques peu formés à cette nouvelle modalité et dont le discours permet de mettre en lumière les spécificités de l'enseignement à distance, en révélant les adaptations qu'ils ont eu à faire, les obstacles qu'ils ont rencontrés et le chemin qu'il leur reste encore à parcourir.

Nous livrons ici, en guise de conclusion, trois éléments qui nous semblent devoir être retenus. Le premier concerne la particularité des matériaux d'observation que l'on peut recueillir dans le modèle qui est le nôtre. Analyser et comprendre les apprentissages ou les enseignements en classe, en présentiel, avec un public scolaire ou d'étudiants, passe non seulement par la collecte des dialogues entre l'enseignant et les apprenants, mais également par le relevé d'un ensemble de données non verbales. La place physique des différents acteurs, l'organisation du tableau, les gestes que les uns ou les autres peuvent faire, les regards, les manipulations en cours, les matériels et instruments mobilisés sont des exemples d'éléments qui peuvent être majeurs pour comprendre les phénomènes à l'œuvre. Dans l'enseignement à distance, dans le modèle que nous considérons et qui est intégralement fondé sur l'écrit, rien de ce qui est négocié ne nous échappe. La plate-forme garde mémoire de tous les échanges écrits qui constituent la totalité de la communication (à condition de supposer que les interactions ont toutes lieu via la plate-forme et que certains acteurs ne travaillent pas en la court-circuitant). Pour autant, analyser cette matière écrite n'est pas aisé. Elle porte de nombreuses dimensions, mêlées, adressant des registres différents selon les intervenants, sa concision n'est qu'une facilité apparente d'analyse qui doit poser des hypothèses sur les phénomènes survenant hors plateforme. Le second élément concerne la capacité de la distance à interroger des pratiques qui ne font plus nécessairement débat pour les enseignants ordinaires. Les objectifs et motivations du choix des situations, les modes d'assimilation du cours, la dynamique de la gestion d'un groupe d'apprenants sont des objets qu'un enseignant aguerri en présentiel a naturalisé et qui sont généralement traversés sans analyse explicite ni prise de recul. Nous avons vu plus haut, comment la distance a placé ce type de problématiques au premier plan des préoccupations des enseignants. Cette modalité, parce qu'elle déstabilise ou inhibe certains gestes naturalisés efficaces en présentiel, impose de réinterroger et revisiter des pratiques pour reconstruire de nouveaux gestes. Dernier élément de cette conclusion, sur le bilan de l'activité des enseignants à la fin de cette première année d'exercice à distance. Comme on pouvait s'y attendre, le changement de paradigme d'enseignement, nécessaire pour passer d'une modalité de présentiel à un enseignement en ligne, est encore partiel, même s'il est effectivement à l'œuvre. En effet, les enseignants ont d'une part opéré des adaptations significatives pour construire des compétences spécifiques à l'enseignement en ligne, par exemple sur le plan de la gestion des interactions synchrones ou sur les modalités d'apprentissage du cours. Mais d'autre part, ces mêmes enseignants n'ont pas encore abouti sur d'autres points. Les situations-problèmes n'ont pas été conçues dans cette modalité et leur déroulement n'a pas atteint les objectifs qui leur étaient assignés. Les scénarios pédagogiques ont été souvent calqués sur le présentiel (recherche d'exercices en équipes, bilan de correction en grand groupe) et ne portent pas la marque d'une organisation profondément collaborative et socio-constructiviste à l'image des stratégies d'apprentissage portées par Acodesa (Hitt 2007) ou le modèle bicyclique proposé par Coen (2007). Des outils emblématiques de la collaboration en ligne (forums, versionnages de documents) n'ont pas été investis. Cette fragilité dans la construction des compétences d'enseignement en ligne a conduit à certaines dérives et une forme de dégénérescence, comme par exemple le rapatriement sur les séminaires synchrones des autres dispositifs en échec. Il est arrivé qu'un enseignant dont les étudiants n'apprenaient pas le cours et ne parvenaient pas à s'engager suffisamment dans la résolution d'exercices en équipes décide de traiter le cours et la résolution des exercices lors des séminaires synchrones. Ces temps synchrones supportèrent ainsi à eux seuls la totalité des apprentissages, devenant des sortes d'imitation des cours en présentiel, bien plus pauvres cependant du fait des limitations liées à leur format écrit et à leur faible nombre.

L'expérience d'enseignement à distance mis en place à l'IUFM atteint à présent une seconde phase. L'heure n'est plus à la preuve de sa viabilité dans le contexte de la formation initiale des maîtres. Il faut à présent se tourner vers une analyse du système, en mesurer son efficacité, déterminer les points de fragilité des pratiques et mettre en place une véritable formation susceptible d'apporter aux enseignants les outils nécessaires. Ce sont à ces chantiers que l'IUFM, soutenu par son université de rattachement, va désormais s'atteler.

IV - BIBLIOGRAPHIE

ARSAC, G., GERMAIN, G. & MANTE, M. (1991) Problèmes ouverts et situations-problèmes, Lyon : IREM de Lyon édition.

ASTOLFI, J.-P., DEVELAY, M., La didactique des sciences. Paris, PUF, 1989.

BOURDET, J.-F.. (2010) La formation d'enseignants et futurs enseignants de langue dans un dispositif EAD, *Distances et savoirs,* **Vol. 8, n°. 3**, 325-344.

BROUSSEAU, G. (1998) Théorie des situations didactiques, La Pensée Sauvage, Grenoble,1998.

CHARLIER, B. (2007) Une recherche en technologies de l'éducation productrice de connaissances et de changements : limites et perspective, 65-76, in *Transformation des regards sur la recherche en technologie de l'éducation,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

COEN, P.-F. (2007) Intégrer les TIC dans son enseignement ou changer son enseignement pour intégrer les TIC : une question de formation ou de transformation ?, 123-136, in *Transformation des regards sur la recherche en technologie de l'éducation,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

DE LIEVRE, B., DEPOVER, C., QUINTIN, J.-J., DECAMPS, S. (2002) Une démarche de conception d'un cours à distance basé sur un scénario pédagogique, 243-26, in : D'Hautcourt, F, Lusalusa, S. (Eds) *Les technologies de l'information et de la communication à l'école : où, quand et comment ?*, Presses Universitaires de Belgique, 2002.

DEPOVER, C. & QUINTIN J.-J. (2011 a) Tutorat et modèles de formation à distance, 15-28, in *Le tutorat en formation à distance,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

DEPOVER, C. & QUINTIN J.-J. (2011 b) Les modalités et les formes de l'apprentissage à distance, 29-38, in *Le tutorat en formation à distance,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

DEPOVER, C., QUINTIN, J.-J., BRAUN, A . & DECAMP, S. (2004) D'un modèle présentiel vers un modèle hydride, *Distances et savoirs,* **Vol. 2, n°. 1**, 39-52.

DILLENBOURG, P. (2011) Pour une conception intégrée du tutorat de groupe, 171-194, in *Le tutorat en formation à distance,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

GELIS, J.-M., (2011) Vers l'enseignement à distance : exemple de migration d'une situation du présentiel vers la distance, 191-203, *Actes de la conférence EIAH 2011,* éditions de l'UMONS.

GLIKMAN, V. (2011) Tuteur à distance, une fonction, un métier, une identité ?, 137-158, in *Le tutorat en formation à distance,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

GRANDBASTIEN M. (2011) Distance et université numérique, *Distances et savoirs*, **Vol. 9, n°. 1**, 167-171.

GUEUDET, G., & TROUCHE, L. (2011) Développement de ressources pour l'enseignement et dispositifs de formation : éléments de réflexion à partir du dispositif français Pairform@nce. 853-866, in *Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone*.

HITT, F. (2007) Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'autoréflexion, 65-88, in *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage, conception et usages, regards croisés,* dir. Baron, M., Guin, D., Trouche, L., Paris : Hermès-Lavoisier.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1996), Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 16/3, 289-322, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

JAILLET, A., (2004) Chapitre 5, 90 -121, in *L'Ecole à l'ère numérique*, Paris : L'Harmattan.

JOLION, J.-M. (2011) Mastérisation de la formation initiale des enseignants : enjeux et bilan. Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche.

KIM, S.-M. & VERRIER,C. (dir.) (2009) Le plaisir d'apprendre en ligne à l'université, Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

MEIRIEU, P., Apprendre… oui, mais comment, Paris : ESF, 1989.

PEIX A., TISSERON, C. (1998), Le problème ouvert comme moyen pour réconcilier les futurs enseignants d'école avec les mathématiques, *Revue petit x*, **n°48**, 5-21 ;

QUINTIN, J.-J. (2011) L'efficacité des modèles d'interventions tutorales et leurs effets sur le climat socio-relationnel des groupes restreints, 61-86, in *Le tutorat en formation à distance,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

QUINTIN, J.-J. & MASPERI, M. (2010) Reliance, liance et alliance: opérationnalité des concepts dans l'analyse du climat socio-relationnel de groupes restreints d'apprentissage en ligne, *Alsic. Apprentissage des Langues et Systèmes d'Information et de Communication,* ***n°* 13**, http://alsic.revues. org/index1702.html.

RODET,J., (2011) Formes et modalités de l'aide apportée par le tuteur, 159-170, in *Le tutorat en formation à distance,* Bruxelles : Éditions De Boeck, Coll. « Perspectives en éducation et formation ».

SENSEVY, G., KUSTLER, Y., HELARY, F. & LAMEUL, G. (2005) Le forum débat : un dispositif d'apprentissage collaboratif en formation initiale d'enseignants, *Distances et savoirs,* **Vol.3, n°. 3-4**, 311–330.

retour sommaire

LANGAGE MATHÉMATIQUE
À LA TRANSITION PRIMAIRE / COLLÈGE

Christophe HACHE
Enseignant chercheur, Université Paris Diderot
IREM de Paris, LDAR
christophe.hache@univ-paris-diderot.fr

Résumé
Cette communication présente une réflexion en cours sur les pratiques langagières de référence en mathématiques et en classe de mathématiques, au début du collège et à la transition primaire / secondaire.

Exploitations possibles
La réflexion menée ici croise différents points de vue et analyse différents objets : le travail est à la fois didactique, linguistique, mathématique (logique), il porte à la fois sur le « langage des mathématiciens » et sur le « langage mathématique scolaire ». Il participe, à terme, à étudier la façon dont le langage utilisé en cours de mathématiques intervient dans l'apprentissage mathématique.
Même si les manuels sont un intermédiaire difficile à étudier, les analyser relativement à l'enseignement de certains contenus selon ce point de vue est susceptible d'apporter des éléments complémentaires.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Pratiques langagières. Transition Primaire/secondaire

LANGAGE MATHÉMATIQUE À LA TRANSITION PRIMAIRE / COLLÈGE

Christophe HACHE
Enseignant chercheur, Université Paris Diderot
IREM de Paris, LDAR
christophe.hache@univ-paris-diderot.fr

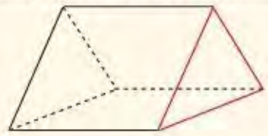
Résumé
Cette communication présente une réflexion en cours sur les pratiques langagières de référence en mathématiques et en classe de mathématiques, au début du collège et à la transition primaire / secondaire.

Plusieurs questionnements sont à la source de ce travail.

I - DOMINO

Un premier questionnement est né alors que j'assumais la coordination de l'édition d'un manuel de mathématiques de collège (Domino, Nathan, classes de 6ème et 5ème, 2004-2006). La confection d'un dictionnaire à part entière au sein du manuel s'est vite révélée être un complément quasi incontournable, à mes yeux, au contenu du manuel. Que ce soit lors des échanges avec les auteurs en cours de rédaction, ou dans le produit final à destination des élèves, le choix et l'usage des mots (mathématiques ou non) se sont révélés être très complexes, même (surtout ?) à ce niveau. D'autant plus, si on envisage la lecture non accompagnée du manuel par un élève de 6ème (ou de 5ème), lors de la résolution d'un exercice, ou d'un éventuel travail autonome sur les pages de cours.

Caché
Quand on dessine un objet de l'espace qui n'est pas transparent, on ne devrait pas dessiner les parties que l'on ne voit pas.
En mathématiques on dessine les parties cachées des objets pour « voir » l'ensemble de l'objet sur un seul dessin. On les trace en pointillés.
Les parties visibles (celles que l'on voit dans la réalité) sont tracées en traits continus.



Abscisse..................... pages 10, 34
Les abscisses sont utilisées dans deux contextes différents en cinquième. Elles servent à repérer la position d'un point :
- sur une droite graduée elle est lue directement sur la graduation.
- dans le plan on utilise deux axes gradués perpendiculaires pour repérer la position d'un point. La première des deux coordonnées s'appelle l'abscisse du point.

▶ *Voir Axe gradué, Coordonnée, Repère*

Un dictionnaire de 200 à 300 mots a donc été inséré dans le manuel (extraits ci-contre, 266 mots dans le manuel de 6ème, 300 mots dans celui de 5ème) ; l'objectif était de rappeler les définitions (ou d'indiquer où les trouver dans le manuel), mais aussi de souligner les différentes acceptions d'un mot rencontrées : différences entre sens mathématique et sens courant, mais aussi différents sens en cours de mathématiques.

Faire des mathématiques nécessite, entre autres, des définitions, un enchaînement organisé et rigoureux des propriétés, l'explicitation des raisonnements. Un fonctionnement que l'on associe fortement à l'idée de rigueur. Pourquoi alors a-t-on (avais-je ?) l'impression en écrivant un manuel (mais aussi, par ailleurs, en préparant un cours, ou en faisant cours) de devoir ré-expliquer chaque mot (que ce soit un mot spécifique aux mathématiques ou une expression de la langue courante utilisée dans un sens spécifique en cours de mathématiques, qu'ils aient déjà été utilisés ou non, de nombreuses fois ou non), défini ou non ? Pourquoi cette nécessité ressentie de devoir démêler les différentes acceptions utilisées ? De devoir souligner les ambiguïtés, les pièges

Décomposer (un nombre)
C'est écrire un nombre sous forme d'une somme ou d'un produit pour effectuer un calcul plus simplement :
- $(^+7) + (^-3) = (^+4) + (^+3) + (^-3) = {}^+4$ (on a décomposé $^+7$ en une somme)
- $13 \times 19 = 13 \times (20 - 1) = 13 \times 20 - 13 \times 1 = 260 - 13 = 247$ (on a décomposé 19 en une différence)
- $\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{2 \times 6}{3 \times 3} = \frac{2 \times 2 \times 3}{3 \times 7} = \frac{4}{21}$ (on a décomposé 6 en un produit)

Décomposer (une surface)............. pages 208, 209
C'est imaginer le découpage d'une surface en surfaces plus simples afin de calculer

possibles au sein même du texte écrit ? De devoir mettre en garde contre les contre-sens possibles ? etc.

II - LOGIQUE

Ce travail trouve aussi sa source dans les travaux de logiciens s'intéressant au langage mathématique et au lien, à l'imbrication, entre langue naturelle et formalisme dans le discours mathématique (c'est essentiellement le discours écrit qui est analysé ici). On peut citer notamment l'approche proposée par Daniel Lacombe et par René Cori.

Je prendrai ici des exemples tirés de la thèse de Farasololalao Rakotovoavy (thèse de didactique des mathématiques, dirigée par Daniel Lacombe, soutenue en 1983). Dans cette thèse, l'auteure étudie les difficultés linguistiques et pédagogiques soulevées par l'emploi dans les textes mathématiques de certains adjectifs marqueurs de variance. « Les syntagmes nominaux auxquels [les marqueurs de variance] s'appliquent servent à nommer les variables ». Les marqueurs étudiés sont principalement les suivants : « quelconque », « arbitraire », « donné », « fixé », « fixe », « choisi », « variable ».

F. Rakotovoavy montre, par exemple, que dans les phrases :
(1) « Il existe une droite et une seule contenant un point donné et parallèle à une droite donnée »
(2) « Toutes les droites D_1, D_2, D_3... passent par un point fixe »
de nombreuses quantifications sont présentes, explicites pour certaines (« il existe une et une seule », « toutes »), ou plus implicites (« un », « une »). Les deux occurrences du mot « donné » et le mot « fixe » ont un rôle important : dans ces deux phrases, il y a interversion[89] de l'ordre de quantification des variables (on peut penser que cet ordre choisi pour énoncer la propriété vise un confort d'énonciation, une certaine lisibilité supposée, ou le respect d'un certain usage). Une traduction dans un langage plus formalisé de la première phrase pourrait en effet être : « $\forall p \in P\ \ \forall d \in D\ \exists ! d' \in D\ \ (d // d' \wedge p \in d$ »[90]). Le mot « donné » a alors le rôle de signaler et de souligner cette inversion de l'ordre des quantifications. Il en est de même du mot « fixe » dans la seconde phrase (que l'on pourrait formaliser en : « $\exists M \in P\ \ \forall i \in \{1,2,3...\}\ \ M \in D_i$ »[91]). Ces marqueurs donnent au lecteur une indication essentielle sur l'ordre des quantifications et une clef de lecture du texte.

Dans la phrase :
(3) « Il existe un point fixe appartenant à toutes les droites D_1, D_2, D_3... »
le mot « fixe » n'a pas de rôle quant à la signification mathématique de la phrase. Il souligne la quantification existentielle, mais il pourrait tout aussi bien ne pas être présent (la phrase « Il existe un point appartenant à toutes les droites D_1, D_2, D_3... » a un sens mathématique, le même que la phrase (3)).

On navigue là entre le contenu mathématique exposé, le texte et des éléments d'aide à la lecture du contenu mathématique dans le texte lui-même. De nombreux autres exemples peuvent être pris. Un jeu complexe et implicite, de codes d'écriture et de façon de dire les choses est clairement en place. On peut aussi citer les travaux de Viviane Durand-Guerrier sur les quantifications implicites dans l'usage de l'implication en mathématiques (Durand-Guerrier 1999).

Je me permets de reprendre un des points de la conclusion de F. Rakotovoavy :

[89] Par rapport à l'ordre dans un certain langage formel, utilisé classiquement et implicitement.

[90] Où P serait l'ensemble des points du plan, D l'ensemble des droites du plan. On peut lire cette expression : « Pour tout point p, pour toutes droites d, il existe une unique droite d' telle que d soit parallèle à d' et d' contienne p »

[91] Que l'on peut lire par exemple « Il existe un point M, tel que, pour tout nombre i dans l'ensemble {1,2,3...}, le point M appartienne à la droite D_i »

« Ce langage utilise un grand nombre de procédés spécifiques, souvent subtils, parfois d'usage délicat, et dont la connaissance et la compréhension ne peuvent absolument pas être pré-supposées (non seulement chez l'enfant, mais même chez l'adulte cultivé mathématicien) ».

On retrouve donc ici comme pour le manuel, mais à un autre niveau, le caractère non transparent du langage utilisé en mathématiques.

III - LINGUISTIQUE

Un cadrage de l'entrée linguistique et didactique m'a semblé nécessaire pour appréhender ces questionnements de façon plus complète. Je reprends des travaux de linguistes et didacticiens du Français : entre autres Jean-Paul Bronckart, Maryse Rebière et Martine Jaubert. Je présente ici les éléments qui me semblent saillants (mon approche est sans doute ici subjective et partielle).

Maryse Rebière (2011, notes personnelles) souligne la distinction entre langue et langage. La langue est le matériau, un réservoir intériorisé des signes partagés par une communauté et dont rendent compte les grammairiens. Le langage n'est pas un outil transparent susceptible de traduire directement le monde indépendamment de tout contexte, de tout sujet, ce n'est pas une façon de coder des idées « déjà là », construites sans le langage lui même. Le langage est vu comme « la mise en activité par un sujet singulier, en contexte, de la langue (réservoir et code) avec une intention ».

Cette description du langage s'appuie sur un positionnement épistémologique, celui de l'interactionnisme social (Vygotski et Voloshinov). Jean-Paul Bronckart (2007) énonce ainsi (p. 59-60) : « Le langage mobilise des signes relevant d'une langue naturelle, (...) variables selon les communautés, ayant la capacité de faire référence à des aspects quelconques du milieu. La thèse majeure de l'interactionnisme est alors que ce sont ces signes mobilisés dans l'activité langagière qui donnent naissance aux représentations humaines, en tant qu'images mentales stabilisées et opératoires. (...) Ces représentations trouvent nécessairement deux lieux d'ancrage : d'un côté, elles se stabilisent dans les instances et œuvres d'une communauté, au titre de représentations collectives ; d'un autre côté, elles s'intériorisent dans chaque organisme singulier au titre de représentations individuelles ». On perçoit bien ici le fait que le langage n'est pas vu comme une activité seulement physique. Sont mis en avant le lien incontournable entre cette activité et les constructions de représentations, le fait que ces représentations sont toujours considérées comme ayant une dimension personnelle, interne, individuelle, et une dimension sociale, ces deux parts étant intimement articulées. Le langage est outil de construction, de négociation et de transformation des significations.

M. Jaubert, M. Rebière et J-–P. Bernié (voir par exemple 2003) introduisent la notion de « communauté discursive ». M. Rebière (2011) affirme que chaque domaine d'activité sociale produit des pratiques qui lui sont propres, relativement stables, génératrices de savoirs qui témoignent de la spécificité de l'activité et des usages acceptables dans ce domaine. Tout groupe constitué sur une pratique sociale repérable, constitue une communauté, notamment discursive. Chaque communauté développe, en quelque sorte, un contrat de communication qui lui est propre, qui est la condition du lien social et qui oriente le positionnement énonciatif de chaque interlocuteur. Chacune développe un système de pratiques de tout ordre, dont langagier, qui donne leur pertinence aux pratiques individuelles mises en œuvre et qui permet de juger de leur adéquation à l'activité collective.

On arrive alors au concept de communauté discursive scolaire. M. Rebière (2011) dit que si les savoirs sont étroitement liés aux communautés qui les ont élaborés, alors apprendre dans une discipline à l'école, c'est apprendre à agir-penser-parler un peu à la manière des spécialistes (apprendre à se positionner dans un univers caractérisé par des questions digne d'intérêt, des objets, des pratiques spécifiques, dont langagières). Bien sûr l'activité développée au sein de la classe ne saurait être la même que celle développée dans la sphère sociale de référence. Elle parle alors de "communauté discursive disciplinaire scolaire".

On peut réinterroger les points précédents de cet exposé avec ce cadre d'interprétation. Mon but serait, dans un premier temps, de mieux comprendre les pratiques langagières de référence des mathématiciens, de cerner la « communauté discursive des mathématiciens », en trouver des caractéristiques. Ceci pour, à terme, alimenter la réflexion autour de la « communauté discursive mathématique scolaire »... et l'apprentissage mathématique lié.

Au delà de la reformulation, je souligne l'épaisseur particulière que prend la notion de langage dans cette approche, tant sur le plan linguistique, que social ou cognitif.

L'« approche logique » ci-dessus se donne pour objectif de décrire la façon dont les mathématiques sont exprimées, d'analyser, entre autres, la nature des relations entre le contenu mathématique énoncé et la langue naturelle. La logique apporte un cadre de référence permettant de rendre compte du contenu mathématique exprimé en langue naturelle, elle permet donc de mettre en évidence la complexité du lien entre ce qui est exprimé en langue naturelle et le contenu mathématique, et, entre autres, de montrer certaines ambiguïtés ou difficultés possibles. Le point de vue est essentiellement mathématique : lorsque, par exemple, une formulation est déclarée ambiguë c'est qu'elle a deux sens mathématiques.

L'« approche linguistique »[92] souligne que les caractéristiques langagières étudiées (par exemple de ce point du vue « logique ») ont des enjeux au delà du contenu mathématique exprimé, notamment des enjeux cognitifs : apprendre à penser des mathématiques n'est pas une activité distincte de celle de se familiariser à certaines pratiques langagières (pratiques personnelles et pratiques sociales), de même la conceptualisation de nouvelles notions est une activité que l'on ne peut séparer de l'activité langagière.

IV - TRAITÉS

Un premier objectif est donc, pour moi, d'analyser les pratiques langagières des mathématiciens. Pour ce faire, les travaux des logiciens cités ci-dessus analysent le lien entre l'expression de mathématiques proposée en langue naturelle et le contenu mathématique exprimé, ce contenu mathématique pouvant être décrit de façon formelle. Il m'a semblé intéressant de préciser ce que pourrait être ce formalisme de référence.

Par formalisme, j'entends une mise en forme codifiée permettant de décrire les objets mathématiques, leurs propriétés et les preuves de leurs propriétés, et de contrôler la validité de ce qui est exprimé. La codification permet par ailleurs une manipulation relativement indépendante du sens (règles de transformation, de combinaisons, etc.).

Je me suis penché sur les études de certains textes fondateurs des mathématiques ou texte de refondation des mathématiques (ainsi que, quand cela était possible, les textes des auteurs expliquant leurs intentions et leurs choix).

J'exposerai ici brièvement l'approche de trois de ces auteurs : Euclide, Frege et Hilbert.

[92] Ces deux appellations font simplement référence au titre des deux paragraphes correspondants de ce texte et n'ont surtout pas vocation à perdurer !

1 Un formalisme symbolique : l'idéographie de Frege (fin 19ème)

Frege mène une réflexion très explicite d'ordre logique et philosophique sur les mathématiques et la façon de les exprimer. Frege (1882) : « [La langue naturelle] ne satisfait pas à la condition de l'univocité » (unicité du sens de chaque mot), avec des cas « dangereux » où « les significations des mots diffèrent très peu, où les variations sont légères bien que non équivalentes ». Un exemple souligné : le cas où un même mot sert à désigner un concept et un objet particulier tombant sous ce concept (Frege donne l'exemple du mot « cheval » : « le cheval est herbivore » versus « le cheval s'est enfui »)

« La langue n'est pas régie par des lois logiques telles que l'observance de la grammaire puisse suffire à garantir la rigueur formelle du cours de la pensée » (...) « les formes où s'expriment la déduction sont si diverses, si lâches, si mal définies, que des hypothèses peuvent être introduites sans qu'on y prenne garde, et on omet de les compter quand on récapitule les conditions nécessaires à la validité de la conclusion. Celle-ci jouit alors d'une généralité supérieure à celle qui lui revient de droit » (...) « le langage n'offre pas un lot bien délimité de formes de déduction et, à s'en tenir à la forme linguistique, il n'est pas possible de distinguer une séquence sans lacune de celle qui omet des propositions intermédiaires. On peut même dire que le premier cas ne se produit à peu près jamais dans le langage usuel » (...) « presque toujours le langage ne donne pas, sinon allusivement, les rapports logiques ; il les laisse deviner sans les exprimer proprement ».

Ainsi Frege déclare que « pour que (...) quelque chose d'intuitif ne puisse pas s'introduire de façon inaperçue, tout devait dépendre de l'absence de lacunes dans la chaîne de déductions. Tandis que je visais à satisfaire cette exigence le plus rigoureusement, je trouvais un obstacle dans l'inadéquation de la langue ; malgré toutes les lourdeurs provenant de l'expression, plus les relations devinrent complexes, moins elle laissa atteindre l'exactitude que mon but exigeait. De ce besoin résultat l'idée de l'idéographie dont il est question ici » (Préface à l'Idéographie, Frege 1879).

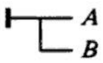
Le formalisme créé, dont on voit ici les premiers éléments (Frege 1879), est donc pour Frege une garantie de l'exactitude des faits énoncés (et démontrés). Il ne crée pas un langage (ça ne se prononce pas par exemple). Il construit un outil formel de référence.

Cet outil devient vite très difficile à manipuler pour penser, exprimer des mathématiques (Frege le constate aussi, tel n'était pas son but, « [mon idéographie] ne restitue pas purement et simplement la pensée – il ne saurait en être autrement pour un moyen d'exposition tout extérieur »).

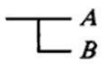
La conditionnalité.

§ 5. Si *A* et *B* signifient des contenus jugeables[1], il y a alors les quatre possibilités suivantes:

1. *A* est affirmé et *B* est affirmé;
2. *A* est affirmé et *B* est nié;
3. *A* est nié et *B* est affirmé;
4. *A* est nié et *B* est nié.



signifie ainsi le jugement selon lequel *la troisième de ces possibilités n'a pas lieu, mais l'une des trois autres a lieu.* Si



est nié, cela veut dire, par conséquent, que la troisiéme possibilité a lieu, donc que *A* est nié et *B* affirmé.

2 Exemples de formalismes que l'on pourrait qualifier de linguistique (Euclide, Hilbert)

2.1 Euclide (3ème siècle avant JC)

Je reprends là rapidement les travaux de Fabio Acerbi sur l'œuvre d'Euclide (Acerbi 2012). La langue utilisée par Euclide dans les Éléments a les caractéristiques suivantes :

– Un corpus de mots très faible (les Éléments sont un texte très volumineux[93], ils utilisent pourtant un corpus de seulement 451 mots différents, dont 133 noms définis "sur place" ayant une utilisation spécifique donc). Pas d'homonymie, pas de synonymie.

– La syntaxe des phrases est chargée de sens (rigidification de l'ordre des mots dans une langue qui ne l'exige pas, créations de structures grammaticales ad hoc).

– Un enchaînement de phrases dont certaines pré-existent (par exemple un livre entier de « données » reprises dans les Éléments).

L'ensemble donne un langage très rigide, et finalement formel en soi. « La formalisation qui est mise en œuvre à l'aide du langage dans les données est une formalisation qui satisfait un souci de validation » (Acerbi 2012), c'est ainsi la nature même du langage qui apporte la preuve (preuves relatives « aux déductions, aux constructions et aux calculs »).

Exemple tiré des « données » de Euclide :

> 1. Des espaces, des lignes, et des angles, auxquels nous pouvons trouver des grandeurs égales, sont dits donnés de grandeur.
> 2. Une raison est dite donnée, quand nous pouvons lui en trouver une qui soit la même.
> 3. Des figures rectilignes, dont chacun des angles est donné, et dont les raisons de leurs côtés entre eux sont données, sont dites données d'espèce.
> 4. Des points, des lignes, et des angles qui conservent toujours la même situation, sont dits donnés de position.

et des « Éléments » :

> PROPOSITION XXVI.
>
> Si les extrémités d'une ligne droite sont données de position, cette droite est donnée de position et de grandeur.
>
> Que les extrémités A, B d'une droite AB soient données de position; je dis que la droite AB est donnée de position et de grandeur.
>
> Car si le point A restant immobile, la droite AB change de position ou de grandeur, le point B se déplacera. Mais il ne se déplace pas; la droite AB est donc donnée de position et de grandeur.

2.2 Hilbert (début du 20ème siècle)

Dans « Les principes fondamentaux de la géométrie », le projet de Hilbert est de refonder la géométrie, de « faire une analyse logique de notre intuition de l'espace ». Hilbert exprime les mathématiques en langue naturelle, sans symbolisme.

Plusieurs procédés sont revendiqués pour garantir le caractère mathématiquement rigoureux du contenu[94], et notamment le fait que l'intuition n'intervient pas dans les démonstrations. En effet, aucune intuition ne doit entrer dans les démonstrations, c'est ce qui garantit le caractère logique du texte, son caractère rigoureux. Il oppose logique et intervention d'une intuition géométrique.

1) Il place toute l'intuition géométrique dans les axiomes.

93 Près de 150 000 mots.

94 La rigueur ayant là un sens qui est explicité.

2) Même s'il propose une figure (comme aide à la lecture en quelque sorte), il doit s'assurer que son texte n'y recourt pas. Pour ce faire, il propose d'écrire un texte qui est composé de l'énoncé des axiomes, d'une succession organisée[95] des énoncés des axiomes utilisés, ou de l'énoncé des propriétés déjà prouvées (on a alors un contrôle sur le fait qu'on a bien une démonstration, sur le fait que l'on n'utilise que les axiomes, et pas d'intuition, pas de figure).

Le sentiment qu'il a que sa démonstration est purement logique vient du fait qu'il tente d'annuler le rôle de la langue naturelle dans sa démonstration logique. Il a besoin d'une langue comme trace écrite mais s'assure ainsi que cette langue n'intervient pas sur le contenu pour pouvoir déclarer que son travail est effectivement logique. Herreman (2012) parle de « Transparence de la langue naturelle » (on y recourt mais il est essentiel au propos qu'elle n'intervienne pas).

L'utilisation de langue naturelle finit ici aussi par lui faire jouer un rôle formel.

On voit aussi, par exemple, dans le texte ci-contre (Hilbert 1900) que, même si les principes fondateurs du traité garantissent un traitement logique du contenu,

- le texte deviendrait difficilement lisible sans la figure [on parle là du point de vue du lecteur, on change de point de vue, Hilbert a, prioritairement, une visée de refondation, pas de transmission],
- même si effectivement rien n'est vraiment ajouté aux axiomes, la langue naturelle n'a pas un rôle tout à fait transparent (ci-contre en jaune l'explicitation de la structure de la preuve, on a des structures grammaticales complexes, des raccourcis etc., en vert une allusion à la figure aidant à la lecture et une reformulation lourde d'un axiome).

V - PERSPECTIVES

Les études rapides menées ci-dessus méritent d'être complétées pour spécifier les pratiques langagières des mathématiciens. Notamment à partir de textes historiques ou contemporains, mais aussi d'entretiens avec des mathématiciens pour cerner leur rapport au formalisme.

La question abordée serait celle d'étayer ou réfuter les points suivants :

- il existerait un lien constructif et dialectique entre formalisme mathématique et langue « naturelle » dans l'activité mathématique,
- ce lien serait une caractéristique importante (essentielle ?) de la « communauté discursive des mathématiciens ».

Le formalisme, qu'il soit symbolique ou d'ordre plutôt linguistique semble être à la

THÉORÈME X. — (PREMIER THÉORÈME DE CONGRUENCE DES TRIANGLES). — Dans deux triangles ABC, A′B′C′, si les congruences

$$AB \equiv A'B', \qquad AC \equiv A'C', \qquad \sphericalangle A \equiv \sphericalangle A'$$

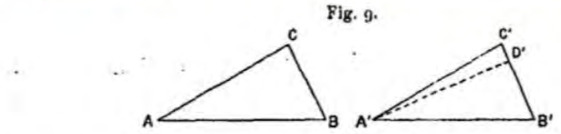
sont vérifiées, les deux triangles sont congruents entre eux.

DÉMONSTRATION. — D'après l'axiome IV, 6, les congruences

$$\sphericalangle B \equiv \sphericalangle B' \quad \text{et} \quad \sphericalangle C \equiv \sphericalangle C'$$

sont vérifiées et, par suite, il suffit de démontrer que les côtés BC et B′C′ (*fig.* 9) sont congruents entre eux. Supposons, au contraire, que

Fig. 9.



BC ne soit pas congruent à B′C′ et déterminons sur B′C′ le point D′ tel que BC ≡ B′D′; les deux triangles ABC, A′B′D′ auront deux côtés respectivement congruents et l'angle compris entre ces côtés congruent; en vertu de l'axiome IV, 6, les deux angles $\sphericalangle$ BAC et $\sphericalangle$ B′A′C′ seront donc congruents entre eux. Maintenant, d'après l'axiome IV, 5, les deux angles $\sphericalangle$ B′A′C′ et $\sphericalangle$ B′A′D′ devraient donc aussi être congruents entre eux; or, ceci est impossible, car, d'après l'axiome IV, 4, un angle ne peut être porté que d'UNE SEULE ET UNIQUE manière à partir d'un point donné d'un côté donné d'une droite donnée dans un plan.

[95] Organisée en respectant les règles de déduction.

fois nécessaire, garant de rigueur (porteur de la validité de la preuve mathématique), et d'une certaine façon trop contraignant pour l'intuition, la compréhension et le développement des idées et leur communication. Implicites et raccourcis semblent être nécessaires à la rédaction ou à la présentation d'idées, de résultats ou de démonstrations.

On peut penser que le mathématicien parle, pense en langue naturelle. Qu'il a l'intuition qu'il saurait parfaitement formaliser tout ce qu'il dit (quitte à devoir y passer du temps, à y travailler), son langage donne d'ailleurs des gages de cette capacité : il est en partie formalisé (plus la notion exprimée est « sensible », au cœur de son propos, plus il formalise). Pour pouvoir être compris, pour pouvoir penser, il ne peut cependant formaliser tout ce qu'il dit.

On aurait une dialectique entre intuition, pensées et capacité de formaliser l'intuition. La dialectique serait fructueuse, productive, féconde (l'intuition nourrissant le contenu formel, et la formalisation permettant de contrôler l'intuition et d'asseoir la réflexion à venir).

Le langage des mathématiciens est donc en partie formel, mais le formalisme pouvant parfaitement être exprimé en langue naturelle, la frontière est floue.

VI - RETOUR À L'ECOLE

Ma perspective plus globale est d'entrer dans une étude de la « communauté discursive mathématique scolaire ». De prendre, en quelque sorte, en compte la question de Maryse Rebière : « Peut-on transposer les savoirs sans réfléchir à la transposition des pratiques langagières qui contribuent à leur construction ? ».

Questions :

- Comment ce lien complexe entre langue naturelle et formalisme, entre la description intuitive et l'expression formelle « vit-il » dans le secondaire ? Ce lien entre nécessairement en classe par le biais de l'enseignant qui a été en contact avec la « communauté discursive des mathématiciens » pendant ses études.
- Que ce passe-t-il dans le primaire ? La plupart des enseignants n'ont, en revanche, pas été en contact avec la « communauté discursive des mathématiciens », quelle « communauté discursive mathématique scolaire » est installée (la question est d'ailleurs valable dans beaucoup de disciplines) ? Comment ? Quelle transition avec le collège ?

J'avais prévu d'analyser les textes de manuels sur cette base (en comparant les manuels de fin du primaire avec ceux du début du secondaire). Le but était d'essayer de mettre en évidence la communauté discursive scolaire, de la caractériser, au moins en partie ; en tout cas, d'y chercher les traces de la communauté discursive des mathématiciens caractérisée par le point de vue ci-dessus.

Dix manuels ont été étudiés (il ne s'agit pas des manuels pour les enseignants mais de ceux à destination des élèves) : deux manuels de CM1 (La clef des maths, Euromaths) et un manuel de CM2 (Euromaths), quatre manuels de 6ème (Domino, Hélice, Sésamath, Transmath) et trois manuels de 5ème (Domino, Sésamath, Transmath). Le travail a été mené sur le vocabulaire (occurrences des mots, contextes d'utilisation, acceptions, etc.). Il n'y a pas pour l'instant de conclusion tranchée.

Quelques observations :

- l'objet manuel, tout d'abord, est très différent au primaire et au collège : peu de « cours » au primaire, existence d'un manuel du maître conséquent et donc d'un discours dédoublé. On voit par exemple que les « marqueurs » de Rakotovoavy sont utilisés dans le manuel du primaire uniquement dans les petites phrases du manuel de l'élève destinées à l'enseignant (l'exemple porte sur le mot « quelconque », on fait la même constatation avec « donné », « fixe », « particulier » dans son sens opposé à quelconque etc.).

Exemples :

CONSOLIDATION

CALCUL MENTAL
Jeu du furet : compter de 100 en 100 en croissant à partir de 0, en croissant et en décroissant à partir d'un nombre quelconque.

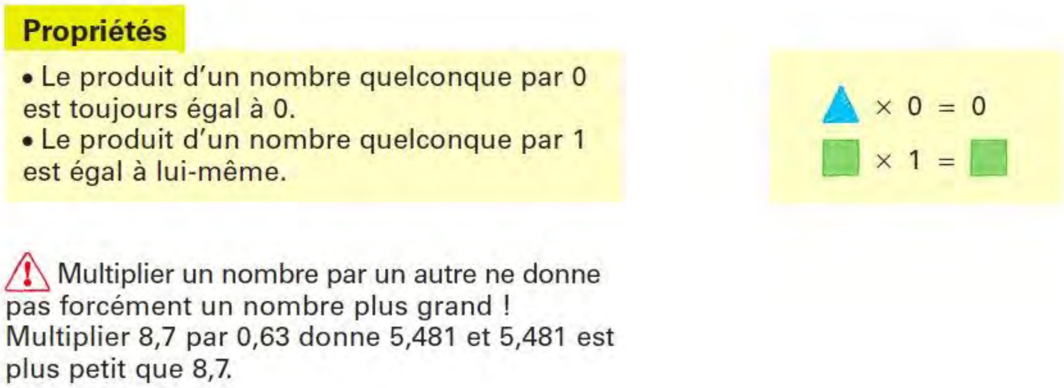
Dénombrer une collection organisée

Objectif : dénombrer les éléments d'une collection en utilisant des groupements réitérés de 10 et de 100.

EXERCICE DIRIGÉ

modèle 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Euromath CM1, 2009



Propriétés

- Le produit d'un nombre quelconque par 0 est toujours égal à 0.
- Le produit d'un nombre quelconque par 1 est égal à lui-même.

Multiplier un nombre par un autre ne donne pas forcément un nombre plus grand ! Multiplier 8,7 par 0,63 donne 5,481 et 5,481 est plus petit que 8,7.

Helice 6ème, 2009

- les différences d'usage du vocabulaire sont très (essentiellement ?) liées au programme, difficile de trouver des évolutions indépendantes de ce point.

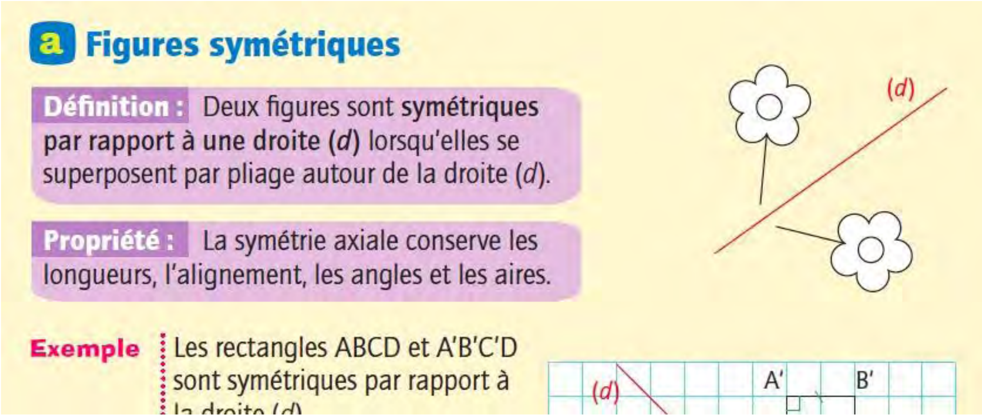
Exemple de vocabulaire apparaissant ainsi en 6ème (inexistant dans les programmes du primaire) : « bissectrice », « médiatrice ».

Exemple de vocabulaire dont l'utilisation est croissante : le mot « près » dans « à ... près », ou « au ... près ». L'utilisation est croissante, et les exigences relatives, la technicité de l'emploi de plus en plus fortes.

- certains mots ont un usage imprécis et flou, relativement indépendamment du niveau : « hauteur », « base » (mais aussi « point », « droite », etc.). La notion de « hauteur » par exemple (« la hauteur du triangle ») ou celle de « base » ne sont pas ou peu définies, elles peuvent être polysémiques désignant alternativement la « longueur » et le « segment » (et à partir de la 5^{ème,} le mot « base » désigne aussi une surface ou une aire pour les calculs de volume).

- voit-on apparaître un certain formalisme ? On constate l'apparition de mots clefs liés à une certaine formalisation des raisonnements le « si :... alors :... » par exemple, l'usage mathématique d'« appartenir », de « déterminer », l'usage de « respectivement ».

Le formalisme apparaît aussi dans la présentation, la posture choisie comme on le voit dans ces deux extraits :



Transmath 6ème, 2009

Euromaths CM2, 2009

Au delà des évolutions de contenu à enseigner (axe de symétrie d'une figure / figures symétriques), on voit là l'évolution de la présentation, et, surtout, l'apparition d'un certain formalisme (le cours existe en tant que tel, il y a un plan, des « définitions », des « propriétés », des « exemples » etc., même si les preuves ne sont pas présentes, ces intitulés sous-entendent et commencent donc à mettre en place un certain formalisme). *Remarque :* le verbe « conserver » (de l'extrait de Transmath ci-dessus) n'est utilisé qu'une fois dans ce sens dans ce manuel de 6ème (de façon générale il est très rarement utilisé dans les manuels, toujours dans le cours, sauf dans un exercice), il n'est pas défini. Quel est son rôle ici ? Permettre l'énoncé d'une propriété (elle-même caractéristique importante du discours mathématique de référence) ?

On trouve donc quelques évolutions dans les pratiques langagières des différents manuels mais ce travail est à approfondir. L'entrée par les manuels n'est sans doute pas la plus simple.

VII - CONCLUSION

La réflexion menée ici croise donc différents points de vue et analyse différents objets : le travail est à la fois didactique, linguistique, mathématique (logique), il porte à la fois sur le « langage des mathématiciens » et sur le « langage mathématique scolaire ». Il participe, à terme, à étudier la façon dont le langage utilisé en cours de mathématiques intervient dans l'apprentissage mathématique.

Une des caractéristiques du langage des mathématiciens, et, donc, de l'activité mathématique même, semble être d'être un lieu de croisement, de mélange entre langue naturelle et formalisme. Le discours n'est que très ponctuellement totalement formel ; à l'inverse, le discours est très rarement exempt de formalisme. La séparation, la distinction entre ces deux dimensions du langage est très délicate, voire impossible (elle n'est d'ailleurs pas nécessaire). On peut cependant étudier les modalités de leur imbrication. On a vu ici deux approches : l'analyse d'exemples de discours contemporains en mathématiques, l'analyse des choix faits de ce point de vue (explicités ou non par les auteurs) dans des textes de fondements mathématiques.

Il est certain que cette imbrication entre formalisme et langue naturelle dans le langage des mathématiciens n'est pas anodin pour l'apprentissage des mathématiques. La transition entre la fin du primaire et le début du secondaire est un moment intéressant d'observation de ce phénomène. L'activité mathématique scolaire et le discours mathématique scolaire évoluent (que ce soit le discours portant sur les objets, leur nature, sur leurs propriétés ou sur les preuves de leurs propriétés). On a vu ici, dans une première approche, que les textes de manuels donnent quelques indications sur ces évolutions, mais sont un intermédiaire difficile à étudier.

L'étude du lien entre langue naturelle et formalisme dans le discours mathématique (à l'école ou chez les mathématiciens) sera poursuivie et approfondie. D'autre part, il serait intéressant de chercher les traces de ces caractéristiques du langage des mathématiciens dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques par d'autres outils que celui de l'étude des manuels. Pour ces deux questionnements, l'utilisation d'entretiens avec les acteurs (mathématiciens, enseignants, élèves) pourrait permettre d'approfondir l'étude.

VIII - BIBLIOGRAPHIE

ACERBI F. (2012), *Le cas des mathématiques grecques : la voie syntaxique*, conférence du séminaire d'histoire des mathématiques de l'IHP, « La dialectique entre formalisme et langue naturelle en mathématiques », 20 janvier 2012, Paris

BRONCKART J-P. (2007), L'activité langagière, la pensée et le signe, comme organisateurs du développement humain, *Langage et société*, pp. 121-122, Paris

DURAND-GUERRIER V. (1999). L'élève, le professeur et le labyrinthe. *Petit x*, 50, p. 57-79.

EUCLIDE, traduit par PEYRARD F. (1818), L*es oeuvres d'Euclide en grec, en latin et en Français*, F. Patris, Paris

FREGE (1879), traduit de l'allemand : BESSON C. (1999) « Idéographie », Vrin, Paris

FREGE (1882), Que la science justifie le recours à une idéographie, traduit de l'allemand dans IMBERT C. (1994) *Gottlob Frege, écrits logiques et philosophiques*, pp. 63-69, Seuil, Paris

GROUPE LOGIQUE, IREM DE PARIS (2012), notamment les documents du cours de CORI R. « Langage mathématique », en ligne http://www.irem.univ-paris-diderot.fr/sections/logique/

HERREMAN A. (2012), *Naturel ou pas, le langage veut être ignoré. Trois exemples : Frege (1879), Hilbert (1899) et Skolem (1922)*, conférence du séminaire d'histoire des mathématiques de l'IHP, « La dialectique entre formalisme et langue naturelle en mathématiques », 20 janvier 2012, Paris

HILBERT (1900), traduit de l'allemand dans LAUGEL L. (1900) *Les principes fondamentaux de la géométrie*, Gauthier Villard, Paris

JAUBERT M., REBIERE M., BERNIÉ J-P. (2003), L'hypothèse « communauté discursive » : d'où vient-elle ? où va-t-elle ?, *Les cahiers de Théodile*, 4, Lille

JAUBERT M., REBIERE M., BERNIÉ J-P. (2004), Significations et développement : quelles « communautés » ? dans MORODU C. RICKENMANN R. (2004), *Situation éducative et significations,* De Boeck Université, 2004

RAKOTOVOAVY F. (1983), *Les difficultés linguistiques et pédagogiques soulevées par l'emploi dans les textes mathématiques de certains adjectifs marqueurs de variance (exemples principalement empruntés dans des manuels du second degré)*, Thèse Université Paris 7, IREM de Paris, Paris

REBIERE M. (2011), *S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ?*, conférence de la 16ème école d'été de didactique des mathématiques, Carcassonne [notes personnelles, actes à paraître]

Manuels scolaires :

CHAMPEYRACHE G. (dir.) (2010), *La clef des maths CM1*, Belin, Paris

CHESNÉ J-F., LE YAOUANQ M-H., COULANGE L., GRAPIN N. (2009), *Hélice 6ème,* Didier, Paris

HACHE C. (dir.) (2005), *Domino 6ème*, Nathan, Paris

HACHE C. (dir.) (2006), *Domino 5ème*, Nathan, Paris

MALAVAL J. (dir.) (2005), *Transmath 6ème*, Nathan, Paris

MALAVAL J. (dir.) (2006), *Transmath 5ème*, Nathan, Paris

PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2009), *Euromaths CM1*, Hatier, Paris

PELTIER M-L., BRIAND J., NGONO B., VERGNES D. (2009), *Euromaths CM2*, Hatier, Paris

SESAMATH, *Sésamath 6ème, Sésamath 5ème,* en ligne : http://manuel.sesamath.net/

retour sommaire

LES ENFANTS A HAUT POTENTIEL INTELLECTUEL EN DIFFICULTES SCOLAIRES : LE ROLE DES MATHEMATIQUES DANS LA DETECTION ET LA REMEDIATION.

Anne Virrion
Maître de conférences, Université Rennes1
IREM
Anne.virrion@univ-rennes1.fr

Résumé
Les enfants à haut potentiel intellectuel représentent aujourd'hui une population en grande partie ignorée par le système éducatif français contrairement à d'autres pays comme les États-Unis, le Canada ou plus près de nous la Belgique ou la Suisse (Lautrey, 2004).
Le rôle joué par les mathématiques dans ce contexte est également trop peu exploré par la recherche institutionnelle (Leikin, 2011).
L'article tente d'alimenter la réflexion sur ce sujet grâce aux résultats récents des travaux menés par notre Groupe Recherche-Formation (GRF) : Enfants « précoces », « surdoués », « à haut potentiel intellectuel » (2009-2012) au sein de l'IREM de Rennes, ainsi que des travaux de recherche de l'auteur.

Exploitations possibles
En formation transversale des enseignants, un apport théorique et pratique sur les élèves à haut potentiel intellectuel semble important. Qu'est ce que les ehpi ? Comment les diagnostiquer ? Quels modalités de travail mettre en place avec ces élèves ? Autant de questions qui peuvent être abordées grâce à cet article. Les mathématiques peuvent jouer un rôle fondamental dans la réponse à ces questions.

Mots-clés
Haut potentiel intellectuel. Surdoué. Difficultés scolaires.

LES ENFANTS A HAUT POTENTIEL INTELLECTUEL EN DIFFICULTES SCOLAIRES : LE ROLE DES MATHEMATIQUES DANS LA DETECTION ET LA REMEDIATION.

Anne Virrion
Maître de conférences, Université Rennes1
IREM
Anne.virrion@univ-rennes1.fr

Résumé
Les enfants à haut potentiel intellectuel représentent aujourd'hui une population en grande partie ignorée par le système éducatif français contrairement à d'autres pays comme les États-Unis, le Canada ou plus près de nous la Belgique ou la Suisse (Lautrey, 2004).
Le rôle joué par les mathématiques dans ce contexte est également trop peu exploré par la recherche institutionnelle (Leikin, 2011).
Nous allons tenter ici d'alimenter la réflexion sur ce sujet grâce aux résultats récents des travaux menés par notre Groupe Recherche-Formation (GRF) : Enfants « précoces », « surdoués », « à haut potentiel intellectuel » (2009-2012) au sein de l'IREM de Rennes, ainsi que des travaux de recherche de l'auteur.

INTRODUCTION

Il peut paraître paradoxal de considérer qu'un élève à haut potentiel intellectuel (que l'on notera ehpi par la suite) puisse être en difficulté à l'école. Pourtant les chiffres ne trompent pas : près d'un sur deux redouble au cours de sa scolarité, un tiers ne passe pas le cap de la troisième et un autre tiers n'atteint pas les études supérieures (Delaubier, 2002).

Après avoir précisé ce que nous entendons par *haut potentiel intellectuel*, nous verrons les difficultés scolaires, les troubles et les malentendus qui peuvent en découler. Nous ferons un tour d'horizon rapide des dispositifs mis en place dans certains établissements scolaires en France et à l'étranger (Lautrey, 2004). Nous nous interrogerons ensuite sur le rôle que peuvent jouer les mathématiques dans ce contexte en nous penchant plus particulièrement sur le cas des enfants présentant un haut potentiel en mathématiques (Camos, 2004), dans une optique de détection d'une part et d'intégration d'autre part :

- Peut-on espérer mettre au point des outils et des critères de détection du haut potentiel liés aux aptitudes mathématiques ?

- Les mathématiques jouent-elles un rôle privilégié pour les ehpi ? Peut-on utiliser les mathématiques comme « levier » pour aider les ehpi en difficulté à surmonter leurs angoisses et à mieux s'intégrer dans le système scolaire classique ?

I - LES ENFANTS À HAUT POTENTIEL INTELLECTUEL : QUI SONT-ILS ?

1 Une pluralité de points de vue

Qui sont donc précisément ces enfants que l'on dit : « surdoués », « intellectuellement précoces », « à haut potentiel intellectuel » ?

Une chose est sûre, il n'existe pas de définition unique et universellement reconnue. Il existe toutefois un critère majeur qui semble faire l'unanimité ; ces enfants possèdent un Quotient Intellectuel supérieur ou égal à 130 aux tests de type Weschler (nous y reviendrons plus loin). C'est la seule définition retenue actuellement par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS). Cette seule mesure ne peut cependant pas suffire à cerner une notion comme celle-ci.

Dans son rapport sur « La scolarisation des élèves intellectuellement précoces », commandité par le Ministre de l'Education Nationale Jack Lang en 2002, Jean-Pierre Delaubier en donne la définition suivante : *D'une manière générale, ces termes sont utilisés pour désigner un enfant qui manifeste la capacité de réaliser, dans un certain nombre d'activités, des performances que ne parviennent pas à accomplir la plupart des enfants de son âge* (Delaubier, 2002).

De son côté, Jean-Charles Terrassier, psychologue de l'enfance et spécialiste des ehpi dit : *L'enfant intelligent est celui qui est capable d'entendre de la musique là où les autres ne perçoivent que du bruit. Cette capacité à percevoir des relations cachées et à en créer d'autres constitue pour moi le noyau dur de l'intelligence.*

Il existe donc diverses façons d'approcher ce concept d'intelligence exceptionnellement élevée qui se retrouvent d'ailleurs dans la variété des terminologies utilisées pour désigner les personnes qui en sont pourvues. En France, on parle de :

- « surdoué », essentiellement dans les medias et dans le langage courant. Ce terme évoque un excès. L'enfant aurait quelque chose en trop, mais aussi un don venu d'on ne sait où et dont il devrait se montrer digne,

- « élève intellectuellement précoce » dans l'Education Nationale, mettant ainsi en avant une notion d'avance sur les élèves du même âge. Or, comme nous le verrons plus loin, il ne s'agit pas véritablement d'avance, mais plutôt de capacités différentes, dont un adulte ne dispose d'ailleurs pas nécessairement,

- « enfant à haut potentiel intellectuel » dans la communauté scientifique. C'est cette dernière terminologie que nous retiendrons, car elle nous semble mieux rendre compte de la spécificité de ces enfants, et des adultes qu'ils vont devenir, en évoquant un potentiel exceptionnel qui trouvera ou non à se réaliser selon les aléas de l'existence. Ceci étant nous nous autorisons à utiliser également le terme de précocité, dans un souci d'éviter les trop nombreuses répétitions.

En Amérique du nord, les termes consacrés sont « gifted » et « giftedness » que les québécois traduisent par « doué » et « douance ».

2 La « théorie des trois anneaux »

Si l'on se tourne du côté de la recherche en psychologie cognitive, un consensus semble se dégager autour de trois conceptions récentes de la réalisation du « haut potentiel intellectuel », celles de Joseph Renzulli (Renzulli, 1986), François Gagné (Gagné, 2000) et de Kurt Heller (Heller et al., 2000). Nous ne citerons ici que celle proposée par Joseph Renzulli, psychologue de l'éducation aux États-Unis et spécialiste des ehpi, qui a notre préférence. Ce modèle appelé « théorie des trois anneaux », fait intervenir trois composantes essentielles : des aptitudes intellectuelles élevées, un degré élevé de créativité et un engagement marqué.

- Les aptitudes intellectuelles élevées se manifestent soit par des performances élevées dans un domaine spécifique (mathématiques, littérature, arts, ...) constatées par les experts, soit par des résultats élevés dans un test psychométrique d'intelligence générale (Q.I).
- La créativité est une condition indispensable à la réalisation du potentiel. Elle se caractérise par la manifestation de qualités telles que l'originalité, l'inventivité, la curiosité, l'adaptabilité. C'est aussi la capacité de construire des liens, des structures et de donner du sens, mais aussi de remettre en cause et de questionner. Il semblerait qu'il soit assez difficile d'évaluer précisément les capacités créatrices d'un individu en dehors de l'évaluation directe de productions originales.
- L'engagement se manifeste par une motivation forte et soutenue dirigée vers un domaine de compétences particulier. On constate que les ehpi ont tendance à se passionner pour des sujets comme l'origine de l'univers, la préhistoire, l'astronomie, également pour ce qui touche à la survie : l'écologie, les animaux en voie de disparition, la pollution, enfin pour les jeux de stratégie comme les échecs, le jeu de go ou les jeux de rôle. Les ehpi parviennent dans certains cas et dans certains domaines à des niveaux que l'on peut qualifier d'expertise et peuvent rapidement « dépasser leur maître ».

Selon Joseph Renzulli (Renzulli, 1986) c'est l'interaction de ces trois caractéristiques psychologiques fondamentales qui permet la manifestation du haut potentiel intellectuel.

3 Les échelles de Weschler

Dans la pratique l'identification du haut potentiel intellectuel se fait en grande partie grâce à des tests d'efficience intellectuelle. Les tests les plus souvent utilisés en France par les psychologues pour ces mesures sont les échelles de Weschler : WPPSI avant 6 ans (Weschler Preschool Primary Scale of Intelligence), WISC de 6 à 16 ans (Weschler Intelligence Scale for Children) et WAIS à partir de 16 ans (Weschler Adult Intelligence Scale).

Ces échelles statistiques permettent de classer les performances aux tests selon une loi normale gaussienne. Par convention, la valeur moyenne est égale à 100 et l'écart-type à 15. On parle alors de haut potentiel intellectuel lorsque le résultat total obtenu (Q.I.) dépasse la moyenne de deux écarts-types, à savoir 130. On parle aussi de « très haut potentiel » à partir de 145.

Il est à noter que le WISC en est à sa quatrième version depuis sa création en 1949, la version actuelle du WISC 4 date de 2003. Il s'avère en effet nécessaire de réévaluer régulièrement les items proposés dans le test afin de compenser l'augmentation régulière des performances moyennes. On nomme ce phénomène l'effet Flyn du nom du chercheur qui en fit l'observation. Le gain moyen de points de Q.I. semble compris entre 3 et 7 points par décennie selon les études...

De plus la version actuelle du WISC fait disparaître la dichotomie entre les tests verbaux et non verbaux choisissant d'introduire quatre indices de performance : la compréhension verbale, le raisonnement perceptif, la mémoire de travail et la vitesse de traitement de l'information. On obtient ainsi quatre scores distincts, le Q.I. total étant obtenu comme la moyenne de ces quatre nombres. Le WISC 4 permet donc outre la mesure du Q.I. de dresser le profil cognitif de l'enfant évalué.

4 Le point de vue neuropsychologique

Les différentes études scientifiques menées sur le sujet par des chercheurs en neuropsychologie mettent en évidence des particularités neurologiques qui semblent liées au haut potentiel intellectuel, en particulier l'hypothèse d'une plus grande implication de l'hémisphère cérébral droit dans les processus cognitifs chez les ehpi (Jambaqué, 2004). D'autres facteurs neurologiques sont mis en évidence par les chercheurs comme une vitesse de conduction nerveuse supérieure, un taux de sommeil paradoxal plus élevé (Grubar, 1997), ou une meilleure efficacité des capacités d'inhibition et des fonctions exécutives et attentionnelles liées au cortex préfrontal (Houdé, 2000 – Hermans, 2010).

Ces spécificités neuro-biologiques induisent un fonctionnement intellectuel et psychoaffectif différent de celui des autres enfants :

- une forme de pensée spécifique : divergente, en arborescence, analogique, intuitive et visuelle,

- un traitement de l'information très rapide, voire fulgurant,

- une mémoire de travail exceptionnellement développée,

- une très grande réceptivité aux stimuli environnementaux qui s'accompagne d'un état d'alerte permanent et d'un grand sens de l'observation,

- une hypersensibilité aux émotions personnelles et à celles d'autrui (forte empathie),

- une hyperesthésie (exacerbation des sens). Certains ehpi parviennent à distinguer des sons ou des fréquences inaudibles par d'autres, ou sont extrêmement sensibles aux odeurs ou encore aux matières des vêtements qu'ils portent.

Notons que cette forme de pensée est particulièrement anxiogène. L'enfant est sans arrêt sur le qui-vive, il perçoit toutes les émotions qui l'environnent et voit dans toute situation les dangers potentiels qu'elle recèle.

5 Quelques chiffres

Si l'on s'en tient aux mesures de Q.I., les enfants à haut potentiel intellectuel (Q.I. ≥ 130) représentent 2,5% des enfants de leur âge, soit 300 000 enfants scolarisés en France, soit encore un élève par classe en moyenne.

Si l'on baisse la barre à 125 de Q.I., ce qui est préconisé par un certain nombre de psychologues, on obtient 5 % de la population, soit un à deux élèves par classe. C'est environ le pourcentage estimé d'enfants dyslexiques en France !

Remarquons que le nombre de filles à haut potentiel est semblable à celui des garçons.

Si l'on regarde d'un peu plus près cette population, on s'aperçoit que contrairement à ce à quoi on pourrait s'attendre celle-ci n'est pas uniquement constituée d'individus brillants ou réussissant des carrières exceptionnelles, loin s'en faut. On constate plutôt ce que l'on pourrait appeler « le paradoxe de l'intelligence » et qui est illustré par les faits statistiques suivants :

- 50 % des ehpi rencontrent des difficultés sérieuses d'apprentissage,
- 45 % redoublent au moins une fois,
- 33 % d'entre eux sont en échec en fin de troisième dans un cycle « normal »,
- 3 ehpi en difficulté sur 4 sont des garçons !

Notons également que les principaux (90 %) motifs de consultation du CNAHP (Centre National d'Aide aux enfants et adolescents à Haut Potentiel) concernent les problèmes scolaires comme l'hyperactivité, l'ennui, la phobie ou l'échec scolaire (Kermarrec - Tordjman, 2010)

Quelle est l'origine de ces problèmes ? Pourquoi des enfants qui réussissent aussi brillamment aux tests d'efficience intellectuelle ont-ils autant de difficultés dans le système scolaire actuel ? Pour quelles raisons les garçons à haut potentiel sont-ils plus en difficulté que les filles à l'école ? Autant de questions que nous allons tenter d'aborder par la suite.

II - A L'ÉCOLE : QUELS PROBLEMES ET QUELLES ADAPTATIONS ?

Rappelons tout d'abord que tous les ehpi ne rencontrent pas de difficultés scolaires et que tous les enfants en difficulté ne sont pas des ehpi.

1 Quatre catégories de problèmes

1.1 Traitement des données

Un des problèmes les plus fréquemment rencontrés par les ehpi est une grande difficulté à expliquer ou justifier un résultat trouvé. Le fonctionnement de leur pensée sous forme divergente et arborescente ne favorise pas l'analyse et la production de raisonnements. L'intelligence est fulgurante, peu maîtrisée, intuitive et se déroule presque totalement à l'insu de l'enfant. Elle repose sur une mémoire de travail et une capacité de stockage des informations particulièrement développées. Ainsi l'enfant dispose de grandes facilités à produire du sens, du lien et de la nouveauté. Il est créatif et original. Il est également rapide, mobile, alerte, intuitif. Mais tout cela au détriment de la structuration et de la rationalisation de sa pensée. Incapable de maîtriser les processus et modes opératoires en jeu, il se retrouve extrêmement démuni lorsqu'il s'agit d'expliquer et de justifier ses résultats. Le problème est particulièrement crucial en mathématiques lorsqu'il s'agit de construire des démonstrations. De l'évidence au pas à pas de la démonstration, le passage est difficile.

Le contraste entre la fulgurance des réponses et l'incapacité d'en expliquer clairement le cheminement est un des principaux signes d'alerte de la précocité intellectuelle.

De plus, l'incapacité de savoir d'où vient un résultat trouvé est très inquiétante pour l'enfant qui ressent des doutes sur ses capacités réelles : « Ce résultat que j'ai réussi à trouver, sans vraiment savoir comment, saurais-je le retrouver demain ou un autre jour ou si les circonstances sont différentes, ou lors d'un contrôle ? ». Les bases de son savoir sont mouvantes, cachées et donc totalement insécurisantes.

L'organisation du travail est également souvent problématique pour les ehpi, car nécessitant essentiellement un traitement séquentiel de l'information.

1.2 Communication

L'ehpi a également une relation particulière au langage. Pour lui, le sens est essentiel et un mot doit être employé dans son acception la plus précise. Il dispose d'un vocabulaire abondant et précis, voire précieux, et l'utilise avec une grande maîtrise. Mais il se retrouve rapidement perdu lorsque les mots sont détournés de leur sens, imprécis, sous-entendus. Les implicites le paralysent. Toute consigne est prise au pied de la lettre. Cela peut générer des situations de grande confusion, comme le montrent les témoignages suivants :

- *Lors de la résolution écrite d'une équation en classe de 3e, à la question de l'enseignant : « Trouver x dans l'équation suivante : ... », Yvon répond en toute bonne foi : « Et bien, x il est là ! » en montrant du doigt la place de x sur la feuille. Pour Yvon, la question aurait dû être : « Trouver la ou les valeurs de x qui satisfont l'équation suivante :... ».*

Yvon est tellement habitué à ne pas reconnaître le degré de difficulté de la question posée, qu'il ne sait pas implicitement comprendre ce que l'on attend de lui. Il est donc totalement perdu. Et ce qui pourrait passer pour de la provocation n'est que l'aveu d'un profond désarroi.

- *À la question : « Qu'est-ce qui fait que le fer rouille ?», dans un test d'intelligence, une adolescente surdouée de 13 ans répond, perplexe : « Je ne sais pas ». Pourtant après investigation complémentaire « Qu'est-ce que c'est que tu ne sais pas ? », elle répond sereinement « Je ne connais pas le processus chimique qui permet d'expliquer l'oxydation !»* (Siaud-Facchin, 2008).

De la même façon qu'Yvon, cette adolescente ne sait pas évaluer le degré de difficulté de la question posée. La réponse attendue par l'adulte lui a semblé beaucoup trop simple pour qu'elle la considère comme correcte.

Cette utilisation très spécifique du langage, ainsi que des centres d'intérêt souvent différents, sont également source de d'incompréhension entre l'ehpi et ses pairs. En voici deux exemples :

- *En grande section de maternelle, l'enseignante demande des exemples de liquide. Marc, qui à 5 ans est féru de physique et de chimie, répond « L'azote liquide », ce qui déclenche l'hilarité générale.*
- *La maîtresse de Jules, 7 ans au CP, déclare : « Pas étonnant qu'il n'ait pas de copains ... Quand je demande un synonyme de « banc de poissons », Jules propose « gent aquatique » ».* (Renucci, 2008)

L'ehpi se retrouve souvent isolé, si ce n'est stigmatisé, et déploie alors de gros efforts pour essayer de gommer ses différences.

1.3 Écriture

Le problème du passage de l'oral à l'écrit est également un « classique » dans la vie des ehpi. On constate en effet des troubles fréquents liés d'une part à une grande lenteur graphique, des difficultés à maîtriser l'écriture des lettres, les dessins géométriques, et d'autre part à une expression écrite paradoxalement pauvre compte tenu du foisonnement des idées et de la qualité de l'expression orale. Il s'agit de deux problèmes distincts qui se rejoignent lors de la rédaction d'épreuves écrites, mais aussi dans la prise de notes et la gestion des cahiers.

Jean-Charles Terrassier (Terrassier, 1999) parle de « dyssynchronie » pour évoquer le décalage entre le développement psychomoteur de l'enfant et son développement intellectuel. L'enfant a du mal à trouver un rythme global entre une capacité graphique lente et peu développée et une pensée fulgurante et explosive. D'autre part, passer de l'oral à l'écrit nécessite de faire une sélection et une analyse des informations pertinentes. Or l'élève à haut potentiel intellectuel éprouve justement de grandes difficultés à structurer sa pensée, à trier et hiérarchiser les données. Il se trouve alors confronté à des difficultés majeures.

1.4 Comportement

L'ehpi a besoin de stimuli particulièrement nombreux et élevés. Si le problème à résoudre n'est pas assez complexe, il ne parvient pas à mettre « sa machine cérébrale en route ». L'excitation, l'agitation, l'hyperactivité en classe sont des moyens pour lui de pallier le manque d'excitabilité des exercices ou des activités qui lui sont proposés. Il est très fréquent qu'un ehpi ne parvienne pas à résoudre des exercices simples sur une notion donnée et réussisse très bien ceux qui sont plus complexes et semblent, du point de vue de l'enseignant, nécessiter un raisonnement plus élaboré (Tordjman, 2010).

L'ehpi comprend souvent une notion dès la première explication, il se retrouve alors de longs moments intellectuellement inactif, décrochant du groupe, s'isolant dans ses pensées. L'enseignant ne l'interroge plus, sachant qu'il connaît la réponse, et désirant, à juste titre, laisser la parole aux autres élèves, moins rapides. L'enfant se retrouve alors privé de parole et de reconnaissance, ce qui ne fait qu'accentuer son sentiment de solitude. N'étant pas entendu, ni reconnu par ses pairs et par les enseignants, il va commencer à s'isoler, cherchant dans le foisonnement de sa pensée un réconfort et une tentative d'explication de ses souffrances. Il se retrouve alors dans un cercle vicieux qui va l'entraîner vers des problèmes de plus en plus graves : développement de tics, de TOC, phobie scolaire, dépression, tentatives de suicide. (Jeanne Siaud-Facchin, psychologue clinicienne et spécialiste des ehpi, signale dans (Tordjman 2005) qu'en 2003, à l'hôpital de La Timone à Marseille, le nombre de jeunes à haut potentiel hospitalisés pour des troubles dépressifs graves avec tentatives de suicides s'élevait à plus de 20 % du nombre total d'adolescents hospitalisés). Dans l'optique de s'intégrer à tout prix, il peut également tenter de faire obstruction à ses débordements intellectuels et émotionnels en essayant de « couper le robinet ». Pour les adolescents à haut potentiel, l'inhibition intellectuelle est une stratégie d'intégration. La machine intellectuelle est alors comme en veille, elle fonctionne au ralenti et n'est plus stimulée. Petit à petit l'adolescent s'enfonce dans une anorexie intellectuelle (Terrassier, 1999) qui est parfois irréversible.

2 Quels outils de remédiation

2.1 Un diagnostique précoce

C'est la méconnaissance de la précocité qui représente le risque majeur pour l'enfant. Son identification lui est d'autant plus bénéfique qu'elle intervient tôt en lui permettant d'exploiter au mieux ses compétences avant qu'une pathologie ne s'installe. Selon une étude TNS Sofres datant de 2004, les difficultés scolaires rencontrées par les ehpi apparaissent majoritairement au primaire (71 %), mais également en préélémentaire (61 %). On peut même aller plus loin dans la précocité des manifestations du haut potentiel. Selon Laurence Vaivre-Douret pédopsychiatre (Vaivre-Douret, 2003) on constate dès les premiers mois de l'enfant une précocité du développement moteur, du langage, de la structuration spatiale et des étapes du développement psychoaffectif. Nous verrons plus loin le rôle que peuvent jouer les mathématiques comme outil de détection dès la maternelle. Nous nous intéressons ici aux différents signaux d'alerte que l'on peut facilement identifier en primaire. Le tableau ci-dessous, réalisé par les membres du GRF, énumère les principaux signaux d'alerte en les plaçant en regard de certains comportements proches mais qui ne relèvent pas, a priori, de la précocité. Rappelons que seul un psychologue est habilité à poser un diagnostic.

Tableau 1. Tableau énumérant certains comportements fréquemment constatés chez les ehpi, mis en parallèle avec des comportements proches mais ne relevant pas, a priori, du haut potentiel intellectuel.

Recherche la complexité	Apprécie la simplicité
Pose continuellement des questions	Se satisfait des réponses données
Crée ses propres modèles	Suit les modèles donnés
Discute les réponses attendues	Donne des réponses (vraies ou fausses)
Dispose d'un vocabulaire précieux et précis	A un vocabulaire riche
A des difficultés à travailler avec les autres	S'adapte au dispositif proposé
Montre une hyper-sensibilité émotionnelle	Montre de la sensibilité mais se calme facilement
Ne contrôle pas sa prise de parole mais est	Ne contrôle pas sa prise de parole mais est souvent

pertinent	hors propos
Montre un décalage entre ses compétences et son comportement parfois infantile	A un comportement et des aptitudes cohérents
Sait déjà	Apprend facilement
Devine vite	Comprend facilement
Mémorise de manière fulgurante	A une mémoire efficace
Est très critique	Adhère au propos de l'enseignant
Est agité mais finalement toujours en alerte	Est agité et réellement ailleurs
Est apathique mais finalement toujours en alerte	Est dans la lune et réellement ailleurs
A un graphisme problématique mais des résultats justes	A un graphisme problématique avec de nombreuses erreurs
Trouve souvent une réponse complexe sans savoir expliquer son cheminement	Trouve souvent la réponse juste et sait généralement l'expliquer
Prend les mots d'une consigne au pied de la lettre	Privilégie le sens global de la consigne

Si les éléments recensés à l'aide de ce tableau évoquent une possibilité de haut potentiel, il est donc souhaitable de faire établir un diagnostic chez un professionnel, selon les méthodes qu'il estime appropriées. Une fois le diagnostic posé, deux points s'avèrent essentiels pour tenter d'empêcher les troubles de s'installer, d'abord l'acceptation de ce diagnostic par les enseignants (et les autres élèves), ensuite l'intégration de l'enfant avec ces spécificités.

Contrairement à ce que l'on pourrait penser, c'est le premier de ces deux points qui pose le plus de problèmes. En effet, « d'une manière générale, les enseignants attendent des enfants à haut potentiel qu'ils soient enthousiastes, travailleurs et polis. » (Clark, 2008). Ils ont donc assez de mal à croire qu'un élève brouillon, provocateur ou apathique puisse être à haut potentiel. Les nombreux textes et circulaires officielles de l'éducation nationale n'ont pas encore réussi à venir à bout de ces a priori.

Lorsque l'enfant est accepté avec ces difficultés et ses facilités propres, il est alors plus facile à l'enseignant de l'intégrer dans sa classe. Prenons l'exemple, qu'on nous a rapporté, d'une fillette de trois ans qui sait déjà lire en arrivant en petite section de maternelle. Son maître s'en étant aperçu, il en parle à ses parents. Ceux-ci l'informe qu'elle a appris à lire toute seule et que le psychologue l'a diagnostiquée ehpi. L'enseignant propose alors à la fillette de lire à sa place tous les matins un court texte à l'ensemble de la classe comme il le fait lui-même d'habitude. La fillette accepte ravie. Non seulement l'enseignant a reconnu et accepté son haut potentiel, mais il a aussi réussi à l'intégrer dans la classe comme un élément parmi d'autres et sans que cela ne pose de problème aux autres élèves.

2.2 Des adaptations pédagogiques

Il existe plusieurs sortes d'adaptations pédagogiques susceptibles de répondre aux problèmes liés au haut potentiel.

Dans les classes « ordinaires » :

La première consiste à proposer à l'élève à l'intérieur d'une classe « ordinaire » des aménagements pédagogiques. Nous proposons par exemple ceux-ci :

- complexifier certains énoncés ou certaines questions, y compris à l'oral,

- laisser à disposition des élèves des activités complémentaires auxquelles ils ont accès lorsqu'ils ont achevé une tâche commune,

- laisser du temps supplémentaire pour la rédaction lorsque l'écrit est problématique, ou permettre à l'élève d'utiliser des logiciels de traitement de texte pour rédiger certains textes, ou encore des logiciels de géométrie pour les tracés des figures,

- dispenser l'élève de certaines activités répétitives,

- permettre à l'élève de présenter à la classe son domaine d'expertise le cas échéant, voir de mener un petit atelier régulier.

D'une manière plus générale, toute activité ou dispositif permettant à chacun de mettre en oeuvre ses capacités personnelles à son propre rythme sera bénéfique à l'ehpi.

Une autre mesure envisageable est l'aménagement du parcours scolaire. Comme le recommande le rapport Delaubier, il est souhaitable « d'utiliser pleinement les possibilités offertes par l'organisation par cycle pour adapter le parcours de ces élèves à leurs besoins. [...] Dans cette perspective, tirer profit des classes à double ou triple niveaux : le choix de ces structures pourrait être privilégié pour accueillir les élèves précoces. » Il recommande également « d'utiliser à bon escient la réduction d'une année de l'un des cycles du primaire : en mettant l'organisation par cycle au service des élèves précoces, on est conduit naturellement à les faire bénéficier de cette accélération prévue dans le prolongement de la Loi de 1989. Il faut remarquer que cette ressource est actuellement peu exploitée (le pourcentage d'élèves « en avance » à l'issue de la scolarité primaire est en baisse constante depuis les années 60). » (Delaubier, 2002).

Pour aller dans le même sens, il nous semble que le passage anticipé dans une classe supérieure, loin d'être à éviter, soit en général une solution particulièrement bénéfique pour ces enfants. En effet comme le souligne Jean-Marc Louis et Fabienne Ramond dans leur ouvrage *Scolariser l'élève intellectuellement précoce* (2007) : « Le saut de classe non seulement va favoriser le développement naturel de l'élève et son évolution mais il va également réduire indirectement les effets de la précocité en plaçant l'élève devant des tâches correspondant à ses possibilités. » Mais celui-ci doit avoir lieu le plus tôt possible afin d'éviter qu'il n'ait lieu au collège où il devient plus difficile à accompagner et se complique de par les enjeux liés à l'adolescence.

Notons que, toujours d'après l'étude TNS Sofres de 2004, 57 % des ehpi auraient vécu au moins un passage anticipé dans la classe supérieure, dont 45 % dès la maternelle.

Dispositifs alternatifs :

Il existe également des dispositifs d'accueil spécifiques où les élèves à haut potentiel sont accompagnés dans leur scolarité. On distingue essentiellement deux types de tels dispositifs : regroupement ou accompagnement. Le premier est principalement mis en place dans des établissements privés, comme c'est le cas par exemple dans le collège de l'établissement Saint-Vincent à Rennes depuis 1998. Le dispositif prévoyait au départ également une accélération du cursus puisque les élèves pouvaient faire le collège en trois ans. Depuis quelques années, les modalités d'accueil des ehpi ont changé dans cet établissement. Ils sont maintenant intégrés à la classe européenne et hormis les sauts de classe éventuels, ils effectuent les quatre années de collège en entier. L'Éducation Nationale a quant à elle plutôt favorisé l'intégration des ehpi au sein des classes ordinaires afin d'éviter leur marginalisation. Les dispositifs mis en place sont, dans ce cas, réservés aux ehpi en grandes difficultés d'adaptation scolaire. Ils bénéficient alors d'accompagnements spécifiques sous forme de tutorat ou d'adulte référent, de suivis réguliers et parfois d'activités spécifiques. De plus, les enseignants de ces établissements sont sensibilisés aux spécificités des ehpi, ce qui permet de dissiper certains malentendus. Le Collège Échange à Rennes a mis en place un tel dispositif en 2007, sur le modèle de celui qui existe au Collège Janson de Sailly à Paris depuis 2004, ou encore au Collège Joliot-Curie de Bron près de Lyon depuis 1995. Pour plus de détails sur ces dispositifs, voir le paragraphe 4 de (Lebaud, 2011).

Notons que ces dispositifs d'accueil spécifiques sont généralement mis en place au niveau du collège. Il existe toutefois également des dispositifs de ce type dans quelques écoles primaires, mais ils sont plus rares, le fonctionnement par cycle et les aménagements pédagogiques semblant permettre de répondre suffisamment aux besoins de ces enfants.

III - LES MATHEMATIQUES : QUELS ROLES PEUVENT-ELLES JOUER ?

Il faut d'abord noter que si les mathématiques semblent devoir jouer un rôle central dans la problématique de la scolarisation des ehpi, les recherches sont encore bien maigres sur ce sujet (Leikin, 2011).

Les mathématiques constituent en général un domaine privilégié pour les ehpi. Elles sont en effet pour ceux-ci rassurantes car structurées, elles possédent leur propre langage, défini précisément et comportant peu d'implicites. Elles possèdent également leurs propres constructions, un cadre et des structures précis qui sont autant de « contenants » pour la pensée tout en débordement de ces jeunes. Elles sont de plus suffisamment complexes pour satisfaire leur besoin de stimulation, et l'on constate qu'ils possèdent en général une grande intuition des concepts mathématiques. C'est donc une matière qu'ils apprécient souvent particulièrement, au même titre, et pour d'autres raisons, que la musique ou encore les sciences de la vie et de la terre. Les mathématiques devraient donc jouer un rôle central comme outil de détection, mais aussi d'intégration et de médiation dans les situations difficiles.

1 Les mathématiques comme signal d'alerte et de diagnostic

Dans une optique de détection précoce du haut potentiel, il semblerait que l'école maternelle soit l'endroit idéal. Dès la petite ou la moyenne section, certains signes sont presque systématiquement annonciateurs de haut potentiel et ces signes sont principalement de deux ordres :

- langage précoce et performant, vocabulaire précis, conjugaisons maîtrisées,
- aisance remarquable en mathématiques, grande faculté de mémorisation et d'observation.

Selon Katherine Coiffard, spécialiste des ehpi, membre du CNAHP (Centre National d'Aide aux enfants et adolescents à Haut Potentiel) et professeur des écoles en maternelle : « Plus l'enfant est jeune, plus les mathématiques représentent un outil efficace de diagnostique de la précocité. » En petite section, une maîtrise avancée de la numération est particulièrement fréquemment observée chez les très jeunes enfants à haut potentiel. On constate par exemple, qu'ils savent

- énoncer la suite numérique jusqu'à 69 (l'obstacle du 70 étant rapidement levé si on l'explique à l'enfant),
- utiliser « 0 » comme indicateur de la quantité nulle, mais aussi dans l'écriture décimale de position,
- utiliser la division euclidienne dans des situations de tri ou de partage, c'est à dire constituer des « paquets » de même quantité et évaluer le reste.

Citons deux exemples que nous a rapportés Katherine Coiffard.

- Les bottes du Père Noël :

  En petite section, la maîtresse distribue à chaque enfant une feuille sur laquelle apparaissent des bottes de Pères Noël, il y en a 13. Il s'agit pour les enfants de les regrouper par paires en fonction de leurs similitudes. Dès qu'elle reçoit sa feuille, Sophie, une fillette à haut potentiel lui dit : « Je ne peux pas le faire. Je n'y arriverai pas. » La maîtresse lui en demande la raison et elle répond : « Avec 13 cela ne marche pas. Ce n'est pas possible. »

- La date :

  Toujours en petite section, la maîtresse utilise les chiffres apparaissant dans la date pour construire de nouveaux nombres. Lorsqu'elle marque 2120 au tableau, Jérôme lui dit : « Ca c'est pour après, on ne l'a pas encore passé ! ».

Si l'enfant est en mesure de manifester ses capacités dès les premières années de scolarisation et donc d'être reconnu comme ehpi par les adultes qui l'entourent, il pourra être accompagné et bénéficier des mesures d'aménagement nécessaires. Dans le cas contraire, l'enfant commencera à manifester des troubles du comportement très rapidement (surtout chez les garçons) : agitation, énervement, agressivité ou au contraire endormissement. En maternelle, neuf ehpi en difficulté sur dix sont des garçons ! Il est donc très important de ne pas « passer à côté » du diagnostic.

Remarquons que les difficultés rencontrées par les ehpi ne sont pas différentes de celles que rencontrent les autres enfants. Ce qui change ce n'est pas la nature de ces difficultés mais leur raison. C'est en interrogeant l'enfant que l'on comprend ce qui l'empêche de réussir. Par exemple, il ne fait pas un exercice par qu'il est trop facile, ou que cet exercice a déjà été proposé plus tôt, ou bien par ce que les consignes sont imprécises, ou par ce qu'il n'a pas le stylo de la bonne couleur !

Il est également important lors des évaluations de demander à l'enfant s'il peut faire mieux que ce qui est attendu, s'il peut aller plus loin. On peut alors découvrir qu'un enfant a des compétences qui sont totalement passées inaperçues jusque-là.

Pour conclure ce paragraphe, on peut dire comme le propose Katherine Coiffard, « *En maternelle, si un enfant va nettement plus loin que les savoirs scolaires attendus en numération, sériations, langage et facultés d'observation et de mémorisation, et nettement moins loin sur les savoirs être, comme mettre son manteau ou tenir sa fourchette, on peut sérieusement penser à la précocité.* »

2 Les mathématiques comme outil de remédiation

Les mathématiques peuvent également servir de « levier » pour aider les élèves à haut potentiel en difficultés dans le système scolaire à surmonter les deux grands problèmes qu'ils rencontrent, à savoir l'ennui et les difficultés relationnelles. C'est dans ce but que nous avons mené au printemps 2010 une expérimentation au sein du dispositif d'accueil des ehpi du Collège Échange à Rennes.

Ce dispositif concernait alors quatre jeunes détectés comme précoces et ayant manifestés des difficultés d'adaptation scolaire ou relationnelles au cours de leur parcours antérieur. Deux d'entre eux étaient en sixième dans deux classes différentes, un en quatrième et enfin le dernier en troisième.

Nous avons suivi en particulier deux d'entre eux Johan (élève de sixième) et Yvon (élève de troisième), les deux autres ehpi n'ayant pas souhaité être « observés ». C'est l'expérimentation menée avec Johan que nous allons décrire ci-dessous. Elle nous paraît en effet particulièrement instructive.

2.1 La situation de Johan

Johan est un jeune à haut potentiel âgé de 12 ans au moment de l'expérimentation. Il a suivi une scolarité particulièrement chaotique en primaire, avec des problèmes de croissance (en fauteuil roulant pendant un an en maternelle) et des périodes de déscolarisation régulières. Il est suivi dans un CMPP (centre médical psycho-pédiatrique) un jour par semaine, le jeudi.

Depuis son entrée au collège, la situation est assez « tendue ». Il manifeste de nombreux refus de suivre les cours, il déchire ou froisse systématiquement les feuilles qui lui sont distribuées. Il est sujet aux endormissements inopinés et aux provocations envers les enseignants. Il semble ne trouver qu'un très faible intérêt aux enseignements qu'il reçoit, hormis peut-être certains cours de français. L'enseignante en charge du dispositif évoque une éventuelle dyscalculie.

2.2 Les conditions de notre expérimentation

L'objectif au départ est d'observer le comportement et les pratiques de Johan lors des activités mathématiques. Nous nous présentons comme chercheur travaillant sur les modalités d'apprentissage des mathématiques des ehpi. Johan accepte d'être observé afin « d'aider la recherche ».

L'expérimentation se déroule durant les mois de mai et juin 2010 de la façon suivante :

- un entretien individuel (1h, le 26 avril)
- deux séances d'observation en cours de mathématiques (2 x 50 min, les 21 mai et 11 juin),
- une séance d'observation en aide personnalisée en mathématiques dans le dispositif (40 min, le 3 mai),
- deux séances individuelles d'exercices (2 x 40 min, les 4 et 10 juin),
- une séance de restitution (20 min, le 17 juin).

Pour les séances individuelles d'exercices, des feuilles sont proposées à Johan. Il s'agit d'exercices sélectionnés dans les « Concours d'entrée à l'IUFM de Bretagne » des années 2000. En effet, les exercices choisis ont l'avantage de faire appel soit à des notions élémentaires supposées acquises par Johan, comme pour la question 42, soit à des capacités de réflexion logique ou de vision dans l'espace, comme les questions 31 et 39 (voir Annexe). Ils se présentent sous forme de petits problèmes à résoudre, s'éloignant des exercices classiques des manuels scolaires. De plus, les thèmes mathématiques abordés sont variés : géométrie, addition et multiplication dans les entiers, nombres décimaux, logique, mise en équations, etc. ce qui devrait permettre à Johan de trouver des exercices qui lui plaisent parmi ceux qui ont été sélectionnés.

Par ailleurs, les énoncés comportent peu d'ambiguïté ou d'implicite et les questions sous formes de QCM sont rassurantes dans la mesure où l'on peut avoir une idée assez précise de la « nature » de la réponse attendue.

Une fois l'exercice choisi, Johan doit essayer de le résoudre directement au tableau. Nous essayons d'intervenir le moins possible. À la fin de chaque exercice, il est demandé à Johan une appréciation des degrés de difficulté et de plaisir ressentis :

Très Facile - Facile - Difficile - Très Difficile - Agréable - Bof –Ennuyeux.

2.3 Les observations

Pendant les cours de mathématiques, Johan est peu motivé. Il a du mal à se mettre en route. Sa table est placée en biais à côté du bureau de l'enseignante. Il ne connaît pas les définitions, ne sait pas ce qui était à faire pour la séance. Ces absences du jeudi semblent très handicapantes.

Dès qu'une consigne est imprécise dans un énoncé, il abandonne l'exercice et se démobilise. Son attention est très vite rompue.

Il semble plutôt à l'aise en géométrie (angles de segments de droites) malgré des problèmes de précision dans les tracés et le fait qu'il n'ait pas de matériel (compas, rapporteur, règle). Une fois en route, il fait rapidement les activités proposées quitte à effacer les tracés et à recommencer plusieurs fois. Mais il est prêt à s'endormir dès que le rythme est rompu (élève au tableau, attente que tout le monde ait fini, ...).

Pendant les séances individuelles d'exercices, Johan se prête facilement au jeu. Nous lui demandons d'énoncer oralement, autant que possible, ses stratégies de résolution, ce qu'il fait. Nous essayons de ne pas intervenir, afin de ne pas interférer dans sa réflexion.

Nous constatons en particulier dans l'exercice 31 de bonnes capacités de raisonnement. Johan met en place des stratégies explicites et parvient à les énoncer. Il résout rapidement et sans erreur la question. Il en est d'ailleurs assez étonné. Il qualifie l'exercice de « Très Facile et Agréable ». Par ailleurs, Johan semble avoir de gros problèmes avec les opérations arithmétiques. Il ne connaît pas les tables de multiplication par cœur (6 x 8 ?), (32/16 ?). Il tombe dans une sorte de léthargie dès qu'il est confronté à des calculs comme dans la question 42, où il parvient quand même à trouver une des deux réponses correctes. Il baille et se montre très mal à l'aise. Il qualifie cet exercice de « Difficile et Ennuyeux ». Par contre il est très enthousiaste lorsqu'un exercice lui plait, comme la question 39 qu'il trouve « Facile et Agréable ». Il semble à l'aise en géométrie dans l'espace.

À l'issue de la première séance d'exercices, il va se coucher sur le canapé qui se trouve dans la salle du dispositif et s'endort aussitôt. Il va dormir une heure entière.

2.4 Conclusions et épilogue

Johan a des acquis et des capacités certaines en mathématiques. Il ne semble pas avoir de problème majeur hormis avec les opérations élémentaires qui le plongent dans une sorte de « torpeur ». La raison est peut-être à chercher ailleurs qu'en mathématiques ?

Les problèmes rencontrés par Johan semblent plutôt dus à une inadaptation au fonctionnement scolaire qu'à des problèmes purement mathématiques : absence du jeudi, isolement, consignes imprécises, manque de motivations, ...

Lors de la séance de restitution, nous faisons part à Johan de nos conclusions et celles-ci semblent lui faire plaisir. Il dit être ravi de cette « collaboration » et nous serre la main. « Alors je suis bon en maths ! » Il est très fier et rassuré.

Quelque temps plus tard, nous rencontrons la responsable du dispositif qui se montre très étonnée par les changements observés chez Johan depuis notre venue. Il a de bien meilleures notes en maths, mais aussi dans les autres matières. Il passe dire bonjour aux membres du dispositif le matin en arrivant au collège, demande à réciter les tables de multiplications, semble plus épanoui. Ses parents disent également le trouver transformé. Il va au collège avec entrain et passe moins de temps à dormir !

Il apparaît donc que ces quelques séances d'observation ont eu sur Johan un effet bénéfique. Mais cela soulève un certain nombre de questions et de pistes :

Quel rôle avons-nous joué dans cette transformation ? Quel rôle ont joué les mathématiques ? Peut-on espérer faire jouer aux mathématiques un rôle « thérapeutique » de réadaptation ? Et si oui, quelles devraient en être les modalités ?

IV - CONCLUSION

Le fonctionnement cognitif des enfants à haut potentiel intellectuel et leurs éventuelles difficultés scolaires restent encore mal (ou mé-)connu dans le système scolaire et la recherche institutionnelle française. Certains préjugés « ont la peau dure ». Nous espérons que cet article contribuera à apporter un éclairage supplémentaire sur ce sujet.

C'est la méconnaissance de la précocité qui représente le risque majeur pour l'enfant. Il s'avère donc très important de proposer aux enseignants des outils de détection et ce dès les premières années de scolarisation. Comme nous l'avons dit « Plus l'enfant est jeune, plus les mathématiques représentent un outil efficace de diagnostic de la précocité. » Une sensibilisation sur ce sujet dans les écoles maternelles serait donc souhaitable.

D'autre part, les mathématiques jouent un rôle particulier dans l'univers des ehpi. Ils s'y sentent souvent naturellement à l'aise et ont une façon très personnelle de faire des calculs, d'utiliser les nombres et les objets mathématiques. Il est alors parfois compliqué pour eux d'intégrer les règles communes. La plupart des stratégies pédagogiques ou didactiques mises en place par les enseignants deviennent autant d'obstacles et d'interrogations : « Que veut-il dire ? Où veut-il en venir ? Qu'attend-il de moi ? Qu'est-ce que je suis censé savoir ou ne pas savoir ? »... Leurs difficultés à justifier d'un raisonnement ou d'un résultat, si elles peuvent passer inaperçues en primaire, deviennent de plus en plus problématiques au collège, lorsqu'il s'agit de construire des raisonnements et d'en rendre compte. L'enseignement des mathématiques joue donc pour les ehpi un rôle crucial au cours de leur scolarité et peut être vécu comme une source de réconfort ou comme un véritable calvaire.

Les mathématiques et les enfants à haut potentiel ont certainement beaucoup à gagner à être étudiés ensemble, chaque domaine d'étude apportant un éclairage particulièrement intéressant sur l'autre. On pourrait par exemple s'intéresser aux questions suivantes.

- Détection des ehpi en maternelle : peut-on mettre au point des outils, voir des protocoles, de détection liés aux apprentissages premiers des nombres ? Quelle en serait la portée ?
- Étude chez les ehpi de l'effet « réparateur » des mathématiques : peut-on utiliser les mathématiques comme moyen thérapeutique en cas de phobie scolaire par exemple ?
- Etude des représentations a priori des mathématiques par les ehpi : on peut en effet supposer que certains ehpi construisent leurs propres représentations avant même que l'enseignant n'aborde explicitement le sujet en classe. Les représentations proposées par l'enseignant viennent alors heurter celles qui ont été élaborées par l'élève. Ce dernier se voit donc obligé de choisir entre abandonner ses propres repères ou rejeter le savoir institutionnel apporté par l'enseignant. Nous avons d'ailleurs commencé des travaux dans ce sens.

V - BIBLIOGRAPHIE

CAMOS V. (2004), Compétences exceptionnelles en mathématiques, in J. Lautrey, *L'état de la recherche sur les enfants dits « surdoués »*, Fondation de France, pp 48-59.

CLARCK C., SHORE B.M. (2008) *L'éducation des élèves à haut potentiel*. Éditions UNESCO.

DELAUBIER J.-P. (2002) *La scolarisation des enfants intellectuellement précoces*. Rapport à Monsieur le Ministre de l'Éducation Nationale.

Enfance (2010). *Les enfants à haut potentiel.* Numéro coordonné par Jacques Grégoire. Volume 62.

GAGNE F. (2000) Understanding the complex choregraphy of talent development through DMGT-based analysis, in K.A. Heller, F.J. Mönks, R.J. Sternberg and R.F. Subotnik, Editors, *International Handbook of Giftedness and Talent*, Pergamon Press, US, Elmsford, New-York.

GRUBAR J-C., DUYME M., COTE S. (1997) *La précocité intellectuelle*. Éditions Mardaga.

HELLER K.A., MONKS F.J., STERNBERG R.J., SUBOTNIK R.F. (2000) *International Handbook of Giftedness and Talent*, Pergamon Press, US, Elmsford, New-York.

HERMANS B. (2010) L'examen neuropsychologique de l'enfant à haut potentiel, in Tordjman S., A*ider les enfants à haut potentiel en difficulté. Repérer et comprendre, évaluer et prendre en charge.* Rennes : PUR.

HOUDE O. (2000) Inhibition and cognitive development, *Cognitive development,* 15(1), 63-73.

JAMBAQUE I. (2004), Contribution de la neuropsychologie développementale à l'étude des sujets à haut potentiel, in Lautrey J., *L'état de la recherche sur les enfants dits « surdoués »,* Fondation de France. 48-59.

Journal Français de Psychanalyse (2003). *La culture des surdoués ?* n°18, numéro coordonné par Marika Bergès-Bounes et Sandrine Calmettes-Jean.

KERMARREC S., TORDJMAN S. (2010). De l'évaluation aux prises en charge thérapeutiques adaptées : le centre national d'aide aux enfants et adolescents à haut potentiel, in Tordjman S., A*ider les enfants à haut potentiel en difficulté. Repérer et comprendre, évaluer et prendre en charge.* Rennes : PUR.

LAUTREY J. (2004). *L'état de la recherche sur les enfants dits « surdoués »*. Fondation de France.

LEBAUD M-P, LEMONNIER P., ROSSI A., ROSSI G., VIRRION A. (2011) Quand le haut potentiel intellectuel devient un handicap, *Repères-IREM*, n°84, pp. 85-103.

LEIKIN R. (2011). The education of mathematically gifted students: On some complexities and questions. *Montana Mathematical Enthusiast Journal*.

LOUIS J-M., RAMOND F. (2007) *Scolariser l'élève intellectuellement précoc*e, Éditeur : Dunod .

PEREIRA-FRADIN M., JOUFFRAY C. (2006) Les enfants à haut potentiel et l'école, *Bulletin de psychologie,* Tome 59 (5) 485.

PLANCHE P. (2000) Le fonctionnement et le développement cognitifs de l'enfant intellectuellement précoce, *L'année psychologique*, 100, 503-525.

PLANCHE P. (2008) *Les enfants à haut potentiel : caractéristiques cognitives et développementales. En quoi sont-ils vraiment différents ?* Éditions Barkhanes, collection Tikinagan.

PRUDHOMME N., BLAQUIERE G. (2006) L'enfant à haut potentiel : intégration scolaire et représentation. *Bulletin de psychologie*, Tome 59 (5), n°485, 451-461.

RENZULLI J.S. (1986) The tree ring conception of giftedness : A developmental model of creative productivity, in Sternberg R.J. and Davidson J.E. (Eds), *Conceptions of Giftedness* (pp. 53-92) New-York : Cambridge University Press.

RENUCCI C. (2008).*Enfants surdouées : arrêtons le gâchis !* Éditions : Bayard Centurion.

SIAUD-FACCHIN J. (2008).*L'enfant surdoué. L'aider à grandir, l'aider à réussir.* Éditions : Odile Jacob.

TERRASSIER J.C. (1999) *Les enfants surdoués ou la précocité embarrassante*, Éditions : E.S.F.

TORDJMAN S. (2005) *Enfants surdoués en difficulté. De l'identification à une prise en charge adaptée.* Rennes : PUR.

TORDJMAN S. (2010) Les enfants à haut potentiel en difficulté : de l'hyperactivité avec déficit attentionnel à la dépression et à l'échec scolaire, in Tordjman S., A*ider les enfants à haut potentiel en difficulté. Repérer et comprendre, évaluer et prendre en charge.* Rennes : PUR.

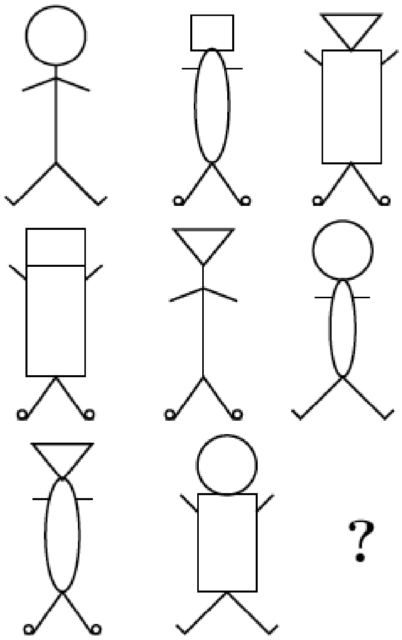
VAIVRE-DOURET L. (2003) Les caractéristiques précoces des enfants à hautes potentialités, *Journal Français de Psychanalyse*, La culture des surdoués ? n°18, numéro coordonné par Marika Bergès-Bounes et Sandrine Calmettes-Jean.

retour sommaire

VI - ANNEXE

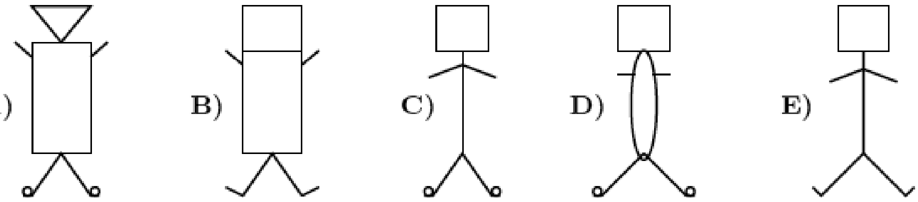
Les questions suivantes sont extraites du « Concours d'admission à l'IUFM de Rennes du 24 mars 2001 ».

QUESTION 31 : *6 points*



Quel motif doit remplacer le point d'interrogation pour que la structure du tableau représenté ci-dessus soit respectée ?

A) B) C) D) E)



QUESTION 42 : *6 points*

Les calculatrices les plus simples effectuent les opérations dans l'ordre où elles sont entrées. Dans ce cas, $\boxed{5}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{\times}\boxed{6}\boxed{=}$ donnera le nombre égal à $(5+8)\times 6$. D'autres calculatrices appliquent les priorités opératoires conventionnelles en mathématiques. Dans ce cas $\boxed{5}\boxed{+}\boxed{8}\boxed{\times}\boxed{6}\boxed{=}$ donnera le nombre égal à $5+(8\times 6)$.

On dispose d'une calculatrice de type inconnu et on tape dans l'ordre les touches suivantes :

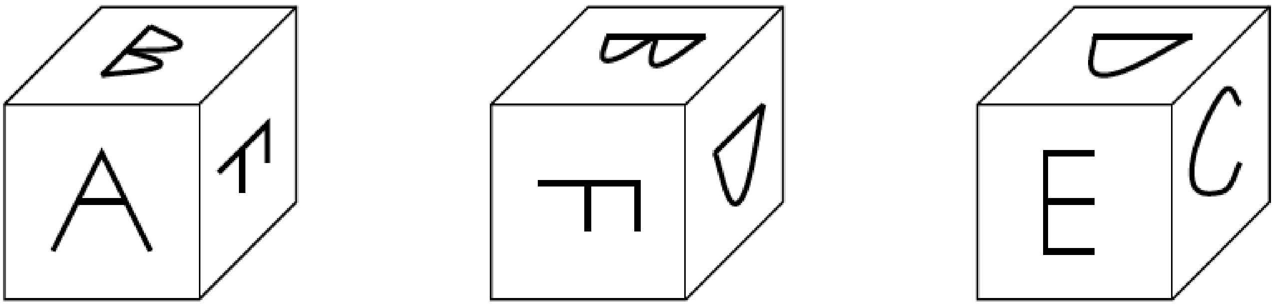
$$\boxed{3}\boxed{+}\boxed{5}\boxed{\times}\boxed{6}\boxed{+}\boxed{32}\boxed{\div}\boxed{16}\boxed{=}$$

Quel(s) résultat(s) peut (peuvent) être obtenu(s) ?

A) 35 B) 5 C) 43 D) 14.875 E) 19

QUESTION 39 : *6 points*

Chacune des six faces d'un cube comporte une arête commune avec quatre autres faces. La cinquième autre face est dite "opposée". Voici trois vues d'un même cube. Les six faces du cube portent chacune une lettre différente : A, B, C, D, E ou F.



Quelle lettre est sur la face opposée à la lettre F ?

A) c'est la lettre A B) c'est la lettre B C) c'est la lettre C D) c'est la lettre D

E) c'est la lettre E

LE RAPPORT AU SUPPORT D'ENSEIGNEMENT : POUR UNE MEILLEURE CONNAISSANCE DU TRAVAIL DE PREPARATION EN MATHEMATIQUES DES ENSEIGNANTS

Laurence LEROYER
Université de Caen Basse-Normandie
CERSE
laurence.leroyer@ac-caen

Résumé
Dans leur travail, les enseignants mobilisent différentes ressources dont les manuels. L'étude des relations entre l'enseignant et ces supports d'enseignement édités, supposées au cœur du travail de préparation, fonde notre recherche. Nous appréhendons ces relations dans la complexité de l'activité de préparation et définissons le rapport au support comme objet d'étude. Les résultats de cette recherche, circonscrite au travail de préparation en mathématiques, s'appuient sur une enquête renseignée par 261 enseignants du premier degré. L'analyse statistique implicative menée révèle différentes configurations du rapport au support dans lesquelles sont privilégiées l'utilisation, l'adaptation ou la conception desdits supports. On évalue, de plus, l'impact sur ces configurations de variables comme le niveau d'enseignement, l'âge, l'ancienneté professionnelle de l'enseignant. Des entretiens menés auprès de neuf enseignants permettent de « confronter au terrain » les différentes modalités du rapport au support identifiées et d'enrichir leur compréhension. Ces résultats soulèvent également un questionnement didactique d'autant plus important que les programmes scolaires laissent le choix des méthodes et des démarches, ce qui suppose des capacités de réflexion sur les pratiques et leurs effets.

Exploitations possibles
Cet article s'inscrit dans la lignée des travaux récents portant sur les ressources pour enseigner et leurs utilisations par les enseignants.
Les typologies et résultats présentés ici trouveront tout particulièrement leur utilité en formation continue. Ces typologies pourront servir de point d'appui dans des actions visant à permettre à des enseignants en exercice de situer, analyser et faire évoluer leur pratique par rapport aux supports d'enseignement édités : suis-je simple utilisateur, adaptateur ou concepteur ? Lorsque j'adapte une ressource, je procède plutôt par ajouts, par modifications/inversions, par combinaisons avec d'autres ressources ? Quels sont les déterminants de mes usages ?...
Entre autres débouchés et à titre d'exemple, ces questionnements relatifs à des gestes professionnels situés dans le champ « préparation et conception de son enseignement » pourront servir de point d'entrée à une réflexion portant sur des usages raisonnés et raisonnables des fichiers en Cycle 2.
Pour les mêmes raisons que ci-dessus, cet article constitue, en formation de formateurs d'enseignants, un outil pertinent pour construire des scénarii d'actions visant une analyse réflexive de la pratique.

Mots-clés
Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Usages documentaires. Ressources pour enseigner. Manuel-fichier. Préparation de séances.

LE RAPPORT AU SUPPORT D'ENSEIGNEMENT : POUR UNE MEILLEURE CONNAISSANCE DU TRAVAIL DE PREPARATION EN MATHEMATIQUES DES ENSEIGNANTS

Laurence LEROYER
Université de Caen Basse-Normandie
CERSE
laurence.leroyer@ac-caen

Résumé
Dans leur travail, les enseignants mobilisent différentes ressources dont les manuels. L'étude des relations entre l'enseignant et ces supports d'enseignement édités, supposées au cœur du travail de préparation, fonde notre recherche. Nous appréhendons ces relations dans la complexité de l'activité de préparation et définissons le rapport au support comme objet d'étude. Les résultats de cette recherche, circonscrite au travail de préparation en mathématiques, s'appuient sur une enquête renseignée par 261 enseignants du premier degré. L'analyse statistique implicative menée révèle différentes configurations du rapport au support dans lesquelles sont privilégiées l'utilisation, l'adaptation ou la conception desdits supports. On évalue, de plus, l'impact sur ces configurations de variables comme le niveau d'enseignement, l'âge, l'ancienneté professionnelle de l'enseignant. Des entretiens menés auprès de neuf enseignants permettent de « confronter au terrain » les différentes modalités du rapport au support identifiées et d'enrichir leur compréhension. Ces résultats soulèvent également un questionnement didactique d'autant plus important que les programmes scolaires laissent le choix des méthodes et des démarches, ce qui suppose des capacités de réflexion sur les pratiques et leurs effets.

Pour préparer leurs cours, les enseignants peuvent recourir à différentes ressources : ressources numériques, ouvrages spécialisés, manuels, documents de formation, etc. L'arrêté ministériel du 12 mai 2010 relatif à la « définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier » précise d'ailleurs que « le professeur doit connaître les différents supports et les outils notamment numériques nécessaires à la conception et à la mise en œuvre des apprentissages » (Ministère de l'éducation nationale, 2010).

Toutefois, si les programmes d'enseignement laissent le choix des méthodes et des démarches, ils incitent plus particulièrement à faire usage d'une ressource : le manuel scolaire. Ainsi, dans les programmes d'enseignement de l'école primaire consacrés au cycle des approfondissements on peut lire que « l'appui sur un manuel de qualité pour chacun des volets de l'enseignement du français est un gage de succès » (Ministère de l'éducation nationale, 2008). La circulaire de rentrée 2011 indique également qu'« à l'école primaire, l'usage de manuels scolaires conformes aux programmes, dans l'esprit et dans la lettre, permet aux professeurs de disposer d'outils pédagogiques de référence et aux élèves de consolider leurs apprentissages » et que « l'on n'enseigne pas sans livre, pas plus que l'on n'apprend sans livre, la photocopie ne pouvant en tenir lieu » (Ministère de l'éducation nationale, 2011)

Dans ce contexte, comment se pose la question des ressources aux enseignants lorsqu'ils préparent leurs cours ? Notre recherche, circonscrite au travail de préparation en mathématiques des enseignants du premier degré, interroge les relations entre l'enseignant et les supports d'enseignement édités dont les manuels scolaires mais aussi les fichiers élèves et les guides du maître associés sont constitutifs.

Cette recherche visant une meilleure connaissance du travail de préparation, s'inscrit dans un champ d'étude récent centré sur la question des ressources pour enseigner. En France, dans le champ de la didactique des mathématiques, les travaux de C. Margolinas et F. Wozniak (2009a, 2009b, 2010) s'intéressent à la documentation scolaire dans la situation du professeur lorsqu'il prépare son cours pour enseigner les mathématiques à l'école élémentaire. On peut faire référence également aux travaux de G. Gueudet et L. Trouche (2008, 2009, 2010) consacrés aux ressources matérielles numériques et aux genèses documentaires. Cette question des ressources est aussi présente dans d'autre pays, nous citerons par exemple les travaux de thèse en cours d'A. Daina en Suisse (2009) et, aux USA, les travaux de M. Brown (2009) et ceux de J. Remillard (2010) qui visent à comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques.

I - LE « RAPPORT AU SUPPORT » POUR SAISIR LES RELATIONS ENSEIGNANT / SUPPORTS D'ENSEIGNEMENT EDITES

Pour mieux comprendre les relations entre l'enseignant et les supports d'enseignement édités nous nous sommes intéressés au travail de préparation de l'enseignant, travail dans lequel prennent place ces relations.

1 De la nécessité de recourir à plusieurs champ théoriques pour appréhender ce qu'est la préparation dans le travail de l'enseignant

1.1 Trois champs théoriques convoqués

Pour appréhender le travail de préparation nous avons convoqué trois champs théoriques :

- le premier est celui de la Théorie Anthropologique du Didactique développée par Y. Chevallard (1999, 2010) ;

- le second est le modèle des niveaux d'activité du professeur développé par C. Margolinas (1995, 2002) à partir de la Théorie des Situations Didactiques de G. Brousseau (1986, 1990) ;

- enfin le troisième champ est celui de la psychologie ergonomique. Nous nous référons plus particulièrement aux travaux d'Y. Clot (1999), de D. Faïta (2003) et de R. Amigues (2003) centrés sur l'activité et les ressorts de celle-ci.

1.2 Elaboration d'un modèle de l'activité de préparation

A partir des apports de ces différents champs théoriques, nous avons conçu un modèle de l'activité de préparation. L'activité de préparation, en réponse à une tâche prescrite, apparaît comme la résultante d'un système de ressources et de contraintes composé de trois sous systèmes en interaction que sont : l'enseignant exerçant, considéré comme individu, le contexte et le genre professionnel. L'individu est caractérisé par ses connaissances, ses valeurs et croyances, ses émotions, ses capacités physiques, etc. Le contexte est composé d'un environnement organisationnel, relationnel et matériel (dans lequel on trouve les supports d'enseignement édités). Enfin, le genre professionnel est constitué des formes communes de la vie professionnelle.

L'existence de niveaux institutionnels a conduit à complexifier ce modèle. Le niveau où l'enseignant exerce correspond au niveau de l'école, c'est-à-dire à un niveau local. À ce niveau, l'enseignant exerçant a pour mission de mettre en œuvre la politique éducative nationale définie par le ministère. Le système de ressources et de contraintes dans lequel l'enseignant exerce s'intègre donc dans un système de ressources et de contraintes national où s'élabore la politique éducative ainsi que la prescription. Le système de ressources et de contraintes dans lequel l'enseignant exerce est également compris dans un système de ressources et de contraintes intermédiaire. Il s'agit du niveau régional. Dans le premier degré, chaque directeur académique relaie et accompagne la mise en œuvre de la politique nationale. A ce niveau, la formation des enseignants constitue un levier pour mettre en œuvre cette politique.

2 Le rapport au support, objet de recherche

A partir de cette approche systémique, nous avons pensé un rapport au support à partir du concept de rapport au savoir développé par B. Charlot (2003).

Nous définissons le rapport au support comme suit : ensemble des relations liées aux supports d'enseignement qu'un enseignant, considéré comme individu, entretient avec les contraintes et les ressources du contexte professionnel dans lequel il évolue ainsi que celles liées aux formes communes de sa vie professionnelle.

3 Hypothèses de recherche

Deux hypothèses fondent notre recherche. La première hypothèse repose sur l'existence de configurations du rapport au support, c'est-à-dire des organisations particulières de relations entre les différents éléments constitutifs du système de ressources et de contraintes. Nous supposons que ces configurations du rapport au support s'expriment dans des manières d'agir spécifiques avec les supports d'enseignement. L'influence de certaines variables sur le rapport au support constitue la seconde hypothèse. Ces variables sont l'ancienneté professionnelle, le niveau de classe et la formation reçue.

II - UNE APPROCHE QUANTITATIVE QUI PERMET LA MISE EN EVIDENCE DE CONFIGURATIONS DU RAPPORT AU SUPPORT

1 Méthodologie de recueil des données

A la différence de l'activité en classe, il n'est pas possible d'avoir une observation directe de l'activité de préparation. Nous avons donc travaillé à partir de propos d'enseignants sur leur travail de préparation.

Nous avons privilégié dans un premier temps une approche quantitative, complétée dans un second temps par une approche qualitative. La mise en œuvre de cette approche quantitative conduit à distinguer notre travail des autres travaux de recherche fondés sur des analyses qualitatives. Ainsi, les travaux de recherche cités en introduction relèvent d'une approche qualitative.

Cette approche quantitative se fonde sur les réponses obtenues à un questionnaire. Celui-ci se compose essentiellement de questions fermées qui permettent le traitement statistique et favorisent un maximum de réponses. Il permet de recueillir trois types d'informations :

- des données personnelles sur l'enquêté et sur le contexte dans lequel il exerce (âge, ancienneté professionnelle, ouvrages lus, formations reçues, niveau de classe, nombre d'élèves, etc.) ;

- des données relatives à ses manières d'agir avec les supports d'enseignement (supports exploités, modalités d'utilisation, caractérisation du travail de préparation, etc.) ;
- et des données relatives à ses opinions et ses attentes quant aux supports d'enseignement édités.

Ce questionnaire est sous-tendu par une typologie construite *a priori*. Cette typologie, présentée dans le tableau 1 ci-après, met en lien le travail de préparation dans lequel le travail lié à la réflexion est distingué de celui lié à la préparation matérielle et trois types d'usage que sont l'utilisation, l'adaptation et la conception. En fonction des types d'usage que nous avons déclinés et du travail de préparation, une phrase relative à la manière d'agir possible de l'enseignant a été rédigée. Ainsi, dans le questionnaire envoyé, ces phrases constituaient les propositions soumises au choix de l'enseignant pour caractériser son travail de préparation.

Le fondement de cette typologie est double. Il est empirique par la connaissance, en tant que formateur, des propos tenus par les enseignants sur leurs manières d'agir avec les supports d'enseignement édités. Mais, cette typologie se réfère également, d'un point de vue théorique, au modèle élaboré par Brown « The design capacity for enactment framework » où ce dernier distingue différents types d'usages (2009).

Les informations recueillies doivent permettre de mettre en évidence différentes configurations du rapport au support et d'apprécier l'impact de certaines variables sur celles-ci.

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">Travail intellectuel (Réflexion)</th><th colspan="2">Travail matériel (Préparation matérielle)</th></tr>
<tr><th></th><th>Lié à la théorie</th><th>Lié à l'expérience</th><th>Matériel « récupéré »</th><th>Matériel créé</th></tr>
<tr><td>« concepteur »</td><td>Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mes connaissances (acquises lors de formations ou de lectures).</td><td>Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mon expérience.</td><td>Je fabrique moi-même mes supports en m'inspirant d'autres supports existants.</td><td>Je conçois moi-même mes supports à partir de mes lectures.

Je conçois moi-même mes supports à partir de mon expérience.</td></tr>
<tr><td>« adaptateur averti »</td><td>Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique mais mes connaissances acquises lors de formations ou de lectures m'amènent à modifier ce qui est proposé.</td><td>Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique mais mon expérience m'amène à modifier ce qui est proposé.</td><td>J'utilise des supports existants autres que ceux proposés par le guide pédagogique utilisé.

J'utilise le(s) support(s) proposé(s) avec le guide pédagogique mais je le(s) modifie souvent.

J'utilise des supports existants dont je dispose et je les modifie en fonction de mes intentions.</td><td>X</td></tr>
<tr><td>« adaptateur utilisateur »</td><td colspan="2">À partir de la lecture de plusieurs guides pédagogiques, j'élabore ma progression.</td><td>À partir de plusieurs supports, je sélectionne ce qui m'intéresse pour réaliser mon propre support.</td><td>X</td></tr>
<tr><td>« utilisateur averti »</td><td>Je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique, je repère les éléments qui font avancer la séance.</td><td>Je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique, mon expérience me permet de voir si elle va fonctionner.</td><td rowspan="2">J'utilise des supports existants dont je dispose.

J'utilise le(s) support(s) proposé(s) avec le guide pédagogique utilisé.</td><td rowspan="2">X</td></tr>
<tr><td>« simple utilisateur »</td><td colspan="2">Je fais confiance aux concepteurs, je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique.</td></tr>
</table>

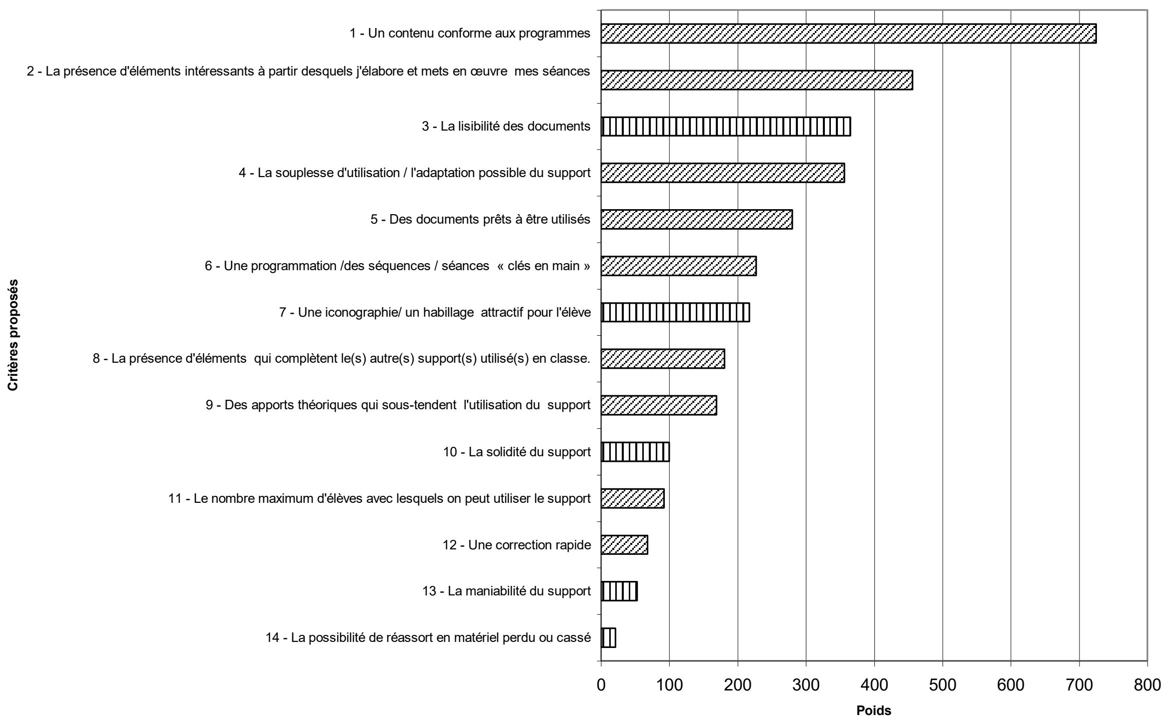
Tableau 1 – Typologie *a priori* du travail de préparation en fonction du rapport au support

2 Un premier traitement des données qui laisse supposer l'existence de configurations du rapport au support

A partir des réponses aux 261 questionnaires retournés, des tris à plats et des tris croisés ont été menés. Ces tris attestent ainsi d'une utilisation importante par les enseignants des supports d'enseignement édités pour préparer la classe. Ainsi, 98,1% des enquêtés ont indiqué utiliser actuellement un ou plusieurs supports. Toutefois, on observe des différences quant au nombre de supports utilisés par chaque enseignant. On distingue ainsi trois catégories d'enseignants : des enseignants qui n'utilisent pas de supports édités (1,9%), des enseignants qui utilisent un seul support (19,1%) et des enseignants utilisant plusieurs supports (79%). L'utilisation par les enseignants d'un seul ou de plusieurs supports édités laisse supposer différentes configurations du rapport au support.

L'analyse des critères de sélection des supports d'enseignement édités appuie l'existence d'une diversité de rapport au support. Ainsi, tous les critères proposés ont été retenus par les enquêtés, mais avec des poids qui varient dans des échelles fort importantes. Précisons que dans ce questionnaire, chaque enseignant devait choisir et hiérarchiser cinq critères dans une liste de 14 propositions. Le poids global de chaque critère a été calculé en affectant un coefficient aux différentes positions possibles.

Ainsi, dans le graphique 1 ci-après, relatif aux poids des critères se rapportant au contenu et au contenant, les critères choisis en position 2 et 4 indiquent peut-être une posture d'adaptateur plus répandue que celle d'utilisateur, la sélection du critère 6 apparaissant avec un poids moindre. En ce qui concerne le poids des critères se rapportant au contexte, à la formation et à l'aspect commercial, les critères qui apparaissent en position 1, 2 et 3 appartiennent à chacune des trois catégories. Ils mettent en évidence l'importance de la recherche personnelle, de l'échange entre pairs et de la nécessité de se faire un avis à partir d'un spécimen. La formation institutionnelle, initiale ou continue, apparaît seulement en position 8 et 9.



Graphique 1 – Poids des critères de sélection d'un support d'enseignement édité se rapportant au contenu () et au contenant ()

L'analyse de la partie du questionnaire portant sur les opinions des enseignants relatives à ces supports permet aussi d'envisager des configurations variées du rapport au support. Ainsi, dans le tableau 2 ci-après, où le nombre de réponses obtenues pour chaque argument soumis à l'évaluation de l'enquêté est indiqué de l'appréciation la plus négative à la plus positive, nous observons un nombre d'appréciations négatives quasi-identique au nombre d'appréciations positives pour l'argument « j'ai confiance en les rédacteurs, ce qui est écrit doit être enseigné, le contenu et la démarche sont conformes aux programmes ».

	" - - "	" - "	" + "	" + + "	NR
facilite(nt) mon travail de préparation lié à la réflexion	3,4	7,3	43,7	33,3	12,3
facilite(nt) ma préparation matérielle	2,7	6,5	46,0	33,7	11,1
réduit (réduisent) mon temps de préparation lié à la réflexion	6,5	18,0	38,3	23,8	13,4
réduit (sent) mon temps de préparation matérielle	5,4	18,4	33,0	26,4	16,9
permet(tent) la mise en œuvre d'une programmation / d'une progression / de séances sans trop se poser de questions car …	8,4	19,9	18,4	6,9	46,4
… j'ai confiance en les rédacteurs, ce qui est écrit doit être enseigné / le contenu et la démarche sont conformes aux programmes	14,6	23,4	28,7	10,0	23,4
… j'ai décidé d'investir un autre domaine d'enseignement	27,2	20,3	16,1	6,5	29,9
… l'enseignement des mathématiques m'intéresse peu	44,8	18,8	2,7	0,8	33,0
…je ne maîtrise pas suffisamment l'enseignement des mathématiques (manque de formation)	37,5	16,9	9,6	6,1	29,9
évite(nt) les photocopies	13,0	16,5	23,8	30,7	16,1
donne(nt) à voir aux parents le travail mené en classe	20,3	21,5	28,0	12,3	18,0
fournit(ssent) des éléments théoriques accessibles à tous	9,2	17,6	39,8	14,6	18,8
propose(nt) souvent une gestion des différences	16,5	28,7	24,5	13,0	17,2
est (sont) souple(s) d'utilisation : on peut utiliser uniquement le guide de l'enseignant ou uniquement le support de l'élève	9,2	25,7	33,0	13,8	18,4
est (sont) souple(s) d'utilisation : on peut aménager la programmation proposée	4,6	19,5	40,2	18,8	16,9
propose(nt) des situations facilement modifiables / adaptables	3,8	23,4	37,9	18,0	16,9
permet(tent) un travail en différents groupes dans une classe à plusieurs niveaux	8,0	23,8	26,4	27,2	14,6
propose(nt) un déroulement / des situations souvent identiques	11,9	31,8	29,9	5,7	20,7
réduit(réduisent) le travail de correction	20,3	39,1	17,2	5,0	18,4

propose(nt) une évaluation en fin de séquence	12,6	22,6	34,1	13,8	16,9

Tableau 2 – Pourcentage de réponses pour chaque argument concernant les supports d'enseignement édités.

Toutefois, les tris opérés présentent des limites. En effet, les informations sont juxtaposées et le travail sur des réponses similaires conduit à identifier des groupes restreints d'individus. Ces limites nous conduisent à utiliser un autre outil : l'analyse statistique implicative.

3 Des configurations du rapport au support mises en évidence par une analyse statistique implicative

L'analyse statistique implicative, initialisée par R. Gras, permet de déterminer dans quelle mesure tel comportement de réponse à tel item entraîne, statistiquement parlant, tel comportement de réponse à tel autre item (Gras et Kuntz, 2007). L'analyse statistique implicative permet donc de repérer des organisations de logique de réponses, organisations qui vont permettre d'identifier différentes configurations du rapport au support (Bailleul, 2001). Les variables sélectionnées pour mener l'analyse avec le logiciel CHIC[96] ont été les suivantes : modalités d'utilisation des supports, caractérisation du travail de préparation, utilisation des ressources numériques, nombre de supports utilisés, critères de choix et opinions liées aux supports d'enseignement édités. A ces variables que l'on qualifie de principales[97] ont été adjointes des variables supplémentaires[98] relatives aux caractéristiques des enseignants (âge, ancienneté professionnelle…), et au contexte d'enseignement (niveau de classe, lieu d'exercice…).

Au seuil implicatif de 0.98, 11 réseaux de réponses apparaissent dont cinq plus conséquents, c'est-à-dire composés d'au moins trois chemins. En se référant à la signification des variables qui les composent, pour chacun de ces cinq réseaux présentés figures 1 à 5, une interprétation est réalisée. Dans ces figures, les variables sont issues du questionnaire. Elles correspondent à des énoncés choisis parmi un certain nombre de propositions ou appréciés par une case cochée sur une échelle de Likert à quatre cases, « - - » indiquant un rejet total, « - » un rejet, « + » une approbation et « ++ » une approbation totale. Ainsi dans le réseau R1, la variable « évitent les photocopies : - - » signifie que les enseignants contributifs à ce réseau ont rejeté totalement la proposition suivante : J'utilise un ou plusieurs supports d'enseignement édités car ils … « évitent les photocopies ».

Le réseau R1, figure 1, traduit une certaine distance à l'égard des supports d'enseignement édités. Les enseignants contributifs à ce réseau déclarent que les supports d'enseignement édités ne permettent pas la mise en œuvre d'une séquence ou séance sans trop se poser de questions, qu'ils n'ont pas nécessairement confiance en les rédacteurs et ce qui est écrit, qu'ils ne fournissent pas d'éléments théoriques accessibles à tous et qu'ils ne diminuent pas le temps de préparation lié à la réflexion. Les enseignants déclarent aussi qu'ils n'ont pas fait le choix d'investir un autre domaine d'enseignement, qu'ils maîtrisent suffisamment l'enseignement des mathématiques et que cet enseignement les intéresse. L'hypothèse d'un rapport au support privilégiant l'adaptation ou bien encore la conception est émise.

[96] Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive

[97] Variables qui participent « à la mise en évidence de règles ou de méta-règles » (Gras et Kuntz, 2007)

[98] Variables « descriptives des sujets », « objectives et non liées directement à leurs comportements de sujet ». Ici, ces variables « permettent d'éclairer sur l'importance ou la superfluité » des caractéristiques de l'enseignant et du contexte dans lequel il enseigne dans la formation de ces règles. (Gras et Kuntz, 2007)

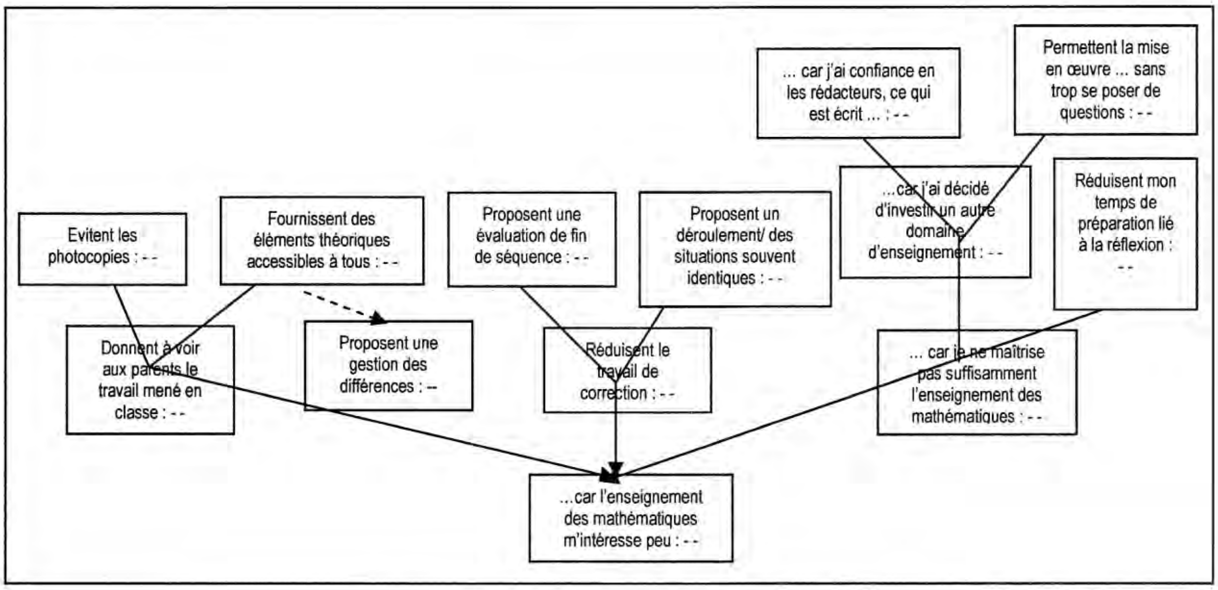


Figure 1 – Réseau R1

Le réseau R2, figure 2, s'oppose au réseau R1. Il traduit une adhésion aux supports d'enseignement édités. Les enseignants contributifs à ce réseau déclarent que les supports d'enseignement édités permettent la mise en œuvre d'une programmation ou d'une séance sans trop se poser de question et qu'ils font confiance aux concepteurs et au contenu de ces supports. D'ailleurs, ils mettent en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique en utilisant le support élève associé. La présence des variables relatives au travail de préparation confirme ici un rapport au support privilégiant l'utilisation.

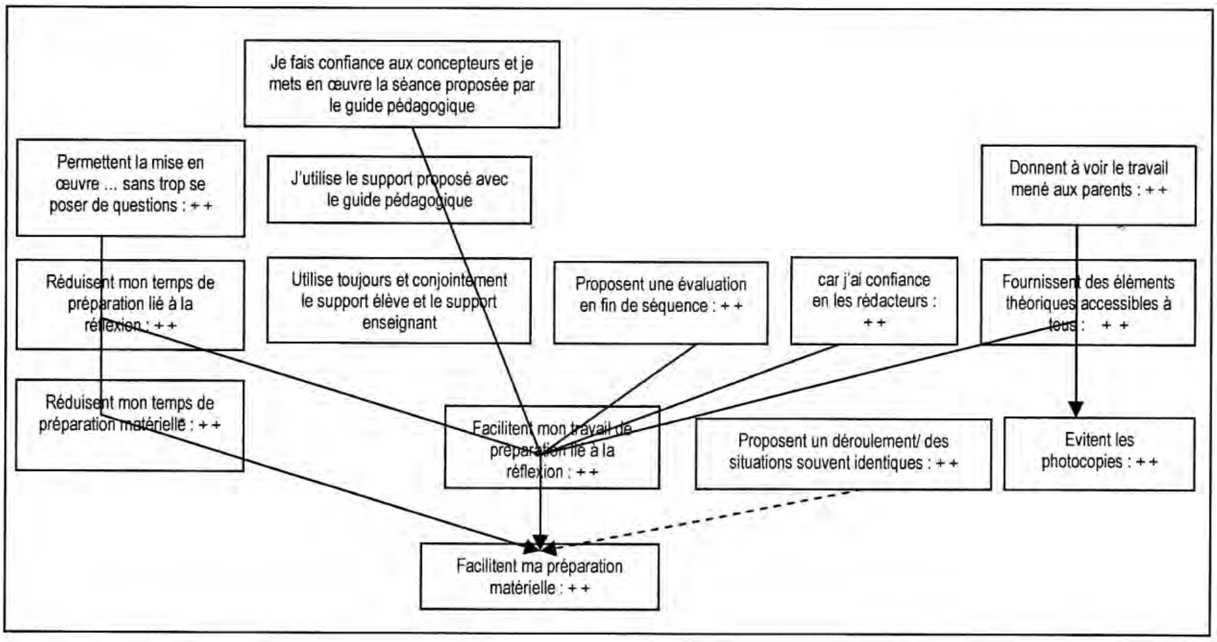


Figure 2 – Réseau R2

Le réseau R3, figure 3, est constitué essentiellement de variables relatives à l'opinion des enseignants sur les supports d'enseignement édités. Il semble exprimer un *a priori* négatif en raison de l'opinion négative portée sur certains arguments mais il est également constitué dans son fondement par une opinion positive. Ainsi, les enseignants constitutifs de ce réseau déclarent que les supports édités ne permettent pas un travail dans une classe à plusieurs niveaux, ne proposent pas d'évaluation en fin de séquence, ne réduisent pas le travail de correction, mais ces supports donnent à voir le travail mené en classe et surtout fournissent des éléments théoriques accessibles de tous. Ces supports apportent donc un contenu théorique qui permet d'éclairer et de comprendre les choix opérés par les concepteurs du ou des supports utilisés. La variable connexe relative à l'importance du travail de réflexion participe de cette dimension. L'hypothèse d'une relation enseignant/support d'enseignement fondée sur l'adaptation est envisageable, tout comme une utilisation allant au delà de l'application.

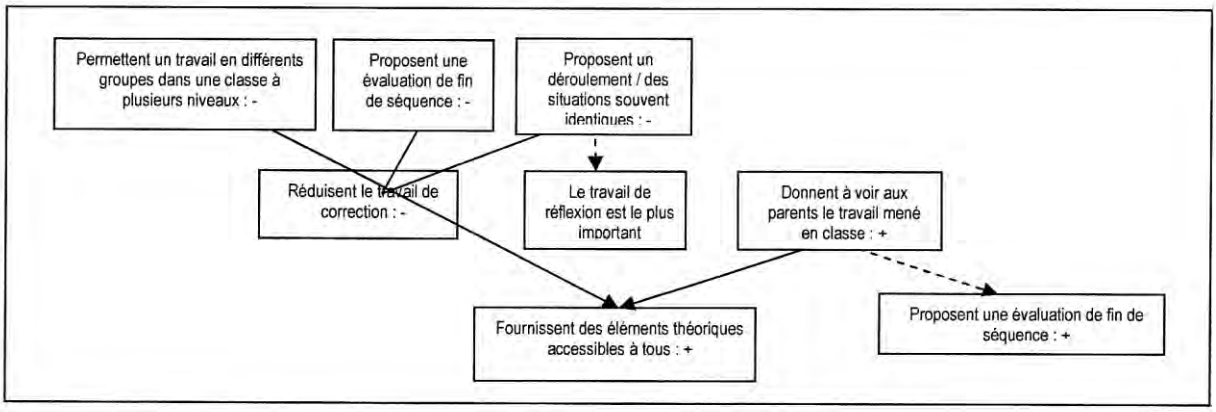


Figure 3 : Réseau R3

Le réseau R4, figure 4, est caractérisé par la présence d'une variable relative à la caractérisation du travail de préparation et de quatre variables relatives aux opinions enseignantes sur les supports édités. Ce réseau se rapproche du réseau R3 car les enseignants qui le constituent ont un *a priori* négatif sur les supports d'enseignement édités. Ils considèrent que les supports qu'ils utilisent ont peu d'impact sur leur préparation matérielle et sur leur travail de réflexion. Pourtant, font partie de ce réseau des enseignants qui mettent en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique et repèrent les éléments qui font avancer la séance. La présence de cette variable nous autorise à penser que le rapport au support est l'utilisation, toutefois et à l'identique du réseau R3, il ne s'agit pas d'une simple utilisation mais plutôt d'une utilisation avertie.

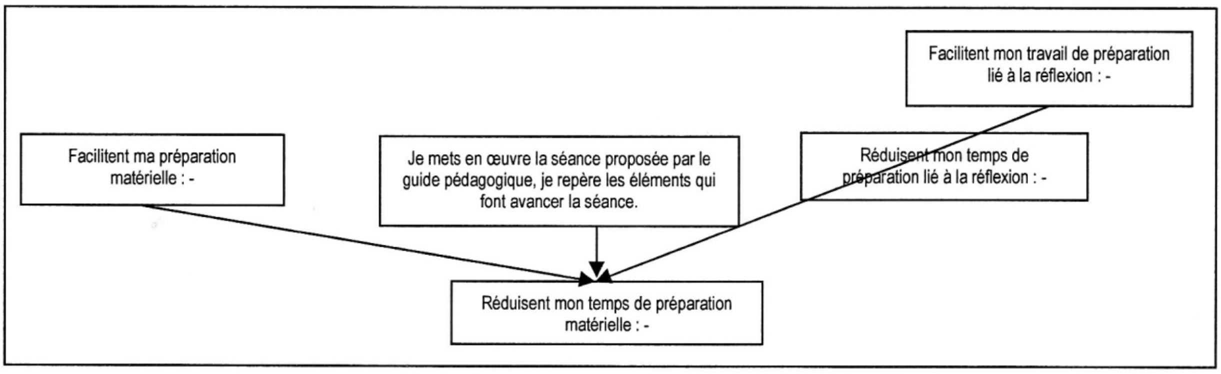


Figure 4 – Réseau R4

Le réseau R5, figure 5, s'inscrit dans une logique inverse à R3. Les enseignants témoignent d'un *a priori* positif relatif. Si les supports d'enseignement édités réduisent et facilitent le travail de préparation, les enseignants contributifs à ce réseau déclarent qu'ils ne permettent pas la mise en œuvre d'une programmation / d'une progression / de séances sans trop se poser de questions. Ils déclarent qu'ils maîtrisent suffisamment l'enseignement des mathématiques, que les mathématiques les intéressent quand même et qu'ils n'ont pas décidé d'investir un autre domaine d'enseignement. Ces enseignants, critiques vis-à-vis des supports d'enseignement édités et s'estimant à même d'enseigner les mathématiques, utilisent cependant ces supports. Ces supports leur facilitent le travail de préparation et réduisent le temps consacré à cette tâche. Nous formulons l'hypothèse d'un rapport au support privilégiant l'utilisation, utilisation allant au-delà de l'application.

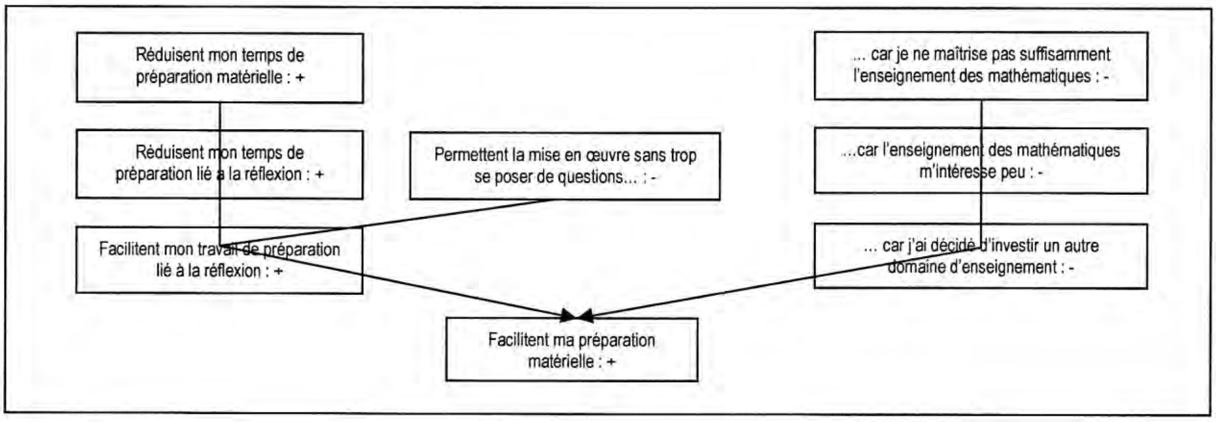


Figure 5 – Réseau R5

4 Une influence du contexte d'enseignement et des caractéristiques de l'enseignant dans les configurations du rapport au support identifiées

L'analyse statistique implicative nous permet également de mesurer l'influence du contexte d'enseignement et des caractéristiques propres de l'enseignant dans les configurations du rapport au support identifiés. La typicalité des variables supplémentaires[99] met en exergue la responsabilité importante de l'âge, de l'ancienneté professionnelle de l'enseignant ainsi que le niveau de classe d'exercice dans la constitution des réseaux présentés précédemment.

Les caractéristiques liées à l'âge ou au nombre d'années d'exercice professionnel déterminent fortement le réseau R3 et R4. Dans le réseau R4, la variable supplémentaire commune aux enseignants déclarant que les supports ne réduisent et ne facilitent pas leur travail de préparation et utilisant le guide en repérant les éléments qui font avancer la séance correspond à la caractéristique « ancienneté professionnelle inférieure à 5 ans ». Dans le réseau R3, qui exprime un *a priori* négatif mais où les apports théoriques des supports sont mis en avant, les deux variables « âgé de moins de 30 ans » et « nombre d'élèves inférieur à 20 » sont typiques de deux chemins.

Les variables supplémentaires liées à l'âge, à l'ancienneté professionnelle mais aussi au niveau d'enseignement constituent les variables les plus typiques des réseaux R1 et R2.

Le réseau R1, défini par une distanciation des individus aux supports comporte deux chemins où la variable « CM2 » est impliquée. La variable « âgé de 30/39 ans » en lien avec une « ancienneté de 11/15 ans » participe de deux autres chemins. Ces deux variables

[99] Valeur qui mesure la « responsabilité » des variables supplémentaires dans l'apparition des réseaux de variables principales (Bailleul, 1994).

donnent à voir une catégorie d'enseignant ayant déjà acquis une certaine expérience. On peut penser que cette expérience permet un rapport au support relevant de l'adaptation ou de la création. De même on peut envisager que les enseignants de CM2, niveau de classe du cycle des approfondissements, s'autorisent à adapter ou créer des supports, les apprentissages « fondamentaux » étant terminés. Toutefois si ces enseignants se libèrent des supports d'enseignement édités, il serait intéressant de voir quels supports ils créent ou quelles sont les adaptations réalisées.

A l'exception d'un chemin, la variable « CP » apparaît comme variable la plus typique dans tous les chemins du réseau R2, réseau où s'exprime l'adhésion des enseignants aux supports édités et où les enseignants mettent en œuvre ce qui est proposé par ces supports. On constate aussi la présence de la variable « âgé de plus de cinquante ans » pour trois des chemins de ce réseau.

Le réseau R5 ne fait pas apparaître de variable supplémentaire typique à plusieurs chemins composant le réseau.

III - DES CONFIGURATIONS DU RAPPORT AU SUPPORT PRECISEES PAR UNE APPROCHE QUALITATIVE

Suite à l'analyse statistique implicative nous avons mené dans un second temps des entretiens afin de confronter les configurations du rapport au support au terrain.

Nous avons mené ces entretiens auprès de neufs enseignants permettant de « couvrir » l'ensemble des configurations mises en évidence. Comme nous ne connaissions pas les manières d'agir de ces enseignants, nous avons fait le pari de nous appuyer sur les variables qui influencent les configurations du rapport au support identifiées. Nous avons donc mené nos entretiens auprès d'enseignants ayant au moins une des caractéristiques suivantes : ancienneté professionnelle de moins de 5 ans ou comprise entre 11 et 15 ans, âge inférieur à 30 ans, compris entre 30 et 39 ans ou supérieur à 50 ans, exercice en CP ou en CM2.

Quatre temps structurent les entretiens menés. L'enseignant interviewé doit décrire les actions réalisées au cours de sa dernière préparation. Puis, il doit expliquer ce qui fonde son choix (utiliser un support d'enseignement édité, réaliser des adaptations ou concevoir son propre support). Ensuite, il doit décrire les actions qu'il a réalisées lors de sa dernière analyse de support d'enseignement. Enfin, il doit porter un regard sur l'évolution de son travail de préparation, en lien avec les supports d'enseignement, depuis qu'il a débuté. Les temps 1 et 3 sont menés en se référant à l'entretien d'explicitation. Chaque entretien, mené après la classe et d'une durée n'excédant pas les 45 minutes, a fait l'objet d'une retranscription et d'une analyse thématique. La synthèse de l'analyse thématique de l'entretien mené ainsi que les données personnelles et liées au contexte d'enseignement de chaque interviewé ont été confrontées à l'interprétation et aux variables typiques des réseaux identifiés.

1 Une typologie définie *a priori* réajustée

Les règles dégagées de l'analyse statistique implicative s'enrichissent de la singularité des enseignants interviewés. Ainsi, l'analyse des entretiens nous permet de rapprocher le profil des enseignants 1, 2 et 3 de celui des enseignants contributifs du réseau R2. En effet, tous les trois ont un jugement très positif du support qu'ils utilisent. De plus, ils indiquent tous qu'ils n'aiment pas ou estiment ne pas maîtriser suffisamment l'enseignement des mathématiques. Toutefois on note des différences : l'enseignant 1 utilise uniquement le fichier élève, les enseignants 2 et 3 utilisent le guide du maître et le fichier élève, mais l'enseignant 3 complète les propositions du guide du maître. Ceci nous conduit à réajuster la typologie définie *a priori*. On distingue ainsi deux niveaux d'utilisation traduisant une implication différente de l'enseignant : appliquer et s'appliquer. En ce qui concerne l'adaptation nous distinguons l'ajout d'autres manières d'agir, repérées et spécifiées par l'analyse des entretiens des enseignants 4 à 7, que sont la modification, la sélection et la réorganisation (cf. tableau 3 ci-après).

2 Deux nouvelles caractéristiques : la relation à la discipline et le niveau de connaissance

De même, la confrontation des entretiens menés auprès des enseignants dont le profil se rattache à un même réseau fait apparaître un lien entre le rapport au support et le rapport aux mathématiques et à son enseignement.

Pour les enseignants dont le profil se rapproche des enseignants contributifs au réseau R1, l'enseignement des mathématiques ne semble pas poser de difficulté. Ils apprécient mener cet enseignement. À l'inverse, les enseignants dont le profil se rapproche du réseau R2 apparaissent moins à l'aise avec cette discipline et son enseignement. Les enseignants dont le profil se rapproche des enseignants du réseau R3, semblent plus à l'aise avec cet enseignement que les enseignants pouvant être rattachés au réseau R2 ; ils n'indiquent pas préférer ou être plus à l'aise dans un autre enseignement. Toutefois, leurs propos témoignent que cet enseignement leur pose encore, ou leur a posé, question.

		Travail intellectuel (réflexion)		Travail matériel (préparation matérielle)	
		Lié à la théorie	***Lié à l'expérience***	***Matériel « récupéré »***	***Matériel créé***
Concepteur	***Concevoir Inventer***	Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mes connaissances (acquises lors de formations ou de lectures)	Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mon expérience	Je fabrique moi-même mes supports en m'inspirant d'autres supports existants.	Je conçois moi-même mes supports à partir de mes lectures. Je conçois moi-même mes supports à partir de mon expérience.
	Sélectionner combiner	A partir de la lecture de plusieurs guides pédagogiques, j'élabore ma progression.		A partir de plusieurs supports, je sélectionne ce qui m'intéresse pour réaliser mon propre support.	X
Adaptateur	***Modifier Remplacer Inverser***	Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique, mais mes connaissances acquises lors de formation ou de lectures m'amènent à modifier ce qui est proposé	Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique, mais mon expérience m'amène à modifier ce qui est proposé	J'utilise les supports proposé(s) avec le guide pédagogique mais je le(s) modifie souvent. J'utilise des supports existants dont je dispose et je les modifie en fonction de mes intentions	X
	Ajouter Compléter		Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique, mais mon expérience m'amène à le compléter	J'utilise principalement le(s) supports(s) proposé(s) avec le guide pédagogique utilisé mais je recours à d'autres supports dont je dispose pour le compléter	X
Utilisateur	***S'appliquer***	Je mets en œuvre la séance proposée par le guide, je repère les éléments qui font avancer la séance	Je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique, mon expérience me permet de voir si elle va fonctionner	J'utilise les supports existants dont je dispose J'utilise des supports existants autres que ceux proposés par le guide pédagogique utilisé.	X
	Appliquer	Je fais confiance aux concepteurs, je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique		J'utilise le(s) support(s) proposé(s) avec le guide pédagogique utilisé	X

Tableau 3 – Typologie *a posteriori* du travail de préparation

3 Un retour sur l'interprétation initiale des réseaux

La distribution des enseignants interviewés en fonction de la typologie réalisée *a posteriori* permet d'effectuer un retour sur l'interprétation initiale des réseaux et de préciser les configurations du rapport au support.

Pour le réseau R2, c'est l'hypothèse d'un rapport au support fondé sur l'utilisation qui était initialement envisagée mais un rapport au support qui privilégie une adaptation fondée sur l'ajout est possible.

Pour le réseau R3, l'hypothèse d'un rapport au support privilégiant l'adaptation ou l'utilisation avertie était envisagée. Les enseignants interviewés dont le profil se rapproche de celui des enseignants contributifs au réseau R3 ont un rapport au support qui relève plus de l'adaptation. Ils réalisent des adaptations qui reposent sur l'ajout, la modification, ou la sélection associée à une réorganisation mais en s'appuyant sur un support en particulier.

Pour le réseau R1, c'est l'hypothèse d'un rapport au support relevant de l'adaptation ou de la conception qui était envisagée. Les enseignants interviewés dont le profil se rapproche de celui des enseignants contributifs au réseau R1 ont un rapport au support privilégiant la conception et l'adaptation fondée exclusivement sur la sélection et la réorganisation à partir de la confrontation de plusieurs supports.

La distinction entre les enseignants qui « appliquent » et les enseignants qui « s'appliquent » conduit à réinterroger les réseaux R4 et R5 pour lesquels nous avions fait l'hypothèse d'un rapport au support privilégiant une utilisation allant au-delà d'une simple utilisation.

Les enseignants contributifs au réseau R5, qui s'estiment à même d'enseigner les mathématiques, s'intéressent à cet enseignement et n'ont pas décidé d'investir un autre domaine, indiquent que les supports d'enseignement facilitent le travail de préparation tant au niveau de la réflexion qu'au niveau matériel et réduisent le temps de préparation. Ceci nous conduit à faire l'hypothèse que les enseignants contributifs à ce réseau, utilisent en fait un support édité dans un souci de confort.

À l'inverse, les enseignants contributifs au réseau R4, qui mettent en œuvre la séance proposée et repèrent les éléments qui font avancer la séance, ne considèrent pas que ces supports facilitent le travail de préparation et diminuent le temps consacré à ce travail. Nous pouvons faire l'hypothèse que ces enseignants maîtrisent imparfaitement ou partiellement l'enseignement des mathématiques. Ils utilisent alors un support d'enseignement édité en « s'appliquant » pour s'approprier cet enseignement. S'appliquer leur demande alors du temps et ne facilite pas leur travail de préparation.

Nous pouvons envisager que les enseignants contributifs aux réseaux R4 et R5 se situent à proximité des enseignants interviewés rattachés au réseau R2. Les réseaux R4 et R5 constitueraient alors un « entre-deux » entre les réseaux R2 et R3 où le réseau R4 traduit une utilisation impliquée par nécessité et le réseau R5 une utilisation qui n'est pas faite par défaut et permet ainsi de gagner du temps.

IV - CONCLUSION

Abordé sous l'angle des relations entre l'enseignant et les supports d'enseignement édités, le rapport au support a constitué un moyen d'accéder à une meilleure connaissance du travail de préparation.

Le rapport au support d'un enseignant apparaît comme une configuration particulière d'un système de ressources et de contraintes qui participent de l'activité de préparation. Les différentes configurations du rapport au support observées s'expriment dans des manières d'agir spécifiques avec ces supports, manières d'agir qui ne sont qu'une partie émergée et visible de l'activité de préparation.

Nous repérons ainsi dans une première configuration des enseignants qui portent un jugement très négatif sur les supports d'enseignement édités. Ces enseignants, qui ont une relation positive à la discipline et pour qui l'enseignement des mathématiques ne pose pas de problème, privilégient la conception ou l'adaptation. L'adaptation repose sur l'exploitation de plusieurs supports. Les enseignants sélectionnent et combinent les contenus qui les intéressent. Les caractéristiques suivantes : âge compris entre 30 et 39 ans, ancienneté professionnelle comprise entre 11 et 15 ans et enseignement auprès d'élèves de CM2, sont étroitement liées à ce profil.

Nous distinguons également une seconde configuration dans laquelle les enseignants ont un avis assez négatif sur les supports d'enseignement. Ces enseignants n'ont pas une relation totalement positive ou négative à la discipline. L'adaptation caractérise leur manière d'agir. Cette adaptation à partir d'un support valorisé, exploité totalement ou partiellement, peut s'opérer selon trois modalités : l'ajout, la modification ou la sélection/combinaison. La caractéristique suivante : âge inférieur à 30 ans, est étroitement liée à ce profil.

Dans une troisième configuration, nous trouvons des enseignants qui ont une très bonne opinion des supports d'enseignement édités. Ces enseignants qui ont une relation négative à la discipline, utilisent un support d'enseignement édité dont ils suivent les propositions. L'utilisation caractérise leur manière d'agir. Toutefois, nous différencions des enseignants qui appliquent et des enseignants qui s'appliquent. Ces derniers se distinguent des premiers : à partir de la reproduction de ce qui est proposé par le guide pédagogique, ils recherchent à s'approprier l'enseignement des mathématiques. Nous observons également des enseignants qui, s'ils utilisent un support d'enseignement, procèdent à des ajouts (exercices supplémentaires en phase d'application). Il s'agit là d'une des modalités de l'adaptation. Les caractéristiques suivantes : âge supérieur à 50 ans et enseignement auprès d'élèves de CP, sont impliquées dans ce profil.

Les manières d'agir qui privilégient l'utilisation réfèrent également à deux autres configurations. On distingue ainsi des enseignants qui ont une bonne opinion des supports d'enseignement édités. Ces enseignants, s'estiment à même d'enseigner les mathématiques et sont intéressés par cet enseignement, ce qui les rapproche des enseignants de la première configuration. Cependant, ces derniers préfèrent utiliser des supports d'enseignement édités, probablement dans un souci de confort. Enfin, nous trouvons des enseignants qui ont un jugement assez négatif sur les supports d'enseignement, nous supposons qu'ils maîtrisent imparfaitement l'enseignement des mathématiques ce qui les conduit à utiliser, en s'impliquant, les supports d'enseignement pour s'approprier cet enseignement. La caractéristique suivante : ancienneté professionnelle inférieure à 5 ans, est liée à ce profil.

Ces différentes configurations du rapport au support dans lesquelles sont privilégiées l'utilisation, l'adaptation ou la conception soulèvent un questionnement de nature explicitement didactique.

Les travaux de Sarrazy (2002) sur l'hétérogénéité didactique[100] dans l'enseignement des mathématiques nous amènent à interroger les configurations du rapport au support où l'utilisation est privilégiée. Comment les enseignants dont le rapport au support privilégie l'utilisation prennent en compte les hétérogénéités ? Ainsi, l'enseignant doit travailler dans une zone de proximité d'enseignement. Or, dans les supports d'enseignement édités, les

[100] « L'hétérogénéité didactique est définie comme une création du système didactique permettant l'ajustement des exigences fixées par le curriculum aux contraintes effectives d'un système didactique particulier (niveaux des élèves, temps, niveau de difficulté des connaissances en jeu…) » (Sarrazy, 2002)

situations d'enseignement proposées ne sont pas « ajustées » aux contraintes effectives de la classe. Les travaux de Chopin (2011) montrent que lorsque les enseignants anticipent cette hétérogénéité didactique l'avancée dans le temps global du savoir est plus rapide. On peut alors s'interroger : l'action d'enseignement des enseignants dont le rapport au support privilégie l'utilisation permet-elle alors « l'avancée des connaissances pour le plus grand nombre des élèves, dans un temps relativement limité ? ». Dans quelle mesure et comment ces supports permettent-ils aux enseignants d'analyser et de réguler les hétérogénéités didactiques ?

L'action d'enseignement des enseignants dont le rapport au support privilégie l'adaptation peut également être interrogée. Ainsi, dans les propositions des supports d'enseignement édités, des formes de contrat didactique sont privilégiées. Si aucune attention n'est prêtée au contrat didactique (Sarrazy, 1995), élaborer tout ou partie de séquence en utilisant différents supports d'enseignement peut conduire à une variabilité du contrat didactique. L'instabilité du contrat didactique ne risque t-elle pas de générer des difficultés chez les élèves, ces derniers étant alors dans l'incertitude de ce qu'attend le maître ?

Dans le cas des enseignants du premier degré dont le rapport au support privilégie la conception, les rendant auteurs de leur propre démarche, on ne peut manquer de se poser la question suivante : ont-ils, de par leur polyvalence, une maîtrise suffisante des contenus mathématiques qu'ils doivent enseigner ? Maîtrise à laquelle doit s'ajouter une « vigilance scientifique », c'est-à-dire « une prise de recul par rapport à ces contenus », et « une perception des enjeux d'apprentissage y compris en terme d'organisation des savoirs en jeu » (Butlen, Charles-Pézard et Masselot, 2009).

Ces questions didactiques en lien avec les configurations du rapport au support sont d'autant plus importantes que les programmes de l'école primaire précisent que le choix des méthodes et des démarches induit une responsabilité : il suppose des capacités de réflexion sur les pratiques et leurs effets. Or à notre connaissance, nous ne disposons pas encore de résultats de recherche centrés sur l'efficience des pratiques de préparation, selon qu'elles privilégient l'utilisation, l'adaptation ou la conception.

V - BIBLIOGRAPHIE

AMIGUES R. (2003) Pour une approche ergonomique de l'activité enseignante, *Skholê*, n°1 hors-série, 5-16.

BAILLEUL M. (1994), Analyse statistique et implicative : variables modales et contribution des sujets. Application à la modélisation de l'enseignant dans le système didactique, Thèse d'université : Mathématiques et applications, Université Rennes 1, Rennes.

BAILLEUL M. (2001) Des réseaux implicatifs pour mettre en évidence des représentations, *Mathématiques et Sciences Humaines*, n° 154-155, 31-46.

BROUSSEAU G. (1986) La relation didactique : le milieu, 54-68, in *Actes de la IVème école d'été de didactique des mathématiques*. Paris : IREM Paris VII.

BROUSSEAU G. (1990) Le contrat didactique : le milieu, *RDM*, vol. 9/3, 309-336.

BROWN M.-W. (2009) The teacher-tool relationship – Theorizing the Design and use of Curriculum materials, 17-36, in REMILLARD J., HERBEL-EISENMANN B. & LLOYD G. (dir.). *Mathematics Teachers at work, Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction*. New York : Routledge.

BUTLEN D., CHARLES-PEZARD M. & MASSELOT P. (2009), De l'analyse de pratiques à des scénarios de formation : accompagnement de professeurs enseignant les mathématiques, affectés en première nomination dans des établissements de ZEP, in GOIGOUX R., RIA L.,TOCZEK-CAPELLE M.C., *Les* *parcours de formation des enseignants débutants en formation*, Presse universitaire Blaise Pascal d'Auvergne, Clermont-Ferrand, France.

CHARLOT B. (2003) La problématique du rapport au savoir, 33-50, in MAURY S. et CAILLOT M. (dir.). *Rapport au savoir et didactique*. Paris : Fabert.

CHEVALLARD Y. (1999) L'analyse des pratiques en théorie anthropologique du didactique, *RDM*, n°19 – 2, 221-266.

CHEVALLARD Y. (2010) La didactique, dites-vous ?, *Education & Didactique*, vol. 4, n° 1, 139-146.

CHOPIN M.-P. (2011) *Le temps de l'enseignement. L'avancée du savoir et la gestion des hétérogénéités dans la classe*. Rennes : PUR.

CLOT Y. (1999) *La fonction psychologique du travail*. Paris : PUF.

DAINA A. (2009) L'utilisation par les enseignants des ressources en mathématiques : de la préparation à la réalisation d'une séquence en classe. Le cas de l'enseignement de la notion d'aire en fin de primaire à Genève, in *Actes de la 15ème école d'été de didactique des mathématiques* [CD-ROM] (Clermont-Ferrand, 16-23 août 2009).

FAÏTA D. (2003) Apport des sciences du travail à l'analyse des activités enseignantes, *Skholê*, n° 1 hors-série, 17-23.

GRAS R. & KUNTZ P. (2007) Nouveaux apports théoriques à l'Analyse Statistique Implicative et Applications, L'Analyse Statistique Implicative (A.S.I.), en réponse à des problèmes fondateurs, *A.S.I*, n° 4, 15-40.

GUEUDET G. & TROUCHE L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés, le cas des mathématiques, *Education & Didactique*, vol. 2, n° 3, 7-34.

GUEUDET G. & TROUCHE L. (2009) La documentation des professeurs de mathématiques, 249-269, in COULANGE L. ET HACHE C. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2008.* Paris : IREM Paris 7.

GUEUDET G. & TROUCHE L. (2010) Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires, 57-74, in GUEUDET G. & TROUCHE L. (dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR.

MARGOLINAS C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse *a posteriori* des situations, 89-102, in MARGOLINAS C. (éd). *Les débats de didactique des mathématiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

MARGOLINAS C. (2002) Situation, milieux et connaissances : analyse de l'activité du professeur, 145-156, in DORIER J.-L., ARTAUD M., ARTIGUE M., BERTHELOT R. & FLORIS R. (eds.). *Actes de la 11e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

MARGOLINAS C. & WOZNIAK F. (2009a) Place des documents dans l'élaboration d'un enseignement de mathématiques à l'école primaire, 135-146, in BLOCH I. & CONNE F. (dir.). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

MARGOLINAS C. & WOZNIAK F. (2009b) Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, *Revue des sciences de l'éducation*, n° 35(2), 59-82.

MARGOLINAS C. & WOZNIAK F. (2010) Rôle de la documentation dans la situation du professeur, 233-249, in GUEUDET G. & TROUCHE L. dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE (2008) Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. Bulletin Officiel de l'éducation nationale, 19 juin 2008, H.S. 3.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE (2010) Définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier. Bulletin Officiel de l'éducation nationale, 22 juillet 2010, n°29, 11-17.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE, DE LA JEUNESSE ET DE LA VIE ASSOCIATIVE (2011) Préparation de la rentrée 2011. Bulletin Officiel de l'éducation nationale, 5 mai 2011,18.

REMILLARD J. (2010) Modes d'engagement : comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques, 201-216, in GUEUDET G. et TROUCHE L. (dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR.

SARRAZY B. (1995) Le contrat didactique, *Revue Française de Pédagogie*, n° 112, 85-118.

SARRAZY B. (2002) Les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 49, n° 1, 89-117.

retour sommaire

RESOLUTION DE PROBLEME AU CP : ROLE DU LANGAGE, DES SCHEMAS ET DES MANIPULATIONS.

Caroline POISARD
Maître de conférences, IUFM DE BRETAGNE / UBO
Laboratoire du CREAD
caroline.poisard@bretagne.iufm.fr

Le texte présente un extrait des travaux du groupe Lemme (langages et manipulations en mathématiques à l'école) de l'IREM de Brest.

Cette étude trouve son origine dans le travail de Maryse Rebière (2002) sur le rôle des pratiques langagières dans les apprentissages mathématiques où l'auteur analyse la transcription d'une séance ordinaire de résolution du « problème des sucres » en classe de CP.

En s'appuyant sur plusieurs mises en œuvre filmées de la situation « problème des sucres », le texte présente l'analyse des savoirs en jeu, des choix professionnels et de l'activité mathématique des élèves dans chaque séance.

En particulier, l'exposé étudie les schémas que les élèves réalisent pour résoudre ce problème pour en dégager des hypothèses sur l'évolution de leur raisonnement.

Les schémas sont ici envisagés comme des écrits de savoir (Laparra & Margolinas, 2009) en référence au concept « d'ostensif » (Chevallard, 1993, Bosch & Chevallard, 1999).

Exploitations possibles

Le texte constitue un éclairage sur l'utilisation et le rôle de schémas dans la résolution d'un problème précis et sur l'articulation entre un schéma et la production d'une écriture mathématique.

Il peut intéresser les formateurs de professeurs des écoles qui, en formation initiale ou continue, veulent aborder la question de la place et du statut d'un schéma comme outil permettant de résoudre un problème à « support matériel ».

Mots clés

langage – manipulation - schéma – ostensif - écrit de savoir- secondarisation du discours.

RESOLUTION DE PROBLEME AU CP : ROLE DU LANGAGE, DES SCHEMAS ET DES MANIPULATIONS

Caroline POISARD
Maître de conférences, IUFM DE BRETAGNE / UBO
Laboratoire du CREAD
caroline.poisard@bretagne.iufm.fr

Résumé
Cette communication présente les travaux du groupe Lemme (langages et manipulations en mathématiques à l'école) de l'IREM de Brest. Notre étude s'est construite à partir du travail de Rebière (2002) sur le rôle des pratiques langagières dans les apprentissages mathématiques dans lequel l'analyse de l'auteur porte sur la transcription d'une séance ordinaire de résolution de problème au CP. À partir de ce problème (que nous appelons le « problème des sucres »), nous avons construit une séance qui a été filmée. Nous présentons l'analyse des savoirs en jeu dans cette séance, les choix professionnels ainsi que l'activité mathématique des élèves. En particulier, les schémas réalisés par les élèves pour résoudre le problème permettent de voir l'évolution du raisonnement de ceux-ci. Les schémas sont envisagés comme des écrits de savoir (Laparra & Margolinas, 2009) et en référence aux ostensifs (Chevallard, 1993, Bosch & Chevallard, 1999).

L'étude présentée ici a été menée par le groupe Lemme[101] de l'IREM de Brest. Le travail de ce groupe porte sur les langages et les manipulations en mathématiques à l'école. Le terme langage est pensé dans un sens large : discours oral, discours écrit, écrits, schématisations, langage naturel, langage mathématique, etc. Les manipulations peuvent être matérielles c'est-à-dire avec des objets matériels, ou bien virtuelles, avec un logiciel. Pour cette communication, nous ne ferons référence qu'à des manipulations d'objets matériels. Tout d'abord, nous présenterons les références théoriques qui ont alimenté ce travail puis l'analyse d'un problème en CP. Ce travail s'est engagé à partir de la lecture d'un article sur les pratiques langagières en mathématiques (Rebière 2002) qui comporte la transcription d'une séance de résolution de problème en CP sur un problème que nous appelons « problème des sucres ». Cette séance a été reproduite deux fois en classe de CP par le même professeur, en 2011, puis en 2012. Pour compléter l'analyse en termes de pratiques langagières, il nous est apparu important d'analyser les schémas produits par les élèves lors de ces séances en référence à la notion d'ostensif (Chevallard 1993, Bosch & Chevallard 1999) et à celle d'écrit de savoir (Laparra & Margolinas 2009). Concernant l'analyse du « problème des sucres », nous présentons l'analyse des savoirs en jeu, la présentation des trames des trois séances, ainsi que l'analyse de schémas d'élèves. Nous montrons que les statuts et les rôles du langage, des schémas et des manipulations sont interdépendants pendant les séances de classe. Notre hypothèse est que l'analyse doit croiser ces trois dimensions pour rendre compte des choix des professeurs et de l'apprentissage des élèves.

[101] Le groupe Lemme est composé de Delphine D'hondt, Anne Henry, Caroline Poisard, Gwenaëlle Riou-Azou et Nathalie Vigot (en 2010/11 et 2011/12).

VI - REFERENCES THEORIQUES

1 Les pratiques langagières en mathématiques

Rebière (2002) analyse les pratiques langagières pour l'apprentissage des mathématiques à partir de la transcription d'une séance ordinaire de résolution de problème au CP. Pour l'auteur, l'apprentissage de la langue est lié aux apprentissages disciplinaires. En classe, les discours oral et écrit sont imbriqués alors que peu de travaux existent actuellement sur l'oralité en classe. Pour Rebière, d'un point de vue du linguiste, l'apprentissage des mathématiques à l'école est caractérisé par des pratiques et des discours. En effet : « chaque sphère d'activité développe les pratiques qui lui sont propres, génératrices des savoirs qui la caractérisent, ainsi que les discours qui en permettent l'élaboration et la communication » (Ibid, p.37). L'auteur développe la notion de genre (genre premier, genre second et « secondarisation ») pour rendre compte de la diversité des pratiques langagières ; chaque sphère d'activité produit ses genres. L'hypothèse est que « les ruptures, les distorsions, les dysfonctionnements des discours des élèves s'expliquent moins par des manques linguistiques que par des difficultés qu'ils éprouvent à s'inscrire en tant qu'acteurs efficaces (ayant construit un point de vue homogène et pertinent sur l'activité) dans un champ disciplinaire donné » (Ibid, p.37). Il nous semble que ces questions sont sous une autre forme à l'étude dans le champ de la didactique des mathématiques et que les notions d'institution (Chevallard 1985), de contrat didactique et de milieu (Brousseau 1998) peuvent aussi apporter des pistes d'analyses. Rebière développe la notion de « secondarisation » des genres du discours qui permet de repérer des apprentissages en classe. Le genre du discours premier façonne « les échanges spontanés qui régulent la vie de tous les jours » (Ibid p.38), alors que le genre du discours second se retrouve « dans les échanges culturels plus élaborés, affranchis de l'urgence temporelle de l'action (roman, théâtre, conférence, débat scientifique…). Ils permettent de mettre à distance, d'objectiver, de reconfigurer. » (Ibid p.39). En classe, les genres premier et second se côtoient, le propos n'étant pas ici de repérer les deux. La secondarisation en classe permet de repérer si un élève s'est approprié un outil culturel scolaire. L'école doit permettre aux élèves un « travail cognitif et langagier de secondarisation de leurs pratiques langagières initiales et la construction de positions énonciatives favorisant les déplacements. » (Ibid p.39). La secondarisation ne repère pas une dichotomie entre le niveau de la classe et celui de la noosphère (c'est-à-dire les mathématiciens, Chevallard 1985). Elle permet d'identifier comment les élèves s'approprient des objets mathématiques transposés dans le milieu de la classe et qui sont des objets d'apprentissage. Rebière analyse ensuite un exemple de travail langagier avec le « problème des sucres au CP » en montrant en quoi l'activité langagière peut être le lieu de la secondarisation des pratiques langagières, et « comment l'enfant s'y prend pour 'travailler' les concepts en jeu, en quoi le langage témoigne de ce travail, mais aussi agit sur leur construction ». (Ibid p.40). En particulier, elle étudie la construction d'une position énonciative pertinente pour les élèves (spécification-généralisation, concret-abstrait, contextualisation-décontextualisation, catégorisation). Elle caractérise les discours mathématiques scolaires par des « emboîtements des contextes, garant des opérations de mise à distance, d'objectivation, mais aussi de conceptualisation, emboîtements à la fois signalés et provoqués par le langage » (Ibid, p.45) et elle introduit le terme de « jungle langagière » pour préciser ces discours mathématiques qui sont autant d'obstacles aux apprentissages. Le travail du langage est décrit au travers des reformulations, des introducteurs de changement de contexte, et des formulations floues.

2 La notion d'ostensif

Pour compléter l'analyse de Rebière, nous présentons les notions de praxéologie et d'ostensifs (Chevallard 1993, Bosch & Chevallard 2009) qui nous permettent de caractériser l'activité mathématique des élèves pour l'étude du « problème des sucres ». En théorie anthropologique du didactique (Chevallard 2007), dans une institution donnée, le système didactique étudie le fonctionnement de trois pôles : le professeur, l'élève et le savoir. L'évolution du rapport au savoir des élèves permet de caractériser les apprentissages qui sont effectifs quand le rapport personnel à un savoir donné tend au rapport institutionnel attendu. L'évolution du rapport au savoir se décrit par les différentes « manières de faire » appelées techniques. Pour le « problème des sucres », la tâche donnée aux élèves est de résoudre un problème de partage en CP. L'analyse des praxéologies propose de décrire la pratique (technique) et le discours (technologie) pour une tâche donnée. Les techniques disponibles pour les élèves (c'est-à-dire la mise en œuvre) et les technologies associées (c'est-à-dire le discours sur la technique) pour le « problème des sucres » sont analysées au paragraphe II.1.

Pour décrire plus précisément l'activité mathématique, nous utilisons les notions d'ostensif et de non-ostensif (Chevallard 1993, Bosch & Chevallard 2009). Les objets ostensifs c'est-à-dire sensibles, ont la caractéristique de pouvoir être manipulés dans une égalité ou une équation par exemple. Les ostensifs peuvent être oraux, gestuels, discursifs ou langagiers, graphiques, scripturaux, matériels, etc. Les objets non-ostensifs ne peuvent pas être manipulés comme les notions ou les définitions. Toute technique suppose l'activation d'ostensifs et de non-ostensifs. Par exemple, l'égalité « 2 + 2 = 4 » manipule les écritures chiffrées de deux et de quatre ainsi que les signes plus et égal, ce sont des ostensifs qui permettent de décrire un raisonnement mathématique. La définition de l'addition ou la notion d'égalité -que les élèves doivent connaître pour produire l'écriture « 2 + 2 = 4 »- sont des objets non–ostensifs. Un objet ostensif possède deux fonctions : une fonction instrumentale « qui permet d'agir, de travailler » (Chevallard 1993, p.7-8) et une fonction sémiotique « qui permet de voir, d'apprécier de manière sensible le travail fait, le travail en train de se faire, et d'envisager le travail à faire » (Ibid). Pour une technique donnée, les ostensifs et les non-ostensifs sont spécifiques. Pour notre analyse du « problème des sucres », nous regardons le schéma qui pourrait être associé à une égalité. Les schémas sont des objets communs de l'activité mathématique au cycle 2 alors que les élèves entrent dans l'écrit. Notre hypothèse est que le schéma est un ostensif qui possède une valeur instrumentale et une valeur sémiotique et qu'il est associé à une technique donnée. Nous développons cet aspect au paragraphe II.3.

3 Le schéma comme écrit de savoir

Laparra & Margolinas (2009), dans une analyse conjointe en didactique du français et des mathématiques, décrivent le schéma comme un écrit de savoir. L'exemple étudié entre dans le cadre de la résolution de problèmes arithmétiques au CP, pour un problème de partie/tout à résoudre. Les spécificités de ces écrits de savoir sont présentées pour introduire l'étude de schémas :

« - ils ne donnent pas à lire le discours sur le monde, mais ils donnent à voir une activité réflexive sur des objets du monde, et au travers d'eux sur des relations entre des nombres, puisqu'il s'agit de schémas représentant la résolution d'un problème mathématique ;

- ils ont été produits et sont utilisés par de jeunes élèves qui ne sont ni des lecteurs ni des scripteurs confirmés puisqu'ils sont au CP » (Laparra & Margolinas 2009, p.51)

Le schéma est un écrit (non langagier) qui nécessite un apprentissage spécifique et est « particulièrement approprié pour rendre les élèves sensibles aux ressources cognitives que procure l'écrit » (Ibid, p.78). L'analyse comporte cinq axes : ce que sont les schémas pour le maître (discours et actions en situations), ce que font les élèves, le problème que pose l'interprétation d'un schéma, les raisons pour lesquelles le schéma n'est pas pensé comme un objet d'apprentissage, et des propositions pour l'enseignement des schémas. L'étude s'intéresse donc au système didactique professeur, élève et savoirs, et propose une réflexion sur la formation des enseignants (et donc des élèves) sur le rôle et la place du schéma en classe de mathématiques. Nous présentons les aspects que nous avons observés en classe, qui nous sont apparus importants et qui nous semblent rejoindre l'analyse de Laparra et Margolinas. Le schéma est associé à une action, c'est la manière d'entrer dans la résolution du problème. Pour le professeur, il est pensé comme une aide mais du côté des élèves, le schéma peut provoquer des difficultés, en particulier la confusion entre les données du problème et le résultat cherché. L'interprétation d'un schéma est délicate pour le professeur, la procédure sous-jacente est parfois difficilement accessible à partir du schéma seul. Pour Laparra & Margolinas, le schéma n'est pas pensé comme un objet d'apprentissage par la communauté enseignante, il est, soit un écrit intermédiaire pour soi ou pour la classe (brouillon), soit un outil méthodologique transversal, soit un objet à regarder (évidence). Les auteurs décrivent des fonctionnalités à envisager pour le schéma : pour fixer les données d'un problème, comme moyen de réduction de la complexité du problème, comme substitution de la manipulation (peu sûre), comme moyen de preuve, comme moyen de s'affranchir des contraintes de la temporalité discursive, l'importance de la légende d'un schéma, schématisations et classes de problèmes.

VII - ÉTUDE DU « PROBLEME DES SUCRES »

Nous présentons le « problème des sucres » comme cela a été fait en classe de CP dans la séance qui sert d'exemple à l'analyse de Rebière (2002) (figure 1).

Au tableau

12 sucres
2 sucres par verre
Combien faut-il de verres ?

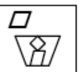


Figure 1 : Trace écrite au tableau en début de la séance sur le « problème des sucres » (Rebière 2002)

On dispose de 12 sucres et il faut répartir deux sucres par verre. Combien faut-il de verres? À notre niveau, on peut résoudre le problème en pensant que $12=6\times 2$ donc il faut 6 verres. Nous allons maintenant étudier les différentes techniques disponibles en CP pour résoudre ce problème ainsi que les technologies associées. Ensuite, nous présenterons les trames et les choix professionnels des professeurs pour les trois séances qui nous servent d'analyse : la séance S0 (Rebière 2002), la séance S1 réalisée en 2011 et la séance S2 réalisée en 2012. Enfin, nous analyserons des schémas d'élèves en montrant les savoirs associés. À chaque séance, les élèves ne sont pas les mêmes mais le professeur est le même en S1 et en S2.

1 L'analyse des savoirs en jeu dans le « problème des sucres »

La tâche proposée aux élèves de CP consiste donc à résoudre un problème de partage. Nous présentons les techniques disponibles en dissociant celles pour le schéma, et celles pour le calcul à effectuer.

- Les techniques disponibles pour produire le schéma (figure 2) :

Il y a deux temporalités possibles. Certains élèves dessinent 12 sucres puis dessinent les verres qui contiennent deux sucres. D'autres dessinent les verres en premier : un verre puis mettent deux sucres dedans et répètent l'opération. On voit ici que le schéma est fortement lié à une manipulation réelle possible. Dans les séances observées, on voit bien que pour les élèves de CP, ces deux techniques sont considérées comme différentes et il semble nécessaire que le professeur mette à jour ces deux techniques.

| X X | | X X | | X X | | X X | | X X | | X X |
2 2 2 2 2 2

Figure 2 : Schématisation possible du problème des sucres

- Les techniques et technologies pour trouver le nombre de verres :

Raisonnements de type additif :

- Compter de deux en deux (2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12) ou décompter de deux en deux (12 ; 10 ; 8 ; 6 ; 4 ; 2) puis dénombrer le nombre de verres. En général, le comptage est associé au schéma sucres puis verres alors que le décomptage est associé au schéma verre puis sucres.
- Produire la décomposition additive de 12 (12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2) puis compter le nombre de « 2 ». Ceci apparaît pour les schémas où l'association au chiffre deux est faite pour chaque verre (figure 2) et la décomposition du 12 en découle. Pour les trois séances, c'est l'un des objectifs du professeur, de produire cette décomposition écrite.

Raisonnements de type multiplicatif :

- La moitié de 12 c'est 6, il faut donc deux fois moins de verres que de sucres. Cette technique n'a pas été observée en CP, mais certaines explications d'élèves laissent pointer un début de raisonnement de ce type (en S0).
- Raisonnement du type 12 = 6 fois 2 (ou $12 = 6 \times 2$). Les élèves de CP sont majoritairement dans un raisonnement de type additif, mais selon la période de l'année scolaire, en particulier plutôt vers la fin d'année, un raisonnement de type multiplicatif peut apparaître. C'est ce que nous avons constaté en S2.

Comme nous le verrons plus loin, pour dénombrer le nombre de verres, certains élèves produisent l'opération 3 + 3 = 6.

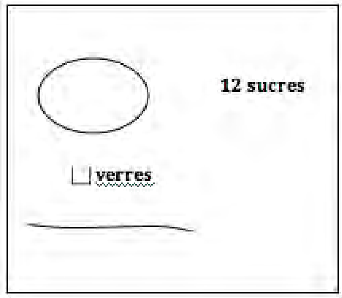
Les dysfonctionnements prévisibles de la séance portent en particulier sur la schématisation proposée par le professeur. En particulier, le schéma proposé dans l'énoncé du problème en S0 porte à confusion pour les élèves : le schéma ne possède que trois sucres, est-ce la réponse souhaitée ? De plus, on observe que les élèves ont des difficultés à dessiner les sucres en forme de parallélépipèdes, ce qui déplace l'objet d'enseignement de la séance.

Les variables didactiques concernent le nombre de verres, le nombre de sucres, et le fait ou non que le nombre de sucres divise le nombre de verres (c'est-à-dire y-a-t-il un reste ?). Ces variables ont été utilisées par les professeurs. En S0, le problème de trois sucres par verre (pour 12 sucres) a été proposé en réinvestissement. En S2, le professeur a proposé deux sucres par verre pour 8 sucres au total, puis pour 13 sucres (dans ce cas, le nombre de sucres ne divise pas le nombre de verres).

2 Trame des trois séances et choix professionnels des professeurs

Notre analyse porte sur trois séances réalisées en classe : S0, S1 et S2. S0 est la séance décrite dans l'article de Rebière (2002), et les séances S1 et S2 ont été effectuées par Annie dans sa classe de CP en février 2011 (S1) et en mai 2012 (S2). Annie a une classe multi-niveaux de la maternelle au CP depuis plusieurs années.

La séance S0 dure 45 minutes et possède quatre phases : la mise au travail des élèves, le travail en binômes avec la production d'affiches, la correction collective par le professeur (où l'institutionnalisation consiste en la trace écrite 12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2), et le travail sur un autre problème du même type (12 sucres et 3 sucres par verre). Concernant les choix du professeur, un schéma où les sucres ne sont pas représentés est noté au tableau (figure 1) avant la mise au travail des élèves et le matériel (sucres et verres) est évoqué en début de séance mais n'est pas manipulé. Pendant la séance, on observe des difficultés des élèves pour dessiner des sucres comme des parallélépipèdes, ce qui peut s'expliquer par le schéma proposé par le professeur.



12 sucres
2 par verre
Combien de verres ?
- - - - verres **réponse**
calcul

Figure 3 : Traces écrites au tableau d'Annie. « Schéma, calcul et résultat » en début de S1 (gauche) et « aide pour la rédaction » en fin de S2 (droite)

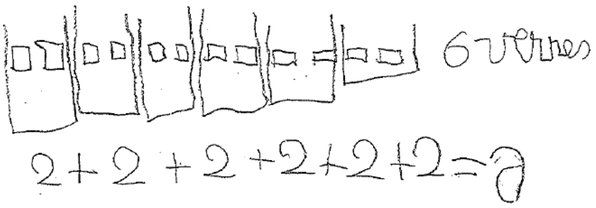
Pour les séances S1 et S2, regardons tout d'abord ce qui est commun à ces deux séances produites par le même professeur Annie, sur deux années scolaires différentes, donc avec des élèves différents. La contextualisation du problème est faite en lien avec l'expérience de l'après-midi en physique qui servira à faire du sirop. Les séances possèdent des phases de manipulation où le matériel (cubes et verres) est utilisé comme aide à la compréhension par le professeur. Annie propose à certains élèves de manipuler le matériel lors des pauses. Le matériel est donc envisagé pour la différenciation des apprentissages. Les élèves réalisent deux productions sur papier lors de chaque séance avec un schéma, une ligne de calcul (égalité) et le résultat demandé par le professeur (figure 3). Lors des deux séances, les élèves rencontrent des difficultés pour exprimer le calcul (12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2) en lien avec le résultat (qui est 6). Les séances S1 et S2 divergent sur certains points. La séance S1 réalisée en janvier 2011 dure 1h20 avec six élèves. Le professeur a réalisé l'ensemble de la séance sur le même domaine numérique (12 sucres et 2 verres par sucre). En début de séance, la schématisation a été institutionnalisée : X pour les sucres et □ pour les verres. La séance S2 réalisée en mai 2012 dure 50 minutes avec 12 élèves. Le champ numérique du problème a été élargi à 8 sucres puis 13 sucres avec toujours 2 sucres par verre. Pour les 13 sucres, il y a une difficulté supplémentaire car on a 6 verres et il reste un sucre « tout seul ». Pour ces changements numériques, Annie demande le calcul directement sans le schéma, la schématisation est alors envisagée comme une aide à la compréhension. Pour corriger le problème avec 13 sucres, Annie choisi de rentrer dans le domaine multiplicatif et écrit au tableau « 6 fois 2 = 12 et 7 fois 2 = 14 ». Ceci peut s'expliquer par la période de l'année où le problème a été proposé : en février pour la S1 et en mai pour la S2, ce qui fait la différence en classe de CP. D'ailleurs Annie a introduit le signe multiplié (×) quelques jours après la S2 et dans le prolongement de cette séance.

3 Analyse de schémas d'élèves

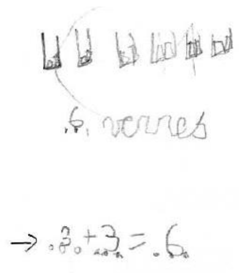
Pour les séances S1 et S2, nous avons recueilli les productions des élèves, une première production individuelle (P1) puis une seconde (P2) après une phase de discussion en classe. En S1, nous avons donc 6×2 productions et 12×2 en S2. Nous présentons tout d'abord, grâce à l'analyse des schémas, l'obstacle rencontré par les élèves pour faire apparaître le 6 dans le résultat. Ensuite, nous analysons une étude de cas : les schémas de Karim, des ostensifs.

Tout d'abord, regardons si les élèves produisent l'écriture 12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 attendue par le professeur. En S1, 4 élèves (sur les 6) écrivent l'égalité attendue et un élève écrit 10 + 2 = 12 en P1. En S2, en P1, trois élèves écrivent la réponse attendue, et un élève écrit aussi 10 + 2 = 12. Puis, en P2, 8 élèves (sur 12) produisent 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 (avant ou sans

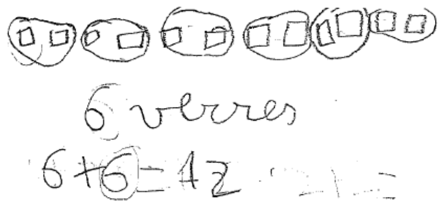
= 12). Le problème consiste à distribuer 12 sucres avec 2 sucres par verre. Combien faut-il de verres ? La réponse au problème est 6 verres. Le raisonnement est principalement additif en CP: 12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2, et ne fait pas apparaître le résultat qui est 6, ce que certains élèves cherchent en écrivant 12 = 6 + 6 ou 3 + 3 = 6 dans la ligne de calcul (figure 4). Ceci semble constituer un obstacle important au travail d'écriture du calcul (associé éventuellement à un schéma) et ce, même si la réponse 6 a été fournie par les élèves. Avec un raisonnement de type multiplicatif, c'est-à-dire « 12 c'est 2 fois 6 » ou 12 = 2 × 6, l'obstacle peut être résolu.

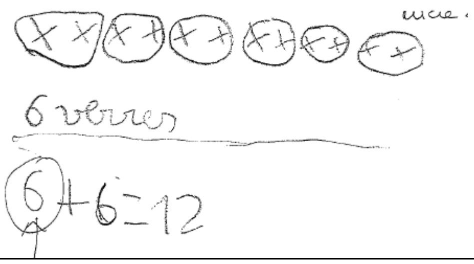


Production P1 de Louis (S2)



Production P1 de Marc (S2)





Productions P1 et P2 de Lucie (S1)

Figure 4 : Exemples de travaux d'élèves dans les classes d'Annie

Regardons plus spécifiquement les productions où les élèves semblent chercher à produire un 6 dans le résultat. En séance S1, deux productions sur les 12 comprennent un 6 dans le calcul : les premières productions de Marc : « 3 + 3 = 6 », et de Karim : « 6 + 6 » (0 en P2). En séance S2, en premières productions, Louis écrit « 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 6 » (6 écrit à l'envers) ainsi que Minnie et Leo qui écrivent « 3 + 3 = 6». Lucille produit la même chose en P1 et P2 : « 6 + 6 = 12 », et Corentin « 3 + 3 = 6 » en P2 (pas de production P1). Pour analyser la production « 3 + 3 = 6 », on peut faire l'hypothèse que les élèves ont compté 1, 2, 3 verres puis écrit 3, reproduit le raisonnement une deuxième fois et enfin effectué l'addition qui donne 6. Cette égalité peut donc être le reflet de leur raisonnement pour compter le nombre de verres lorsque les sucres ont été distribués. Pour l'écriture de « 6 + 6 = 12 », on peut pointer un problème de contrat didactique : « en mathématiques, on produit une égalité (souvent une addition au CP) et le résultat peut se lire dans l'égalité », ce qui n'est pas le cas dans ce problème… Avec le « 6 + 6 = 12 », on répond même doublement au contrat car il y a deux six dans cette égalité !

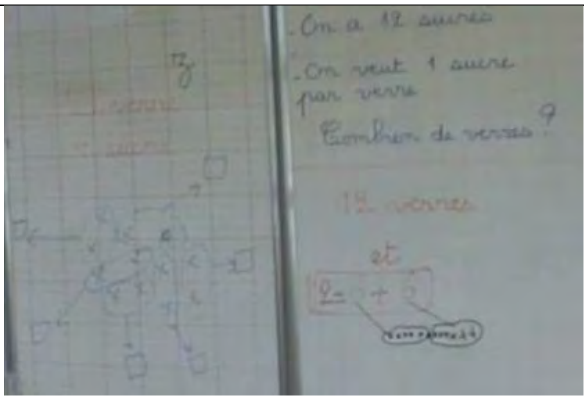
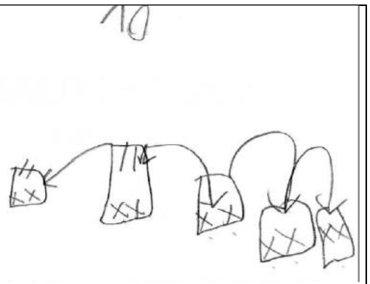
 Karim P1 (S1)	 Au tableau en S1. Professeur (gauche) et Karim (droite)	 Karim P2 (S1)

Figure 5 : Les schémas de Karim (S1)

Regardons maintenant l'évolution du travail effectué par Karim en S1 (figure 5). En première production, Karim a dessiné des sucres, les a reliés deux par deux en dessinant un verre à chaque fois. Son schéma est très lié à l'action de mettre des sucres dans des verres. Karim donne le résultat juste : 6 verres et écrit 6 + 6 qui ne reflète pas le raisonnement sur le schéma. Ensuite, pendant la séance, Annie demande à Karim d'expliquer pourquoi il propose le calcul « 12 = 6 + 6 ». Cette phase questionne l'élève sur la validité de sa réponse : « Est-ce que j'ai juste ? » demande-t-il à son professeur. Karim dessine au tableau deux paquets de six sucres sous chaque six de l'égalité. Ensuite en deuxième production, Karim schématise les sucres selon l'attente du professeur (X), mais son résultat devient faux : 10 verres. Karim répond au contrat didactique de la schématisation, mais ne fournit plus le résultat juste. On voit ici une difficulté majeure de l'analyse de schémas d'élèves : la valeur sémiotique des schémas (la technique dans l'action) est différente de la valeur sémiotique du calcul (la technique du calcul). Les schémas ont donc une valeur sémiotique qui complète leur valeur instrumentale, ce qui selon Bosch et Chevallard (1999) permet de qualifier le schéma d'ostensif.

VIII - CONCLUSION ET PROLONGEMENTS

Pour nous, le schéma est un écrit de savoir qui peut permettre de repérer une « secondarisation » du discours oral et écrit en classe. En effet, le schéma permet de repérer comment les élèves s'approprient les objets mathématiques de la classe. La schématisation (les choix des professeurs et les productions des élèves) est partie intégrante du travail mathématique à l'école.

Plus précisément, le schéma peut être considéré comme un ostensif avec une valeur instrumentale et une valeur sémiotique qui reflète-en partie- une technique. Le schéma reflète une technique (un raisonnement, une manière de faire, une procédure, etc…) qui elle-même se rattache à une technologie (le savoir associé à cette technique). Avec l'exemple du travail de Karim, nous montrons ici que le schéma est marqué par une temporalité difficile à saisir au niveau « personnel » (c'est-à-dire la suite du raisonnement de l'élève) ainsi qu'au niveau « public » (c'est-à-dire ce qui est montré à la classe). Il en résulte donc un travail d'analyse du professeur tout aussi complexe à mener en classe.

Enfin, il semble nécessaire que l'analyse des schémas des élèves puisse être faite à la lumière du discours oral et écrit de l'élève (et du professeur), ainsi que d'éventuelles manipulations matérielles ou virtuelles. Les trois dimensions : discours, schémas et manipulations sont en relations étroites et reflètent le raisonnement des élèves. Le travail et les choix du professeur doivent aussi prendre en compte ces trois dimensions afin que le schéma puisse servir dans l'analyse du travail effectif des élèves.

IX - BIBLIOGRAPHIE

BOSCH, M. & CHEVALLARD, Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, **19**, 77-124.

BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1985) *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1993) *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques.

CHEVALLARD, Y. (2007) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éd.), Sociedad, Escuela y Mathemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico, Universidad de Jaén, 2007, 705-746.

LAPARRA, M. & MARGOLINAS, C. (2009) Le schéma : un écrit de savoir ? *Pratiques*, **143/144**, 51-82.

REBIERE, M. (2002) *Quelques remarques pour réfléchir au rôle des pratiques langagières dans les apprentissages mathématiques.* Actes du 29ème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres. p.35-55.

retour au sommaire