PARCOURS DE FORMATION ET NIVEAUX DE CONCEPTUALISATION DE LA PROPORTIONNALITÉ CHEZ LES ÉTUDIANTS PE1 VERSUS M1

Jean-Pierre LEVAIN
MCF, IUFM de l'Université de Franche-Comté
Laboratoire de Psychologie EA 3188
Jean-pierre.levain@univ-fcomte.fr

Philippe LE BORGNE
MCF, IUFM de l'Université de Franche-Comté
Laboratoire de Didactique des Mathématiques EA 1547
Philippe.leborgne@univ-fcomte.fr

Arnaud SIMARD
MCF, IUFM de l'Université de Franche-Comté
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Nicole BONNET
Professeur, IUFM de l'Université de Bourgogne
nicole.bonnet@dijon.iufm.fr

Pascal GRISONI
Directeur adjoint, IUFM de l'Université de Bourgogne
pascal.grisoni@dijon.iufm.fr

Résumé

Faisant suite au réaménagement des dispositifs de formation des enseignants lié à l'introduction de nouveaux masters, cette recherche ambitionne d'analyser, de manière comparative, les différents niveaux de conceptualisation de la proportionnalité développés par des étudiants en première année d'IUFM. Pour ce faire, nous avons soumis, à deux ans d'écart, un questionnaire comprenant dix-neuf problèmes d'agrandissement et d'échelle à quatre groupes distincts d'étudiants. Deux passations ont eu lieu en début et fin d'année, un an avant l'introduction des nouveaux masters. Deux autres se sont déroulés, toujours en début et fin d'année, un an après. Un premier traitement statistique nous permet de réaliser des regroupements entre des ensembles de sujets et les problèmes qu'ils réussissent électivement (Girardot, 1982). Dans un deuxième temps, une analyse de ces réussites et échecs aux principales catégories de problèmes nous permet d'interpréter ces regroupements en termes de niveaux de conceptualisation spécifiques. L'originalité de cette approche réside en grande partie dans le fait de considérer la distribution des niveaux de conceptualisation inférés comme variable dépendante (au moins pour une part) des parcours de formation analysés (apport de chaque année de formation PE1 vs M1, licence obtenue etc.).

I - INTRODUCTION

La recherche que nous présentons correspond à la première partie d'une réponse à un appel à propositions du Pôle Nord-Est des IUFM. Elle s'intéresse à la formation des futurs enseignants du premier degré à un moment où les dispositifs de formation ont été profondément réaménagés par la mise en place des nouveaux masters : « Métiers de l'Enseignement, de l'Éducation et de la Formation ». Cette recherche s'inscrit dans une problématique psychologique et didactique située à un des carrefours possibles entre professionnalisation, maîtrise de la proportionnalité et développement du sujet (Vergnaud, 1988, 1991 ; Levain, 1997 ; Bastien et Bastien-Toniazzo, 2004).

Dans un contexte de transition entre deux systèmes de formation, nous nous proposons d'analyser, de manière comparative, les différents niveaux de conceptualisation de la proportionnalité développés par les étudiants et les professeurs stagiaires à plusieurs moments clés de leur parcours de formation. L'analyse de ces différents niveaux de conceptualisation de la proportionnalité prend appui sur un questionnaire, comprenant dix-neuf problèmes, que nous soumettons à quatre moments clés du cursus de formation : début de la première année de formation, fin de cette même année (PE1 vs M1), début de la deuxième année de formation et fin de cette dernière année (PE2 vs M2). Nous souhaitons pouvoir analyser, et ce pour chacun des deux modèles envisagés, l'apport respectif de chaque année de formation, l'impact du concours, la spécificité de la licence obtenue et du cursus antérieur sur notre variable dépendante inférée (niveaux de conceptualisation). Le recueil des données de cette recherche, n'est à ce jour pas terminé ; nous nous limiterons ici à la comparaison de résultats obtenus en début et fin d'année concernant exclusivement les étudiants de première année d'IUFM (PE1 vs M1).

L'apprentissage et la compréhension de la proportionnalité constituent un des apports essentiels des mathématiques au traitement de situations relevant aussi bien des champs professionnels que de l'exercice de la vie quotidienne. Il est aujourd'hui bien validé que le raisonnement proportionnel et la maîtrise des structures multiplicatives se développent sur une longue période de temps (Inhelder et Piaget, 1955 ; Vergnaud, 1991 ; Levain, 1997 ; Levain, Le Borgne et Simard, 2009) et dépendent à la fois du développement psychogénétique, mais aussi, des cursus scolaires, des expériences, des situations et des tâches analysés et traités par le sujet. Nous abordons cette thématique dans le cadre d'une perspective cognitive qui insiste tout particulièrement sur l'aspect fonctionnel de l'organisation en mémoire et de l'utilisation des connaissances (Bastien, 1997 ; Bastien et Bastien-Toniazzo, 2004), et aussi sur l'importance du rôle des situations et des tâches proposées aux sujets dans la construction de savoirs et de savoir-faire (Vergnaud, 1988, 1991). C'est en ce sens que nous situons notre étude dans le cadre de la résolution de problèmes d'agrandissement et d'échelle (Levain, 1997 ; Levain, Le Borgne et Simard, 2009) à l'intérieur du champ conceptuel de la proportionnalité. Par problèmes d'agrandissement, nous entendons des problèmes nécessitant le calcul d'une quatrième proportionnelle sans changement d'unité de mesure. La notion d'échelle renvoie plus directement au calcul ou au traitement d'un rapport de type 1/n dans lequel n est grand. L'échelle apparaît en ce sens à la fois comme un outil permettant de résoudre des problèmes et comme un objet de savoir socialement organisé et culturellement reconnu Douady (1986) ; les problèmes proposés pouvant mobiliser chez les étudiants des cadres géométrique, arithmétique, numérique et algébrique.

Le travail de conceptualisation n'est cependant pas toujours facile à mener. Dans les situations d'agrandissement, les deux objets mis en rapport sont souvent de taille comparable et interprétés d'emblée dans un registre de similitude. Par contre dans le calcul d'une échelle la différence de taille entre eux est telle que le rapport se construit davantage entre un signifiant et un signifié. Ce qui peut entrainer chez beaucoup de sujets des difficultés d'utilisation ou d'appréhension du rapport, des erreurs récurrentes dans l'harmonisation des unités, des abandons et des non réponses qui peuvent être assez fréquentes. Ce projet, soutenu par le pôle nord-est des IUFM implique une équipe composée de cinq personnes et la collaboration des deux IUFM des universités de Bourgogne et de Franche-Comté.

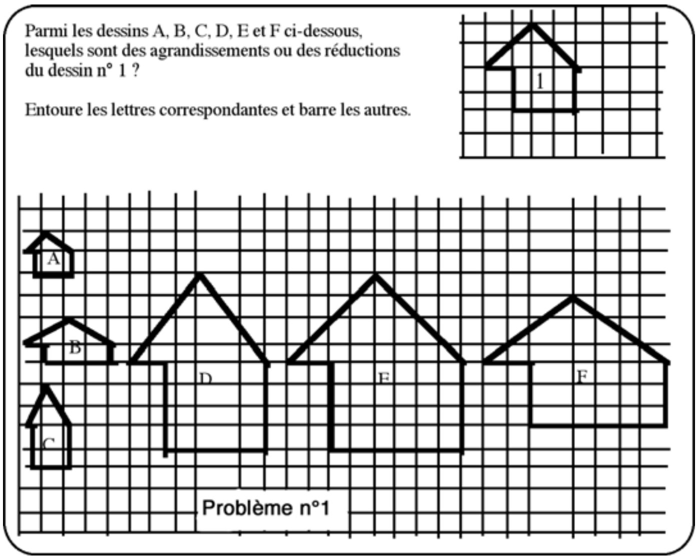
II - PRÉSENTATION DU QUESTIONNAIRE

Notre questionnaire se présente sous la forme d'un livret au format A4 incluant un problème par page. Il comporte dix-neuf problèmes partitionnés en deux grandes catégories.

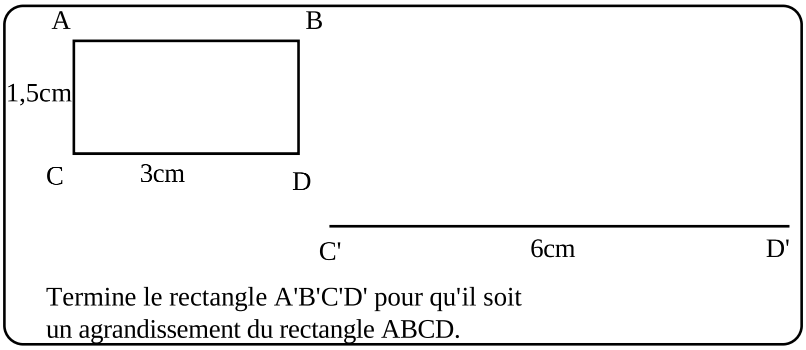
Les huit premiers problèmes traitent des notions d'agrandissement ou de réduction d'objets ou de figures. Les onze suivants abordent directement le concept d'échelle.

1 Les problèmes d’agrandissement ou de réduction.

Le premier problème nécessite de reconnaître un agrandissement et une réduction d'une figure géométrique. Les rapports en jeu sont ici très simples. Les trois premiers problèmes, de réussite aisée, constituent une introduction à l’épreuve visant à maximiser la réussite en entrée de manière à ce qu’aucun sujet ne soit d’emblée en situation d’échec.



À l’instar du problème n°1, les problèmes 2 à 5 traduisent une situation d'agrandissement de figure. Il s'agit à chaque fois de déterminer la largeur du rectangle agrandi connaissant sa longueur ainsi que les deux dimensions du rectangle d'origine :



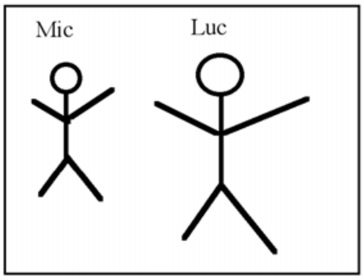
Énoncé du problème n°2.

Comme précisé dans le tableau n°1, ces problèmes nous permettent de combiner le type de rapport utilisé interne (entre la largeur et la longueur d’un même rectangle) ou externe (rapport d’agrandissement) avec le degré de difficulté de ce rapport (simple ou complexe) de la manière suivante :

Problèmes :	Rapport interne	Rapport externe
n° 2	simple : 1/2	simple : 2/1
n° 3	complexe : 3/5	simple : 2/1
n°4	simple : 1/2	complexe : 5/3
n°5	complexe : 3/5	complexe : 9/3

Tableau n°1 : type et difficulté des rapports.

Le problème n°6 s'inspire de la fameuse épreuve de Karplus « Mr Short and Mr Tall » (Karplus, Karplus, Formisano & Paulson, 1979) testée dans de nombreux pays (Hart, 1981, 1988). La petite taille et la symétrie des valeurs numériques impliquées invitent fréquemment à l'utilisation d'une procédure additive erronée formulée en termes de différences constantes :



Sur une photo, Mic mesure 4 cm
et Luc 6 cm.
Après agrandissement de la photo,
Mic mesure 6 cm.
Combien Luc mesure-t-il sur la photo agrandie ?

Problème n°6.

Les problèmes n°7 et 8 traduisent respectivement une situation d'agrandissement et une de réduction :

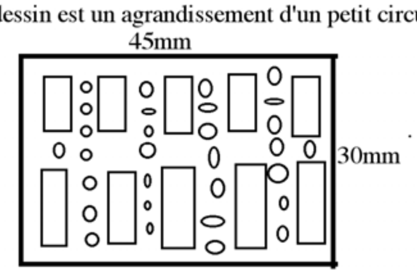
Une photographie d'identité mesure 3,6 cm de longueur et 2,4 cm de largeur.
Une fois agrandie, sous forme de poster, cette photo a pour longueur 90 cm.
Quelle est sa largeur ?

Écris ta réponse dans le cadre

Problème n°7.

Les rapports externes et internes sont identiques d'un problème à l'autre et respectivement égaux à 25 et 1,5.

Ce dessin est un agrandissement d'un petit circuit électrique :



Sur le dessin, ce circuit de forme rectangulaire mesure 45 millimètres de longueur et 30 millimètres de largeur. La longueur réelle du circuit est de 1,8 millimètre.
Quelle est sa largeur ?

Problème n°8

2 Les problèmes d'échelle

Dans la deuxième partie de notre questionnaire, nous distinguons les problèmes n°9, 10, 11 et 12 qui portent sur le calcul de l'échelle. Les n°15 et 16 qui renvoient au calcul d'une dimension du représentant, c'est-à-dire du plan ou de la carte connaissant la transformation ainsi que la dimension correspondante du représenté (c'est-à-dire sur le terrain). Enfin, les problèmes n°17, 18 et 19 qui nécessitent de calculer une dimension du représenté (calcul de l'image réciproque par la transformation). Nous avons retenu pour élaborer ces différenciations quatre principaux types de présentation d'une échelle (Bodin, 1989) :

- l'échelle de type 1 qui correspond, dans notre épreuve, à l'utilisation explicite du terme « échelle » traduit l'écriture fractionnaire de type 1/n. C'est ce qu'il convient par exemple de calculer aux problèmes n°9, 10 et 11 :

Un mur de 50 m de long est représenté sur un plan par un segment de 10 cm.
quel est l'échelle de ce plan ?

Quels calculs fais-tu ?

Ecris ta réponse dans le cadre :

Problème n°9

- l'échelle de type 2 prend la forme d'une indication du type « 2cm pour 1 km » (problème n°10) :

Sur une carte on peut lire : "2 centimètres pour 1 kilomètre".
Quelle est l'échelle de cette carte ?

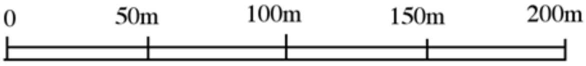
Quels calculs fais-tu ?

Ecris ta réponse dans le cadre :

Problème n°10

- l'échelle de type 3 qui, comme pour le problème 11, renvoie à une représentation du type :

Sur une carte, on a relevé les indications suivantes :
Ecris l'échelle correspondante :



Ecris tes calculs : Echelle :

Problème n°11

- l'échelle de type 4, dans laquelle l'énoncé comprend explicitement une formulation du type : “par quel nombre faut-il multiplier cette hauteur pour…” ; c'est ici l'aspect « outil » du concept qui est privilégié (comme au problème n°12) :

Un architecte a réalisé la maquette d'un nouveau quartier.
Sur cette maquette, un immeuble de 25 m de haut est représenté par une petite boîte d'allumettes de 5 cm de hauteur.

Par quel nombre faut-il multiplier la hauteur de cette petite boîte pour obtenir la hauteur de l'immeuble ?

Ecris ta réponse dans le cadre :

(tu peux faire les changements d'unités que tu désires).

Problème n°12

Les deux problèmes n°13 et 14 sont particulièrement complexes. Ils nécessitent de mettre en œuvre des connaissances et de contrôler un nombre important d'informations qui relèvent pratiquement d'un niveau d'expertise du domaine. Il s'agit en effet de calculer une échelle, de type 1 pour le n° 13 et de type 4 pour le n° 14, qui maximise la représentation (taille du plan) dans les limites d'une feuille de format 21 par 29,7 cm :

Tu veux faire le plan d'une salle des fêtes qui mesure 58 mètres de long et 28 mètres de large.
Calcule une échelle pour que ton plan tienne tout entier dans une feuille comme celle-ci (format 21 X 29,7 cm), et qu'il soit le plus grand possible :

Échelle de cette salle :

Problème n°13

Tu veux faire le plan d'une classe de chimie qui mesure
14 mètres de long et 9 mètres de large.
Par combien dois-tu diviser les dimensions de cette classe
pour la représenter sur une feuille comme celle-ci
(format 21 X 29,7 cm) ?
(Le plan doit être le plus grand possible).

Écris ta réponse dans le cadre :

Énoncé du problème n°14.

Les problèmes n° 15 et 16 renvoient tous deux au calcul d'une dimension sur le plan ou la carte :

Un jardin rectangulaire mesure 50 mètres de long et
30 mètres de large.

On représente ce jardin par un dessin à l'échelle $\frac{1}{100}$.

Quelle est la longueur du jardin sur ce dessin ?

Écris ta réponse dans le cadre :

Problème n°15

Le problème n°15 fait appel à de petites valeurs numériques (il n'est pas forcément utile de convertir 50 m en centimètres), le n°16 à des valeurs plus grandes (la conversion en centimètres peut sembler ici plus fonctionnelle) :

A vol d'oiseau, 76 kilomètres séparent
Besançon de Montbéliard.

La carte Michelin de Franche Comté
est à l'échelle : $\frac{1}{200\ 000}$.

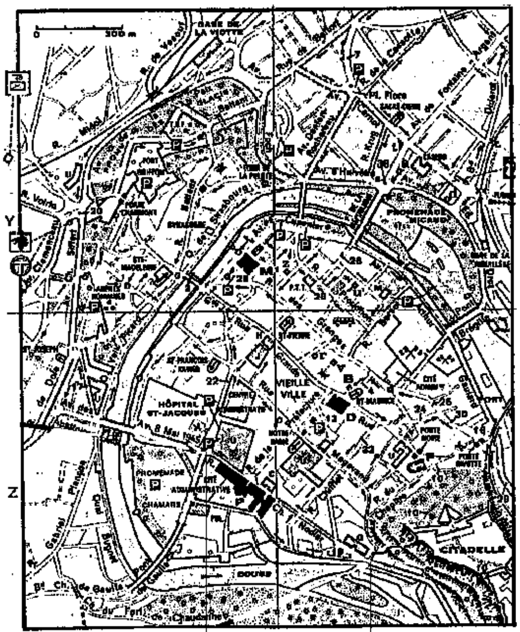
Combien de centimètres séparent, sur cette carte,
Besançon de Montbéliard ?

Écris ta réponse dans le cadre :

Problème n°16

Les trois problèmes n°17, 18 et 19 impliquent le calcul d'une dimension du représenté (calcul de l'image par la transformation). Dans le n°17, l'échelle est de type 3 :

Voici un plan de la ville de Besançon



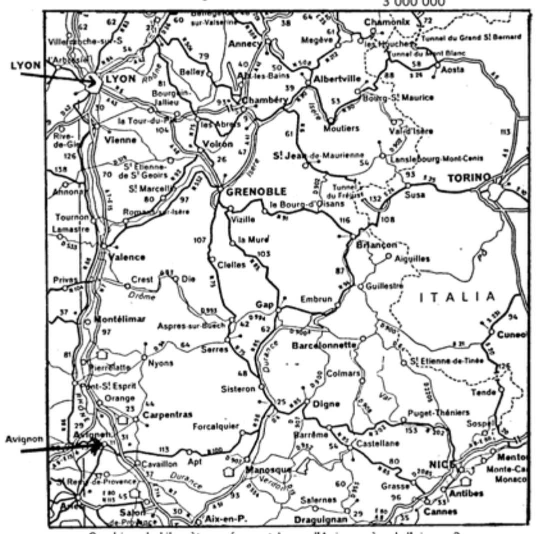
Problème 17

Début de la rue C. Nodier Fin de la rue C. Nodier

Quelle est sur le terrain la longueur en mètresde la rue C. Nodier ?

Dans le problème n°18, elle est de type 1 :

Cette carte du guide Michelin est à l'échelle : $\frac{1}{3\ 000\ 000}$



Combien de kilomètres séparent Lyon d'Avignon à vol d'oiseau ?

Pour le problème n° 19, les deux données (échelle de type 1 et dimension sur la carte) sont fournies directement dans l'énoncé :

Pierre regarde une carte Michelin à l'échelle : $\frac{1}{200\ 000}$.

Sur cette carte, il mesure 38 centimètres de Chaumont à Saint-Dizier.

Combien de kilomètres séparent Chaumont de Saint-Dizier à vol d'oiseau ?

Écris ta réponse dans le cadre :

Problème n°19

III - PREMIERS RÉSULTATS

1 Traitement des données

Les résultats que nous proposons restent à ce jour partiels et lacunaires. Ils seront complétés au cours de l'an prochain par de nouvelles passations en direction des étudiants en deuxième année de master. Nous compléterons également la population d'étudiants en fin de première année de master de manière à disposer au minimum d'une centaine de sujets par groupe. Notre démarche d'orientation quantitative s'effectue en plusieurs étapes successives.

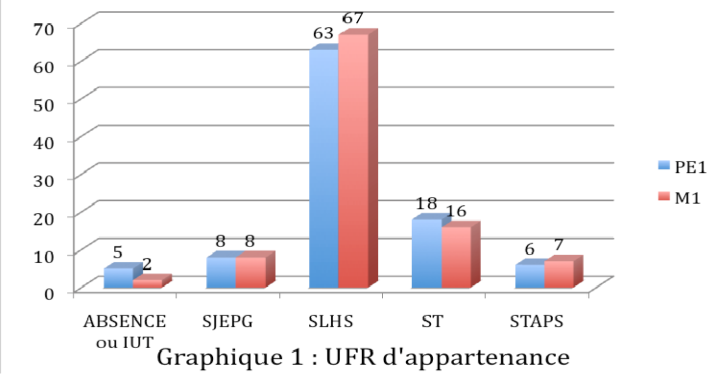
Un premier traitement statistique nous permet de réaliser des regroupements entre nos 424 sujets[1] (actuellement : 161 pe1, 126 PE1, 95 m1 et 42 M1) et les problèmes qu'ils réussissent électivement (Girardot, 1982). Les 8056 problèmes obtenus sont corrigés et codés de manière binaire dans un tableau booléen. Le traitement des données s'effectue avec le logiciel « Anaconda » développé par le laboratoire MTI@SHS de l'université de Franche-Comté (Girardot, 1982). Ce logiciel produit, à partir de deux approches complémentaires : une analyse factorielle des correspondances (AFC) croisée avec une classification ascendante hiérarchique (Benzecri, 1973), des classes qui permettent de grouper et ranger les objets à décrire. Ce traitement nous permet de mettre en évidence des regroupements dans la structure des réussites et des échecs entre des sous-groupes de sujets et les sous-ensembles de problèmes qu'ils réussissent ou échouent électivement.

La spécificité de notre recherche consiste, d'une part, à interpréter ces regroupements en termes de niveaux de conceptualisation et, d'autre part, à analyser la répartition des étudiants à l'intérieur de chacun de ces groupes considérée comme variable dépendante des parcours de formation étudiés (apport de chaque année de formation PE1 vs M1, licence obtenue etc.).

2 Analyse descriptive

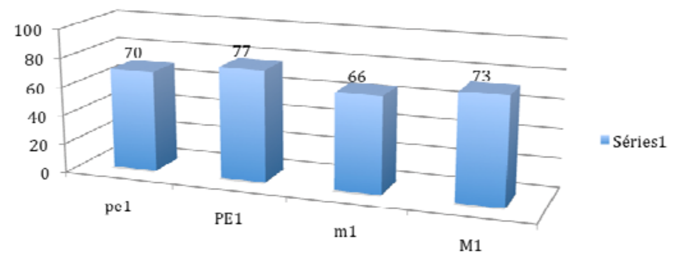
Concernant la nature des licences obtenues par les étudiants de l'étude, nous avons effectué un regroupement en cinq UFR (Unité de Formation et de Recherche) : SJEPG (Sciences Juridiques, Économiques, Politiques et de Gestion), SLHS (Sciences du Langage de l'Homme et de la Société), ST (Sciences et Techniques), STAPS (Sciences et Techniques des Activités Physiques et Sportives), IUT (Institut Universitaire de Technologie). Comme nous pouvons le constater à la lecture du graphique 1, environ les deux tiers des étudiants de l'étude viennent de la filière lettres et sciences humaines (67 % du total en ce qui concerne les étudiants en première année de master), moins d'un cinquième provient de la faculté des sciences. Cette répartition très inégalitaire peut sembler insuffisamment prise en compte dans l'élaboration des curriculums de formation. Elle marquera également les résultats de notre enquête.

[1] Par convention, une notation en minuscule de type « pe1 » ou « m1 » désigne une passation du questionnaire effectuée en début d'année universitaire (octobre ou novembre) par contre un écriture en majuscule de type « PE1 » ou « M1 » renvoie à une mesure effectuée en fin d'année universitaire (mai).



Graphique 1 : UFR d'appartenance

Le graphique 2 illustre la distribution exprimée en pourcentages de réussite à l'ensemble des problèmes du questionnaire. En début d'année de master 1 par exemple la réussite moyenne à l'ensemble des problèmes du questionnaire est de 66 %, en fin d'année de master 1 elle est de 73 %.



Graphique 2 : distribution des réussites à l'ensemble du questionnaire

Les situations d'agrandissement ou de réduction apparaissent massivement réussies (versant « outil » du concept), par contre la maîtrise des problèmes d'échelle (versant « objet ») reste bien plus délicate. Si l'on exclut les trois premiers problèmes extrêmement faciles et qui ont pour principale fonction de ne mettre aucun étudiant en échec dès le début du questionnaire, la réussite aux autres problèmes d'agrandissement est de 92 %. Par contre, les problèmes d'échelle ne sont réussis que par 56 % des sujets de notre population ce qui peut apparaître comme une performance globalement faible pour des étudiants se destinant à enseigner des mathématiques.

3 Niveaux de conceptualisation

Le traitement statistique des données recueillies nous permet de distinguer six groupes spécifiques qui traduisent chacun une proximité relative entre des ensembles de sujets et certains sous-ensembles de problèmes. Dit autrement, les groupes obtenus agrègent en termes de distance des sous-ensembles d'étudiants avec des catégories de problèmes qu'ils ont globalement réussis ou non. Au-delà des réussites et des échecs électifs de la population étudiée, ces six groupes renvoient probablement à différents profils cognitifs qu'il conviendrait maintenant de spécifier davantage. C'est en ce sens que nous avons calculé dans le tableau n°2 les pourcentages de réussite pour chaque groupe d'élèves aux différents sous-ensembles de problèmes qui contribuent à les différencier.

	Réussite totale	Problèmes 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12	Problèmes 9, 10, 11, 15, 16	Problèmes 17, 18, 19	Problèmes 13, 14
Groupe 1 (N=43)	42 %	80 %	14 %	0	0
Groupe 2 (N=63)	56 %	91 %	26 %	41 %	0
Groupe 3 (N=17)	64 %	90 %	48 %	16 %	59 %
Groupe 4 (N=87)	72 %	93 %	51 %	93 %	0
Groupe 5 (N=139)	79 %	94 %	87 %	76 %	0
Groupe 6 (N=75)	88 %	94 %	84 %	92 %	65 %

Tableau 2 : réussite des six groupes aux différentes classes de problèmes

3.1 Groupe 1

Le premier groupe représente 10 % de notre population et comprend 43 sujets qui apparaissent en grande difficulté (seulement 42 % de réussite à l'ensemble des problèmes). Ces étudiants réussissent largement les problèmes d'agrandissement les plus complexes (83% de réussite aux problèmes d'agrandissement) et échouent tout aussi largement à l'ensemble des problèmes d'échelle (11 % de réussite). Ce constat peut sembler surprenant dans la mesure où ces sujets privilégient très largement le calcul d'un rapport externe dans les problèmes d'agrandissement. Nos données (non réponses massives, erreurs ou absence de conversion, difficulté d'écriture sous forme fractionnaire) suggèrent tout un éventail de difficultés qu'éprouvent ces étudiants dans le traitement et la compréhension des situations d'échelle que seule une approche d'orientation qualitative permettrait de repérer et décrire plus finement. Concernant les étudiants de ce groupe, il n'y a donc pas continuité, mais bien plutôt rupture entre les situations d'agrandissement et celles d'échelle.

3.2 Groupe 2

Le deuxième groupe se compose de 63 sujets soit 15 % de notre population. Ces étudiants réussissent un peu mieux que ceux du groupe 1 (56 % de l'ensemble des problèmes). Les problèmes d'agrandissement sont massivement réussis (94 % de réussite à l'ensemble de ces problèmes). Ceux d'échelle restent par contre largement échoués (29 % de réussite à l'ensemble de ces derniers). Concernant ces problèmes d'échelle, ceux nécessitant le calcul d'une dimension sur le terrain connaissant l'échelle et la dimension correspondante du plan ou de la carte restent globalement mieux réussis que les autres (41 % vs 24 %). Calculer l'échelle sous la forme d'un rapport de type 1/n dans lequel n est grand ne va pas de soi pour les étudiants de ce groupe.

3.3 Groupe 3

Le groupe 3 réussit 64 % de l'ensemble des problèmes. Il s'agit d'un groupe atypique constitué de seulement 17 étudiants soit 4 % du total de notre population. Il conviendra de vérifier dans la suite de nos passations l'évolution de l'effectif de ce groupe qui, pour le moment, reste trop faible pour contribuer à l'étayage d'hypothèses de recherche réellement valides. Néanmoins les sujets de ce groupe apparaissent intéressants pour la recherche dans la mesure où ils ont tendance à mieux réussir les problèmes d'échelle les plus complexes n°13 et 14 (59 % de réussite) tout en échouant davantage les plus simples n°9, 10 et 11 par exemple (47 % de réussite). Deux hypothèses explicatives peuvent être avancées. Une première interprétation pourrait se formuler soit en termes de manque de temps (les sujets de ce groupe ayant passé trop de temps à résoudre ces deux problèmes en auraient peut-être manqué pour les autres), soit en termes de charge cognitive trop lourde (ou de ressources attentionnelles trop importantes) consacré à ces deux problèmes. En l'état cette hypothèse explicative ne tient pas pour les problèmes les plus simples (9, 10 et 11) précédant les plus complexes (13 et 14) dans l'ordre de passation. Une autre interprétation, cohérente avec des observations déjà menées au collège (Levain, Le Borgne et Simard, 2009), pourrait renvoyer au constat que les savoirs et savoir-faire développés ne correspondent pas nécessairement à l'ordre logique des acquisitions (Weil-Barais, 2004). Le raisonnement du sujet s'effectuerait en contexte. Il pourrait alors s'apparenter à un cheminement dans l'espace de ses propres schèmes déjà constitués avec trois conséquences observables : l'importance des connaissances antérieures, la coexistence de conduites de différents niveaux, le fait que seule une partie des connaissances soit accessible à un moment donné (Bastien et Toniazzo, 2004).

3.4 Groupe 4

Le groupe 4 est composé de 87 sujets et représente 21 % de la population de l'étude. Les étudiants de ce groupe réussissent 72 % de l'ensemble des problèmes proposés. Ils réussissent particulièrement bien les problèmes d'agrandissement (93 % de réussite) ainsi que les problèmes 17, 18 et 19 nécessitant le calcul d'une dimension du terrain connaissant sa correspondance sur la carte et l'échelle (93 % également). Par contre les problèmes 15 et 16, nécessitant le calcul d'une dimension du plan ou de la carte, ne sont réussis qu'à 69 %, les numéros 9, 10 et 11, nécessitant le calcul de l'échelle, restent, quant à eux, assez largement échoués (40 % de réussite). Les problèmes 13 et 14 les plus complexes sont systématiquement échoués par l'ensemble des sujets. Au-delà d'un ensemble de difficultés instrumentales liées à l'harmonisation des unités, au calcul d'un rapport externe et à la maîtrise de l'écriture fractionnaire dans un problème d'échelle, le rapport se construit d'emblée comme un rapport entre un signifiant et un signifié. La question de la restauration d'une analyse géométrique en termes de rapport de similitude entre les deux objets considérés semble ici pouvoir se poser pour certains étudiants.

3.5 Groupe 5

Le groupe 5 est numériquement le plus important puisqu'il est composé de 139 étudiants représentant le tiers de la population totale. Les sujets de ce groupe ont développé un haut niveau de réussite à l'ensemble des problèmes hormis aux deux les plus complexes (n°13 et 14) qui sont ici encore systématiquement échoués. À la lecture du tableau 2, et de manière un peu surprenante, les trois problèmes n°17, 18 et 19 nécessitant le calcul d'une dimension sur le terrain sont un peu moins bien réussis (76 %) que les autres problèmes nécessitant le calcul de l'échelle (n°9, 10 et 11) ou le calcul d'une dimension du plan ou de la carte connaissant sa correspondance sur le terrain et l'échelle (n°15 et 16) qui le sont à 87 %. Là encore une analyse qualitative des procédures nous permettra de confirmer une interprétation possible renvoyant à la position de ces problèmes en fin de questionnaire. Nous posons d'emblée, et à titre hypothétique pour le moment, l'importance d'une multiplicité de trajectoires possibles dans l'acquisition des notions en jeu relevant d'une organisation fonctionnelle des connaissances en termes de réseaux de schèmes activés en contexte.

3.6 Groupe 6

Le groupe 6 est constitué de 75 étudiants qui représentent 18 % du total de la population et réussissent à près de 88 % l'ensemble des problèmes proposés. Ces étudiants ont, de manière générale, développé un niveau élevé d'expertise du domaine. Toutes les catégories de problèmes sont massivement réussies (tableau 2). Les deux problèmes les plus complexes n°13 et 14 le sont à près de 65 %. Les étudiants de ce groupe sont capables de mobiliser, coordonner et accommoder un ensemble de schèmes aux caractéristiques de la tâche qui nécessite de : déterminer si le rapport d'agrandissement doit se calculer respectivement à partir des deux longueurs ou des deux largeurs, harmoniser les unités, calculer un rapport d'agrandissement non entier, l'arrondir systématiquement par excès, objectiver ce rapport sous forme d'une fraction dont le numérateur est égal à un. Tous ces éléments nécessitent que le sujet prenne en compte un ensemble important de paramètres contribuant grandement à alourdir la charge cognitive liée à l'exécution du problème.

4 Distribution dans les différents groupes

Le tableau 3 illustre la répartition des étudiants dans les différents groupes que nous avons interprétés en termes de niveaux de conceptualisation. Notre ambition consiste à analyser cette répartition pour chacune des passations effectuées : en début et fin d'année avec les étudiants professeurs des écoles de l'année précédente (pe1 et PE1) ; en début et fin d'année avec les étudiants de première année de master des promotions actuelles (m1 et M1).

	pe1	PE1	m1	M1
Groupe 1 (N=43)	8 %	6 %	18 %	12 %
Groupe 2 (N=63)	22 %	5 %	21 %	7 %
Groupe 3 (N=17)	6 %	2 %	3 %	4 %
Groupe 4 (N=87)	25 %	21 %	13 %	19 %
Groupe 5 (N=139)	21 %	46 %	34 %	36 %
Groupe 6 (N=75)	18 %	20 %	13 %	21 %

Tableau 3 : répartition des étudiants dans les différents groupes

L'hypothèse d'un lien entre la répartition des quatre populations d'étudiants correspondant aux quatre passations à l'intérieur de nos six groupes interprétés comme autant de niveaux de conceptualisation semble validée. Au test du khi carré, la valeur calculée est de 44,7 pour un nombre de degrés de liberté égal à 15 ; ce qui nous amène à rejeter l'hypothèse nulle d'indépendance entre nos deux modalités croisées (populations d'étudiants et niveaux de conceptualisation) à tous les seuils usuels ($p < .0001$). En l'état actuel de nos données, deux principaux constats s'imposent à la lecture du tableau 3. Près de 18 % des étudiants de master en début d'année universitaire appartiennent au groupe 1 caractérisant les étudiants en grande difficulté par rapport au domaine alors qu'ils ne sont que 8 % pour les anciens étudiants pe1. Un tel écart de 10 points peut sembler considérable et peut être attribué, pour une part difficile à déterminer, à la suppression de l'épreuve de sélection en entrée à l'IUFM. En fin d'année universitaire le pourcentage d'appartenance au groupe 5 est de 46 % pour les étudiants anciennement professeurs des écoles (PE1) et de seulement 36 % pour les étudiants de master (M1). Là encore ces 10 points d'écart peuvent apparaître comme un écart assez considérable qui, s'il se confirmait l'an prochain avec une population en fin de master 1 plus nombreuse permettrait d'étayer l'hypothèse d'une moindre efficacité de la formation en master. Il conviendra également de vérifier le fait qu'en fin d'année universitaire le pourcentage d'étudiants faisant preuve d'une véritable expertise du domaine proposé reste bien de l'ordre d'un cinquième de la population totale.

IV - CONCLUSION

Le travail de recherche que nous proposons s'intéresse à la formation des futurs enseignants du premier degré suite à la mise en place de la masterisation des formations. Dans ce contexte, la première partie de notre étude que nous présentons ici visait à analyser les différents niveaux de conceptualisation de la proportionnalité développés d'une part par les étudiants de l'année précédente (PE1) et ceux des promotions actuelles (M1). Quatre passations ont déjà été réalisées à différents moments clés de leur parcours de formation : début et fin de la première année de formation (PE1 puis M1). Pour ce faire, nous avons soumis à l'ensemble des étudiants un questionnaire de dix-neuf problèmes construit autour de situations d'agrandissement et d'échelle judicieusement choisies.

Méthodologiquement, nous avons, d'une part, mis en évidence des regroupements dans la structure des réussites et des échecs entre certains problèmes et des sous-groupes d'étudiants traduisant autant de niveaux distincts dans la maîtrise et la conceptualisation du domaine. Nous avons d'autre part analysé la répartition des étudiants pour chacune des passations effectuées en début et fin d'année (pe1, PE1, m1, M1) à l'intérieur des six niveaux de conceptualisation inférés à partir de notre traitement statistique. Nos premiers résultats nous permettent de pointer, sur l'ensemble du questionnaire, une légère supériorité des étudiants de la promotion antérieure (PE) sur la promotion actuelle (Master) tant en début qu'en fin de première année de formation (graphique 2) alors même que les parcours de licence sont globalement identiques, les deux tiers des étudiants étant issus d'un cursus lettres et sciences humaines (graphique 1), moins d'un cinquième provenant de la faculté des sciences et techniques. L'hypothèse d'un lien entre la répartition de nos quatre populations d'étudiants à l'intérieur de six niveaux de conceptualisation inférés semblent validés par un test de khi carré. Ce lien découlerait pour une bonne part d'un plus grand pourcentage d'étudiants appartenant au groupe 1 (étudiants en grande difficulté) en début de master ainsi qu'une proportion plus importante d'appartenance au groupe 5 en fin de PE1 plutôt qu'en fin de première année de master ; ces deux éléments semblent étayer la nécessité d'un renforcement des mathématiques à l'intérieur des nouvelles maquettes de master.

V - BIBLIOGRAPHIE

BASTIEN C. (1997) *Les connaissances de l'enfant à l'adulte*. Paris : Armand Colin.

BASTIEN C. & BASTIEN -TONIAZZO M. (2004) *Apprendre à l'école*. Paris : Armand Colin.

BENZECRI J. P. (1973) *L'Analyse des correspondances.* Paris : Dunod.

DOUADY R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherche en didactique des mathématiques*, vol7.2, 5-31.

GIRARDOT J.J. (1982) ANACONDA, système conversationnel d'analyse des données. *Cahier du SURF, 1,* nouvelle série, 137-174.

INHELDER B & PIAGET J. (1955) *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*, Paris : Presses universitaires de France.

KARPLUS R., KARPLUS E.F., FORMIISANO M & PAULSON, A.C. (1979) Proportional reasoning and control of variables in seven countries. In J. Lochhead & J. Clement (éd.), *Cognitive process instruction.* Philadelphia : The Franklin Institute Press.

HART K.M. (1981) *Children Understanding of Mathematics.* London : J. Murray.

HART K.M. (1988) Ratio and Proportion. In J. Hiebert & M. Behr (éd.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades Grades* (pp. 198-219). VA: National Concil of Teachers of Mathematics. Hillsdale, N. J : Erlbaum/Reston.

LEVAIN J.P. (1997) *Faire des maths autrement*. Paris : l'Harmattan.

LEVAIN J.P., LE BORGNE P. & SIMARD, A. (2009) Territoires et conceptualisation de la proportionnalité. *L'orientation scolaire et professionnelle*, vol 38 n°1, 69-95.

VERGNAUD G. (1988) Multiplicative structures. In J. Hiebert & M. Behr (ed.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (pp. 141-161). VA: National Concil of Teachers of Mathematics. Hillsdale, N.J : Erlbaum/Reston.

VERGNAUD G. (1991) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 10 / 2.3, 135-169.