

APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES AU CYCLE 2 ET FORMATION DES ENSEIGNANTS

Jacques DOUAIRE

MCF, IUFM DE VERSAILLES, - UCP
LDAR
jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN

MCF, UNIVERSITE de REIMS CHAMPAGNE ARDENNE - IUFM
LERP
fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé

L'équipe ERMEL expérimente et rédige actuellement des situations didactiques sur les apprentissages spatiaux et géométriques au cycle 2. Cette recherche nous a conduits à une analyse des procédures et des relations dans des activités liées à différents espaces : nous les présentons dans cette communication, ainsi que des choix de progressions. Deux thèmes (3D et alignement) serviront de base pour les illustrer.

I - PRÉSENTATION DE LA RECHERCHE

1 Problématiques

L'équipe ERMEL (IFé - ENS Lyon), constituée par des formateurs (enseignants-chercheurs, PIUFM et maîtres formateurs) de quatre académies, conduit actuellement une recherche sur les apprentissages spatiaux et géométriques au cycle 2 de l'école primaire.

Cette recherche a notamment pour origine le constat que l'enseignement de la géométrie dans les classes du primaire ne prend pas suffisamment en compte les connaissances que peuvent développer les élèves lors de la résolution de problèmes. De plus, les outils liés aux technologies informatiques (notamment les logiciels de géométrie dynamique) offrent des potentialités nouvelles pour les apprentissages spatiaux et géométriques à l'école élémentaire, en particulier pour la représentation de situations spatiales, la modélisation d'objets. Mais leur utilisation dans l'enseignement au primaire, malgré les demandes institutionnelles, reste souvent problématique. L'articulation, rendue nécessaire, entre les activités conduites avec ou sans ces environnements informatiques ne peut consister à mettre simplement bout à bout des situations d'apprentissage dans l'environnement traditionnel (la feuille de papier et le stylo) et des situations d'apprentissage qui donnent une place aux TICE. Cette recherche nécessite donc d'identifier les savoirs en jeu dans ces apprentissages et de prendre en compte les connaissances initiales des élèves dans ces domaines.

2- Méthodologie

La méthodologie de la recherche comporte plusieurs composantes schématisées ci-dessous figure 1 :

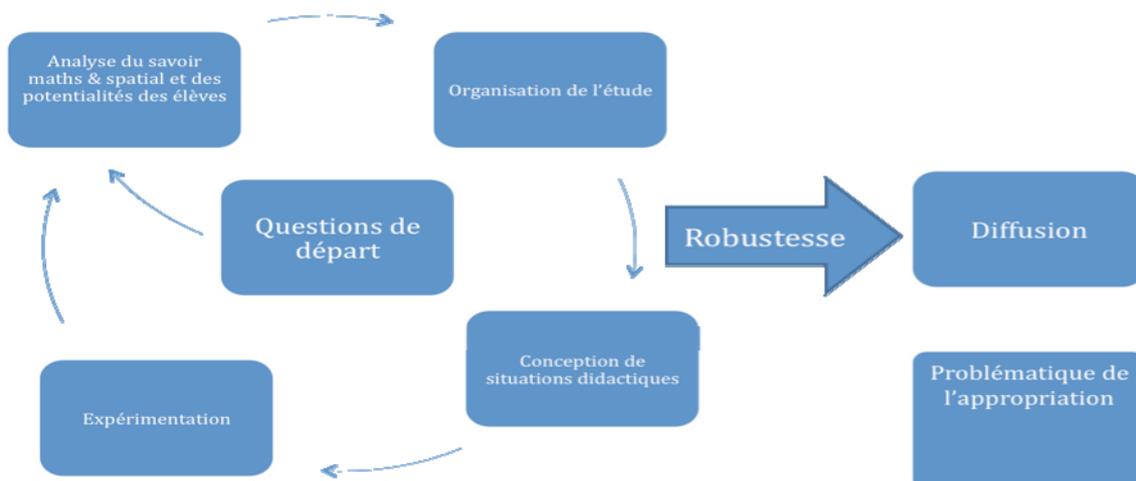


Figure 1 : étapes de la recherche ERMEL

À partir d'une question de départ, l'équipe met en place des dispositifs expérimentaux permettant :

- 1) Une analyse du savoir géométrique (problèmes, propriétés, représentations...), ainsi que des connaissances spatiales développées par les élèves.
- 2) L'organisation de l'étude des différentes notions spatiales et géométriques, sur les trois années du cycle.
- 3) L'élaboration de situations didactiques et leur expérimentation dans des classes de plusieurs académies.

Ces trois composantes sont en interaction, l'identification des potentialités des élèves étant aussi issue des expérimentations menées. Chacune de ces étapes associe l'ensemble des collègues de l'équipe, qu'ils soient formateurs en IUFM (PRAG ou enseignants chercheurs) ou maîtres-formateurs du premier degré. Les membres de l'équipe se réunissent pour analyser les expérimentations. Il découle de ces échanges une explicitation des potentialités des élèves, de leurs difficultés. Ce travail permet de définir les besoins relatifs à l'enseignement dans les différents domaines et débouche sur la production ou l'amélioration de dispositifs d'enseignement. Bien évidemment, les disponibilités de chacun sont variables (les maîtres formateurs n'ont pas de décharge de service pour ces travaux). D'un point de vue pratique, l'équipe est structurée en équipes locales pilotées par les formateurs IUFM qui se réunissent et travaillent ensemble. Les formateurs IUFM sont les intermédiaires entre les équipes locales et l'équipe nationale.

- 4) La rédaction d'un ouvrage à destination des formateurs et des enseignants du premier degré. Il comporte une première partie explicitant les enjeux des apprentissages et des problématiques de l'enseignement dans ce domaine. La seconde partie présente les situations qui ont été retenues parmi les dispositifs d'enseignement expérimentés.

Les résultats de la recherche feront l'objet d'une publication destinée aux enseignants et aux formateurs, comme pour nos précédentes recherches (cf. ERMEL Géométrie cycle 3 : « Apprentissages géométriques et la résolution de problème au cycle 3 » INRP/Hatier, 2006).

Les situations qui y sont proposées présentent une certaine « robustesse » : les résultats et procédures produits par les élèves sont présentés dans le descriptif des situations, ce qui permet au maître, en

général non spécialiste des mathématiques, de pouvoir anticiper ses décisions. Cette fiabilité nous semble due d'une part à la cohérence entre les conceptions de l'apprentissage et les situations proposées et, d'autre part, à leur expérimentation dans de nombreuses classes durant plusieurs années.

En parallèle, nous essayons d'explicitier les difficultés (d'ordres pédagogique ou didactique) que peuvent rencontrer les enseignants débutants dans l'appropriation et la mise en œuvre de dispositifs d'enseignement, dont ceux produits par notre équipe, privilégiant l'activité mathématique des élèves (cf. Actes du colloque COPIRELEM d'Auch, 2009).

Certaines pratiques rencontrées en maternelle (activités associant plusieurs disciplines, thématiques sur de longues périodes, existence d'ouvrages intéressants proposant des activités dans le domaine spatial, nombreux jeux, documents permettant un partage d'expériences...) nécessitent aussi de préciser les réponses que nous pouvons apporter aux besoins repérés : il ne s'agit pas simplement de proposer de nouveaux dispositifs, mais aussi d'apporter un éclairage qui permette d'adapter les ressources existantes.

Nous allons expliciter ces enjeux : le développement de compétences spatiales et géométriques par la résolution de problèmes et l'utilisation conjointe de différents environnements en cycle 2, à partir de deux thématiques (l'apprentissage du 3D et celui de l'alignement).

II - LES OBJETS 3D À L'ÉCOLE MATERNELLE ET AU CYCLE 2

Dans les écoles maternelles, de nombreux jeux sont présents, par exemple Architek (Robert et Michel Lyons, la Chenelière), ou Quarto© (Gigamix), Katamino© (Gigamix)... mais également du matériel pédagogique d'assemblages de formes que l'on trouve dans les catalogues spécialisés. La difficulté est là d'identifier les compétences travaillées et les obstacles que les élèves peuvent rencontrer.

Au cycle 2, mais également dans le reste de la scolarité, on peut entendre que l'enseignement lié aux objets 3D nécessite la manipulation de matériel qui, quand il est présent dans l'école, complique notablement la gestion de la classe.

Pour ces raisons, il nous a semblé pertinent de proposer dans cette communication les premiers résultats concernant l'apprentissage du 3D à l'école maternelle, en commençant par une analyse du savoir mathématique en jeu. Nous présenterons ensuite les types de situations possibles, ainsi que l'analyse des potentialités des élèves issus de notre expérimentation et, pour terminer nos choix didactiques. Nous aborderons en particulier une question vive concernant le type de situations proposées en relation avec notre première remarque sur la place du matériel.

1 L'entrée par la définition de solide

Avant de développer nos propositions d'enseignement nous analysons le savoir mathématique en jeu, les représentations des élèves et les programmes actuels et passés. Cette analyse du savoir nous permet de faire des choix parmi les propriétés est les conceptions susceptibles d'être travaillées et ainsi de faire des propositions de dispositifs d'enseignement. Il ressort de notre analyse du concept mathématique de solides trois approches possibles :

- la première relevant d'une définition « physique » ou proche du sens commun pour laquelle un solide est quelque chose d'indéformable ;
- la seconde se rapproche de la définition d'Euclide (livre XI) : « est solide ce qui possède longueur et largeur et profondeur, la limite d'un solide est une surface » traduit par Peyrard (1804) c'est-à-dire une portion de l'espace délimitée par une surface ;
- une dernière correspondant à l'idée de solide engendré et à la définition de Leibniz citée par Couturat (1901) « Aussi revient-il [Leibniz] bientôt à la considération du mouvement, et il définit

la ligne, la surface et le solide comme engendrés respectivement par un point, une ligne et une surface qui se déplacent ».

C'est vers la définition « portion de l'espace » et « enveloppe de solide » (surface) que nous centrons nos choix d'enseignement en visant à amener les élèves à se détacher du sens physique et en considérant que la dernière définition est hors de portée de l'école primaire

Ces deux définitions sont à mettre en parallèle des trois façons d'appréhender les solides que peuvent avoir les élèves : par la fonction sociale du solide (toboggan, ballon), par les aspects fonctionnels (« ce que je peux faire avec, ça roule, ça ne tient pas debout sur toutes faces »), par les propriétés mathématiques (face, nombre de faces, sommets...).

Au regard de ces définitions, conceptuelles et pratiques, nous pouvons identifier les premiers enjeux du cycle 2, à savoir, amener les élèves à :

- faire abstraction des propriétés qualitatives des objets, des fonctions sociales et des aspects fonctionnels. Il s'agit donc d'amener les élèves à appréhender le solide comme un ensemble de propriétés numériques et spatiales ;
- voir un solide, comme plein, composé par de la matière et non réduit à une enveloppe ce qui correspond à faire la distinction en solide et surface (comme en boule et sphère, tout en sachant que cette distinction n'existe d'ailleurs pas dans le vocabulaire pour la plupart des solides).

2 Entrée par la tâche

Nous avons fait une recherche exhaustive des possibles en prenant comme paramètre les objets mathématiques manipulés en fonction de leur nombre de dimensions :

3D, objets de l'espace comme le cube, le pavé, le cylindre...

2D les traces, les vues, les faces, les représentations en perspectives, mais aussi les empreintes...

1D les arêtes

0D les points singuliers comme les sommets.

Les situations sont donc caractérisées par les dimensions de l'objet - donnée du problème - et par la dimension de l'objet - résultat de la tâche à effectuer.

Cette démarche d'analyse des problèmes en fonction des dimensions des objets est utilisée par le chercheur comme une typologie mais peut être étayée du point de vue des apprentissages des élèves par l'idée de décomposition dimensionnelle de Duval [2005]. En effet, pour Duval (2005) « la division méréologique [décomposition des objets en objets de même dimension comme le Puzzle par exemple] reste purement visuelle tandis que la déconstruction dimensionnelle est entièrement subordonnée à un discours axiomatique ou axiomatisable. [...] La déconstruction dimensionnelle se fait pour une (re)construction déductive des objets représentés. ».

Au cycle 2, nous abandonnons l'idée de travailler spécifiquement sur le 1D et 0D dans l'approche des solides. Le paragraphe suivant sur rectitude et alignement montre les difficultés conceptuelles pour travailler sur ce type d'objet. Il nous reste donc trois types de situations : les situations de passage du 3D au 3D, du 3D au 2D et du 2D au 3D.

- 3D → 3D : Nous avons retenu deux tâches possibles

Les tâches d'identification de solide. La donnée est donc un objet 3D que les élèves doivent reconnaître ou décrire. Les situations qui sont dans cette catégorie sont notamment des situations de communication (au sens de la théorie des situations didactiques TSD (Brousseau, 1998)) : l'élève possède un solide et il doit le communiquer à d'autres qui doivent par exemple le retrouver parmi un lot de solides. Nous utilisons en formation une grille des variables didactiques des situations de communication notamment

reproduite dans (Douaire et *Al.*, 2009). Une de ces variables est notamment le mode de communication autorisé, par exemple le mime ou au contraire le langage verbal seul. L'apprentissage induit par ces situations contribue à l'identification des propriétés qui permettent de discerner un solide des autres et d'y associer des mots ou des signes.

Les tâches de fabrication de solide à partir d'objet 3D. La « boule » de pâte à modeler est un objet 3D qui permet de fabriquer des solides. Nous présentons dans la suite un exemple de résultat de ce type de travail, notamment la difficulté pour les élèves de voir le solide comme une portion de l'espace et leur propension à travailler sur le modèle 2D→3D.

- 2D → 3D : il s'agit de tâches de fabrication de solide. Nous mettons (abusivement du point de vue mathématiques) dans la catégorie 2D les faces en carton, le matériel du types clix ©, polydron© ou lokon©. Il s'agit de situations où l'élève doit construire un solide donné par assemblage de faces.
- 3D→2D : les situations sont de type production d'empreintes ou de traces. L'empreinte laissée dans le sol par un pavé ou une vue de ce solide sont des traces 2D du solide. Les enjeux de ces situations peuvent être simplement des productions de trace ou une catégorisation des solides en fonction de leurs traces ce qui revient à connaître le solide par un ensemble de propriétés. Ce travail permet également de montrer qu'une empreinte donnée peut correspondre à plusieurs solides notamment qu'un carré peut correspondre à un cube, mais également à un pavé ou encore une pyramide ou autre. Ce fait contribue à une meilleure compréhension de ce qui caractérise un solide et donc le distingue des autres. Il sera remis en valeur dans les situations de communication.

3 Les potentialités des élèves de grande section

Nous avons mis en place des situations de communication dans plusieurs classes de grande section. Dans ces classes aucune activité préparatoire spécifique n'avait été prévue pour familiariser les élèves au mime ou à l'utilisation de la pâte à modeler. Dans la première situation, l'élève doit toucher dans un sac, donc sans voir, un solide. Puis, il doit en faire un modelage de façon à ce que ses camarades puissent le retrouver parmi un lot. Le lot de solides est constitué de solides sociaux et de maquettes (ERMEL, 2006) : d'un cube, des pavés plus ou moins allongés, une pyramide à base carrée, un tétraèdre, un cylindre, une sphère (une balle) et un ballon de rugby miniature (une sorte d'ellipsoïde de révolution). Dans les deux situations suivantes, l'élève touche toujours un solide dans un sac et les autres élèves doivent retrouver le solide parmi un lot (enrichi d'objets similaires, mais de taille différente, de tores, prismes, octaèdres et plusieurs pyramides). La communication se fait soit pas mime, soit par communication verbale.

Dans les trois cas, nous pouvons remarquer une prégnance du 2D dans toutes les formes de communication. Pour le modelage, par exemple, beaucoup d'élèves font des « boudins » pour « dessiner » une figure plane ou pour réaliser le squelette du solide (figure 2, 3, 4 et 5). Il n'y a que pour la sphère (figure 6) que l'ensemble des modelages est « plein ».

Photographies des productions des élèves, situation de communication de solide par modelage (les élèves touchent un solide dans un sac, en font un modelage qui permette aux autres de retrouver le solide touché)

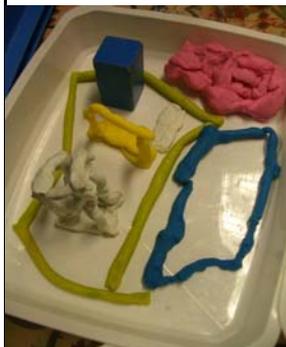


Figure 2 : modelage des élèves ayant touché un pavé droit.
 3 rectangles en « boudins »
 1 rectangle en « boudins » rempli
 1 squelette de pavé en « boudins »



Figure 3 : modelage des élèves ayant touché un cube
 1 rectangle en « boudins »
 1 squelette en « boudins » enchevêtrés



Figure 4 : modelage des élèves ayant touché une pyramide fabriquée avec le matériel clixi©
 1 triangle en « boudins » rebout
 1 triangle en « boudins » remplis
 1 cône



Figure 5 : modelage des élèves ayant touché un cylindre (solide social)
 1 cylindre
 1 cylindre creux (influence de la fonction du solide social)



Figure 6 : modelage des élèves ayant touché une boule (solide social)
 3 boules

Dans la communication verbale, les noms de formes planes apparaissent, ainsi que les fonctions des solides. Dans l'exemple transcrit ci-dessous, l'émetteur, élève de grande section vient de toucher un prisme à base triangulaire.

Émetteur : « heu et bien c'est ... »

Récepteur 1 : « Rond, carré, triangle ? »

E : « c'est triangle »

Récepteurs en cœur : « triangle ! »

[..]

E : « c'est triangle, un peu de travers après ça descend et après c'est carré »

[...]

E : « ça monte comme une montagne, après ça descend, et c'est comme un toboggan »

Dans la communication par mime, les élèves font des gestes dans les 3 dimensions quand il s’agit de mimer un cylindre. Les figures 7 et 8 montrent que l’élève mime une face curviligne qui est « bouchée »

Deux exemples de mimes de solide. L’élève a touché un solide dans un sac puis doit le mimer.

Mime du cylindre		Mime de l’octaèdre
		
<p>Figure 7 : mime du cylindre L’élève commence par mettre ses deux mains pour mimer la face curviligne en faisant un mouvement de rotation</p>	<p>Figure 8 : mime du cylindre suite. L’élève met ensuite sa main gauche successivement à plat à gauche et à droite pour indiquer que les deux côtés du cylindre sont bouchés</p>	<p>Figure 9 : mime de l’octaèdre L’élève met ses mains en pointe vers le haut, puis vers le bas. Nous considérons ce mime comme 2D</p>

aux extrémités. En revanche, pour le mime d’un octaèdre, l’élève mime deux pointes, une vers le haut comme l’illustre la figure 9, et une vers le bas.

Pourtant les élèves, lors de la phase de prise d’information, manipulent bien le solide, le font tourner dans leurs mains.

Nous avons plusieurs hypothèses pour expliquer ces descriptions utilisant le 2D, la prégnance du boudin dans les jeux d’enfants avec la pâte à modeler par exemple. De plus, quand les élèves voient un cube et qu’ils le décrivent en disant carré, l’utilisation de ce mot qui leur est le plus familier ne signifie pas qu’ils ne voient pas que c’est un cube, mais peut-être simplement qu’il s’agit du mot qui le plus disponible.

Indépendamment de cette question de la perception des objets 3D (question à laquelle nous ne pouvons pas répondre), la communication d’un objet 3D par le 2D est problématique car elle n’est pas maîtrisée par les élèves. En effet les élèves disent (ou montre) « un carré », pour un cube sans se préoccuper par exemple que dans le lot de solides il y ait une pyramide à base carrée ou un pavé ayant des faces carrées.

Nous avons fait le choix de construire une situation qui oblige les élèves à fabriquer un solide plein pour les amener ensuite à communiquer les objets 3D par du 3D.

4 Un exemple de situation : « terminer le cube »

Il s’agit d’une situation d’action, toujours au sens de la Théorie des Situations Didactiques (TSD), c'est-à-dire que l’élève a une tâche à réaliser. Seule l’utilisation de la procédure optimale permet de réussir cette tâche. Réciproquement l’enseignant a donc la garantie qu’en cas de réussite l’élève a bien appris ce qui est visé. De plus, l’élève est responsable de sa tâche et c’est la situation elle-même qui renvoie à l’élève l’information sur sa réussite ou non. En cas d’échec, il doit modifier, adapter, voire abandonner sa procédure ou s’approprier celle d’un autre pour réussir.

Les productions ci-dessous sont celles d'élèves de CP.

L'élève doit, avec de la pâte à modeler, fabriquer le solide qui permet de terminer le cube ci-dessous figure 10. Le cube est placé dans un coin de la classe et les élèves ne l'ont pas sur leur table pour fabriquer le solide manquant. Ils disposent de la quantité juste nécessaire de pâte à modeler.

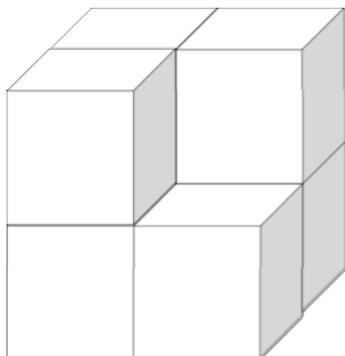


Figure 10

Type de solide	Production Figure n°	Nombre
Carré en boudins	11 à gauche	3
Carré en boudins rempli	11 à droite	1
Cylindre	14 à gauche	1
Dé	13	1
Cube imparfait	12	8
Cube très proche	14 à droite	8

Tableau 1 : les productions d'une classe de CP

Les productions sont récapitulées tableau 1 et sont illustrées par les productions ci-dessous.

Types de productions des élèves dans la situation « boucher le trou ». Il faut finir, avec juste ce qu'il faut de pâte à modeler le cube dont il manque un cube.			
<p>Figure 11 : les deux modelages roses ne permettent pas de finir le cube :</p> <p>1 carré en « boudins »</p> <p>1 carré en « boudins » remplis</p>	<p>Figure 12 : trois cubes imparfaits</p>	<p>Figure 13 : un dé (on remarquera les points du dé dans le cube)</p>	<p>Figure 14 :</p> <p>En vert deux cubes très proche du cube manquant</p> <p>En rose un cylindre</p>

Le nombre de productions relevant du 2D décroît par rapport à ce qui a été observé dans les situations de communication. Dans les situations de communication, l'utilisation d'un vocabulaire, de modelage ou du mime 2D, n'empêche pas la réussite ce qui fait que lors des mises en commun ces stratégies ne peuvent pas être disqualifiées. Dans la situation d'action au contraire, la mise en commun permet alors de faire émerger ce que les élèves ont appris, la question posée est : « Comment faire pour faire un solide ? ». Les formulations des élèves sont notées au tableau et reproduites ci-dessous :

- Il faut faire une forme
- Il ne faut pas de boudins

- *Les formes ne sont pas aplaties*
- *On doit pouvoir le mettre debout et le porter (si besoin)*
- *On avait été obligé d'expliquer à ceux qui n'y arrivaient pas comment faire le cube.*
- *On a fait une boule, et on l'aplatit à gauche et à droite, devant derrière (avec les gestes) et on tape le dessus sur la table pour finir et ça fait les six côtés.*

La dernière formulation est un mode d'emploi, mais reprend néanmoins une des propriétés du cube : la présence de six faces. Sans sur-interpréter les phrases des élèves, on peut néanmoins noter que la définition de solide comme portion de l'espace, c'est-à-dire comme quelque chose de plein, transparait. Lors des reprises des situations de communication, quelques productions en « boudins » persisteront, mais seront systématiquement disqualifiées dans la mise en commun.

5 Nos choix didactiques sur le 3D

Notre choix pour le cycle 2 est d'amener les élèves à communiquer le 3D par du 3D. Les solides sont ensuite décomposés en objets 2D mais en utilisant exclusivement des objets matériels comme l'empreinte ou la face en carton.

Nos premières expérimentations nous ont amenés à concevoir une situation qui permet de clarifier ce qui est attendu lorsque l'on demande de construire un solide notamment avec de la pâte à modeler, c'est-à-dire de la matière. Pour cela une situation de production de solide a été nécessaire.

Dans les situations, nous remarquons également la place prépondérante du langage. Ce langage, nous avons choisi de lui donner du sens en le plaçant comme solution d'une situation de communication. En effet, dans la situation de communication, l'utilisation d'un langage commun partagé est nécessaire, ce qui rend indispensable l'utilisation du langage mathématique et donc lui donne du sens. Ce langage peut être déjà connu de l'élève, ou de quelques élèves, ou encore être apporté à ce moment-là par l'enseignant comme solution au problème. Nous cherchons à préciser quelles sont les interactions entre le langage 2D et le langage 3D et pourquoi les élèves utilisent le premier pour définir des objets de l'espace.

En ce qui concerne les types de situations, nous avons décrit plus haut des situations de communication et des situations d'action au sens de la TSD, mais nous avons également remarqué que des situations moins didactifiées étaient nécessaires. En effet, il semble que les élèves aient besoin de manipuler, de toucher les objets de l'espace sensible afin de se constituer une expérience suffisante pour pouvoir aller plus loin. Ces situations utilisent notamment des jeux du commerce ou du matériel pédagogique. Mettre en œuvre ces situations à l'école permet de garantir que chacun puisse acquérir une expérience minimale contrôlée par l'enseignant indépendamment de ce qu'il peut fréquenter à la maison par exemple.

III - ALIGNEMENT ET RECTITUDE AU CYCLE 2

Les questions posées par ce thème sont nombreuses et beaucoup ne lui sont pas spécifiques : quelles sont les connaissances initiales des élèves sur l'alignement ? Quelles sont les significations, liées à des expériences ou à des problèmes, qui doivent être développées et à quel niveau sont-elles rencontrées ? Quelle articulation entre différents types d'espaces (mésospace, espace de la feuille ou écran d'ordinateur) ? Quel rôle pour les activités sur logiciel ? Quel apprentissage des instruments ? Quels sont les savoirs géométriques sur l'alignement qui peuvent être acquis en prenant appui, en continuité ou en rupture, avec les connaissances spatiales ? Quels enrichissements potentiels, ces savoirs géométriques apportent-ils aux connaissances spatiales pour la résolution de problèmes spatiaux, une « connaissance du monde » et une relation aux mathématiques (ex : modélisation) ?

Les expérimentations conduites depuis quatre ans nous ont permis de mieux connaître les composantes de cet apprentissage en termes de savoir, de compétences des élèves et de faire évoluer des situations. Nos hypothèses et nos choix ont évolué.

1 Notions

Si d'un point de vue théorique, une droite peut être caractérisée de différentes façons : par l'effet (invariance) d'une transformation, par l'intersection de plans, comme solution d'un problème de distance, par un rayon de courbure infini, par sa direction (prolongement)... de nombreux constats et résultats de recherche (ERMEL 2006) ont confirmé que les propriétés attribuées par les élèves à la droite, au début du cycle 3, sont limitées à celles liées à la perception des traits droits tracés. De plus, plusieurs des propriétés de la droite, considérée comme un objet mathématique, ne sont pas opérationnelles voire accessibles au primaire (en particulier le fait que la droite est constituée par un ensemble infini de points).

L'approche de la droite et les notions associées (alignement...) peuvent être appréhendés par les élèves du cycle 2 à travers différentes significations liées à la perception ou l'expérience : un objet matériel (fil tendu, bord d'un objet rectiligne, pli d'une feuille...), un objet du monde graphique (trait rectiligne, tracé sur un écran par l'outil « droite » dans Cabri)... Ces significations sont associées à des problèmes portant sur l'identification, la production d'alignements ou de traits rectilignes, sur la reconnaissance ou l'usage d'instruments utilisés dans ces buts. Le fait, par exemple, qu'un trait puisse être prolongé pour résoudre un problème d'alignement doit faire l'objet d'un apprentissage. Un des enjeux de notre recherche sur le cycle 2 était, pour nous, de déterminer sous quelles conditions cet apprentissage pouvait être abordé à ce niveau.

Dans les programmes de l'école primaire, avant ceux de 2002, l'alignement n'est pas cité comme objet de savoir. Dans les programmes actuels, l'utilisation des instruments et des techniques est indiquée pour reproduire ou tracer des figures planes et l'alignement est cité pour le cycle 3.

2 Hypothèse initiale

Nous avons donc cherché d'une part à expliciter les significations des traits droits que peuvent rencontrer ou auxquelles peuvent accéder les élèves du cycle 2 et d'autre part à proposer des problèmes, permettant un passage à des connaissances géométriques. Le vocabulaire utilisé est lié aux contextes des situations du méso-espace, des tracés sur feuille ou des situations sur Cabri. Il ne s'agit pas pour nous d'institutionnaliser une terminologie qui n'aurait pas pris antérieurement des significations dans ces situations.

Compte tenu de ce que nous avons mis en évidence sur le cycle 3, nous avons envisagé, au début de la recherche cycle 2, une appréhension de la notion d'alignement favorisée par le passage d'expériences spatiales centrées sur l'idée de cacher un objet (au moyen de la visée) à partir d'activités vécues dans le méso-espace, reprises ensuite sur feuille dans le but de mettre en évidence l'utilité du recours à la ligne droite.

Dans la situation « Plots » qui se déroule dans la cour (ou un gymnase...), les élèves ont à trouver des emplacements où un plot en cache un autre. Dans la situation « Biglotron », un appareil photo étant situé dans un angle d'une table, les élèves ont à placer des objets dans des zones définies, de façon à ce que l'un d'eux cache les autres lorsqu'ils regarderont dans l'appareil.

Il s'agissait de poser des problèmes d'alignement dans le méso-espace (« Plots ») ou dans un grand micro-espace (« Biglotron ») puis de passer à une « modélisation » sur A3/A4 dans les deux cas, qui avait pour but de recourir au tracé de droites passant par des points représentant les objets de l'espace, la ligne droite devenant un moyen efficace de résoudre ces problèmes dans le micro-espace.

3 Premiers résultats expérimentaux au CP et au CE1

Les limites rencontrées portaient notamment sur le passage d'activités menées dans le méso-espace à des activités sur la feuille de papier. Pour la situation « Plots », la représentation sur une feuille par une vue de dessus des plots dans la cour (situation vécue précédemment par les élèves) ne garantissait pas

suffisamment l'appropriation du problème par les élèves. La solution apparaissait souvent pour représenter la visée sous la forme d'une ligne brisée. Toutefois, lors de la reprise de la situation de modélisation de l'activité « Plots » sur Cabri (avec un recours à des vues en perspective simulant la 3D), les élèves produisaient une solution correcte en utilisant des droites pour placer un plot en cachant un autre.

4 Un apprentissage spécifique de la rectitude

Ces résultats expérimentaux ont aussi mis en évidence la nécessité d'un travail spécifique permettant l'appréhension en acte des significations et de certaines propriétés de la droite dès le cycle 2. Ce travail sur la « rectitude », indépendant de la représentation d'alignement de points, fait l'objet d'une expérimentation actuelle.

Dans l'étude que nous avons menée sur les apprentissages géométriques au cycle 3, nous avons explicité les significations des relations géométriques (alignement, parallélisme...) en relation avec des expériences spatiales et associées pour certaines d'entre elles à des propriétés géométriques. Le concept de droite et les notions associées (trait droit, alignement...) peuvent être appréhendés par l'élève du cycle 2 à travers différentes significations induites par la perception ou l'expérience, notamment :

- objet matériel : un fil tendu, un objet ou un bord d'objet rectiligne, un rayon lumineux, un pli de feuille... ;
- la frontière entre deux régions planes, comme les côtés d'un polygone, des demi-plans ;
- objet du monde graphique : un trait rectiligne (qui peut être prolongé au-delà des extrémités) ;
- la trace produite par un tracé avec la règle ou trace écran provoquée par l'outil « droite » dans Cabri... ;
- la trajectoire d'un objet ponctuel animé d'un mouvement rectiligne (bille, ...) ;
- un ensemble de points alignés : le lieu de points alignés avec deux points.

Parmi ces significations du trait droit, celles privilégiées dans nos situations pour le CP sont celles de bord de bandes parallèles, de contour d'une figure triangle ou d'un rectangle, de trait comme réunion de segments rectilignes. Les critères de validation sont soit simplement perceptifs (régularité du tracé ou ressemblance avec un modèle), soit en relation avec une référence plus ou moins explicite au parallélisme (direction...), soit constitué par une validation pratique (coïncidence des extrémités, superposition, actions sur les objets...).

À ces significations peuvent être associés des problèmes concernant soit :

- la production de traits rectilignes ;
- l'identification de traits rectilignes (jugement) ;
- la reconnaissance et l'usage des instruments susceptibles d'être utilisés pour identifier ou produire un alignement ou une ligne droite.

Différents niveaux de maîtrise peuvent être associés à ces significations

- comprendre le but à atteindre. C'est-à-dire qu'il faut tracer un trait droit pour résoudre le problème (ou que le trait droit est solution du problème, c'est ici le rôle des formulations (validation par le langage, assez consensuelle), rôle des gestes (main levée) ;
- savoir comment il faut placer la règle. Il s'agit de la connaissance de la technique (report de la règle) et l'aspect technologique : nommer les outils, décrire l'action...
- maîtrise de la technique de tracé (validation par la production).

Ce travail sur la notion de « rectitude », bien qu'il puisse être amorcé en GS avec la production de tracés réguliers effectués dans des activités de dessin, ne prend réellement sa dimension géométrique qu'au CP où des propriétés du trait droit peuvent donc être appréhendées. Ces propriétés ne sont pas encore des objets d'étude pour elles-mêmes, mais constituent d'abord des expériences

- un trait peut représenter quelque chose qui n'a pas laissé de trace matérielle (ex : visée, geste ...) ;

- un trait peut être associé à des instruments ;
- un trait peut être prolongé, par exemple pour représenter un objet caché.

Pour ce thème de l'alignement, cette recherche nous a conduits à prendre en compte de façon spécifique un ensemble de significations du trait droit (la notion de « rectitude ») relativement indépendantes des problèmes d'alignement de points. Nous nous orientons vers un apprentissage plus spécifique de ces connaissances au niveau du CP, réservant celui de l'alignement au CE1.

IV - CONCLUSIONS

Après avoir présenté, sur deux thèmes, les résultats de nos expérimentations, nous souhaitons conclure en mettant en évidence des questions communes à l'ensemble de notre recherche en vue de la rédaction d'un ouvrage pour les enseignants et les formateurs.

Tout d'abord, en travaillant sur le cycle 2, la question de la grande section est inévitable. Cette classe a des spécificités tant au niveau de l'organisation pédagogique que de la nature même des situations. Dans les classes où nous expérimentons, les situations didactiques côtoient des « jeux » ou des projets pluridisciplinaires. Ces enseignants transforment, modifient les situations de façon à les adapter à leur projet en cours ou au matériel usuel... Il nous semble donc important de réfléchir à la place qu'il est possible de laisser à ces adaptations dans la conception de nos situations et en particulier dans l'articulation entre les situations didactiques et les situations de construction d'expérience.

Cela pose également la question des attentes et des besoins des enseignants en termes de rédactions des descriptifs des situations. Une description exhaustive de ce qui s'est passé dans une classe détaillant pas à pas les actions pédagogiques de l'enseignant et les réactions des élèves, permet aux lecteurs d'avoir un guide rassurant. Cette narration, héritant de la robustesse des situations acquises par de nombreuses expérimentations, permet à l'enseignant de se concentrer sur les réactions des élèves, mais lui rend difficile toute adaptation. Au contraire, un descriptif des variables didactiques de la situation et l'exposé des choix opérables permettent à l'enseignant de faire ses propres choix, mais cela suppose une expérience de l'enseignement dans ce domaine. Cette différence entre novice et expert s'est d'ailleurs exprimée lors de la communication dans les réponses des enseignants, les maîtres formateurs penchant pour une description alors que les enseignants débutants semblent préférer une narration.

V - BIBLIOGRAPHIE

ARGAUD H.-C., DOUAIRE J., DUSSUC M.-P. (2010) Alternance et formation en mathématiques – Des exemples en PE2 et en T1 in *Actes du XXXVI^e colloque COPIRELEM* (Auch).

BROUSSEAU G. (1998) *THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES*, LA PENSÉE SAUVAGE.

COUTURAT (1901) *La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Félix Alcan éditeur, pp. 416-417.

DOUAIRE J., EMPRIN F., RAJAIN C., (2009) L'apprentissage du 3D à l'école, des situations d'apprentissage à la formation des enseignants. *Repères IREM* n° 77.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, *Annales de didactique et sciences cognitives*, volume 10, p. 5 - 53. IREM de STRASBOURG.

ÉQUIPE ERMEL (2006) Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3 (Hatier).

PAYRARD F. (1804) *Les éléments de géométrie d'Euclide traduits littéralement*, F. Louis éditeur.