APPRENDS TA LEÇON ! OUI MAIS, QUELLE LEÇON ?

LES CAHIERS DE LEÇONS : ÉTUDE DES INSTITUTIONNALISATIONS ÉCRITES EN PRIMAIRE.

Cécile ALLARD-BAYNAUD
PEMF, école de Richebourg
LDAR, Paris VII
cecile.allardb@free.fr

Résumé

Les formateurs, les guides du maitre invitent les professeurs des écoles à formuler des synthèses ou des mises en commun du savoir en jeu. Certains manuels sont accompagnés d'un support dans lequel est retranscrit l'essentiel de ce qu'il y a à savoir dans le niveau de classe concerné. Écrire des leçons à la suite d'un ou de plusieurs apprentissages semble aller de soi. Il nous semble cependant que le fait d'écrire des leçons à la suite d'un travail mathématique est une pratique pédagogique encore peu questionnée. Il n'existe pas de référence institutionnelle du moins récente, ni sur la forme, ni sur le contenu que pourraient avoir ces leçons. Les maitres proposent-ils des leçons après chaque séance de classe ? Comment écrire ces leçons, quel contenu proposer aux élèves ? Écrire des leçons est-ce une activité de la seule responsabilité du maitre ? Existe-t-il un lien entre les situations vécues en classe et les institutionnalisations écrites ? (Brousseau et Centeno, 1991)
Pour répondre à ces questions, nous comparerons trois cahiers de leçons issues de trois classes de CM1. Pour réaliser cette étude nous utiliserons des éléments de la théorie anthropologique. Nous donnerons des éléments de réponses sur les organisations mathématiques de ces leçons (Chevallard, 1985). Nous en étudierons les niveaux de décontextualisation (Butlen et Pézard, 2003), nous conclurons en montrant en quoi les choix des éléments mathématiques mis en avant et les niveaux de décontextualisation dépendent des composantes personnelles et cognitives du maitre (Robert, 2001).

« Apprendre sa leçon », ce verbe et son complément sont souvent déclinés par des élèves, des parents, des enseignants. Qu'apprend-on à l'école primaire, quels savoirs mathématiques propose-t-on aux élèves ? Les maitres proposent-ils des leçons après chaque séance de classe ? Comment écrire ces leçons ? Écrire des leçons est-ce une activité de la seule responsabilité du maitre ? Existe-t-il un lien entre les situations vécues en classe et les institutionnalisations écrites ? (Brousseau et Centeno, 1991)

L'étude réalisée dans le cadre d'un mémoire de recherche en didactiques des mathématiques nous a conduit à étudier les traces écrites destinées à être apprises par les élèves, les traces écrites représentant la « *mémoire officielle de la classe, ce que l'élève est obligé de savoir* » (Brousseau et Centeno, 1991). Les supports sur lesquels sont inscrites ces traces sont divers (petits cahiers, grands cahiers, classeur, lutin ...) et distincts de ceux contenant les exercices, c'est pourquoi nous appellerons ces supports des « recueils de leçons ». Notons que ces recueils de leçons montrent une partie du savoir en jeu dans la classe. Nous supposons qu'ils ne nous donneront pas à voir la totalité des mathématiques faites en classe.

I - PROBLÉMATIQUE ET CADRE THÉORIQUE

Le recueil de leçons a bien une existence dans les classes du premier degré bien que celle-ci ne soit pas clairement affirmée. Nous ne détaillerons pas ici les raisons de cette existence mais nous pouvons supposer qu'elles sont à la fois culturelles (les élèves apprennent des leçons), institutionnelles (les devoirs écrits sont interdits, seul l'apprentissage des leçons est autorisé), didactiques (pour institutionnaliser le savoir, un recueil de leçons peut être un des moyens de garder des traces de ce qu'il y a à savoir).

Nous souhaitons étudier le contenu mathématique de ces écrits à travers le double regard de la Théorie Anthropologique du Didactique, initialisée par Chevallard et celui de la théorie des situations didactiques créée par Brousseau.

1 Théorie anthropologique du didactique (TAD).

Pour Chevallard le savoir ou le savoir-faire font partie d'une organisation mathématique (OM) qui se décline en type de tâches, technique, technologie et savoir. Chevallard (1998)[1] utilise ces quatre notions qu'il définit ainsi :

T : un type de tâches est souvent exprimé par un verbe et son complément. Par exemple « calculer l'aire d'un rectangle » est un type de tâche alors que « calculer » est un genre de tâche. On peut calculer une aire, un périmètre, la valeur d'une fonction en un point. « Calculer » s'enrichit tout au long de la scolarité de nouveaux types de tâches.

τ : la technique qui correspond à une manière de réaliser le type de tâches.

θ : la technologie qui propose un discours pour justifier la technique ou donne le mode d'emploi de la technique – discours rationnel.

Θ : la théorie qui justifie à son tour les assertions plus ou moins explicites du discours technologique.

Les 4 T définissent une organisation mathématique qui peut s'organiser autour d'un type de tâches (organisation ponctuelle), d'une technologie (organisation locale). Le bloc $[T,\tau]$ correspond alors aux savoir-faire et le bloc $[\theta,\Theta]$ aux savoirs.

Les leçons mettent-elles en avant certaines organisations mathématiques aux dépens d'autres ? Quel est le bloc le plus communément rencontré dans ces recueils, celui des savoirs ou des savoir-faire ?

Dans cette théorie, l'organisation didactique est conçue comme six moments qui ne se succèdent pas dans un ordre chronologique (c'est-à-dire qu'on peut découper le temps didactique dans un autre ordre que celui donné ci-dessous). Ces six moments sont regroupés en cinq groupes :

- le Groupe I (activités d'étude et de recherche) comporte les moments de la première rencontre, les moments exploratoires du type de tâches T et l'émergence d'une technique, les moments d'élaboration de l'environnement technologico-théorique … ;
- le Groupe II (synthèses) correspond au moment de l'institutionnalisation ;
- le Groupe III (exercices et problèmes) comporte les moments du travail de l'organisation mathématique ;
- le Groupe IV (contrôles) est le moment de l'évaluation ;
- enfin le Groupe V correspond aux moments d'institutionnalisation.

Pour Chevallard il faut distinguer les moments où l'on élabore l'environnement technologico- théorique et celui où l'on donne un statut aux savoirs.

Nous nous inscrivons dans l'étude des moments qui correspondent à **l'institutionnalisation**.

Ce terme *institutionnalisation* est en commun avec la Théorie des Situations Didactiques de Brousseau que nous allons définir ci-dessous. Nous aurons besoin de ce double regard lorsque nous analyserons des leçons extraites du recueil de leçons.

[1] http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Analyse_des_pratiques_enseignantes.pdf, p2, 1998 juillet.

2 Théorie des situations

Le maitre a un rôle fondamental lors de la dévolution et de l'institutionnalisation. Lors de la dévolution, le maitre va s'assurer que chaque élève a compris la tâche demandée, qu'il l'accepte et qu'il s'engage dans la recherche. La dévolution est réussie quand l'élève accepte de prendre part au processus en développant une certaine autonomie.

Lors de l'institutionnalisation[2] , la reconnaissance du nouveau savoir n'est pas forcement apparente pour l'élève, c'est donc là que le rôle du maitre devient incontournable. Nous n'étudierons pas ici le processus d'institutionnalisation défini par Perrin-Glorian (1993) dans lequel sont repérables, lors des phases orales, des phases de rappels. Ces phases de rappels qui apparaissent en filigrane dans plusieurs séances de classes permettent des institutionnalisations locales prises en charge par les élèves, plus ou moins décontextualisées.

Nous émettons alors l'hypothèse que le scénario de la classe peut marquer ces institutionnalisations et que des informations et renseignements personnalisés, contextualisés, temporalisés et non universels peuvent se manifester dans ces écrits. Brousseau et Centeno (1991) qualifieront ces interventions comme des manifestations de la mémoire du système didactique.

3 Analyse du degré de décontextualisation

Les travaux de Butlen et Pézard (2003) décrivent le niveau de décontextualisation appelé degré par ces auteurs. Dans leurs études, ils ont dégagé trois degrés de décontextualisation pour les énoncés mathématiques et quatre degrés, nommés « méta », pour les énoncés de méthode. Puis ils affinent encore leur classement. Nous présentons le classement le plus général.

Pour les énoncés mathématiques les trois degrés sont :

- Degré 1 : énoncé formel (théorème, définition, propriétés …)
- Degré 2 : règle formulée à partir d'un exemple
- Degré 3 : exemple et contre-exemple.

Cette classification s'applique à des énoncés produits par des élèves de CM2 (dernière année de l'école élémentaire) et par des élèves de collège (première et deuxième année du collège), alors que, dans notre étude, nous nous penchons sur les énoncés élaborés en classe par le professeur de primaire. Enfin, Butlen et Pezard illustrent leurs recherches par des exemples pris dans le cadre numérique et plus précisément en calcul mental.

Notre étude ne se place pas exactement dans ce cadre. Nous avons étudié à part le rappel de la situation introductive dans la mesure où celle-ci joue un rôle essentiel dans nos comparaisons entre les enseignants. Nous essaierons cependant de préciser, autant que faire se peut, quel est le degré de décontextualisation.

Conclusion : que ce soit en TAD ou en TSD, l'institutionnalisation semble être incontournable. Ces deux théories ont en commun de présenter l'institutionnalisation comme le moyen de partager le savoir entre les différents partenaires (élèves, professeurs, institutions, parents ...) et de faire la synthèse de ce qui est à connaitre, de donner un statut au savoir, de le montrer. Nous regarderons si les leçons proposent un jeu de va et vient entre la situation vécue (contextualisé) et le savoir présenté hors du contexte … Nous pourrons alors étudier quelle organisation mathématique propose le maître à travers son recueil de leçons. Et nous aurons sans doute aussi des éléments sur le regard des enseignants sur les mathématiques ...

[2] L'institutionnalisation est le processus par lequel s'opère un changement de statut de certaines connaissances pour en faire des savoirs, en leur conférant un statut officiel.

4 Méthodologie.

Notre étude porte sur les pratiques enseignantes. Pour cela nous voulions que les contraintes d'ordre institutionnelles, sociales, soient le plus proches possibles d'une enseignante à une autre. Nous faisons en effet l'hypothèse que les variations de leçons résultent du déroulement en classe de la situation prétexte à l'institutionnalisation et de la relation aux mathématiques de l'enseignante (ce que Robert (2008) appelle la composante personnelle).

Nous sommes conscientes que ce qui se passe en classe, malgré l'utilisation de documents communs, diffère de façon très singulière entre deux professeurs. Aline Robert (2001) reprend les conclusions d'un rapport de recherche[3] « *on a pu constater par exemple qu'un même exercice, proposé dans les mêmes conditions de temps à quatre classes de seconde peu différentes entre elles (scolairement et socialement) d'un même établissement avec des objectifs généraux analogues, a donné lieu à des déroulements très différents, en partie du fait de la gestion singulière de chaque enseignant.* » (Robert, 2001).

Il est évident qu'il est plus commode d'étudier la transposition d'un document commun. Cependant le travail de comparaison n'est pas toujours facilité en raison de nombreuses contraintes matérielles que nous n'avions pas pointées suffisamment minutieusement. Pour une même situation, cela déclenchera dans une classe la rédaction ou non d'une trace écrite. Les enseignantes avaient bien déclaré la même programmation d'activités mais ces activités n'ont pas permis au savoir d'avoir la même visibilité (écrit et visible ou ne provoquant pas d'écrits). Nous n'avions pas bien mesuré les distances possibles et différentes d'un professeur par rapport à sa ressource.

Nous avons contacté trois enseignantes d'un même niveau CM1. Toutes les trois ont en charge une classe de CM1 dans une zone rurale, ce qui devrait nous permettre des comparaisons à niveau comparable. Elles sont toutes les trois expérimentées (entre 8 et 10 ans d'exercice).

Solange et Solenn enseignent à temps plein, alors que Danièle travaille à mi temps. Elles ont toutes trois essentiellement enseigné en cycle 3 (8-11ans)

Ces trois enseignantes utilisent des ouvrages ou des manuels dont un des auteurs communs est Roland Charnay : ERMEL CM1 (2005) et Cap math CM1 (2004).

Pour notre étude, nous avons demandé en fin d'année scolaire (2009) à récupérer l'intégralité d'un cahier de leçons. Nous avons également souhaité obtenir le maximum d'informations sur tous les documents en lien avec ces traces écrites (énoncé des situations, leçons, évaluations, voire enregistrements de certaines leçons). C'est ainsi que nous avons recueilli, pour chaque enseignante, le recueil de leçons d'un de ses élèves et sa programmation : « l'ensemble des séquences de classe qui vont être programmées sur l'année ».

Les trois recueils obtenus ne comportaient pas de sommaire. Nous les avons reconstruits afin de faire apparaitre la répartition des leçons choisie par le professeur selon les différents domaines mathématiques, par exemple quelles leçons en géométrie ou en mesures et grandeurs. Cette étude des sommaires reconstitués devrait nous permettre d'avoir des éléments de réponses sur les *itinéraires cognitifs* (contenu, tâches, organisation, quantité ordre et progression proposés par le professeur aux élèves.) (Robert 2008).

Nous avons analysé les écrits de trois recueils de professeures ainsi que le recueil proposé pour compléter le manuel et le guide du maitre de Cap Math : le dico math.

[3] Beziaud N. et al (1999), Les pratiques des enseignants de mathématiques en classe de seconde. *Cahier de Didirem*, 33, 1-36, IREM Université Paris 7 Denis Diderot

II - ÉTUDE DES SOMMAIRES RECONSTITUÉS DES RECUEILS DE LEÇONS

Les sommaires reconstitués vont nous permettre d'étudier le nombre de leçons selon le découpage proposé par le professeur. Une unité de ce découpage sera appelée « domaine » (géométrie, numération..) ; cela nous donnera à voir les domaines qui justifient une leçon. Nous pourrons ainsi avoir des éléments sur le regard des professeurs sur les mathématiques mais également sur ce qu'il est important de retenir pour que la classe fonctionne. Nous faisons l'hypothèse que Dico math recense systématiquement toutes les mathématiques possibles d'après le manuel mais rien ne dit que Dico math dégage ce qui est important pour la mémoire de la classe.

En premier lieu, nous rappelons que les programmes en vigueur proposent les domaines mathématiques suivants : nombres et calculs, géométrie, grandeurs et mesures, organisation de données.

1 Recueil de leçons du manuel Cap math : « le dico math ». Présentation générale du Dico math

Dico math est le petit fascicule qui accompagne le manuel Cap math. Ce fascicule de 32 pages doit tenir deux rôles au moins pour ses auteurs :

- il permet de comparer lors des mises en commun les formulations orales et écrites des élèves avec celles proposées par le dico math,
- il permet de comparer les écrits de synthèse proposés par la classe avec ceux du dico math de manière à construire des écrits dont la forme et la syntaxe sont de plus en plus élaborés[4].

Le fascicule est séparé en quatre grands domaines, - Nombres, Géométrie, Calcul, Mesures -, eux-mêmes divisés en sous - domaines.

Pour chaque domaine ou sous - domaine, nous avons repéré les titres des paragraphes. Ce sont ces titres que nous considérerons comme « unité de leçon ».

Analyse de la répartition des leçons en fonction du découpage proposé et des titres des leçons.

Il y a alors 50 leçons regroupées dans des sous - domaines eux-mêmes dépendant d'un domaine plus général.

Le domaine « Nombres » comptabilise 20 leçons, le domaine « Calcul » 6 leçons, le domaine « Géométrie », 13 leçons et le domaine « Mesure » en comptabilise 9.

Le domaine « Nombres » est le plus investi alors que le domaine « Calcul » l'est peu. Ce qui semble indiquer que ce domaine lié à des techniques opératoires nécessite moins de leçons écrites pour les auteurs.

Dico math semble proposer un grand nombre de leçons. Les titres des leçons ne font aucune référence aux situations introductives alors que les situations du manuel ont toutes un nom.

Par exemple il existe une situation appelée le « jeu de la puce »[5]. Cette situation permet d'aborder la notion de multiple. Dico math ne propose pas de définition de ce mot, ni un quelconque paragraphe sur la divisibilité. Les auteurs du manuel ont donc effectué des choix sur ce qu'il y a d'exigible ou non en classe de CM1[6].

L'entrée dans le livret peut se faire grâce à un index des notions à acquérir qui renvoie au paragraphe correspondant. Aucun des autres recueils que nous allons étudier ne propose cette entrée. L'entrée de ce

[4] D'après Cap math cm1, guide du maître, pp25 et 26

[5] Cap math cm1, manuel p67

[6] La définition du mot « multiple » est renvoyée dans le Dico math cm2 p24. Pour les auteurs c'est un savoir exigible en cm2.

fascicule se fait par le savoir et non par la chronologie (succession des situations de recherche dans le temps).

Les titres du Dico math sont structurés de la même manière pour les domaines « Nombres » et « Calcul » : ils commencent tous par « pour ». Dans le domaine numérique, tous les paragraphes commencent comme « pour comparer des fractions » ou « pour calculer un quotient tu peux utiliser le calcul réfléchi ». Les titres commençant par « pour » indiquent un type de tâche suivi d'une technique possible pour la résoudre. Pour la géométrie et les mesures, les entrées des titres sont différentes. Elles se font par les notions mathématiques (les durées, le cercle) et quelquefois par les types de tâches.

2 Les recueils des trois enseignantes.

2.1 Recueil de leçons de Solange.

Nous avons réorganisé le recueil de Solange afin de faire apparaitre le nombre de leçons dans chaque domaine. Nous obtenons les résultats suivants : développer des stratégies de recherche (3 leçons), géométrie (1 leçon), proportionnalité (2 leçons), mesures, fractions et décimaux (2 leçons sur les fractions), technique opératoire (2 leçons), multiplicatif (2 leçons), multiplication (1 leçon). Très peu de leçons (13) semblent figurer dans le cahier. Des domaines comme la géométrie ne font quasiment pas l'objet d'institutionnalisation écrite.

Ce qui semble guider en priorité les découpages de Solange est son support de travail : l'ouvrage ERMEL qui propose exclusivement des apprentissages numériques. Le faible nombre de leçons donne plus d'importance à celles qui sont présentes : on peut supposer que figurent les leçons incontournables d'après cette enseignante.

Pour cette professeure, les savoirs ne sont pas de même nature et la géométrie serait du « savoir faire » (tourné vers des techniques) ne nécessitant pas d'écrits.

L'apparent manque d'investissement en géométrie et en mesure montre en fait une conception très personnelle et utilitaire de ce domaine mathématique. Ces remarques montrent l'importance du rapport personnel aux mathématiques lors du choix ou non de la rédaction d'une leçon. Ce rapport semble différent selon les mathématiques en jeu, comme le souligne Bernard Blochs (2009b p.85), « *le cahier de leçons donne à voir des éléments des conceptions des maîtres sur les apprentissages* ».

2.2 Recueil de leçons de Solenn.

Quinze leçons ont été écrites dans cette classe de CM1. Les leçons de Solenn sont écrites sur des grandes feuilles de classeur. Nous avons réorganisé le recueil afin de faire apparaitre le nombre de leçons dans chaque domaine, nous obtenons les résultats suivants : 5 en numération, 4 en géométrie, 5 en mesures et 1 en technique opératoire.

Nous notons que, tout comme Solange, une partie des mathématiques à enseigner n'a aucune visibilité dans le recueil de leçons. Solenn nous confiera qu'elle ne sait pas du tout quoi écrire dans la partie gestion de données. Pour la partie technique opératoire, elle pense que « *c'est à force d'en faire qu'on acquiert la technique. De plus en CE2, les élèves ont été particulièrement bien entrainés.* ». Elle rajoute « *qu'ils maîtrisent suffisamment pour gagner du temps là dessus* ». Elle proposera pourtant une courte trace écrite sur la division car cette nouvelle opération est enseignée dans sa classe. Cette nouvelle technique propre à la classe a donc un statut différent des autres techniques. Solenn semble aussi porteuse d'une partie de la mémoire des classes antérieures.

Dans cette déclaration nous pouvons constater que l'écriture d'une leçon est pilotée par les conceptions de l'enseignante sur les techniques opératoires (algorithme à acquérir par l'entrainement) et par ce qu'elle sait des compétences antérieures de ses élèves (et des habitudes de la collègue).

Elle semble aussi dire par là que, pour elle, l'institutionnalisation ne passe pas toujours par un écrit de référence, mais par des exercices répétés.

2.3 Recueil de leçons de Danièle.

Danièle utilise les ouvrages ERMEL et Cap math. Elle travaille à mi-temps et a produit 20 leçons. 6 leçons supplémentaires apparaissent dans son recueil mais elles ont été rédigées par l'enseignante complétant son mi-temps. Danièle n'a pas pris en charge la géométrie et la mesure. Il y a 7 leçons qui ont été écrites à partir de situations proposées par ERMEL, les 13 autres leçons[7] sont écrites après des activités du Cap math ou une synthèse des activités[8]. Danièle nous a expliqué avoir utilisé exclusivement ERMEL dans ses années antérieures d'enseignement, elle a donc continué de proposer des situations qui ont bien fonctionné les années passées (avant l'apparition du manuel Cap math). Danièle souhaite donc continuer de proposer des séances qu'elle a déjà éprouvées. Les expériences réussies de la professeure la guident pour organiser son travail.

2.4 Constats sur les choix des leçons des quatre recueils

Le nombre de leçons est différent :

- 13 leçons pour Solange,
- 14 pour Solenn,
- 20 pour Danièle (elle travaille à mi temps),
- 50 pour Dico Math.

Nous pouvons alors penser que pour Danièle et Dico Math les traces écrites ont un rôle plus important à jouer dans le processus d'institutionnalisation que pour les deux autres enseignantes.

De plus, pour certains domaines nous ne trouvons pas de traces écrites, Solange et Solenn mettent en avant que ce sont des parties des mathématiques où il s'agit de manipuler (manipulation d'instruments ou réalisation d'algorithmes opératoires). Pour Solange, ces manipulations s'appliquent à la géométrie et à la mesure, pour Solenn cela s'applique aux techniques opératoires et à la gestion des données. Solenn avoue n'avoir aucune idée de ce qu'elle pourrait faire comme leçon dans le domaine « gestion de données ». Les quatre recueils proposent moins de traces écrites correspondant à des techniques et cela pour des raisons différentes (les techniques s'apprennent par la répétition ou pour des conceptions personnelles sur un domaine –en géométrie, il y a peu de savoirs et beaucoup de savoir faire).

Certains domaines sont privilégiés par rapport à d'autres en fonction du rapport à ce domaine qu'entretient le professeur d'école.

Alors que les enseignants s'appuient sur les mêmes ressources, l'étude des recueils de leçons, en particulier déjà des sommaires reconstitués et des titres des leçons, nous semble montrer que les itinéraires cognitifs proposés aux élèves seront différents d'une classe à une autre. Nous émettons l'hypothèse qu'en particulier les composantes personnelles[9] et cognitives du maître (rapport aux mathématiques) ont un rôle essentiel dans le processus d'institutionnalisation. Nous émettons aussi l'hypothèse que certaines traces doivent être écrites en fonction des interventions ou non des élèves en classe mais nous n'en n'avons pas fait la preuve.

---

[7] Voir annexe 12 pour faire les liens entre la situation et l'ouvrage de référence, p 117

[8] Pour chacun des titres de ses leçons nous avons lui avons demandé quel avait été son support principal.

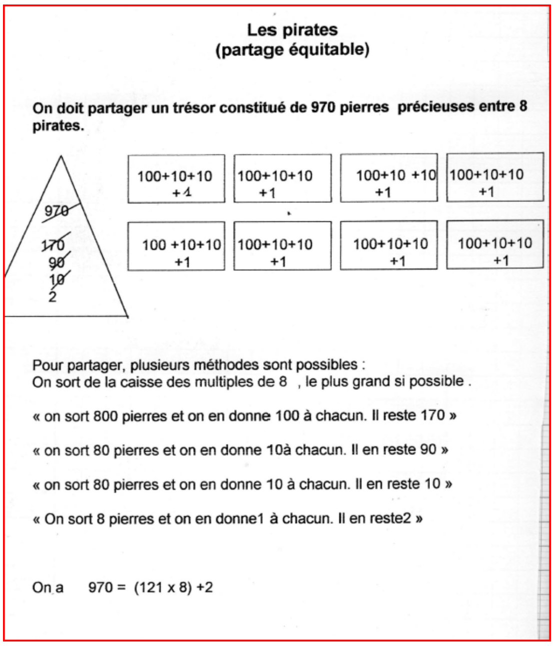
[9] Cf. Aline Robert (2008)

III - ÉTUDE DES LEÇONS VISANT UNE TECHNIQUE OPÉRATOIRE DE CALCUL DU QUOTIENT DANS UN PARTAGE ÉQUITABLE

1 Les leçons du recueil de Danièle

Danièle a consacré une séance à la première phase de la situation du partage des pirates extraite de ERMEL CM1, puis elle fera une autre situation de partage s'appuyant sur un autre ostensif de résolution « la feuille de partage ». Enfin, la technique usuelle de la division sera montrée.

1.1 Leçon visant une technique provisoire du calcul du quotient dans un partage équitable (Danièle)[10]


Les pirates
(partage équitable)

On doit partager un trésor constitué de 970 pierres précieuses entre 8 pirates.

Pour partager, plusieurs méthodes sont possibles :
On sort de la caisse des multiples de 8 , le plus grand si possible .

« on sort 800 pierres et on en donne 100 à chacun. Il reste 170 »

« on sort 80 pierres et on en donne 10à chacun. Il en reste 90 »

« on sort 80 pierres et on en donne 10 à chacun. Il en reste 10 »

« On sort 8 pierres et on en donne1 à chacun. Il en reste2 »

On a 970 = (121 x 8) +2

Dans le texte de la leçon, Danièle annonce qu'il existe plusieurs méthodes possibles pour partager. Mais elle institutionnalise une seule technique : soustraire autant de fois que possible 100 fois le diviseur (ici une seule fois), puis soustraire du reste autant de fois que possible dix fois le diviseur (ici deux fois), puis soustraire du reste autant de fois que possible le diviseur (ici une fois), mais le détail des étapes n'est pas explicité. Les liens entre le texte qui présente les multiples de B à retirer et le résultat : 970 = (121 × 8) + 2 ne sont pas expliqués.

Enfin, l'écriture arithmétique proposée par ERMEL est présentée sans dire qu'il s'agit d'une façon de vérifier le résultat. Tout comme dans l'ouvrage les mots quotient, diviseur, dividende, et reste ne sont pas donnés.

Cette leçon consacrée à une seule tâche ne propose que des éléments partiels de techniques, bien qu'elle donne quelques éléments de technologie (les multiples). Cette leçon est contextualisée (rappel de l'énoncé de la situation, utilisation des ostensifs de résolution). L'énoncé est construit autour d'un exemple dont la règle générale n'est pas formulée (degré 2). C'est une leçon donnant un statut particulier à une technique provisoire.

1.2 Leçon visant la technique usuelle de la division

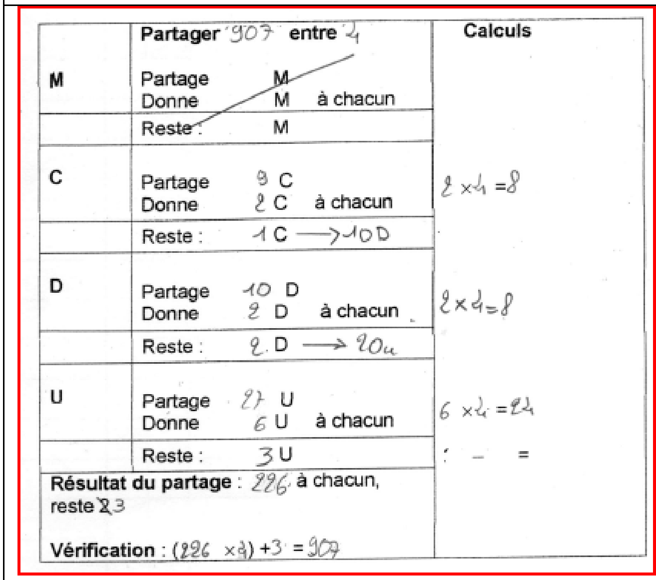
Danièle, à la suite d'une situation avec un matériel qui incite à partager successivement les groupes de 1000, puis les groupes de 100 poursuit les apprentissages liés à la division

[10] La description de cette situation est détaillée en annexe 1.

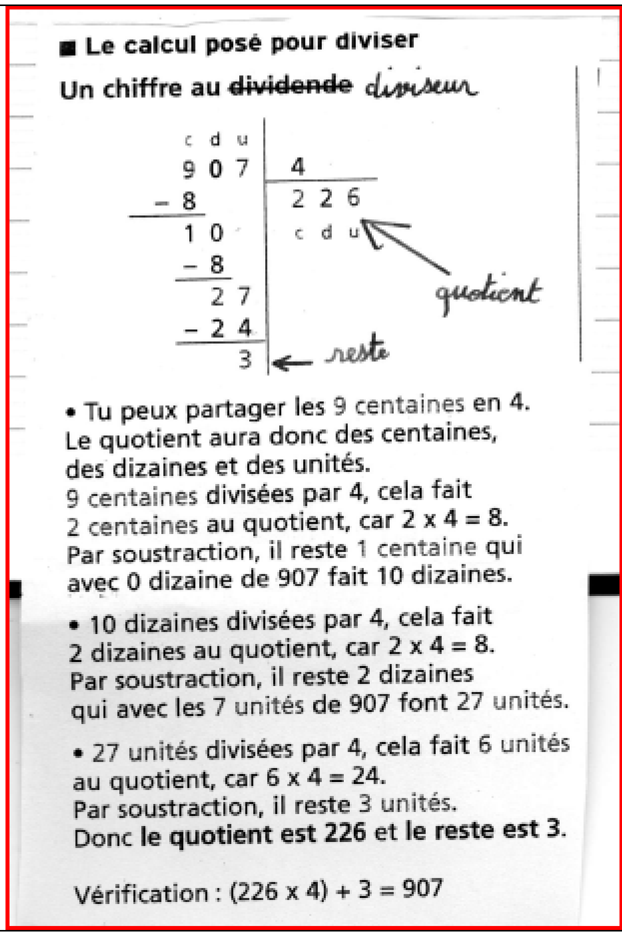
Le titre « calcul posé pour diviser » met en relation un type de tâche (diviser) et une technique (le calcul posé). Nous voyons d'abord à gauche la feuille de partage complétée par un exemple, suivie d'une photocopie du Dico math CM1 (p 15). Le titre du paragraphe du Dico math est : « le calcul posé pour diviser, un chiffre au dividende », ce titre contient une erreur corrigée par Danièle (un chiffre au diviseur).

Elle rajoutera aussi le discours associé du Dico math pour expliquer les phases de l'algorithme et également le vocabulaire lié : quotient, diviseur, dividende, reste.

Feuilles de Partage	Photocopie du Dico math collée en face de la feuille de partage.



	Partager 907 entre 4	Calculs
M	Partage M Donne M à chacun	
	Reste : M	
C	Partage 9 C Donne 2 C à chacun	2 x 4 = 8
	Reste : 1 C → 10 D	
D	Partage 10 D Donne 2 D à chacun	2 x 4 = 8
	Reste : 2 D → 20 u	
U	Partage 27 U Donne 6 U à chacun	6 x 4 = 24
	Reste : 3 U	: − =
Résultat du partage : 226 à chacun, reste 3		
Vérification : (226 x 4) + 3 = 907		



■ Le calcul posé pour diviser

Un chiffre au ~~dividende~~ diviseur

```
 c d u
 9 0 7 | 4
-8     |------
 1 0   | 2 2 6
 - 8   | c d u   ← quotient
   2 7
 - 2 4
     3  ← reste
```

- Tu peux partager les 9 centaines en 4. Le quotient aura donc des centaines, des dizaines et des unités. 9 centaines divisées par 4, cela fait 2 centaines au quotient, car 2 x 4 = 8. Par soustraction, il reste 1 centaine qui avec 0 dizaine de 907 fait 10 dizaines.
- 10 dizaines divisées par 4, cela fait 2 dizaines au quotient, car 2 x 4 = 8. Par soustraction, il reste 2 dizaines qui avec les 7 unités de 907 font 27 unités.
- 27 unités divisées par 4, cela fait 6 unités au quotient, car 6 x 4 = 24. Par soustraction, il reste 3 unités. Donc **le quotient est 226** et **le reste est 3**.

Vérification : (226 x 4) + 3 = 907

Cette leçon qui amène à la technique opératoire de la division, propose :

- pour le type de tâche « diviser un nombre à trois chiffres par un nombre à un chiffre » : une technique, des éléments de technologie et de savoirs,
- les étapes des partages successifs s'appuyant sur les unités de numération (milliers, des centaines…) telles qu'utilisées dans la résolution de 907 par 4,
- une disposition en algorithme traditionnel avec soustraction intermédiaire des dividendes partiels de 907 par 4 avec trace écrite d'un possible commentaire oral.

Ces leçons proposent une leçon contextualisée (le partage des trésors), une leçon utilisant une technique provisoire de la division (contextualisée par le titre « feuille de partage ») et la technique usuelle. Nous supposons que cet accompagnement écrit des liens entre les situations et les savoirs en jeu est un travail du professeur pour aider les élèves dans le processus d'institutionnalisation.

2 La leçon du Dico math[11] .

Dans la partie Calcul p 15, nous pouvons lire une leçon intitulée : « pour calculer un quotient ». Le type de tâche est donc annoncé suivi d'une annonce de techniques : « tu peux utiliser le calcul réfléchi ou le calcul posé ».

Nous ne détaillerons que la partie de la division à un chiffre, la division à deux chiffres est traitée de manière équivalente.

D'entrée de jeu, une division est posée de façon traditionnelle. Chaque chiffre possède une couleur correspondant à son rang (les centaines sont oranges, les dizaines mauves et les unités vertes). Les unités de numération apparaissent au-dessus des nombres dans la partie dividende et quotient.

La technique est expliquée en trois points et est décrite en langue naturelle « tu peux partager les 9 centaines en 4. Le quotient aura donc des centaines, des dizaines et des unités…. » .

Les trois points reprennent les différentes étapes de l'algorithme :

- établir le nombre de chiffres du quotient,
- établir puis convertir le reste partiel dans l'unité d'ordre inférieur,
- établir la valeur du quotient et du reste.

La leçon se termine par l'écriture arithmétique de la division : vérifier son calcul grâce à l'égalité $A = B \times Q + R$ avec $R < B$.

Cette leçon est fortement décontextualisée, elle s'accompagne d'un discours écrit que nous supposons être une retranscription orale donnée pour expliquer cette technique.

La valeur des chiffres dans un nombre joue un rôle incontestable dans cette technique.

Les types de tâches, techniques et des éléments de technologies sont donnés. L'OM proposée est centrée sur le bloc praxis avec des éléments de technologie.

3 La leçon du recueil de Solange

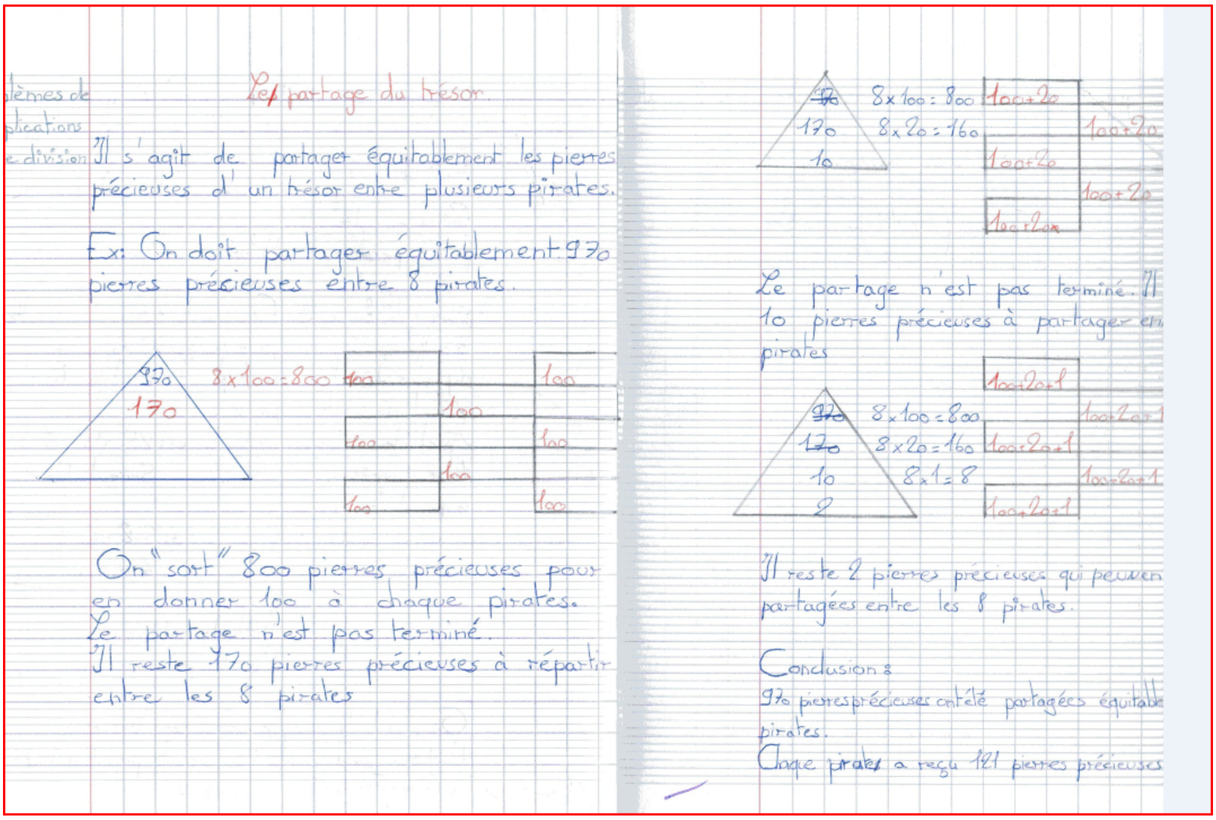
Solange a consacré une séance à la première phase de la situation du partage des pirates. Elle en tire la 1ère leçon ci-dessous. Puis, elle consacrera une autre séance à montrer les liens entre la technique provisoire et la technique usuelle.

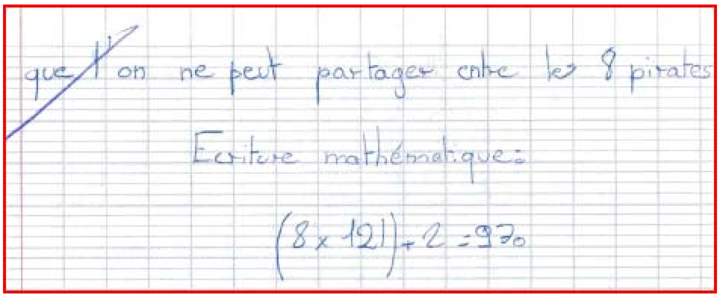
3.1 La leçon visant une technique provisoire du calcul du quotient dans un partage équitable

Cette leçon est fortement contextualisée (rappel de la situation, l'exemple induit une méthode de résolution sans montrer de règle plus générale).

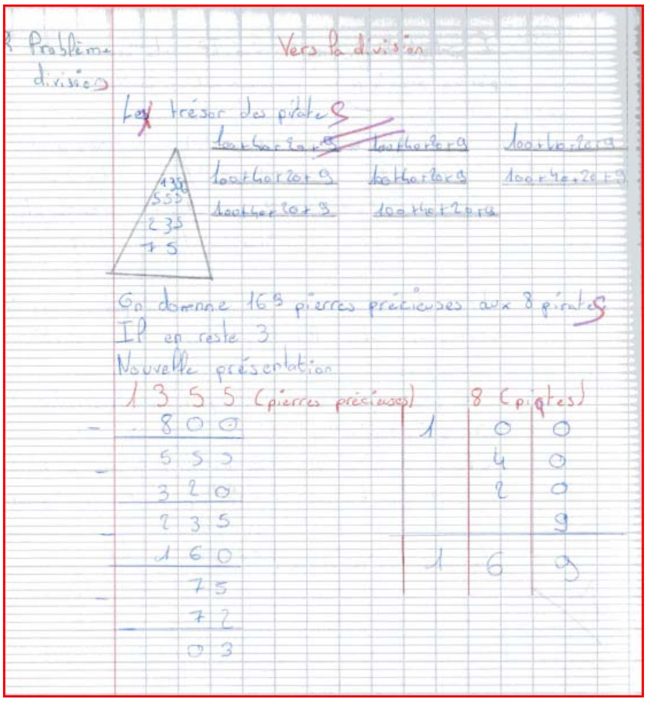
Cette leçon consacrée à une seule tâche propose des éléments partiels de techniques, elle cherche à montrer la chronologie de la technique, davantage explicitée (uniquement chez Danièle).

[11] Photocopiée dans les leçons de Danièle (voir paragraphe 1.2)





3.2 Leçon du recueil de Solange visant la technique usuelle de la division



Solange reprend la résolution du problème des pirates, ainsi elle présente le changement de représentation du calcul de la réponse. Elle montre une représentation plus conventionnelle : soustractions partielles à gauche et quotients partiels à droite.

Nous remarquons que Solange reprend la proposition de trace d'ERMEL.

L'OM est centrée sur le bloc praxis. La technique est présentée sans aucun commentaire la justifiant ou l'expliquant. Solange essaie de négocier le passage de la technique provisoire et contextualisée (pyramide et rectangles) avec une technique plus usuelle. Cette négociation se fait par ostension dans le cahier.

4 Leçon du recueil de Solenn[12] :

La leçon de Solenn est fortement contextualisée. Elle montre une feuille de partage complétée par un exemple. L'OM de cette leçon est centrée sur le bloc praxis. L'énoncé de la leçon est un exemple. L'ostension de cette technique est l'unique moyen de formulation, aucun autre discours n'accompagne cette « feuille de partage ».

Le lien entre feuille de partage et division posée n'est pas réalisé. Ce lien est renvoyé à l'année suivante, en CM2.

Partager

Pour partager 4 754 entre 3, on peut utiliser **une feuille de partage**

M C D U
4 7 5 4

Partager : 4 754 entre 3	
M	Calculs
Partage **4** M Donne 1 M à chacun	$\underline{1}$ x 3 = 3
Reste : 1 M (1 M = 10 C)	
C	
Partage 17 C (10 C + **7** C) Donne 5 C à chacun	$\underline{5}$ x 3 = 15
Reste : 2 C (2 C = 20 D)	
D	
Partage 25 D (20 + **5** D) Donne 8 D à chacun	$\underline{8}$ x 3 = 24
Reste : 1 D (1 D = 10 U)	
U	
Partage 14 U (10 U + **4** U) Donne 4 U à chacun	$\underline{4}$ x 3 = 12
Reste : 2 U	
Résultat du partage : 1 584, reste 2 Vérification : 4 754 = (1 584 x 3) + 2	

Vérifier le résultat du partage en effectuant la multiplication et en ajoutant ensuite le reste.

[12] Cf. Annexe 2 p17-18

IV - CONSTATS SUR LES QUATRE LEÇONS VISANT LA CONSTRUCTION D'UNE TECHNIQUE OPÉRATOIRE

Pour mettre en place une nouvelle technique opératoire, les enseignantes ne font pas les mêmes choix. Danièle, Solange et Dico Math présentent la technique usuelle après avoir travaillé sur une technique provisoire alors que Solenn s'arrête sur une technique provisoire (très proche de la technique usuelle dans son algorithme, mais pas dans sa présentation). Nous avons interrogé Solenn pour lui demander des précisions sur son choix (présentation d'une technique provisoire). Elle nous explique qu'elle a présenté très tardivement la situation des feuilles de partages (période avril-mai), elle pense que ses élèves doivent d'abord s'appuyer et s'entraîner sur cette technique provisoire avant d'institutionnaliser une nouvelle technique. Cela nous laisse entendre que Solenn installe ces notions dans de longs moments de réinvestissement (entrainement) avant de passer à une nouvelle notion (ici technique). Ce qui correspond à ses déclarations sur l'apprentissage des techniques (pour elle, les apprentissages d'une technique opératoire se font grâce à la répétition).

Puis, nous noterons la reprise systématique des ostensifs graphiques proposés par l'ouvrage de référence pour installer une technique provisoire de la division pour Solange et Danièle. Ces deux techniques provisoires (partager dans des supports géométriques –triangles et rectangles- ou partager en utilisant une feuille dite de partage) font l'objet d'une leçon. Ces leçons donnent un statut officiel à un enseignement provisoire, ce qui laisse supposer que ces écrits provisoires ont un enjeu dans l'apprentissage de la technique usuelle. Cependant nous ne pouvons pas déterminer avec précision lequel.

Les leçons de Danièle et Solange s'inscrivent souvent dans un contexte. Danièle propose des énoncés contextualisés vers des énoncés décontextualisés. Cela peut témoigner de la volonté de créer du lien entre le savoir « officiel » et les situations vécues dans la classe. Ces situations ne sont pas des objets d'enseignement mais importent pour l'apprentissage. Danièle semble s'appuyer sur cette mémoire didactique pour « illustrer » les savoirs qui en sont issus.

Les recueils de Solenn et Dico math ne portent pas cette mémoire didactique (sauf pour la leçon sur les feuilles de partage), cela montre une autre conception du rôle des leçons. Les leçons du Dico math montrent le savoir en jeu à l'issue de plusieurs séances sur une ou plusieurs situations. Les écrits intermédiaires (à l'issue de chaque situation) n'existent pas. Le guide du maître du Cap math propose de faire des écrits intermédiaires mais il ne donne que peu d'indications sur leur contenu puisqu'il s'agit souvent de recueillir les savoirs temporaires des élèves.

Sur des leçons traitant d'une technique, l'ostension est un moyen de formulation pour Solenn et Solange. Danièle utilise ce moyen d'expression pour une technique provisoire alors qu'elle choisit de formuler un énoncé plus général pour la technique usuelle de la division (texte photocopié du Dico math).

On notera les réticences de Solange pour utiliser du vocabulaire mathématique. Cette enseignante ne souhaite pas trop s'éloigner des savoirs intermédiaires des élèves, un énoncé plus formel produirait pour elle une institutionnalisation trop éloignée du savoir de ses élèves.

Bien que ces trois enseignantes utilisent les mêmes supports, les itinéraires cognitifs sont différents. Les degrés de décontextualisation et de dépersonnalisation ne sont pas les mêmes alors que les ressources utilisées sont les mêmes. Les OM sont toutes organisées autour du bloc praxis avec ou sans éléments de technologies. C'est bien la présence de ces éléments de technologies qui semblent produire un énoncé plus ou moins formel.

V - CONCLUSION

L'utilisation des deux cadres théoriques, TAD et TSD et des degrés de conceptualisation de Butlen et Pézard nous ont permis d'établir certains résultats que nous allons rappeler. Notre étude portait sur les recueils de leçons de trois professeures et d'un recueil proposé par les auteurs de Cap Math. Les trois recueils provenaient de classes comportant de nombreux points communs : ressource identique, même niveau de classe, même ancienneté des professeurs, même environnement socio-culturel. Le Dico math, ressource éditoriale, correspondait au même niveau de classe (CM1)

Sur l'étude des sommaires reconstitués et des titres :

Les recueils des professeures donnent à voir *a priori* les savoirs exigibles en classe. Les leçons étudiées faisaient une ou deux pages du recueil. Dico math propose plus de leçons (de quelques lignes par paragraphe à une page), chacun de ses paragraphes a un titre et correspond à ce que nous avons appelé une leçon. Pour deux professeures au moins, le nombre de leçons dans une année parait assez faible. Nous comptons de 13 leçons pour une professeure à 50 pour Dico math. Bien que nous sachions que les leçons écrites ne représentent pas la totalité des mathématiques effectuées en classe (pas de regard sur les exercices, les évaluations), nous nous interrogeons sur ce qui est exigible d'une classe à une autre. Compte tenu du peu de leçons de certains recueils, nous pensons qu'ils ne montrent qu'une partie du savoir exigible. Le recueil de leçons n'est pas le seul « média » qui participe au processus d'institutionnalisation. Cependant, une classe ne peut fonctionner sans mémoire. Nous supposons alors que la mémoire de la classe est détenue par les professeurs. Cette hypothèse devient plus présente lorsqu'on étudie le recueil du manuel Capmath : le Dico math. Le Dico math montre l'ensemble du savoir exigible en classe de CM1 conformément à l'utilisation de Cap math. Bien qu'il y ait des auteurs pour écrire ce recueil, ils ne sont pas présents en classe, cette contrainte pousse à produire des écrits totalement dépersonnalisés et plus nombreux. Les auteurs n'ont pas la mémoire de la classe, et ne peuvent pas effectuer des choix entre ce qui apparait exigible ou non, contrairement aux professeures.

Les titres proposés par les professeurs évoquent parfois le titre de la situation en jeu. Les titres des leçons montrent un degré de décontextualisation très différent : complètement décontextualisé quand il annonce un savoir ou un type de tâche, contextualisé lorsqu'il évoque une situation. L'existence de ces titres de « situations-leçons » montrent que ces situations pour les professeurs sont fondamentales dans le parcours qu'ils vont proposer à leurs élèves. Ces « situations-leçons » importent pour la suite des apprentissages et doivent être retrouvées facilement.

Sur l'étude des praxéologies des leçons :

Nous avons étudié pour chaque professeur quelques leçons : une à deux leçons visant la technique opératoire de la division (mêmes situations introductives). Les leçons des recueils des professeurs proposent des praxéologies (OM) organisées autour du bloc praxis (savoir faire). Ces praxéologies seraient qualifiées d'incomplètes par Chevallard (1997) qui déclare « *la présomption du savoir suppose davantage : elle implique que la technique utilisée ne soit pas une pure recette, mais apparaisse comme découlant d'une certaine technologie c'est-à-dire un discours raisonné, d'un logos qui rende intelligible et justifie la technique mise en jeu* ». Des éléments de technologies apparaissent parfois (plus souvent pour le Dico Math et Danièle) mais pas de manière systématique. Des formulations par ostension apparaissent souvent (voir « feuilles de partage » pour Solenn, « nouvelle disposition de la division » pour Solange)

Dico math propose plus de leçons et est plus structuré mais les contraintes éditoriales ne sont pas de même nature que les contraintes de la classe. Les énoncés du Dico math sont totalement dépersonnalisés, les énoncés sont décontextualisés, ses institutionnalisations ne peuvent se faire qu'à l'écrit. Brousseau (1991) remarque : « *l'absence de possibilités de recours à la mémoire oblige l'enseignant à articuler explicitement les apprentissages (surtout ceux qui portent sur des objectifs à moyen terme), et à le faire sur le mode de la raison.* » Dico math correspond à un recueil de leçons d'une classe sans mémoire.

En revanche, un professeur peut évoquer en classe des situations, faire des phases de rappel. Deux au moins de nos professeurs (Solange et Danièle) s'appuient sur la mémoire didactique de la classe.

Sur les énoncés des leçons.

Les énoncés des leçons sont complètement décontextualisés et dépersonnalisés pour « Dico Math » et dans une moindre mesure pour Solenn. Danièle et Solange proposent des énoncés contextualisés. Danièle, seule, propose aussi des énoncés décontextualisés à côté d'énoncés contextualisés. Bien que ceux-ci soient écrits par les professeurs et non par les élèves, nous pouvons utiliser une partie des travaux de Butlen et Pézard (2003) qui décrit les différents types d'énoncés. Les énoncés produits par les professeurs se rapprochent de ceux produits par les élèves de sixième. Il serait intéressant de les étudier en reprenant les instruments décrits dans leur recherche. Les leçons que nous avons étudiées ne proposent pas d'énoncé formel (degré 1 de décontextualisation) mais plutôt de degré 2 (énoncé formulé à partir d'un exemple) et de degré 3 (exemple seul sans énoncé de règle généralisant). Cela nous interroge ; nous ne pensons pas que ce soit le résultat d'une mauvaise connaissance des mathématiques qui est en jeu. Nous pensons aussi que la nature des mathématiques enseignées en primaire (mathématiques ancrées dans une réalité) rend la production d'énoncés formels plus difficile pour les professeurs d'école. L'utilisation de la langue naturelle est le seul moyen de formulation, quelquefois ces formulations sont coûteuses (voir la technique de la division Dico math et Danièle), et c'est alors plus simple de proposer un exemple.

Ce qui a attiré également notre attention, c'est l'existence d'énoncés très contextualisés, ces énoncés prennent en compte la difficulté de la gestion de la mémoire (Brousseau et Centeno, 1991) : les élèves se souviendront peut être plus facilement du jeu des pirates que d'un énoncé parlant de situation de partage. De plus, les professeurs qui s'appuient sur la mémoire de la classe semblent avoir le désir inconscient ou non d'aider les élèves dans la construction du savoir grâce à l'écriture de savoir intermédiaire (technique provisoire de la division).

VI - BIBLIOGRAPHIE

BLOCHS B. (2009a). *La place du cahier de cours dans les apprentissages mathématiques en classe de 4ème. Pratiques et conceptions des professeurs et des élèves.* Thèse, université Diderot 7.

BLOCHS B. (2009b). Le cahier de leçons de mathématiques au cycle 3 : une approche instrumentale. *Grand N*, 84, 77-87, IREM de Grenoble.

BROUSSEAU G. et CENTENO J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 11/2.3, 167-210, Grenoble : La pensée sauvage.

BUTLEN D. et PÉZARD M (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 23/1, 41-78, Grenoble : La pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (1985) *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble : La pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (1997) Les savoirs enseignés et leurs formes scolaires de transmission : un point de vue didactique. *Skholê*, 7, 45-64, IUFM d'Aix-Marseille.

PERRIN-GLORIAN MJ. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes faibles, *Recherches en didactique des mathématiques*, 13/1.2, 5-118, Grenoble : La pensée sauvage.

ROBERT A. (2001) Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en didactiques des mathématiques*, 21/1.2, 57-80, Grenoble : La pensée sauvage.

ROBERT A. (2008) Problématique et méthodologie commune aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques, in Vandebrouck F. Ed (2008) *La classe de mathématiques : activités d'élèves, pratiques des enseignants,* 31-59, Toulouse : Octarès

VII - ANNEXE 1

Présentation de la situation « le partage des pirates » dans ERMEL.

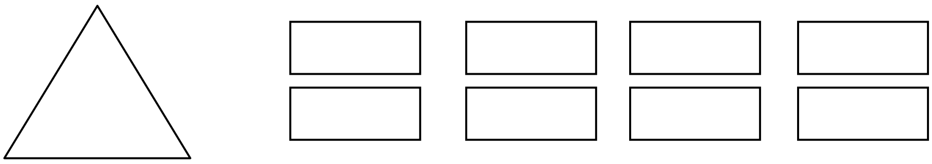
Première phase :

Le problème en jeu est : partager équitablement 970 (A) pierres précieuses entre 8 (B) pirates.

La tâche consiste à la détermination du quotient de A par B.

Pour cette tâche T : déterminer le quotient dans un partage équitable, l'ouvrage ERMEL propose trois techniques : E1 (déterminer le quotient par soustractions successives), E2 (utiliser dans une division par B, le rôle des multiples 10×B, 100×B pour structurer le quotient), E3 (obtenir le dividende comme somme de multiples de B, moyennant un reste).

Pour représenter la situation, l'ouvrage propose ce schéma :



Présentation de la séance sur l'algorithme de la division ERMEL CM1

Lors de la première phase : ERMEL propose de reprendre la situation en s'appuyant sur les ostensifs dessinés (triangle et les rectangles) puis de proposer la situation standard : la potence. Aucun discours ne vient étayer cette disposition dite standard. Dans la case quotient, nous pouvons voir une somme de quotients résultats des différents partages effectués, dans la partie du dividende nous voyons plusieurs différences. Le dernier nombre de cette colonne « 3 » correspond au reste, la somme des quotients partiels « 169 » correspond au quotient.

La seule indication que nous ayons est une recommandation : on ne dessine plus le trésor, la part de chacun. Cela semble suffire pour comprendre le passage d'un ostensif à un autre.

La deuxième et la troisième phase sont axées sur l'optimisation des résultats.

Lors de la deuxième phase : ERMEL propose une disposition ressemblant à la disposition standard (potence).

VIII - ANNEXE 2

Présentation de la séance sur l'algorithme de la division euclidienne : « Les feuilles de partage » (ERMEL CM2 p162) :

Éléments du déroulement

La première phase de cette situation consiste à partager équitablement une somme d'argent représentée sous forme structurée (4122 sous la forme 4M, 1C, 2D, 2U) entre 3 personnes. Lors de cette phase manipulatoire, les élèves travaillent en groupe, les échanges (transformer un billet de 100 en 10 billets de 10) ne sont pas autorisés, et il s'agit d'effectuer le moins de manipulations possibles. Cette contrainte vise à limiter les échanges aux unités d'ordre immédiatement inférieur : 1M c'est 10C (et non 1M=100D ou 1M=1000u). Lors du bilan, le scénario le plus économique est mis en évidence : il faut traiter dans l'ordre décroissant les unités de numération (M, C, D, U) et faire de la monnaie dans l'ordre d'unité qui suit (convertir les centaines restantes en dizaines). Cette technique provisoire suit le même algorithme que celui de la technique usuelle, c'est l'ostensif de résolution qui est différent (potence pour la technique usuel et feuille de partage pour cette technique)

Pour le type de tâche : partager un nombre entier par un nombre entier, apparaît les techniques suivantes :

- Partager en 3 le « chiffre » du rang le plus grand dans le nombre (« *Trouver combien de fois 3 dans 4 unités de mille* »)
- Conserver le reste
- Transformer ce reste dans le rang inférieur.
- Recommencer jusqu'à ce que le reste soit plus petit que le diviseur.(choisir toujours le multiple le plus proche possible de l'unité à partager)

Une fois le bilan effectué, une nouvelle phase de jeu est proposée sans le matériel.

La deuxième phase reprend la phase 1 en contraignant les partages à partir du rang supérieur. Pour noter les calculs et échanges intermédiaires, le professeur fait noter sur la feuille ci-dessous les résultats partiels. La feuille est proposée pour un nombre à partager de 4 chiffres par un nombre à un chiffre dans un premier temps.

Cette feuille est appelée feuille de partage. Elle permet d'organiser les résultats partiels. Elle est construite autour de deux grandes colonnes principales. La colonne de gauche permet d'organiser les résultats et celle de droite d'effectuer les calculs intermédiaires.

La colonne de gauche est divisée en lignes. Chaque ligne est construite de manière équivalente autour des trois mots « partage, donne, reste ». Dans la case partage, l'élève inscrit le chiffre de rang supérieur à partager. Dans donne, il inscrit le multiplicande et dans reste le résultat d'un calcul du type Reste M = Partage M - (Donne M × diviseur) : calcul effectué pour le chiffre des milliers. On continuera cet algorithme en convertissant le Reste des milliers en unité d'ordre inférieur « centaine » qu'on rajoutera au partage des centaines.

Partager : __________ entre _____	
Partage ___ M	**Calculs**
Donne ___ M à chacun	
Reste : ___ M	
Partage ___ C	
Donne ___ C à chacun	
Reste : ___ C	
Partage ___ D	
Donne ___ D à chacun	
Reste : ___ D	
Partage ___ U	
Donne ___ U à chacun	
Reste : ___ U	
Résultat du partage :	
Vérification :	

« Partage____ M » on écrit le chiffre des milliers du dividende.

« Donne…..M à chacun » correspond au chiffre des milliers du quotient obtenu en cherchant le multiple le plus proche du dividende (inférieur ou égal à ce dernier)

Reste…M correspond au reste des milliers

Reste M = partage M - (donne M × diviseur).

Le reste des milliers devra ensuite être converti dans l'unité d'ordre inférieur : « en centaine ». Puis on additionne le reste converti en centaine avec le chiffre du Partage en centaines.

Nous pouvons détailler l'OM de cette situation ainsi :

Tâche T1 : partager un nombre à 4 chiffres par un nombre à un chiffre.

Technique associée D :

D1 : approcher le chiffre de rang supérieur par un multiple du diviseur. (Inférieur ou égal à ce dernier).

D2 : soustraire le chiffre de rang supérieur et le multiple du dividende.

D3 : multiplier le reste par 10 et ajouter le chiffre du dividende du rang inférieur.

D4 : recommencer l'algorithme jusqu'au chiffre des unités.

Il est conseillé ensuite de vérifier l'opération par le calcul de $A = B \times Q + R$ avec $R < B$.

Enfin, **lors de la troisième phase**, le maître va construire le parallèle entre la feuille de partage et la disposition usuelle de la division. Le lien se construit en s'appuyant sur la valeur des chiffres dans un nombre.