MATH & MANIPS : INTRODUCTION DE MANIPULATIONS DANS LES CLASSES POUR FAVORISER LA CONSTRUCTION DES APPRENTISSAGES

Valérie HENRY
Directrice de recherche, CREM
Chargée de cours, FUNDP, ULG
V.Henry@ulg.ac.be

Pauline LAMBRECHT
Chercheur, CREM
Doctorante, FUNDP
PaulineL@crem.be

Patricia VAN GEET
Chercheur, CREM
VanGeetP@crem.be

Résumé

Cet atelier rend compte d'une recherche actuellement en cours au CREM[1]. Les *Math & Manips* sont des activités conçues pour provoquer chez les élèves des conflits entre ce qu'ils pensent et ce qu'ils découvrent lors des expérimentations. Nous proposons trois séquences d'apprentissage intégrant des manipulations, et destinées à diverses tranches d'âge de l'enseignement élémentaire voire du début du collège. Pour les enfants de 6 à 8 ans, nous travaillons les grandeurs (longueurs, masses, capacités et aires) avec pour objectif de dégager des méthodes efficaces de comparaison sans unité conventionnelle de référence. Pour les élèves de 8 à 10 ans, il s'agit de faire découvrir l'utilité d'un étalon conventionnel en travaillant les capacités. Pour ceux de 10 à 12 ans, nous proposons une séquence visant l'appropriation de la notion de volume. La discussion avec les participants s'oriente principalement sur les concepts mis en place au cours de chaque activité.

Le CREM est actuellement engagé dans une recherche visant à favoriser l'introduction de certains concepts mathématiques par des séquences d'apprentissage intégrant des manipulations effectuées par les élèves. Ces activités, appelées *Math & Manips*, sont destinées à améliorer l'apprentissage de certaines matières du cursus. Dans l'esprit des travaux précédents du CREM, la présente recherche envisage la scolarité dans son ensemble, depuis le début du primaire jusqu'à la fin du secondaire. Nous espérons provoquer chez certains élèves de la curiosité par des manipulations dont les résultats semblent en contradiction avec leurs connaissances antérieures. Une *Math & Manip* doit pousser les élèves à se poser des questions et, pour les plus âgés, les amener tout naturellement à entrer dans des démarches où le processus de modélisation prend tout son sens.

L'atelier se concentre sur trois séquences d'apprentissage destinées aux élèves de l'école élémentaire. La présentation a pour objectif non seulement de partager nos travaux, mais surtout de favoriser le dialogue avec les participants et de recueillir leurs réactions. Cet article présente un compte-rendu succinct de ces trois activités (dans la forme où elles se trouvaient en juin 2011) et des réactions que leur présentation a suscitées lors du colloque. Les activités I et III ont été encore peu testées à ce jour. Elles continueront donc à évoluer suite à de prochaines expérimentations dans des classes. L'activité II a été élaborée pour sa part suite à de nombreuses expérimentations au cours desquelles l'activité des élèves a été observée.

[1] Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques – Nivelles, Belgique.

La répartition des activités en fonction des années d'étude est prévue pour l'enseignement belge qui est constitué de trois cycles au primaire. Nous avons choisi d'indiquer les niveaux équivalents en France même si ces groupements sont parfois inadaptés pour le système français.

I - LE GOÛTER D'ANNIVERSAIRE (CP-CE1)

Avec les enfants de 6 à 8 ans, nous travaillons les grandeurs (longueurs, masses, capacités et aires) avec pour objectif de dégager des méthodes efficaces de comparaison sans unité conventionnelle de référence.

Les activités sont présentées autour d'un thème : un goûter pour le septième anniversaire de la mascotte de la classe (habituellement une peluche). Au cours de la séquence d'apprentissage, les élèves sont amenés à choisir l'objet de plus grande capacité, le plus long, le plus lourd ou celui de plus grande aire selon une méthode efficace. Ces manipulations ne nécessitent aucun recours aux mesures (Rouche, 1992).

Une activité préliminaire est proposée afin de permettre à l'enseignant de s'assurer que le principe de conservation du volume est acquis par la plupart des élèves. Pour cela, chacun d'eux apporte un verre. L'enseignant verse dans chaque verre, devant tous les élèves, le contenu d'un petit carton de jus, puis leur demande si l'un d'eux a plus à boire que les autres. Si les enfants affirment qu'ils ont tous la même quantité à boire malgré la diversité des formes de leurs verres, les manipulations du goûter d'anniversaire peuvent être commencées. Sinon, nous conseillons avant cette *Math & Manip* d'autres activités qui permettent de développer l'acquisition du principe de conservation du volume (voir par exemple CREM, 2002).

1 Comparaison de longueurs de segments : les bougies

La classe est divisée en sept groupes et chacun d'eux reçoit un lot identique de bougies coupées à différentes longueurs. Les élèves doivent présenter à l'enseignant la bougie la plus longue de leur lot. Les sept bougies rassemblées, l'enseignant demande à un élève de vérifier qu'elles ont toutes la même longueur, puisqu'il s'agit de la bougie la plus longue de chacun des lots identiques. Ces bougies les plus longues peuvent être de couleurs différentes.

Cette activité très simple, où la comparaison des longueurs se limite à une comparaison de segments, prépare la comparaison des ficelles (activité 5).

2 Comparaison de capacités : les moules à gâteau

Cette manipulation, menée par l'enseignant devant toute la classe, consiste à installer avec les élèves une méthode permettant de reconnaître le récipient de plus grande contenance.

Pour ce faire, l'enseignant présente trois moules différents. Notre choix s'est porté sur les trois moules illustrés. En les manipulant, les élèves observent leurs particularités, par exemple, un moule peut être placé à l'intérieur d'un autre. Ils doivent alors prendre conscience que ce moule ne sera pas celui qui peut contenir le plus de pâte et qu'il faut donc l'écarter. Pour comparer les deux autres moules, l'un plus haut et l'autre plus large, l'enseignant, suite à une discussion avec les élèves, remplit d'eau un premier moule puis transvase son contenu dans le second. Les élèves sont amenés à se rendre compte que, s'il n'est pas possible de verser toute la quantité d'eau du premier moule dans le second, cela signifie que le premier moule a une capacité supérieure au second. De même si, ayant versé toute l'eau du premier moule dans le second, ce dernier n'est pas rempli, cela signifie que le second moule a une capacité supérieure au premier.

L'expérience fait donc appel à deux modes de comparaison. Tout d'abord, observer qu'un moule est inclus dans un autre suffit à décider qu'on peut l'écarter. Une technique plus fine est nécessaire pour comparer les deux moules restants, le plus haut n'étant pas celui de plus grande contenance comme les élèves pourraient avoir tendance à le croire. L'enseignant propose donc une technique de transvasement. Une seule personne réalise l'expérience devant la classe afin que chacun soit attentif au déroulement. Cette technique sera travaillée individuellement par les élèves lors de la comparaison des gobelets[2] (activité 4).

3 Comparaison de masses : les boîtes à bonbons

La manipulation suivante amène les élèves à comparer des masses sans les mesurer.

Elle s'effectue avec des petits groupes d'élèves, à tour de rôle. Pendant ce temps, ceux qui ne sont pas occupés sont invités à réaliser des décorations pour garnir la table le jour de la fête.

L'enseignant présente aux élèves quatre boîtes identiques et opaques contenant les mêmes bonbons. Dans chacune, il y en a un nombre multiple de trois. Il explique qu'il a préparé ces boîtes pour différents groupes d'enfants, en comptant trois bonbons par enfant. Parmi les quatre boîtes, l'une d'elles est destinée à ses élèves qui constituent le groupe d'enfants le plus nombreux. Mais l'enseignant a oublié de noter les destinataires de chaque boîte. La tâche des élèves consiste à retrouver, sans l'ouvrir, la boîte qui leur est attribuée. La première étape est de comprendre que, comme la classe représente le groupe le plus nombreux, leur boîte est celle qui contient le plus grand nombre de bonbons, et est donc la plus lourde.

Nous faisons vivre cette manipulation aux participants. Les premières réactions d'ordre sensoriel consistent à soupeser les boîtes ou à les secouer pour « entendre » si l'une d'elles contient un nombre significativement différent de bonbons. Les boîtes sont remplies de manière à ce que l'une de ces techniques ou les deux permettent aux élèves d'exclure une boîte. Pour comparer les trois boîtes restantes, nous avons choisi d'utiliser une balance à deux plateaux (balance de Roberval). Cet instrument, utilisé fréquemment en Belgique dans les classes maternelles, ne semble pas faire partie du matériel habituel dans les classes de CP, selon les participants. Il est cependant assez facile d'en fabriquer une soi-même puisque le but est de comparer les masses et non de les mesurer.

Lorsque chaque groupe d'enfants a mis au point une technique pour trouver la boîte la plus lourde, une mise en commun permet de confronter les choix. Si tous les groupes n'ont pas sélectionné la même boîte, la balance à plateaux est utilisée devant l'ensemble des élèves pour les mettre d'accord. Il s'ensuit une vérification : l'enseignant ouvre la boîte choisie unanimement et chaque enfant prend trois bonbons. Si le choix de la boîte est correct, il doit y en avoir pour tout le monde.

La boîte la plus légère a été placée intentionnellement pour permettre d'écarter une première boîte par une expérience purement sensorielle. Cette technique a ses limites et ne permet pas de comparer les trois boîtes restantes. La balance à plateaux ne permet que des comparaisons deux à deux, c'est donc la transitivité de l'ordre sur les grandeurs qui est implicitement travaillée ici.

[2] Par le mot « gobelet », nous désignons tout récipient qui permet à l'élève de boire.

4 Comparaison de capacités : les gobelets

Les élèves comparent la capacité de quatre gobelets et ont la consigne de choisir celui qui peut contenir le plus de grenadine. Les gobelets sont choisis de sorte que le plus haut ne soit pas celui qui contient le plus, conception très prégnante dans l'esprit des élèves de cet âge. Comme lors de comparaisons précédentes, une première analyse purement visuelle permet de mettre sur le côté un gobelet de contenance visiblement plus petite que les autres. Ensuite, comme pour les moules à gâteaux, la comparaison s'effectue par transvasements d'eau. Les élèves comparent les récipients deux par deux et conservent, après chaque transvasement, le gobelet ayant la plus grande capacité. Ils devraient encore ici appliquer spontanément le principe de transitivité. Cette activité permet donc le réinvestissement des apprentissages réalisés précédemment.

5 Comparaison de longueurs : les ficelles d'emballage

L'enseignant explique aux élèves qu'il souhaite emballer le gâteau d'anniversaire dans une boîte fermée à l'aide d'une ficelle d'emballage. Il présente un ensemble de ficelles : les unes sont enroulées, les autres torsadées et les dernières déroulées. Les longueurs à comparer ne se présentent plus d'emblée comme des segments rectilignes. Les ficelles proposées ont une longueur de plus d'un mètre cinquante afin d'éviter au maximum la tentation d'utiliser la règle pour les mesurer. La classe est partagée en plusieurs groupes pour travailler. L'enseignant remet à chacun d'eux un lot de ficelles différentes et leur demande de sélectionner la ficelle la plus longue après avoir donné une estimation.

Les ficelles ont été choisies de façon à ce que la plus longue soit celle qui prend le moins de place. Ainsi, nous prévoyons l'apparition de trois types de réponse :
- une estimation au hasard ;
- une estimation (erronée) basée sur l'espace occupé par les ficelles, avant étirement ;
- une réponse (correcte) de type : « Je ne peux pas le dire dans l'état actuel ».

La deuxième devrait mener au conflit cognitif visé. La troisième témoignerait d'une maîtrise importante des apprentissages ciblés puisqu'elle requiert, en plus des connaissances proprement dites, d'entrer en rupture avec le contrat didactique.

6 Comparaison d'aires : set de table ou serviette?

Les participants ont été mis en activité sur cette comparaison, dont la situation est la suivante.

L'enseignant souhaite protéger les bureaux des élèves pour le goûter et donne le choix entre des sets de table ou différentes sortes de serviettes. Il présente aux élèves des lots identiques d'éléments et leur demande de déterminer celui qui recouvre la plus grande surface de leur table.

Comme prévu pour les manipulations précédentes, l'impression visuelle permet d'écarter un élément. Il s'agit d'une petite serviette. Pour comparer les trois éléments restants, la première idée est de les superposer pour « voir » si l'un d'eux dépasse des autres. En superposant la grande serviette et le set de table, certains constatent que la serviette est légèrement plus large que le set et que ce dernier est bien plus long que la serviette. Pour d'autres, qui jouent le jeu des élèves, le découpage du surplus et la superposition des morceaux sont nécessaires. Le matériel apporté était légèrement différent du matériel prévu pour les élèves, les participants ont donc parfois reçu des pièces dont il était difficile de distinguer celle de plus grande aire.

Une question s'est posée : la majorité des enfants de 6 et 7 ans ont-ils acquis le principe de conservation des aires ? Les découpages sont alors remis en question et certains participants pensent qu'il serait souhaitable de proposer des éléments qui se comparent uniquement par superposition.

Au moment où nous rédigeons cet article, l'activité a été repensée pour éviter le recours à des découpages et sera testée prochainement.

7 La synthèse… et le goûter !

Après ces manipulations, une institutionnalisation est organisée sous forme de synthèse, comprenant à la fois l'ensemble des démarches effectuées par les élèves et des éléments plus théoriques. Elle se fait en deux temps : oralement lorsque les élèves expliquent ce qu'ils ont découvert au fil de la *Math & Manip* et ensuite par écrit. Cette dernière partie est laissée à l'initiative des enseignants étant donné que le matériel utilisé et les réflexions proposées par les élèves peuvent varier d'une classe à l'autre. Toutefois, des pistes seront données dans les fiches qui accompagneront cette activité lors de la publication.

L'ensemble des activités se termine par le goûter d'anniversaire.

II - DES ÉTALONS (CE2-CM1)

Cette activité consiste à proposer aux élèves de 8 à 10 ans une situation où le choix d'un étalon apparaît comme une nécessité.

1 Comparaison directe de deux capacités

Pour commencer, on demande aux élèves de comparer les capacités de deux récipients de formes telles qu'on ne puisse préjuger de celui dont le volume est le plus grand. Avant toute manipulation, il est demandé aux élèves d'avancer une estimation. Lors de cette phase, certains élèves pourraient avancer des justifications basées sur des conceptions erronées telles que « le récipient le plus haut a la plus grande capacité ». Afin de créer un conflit, les deux récipients sont choisis de sorte que le plus haut ne soit pas celui qui peut contenir le plus. Les élèves peuvent alors procéder à la comparaison par transvasement. Le but de cette première phase est également de vérifier leurs méthodes de comparaison et de les corriger si nécessaire.

2 Étalons non conventionnels

Dans la deuxième partie de cette *Math & Manip*, l'enseignant raconte une histoire qui place les élèves dans un contexte où la comparaison directe n'est plus possible, mais où ils ont la possibilité de choisir un étalon non conventionnel commun. Nous avons pris le temps de faire vivre cette partie d'activité aux participants.

Vous êtes deux équipes d'archéologues. Avant de partir en expédition, vous faites vos malles ensemble et vous emportez exactement le même matériel de travail. Une équipe part sur un site de fouilles en Grèce, une autre en Égypte. Au cours des fouilles, les équipes se donnent des nouvelles. Il se fait qu'elles ont trouvé toutes les deux une amphore. Chaque équipe estime avoir découvert l'amphore de plus grande capacité. Malheureusement, ces amphores sont trop fragiles pour être transportées de sorte qu'il n'est pas possible de les comparer directement. Afin de déterminer l'amphore de plus grande capacité, vous pouvez utiliser le matériel de votre malle et échanger des informations écrites. Vous êtes également en contact avec un expert belge auquel vous devez envoyer un rapport mentionnant les capacités de vos amphores et les résultats de la comparaison.

Après s'être répartis en deux équipes et s'être assuré, comme les élèves, que leurs valisettes comportaient le même matériel, les participants se rendent sur leurs « sites de fouilles ». Ces derniers sont situés en des endroits suffisamment distants pour simuler l'éloignement géographique et empêcher toute comparaison directe. Ils sont signalés au moyen d'une représentation d'un monument du pays en question. Les équipes trouvent sur leur site un récipient représentant une amphore ainsi qu'une réserve d'eau.

Face à la diversité du contenu de leur valisette, les « archéologues » sont confrontés au choix d'un étalon approprié à la mesure de la capacité de leur amphore. Certains objets sont très petits (bouchon, cuillère, etc.), ce qui rend fastidieux le remplissage du récipient. D'autres sont plus grands (gobelet, tasse, etc.), ce qui manque de précision mais permet néanmoins de mesurer par encadrement. De plus, des objets inadaptés à la mesure de la capacité ont été placés, avec pour possible effet de focaliser l'attention des élèves sur la hauteur, la largeur, la longueur, … de l'amphore.

Certains élèves pourraient se servir d'étalons variés, plus grands et plus petits (bol et louche, etc.), ce qui pourrait introduire la notion de sous-étalon et amener une plus grande précision. Les équipes doivent, dans tous les cas, prendre conscience de la nécessité de s'accorder sur un récipient commun. L'enseignant, qui joue le rôle de l'expert et ne valide le rapport que si la méthode est correcte, peut alors parler d'étalon. Il reste aux élèves à procéder, une nouvelle fois si nécessaire, à la mesure de la capacité de leur amphore avec cet étalon. Les mesures ainsi obtenues sont finalement comparées et permettent la détermination de l'amphore de plus grande capacité.

3 Étalons conventionnels : le litre et ses sous-multiples

Ensuite, l'enseignant annonce qu'une troisième amphore a été découverte sur un site en Turquie. Sa capacité est donnée à l'aide d'un étalon qui ne se trouve pas dans les valisettes. Les élèves se rendent compte qu'il est difficile de trouver exactement les mêmes étalons d'un pays à l'autre. Une discussion s'engage autour des étalons utilisés et de ce qu'ils représentent. Un étalon commun universel apparaît, dès lors, comme une nécessité.

Une fois le litre ou un de ses sous-étalons mentionnés, l'enseignant donne la capacité de l'amphore turque en litre et demande aux élèves de classer les trois amphores selon leur capacité. Il reste alors aux élèves de chaque groupe à recommencer leurs mesures à l'aide d'un récipient gradué.

Au travers de cette activité, les élèves ont l'occasion de vivre la nécessité du choix d'un étalon commun dans un premier temps et de comprendre la nécessité d'un étalon commun universel dans un deuxième temps.

Le travail se poursuit par la sériation de plus de trois récipients, la découverte des équivalences entre les sous-unités de mesure et l'étude des relations entre sous-étalons. Cette dernière partie s'effectue à partir d'une série de récipients sur lesquels la capacité est mentionnée.

Des participants ont souligné que ce genre d'activité était intéressante également pour que les élèves découvrent que, par exemple, un récipient de 500 ml a une capacité plus petite qu'un autre de 2 litres, bien que 500 soit un nombre plus grand que 2.

III - VOLUMES (CM2-6^{e})

L'ensemble des manipulations destinées aux élèves de 10 à 12 ans a pour objectif l'appropriation de la notion de volume, plus particulièrement dans le cas des parallélépipèdes rectangles, ainsi que la construction de liens entre quelques unités de volume.

Cette activité, encore en construction, a été présentée lors de l'atelier sous une forme provisoire que nous décrivons en annexe. Nous remercions les participants pour leurs réflexions qui seront prises en compte dans l'évolution de notre travail.

IV - CONCLUSION

Cet article a été l'occasion de présenter principalement deux activités que nous avons développées au CREM. Dans ces activités, l'accent est mis sur l'introduction de manipulations dans la classe afin de favoriser l'apparition de conflits cognitifs relativement au savoir visé.

Dans la première *Math & Manip*, les enfants découvrent diverses méthodes de comparaison en fonction des grandeurs avec lesquelles ils travaillent et se forgent des intuitions relativement aux domaines de validité des techniques qu'ils possèdent déjà, ce qui crée l'espace nécessaire à la mise en place de nouvelles techniques, plus efficaces.

La deuxième *Math & Manip*, quant à elle, place les élèves dans une situation dans laquelle ils vivent la nécessité de la détermination d'un étalon commun. Ce sont les rétroactions du milieu au fil de l'activité qui les guident vers le besoin de s'accorder sur un étalon commun universel.

Les différents conflits rencontrés au cours de ces séquences d'apprentissage (généralement : le récipient le plus haut n'est pas nécessairement celui qui peut contenir le plus) incitent les élèves à remettre en question les impressions visuelles, à se convaincre de la nécessité de la vérification et à mettre en œuvre des méthodes efficaces de comparaison.

L'investissement personnel des élèves dans les activités nous semble de nature à favoriser l'acquisition des concepts liés aux grandeurs. Toutefois, une analyse portant sur la mesure des effets d'une telle ingénierie n'a pas encore été réalisée.

Pour terminer, soulignons que, en ce qui concerne le primaire, l'objectif n'est pas tant l'introduction de manipulations dans les classes car celles-ci y ont généralement déjà leur place mais bien la mise en évidence, pour l'enseignant, des savoirs mathématiques impliqués et des conditions nécessaires à leur mobilisation.

V - POUR EN SAVOIR PLUS

Pour tout renseignement complémentaire concernant la recherche ou l'une des *Math & Manips* présentées, nous sommes à votre disposition. Vous pouvez prendre contact avec nous via l'adresse suivante :

info@crem.be

Pour plus d'information concernant les activités du CREM, consultez le site :

www.crem.be

VI - BIBLIOGRAPHIE

APMEP (2002-2003) Projet de création d'un laboratoire de mathématiques. *Lycée Mas de Tesse*, *Montpellier*. http://www.apmep.asso.fr/IMG/pdf/Asm19_2002-2003_Projet_labo_de_Math_de_Tesse_Annexe_Asm19.pdf

BKOUCHE R. (2008) Du caractère expérimental des mathématiques. À propos des laboratoires de mathématiques. *Repères IREM*, **70**, 33-76.

BOREL É. (1904) *Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire*. Conférence prononcée le 3 mars 1904, Musée Pédagogique, Paris. http://smf.emath.fr/Publications/Gazette/2002/93/smf_gazette_93_47-64.pdf

CARON-PARGUE J. (1981) Quelques aspects de la manipulation. *Recherches en didactique des mathématiques*, **2/1**, 5-35.

CASTELNUOVO E., BARRA M. (1980) *La mathématique dans la réalité*. IREM Univ. Paris 7, CEDIC, Bruxelles.

COMMISSION SCIENTIFIQUE D'ÉTUDE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES ET DES SCIENCES (1990) *Perspectives sur l'enseignement des mathématiques dans la Communauté française de Belgique*. Ministère de l'éducation, de la recherche et de la formation, Belgique.

CREM (2002). *Des grandeurs aux espaces vectoriels, la linéarité comme fil conducteur*. Rouche N. coordinateur, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.

DIAS T., DURAND-GUERRIER V. (2005) Expérimenter pour apprendre en mathématiques. *Repères IREM*, **60**, 61-78.

ERMEL (1997) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*. Hatier Pédagogie, Paris.

GATTEGNO C., SERVAIS W., CASTELNUOVO E., NICOLET J.L., FLETCHER T.J., MOTARD L., CAMPEDELLI L., BIGUENET A., PESKETT J.W., PUIG ADAM P. (1958) *Le matériel pour l'enseignement des mathématiques*. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel.

GEM (2007) *Des laboratoires pour construire des mathématiques*. Louvain-la-Neuve.

GUISSARD M.-F., HENRY V., AGIE S., LAMBRECHT P. (2010) Math & Manips, *Losanges*, **7**, 39-46.

JAQUET F. (2007) *Ateliers de résolution de problèmes avec matériel*. ARMT, Italie.

MINISTÈRE DE LA COMMUNAUTÉ FRANÇAISE (1999) *Socles de compétences* (Enseignement fondamental et premier degré de l'enseignement secondaire). Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, Direction de la Recherche en Éducation et du Pilotage interréseaux, Bruxelles.

ROUCHE N. (1992) *Le sens de la mesure : des grandeurs aux nombres rationnels*. Didier Hatier.

VII - ANNEXE

Avant même de présenter cette *Math & Manip* aux participants, la notion de volume a été discutée. Le mot « volume » est utilisé pour indiquer tant la grandeur que la mesure.

1 Découverte du calcul du volume d'un parallélépipède rectangle

Chaque groupe reçoit 4 boîtes et 38 cubes de 2 cm d'arête. La consigne donnée est la suivante : combien de cubes sont nécessaires pour remplir chaque boîte ?

Les boîtes ont été pensées pour que le nombre de cubes donnés permette de remplir entièrement la première boîte et de remplir une base ainsi qu'une partie d'un second « étage » de la deuxième. Pour la troisième boîte, il est possible de remplir une base et de construire une hauteur. Quand à la quatrième boîte, il y a assez de cubes pour construire une longueur, une largeur et une hauteur. Cette progression dans la difficulté nous paraît justifiée mais tous les participants à l'atelier ne sont pas d'avis d'imposer que le remplissage se fasse dans cet ordre.

Connaissant l'aire d'un rectangle, les élèves trouvent assez vite que le nombre de cubes nécessaires à remplir la base correspond au nombre de cubes mis dans la longueur multiplié par le nombre de cubes mis dans la largeur. Ce nombre trouvé, ils le multiplient par le nombre d'étages qu'ils peuvent construire. Il est très important que les élèves notent, pour chaque boîte, la démarche qu'ils ont utilisée. Celle-ci sera expliquée lors de la mise en commun et, par la suite, lors de la synthèse construite avec eux.

Cette activité met en exergue deux manières de calculer le volume d'un parallélépipède, soit en multipliant la base par la hauteur, soit en multipliant les trois dimensions entre elles. Suite à une discussion avec les participants, il nous paraît important de privilégier la première façon car elle restera valable pour calculer le volume de n'importe quel prisme, contrairement à la multiplication des trois dimensions.

Certains élèves (et participants) ont remarqué qu'une boîte dont le volume était déjà connu pouvait se placer dans une autre plus grande. Ceci débouche sur une autre façon de calculer le volume en ajoutant le nombre de cubes manquants.

Les participants ont également souligné que cette activité est proche d'une activité de la série ERMEL dans laquelle il s'agit de trouver combien il y a de morceaux de sucre dans une boîte. Certains objectifs sont communs aux deux activités qui amènent cependant des apprentissages différents.

2 Calcul du volume d'un parallélépipède rectangle en cm³

Il s'agit à présent de suivre la même consigne que précédemment mais les élèves reçoivent 50 cubes de 1 cm d'arête. Ils ne remplissent plus systématiquement les boîtes mais comptent le nombre de cubes qu'ils peuvent aligner sur chaque dimension. Si le volume – en tant que mesure – d'une boîte correspond au nombre de cubes que l'on peut y ranger, nous obtenons deux volumes différents par boîte en fonction des cubes utilisés. Une discussion est engagée avec les élèves afin de se mettre d'accord sur le choix du cube à utiliser et les raisons de ce choix (arbitraire). L'introduction de la nécessité d'un cube étalon universel, le cm³, trouve ici tout son sens.

L'enseignant fait chercher le lien existant entre le cube de 2 cm d'arête et celui de 1 cm d'arête. Les élèves sont évidemment tentés de dire qu'il est de volume double puisque l'arête est multipliée par deux mais la manipulation permet de trouver et de comprendre que le rapport est 8.

3 Une boîte particulière

Une nouvelle boîte est proposée aux élèves, il s'agit d'un décimètre cube. L'enseignant demande aux élèves de calculer son volume. Vu le choix de l'étalon, la plupart des élèves trouvent 1000 cm³. C'est le moment d'établir l'égalité 1 dm³ = 1000 cm³. Certains élèves choisissent le cube de 2 cm d'arête et trouvent que 125 cubes sont équivalents au volume de la boîte particulière. Il est alors opportun de remarquer avec eux qu'un unique cube de 1 dm d'arête contient 125 cubes de 2 cm d'arête (qui contiennent chacun 8 cubes de 1 cm d'arête) et prend autant de place que 1000 cubes de 1 cm d'arête.

4 Lien entre deux unités de mesure de volume

L'enseignant propose aux élèves de chercher le volume d'une boîte dont une dimension est donnée en décimètres et deux en centimètres (ces deux dernières étant représentées par des nombres multiples de 10). Diverses réponses peuvent surgir dont deux solutions nécessitent une conversion des mesures de longueur en une même unité. C'est la situation idéale pour réfléchir ensuite à l'équivalence des réponses exprimées en cm³ et en dm³.

5 Remarque

Contrairement à l'approche de la notion de volume proposée par de nombreux livres scolaires, nous avons choisi de commencer par des boîtes de forme parallélépipédique et non cubique. Le parallélépipède rectangle met davantage en exergue l'existence des trois dimensions.