

DES CAHIERS D'ÉLÈVES POUR ANALYSER LA PRATIQUE DU MAÎTRE ET QUESTIONNER LA FORMATION

Agnès BATTON

PIUFM Mathématiques, IUFM de Versailles, site de Cergy,
Université Cergy-Pontoise, Copirelem
agnes.batton@laposte.net

Pierre DANOS

PIUFM Mathématiques, IUFM Midi-Pyrénées, site d'Auch,
Université Toulouse 2 Le Mirail, Copirelem
pierre.danos@toulouse.iufm.fr

Résumé

L'atelier tente de montrer ce qu'il est possible ou non d'inférer des pratiques enseignantes à partir de l'analyse de différents types de cahiers d'élèves. L'étude des cahiers se centre sur la notion de fractions en CM1-CM2.

Les points suivants ont été abordés :

- la progression envisagée par l'enseignant sous l'éclairage du cadrage institutionnel et le respect de la programmation du manuel,
- la place, le rôle des cahiers et des traces écrites dans l'apprentissage des élèves,
- le lien entre les informations issues de tels documents et la pratique supposée de l'enseignant,
- un retour sur la notion mathématique abordée, du point de vue de l'enseignant et des élèves.

L'atelier s'est déroulé suivant le plan suivant :

- 1- Présentation de l'atelier
- 2- Mise au point sur un vocabulaire commun
- 3- Autour des traces écrites à regarder en visite
- 4- Informations à inférer ou non sur les pratiques et conceptions des enseignants à partir des traces écrites de cahiers d'élèves.
- 5- Application à la notion de fraction sur des cahiers d'élèves de CM2.

I - PRÉSENTATION DE L'ATELIER

Cet atelier est une deuxième version d'un atelier déjà présenté par la Copirelem en janvier 2011 à l'ESEN (École Supérieure de l'Éducation Nationale) lors d'une formation d'IEN « missions Maths ». Il a pour objectif de questionner les écrits de la classe, en particulier les écrits d'élèves.

En introduction, une première mise au point est faite sur des termes nécessaires à la discussion.

Pour la suite le travail s'effectue en six groupes. Un premier temps d'échanges a lieu autour des écrits que l'on trouve en classe lors d'une visite. Un deuxième temps de travail se fait autour de cahiers de neufs élèves de CM2. Il s'agit de voir quelles informations on peut tirer de ces cahiers sur ce qui se passe en classe, de manière générale, mais aussi de regarder plus particulièrement ce que l'on peut déduire du travail fait en classe sur une notion particulière, la notion de fraction.

II - MISE AU POINT D'UN VOCABULAIRE COMMUN

Il s'agit dans un premier temps, avant de commencer toute discussion, de se mettre d'accord sur une série de termes qui, selon les auteurs, n'ont pas toujours le même sens. Une fois ce glossaire mis en commun, le travail de réflexion peut débiter.

1 Séquence :

Une séquence est définie dans cet atelier comme une unité d'objectif, une unité d'apprentissage.

2 Séance

Une séance est utilisée dans l'atelier comme une unité de temps.

3 Progression

Nous définissons la progression ici comme un enchaînement logique de séquences.

Citons par exemple une progression possible sur les décimaux : commencer par les écritures fractionnaires des rationnels (« fractions ») puis les écritures fractionnaires des décimaux (fractions décimales) pour ensuite arriver à l'écriture décimale (écriture à virgule)

4 Programmation

Lorsque nous parlons dans l'atelier de programmation, il s'agit de découpage fixé selon les périodes de l'année.

5 Types de séance

De même lorsque nous parlons des séances nous utilisons la typologie suivant l'objectif :

- évaluation diagnostique préalable,
- construction de nouvelle(s) connaissance(s),
- consolidation :
 - o de type entraînement,
 - o de type réinvestissement,
- évaluation sommative.
-

III - QUELLES TRACES ÉCRITES MATHÉMATIQUES PEUT-ON OBSERVER LORSQUE L'ON EST EN VISITE DANS UNE CLASSE ?

Arrivé en visite en classe, le formateur va consulter plus systématiquement le cahier journal et la programmation. Le visiteur s'attend, du côté du maître, à trouver dans le classeur de préparations la programmation, les progressions sur les différentes notions : séquences, séances accompagnées de bilans *a posteriori* jusqu'à l'évaluation sommative, les consignes, les institutionnalisations. Reste à regarder ce que les élèves ont à leur disposition.

Il s'agit, lors de cet atelier, de questionner les écrits auxquels les élèves ont accès, autres que le cahier-journal et les progressions et programmations de l'enseignant. Les groupes discutent puis une synthèse est faite. Les différents écrits sont organisés de l'écrit public à l'écrit privé de l'élève :

- les affichages de la classe :
 - o écrits de référence ;

- o écrits intermédiaires (traces temporaires de résolution de problèmes, procédures de calcul réfléchi ou autres plus ou moins contextualités) ;
- le tableau de la classe ;
- cahier-outil ou cahier de leçons (de la classe, sur le cycle) ;
- cahier (ou dossier) de situations de référence ;
- cahiers du jour et/ou cahiers de mathématiques, fichier ;
- cahiers d'évaluation ;
- cahiers de recherche et d'expérience ;
- cahier de brouillon ;
- ardoises ou autres écrits éphémères ...

La synthèse se poursuit par une référence au rapport des IGEN de juin 2006 *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*. Les différents types d'écrit y sont référés :

- les écrits pour chercher ;
- les écrits pour communiquer une démarche, un résultat ;
- les écrits de référence.

Ce rapport précise la faible utilisation du cahier de brouillon. Sur ce cahier, « on trouve plutôt des activités que des règles ou des références. L'habitude de noter des résultats ou des démarches est trop rare. »

L'examen des travaux écrits des élèves met en évidence que chaque élève dispose d'un cahier de mathématiques ou d'un cahier du jour ou encore d'un classeur pour les mathématiques. Le rapport fournit un tableau de fréquence d'utilisation des différents types de cahiers.

La description de ces différents types d'écrits se retrouve dans les programmes de collège 2008.

La programmation peut se repérer dans le cahier journal du maître mais également dans le cahier du jour élève au regard des dates.

Le cahier du jour n'est qu'une trace écrite parmi d'autres, dans lequel on retrouve essentiellement des exercices de type consolidation et pas ou peu d'information sur la façon dont l'apprentissage des notions est abordé, la construction des connaissances...

Cependant lorsqu'un visiteur arrive dans une classe en observation, il prend au hasard en général quelques cahiers du jour d'élèves.

Une discussion s'ensuit concernant le terme « brouillon » mais également les supports destinés à des premières recherches. Certaines collègues proposent de ne pas utiliser le mot « brouillon » avec les élèves car il induit dans ce cas une idée de non propreté, de travail négligé, bâclé. « Cahier d'essais » semble plus judicieux et plus « pédagogiquement correct ». Dans les programmes de 2002 les textes officiels préconisaient l'utilisation de « cahiers d'expérience » ; en 2008 en Arts Visuels les programmes parlent de « cahiers de croquis » ce qui semble être la version artistique du cahier d'essais.

Des collègues proposent de ne pas donner un cahier mais des feuilles recyclées, des feuilles de brouillon (un recto utilisé, le verso reste vierge pour y écrire ses recherches), sans ligne. Ainsi il apparaît que les élèves se trouvent plus libres de se laisser aller à écrire ce qui leur passe par la tête, ils se sentent moins contraints par un support apparemment moins scolaire. On s'accorde à bien insister sur l'aspect privé de ce type d'écrit afin que les élèves puissent entrer sans contrainte dans leurs recherches en mathématiques.

D'autres collègues ont remarqué que certains professeurs d'école font mettre entre parenthèses les erreurs et ne les font pas barrer. D'autres encore proposent de ne travailler qu'avec les crayons papier, de prohiber l'encre.

Des questions se posent concernant le rôle des cahiers du jour : servent-ils de trace écrite aux élèves, leur permettant de s'y référer afin de refaire les exercices, de s'entraîner ?... en général non. Ces cahiers servent de façon beaucoup plus sûre aux remplaçants, à l'institution, aux parents ...

D'autres questions sont posées concernant l'existence de « cahier de texte virtuel » sur lequel sont indiqués les « devoirs » mais également les chroniques des journées. A la rentrée 2011, ce « cahier de texte virtuel » est rendu obligatoire dans les collèges et lycée. Certains collègues de classes élémentaires s'en servent également.

IV - À PARTIR D'EXTRAITS DE CAHIERS D'ÉLÈVES DE TROIS CLASSES DIFFÉRENTES DE CM2.

Ces extraits de cahiers proviennent de trois classes de trois écoles différentes. Dans le panel, il y a pour chaque classe un bon élève, un moyen, un élève en difficultés (ou du moins étiquetés comme tels par les maîtres ou maîtresses qui nous ont confié leurs écrits). Notre demande était d'avoir tous les écrits qu'avaient en main les élèves : il y a donc au moins le cahier du jour.

Les documents en notre possession sont :

- pour la classe de l'école 1, des extraits de « cahier de mathématiques », des extraits du DicoMaths CapMaths CM1-CM2 (2010), des extraits du manuel utilisé « CapMaths CM2 » (2010) ;
- pour la classe de l'école 2, des extraits de cahier du jour, des extraits du cahier outil et des extraits du manuel utilisé « A nous les maths » version 2001 ;
- pour la classe de l'école 3, des extraits de « cahiers du jour » et du « cahier de leçon ».

Dans un premier temps, seuls les extraits de cahier du jour des différents élèves sont distribués aux différents groupes (deux groupes sur une même classe). Les autres documents leur seront distribués à la demande, selon les questions posées par les différents groupes.

1 Quelles informations nous fournissent ces cahiers ? Quelles questions pourrait-on poser à l'enseignant(e) pour compléter ces informations ?

1.1 À partir des cahiers du jour, on peut avoir accès à :

- la programmation des notions (en se référant aux dates) ;
- la progression (spiralaire ou non) ;
- la fréquence d'apparition des exercices sur une même notion ;
- la nature et les supports de certaines activités ;
- des conceptions privilégiées sur les notions (cadres et aspects concernant les rationnels et décimaux ici) ;
- des procédures et erreurs d'élèves (et leur utilisation en classe)

La progression est plus difficile à repérer sur les cahiers d'élèves mais on peut également les confronter au manuel, au fichier, au classeur de préparation du maître.

Le cahier permet également de repérer s'il y a variété des tâches et des situations proposées : des séances de calcul mental, la place du calcul posé, des situations-problèmes.

On peut avoir accès à quelques détails sur le traitement de l'erreur : ratures ou non, erreurs soulignées, utilisation de plusieurs couleurs (en général vert ou rouge) mais il faut un entretien avec le maître pour que l'on sache exactement la manière dont la correction se fait, et par qui. On voit dans certains cahiers des annotations (B, TB, vu, à revoir...), des notes (sur 5, sur 10...). Qui les écrit ?

On y repère également d'éventuelles références au manuel de la classe, des photocopies de documents issus d'autres manuels...

On peut aussi parfois y repérer des stigmates de différenciation : des exercices différents selon les élèves, plus d'exercices pour certains mais cela doit se confirmer lors d'un entretien.

1.2 À partir des cahiers du jour, on peut (se) questionner sur :

- l'existence d'une différenciation ;
- l'utilisation des procédures élèves en classe ;
- le traitement de l'erreur ;
- la place des activités de recherche ;
- la place et la nature des activités de calcul mental (uniquement sur des nombres ou dans des problèmes ;
- la mise en place d'une aide individualisée ;
- les conceptions sur une notion privilégiées par l'enseignant ;
- les compétences privilégiées sur la notion ;
- l'utilisation de matériel en classe (lequel ? comment ?)

...

Concernant le traitement de l'erreur, on peut se demander qui corrige ? Quel type de correction a lieu ? La correction est-elle collective, individuelle ou personnelle ? De quelle nature sont les commentaires ? Qui les écrit ? Y a-t-il des possibilités d'autocorrection ? Si oui quand et comment ?

V - FRACTIONS ET DÉCIMAUX DANS LES CAHIERS PRÉSENTÉS

1 Mise au point sur les aspects et composantes concernant les nombres rationnels

Trois composantes nécessaires et complémentaires sont utilisés pour les fractions dans la brochure de l'IREM de Rennes, *De l'écriture fractionnaire à la multiplication des décimaux, Liaison Cycle3 – 6^{ème}*, :

- « partage d'une grandeur » : partage d'une grandeur en b parts égales, sans référence à la mesure ; les objets à partager sont des grandeurs continues, le quotient d'une grandeur par un nombre est une grandeur ;
- « mesures » : il permet de travailler sur les nombres, il faut se donner un étalon (unité de mesure), le résultat de la mesure d'une grandeur dans l'unité donnée est un nombre ;

- « graduations » : le repérage est en jeu.

Ces trois composantes se conjuguent avec trois origines possibles de la fraction $\frac{a}{b}$:

- « a-bièmes » : $\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \dots + \frac{1}{b}$ (*a fois*)
- « a divisé par b » : $\frac{a}{b} \times b = a$
- Notation fonctionnelle : $\frac{a}{b}$ *des* ... (prendre les a-bièmes de...)

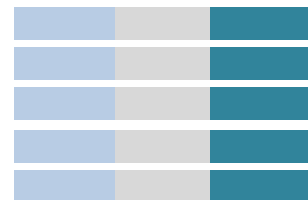
2 Exemples

2.1 Aspect de « cinq tiers » dans le champ « partage de grandeurs »

On considère cinq bandes, chacune de longueur L .



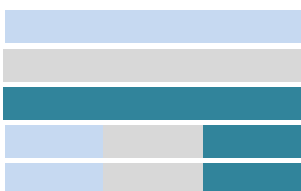
On partage chacune des bandes en trois bandes superposables



Par définition, la longueur de chacune de ces petites bandes est donnée par $\frac{L}{3}$ noté aussi $\frac{1}{3}L$. La longueur de la bande obtenue en mettant bout à bout cinq petites bandes est donnée par $\frac{L}{3} + \frac{L}{3} + \frac{L}{3} + \frac{L}{3} + \frac{L}{3} = 5 \times \frac{L}{3}$. On notera alors que c'est $\frac{1}{3}L + \frac{1}{3}L + \frac{1}{3}L + \frac{1}{3}L + \frac{1}{3}L = (5 \times \frac{1}{3})L = \frac{5}{3}L$ soit « cinq tiers L » noté $\frac{5}{3}L$.

2.2 Aspect « 5 divisé par 3 » dans le champ « partage de grandeur »

On partage les 5 bandes en 3 bandes superposables :

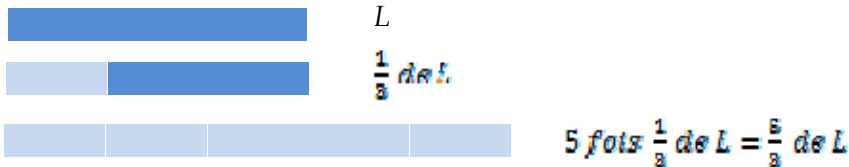


Chacune des trois bandes superposables a pour longueur $L + \frac{L}{3} + \frac{L}{3} = L + \frac{1}{3}L + \frac{1}{3}L = (1 + \frac{2}{3})L = \frac{5}{3}L$

On posera et lira alors « cinq divisé par trois L », soit $\frac{5}{3}L$, $(5 : 3) L$

2.3 Aspect fonctionnel dans le champ « partage de grandeur » (« cinq tiers de... »)

Cette définition se traduit dans le langage courant par « prendre les *cinq tiers* de la longueur de la bande ».



La bande de longueur L est partagée en 3 bandes superposables et on prend 5 morceaux de ce type (la fonction d_3 – diviser par 3 – est suivie de la fonction m_5 – multiplier par 5 – ou alors on prend 5 fois L que l'on partage en 3 morceaux superposables.

2.4 Aspect de « cinq tiers » dans le champ « mesure »

Il s'agit ici de mesurage de la bande B par fractionnement de l'unité U

On veut mesurer la longueur B d'une bande avec comme unité la longueur U .



Par abus de langage, on parle de fractionnement de l'unité : partition de l'unité puis multiplication.

On fractionne l'unité U en trois.



Par définition, la mesure de la longueur de chacune de ces parties, en prenant comme unité U , est $\frac{1}{3}$.

La mesure de la longueur B (U étant l'unité) est

$$5 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 2 - \frac{1}{3}$$

2.5 Aspect « 5 divisé par 3 » dans le champ « mesure »

Il s'agit ici de mesurage par « commensuration ».

On considère les bandes de longueurs B et U .



On cherche une « commune mesure » des longueurs B et U , c'est-à-dire que l'on cherche à faire coïncider un nombre entier de B avec un nombre entier de U .

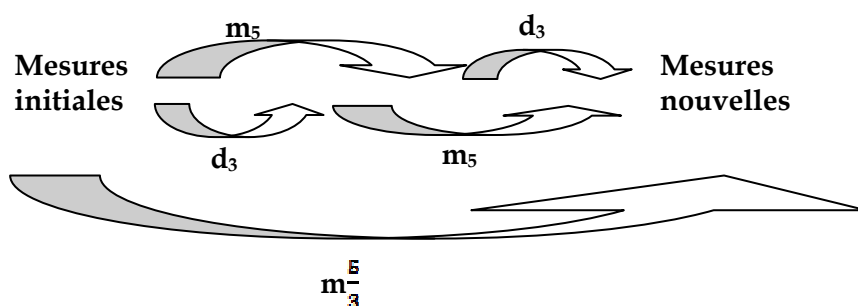


On constate que $3B = 5U$ soit $B = \frac{5}{3}U$

$\frac{5}{3}$ est défini comme le rapport des longueurs B et U : c'est le nombre qui, multiplié par 3, donne 5.

2.6 Aspect fonctionnel dans le champ « mesure » (« cinq tiers de... »)

On considère un agrandissement avec un coefficient de proportionnalité $\frac{5}{3}$



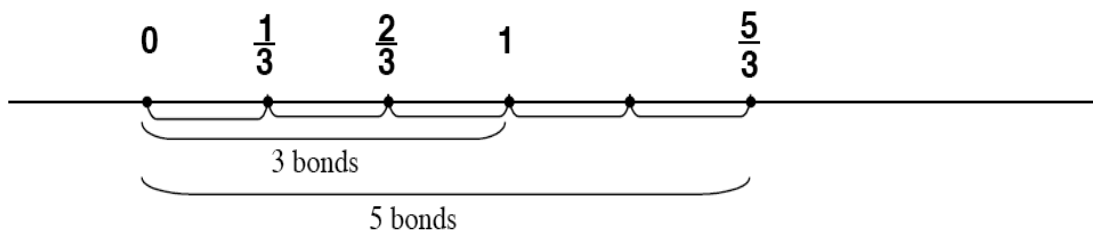
Il y a proportionnalité entre les mesures : multiplier par 5 tiers.

2.7 Aspect de « cinq tiers » dans le champ « graduations »

On considère un robot qui se déplace sur la droite numérique par bonds réguliers en partant du nombre-repère 0.

Sachant qu'il parvient au nombre-repère 1 au bout du troisième bond :

- Le nombre-repère atteint à l'issue du premier bond est $\frac{1}{3}$;
- Le nombre-repère de la graduation atteint à l'issue du cinquième bond est $\frac{5}{3}$.

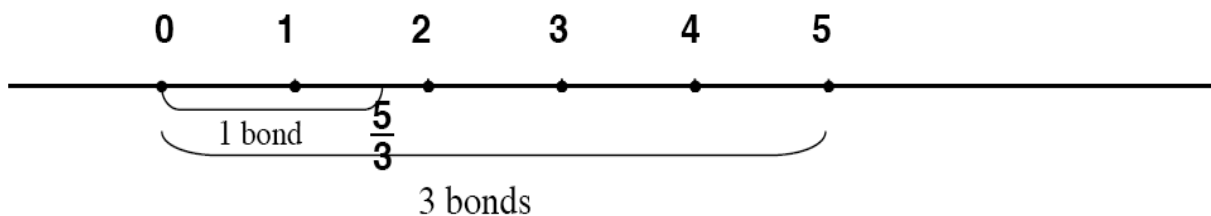


2.8 Aspect « cinq divisé par 3 » dans le champ « graduations »

On considère un robot qui se déplace sur la droite numérique par bonds réguliers en partant du nombre-repère 0.

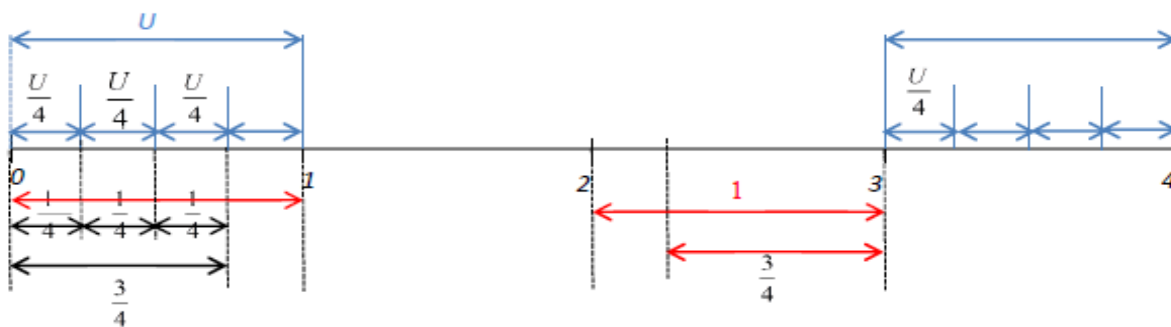
Sachant qu'il parvient au nombre-repère 5 au bout du troisième bond :

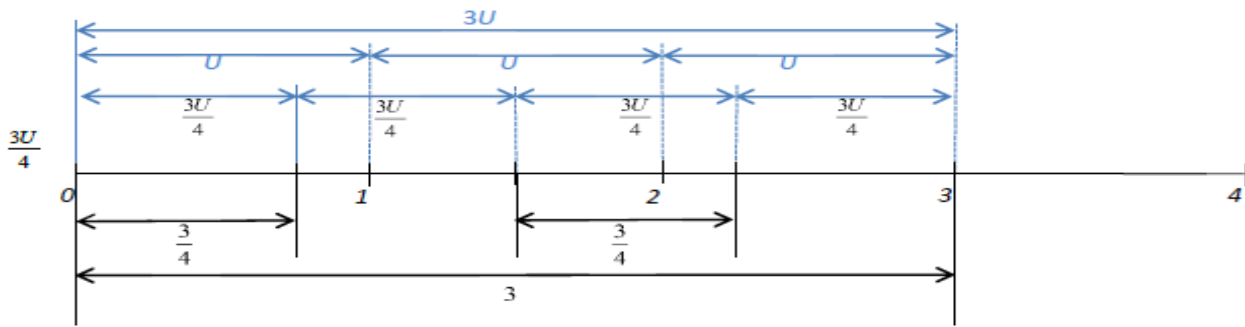
- Le nombre-repère atteint à l'issue du premier bond est $\frac{5}{3}$;
- $\frac{5}{3}$ apparaît comme le nombre qui, multiplié par 3, donne 5.



2.9 Synthèse dans le champ « graduations »

Voici différentes façons de « voir » $\frac{3}{4}$:





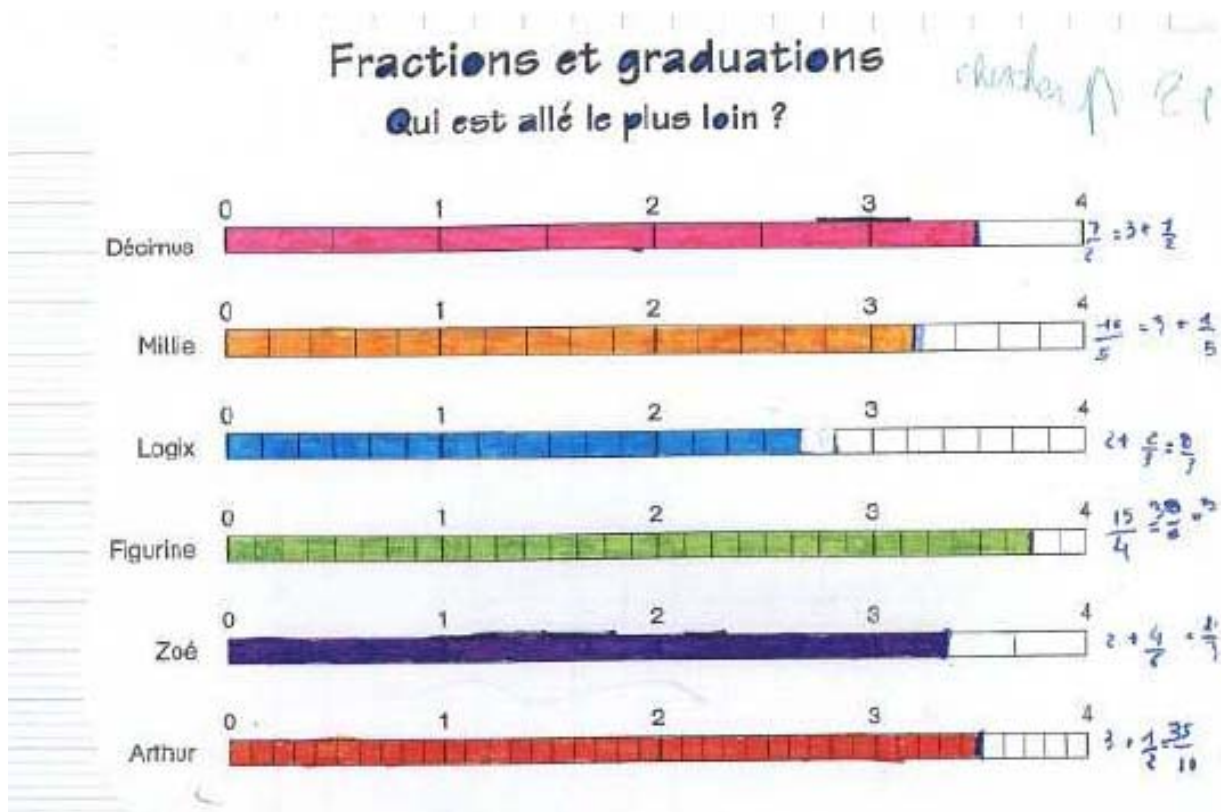
Même si ce champ n'est pas retenu pour l'introduction de la notion, il s'avère indispensable car il permet de traiter convenablement les problèmes d'intercalation (décimal entre deux entiers, décimal entre deux décimaux), de comparaison et de rangement des fractions et des décimaux.

Sur une droite graduée, peuvent apparaître les nombres-repères (abscisses) et les nombres-mesures.

3 Pour l'enseignement des rationnels et décimaux, quels sont les champs de problèmes et les aspects qui semblent privilégiés par cet(te) enseignant(e) ?

3.1 École 1 :

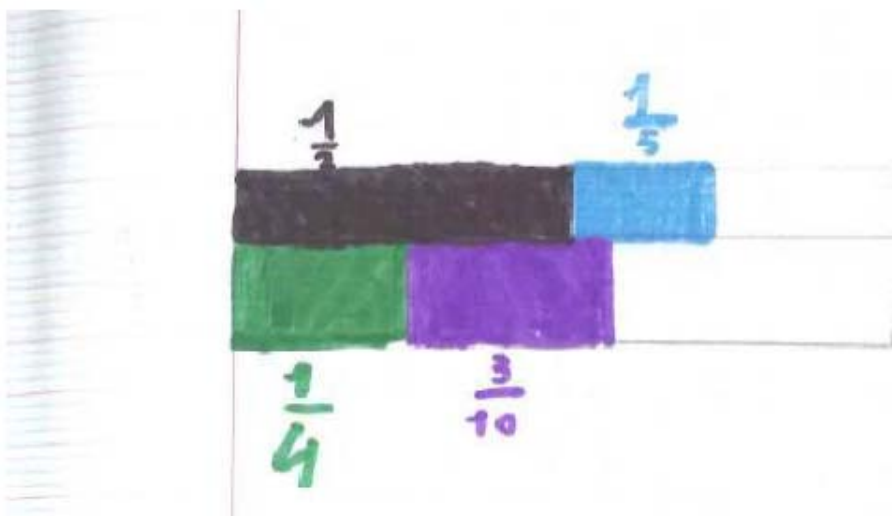
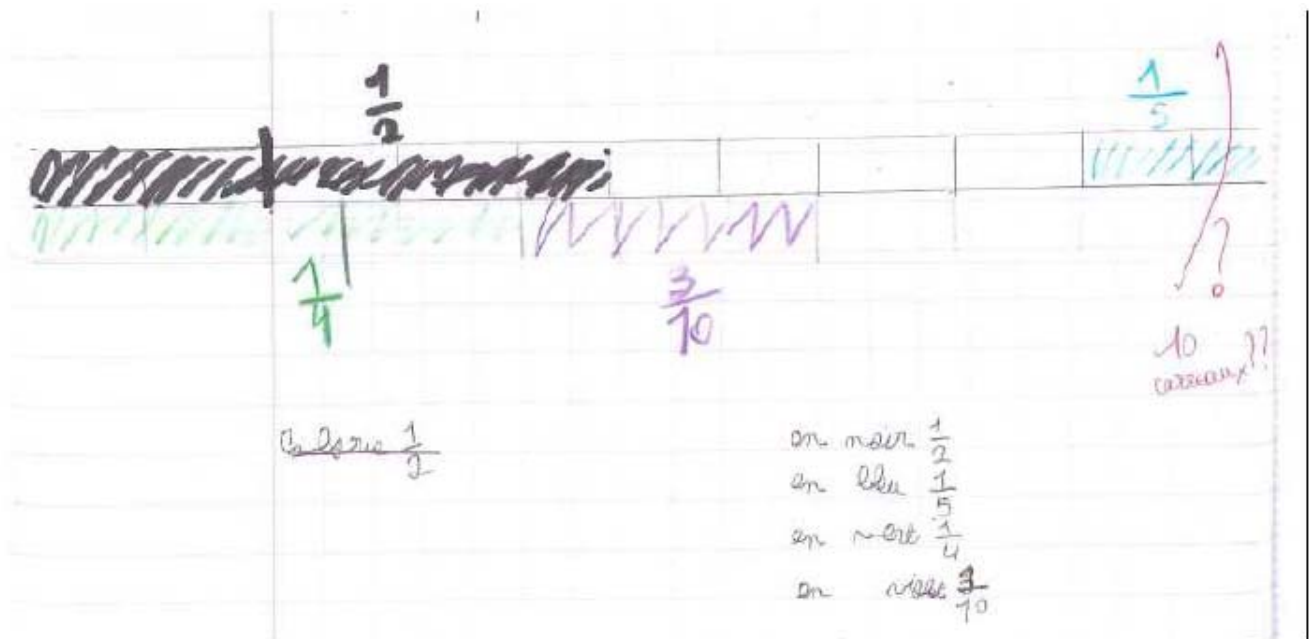
Les activités sont étroitement liées au manuel utilisé. Les aspects « outil » et « objet »¹ sont travaillés, le champ de problèmes est celui des mesures et graduations, le sens a bièmes est privilégié.



¹ Selon la dialectique outil – objet de Régine Douady

3.2 École 2 :

L'aspect « objet »² est privilégié, les exercices semblent travailler des techniques sans les justifier. Il n'y a pas de champ de problème privilégié, l'aspect fonctionnel d'une grandeur est retenu pour le premier exercice.



3.3 École 3 :

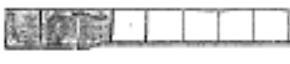
Les décimaux apparaissent comme outils dans les conversions de grandeurs, avant le travail sur les rationnels. L'aspect « outil »³ est privilégié. L'enseignant n'utilise manifestement pas de manuel.

On trouve une trace écrite pour le moins ambiguë, qui laisse penser que toute fraction de l'unité est représentée par un carreau.

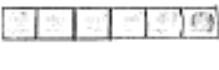
² Selon la dialectique outil – objet de Régine Douady

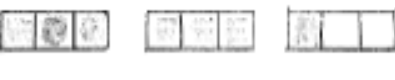
³ Selon la dialectique outil – objet de Régine Douady

Représente les fractions suivantes en utilisant les carreaux :

$$\frac{3}{8}$$


$$\frac{4}{5}$$


$$\frac{6}{6}$$


$$\frac{7}{3}$$


VI - CONCLUSION

Cet atelier a permis d'engager un débat autour des pratiques de formateurs lors des visites de stagiaires en classe. Pour rendre compte du travail engagé en classe avec les élèves, le formateur va naturellement examiner l'ensemble des écrits à disposition, tant du côté élève que de celui de l'enseignant, des écrits publics aux écrits privés de l'élève lorsque c'est possible. Ces écrits doivent permettre de mettre en évidence les choix pédagogiques et didactiques de l'enseignant, ainsi que l'activité des élèves. On peut y repérer la programmation des notions (en se référant aux dates), la progression (spiralaire ou non), la fréquence d'apparition des exercices sur une même notion, la nature et les supports de certaines activités, des conceptions privilégiées sur les notions, des procédures et erreurs d'élèves, des références à des manuels, des traces (ou non) de différenciation...

Ensuite le formateur questionnera probablement le stagiaire afin d'affiner certains points. Ainsi il est intéressant de demander des précisions sur la manière dont se fait la validation des résultats produits, correction collective, individuelle ou personnelle, savoir ce qui est à la charge de l'élève en terme de correction. En effet, on peut s'interroger sur le réel aspect réflexif de ces écrits pour les enfants. Ce questionnement portera aussi sur l'utilisation pédagogique des erreurs d'élèves, de leurs procédures, sur la façon dont le maître différencie son enseignement...

Lors de cet atelier a clairement été évoquée l'utilisation qui peut être faite de ces écrits en formation de formateurs. Mais ce questionnement peut également être appliqué en formation continue lors d'un travail sur les différents types d'écrit existant en classe mais aussi pour amener les collègues à réfléchir aux différentes approches possibles d'une notion (ici les rationnels et décimaux).

On peut imaginer, en adaptant le scénario et les supports, transférer ce travail de réflexion en formation initiale notamment sur des temps de préparation au métier et aux gestes professionnels, au sein des masters de formation des futurs enseignants.

VII - BIBLIOGRAPHIE

BELLIAN C., BOUYAUX T., DENMAT M-N., GIORGUITTI I., KHLIFI L., LE POCHÉ A., LE POCHÉ G., LOHYN M., METAYER M., TETARD P., (2002) De l'écriture fractionnaire à la multiplication des décimaux, *Liaison Cycle3 – 6^{ème}*, IREM de Rennes.

DOUADY R., (1984) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, RDM vol 7-2, La pensée sauvage.

DURPAIRE JL., (2006) L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire, *Rapport des IGEN*.

VIII - ANNEXE

Extrait du rapport IGEN, juin 2006

L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire

Traces				
Support	Présence	Utilisation		
	Oui	Quotidienne	Régulière	Ponctuelle
Cahier de brouillon	87 %	69 %	26 %	5 %
Cahier du jour	66 %	74 %	20 %	6 %
Cahier de maths	63 %	43 %	26 %	31 %
Cahier d'évaluations	58 %			100 %
Classeur	45 %	30 %	10 %	60 %
Fichier	8 %	50 %	35 %	15 %