

# DES VIDÉOS SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA MODÉLISATION EN CP ET CM1 : DE L'ACTIVITÉ DE L'ÉLÈVE À LA FORMATION

Richard CABASSUT  
PIUFM, IUFM d'Alsace  
LDAR, Université Paris 7  
richard.cabassut@unistra.fr

## Résumé

De 2007 à 2008, quatre séquences de résolution d'un problème ouvert, à plusieurs étapes et complexe, en lien avec la réalité, appelé encore problème de modélisation, ont été mises en œuvre, deux dans une classe de CP, et deux dans une classe de CM1, dans le cadre du projet européen LEMA<sup>1</sup>. L'atelier a proposé d'étudier dans ces vidéos l'activité de l'élève et de réfléchir à leur utilisation en formation. Le visionnage des vidéos devrait permettre de dégager des invariants pour la formation. Quelle activité de l'élève apparaît ? Est-elle spécifique à la vidéo (tâche, classe...) présentée ou commune à toutes les vidéos ? Est-elle spécifique de la modélisation ? Quelles retombées peuvent être utiles pour la formation ? On rend compte des difficultés à analyser l'activité de l'élève au travers des comptes rendus des groupes et de la discussion.

## I - CONTEXTE DES VIDÉOS

### 1 Le projet LEMA

De 2006 à 2010, le projet européen LEMA a conçu et expérimenté un cours de formation à l'enseignement de la modélisation. Ce cours est destiné à des enseignants de mathématiques, de l'école primaire ou de l'école secondaire. Comme ressources à disposition des formateurs, des vidéos de mise en œuvre de séances de modélisation ont été réalisées. Certains extraits de ces vidéos ont été mis en ligne sur le site internet du projet ([www.lemma-project.org](http://www.lemma-project.org)), parmi lesquels un extrait réalisé en France dans une école primaire : le bouchon. Les autres réalisations sont accessibles de manière restrictive sur l'intranet du site de l'IUFM d'Alsace. Chaque mise en œuvre a été montée en une vidéo de 20 à 30 minutes, découpée en épisodes jugés intéressants pour la formation de futurs professeurs. Il est donc important de noter que ces vidéos n'ont pas été conçues à l'origine comme ressources pour analyser l'activité de l'élève. On demande donc aux membres de l'atelier d'essayer de dépasser les biais introduits par le montage, ou par le fait que certains épisodes sont concentrés sur l'activité du professeur, pour analyser l'activité de l'élève présente dans la vidéo, ou au contraire absente.

### 2 La modélisation

Une autre caractéristique de ces vidéos est qu'elle concerne la mise en œuvre de tâches de modélisation. (Kuzniak & al., 2008) rappelle que plusieurs conceptions de la notion de modélisation existent. Nous adoptons ici le cycle de modélisation proposé par l'étude (PISA, 2006), elle-même inspirée par les travaux de Blum, Schupp, Niss, Neubrand et Pollak.

<sup>1</sup> Une présentation du projet est accessible sur [www.lemma-project.org](http://www.lemma-project.org) ou dans (Cabassut, 2008).

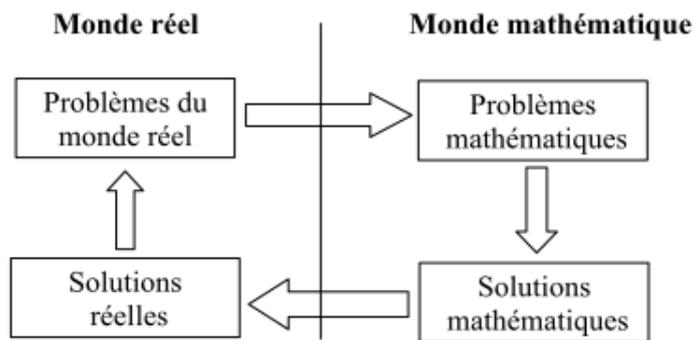


Figure 1 - cycle de modélisation

En utilisant les notions de problèmes complexes et à plusieurs étapes proposées par les programmes français de 2008 de l'école primaire, on peut considérer qu'un problème de modélisation est un problème ouvert, à plusieurs étapes, complexe, en lien avec la réalité. L'ouverture du problème réside dans les données qui ne sont pas explicitement fournies par l'énoncé de la tâche, dans la procédure de résolution du problème qui n'est pas imposée par l'énoncé et qui nécessite souvent des hypothèses supplémentaires, et enfin dans la question posée, qui n'est pas toujours précisée ou précise. La résolution du problème a plusieurs étapes : il ne s'agit pas de l'application d'une procédure à une étape, comme l'est par exemple l'application d'une formule de calcul. La complexité est liée, non seulement à l'existence de plusieurs étapes de résolution, mais également au fait que l'on doit chercher les données du problème, les compléter par des hypothèses et qu'une solution n'est pas une solution familière, ce qui distingue notamment le problème d'application où le modèle est fourni et doit être appliqué, du problème de modélisation où le modèle du problème est à construire. Enfin, le lien avec la réalité caractérise notre conception de la modélisation, à la différence d'une conception d'une modélisation intra-mathématique qui n'exige pas de lien avec la réalité.

### 3 Initialisation de la réflexion et consignes pour le travail en groupe

Quatre tâches de modélisation ont été mises en œuvre entre mars et juin 2007 dans une école primaire d'application de Strasbourg, dans des classes de maîtres formateurs, une classe de CP et une classe de CM1. Des vidéos de 20 à 30 min ont été montées. L'atelier propose d'étudier dans ces vidéos l'activité de l'élève et de réfléchir à leur utilisation en formation. Le visionnage des vidéos est fait séparément (une vidéo par groupe). Le bref descriptif suivant des tâches de modélisation mises en œuvre dans les vidéos est communiqué aux participants pour qu'ils puissent se répartir dans les groupes.

CP : la file d'attente. Vous arrivez à Europapark et il y a une file d'attente de 20 m pour rentrer dans le parc. Combien de temps allez-vous attendre pour rentrer ?

CP : lecture à la maternelle. La classe de CP va lire un nouveau livre à la maternelle. Combien de pages chaque enfant va-t-il lire ?

CM1 : le géant. Quelle est la taille approchée de la silhouette dont on peut voir seulement un pied ? Cette photo<sup>2</sup> a été prise dans un parc de loisirs.

CM1 : le bouchon. Sur l'autoroute, à l'entrée de Strasbourg, il y a un accident juste avant la sortie Baggersee. La circulation est bloquée entre les sorties La Vigie et Baggersee. (Combien de véhicules sont bloqués ?)<sup>3</sup>

Le cahier des charges du colloque 2011 de la Copirelem propose de distinguer la dimension fonctionnelle de l'activité et sa dimension structurante et de faire ressortir les thèmes, les obstacles,

<sup>2</sup> La photo est proposée plus loin dans l'article.

<sup>3</sup> La question entre parenthèse n'est pas communiquée au début de la tâche mais devra être construite dans une première phase de travail des élèves sur l'énoncé sans question de la tâche.

difficultés et erreurs rencontrées par l'élève, de préciser les méthodes d'observation et d'analyse de l'activité, d'étudier les processus de différenciation. (Robert 2003, p.2) proposent de décrire et justifier « ce qui est retenu dans les activités des élèves. Ce sont des variables dont nous faisons l'hypothèse qu'elles peuvent influencer les apprentissages : elles sont liées aux contenus mathématiques abordés - scénario global et tâches précises, formes de travail et accompagnements en classe ». L'analyse se centre sur le couple (tâche prescrite, déroulement). Dans l'analyse du déroulement on observe le scénario, le contrat (temps, recherche collective, individuelle ...), la production attendue, les formes de travail des élèves, les accompagnements... Les éléments du cahier des charges du colloque de la Copirelem, de (Robert, 2003) et de (Roditi, 2006) permettent d'initier la réflexion en proposant la diapositive suivante aux membres de l'atelier.

#### **Initialisation de la réflexion a priori**

Faire avec les vidéos proposées (déjà montées) qui n'ont pas été conçues pour cet atelier.

Décrire ce qu'on voit et ce qu'on ne voit pas (ce qui manque) dans l'activité de l'élève : quels critères de description et d'analyse partageons-nous a priori ?

Fonctions de l'activité, structure de l'activité, prescription, initiatives, aides, difficultés, obstacles, erreurs, différenciation... (On pourra en rajouter a posteriori après visionnage)

Quelles variables de l'activité de l'élève ? Contenu mathématique, scénario global, tâches précises, formes de travail, accompagnements en classe...

Qu'est-ce qui est spécifique à la modélisation ? Qu'est-ce qui est générique ?

Quelles retombées pour la formation ?

Au cours de cette initiation de la réflexion, aucune autre proposition d'analyse de l'activité de l'élève n'est ajoutée, ce qui est peut-être un premier signe de la difficulté à analyser cette activité.

#### **4 Consigne de travail en groupe**

La présentation de la consigne de travail des groupes et des objectifs de production de chaque groupe est précisée par la diapositive suivante.

#### **Analyse de la vidéo au regard de deux questions**

Quelle analyse de l'activité de l'élève ?

Quelles retombées pour la formation ?

**Rédaction d'un texte présentant l'analyse** (sur support numérique) (illustré éventuellement par des extraits de la vidéo repérés avec l'horloge)

Critères partagés ?

**Présentation de chaque groupe** (10 min par groupe soit 40 min)

**Discussion générale** (20 min)

Chaque groupe est muni d'un ordinateur permettant le visionnage de la vidéo et d'une feuille présentant les découpages de la vidéo en épisodes repérés par le temps de début de l'épisode, afin de permettre un retour en arrière plus facile. Rendons compte des différentes présentations des travaux des groupes et des discussions. Les premiers comptes rendus seront plus précis ; les suivants seront plus concis pour ne pas reprendre des éléments de discussions des premiers.

## II - PRÉSENTATIONS DES TRAVAUX DES GROUPES ET DES DISCUSSIONS

### 1 La file d'attente

Dans le cadre du projet LEMA, il était important de vérifier si une tâche de modélisation pouvait être proposée dès le début de l'école primaire, ici une classe de CP. Ce type de tâche, détermination de la longueur d'une file d'attente, a été proposé à différents niveaux de l'enseignement primaire et secondaire. Elle a donc été négociée avec le professeur en charge de la classe. Pour rendre le contexte de la tâche familier aux élèves, il a été choisi de la situer dans un parc d'attraction régional, connu des élèves de la classe. L'énoncé de la tâche est le suivant. " Vous arrivez à Europapark et il y a une file d'attente de 20 m pour rentrer dans le parc. Combien de temps allez-vous attendre pour rentrer ? " La vidéo dure 26'48 pour l'ensemble des deux séances mises en œuvre début juin. La description suivante des épisodes est proposée au groupe.

#### Première séance

Présentation de la tâche (0'28)

20 m c'est quoi ? (2'42)

Dans la cour (4'25)

Représentation d'une file d'attente.

Retour en classe (5'57)

Travail en groupes (7'33)

Dans un groupe avec le professeur (8'05)

Groupe sans le professeur (9'04)

Retour du professeur (9'20)

Mise en commun (10'29)

Compter les personnes.

Mesurer les personnes

Dessiner des personnes, des ronds dehors

Se mettre sur la ligne d'attente pour jouer la queue et faire venir les autres classes

Retour dans la cour (13'41)

Mise au point dans la cour (14'31)

Compter le nombre de ronds personnes

Regarder comment on a tracé les ronds

Double comptage du nombre de ronds (14'57)

70 ronds 75 ronds

Densité de la file (15'57)

Des élèves serrés et des élèves écartés

Durée d'attente (16'31)

Combien de temps les 75 personnes mettent pour passer ?

Modèle pour mesurer la durée (17'29)

Chronométrage d'un passage de 75 personnes

On mesure le temps que prennent 5 personnes pour passer : 10 secondes

Quand on est passé on continue la file des ronds en se plaçant au premier rond inoccupé

Mise en œuvre du modèle (21'09)

Premier passage à l'avant de la file (21'15)

Autre passage à l'avant (21'25)

Prolongement de la file à l'arrière (21'39)

Synthèse collective (21'48)

Selon qu'on marche et qu'on court

Selon qu'on est serré ou écarté

Donc on a trouvé une solution mais il peut y en avoir plusieurs

Deuxième séance (22'33)

Schématisation de la file d'attente (22'40)

« Voici la reproduction de la ligne de 20 mètres tracée sur le sol. Nous avons replacé les ronds représentant les personnes qui sont dans la file d'attente ». La reproduction a été faite par la maîtresse.

Schématisation tactile (22'58)

Techniques de groupement en base 10 (23'07)

Comptage des ronds : il y a 77 ronds

Association constellation écriture chiffrée (23'17)

Utilisation d'une bande numérique pour représenter le nombre de personnes de la file d'attente (23'24)

Vers le comptage (23'42)

Comptage 1 par 1 (23'50)

Comptage 10 par 10 (24'19)

Surcomptage à l'unité (24'34)

Détermination de la durée d'écoulement de la file d'attente (24'54)

Regroupement des enfants par paquet de 5 (25'28)

5 enfants passent en 10 secondes

Bon de commande de cartes de 10 secondes (25'39)

Combien de cartes de 10 secondes dois-je commander ? 16 cartes donc environ 160 secondes

Autre méthode : appariement de paquets de 10 secondes et de paquet de 5 personnes (25'58)

15 cartes de 10 secondes et il reste 2 enfants à rentrer

Fin (26'48)

### Analyse de la vidéo

Concernant l'action de l'enseignante, l'enseignante donne la consigne, puis la classe se déplace dans la cour pour modéliser la file d'attente ; l'enseignante a visiblement une idée préconçue sur la manière de résoudre le problème ; c'est elle qui apporte la modélisation et le problème d'écoulement. Mais elle différencie et aide les élèves en difficulté. Elle a coupé le problème en petits morceaux ; les élèves ont été très dynamiques, répondent bien mais semblent avoir perdu le but global.

Concernant la formation, la séance est bien structurée ; la différenciation apparaît, les problèmes de vocabulaire peuvent être illustrés. Mais quel est l'objectif réel de la séance ?

Concernant l'activité de l'élève, les élèves apparaissent dynamiques, volontaires, réagissant aux questions de l'enseignante. Mais les réalisations restent locales, avec peu d'initiatives. Y a-t-il eu appropriation du problème par les élèves ? L'enseignante a guidé les élèves, a extrait des éléments qu'elle attendait d'un élève en particulier, a structuré différents moments où les élèves n'ont eu que des tâches locales à traiter : un problème déstructuré au final.

Il reste des points positifs pour l'enseignante : différenciation, en particulier, pour un public spécifique. Comme retombées pour la formation, on observe les éléments suivants : une enseignante qui structure les séances, gère la classe, différencie ; les problèmes avec le vocabulaire, par exemple temps/durée ou compter/dénombrer ; les problèmes avec la gestion du tableau : des informations de natures différentes sont mises au même niveau. Quels sont les objectifs pour les deux séances ? Modélisation ? Groupements par 10 ?... Concernant le problème posé et son usage en formation, quels sont les objectifs et pour quels niveaux ?

En formation, quel est le statut de l'observateur qui visionne la vidéo ? Ce statut conditionne la façon dont on regarde la vidéo. Tout ne peut pas être pris en compte et analysé en un visionnage.

Il y a un temps relativement long passé dans la cour pour travailler la modélisation : mais la modélisation de l'écoulement est délicate et problématique. Il est possible que le passage par la cour vise à aider les élèves à représenter des objets (longueur de 20 m, file d'attente, écoulement de la file d'attente) pour ensuite aider à construire une modélisation empirique du problème. Le problème de l'activité des élèves dans ces passages par la cour est difficile à évaluer : certains élèves paraissent inactifs ; que retiennent-ils vraiment de ces moments dans la cour ?

Dans l'atelier le regard est orienté, plutôt critique et négatif, alors qu'il y avait quand même des choses positives dans l'action enseignante.

Le problème aurait pu être résolu entièrement par empirisme, donc il y a questionnement sur la nécessité d'une résolution mathématique. La question posée (temps d'attente) n'en est pas une, c'est un problème à part entière nécessitant la mise en place de sous-problèmes. La légitimité de la résolution mathématique n'est pas évidente. L'aller-retour entre problème et réalité ne permet-il pas de se passer d'une modélisation mathématique ? En modélisation, il n'y a pas toujours nécessité d'une résolution mathématique. D'abord, qu'est-ce qu'une résolution mathématique ? On peut comparer des résolutions qui utilisent les mathématiques ou pas.

La mise en œuvre de la première tâche " la file d'attente " montre que cette tâche est peut-être trop complexe pour une classe de CP (difficulté à concevoir l'écoulement de la file d'attente) et trop ouverte (beaucoup de données sont à préciser à partir d'hypothèses qu'il faudrait valider, ce qui n'est pas toujours aisé pour des élèves de CP). Examinons une autre tâche qui pourrait paraître plus simple.

## 2 Lecture à la maternelle

La classe de CP est la même que la classe précédente. La tâche proposée ici a été mise en œuvre après la tâche présentée précédemment. L'énoncé de la tâche précédente avait été négociée avec l'équipe du projet LEMA : la tâche est apparue trop complexe pour une classe de CP. L'énoncé de cette nouvelle tâche a été conçue entièrement par le professeur en charge de la classe : elle apparaît plus simple (ce qui n'empêche pas cette tâche de rester complexe et à plusieurs étapes) et mieux ancrée dans la vie de la classe. La vidéo rend compte de la tâche suivante effectuée fin juin : "La classe de CP va lire un nouveau livre à la maternelle. Combien de pages chaque enfant va-t-il lire ? " Il est à noter que les élèves avaient l'habitude d'aller lire une histoire dans la classe maternelle voisine mais c'était la première fois qu'était explicitement posé le problème du partage des pages à lire. Les objectifs visés par les séances sont : résoudre un problème de modélisation. La vidéo dure 22'23 et la description suivante des épisodes est proposée au groupe.

Présentation de la tâche (0'20)

Vérification de la compréhension de la tâche (0'50)

Consignes de travail en groupes (1'54)

Que chercher dans le groupe ? (2'02)

Matériel pour élève malvoyant (2'53)

Travail en groupes

Comptage des pages en groupes (3'02)

Nombre de pages à lire (3'51)  
 Nombre d'enfants (4'45)  
 Comment partager ?  
 Représentation par un dessin (4'55)  
 Représentation avec des cubes (5'03)  
 Représentation par un calcul (5'12)  
 Dans un groupe : partager 48 pages entre 17 enfants (6'38)  
 Comment distribuer les pages aux enfants ? (6'43)  
 Cubes pour représenter la distribution (1 cube = 1 page) (7'24)  
 Distribution 2 par 2 (8'06)  
 Traitement du reste (8'41)  
 Distribution 3 par 3 (8'59)  
 2 pages chacun : il en reste 3 pages chacun : il n'y en a pas assez. (10'05)

Autre groupe distribuant 48 pages à 17 enfants (10'25)  
 Chaque enfant commence par lire 1 page (10'26)  
 Utilisation de cubes pour distribuer les pages (11'30)  
 3 distributions de 1 page par enfant (12'20)  
 Il manque des pages (13'38)

Groupe utilisant la bande numérique (14'46))  
 Un élève propose de distribuer 4 pages par élève (14'50)  
 Utilisation de la bande numérique et de cubes (1 cube marque 1 nouvel élève sur la bande numérique qui compte les pages) (15'33)  
 Il reste 5 enfants sans pages à lire (15'53)  
 Distribution de 2 pages par élève (16'50)  
 Il reste des pages sans élèves pour les lire (17'00)  
 Distribution de 3 pages par élève (17'07)  
 Il reste 1 enfant sans pages à lire (17'23)

Travail collectif : bilan des groupes (17'32)  
 Nombre de pages (17'35)  
 Phase de validation d'une distribution de 2 pages par enfants (18'39)  
 Phase de validation d'une distribution de 3 pages par enfants (19'53)  
 Fin (22'23)

### Analyse de l'activité de l'élève

En remarque initiale nous regrettons notre tendance à observer plutôt le travail de l'enseignante que celui des enfants ; et l'autre tendance qui consiste à chercher d'abord les défauts. Une lecture va être organisée par les CP pour les maternelles. Cela a déjà été fait, mais cette fois-ci, les enfants vont devoir se les partager eux-mêmes : la situation est pleine de sens.

La consigne orale est la suivante : " Combien de pages chaque enfant va lire ? Est-ce que certains vont lire beaucoup, d'autres moins ? "

Il y a vérification de la compréhension de la consigne. Les enfants suggèrent de compter le nombre de pages pour se les répartir. Un élève est non-voyant et dispose d'une version braille reproduite en photocopies : la modélisation est déjà faite, elle dit : « Si j'ai trois pages, est-ce qu'il y en aura assez pour que les autres aient trois pages ? »

Pauline a dit que ce n'était pas juste que certains en aient plus que d'autres avec forte induction de la maîtresse. Le montage ne fait pas apparaître la discussion sur un partage équitable ou non : pourquoi ceux qui aiment lire ne pourraient-ils pas lire davantage de page que les autres ? Finalement, la maîtresse suggère de choisir l'équité. On voit ici un des problèmes du montage : on ne connaît pas le vrai minutage de l'activité (certainement des choix éditoriaux faits et des « sacrifices »).

Les élèves comptent les pages et obtiennent des résultats différents.

Des procédures de comptage différentes, utilisant ou non des cubes, qui représentent pour certains les enfants et pour d'autres les pages. La maîtresse induit fortement que le cube est le modèle de l'enfant. Et elle dirige le travail du jeune garçon. Est-ce parce que le groupe a du mal à commencer ?

En termes d'apprentissage, quel est le bilan pour les élèves ? Qu'ont-ils compris ? Qu'ont-ils appris ?

### Conséquences sur la formation

Des questions surgissent pour la formation.

Il y a des changements importants entre la question initiale et la suite des activités : il faut se mettre d'accord pour répartir, pour partager équitablement. Comment négocier ces changements ?

On peut se demander ce qui est induit par la maîtresse : par exemple, la distribution des cubes pour représenter les pages et mettre en œuvre la procédure de distribution, le choix de la quatrième de couverture pour qu'il n'y ait pas de reste dans le partage équitable.

Concernant les groupes travaillant avec des cubes : tous les élèves travaillent-ils ? Comment est-ce choisi ?

Les étudiants seraient sans doute étonnés de voir qu'une telle activité peut être menée et en plus qu'il y a diverses manières de mener les groupes.

Quelle longueur maximale d'une vidéo à regarder avec des étudiants ? Vaut-il mieux un extrait entier et complet sans montage ? Un montage avec des choix de sacrifices et d'intitulés des épisodes ? Le montage n'aide pas à savoir d'où viennent les procédures observées, induites ou pas par l'enseignante.

Dans la réalité, il y avait deux maîtres, le maître formateur et le professeur qui partage la classe avec le maître formateur lorsque celui-ci assure des formations. Dans les différentes utilisations de cette vidéo, on pourrait axer l'observation sur les différentes « postures » de l'enseignante. Il paraît souhaitable de fractionner la vidéo en plusieurs extraits pour un total maximal de 15 minutes. Concernant le partage, l'enseignante insiste trop sur le fait qu'il faut absolument que ça tombe juste. En formation on peut illustrer la nécessité de prévoir des aides.

## 3 Le géant

La tâche du géant est la première tâche mise en œuvre par le groupe français du projet LEMA. Cette tâche a été mise en œuvre en mars dans une classe de CM1 où la proportionnalité n'a pas encore été abordée. L'énoncé de la tâche est le suivant :



" Quelle est la taille approchée de la silhouette dont on peut voir seulement un pied ? Cette photo<sup>4</sup> a été prise dans un parc de loisirs. "

Les objectifs visés par les séances sont : résoudre un problème en lien avec la réalité pour lequel les élèves doivent formuler des hypothèses pour construire un modèle ; utiliser le modèle de proportionnalité. La vidéo dure 17'47 et la description suivante des épisodes est proposée au groupe.

Support de l'énoncé du problème (0'40)

Le professeur distribue cette photo aux élèves accompagnée de la question écrite suivante :

Quelle est la taille approchée de la silhouette dont on peut voir seulement un pied ? Cette photo a été prise dans un parc de loisirs.

Prise de connaissance du support du problème avec notamment pris en compte de handicaps (1'02).

Préparer le matériel tôt à l'avance (ici le centre braille).

Essayer d'anticiper les problèmes que peut poser le matériel.

Compréhension du problème (1'23)

Reformulation précise.

Ne pas orienter les élèves

Travail individuel (2'40)

Mise en commun (3'00)

Reprises du travail de groupes (5'45)

Rôle du professeur dans le groupe (8'19)

Travail autonome sans le professeur (10'25)

Le professeur dans un autre groupe (11'00)

Présentation des solutions trouvées (11'58)

Difficulté des élèves à communiquer leurs solutions (confusion)

Reformulation du professeur (12'48)

Une autre solution (13'34)

Le lendemain synthèse des solutions précédentes (15'08)

Rédaction écrite individuelle (16'40)

#### Analyse de la vidéo

La vidéo présente des phases uniquement positives : on ne voit pas de phases de recherches improductives. La modélisation est imposée par l'enseignant. L'objectif de la séance n'est pas clair : proportionnalité ? modélisation ? Les débats entre élèves sont riches et montrent leur capacité à mobiliser leurs connaissances. En formation on peut travailler sur l'ouverture des problèmes et éventuellement sur la problématique de la proportionnalité. Il faut également clarifier le lien entre mathématiques, réalité et pseudo réalité. Dans l'activité des élèves, un moment important apparaît lorsque les élèves demandent dans leur groupe une preuve formelle d'une réponse plutôt qu'aléatoire, à propos d'un pied de 45 m. On trouvera une analyse approfondie de cette mise en œuvre dans (Cabassut, 2009).

#### 4 Le bouchon

La tâche du bouchon est proposée dans la même classe de CM1 que la tâche précédente, mais en fin d'année au mois de juin. L'énoncé de la tâche est le suivant. " Sur l'autoroute, à l'entrée de Strasbourg, il y a un accident juste avant la sortie Baggersee. La circulation est bloquée entre La Vigie et Baggersee. "

<sup>4</sup> Photo publiée avec Copyright Richard Phillips 2001/2009 [www.problempictures.co.uk](http://www.problempictures.co.uk)

Dans un premier temps il n'est pas précisé de question mais la question attendue par le professeur est : Combien de véhicules sont bloqués ? Les objectifs visés de la séance sont : résoudre un problème en lien avec la réalité pour lequel les élèves doivent formuler des hypothèses pour construire un modèle ; utiliser le modèle multiplicatif. La vidéo dure 25'51 et la description suivante des épisodes est proposée au groupe.

- Présentation de l'énoncé (0'42)
- Recherche de questions (1'02)
- Travail individuel sur le cahier d'essais (1'21)
- Mise en commun des questions trouvées (1'35)
- Travail individuel (2'51)
- Mise en commun des idées (3'12)
- Travail en groupe (3'52)
- Autres groupes (4'14)
- Recherche de la longueur d'une voiture (13'30)
- Recherche de la distance entre les deux sorties (14'38)
- Relance collective (15'02)
- Travail en groupes (16'06)
- Comparaison des affiches des groupes (16'44)
- Bilan (24'54)

### Analyse de la vidéo

Ici le choix initial du maître est de ne pas poser de question et de demander aux élèves de rechercher des questions relatives à la situation, la question attendue concernant le nombre de voitures prises dans le bouchon. Ce type d'activité de l'élève peut l'entraîner à repérer la problématique d'une situation et à prendre conscience de la diversité des points de vue sur cette problématique. Cette mise en activité des élèves autour de la question est intéressante. La difficulté est qu'il n'est pas sûr que la question attendue sorte, et que dans le cas où plusieurs questions sortent, ce sera au professeur d'orienter vers la question attendue, en opposition au principe de dévolution du choix de la question aux seuls élèves. On peut également adopter la question choisie par les élèves après débat, mais ce choix peut engager le maître dans un scénario qu'il peut ne pas avoir anticipé, avec les risques de déstabilisation du professeur. On voit bien qu'aucun choix n'est idéal. Le choix de la question est une option du degré d'ouverture de la situation de modélisation. De manière plus générale, l'ouverture d'une situation peut s'effectuer au niveau de la question, au niveau des données, au niveau de la procédure de résolution.

Dans la situation du bouchon, l'ouverture au niveau des données se caractérise ici par le fait que la seule information donnée concernant le bouchon est qu'il se situe sur l'autoroute, entre les sorties La Vigie et Baggersee et dans la direction La Vigie et Baggersee. Dans la vidéo, on voit des élèves en activités pour rechercher la distance Baggersee - La Vigie : la procédure trouvée pour obtenir cette distance est de consulter le site internet Mappy. Une autre procédure avait été envisagée mais non retenue : consulter une carte routière.

Le choix de la question est également déterminant et peut être une variable importante de la situation. Dans les mises en œuvre de la tâche proposée en Allemagne décrites dans (Cabassut, 2007), la question était " combien de voitures y a-t-il dans le bouchon ? " à l'école primaire et " combien de personnes sont prises dans le bouchon ? " à l'école secondaire. Pour l'école secondaire, la complexité est augmentée. On remarquera que pour le problème de la file d'attente au CP, on aurait pu poser la question " combien de personnes sont dans la file d'attente ? ". En posant la question " combien de temps allez-vous attendre pour rentrer ? " on oblige non seulement à modéliser une file d'attente mais également son écoulement, ce qui augmente la complexité du problème.

### III - DISCUSSION GÉNÉRALE

#### 1 La modélisation comme objectif visée pour l'activité des élèves

Un des objectifs du projet LEMA est de promouvoir un enseignement de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques dès l'école primaire, en considérant qu'un problème de modélisation est un problème ouvert, à plusieurs étapes et complexe, en lien avec la réalité, et utilisant les mathématiques pour sa résolution. Conformément au cycle de modélisation évoqué précédemment, il s'agit donc de promouvoir dans les activités des élèves les activités de construction d'un modèle mathématique, de résolution du problème du modèle mathématique, d'interprétation de la solution mathématique, et de validation de la solution réelle du problème réel, avec comme activités transversales des activités de communication. Les programmes français de l'école primaire ne placent pas la résolution de problèmes complexes ou à plusieurs étapes comme une compétence exigible dès le CP, ce qui signifie que les compétences travaillées sont d'abord des compétences fréquentées et qu'elles deviendront exigibles plus tard en fin de cycle 3. On garde également à l'esprit que l'objectif de maîtrise de la preuve mathématique se situe au collège, mais il paraît intéressant de le préparer dès l'école primaire, dans les activités des élèves, en différenciant les modèles mathématiques des modèles non mathématiques, les arguments mathématiques des arguments non mathématiques. Certains pensent que les activités transversales du type résolution de problèmes, modélisation ou démonstration n'ont pas à être des objets d'enseignements, même si elles sont présentes dans l'enseignement : le débat reste ouvert en l'absence de programmes scolaires explicites sur cette question.

Il n'y a pas d'objectif d'apprentissage d'une notion mathématique nouvelle, même si dans le problème du géant les élèves découvrent des situations de proportionnalité non encore étudiées en classe, et même si dans chaque vidéo, des notions mathématiques anciennes sont mobilisées et exercées, par exemple les problèmes multiplicatifs dans le bouchon, ou la lecture à la maternelle. Il est délicat d'évaluer l'atteinte de ces objectifs et un travail intéressant de formation serait de travailler sur des critères opérationnels d'évaluation comme suggérés dans (Cabassut, Villette, 2010). On peut observer dans la vidéo sur le bouchon que des élèves font référence au problème du géant, travaillés précédemment dans l'année. Ces élèves ont donc bien repéré les caractéristiques de ce type de tâche et ont bien compris un contrat didactique implicite, avec la mise en jeu de compétences distinctes des compétences habituelles mises en œuvre par exemple dans des situations d'application directe de connaissances.

#### 2 La distinction entre fait et hypothèse à travers l'activité de l'élève

Commençons par préciser que les choix de terminologie sont toujours délicats car suivant le " monde ", mathématique ou réel, le même mot peut avoir des sens différents. D'abord le mot " fait " est plutôt relié à la réalité, à une action ou un état réalisés. Par exemple sur la photo l'homme à l'avant mesure environ 7 cm. Ou encore, dans la tâche de la file d'attente, la file d'attente a 20 m de longueur. On pourrait définir un fait comme une donnée imposée par la situation initiale, et qui n'est pas contestable, c'est-à-dire qui est considérée comme vraie par tous. On voit qu'on peut pinailler sur cette définition, en remarquant que ce qui n'est pas contestable dans une première approche, peut le devenir après une réflexion plus approfondie, ou encore qu'il faudrait définir la notion de vérité, que ce qui s'impose à un professeur ne s'impose pas toujours à un élève et réciproquement.

On appelle hypothèse une donnée sur la situation initiale, qu'on suppose vraie, sans que cette vérité s'impose incontestablement. Par exemple, dans la situation du géant, une hypothèse est qu'un géant est un agrandissement d'un homme, ou encore que dans l'ensemble des hommes, la proportion d'un pied par rapport à la taille est approximativement constante. Dans la tâche du bouchon, le nombre de voies de l'autoroute peut constituer une hypothèse, ou la répartition des camions par rapport aux voitures. Des élèves font l'hypothèse de trois voies de circulation. Il n'y a pas validation de cette hypothèse si ce

n'est par recours à des témoignages (souvenirs des élèves ayant parcouru l'autoroute). On aurait pu valider en utilisant un logiciel du type Googlemaps qui permet de visualiser des photographies aériennes de tronçons d'autoroute. Ce qui est typique des activités des élèves en situations de modélisation, c'est qu'ils doivent trouver les données manquantes en développant des procédures qui ne sont pas de type mathématique (mais plutôt du type de celles des sciences expérimentales) ou en posant des hypothèses (qui sont la plupart du temps validées par des procédures non mathématiques). Dans les formations ou débats avec des enseignants ou des mathématiciens, l'ouverture de la situation quant aux données déstabilise : on qualifiera souvent ces situations de modélisation de mal posées ou ne relevant pas de problèmes mathématiques, pour lesquels certains considèrent que toutes les données doivent être précisées tout comme les questions. Dans les activités des élèves observées dans la vidéo, une difficulté récurrente est relative à la collecte des données. La plupart du temps la validation de la collecte est pragmatique : les faits rassemblés ou les hypothèses posées sont bonnes puisqu'elles permettent d'avancer dans la résolution du problème. C'est le cas pour le choix du nombre de voies sur l'autoroute, ou encore sur le fait que sur une des voies il n'y a que des camions et sur les autres des voitures, ou encore sur la longueur d'un camion ou d'une voiture. Il faut donc apprendre à valider les données, souvent par des arguments et des procédures extra-mathématiques relevant essentiellement des validations expérimentales ou par débat.

---

## IV - CONCLUSION

---

### **Pour la création et la diffusion de ressources vidéos centrées sur l'activité de l'élève**

L'atelier a montré que les participants étaient très centrés sur l'analyse de l'activité de l'enseignant dans les extraits vidéos utilisés. Pour justifier cette difficulté à analyser l'activité de l'élève, il a été remarqué que les ressources proposées dans l'atelier présentent un montage d'extraits de séances, permettant d'avoir un aperçu global d'une séance, en privilégiant les moments productifs des élèves et en centrant souvent sur l'activité de l'enseignant. Il manque donc, pour la formation, des vidéos qui permettent de suivre la genèse des procédures des groupes d'élèves. Avec le montage des extraits de leur travail, il manque le déroulement complet d'une idée, de sa naissance à sa mise en œuvre. Il serait donc intéressant de collecter ou de créer des ressources disponibles à tous<sup>5</sup> dont la fonction principale serait d'observer et d'analyser l'activité de l'élève.

### **Pour une formation à des cadres théoriques et méthodologiques partagés pour analyser l'activité de l'élève**

Les participants devaient partager des critères de description et d'analyse de l'activité de l'élève, en précisant les fonctions de l'activité, la structure de l'activité, les prescriptions, les initiatives, les aides, les difficultés, les obstacles, les erreurs. Ils devaient préciser des variables de l'activité de l'élève : contenu mathématique, scénario global, tâches précises, formes de travail, accompagnements en classe. Il a été difficile de trouver des éléments communs de description de cette activité. Ceci montre le besoin de formation à l'analyse de cette activité. Les cadres généraux de la théorie anthropologique du didactique, de la théorie des situations didactiques ou de la double approche, mentionnés par (Robert 2004) ou (Roditi, 2006), pourraient être utilisés pour cette formation. Les productions récentes des colloques de la

---

<sup>5</sup> Une autre difficulté est l'accès restreint de certaines ressources, comme par exemple les ressources vidéos qui ne sont disponibles que dans l'intranet d'une université, ce qui limite l'accès aux membres de cette université. Cette restriction s'explique par la volonté des familles d'élèves de protéger l'image de leurs enfants.

CORFEM<sup>6</sup> et COPIRELEM<sup>7</sup>, et du symposium CADIVAM<sup>8</sup> seront à étudier et à adapter éventuellement à l'enseignement primaire pour proposer cette formation à l'analyse de l'activité de l'élève.

### Éléments génériques de l'activité de l'élève

Les activités d'élèves observées sont illustrées dans trois modalités de travail : individuelle, en groupe, et en collectif. On peut y observer des élèves dynamiques et productifs. Sans l'intervention de l'enseignant, l'auto-validation peut apparaître : élève annulant sa production en barrant ce qu'il a inscrit sur sa feuille de papier, position contestée ou défendue en groupe. Dans ces cas, du fait de la non intervention de l'enseignant, certains arguments ne sont pas suffisamment explicites et il est difficile de les reconstituer. Lorsque l'enseignant intervient dans l'activité de l'élève, il est difficile de limiter son intervention à une régulation du débat ou à une demande d'explicitation d'arguments, qui laisserait la dévolution du problème aux élèves. Il peut parfois paraître nécessaire à l'enseignant de réorienter ou d'accélérer l'activité des élèves pour respecter notamment les contraintes de temps qu'il s'est fixées, ou de maintien de la participation et de l'attention des élèves. Il serait intéressant, pour la formation, de pouvoir illustrer ces différents moments, qu'ils soient positifs ou négatifs pour le déroulement de l'activité de l'élève, afin d'étayer les formations à la préparation, au déroulement et à l'évaluation de l'activité de l'élève. On revient au besoin en ressources vidéos spécifiques à une formation à l'analyse et au développement de l'activité de l'élève.

### Éléments spécifiques à la modélisation

Les activités d'élèves doivent gérer les validations extra-mathématiques inhérentes au cycle de modélisation. La double transposition de la validation mathématique et de la validation extra-mathématique (décrite dans Cabassut - 2009) devient donc un enjeu de formation : préparer des scénarios d'activités d'élèves intégrant cette double transposition, la réguler lors du déroulement de l'activité et l'évaluer. D'autres éléments qui conditionnent l'activité de modélisation de l'élève doivent être développés : l'ouverture de l'activité (données, questions, procédures), le lien avec la réalité, la familiarité avec le contexte de la tâche, la complexité de la tâche, et la disponibilité de modèles mathématiques qui permettront de décomposer la tâche. À l'instar du projet de formation LEMA ([www.lemma-project.org](http://www.lemma-project.org)), il faut donc développer et évaluer des formations à la modélisation qui prennent en compte ces éléments favorisant l'activité de modélisation de l'élève.

Le prochain colloque de la Copirelem pourrait être l'occasion d'étudier ces formations au développement de l'activité de l'élève et leurs évaluations.

---

## V - BIBLIOGRAPHIE

---

CABASSUT R. (2007) Exemples de modélisation à l'école primaire allemande : quels enjeux pour la formation des maîtres? in *Actes du XXXIII<sup>ème</sup> Colloque Copirelem*, IREM de Paris 7.

CABASSUT R. (2008) Problèmes dans un exemple de formation continue à la modélisation, in *Actes du 35<sup>e</sup> Colloque Copirelem*. IREM de Bordeaux.

---

<sup>6</sup> Le colloque de la CORFEM s'est réuni à Besançon les 16 et 17 juin 2011 sur le thème « L'enseignement des grandeurs au collège et au lycée. Quelle utilisation des vidéos dans la formation initiale ou continue ? » [http://www.fcomte.iufm.fr/conferences\\_colloques\\_seminaires/colloque\\_corfem\\_2011/annonce\\_corfem\\_besancon\\_2011.pdf](http://www.fcomte.iufm.fr/conferences_colloques_seminaires/colloque_corfem_2011/annonce_corfem_besancon_2011.pdf)

<sup>7</sup> Le colloque de la COPIRELEM s'est réuni à Dijon des 22 au 24 juin 2011 sur le thème " Faire des mathématiques à l'école : de l'activité de l'élève à la formation des enseignants" <http://www.copirelem.free.fr/presentation.php>

<sup>8</sup> Le symposium CADIVAM s'est réuni à Lausanne du 23 au 25 juin 2011 sur le thème "Filmer en classe, et après ? La vidéo dans les leçons de maths et de sciences" [http://www.hepl.ch/fileadmin/promcom/images/Actualites/cadivam/HEP\\_CADIVAM\\_LIVRET\\_DEF\\_TC\\_DEF.pdf](http://www.hepl.ch/fileadmin/promcom/images/Actualites/cadivam/HEP_CADIVAM_LIVRET_DEF_TC_DEF.pdf)

CABASSUT R.(2009) Articulation entre réel et mathématiques : spécificité et genericité de la modélisation, in *Actes du colloque Didirem " Approches plurielles en didactique des mathématiques Apprendre à faire des mathématiques du primaire au supérieur : quoi de neuf ? "* Université Paris 7.

CABASSUT R. VILLETTE J.-P. (2010) Evaluation en formation de professeurs sur l'enseignement de la modélisation, in *Actes du 37ème Colloque Copirelem*. IREM de Montpellier.

KUZNIAK A. & al. (2008) Du monde réel au monde mathématique – un parcours bibliographique et didactique. *Cahier Didirem n°58*. IREM de Paris 7.

PISA (2006) *Assessing scientific, Reading and mathematical literacy: a framework for PISA*.OECD.

ROBERT A. (2003) *Analyses de vidéo de séances de classe : des tâches prescrites aux activités de l'élève, en passant par les pratiques des enseignants de mathématiques (second degré)*. Cahiers Bleus n°2. IREM de Paris 7.

ROBERT A. (2004) Une analyse de séance de mathématiques au collège, à partir d'une vidéo filmée en classe. La question des alternatives dans les pratiques d'enseignants. *Petit x* 65, 52-79. IREM de Grenoble.

RODITI E. (2006) Les analyses de vidéos : outils de recherche et moyens de formation, in *Actes du XXXIIe Colloque COPIRELEM*, IREM de Strasbourg.