MILIEU ET GENESE INSTRUMENTALE COMME OUTILS D'ANALYSE DE L'ACTIVITE DE L'ELEVE EN ENVIRONNEMENT INFORMATIQUE

Colette LABORDE
Professeur émérite
IUFM, Université Joseph Fourier, Grenoble
Colette.Laborde@cabri.com

Résumé
L'exposé cherche à montrer comment le concept de milieu, issu de la théorie des situations didactiques, associé à la notion de genèse instrumentale permet de rendre compte de l'activité de l'élève dans un environnement informatique et d'analyser le rôle de l'environnement sur l'avancée de l'activité de l'élève et les apprentissages possibles. Dans la première partie, on s'intéresse à la dialectique entre rétroactions d'environnements informatiques de type micromonde analysées en termes de milieu et les schèmes d'utilisation par l'élève. La seconde partie est consacrée aux environnements incluant les actions didactiques du professeur. Les exemples seront pris dans deux environnements Cabri.

La forte présence des technologies de l'information et de la communication dans la société actuelle, en particulier auprès des jeunes, et la demande institutionnelle pour leur insertion dans l'enseignement mathématique conduisent à analyser en quoi les environnements informatiques actuels peuvent contribuer aux apprentissages mathématiques, et plus précisément à analyser leur intervention spécifique dans les aspects conceptuels de l'activité de l'élève.

I - DIVERSITE DES ENVIRONNEMENTS INFORMATIQUES

Les environnements informatiques d'apprentissage humain de façon générale connaissent une grande diversité allant des logiciels de large spectre aux ressources ponctuelles qui fourmillent sur Internet. L'exposé porte sur les micromondes et les ressources alliant une dimension exploratoire à des rétroactions reflétant la voix du professeur. La notion de micromonde introduite par Papert, en particulier avec Logo, repose sur l'hypothèse constructionniste de l'apprentissage de l'élève explorant et interagissant avec un environnement réifiant un monde d'objets théoriques. Ces objets théoriques réifiés réagissent en suivant le modèle théorique sous-jacent au micromonde, de la même façon que les objets matériels réagissent dans le monde physique. Mais les rétroactions des objets d'un micromonde sont débarrassées des bruits du réel réduisant ainsi le spectre des interprétations possibles des rétroactions par l'apprenant :

> ...The use of the microworld provides a model of a learning theory in which active learning consists of exploration by the learner of a microworld sufficiently bounded and transparent for constructive exploration and yet sufficiently rich for significant discovery. (Papert, 1980, p. 208).

À l'opposé des amples micromondes, l'avènement d'Internet a donné lieu à un foisonnement de nombreuses ressources et applets, dont certaines ponctuelles et centrées sur un aspect particulier d'un savoir ou savoir faire mathématique.

L'exposé a recours à quelques concepts de didactique pour analyser l'activité de l'élève résolvant une tâche mathématique dans des environnements informatiques embarquant des connaissances mathématiques. Les environnements illustrant le propos sont Cabri 3D, micromonde de géométrie dans l'espace, et des cahiers multimédias interactifs de mathématiques de la collection « 1 2 3 … Cabri, je fais des maths » pour l'école élémentaire. Sont décrites les interactions entre environnement et élève comme des interactions entre un sujet et un milieu, dont certaines embarquent des mathématiques et d'autres des éléments de la relation didactique.

II - L'ENVIRONNEMENT INFORMATIQUE A LA LUMIÈRE DES NOTIONS DE MILIEU ET D'INSTRUMENTATION

1 L'environnement informatique comme constituant du milieu

L'idée d'environnement informatique donnant à interagir avec des objets au comportement mathématique peut être analysée à la lumière de la notion de milieu dans la théorie des situations didactiques (Brousseau 1998). Dans cette théorie, la connaissance est construite comme un outil de solution à une situation problème auquel elle apporte une solution plus fiable et plus économique que les connaissances anciennes. Au cœur de la notion de situation adidactique figure la notion de milieu. Le milieu est le système interagissant avec l'élève dans la recherche de la solution et offrant des moyens d'action et des rétroactions aux actions des élèves. Nous considérons qu'un environnement informatique est un constituant du milieu adidactique. Il permet de disposer de moyens d'action et rétroactions spécifiques, dont certains indisponibles en papier crayon. Ajoutons que l'environnement seul ne constitue pas le milieu. Le choix de la situation posée dans l'environnement contribue à déterminer le milieu.

Prenons un exemple dans le micromonde Cabri 3D. Un carré est donné sur le plan de base (Fig. 1). La tâche de l'élève est de construire un cube de base ce carré sans utiliser l'outil « Cube », qui peut être enlevé du logiciel dont l'ensemble des outils mis à disposition est configurable par l'utilisateur.

Un élève de Seconde peut développer une stratégie issue de l'environnement papier crayon, en cherchant à d'abord construire les sommets du cube afin d'obtenir les faces à partir des sommets. Il construit une perpendiculaire au plan de base en un sommet du carré de base et cherche à reporter la longueur du côté du carré. Le plus souvent il utilise un cercle dans le plan d'une face ce qui nécessite qu'il crée d'abord un plan (Fig. 2). La construction est assez longue.

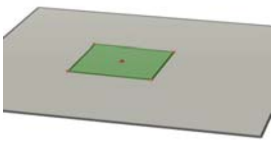

Fig. 1 – Un carré dans le plan

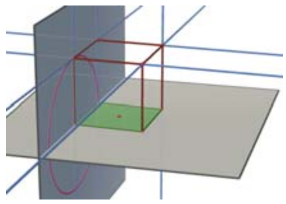

Fig. 2 – Le cube construit à partir de ses sommets

L'enseignant peut changer le milieu en supprimant les outils « Plan » et « Point » et demander aux élèves de construire le cube par ses faces. L'outil « Rotation » permet de le faire en obtenant une face latérale comme image du carré de base dans une rotation d'axe un côté de ce carré (Fig. 3). L'angle n'a même pas à être indiqué. Il suffit de montrer sur quelle droite doit être l'image d'un sommet du carré dans la rotation. Les autres faces latérales sont obtenues par rotation les unes des autres autour de l'axe du carré et la face supérieure par rotation d'une face latérale.

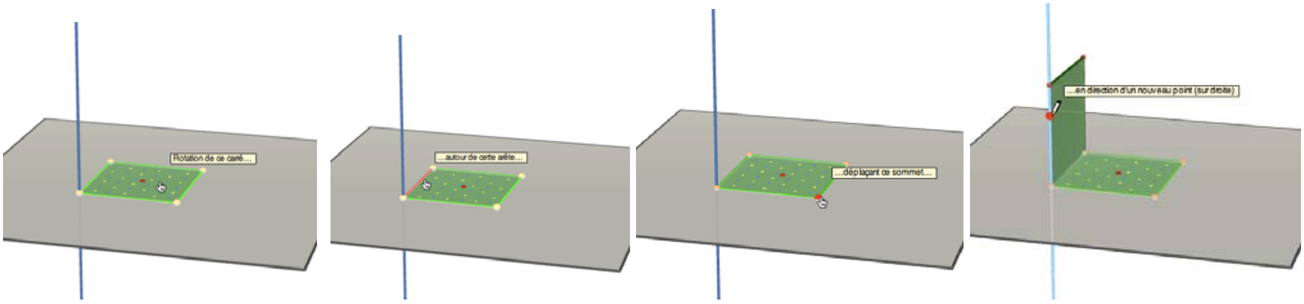

Fig. 3 – Construction d'une face comme image dans une rotation du carré de base.

Le même problème mathématique, construire un cube de base un carré donné, peut donc donner lieu à des tâches différentes suivant le choix de l'environnement et en environnement informatique selon les outils mis à disposition. On peut solliciter des stratégies différentes de construction selon les outils disponibles et en conséquence faire appel à des connaissances mathématiques différentes. Ainsi, dans la construction du cube dans Cabri 3D par ses faces, le cube est vu comme un ensemble de faces se déduisant les unes des autres par rotation.

Chaque stratégie fait appel à certaines propriétés et une certaine structuration du cube, parmi plusieurs possibles. C'est donc un levier à disposition de l'enseignant pour susciter la mise en œuvre par l'élève de connaissances et par là permettre de nouveaux apprentissages.

2 Genèse instrumentale de l'environnement

Une tâche de construction dans un environnement donné nécessite une connaissance des outils de construction, même pour des outils aussi simples que la règle, le compas et l'équerre en papier crayon. C'est pourquoi les programmes d'école et de collège mentionnent l'apprentissage de l'usage de ces outils. La théorie de l'instrumentation (Rabardel, 1995) considère que le sujet construit des schèmes d'utilisation des artefacts, dans une double dimension à la fois individuelle et sociale. Nombre de schèmes d'utilisation sont des « schèmes sociaux d'utilisation », pour différentes raisons :

- l'usage de l'outil ne va pas de soi et ne peut être mis en œuvre que par explicitation d'un autrui qui connaît l'usage ;
- même si l'usage est connu de l'utilisateur, ce dernier ne le met pas en œuvre car il ne dispose pas encore des connaissances conceptuelles suffisantes des objets sur lesquels porte l'usage de l'outil.

Ainsi, le déplacement en géométrie dynamique, comme remarqué depuis longtemps par de nombreuses recherches n'est que très peu utilisé par les élèves et mêmes les professeurs d'école en formation (Rolet, 1999) alors qu'il ne pose pas de problème de manipulation. C'est la reconnaissance des points à déplacer qui pose problème comme identifié par Restrepo (2008) dans une observation d'une classe de 6^{e} en géométrie sur une année scolaire complète. Les points (objets de dimension 0) ne sont pas identifiés par les élèves qui voient davantage les figures géométriques comme faites de zones de dimension 2. C'est aussi la conception de la notion de figure géométrique qui est en jeu. Les élèves ne conçoivent pas une figure en termes d'objets géométriques liés par des relations mais plus comme un tracé respectant des conditions de forme (cf. plus bas la distinction entre vision iconique et vision non iconique). Le principe même de la géométrie dynamique n'est pas approprié par les élèves. Mais, c'est aussi dans l'usage de la géométrie dynamique que les conceptions des élèves sur les objets géométriques peuvent évoluer (cf. Restrepo *ibid.* décrivant l'évolution des schèmes des élèves en 6^{e}). Une dialectique s'établit entre la construction de connaissances mathématiques et celle des schèmes d'utilisation. La genèse instrumentale (Rabardel, *ibid.*), qui désigne le processus au cours du temps de schèmes adaptés aux situations d'usage d'un artefact, ne se fait pas sans évolution des connaissances sur les objets en jeu dans ces situations d'usage. Nous considérons qu'il y a un appui mutuel des deux sortes de construction.

3 Interaction entre genèse instrumentale et apprentissage des mathématiques

Duval (2005) distingue la vision iconique d'une figure de la vision non iconique. La vision iconique est globale et porte sur la forme. Par exemple, la vision iconique est mise en œuvre lorsqu'un enfant distingue une forme carrée d'une forme ronde.

La vision non iconique partage la figure en des composantes reliées entre elles par des relations. À la différence de la vision iconique, la vision non iconique porte sur des aspects locaux mais les coordonne dans la vision globale. L'apprentissage de la géométrie nécessite le passage d'une vision iconique à une vision non iconique, les raisonnements faits sur les figures nécessitant de structurer la figure en sous figures ou éléments en relation.

Mais la vision non iconique est loin de se construire de façon spontanée. Elle doit s'apprendre. Mithalal dans sa thèse (2010) fournit plusieurs exemples d'évolution des élèves d'une vision iconique à une vision non iconique dans des tâches dans l'environnement Cabri 3D. Il montre comment la déconstruction instrumentale, c'est-à-dire la décomposition envisagée de la figure pour pouvoir la reconstruire à l'aide des instruments, joue un rôle pivot voire moteur dans Cabri 3D, de par les schèmes d'usage à mettre en œuvre et les rétroactions dues au déplacement. Duval considère qu'un autre type de déconstruction relevant de la vision non iconique est essentiel dans la démarche géométrique. Il s'agit de la déconstruction dimensionnelle, c'est-à-dire de la décomposition de la figure en parties de dimension moindre : droites, segments de dimension 1, points de dimension 0.

Dans une de ses expérimentations, il a proposé la tâche de construction du sommet manquant d'un cube tronqué à des élèves de classe de seconde. Un cube coupé par un plan près d'un sommet est donné (Fig. 4). Les élèves doivent reconstruire le sommet manquant.

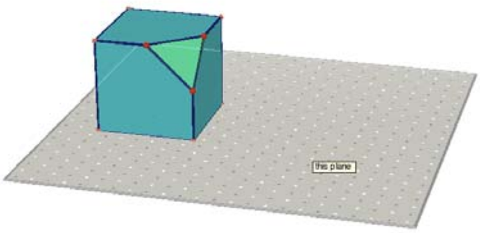

Fig. 4 – Le cube tronqué

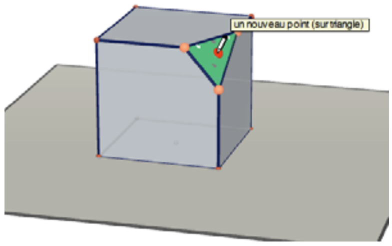

Fig. 5 – Le point sur le triangle

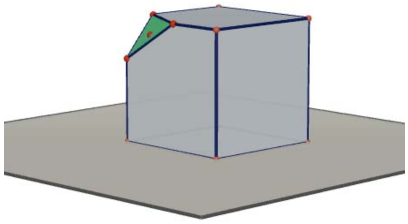

Fig. 6 – Après avoir tourné le plan

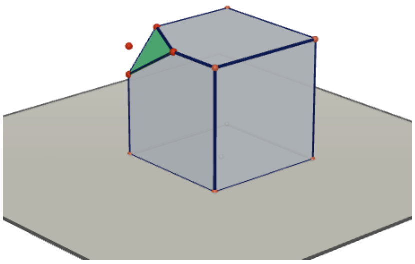

Fig. 7 – Point placé dans l'espace après avoir tourné le plan

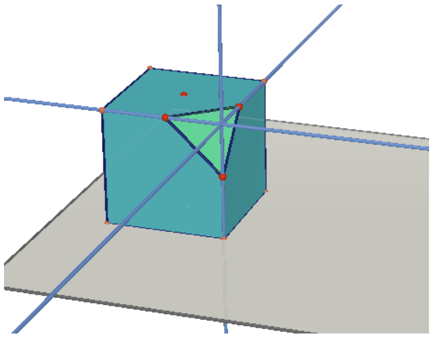

Fig. 8 – Intersection de 3 arêtes

Les premières stratégies qui placent visuellement le point à la place du sommet manquant relèvent d'une vision purement iconique. Elles consistent choisir l'outil point et le placer au bon endroit visuel. Le point se place alors sur le triangle comme indiqué dans le message (Fig. 5). Il est disqualifié dès que l'on tourne la scène (Fig. 6). Un autre placement visuel consiste à créer un point dans l'espace et à ajuster sa position visuellement. Là encore en tournant la scène, le point est invalidé car il n'est pas à la bonne place (Fig. 7).

Une fois les stratégies de pure vision iconique disqualifiées par le déplacement, la stratégie la plus courante chez les élèves a consisté à tracer trois droites portant les arêtes du cube d'extrémité le sommet manquant et à considérer le point d'intersection (Fig. 8). Deux droites seraient suffisantes dans une vision non iconique ; cette stratégie des élèves porte en elle des aspects d'une vision iconique dans laquelle les droites délimitent la forme du cube.

La consigne demandait plusieurs constructions possibles de façon à faire évoluer les procédés de construction des élèves. Les élèves ont pu alors passer de la construction du point d'intersection avec trois droites tracées à la construction d'un point d'intersection avec deux droites tracées. Le schème d'utilisation du point d'intersection a permis aux élèves de prendre conscience que pour créer ce sommet, il suffit de désigner les deux droites dont on veut l'intersection. La déconstruction instrumentale a permis de se détacher au moins en partie de la vision iconique.

Lorsque l'enseignant change le milieu en enlevant l'outil « Point », les élèves sont amenés à se poser la question de comment obtenir un point sans avoir l'outil. Les transformations permettent de le faire : on peut considérer le sommet comme image d'un autre point dans une transformation pour pouvoir obtenir un point, par exemple dans une symétrie centrale de centre le centre de la face supérieure (Fig. 9 et 10). Là encore le changement des actions possibles dans le milieu et la demande de fournir plusieurs solutions conduisent les élèves à être confrontés à de nouvelles questions problématiques.

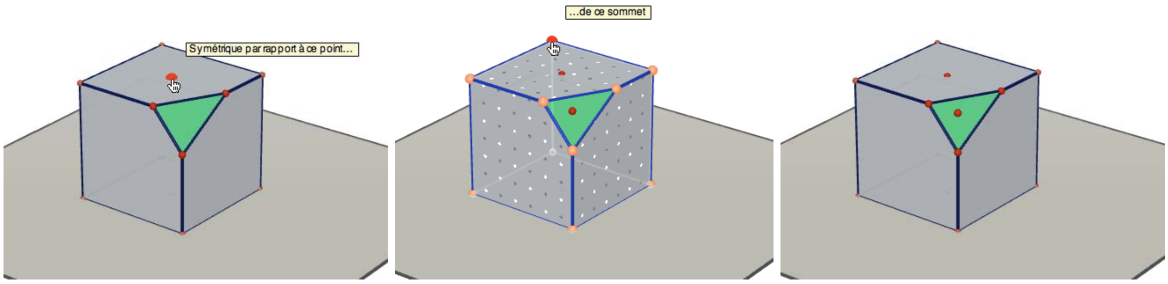

Fig. 9 – Construction du sommet comme image dans une symétrie centrale

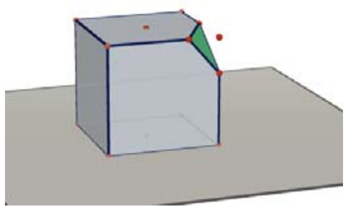

Fig. 10 – Vérification en tournant le plan

Dans cette même expérimentation (Mithalal, *ibid.*), il a aussi pu apparaître que les échanges entre élèves pour argumenter leurs propositions auprès de leur camarade les ont conduits à une analyse géométrique des objets en jeu. La déconstruction instrumentale est interprétée en termes de relations géométriques et peut ainsi déboucher sur une déconstruction dimensionnelle.

III - DE LA RECHERCHE À L'ENSEIGNEMENT AU QUOTIDIEN

Mais les situations simples construites avec un milieu permettant un ensemble riche de stratégies et une évolution des élèves, comme celle présentée plus haut, sont souvent issues de travaux de recherche et demandent un temps assez long avant d'aboutir à leur état final. En effet, nombre de situations adidactiques s'avèrent après expérimentation ne pas fonctionner comme anticipé et doivent être repensées. Dans d'autres cas, on s'aperçoit que les interventions du professeur sont nécessaires pour débloquer la situation. Le caractère adidactique de la situation permet un processus de dévolution mais ne débouche pas sur une résolution par les élèves. Le professeur doit reformuler le problème sans « tuer » le problème afin d'éviter un effet Topaze.

Le professeur doit anticiper les blocages possibles des élèves pour être à même d'intervenir. Or les environnements de type micromonde, non seulement amplifient le spectre des solutions possibles des élèves, mais en permettent de nouvelles (comme dit plus haut). Les enseignants sont moins familiers des processus de résolution des élèves dans ces environnements. En classe, il leur est donc plus difficile d'interpréter sur le champ ce qu'ont fait les élèves et leurs difficultés éventuelles.

Des recherches sur la formation des enseignants montrent en effet qu'une double genèse instrumentale est requise par les enseignants pour être à même d'organiser des milieux incluant un environnement informatique (Acosta, 2008). Il importe que les professeurs en formation résolvent les tâches proposées en environnement informatique, qu'ils les analysent, qu'ils anticipent les procédures possibles des élèves avec les outils du logiciel dans le contexte d'une classe donnée. Ils doivent prendre en compte les connaissances des élèves en mathématiques et relatives à l'environnement informatique. Les enseignants ont besoin de temps pour apprendre comment utiliser le déplacement dans différents usages didactiques (et pas seulement pour montrer une propriété géométrique). Il semble que l'adaptation de tâches existantes (par exemple en papier crayon) leur soit plus facile que la conception de tâches *ex nihilo* (Tapan 2006).

IV - DES RESSOURCES POUR LES ÉLÈVES INCLUANT LA VOIX DU PROFESSEUR

À l'aide de l'exemple de la collection de ressources « 1 2 3 … Cabri, je fais des mathématiques » pour les cinq niveaux de l'école élémentaire, nous cherchons à illustrer comment des ressources numériques peuvent inclure à la fois les objets d'un milieu mais aussi l'organisation des rapports à ces objets (Assude, Mercier et Sensévy, 2007). Suivant en cela les auteurs cités, le milieu prend ici une acception plus large que celle de milieu adidactique. Il est envisagé comme un système de contraintes et de ressources matérielles ou symboliques dans lesquelles évoluent le professeur et les élèves.

Une ressource de la collection « 1 2 3 … Cabri, je fais des mathématiques » est un cahier de plusieurs pages, conçu pour permettre une progression des questions, par en particulier un jeu sur les valeurs des variables didactiques, avec des outils à disposition des élèves pour explorer, construire, calculer, résoudre des problèmes. Les objets sont directement manipulables par les élèves. Ce sont des représentations, soit d'objets réels, soit d'objets mathématiques. Les objets réagissent comme des objets matériels ou mathématiquement s'ils représentent des objets mathématiques. Par exemple, dans le cahier « La roue des 10 » (niveau CP), les élèves manipulent des cartons portant des points ou des nombres, comme des cartons matériels. Mais dès qu'un carton est mis dans un disque, le disque affiche le nombre de points ou le nombre porté par le carton en son intérieur. Le disque est une réalité augmentée qui réagit mathématiquement [5] (Fig. 11 et 12).

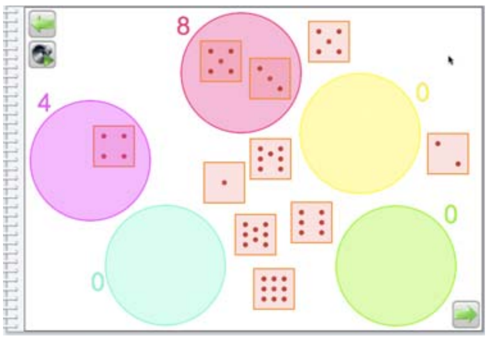

Fig. 11 – Les disques qui comptent des points

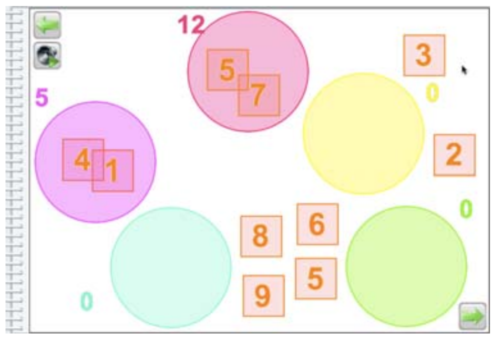

Fig. 12 – Les disques qui additionnent des nombres

Un exemple d'amplification des possibilités offertes par les réalités virtuelles est fourni par la mise à disposition dans certains cahiers de distributeurs produisant le même objet en nombre infini : une image, une représentation d'un objet réel comme un bloc de n'importe quelle forme géométrique, une pièce de monnaie, un jeton numéroté. Cela permet de poser des problèmes reliés à des contextes réels très divers : nombre de voitures à mettre sur un parking, montant à mettre dans une tirelire, pavage par des formes géométriques…

Cela permet aussi dans certains cas de réaliser des actions impossibles dans la réalité et changer ainsi l'éventail des stratégies de résolution. Ainsi, dans le problème représenté Fig. 13, il s'agit de déterminer le nombre de cubes que peut contenir chacun des deux pavés. La mise des cubes dans les pavés peut se faire comme dans la réalité en les plaçant un par un mais elle peut aussi aller beaucoup plus vite, simplement en déplaçant le pavé transparent dans un des assemblages de cubes (Fig. 14).

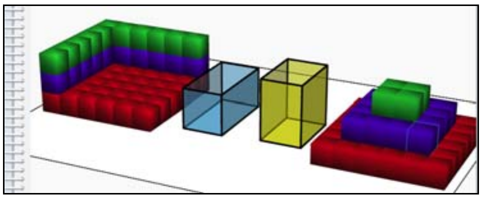

Fig. 13 – Nombre de cubes par pavé ?

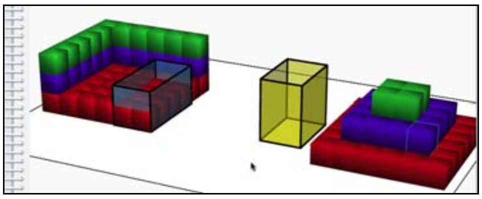

Fig. 14 – Comptage en glissant le pavé dans les cubes

Dans ce dernier cas, une stratégie de comptage par couche est favorisée et est plus susceptible d'apparaître que dans le remplissage du pavé matériel par des cubes. Cela correspond à un souhait de l'auteur qui cherche à montrer l'efficacité de la prise en compte de la structure du pavé pour le dénombrement des cubes. La dimension micromonde est donc présente dans ces ressources par la variété des explorations possibles et les rétroactions embarquant des mathématiques

Mais les ressources incluent aussi la voix du professeur, en offrant des rétroactions didactiques aux réponses des élèves. Elles peuvent mettre en évidence une contradiction entre les données de la situation et la réponse de l'élève, en montrant ce que produisent les effets de la réponse de l'élève dans la situation. Elles enrichissent ainsi le milieu.

Le cahier « Proportionnalité » fournit un tel exemple. Les élèves ont à calculer la distance parcourue par un animal pendant 7 secondes sachant qu'il parcourt 3 cm en 2 secondes. Si un élève propose la réponse 10 cm, il voit la simulation du mouvement avec affichage actualisé toutes les secondes de la distance parcourue et du temps (Fig. 15). Il réalise que 10 cm sont parcourus en moins de 7 s.

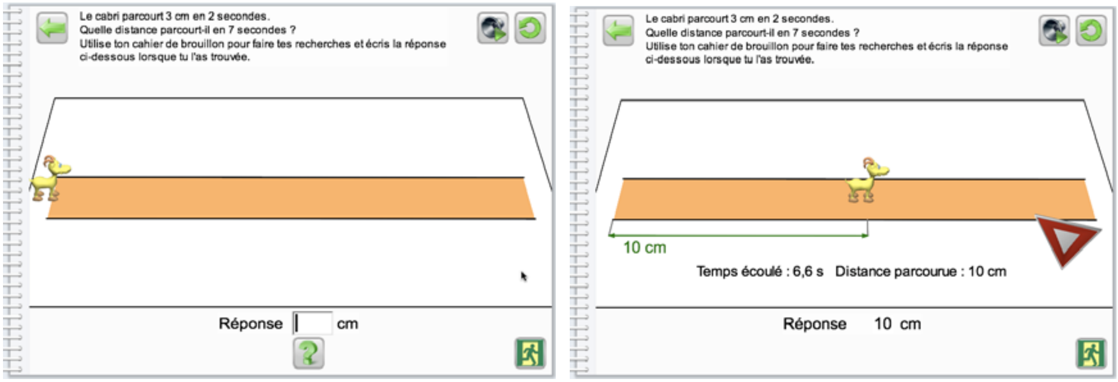

Fig. 15 – Problème et renvoi à l'élève de l'effet de sa réponse dans la situation

Le cahier ne permet pas à l'élève de proposer une seconde réponse qu'il pourrait trouver par essais erreurs successifs mais lui demande de calculer une distance pour une autre durée avec la même vitesse. Des données supplémentaires peuvent être ainsi recueillies par l'élève et peuvent lui permettre de mieux cerner la relation entre temps passé et distance parcourue.

Les ressources peuvent apporter des éléments d'information pour que l'élève puisse valider ou invalider sa réponse. Elles modifient ainsi les relations de l'élève aux objets du milieu. Dans le cahier « Les boîtes noires : des carrés et des cercles » destiné à des élèves de 9-11 ans, il s'agit de reproduire la figure (Fig. 16) formée d'un carré et d'un cercle tels que le centre du carré est sur le cercle et le centre du cercle est un sommet du carré. Si l'élève se trompe, et ne prend pas en compte l'une des relations ou les deux relations entre carré et cercle, dans le déplacement, il obtiendra à l'évidence que la figure ne ressemble plus au modèle. Mais comme dit plus haut, le déplacement n'est pas spontané pour l'élève. Après un certain temps, l'élève obtient une aide lui disant d'ajuster sa figure au modèle. En faisant ainsi, l'élève déplace sa figure et peut constater si l'ensemble carré et disque se disloque dans le déplacement (Fig. 17) ou si l'ensemble formé du carré et du disque ne garde pas la même forme, le carré changeant de taille (Fig. 18).

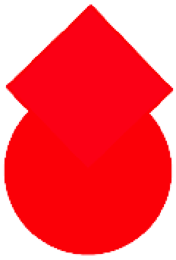

Fig. 16 – Figure à reproduire

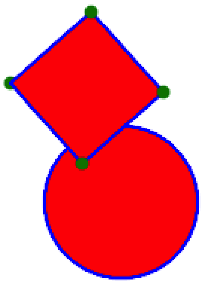

Fig. 17 – L'ensemble se disloque

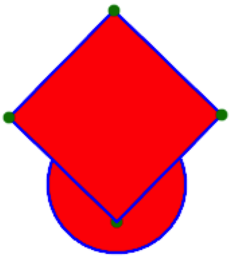

Fig. 18 – Le carré devient trop grand

Ces deux exemples montrent des rétroactions des ressources visant à produire une expansion du milieu (Assude, Mercier et Sensévy, *ibid*) en apportant des informations sur les objets.

La voix du professeur est aussi présente dans des évaluations en correct/incorrect mais ne donnant pas la réponse afin que l'élève continue à chercher une solution correcte.

V - CONCLUSION

L'analyse en termes de milieux et de genèse instrumentale permet d'identifier une évolution analogue des environnements informatiques à celle des recherches en didactique. Alors que les micromondes se situent dans une perspective constructiviste centrée sur l'interaction entre environnement et élève, une nouvelle génération de ressources essaie de prendre en compte aussi la voix du professeur en couplant la dimension micromonde à la présence de rétroactions didactiques.

Les recherches en didactique ont commencé par porter leur attention sur les relations élève situation de façon quasi isolée de l'enseignant et ce n'est que dans un second temps, qu'elles ont pris en compte le rôle du professeur dans la relation didactique. On peut penser que ce parallèle n'est pas le fruit du hasard mais que les recherches en didactique ne sont pas sans incidence sur la conception des environnements informatiques d'apprentissage, répondant ainsi aux souhaits de Artigue et Gueudet (2008) appelant au besoin de prise en compte des concepts et outils de la didactique pour la conception d'une nouvelle génération de ressources informatiques.

BIBLIOGRAPHIE

ACOSTA M. (2008) *Démarche expérimentale, validation et ostensifs informatisés*, Saint-Denis: France Editions Edilivre.

ARTIGUE M. GUEUDET G. (2008) *Ressources en ligne et enseignement des mathématiques*. http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/UE2008/actes/Ressources_en_ligne_confUE-MAGG_2008.doc.

ASSUDE G., SENSÉVY & MERCIER A. (2007) L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques.* Vol. **27- 2**, 221-252.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Edition.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, In: *Annales de didactique et sciences cognitives*, 5-53, Strasbourg, France : IREM, Université Louis Pasteur.

MITHALAL J. (2010) *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle.* Thèse de l'Université Grenoble 1.

PAPERT G. (1980) Computer-based microworlds as incubators for powerful ideas. In R. Taylor (Ed.), *The computer in the school: Tutor, tool, tutee* (pp. 203–210). New York: Teacher's College Press.

RABARDEL P. (1995) *Les Hommes et les Technologies*. Armand Colin Editeur, Paris.

RESTREPO A. (2008) *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème.* Thèse Université Grenoble 1.

ROLET C. (1999) Cabri-géomètre, instrument dans la formation des professeurs d'Ecole. *Actes de la Xe Ecole d'été de Didactique des Mathématiques*, 315-320.

TAPAN S. (2006) *Différents types de savoirs mis en œuvre dans la formation initiale d'enseignants de mathématiques à l'intégration de technologies de géométrie dynamique.* Thèse Université Grenoble 1.