

22-23-24
JUIN 2011

Actes

XXXVIII^{ème} Colloque COPIRELEM

des formateurs de Mathématiques chargés de la formation des maîtres

Faire des mathématiques à l'école :
de l'activité de l'élève à la formation des enseignants

DIJON Site IUFM



SOMMAIRE

PRÉSENTATION

Remerciements	3
Comité scientifique	4
Comité d'organisation	4
Bilan scientifique	5
Présentation des actes	6
La COPIRELEM	7

CONFÉRENCES

B. SUCHAUT : Les compétences mathématiques de l'élève à l'école primaire : comment se construisent-elles en lien avec les autres domaines d'acquisition de connaissances ?.....	11
C. LABORDE : Milieu et genèse instrumentale comme outils d'analyse de l'activité de l'élève en environnement informatique.	24
J. PROULX : L'enseignant et ses mathématiques : repenser les pratiques de formation des enseignants en fonction des mathématiques vécues au quotidien de la classe.	33

POINT D'ACTUALITÉ

C. HOUEMENT : Une année de masterisation : et après ?	56
--	----

ATELIERS

A1 : R. CABASSUT : Des vidéos sur l'enseignement de la modélisation en CP et CM1 : de l'activité de l'élève à la formation	65
A2 : L. BUENO-RAVEL, G. LE POCHÉ : Situations de « référence » pour enseigner le numérique au cycle 2	66
A3 : A. BATTON : Des cahiers d'élèves pour analyser la pratique du maître et questionner la formation	67
A4 : P. EYSSERIC : De l'analyse mathématique de jeux traditionnels à la conception de situation d'apprentissage pour l'école primaire	68
A5 : A. BRACONNE-MICHOUX, H. ZUCCHETTA : Intérêts et limites pour la formation d'une situation d'homologie : situation de communication sur un solide	69

B1 : F. BOULE : Évaluation diagnostique pour ASH et aide individuelle	70
B2 : V. HENRY, P. LAMBRECHT : « Math & Manips : introduction de manipulations dans les classes pour favoriser la construction des apprentissages	71
B3 : C. CHOQUET : Construction d'un outil de formation des professeurs des écoles à partir de l'analyse d'une séance autour d'un « problème ouvert » au cycle 3....	72
B5 : E. MOUNIER, N. PFAFF : Quoi de neuf dans la numération au C.P. ?	73

COMMUNICATIONS

C1 : C. ALLARD-BAYNAUD : Apprends ta leçon ! oui mais, quelle leçon ? Les cahiers des leçons : étude des institutionnalisations écrites en primaire.	75
C2 : C. DEL NOTATO : Le jeu de tâches, une interaction de connaissances entre expérimentateur et élèves permettant de cerner les connaissances spécifiques engagées par des élèves de 11-12 ans, autour des relations de divisibilité	76
C3 : M. FÉNICHEL et M. S. MAZOLLIER : Présentation de l'outil multimédia « Enseigner les mathématiques en maternelle – quantités et nombres en images »	77
C4 : Y. MATHERON : L'exemple du raisonnement par analyse et synthèse en tant que connaissance mathématique nécessaire pour enseigner la géométrie à l'école élémentaire.	78
C6 : N. SAYAC : Un outil pour analyser les résultats aux évaluations mathématiques de fin d'école : conception et utilisation en formation.	79
C7 : Groupe ERMEL : J. DOUAIRE & F. EMPRIN : Apprentissages géométriques au cycle 2 et formation des enseignants	80
D1 : V. BAGOU : Calcul et numération décimale de position : retour sur une action de formation continue de PE en cours, dans le cadre des animations pédagogiques de circonscription	81
D3 : J. P. LEVAIN : Parcours de formation et niveaux de conceptualisation de la proportionnalité chez les étudiants PE1 vs m1	82
D4 : O. MARTINELLI : Sémiotique peircienne et apprentissages numériques à l'école.	83
D6 : J. F. GRELIER : Le livre du robot peut-il être réellement écrit par des élèves de CP ?	84

REMERCIEMENTS

La tenue et la réussite de ce colloque n'auraient pu être possibles sans la participation et le soutien de nombreux acteurs, organismes et institutions. Ils méritent tous d'être encore une fois pleinement remerciés.

En tout premier lieu, un grand merci à l'IREM de Dijon, à ses bénévoles, à sa directrice Catherine Labruère-Chazal, pour son implication, son soutien efficace et l'intérêt personnel qu'elle a constamment manifesté, ainsi qu'à l'ensemble du comité d'organisation et en son sein un tout grand merci à Marie-Noëlle Racine et Françoise Besse qui ont assuré, et comment !, une grande part de la préparation de cette édition.

Le bon déroulement de ce 38^e colloque doit beaucoup à l'IUFM de Bourgogne qui, en nous accueillant sur son site de Dijon, a été plus qu'un soutien et un partenaire. Un merci chaleureux, amical et reconnaissant à sa directrice Sophie Genelot, et au travers elle, à tous les services et à tous les personnels de l'IUFM qui se sont mobilisés avec gentillesse, dévouement et professionnalisme. Leur disponibilité, la qualité de leur accueil et leur capacité à résoudre avec le sourire les « petits problèmes » et aléas de dernière minute ont grandement contribué à la convivialité de ces belles journées.

Plus largement, c'est l'ensemble de nos partenaires qui, par leur soutien et leur confiance, ont permis la réalisation de cette manifestation. Tous nos remerciements à la Ville de Dijon, à la Région Bourgogne, à l'ADIREM, à l'Université de Bourgogne, à la MAIF et à la CASDEN.



Les retours très positifs reçus, c'est à vous tous, conférenciers, animateurs, communicants, participants qu'ils s'adressent. La réussite du colloque, c'est avant tout la qualité de vos interventions et la diversité des échanges. Un merci à chacun ; et en amont un merci tout spécifique au comité scientifique et à sa présidente Cécile Ouvrier-Buffet, dont le travail rigoureux et exigeant a été déterminant dans la richesse des contributions.

Last but not least, un merci ému à tous les membres présents et passés de la COPIRELEM. L'expérience collégialement acquise et généreusement transmise depuis tant d'années nous a grandement facilité le travail d'organisation. Qu'il en soit de même pour l'équipe de l'IREM de Brest et de l'IUFM de Bretagne ! Merci à elle d'avoir repris le flambeau et de nous accueillir à Quimper lors de la prochaine édition.

Bonne lecture des actes.

Pascal GRISONI

COMITE SCIENTIFIQUE

Cécile OUVRIER-BUFFET, Maître de Conférences, Laboratoire André Revuz (LDAR), Université Paris Est Créteil, IUFM de Créteil, COPIRELEM Présidente du comité scientifique.

François BOULE, Maître de Conférences honoraire, (INSHEA de Suresnes).

Sylvie COPPÉ, Maître de Conférences, UFM de Lyon, Université Claude Bernard.

Pierre DANOS, Formateur, IUFM Midi-Pyrénées, Université Toulouse II Le Mirail, COPIRELEM.

Pascal GRISONI, Formateur, IUFM de Bourgogne, Université de Bourgogne, IREM de Dijon, COPIRELEM.

Magali HERSANT, Maître de Conférences, IUFM des Pays de la Loire, CREN Université de Nantes, COPIRELEM.

Catherine HOUEMENT, Maître de Conférences, Laboratoire André Revuz (LDAR), IUFM de l'Université de Rouen, COPIRELEM.

Christine MANGIANTE, Maître de Conférences, IUFM Nord Pas de Calais, Université d'Artois, COPIRELEM.

Catherine TAVEAU, Formatrice, IUFM d'Aquitaine, Université de Bordeaux IV, COPIRELEM.

COMITE D'ORGANISATION

Pascal GRISONI, Formateur, IUFM de Bourgogne, Université de Bourgogne, COPIRELEM

Catherine LABRUÈRE-CHAZAL, Directrice de l'IREM de Dijon, Maître de Conférences, Université de Bourgogne

Françoise BESSE, Secrétariat, IREM de Dijon,

Marie-Noëlle RACINE, Animatrice, IREM de Dijon

Nicole BONNET, IREM de Dijon, IUFM de Bourgogne, Université de Bourgogne.

Frédéric METIN, IREM de Dijon, IUFM de Bourgogne, Université de Bourgogne.

BILAN SCIENTIFIQUE

Le thème du colloque de cette année « *Faire des mathématiques à l'école : de l'activité de l'élève à la formation des enseignants* » se voulait de recentrer les échanges et discussions sur « l'activité de l'élève ». Cette expression est à comprendre dans une acception large, élève générique ou non, élève de primaire voire de début de collège.

La conférence d'ouverture de Bruno Suchaut (IREDU – CNRS, Université de Bourgogne) sur la construction des compétences mathématiques des élèves en lien avec les autres domaines d'acquisition de connaissances nous propose une cartographie des acquisitions des élèves qui se veut prédictive. Elle met par ailleurs en évidence des variables latentes.

Colette Laborde (Université Joseph Fourier, IUFM de Grenoble), dans la deuxième conférence, présente des cadres théoriques interprétatifs pour l'activité de l'élève dans le cadre des environnements informatiques. Son texte ouvre également la discussion sur l'usage de ressources et sur ce que représente la double genèse instrumentale pour l'enseignant lorsque celui-ci utilise de tels environnements en classe.

La conférence de clôture de Jérôme Proulx (Université du Québec à Montréal, GREFEM) nous permet de placer la formation mathématique pour les professeurs des écoles au cœur de l'évolution du dispositif de formation actuelle.

Catherine Houdement (LDAR, Université Paris Diderot et Université de Rouen, IUFM) prolonge la discussion dans la conférence-débat qui a fait l'objet de la plage « Points d'actualité » de cette année, en traitant de l'évolution de la posture des formateurs et des enseignants en ces temps de réformes et masterisation : où en sommes-nous aujourd'hui ?

Ces trois conférences, ainsi que la conférence-débat, sont consignées intégralement dans la brochure des actes.

Les contenus des ateliers et communications sont présentés sous forme de fiches d'une page dans ce document, de même que les pistes d'exploitation possibles ; les versions intégrales des textes se trouvent dans le CD-Rom. Rappelons que les ateliers ont proposé aux participants une réflexion initialisée par l'animateur à partir d'un exposé de travaux ou de questionnements ; les communications ont traité, selon l'auteur, de situations de classe, de pratiques et/ou parcours de formation, de recherches universitaires, achevées ou en cours. Dans les deux cas, de nombreux thèmes ont été explorés, tant du côté de l'élève (dispositifs particuliers, analyses de situations, prise en compte de publics spécifiques etc.) que du côté de la formation (analyse de vidéos, de cahiers d'élèves ; situations d'homologie ; situations de référence ; outils théoriques, etc.).

Nous remercions les auteurs des textes reprenant les travaux des ateliers et les communications : ils contribuent ainsi à la pérennisation des travaux du colloque et ont pris en compte les demandes de réécritures formulées par le Comité Scientifique. En effet, les ateliers et communications, de même que les textes qui en découlent, ont fait l'objet d'une sélection par le Comité Scientifique. Ces actes résultent d'un travail de relectures attentives et exigeantes des membres du Comité Scientifique et de réécritures des auteurs. Je remercie donc ici tout particulièrement les membres du Comité pour leur engagement dans ce travail, ainsi que les auteurs.

Au nom du Comité Scientifique, je souhaite également sincèrement remercier le Comité d'Organisation du colloque, l'IREM de Dijon, l'IUFM de Bourgogne, et l'ensemble des membres de la COPIRELEM. Tous ont joué un rôle essentiel dans la réussite de ce colloque.

Il est vrai que l'étude de l'activité de l'élève et de la formation des enseignants demeure de vastes thèmes, tout comme l'étude des liens qu'ils entretiennent. Étant donné la richesse du sujet abordé cette année, nous vous donnons rendez-vous à Quimper en 2012 pour en prolonger l'étude.

Cécile Ouvrier-Bufferet
Présidente du Comité Scientifique

PRÉSENTATION DES ACTES

Les actes se présentent sous la forme d'une brochure accompagnée d'un cédérom.

La brochure contient les textes intégraux des trois conférences et un résumé de chacun des ateliers et des communications présentés lors de ce colloque.

Les comptes rendus complets des ateliers et des communications sont disponibles dans le cédérom.

CONTENU DU CÉDÉROM

- Texte intégral des conférences.
- Comptes rendus détaillés des ateliers A et B.
- Comptes rendus détaillés des communications C et D.

BONUS

- Liste des participants avec leur adresse électronique.

LA COPIRELEM



Responsables 2011/2012

Pierre DANOS

Catherine TAVEAU

La COPIRELEM, Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Élémentaire est constituée d'une vingtaine de membres issus, en 2011-2012, de 16 académies différentes. La plupart d'entre eux sont chargés de la formation mathématique des professeurs d'école en IUFM.

SES MISSIONS

Depuis sa création (en 1975), la COPIRELEM a pour double mission :

- d'une part, de regrouper et centraliser les travaux des différents groupes élémentaires des IREM sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et sur la formation initiale et continue en mathématiques des enseignants du premier degré ;
- d'autre part, d'impulser des recherches sur les points sensibles ou contingents liés aux changements institutionnels (programmes, organisation de l'école, formation initiale, etc....)

SES ACTIONS

Répondant à ses missions, elle s'intéresse simultanément à **l'enseignement des mathématiques à l'école primaire** et à la **formation des professeurs d'école**. Elle se réunit cinq fois par an pour mettre en œuvre et coordonner ses différentes actions :

➤ **Un colloque annuel**

Regroupant de **120 à 180 participants** (professeurs d'école, formateurs et chercheurs), ces colloques permettent, depuis 1975, la diffusion des recherches en didactique des mathématiques, en France et à l'étranger.

Les derniers ont eu lieu à Dijon (2011), La Grande Motte (2010), Auch (2009), Bordeaux (2008), Troyes (2007), Dourdan (2006), Strasbourg (2005), Foix (2004), Avignon (2003). Le prochain se tiendra en Bretagne en juin 2012.

Les actes en sont publiés chaque année par l'IREM de l'académie d'accueil.

➤ **Un séminaire de formation**

Il a accueilli entre 30 et 50 **nouveaux formateurs en mathématiques des professeurs d'école** en IUFM. Les comptes-rendus de ses conférences, communications et ateliers sont **publiés dans « Les cahiers du formateur »** (neuf volumes déjà parus).

➤ Des publications

La COPIRELEM publie, seule ou avec d'autres instances (Commission Premier Cycle des IREM, APMEP, ...) des **documents destinés aux enseignants et/ou aux formateurs**. En plus de la publication annuelle des Actes de son colloque et de son séminaire (voir ci-dessus), elle publie chaque année les **Annales du Concours Externe de Recrutement des Professeurs d'École**, avec l'intégralité des sujets de l'année et des corrigés détaillés assortis de compléments utiles à la formation en mathématique et en didactique des futurs professeurs d'école.

En 2003, la COPIRELEM a publié « **Concertum** », **ouvrage de référence** pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques. Pour faciliter sa diffusion lors des colloques internationaux, une version réduite est parue **en espagnol et en anglais**.

➤ Des collaborations avec le Ministère de l'Éducation Nationale

Par la présence d'un de ses membres à la commission mathématique du CNP, la Copirelem a apporté sa **contribution à l'élaboration des nouveaux programmes** de mathématiques pour l'école primaire ainsi qu'à la rédaction de leurs documents d'accompagnement.

Dès 2002, elle a été une force de proposition auprès du ministère pour la définition du contenu du **programme national pour le concours de recrutement des professeurs d'école** qui a été publié en mai 2005. La Copirelem a diffusé dès juillet 2005 des **propositions d'exercices** correspondant à ce nouveau programme et quatre de ses membres participent à la commission chargée d'élaborer les **sujets nationaux du CRPE**.

Depuis novembre 2008, elle s'est engagée dans une réflexion concernant les **épreuves du nouveau concours pour le recrutement des professeurs d'école** publié en septembre 2008.

La Copirelem a également travaillé avec l'Inspection Générale de l'Enseignement Primaire : quatre de ses membres ont été sollicités pour la préparation d'un **séminaire national de pilotage** sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et pour l'animation d'ateliers au cours de ce séminaire qui a eu lieu à Paris en novembre 2007.

Au cours de ces dernières années, la Copirelem, est intervenue au SIEC, lors du séminaire national de formation des futurs jurys d'oraux du CRPE (octobre 2010) et à l'ESEN lors des stages nationaux de formation des IEN (octobre 2010, janvier 2011 et janvier 2012).

SES PUBLICATIONS

➤ Les documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques : Cahors 91/ Pau 92/ Colmar 93/ Angers 95/ Rennes 96/ Besançon 97.

➤ *Les Cahiers du formateur* (de professeurs d'école en didactique des mathématiques) : Perpignan 97/ Tarbes 98/ Aix 99/ Agen 2000/ Nancy 2001 / Pau 2002/ Avignon 2003 / Draguignan 2004 / Blois 2005 / Istres 2007.

➤ *Les actes des colloques annuels de la COPIRELEM* (depuis 1990) : Paris 90 / Nice-Besançon 91/92 / Auxois 93 / Chantilly 94 / Douai 95/ Montpellier 96/ St Etienne 97 / Loctudy 98 / Limoges 99 / Chamonix 2000 / Tours 2001 / La Roche s/Yon 2002 / Avignon 2003 / Foix 2004 / Strasbourg 2005 / Dourdan 2006 / Troyes 2007 / Bombannes 2008 / Auch 2009 / La Grande Motte 2010.

- *CONCERTUM : Carnet de route de la COPIRELEM* (édité par l'ARPEME).
Sélection de travaux qui résume l'activité de la COPIRELEM depuis 10 années :
 1. Apprentissage de diversité (371 pages).
 2. Démarches et savoirs à enseigner (415 pages).
 3. Outils de formation (219 pages).

SES AUTRES TRAVAUX ET PROJETS

- La COPIRELEM collabore avec la **revue « Grand N »** publiée par l'IREM de Grenoble et destinée aux enseignants du primaire.
- La COPIRELEM, par ses discussions avec l'équipe Sésamath-Mathenpoche, participe au développement de **ressources en ligne** pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.
- La COPIRELEM poursuit sa réflexion générale sur la nature des **mathématiques que l'on doit enseigner à l'école primaire** et les moyens dont on dispose pour le faire. Travaillant plus particulièrement sur **le calcul mental** dans l'enseignement, elle prépare des documents destinés à faciliter la compréhension, l'appropriation et la mise en œuvre des programmes actuels, parus en 2008. Une première **publication, à l'usage des enseignants**, est prévue prochainement. Elle devrait être complétée d'une seconde brochure à l'usage des formateurs (IEN, CPC, ...).

CONFÉRENCES



LES COMPETENCES MATHÉMATIQUES DE L'ÉLÈVE À L'ÉCOLE PRIMAIRE

COMMENT SE CONSTRUISENT-ELLES EN LIEN AVEC LES AUTRES DOMAINES D'ACQUISITION DE CONNAISSANCES ?

Bruno SUCHAUT

IREDU – CNRS et Université de Bourgogne
bruno.suchaut@u-bourgogne.fr

Résumé

Il est fréquent d'insister sur les difficultés que peuvent rencontrer les élèves français dans le domaine de la langue, mais les évaluations internationales et nationales mettent aussi en évidence une situation comparable en mathématiques avec une proportion d'élèves importante qui ne maîtrisent pas les acquis de base en fin d'école primaire. Un programme de recherche récent cherche à mieux comprendre l'origine de ces difficultés en identifiant le rôle central de certaines compétences dans les processus d'apprentissage et leur évolution. Les premiers résultats de ces recherches mettent l'accent sur l'importance des habiletés en calcul mental qui apparaissent comme très prédictives de la réussite ultérieure dans d'autres champs comme celui de la compréhension. Dès l'école maternelle, les acquisitions réalisées dans le domaine numérique sont elles-aussi de bons prédicteurs du niveau moyen des élèves à l'issue de la scolarité élémentaire. Les travaux mettent aussi en évidence le lien entre les compétences en mathématiques et certaines capacités cognitives des jeunes élèves, celles-ci jouant également un rôle important dans les processus d'apprentissage. Une connaissance fine des mécanismes de progression des élèves dans le temps et de l'articulation des différentes compétences peut contribuer à fournir des pistes pertinentes pour la politique éducative et plus spécifiquement sur les compétences qui pourraient davantage ciblées dans les pratiques pédagogiques pour permettre aux élèves les moins armés sur le plan cognitif et les plus défavorisés sur le plan social de compenser leur désavantage.

I - INTRODUCTION

Ce texte se centre sur les compétences mobilisées par les élèves au cours de l'école élémentaire dans le domaine des mathématiques. Il s'agit d'étudier la place de ces compétences dans les apprentissages des élèves et leur évolution au cours de la scolarité. Plusieurs aspects seront abordés pour traiter ce questionnement général. Il s'agira en premier lieu d'identifier de manière empirique les compétences relevant du domaine des mathématiques. En second lieu, les liens que les compétences en mathématiques entretiennent avec celles de la maîtrise de la langue seront mises à jour, commentées et interprétées. Ceci permettra de repérer les compétences de mathématiques les plus prédictives du niveau d'acquisition global des élèves à l'entrée au cycle III. Une perspective dynamique sera ensuite mobilisée pour tenter de répondre à la question suivante : dans quelle mesure la maîtrise de certaines compétences de mathématiques détermine la réussite globale ultérieure, soit à l'entrée au collège ?

Notre démonstration se base sur l'analyse des résultats des élèves à des épreuves d'évaluation provenant de deux cohortes. La première cohorte (environ 700 élèves d'une circonscription départementale) mobilise les évaluations nationales de CE2 et de 6ème ainsi que des épreuves d'acquisitions en fin de 5ème. La seconde cohorte est celle du panel 1997 (environ 9500 élèves entrés au CP en 1997) suivi de l'entrée au CP à l'entrée au collège. Nous disposons pour ce deuxième échantillon des résultats à des évaluations de début CP et des résultats aux épreuves nationales (CE2 et 6ème). Le premier échantillon a servi de base à une étude sur les compétences des élèves et leur évolution

(Morlaix & Suchaut, 2007) et les analyses ont été répliquées sur l'échantillon du panel 1997 qui présente toutes les conditions de robustesse en matière d'échantillonnage statistique. La comparaison entre les deux échantillons a été rendue possible car il s'agit dans les deux cas des mêmes épreuves nationales : septembre 1999 pour le CE2 et septembre 2002 pour l'entrée en 6^{ème}. Parallèlement aux résultats des évaluations, des informations sur les caractéristiques socio-démographiques des élèves ont été relevées, ainsi que les performances en capacités cognitives sur un sous-échantillon d'élèves de la première cohorte.

II - COMMENT IDENTIFIER LES COMPÉTENCES ?

Les évaluations nationales visent à évaluer un large ensemble de compétences dans une perspective diagnostique, celles-ci étant définies par les commissions chargées de l'élaboration des épreuves. Les évaluations de CE2 de septembre 1999, qui seront particulièrement ciblées dans ce texte, comportent 7 champs de compétences : compréhension (41 items), outils de la langue (40 items), production d'écrits (10 items) pour le français ; travaux géométriques (17 items), mesure (32 items), travaux numériques (32 items), et résolution de problèmes (9 items) pour les mathématiques. Les 91 items de français se répartissent dans 18 exercices et les 80 items de mathématiques se partagent entre 27 exercices. Au total, ces épreuves rassemblent 171 items regroupés en 15 compétences de français et 27 de mathématiques, chacune de ces compétences correspond dans la grande majorité des cas à un exercice du cahier d'évaluation. Pour le domaine des mathématiques, la liste des compétences figure dans le tableau 1 en page suivante.

L'exploitation des résultats aux évaluations nationales pose de réels problèmes lorsque l'on souhaite travailler finement sur la structure des apprentissages des élèves. La première difficulté concerne l'échelle de mesure utilisée. Cette échelle est très variable selon le nombre d'items retenus pour mesurer chacune des compétences. Par exemple, la compétence « *effectuer des additions* » est évaluée par 7 items alors que la compétence « *construire une figure simple sur un quadrillage* » ne concerne qu'un seul item. Selon le cas, la graduation de la réussite est donc très fluctuante d'une compétence à l'autre, allant de la simple dichotomie échec / réussite à une échelle graduée en différents scores. Une seconde difficulté est relative au seuil de maîtrise de la compétence. L'usage veut que l'on fixe ce seuil de réussite (commun à toutes les compétences) à 75%, mais les dissymétries entre les différentes échelles rendent cette solution imparfaite, notamment pour les compétences qui comportent très peu d'items.

Se repérer et se déplacer dans un quadrillage	Résoudre un problème faisant intervenir une grandeur
Utiliser les instruments de dessin pour achever un tracé	Choisir l'unité la mieux adaptée à un mesurage
Construire une figure simple sur un quadrillage en utilisant des propriétés de la figure	Effectuer des additions, posées, en ligne ou à poser
Compléter par pliage (symétrie) une figure dessinée sur un quadrillage	Calculer des produits et des différences (calcul exact ou approché)
Associer une figure à une description	Calculer mentalement (calcul exact ou approché)
Compléter un plan à partir de consignes	Transcrire en lettres des nombres écrits en chiffres et inversement
Se repérer dans l'espace	Ranger des nombres
Tracer une figure à partir de consignes	Comparer des nombres donnés sous formes diverses
Se repérer dans la journée	Lire et/ou remplir un tableau à double entrée
Mesurer ou tracer un segment de longueur donnée	Exploiter un document « brut »
Ranger des longueurs	Résoudre un problème à une opération
Associer une unité usuelle à une grandeur	Résoudre une situation de partage ou de groupement
Utiliser le calendrier	Effectuer un choix et en formuler la justification
Comparer des distances	

Tableau 1 : Liste des compétences de mathématiques des épreuves de CE2 (1999)

Une troisième difficulté n'est pas de nature méthodologique mais relève plutôt du domaine théorique. On peut en effet s'interroger sur la définition même des compétences et la capacité que peut avoir un item à évaluer réellement la compétence visée. De nombreux exemples pourraient être mobilisés pour justifier cette remarque. À titre d'illustration, l'exercice suivant, qui rend compte de la compétence « résoudre un problème à une opération », reflète une situation observée fréquemment au fil des exercices figurant dans les épreuves.

Exercice 25

a. Un automobiliste part de Nantes et va à Marseille. Il parcourt d'abord 518 kilomètres. Il lui reste 316 kilomètres à faire.

Quelle est la distance entre Nantes et Marseille ?

Exercice 1

Pour réussir cet exercice, l'élève doit être capable de réaliser correctement plusieurs tâches cognitives. L'élève doit évidemment être dans la mesure de lire l'énoncé, puis de comprendre la question posée. Il doit ensuite identifier l'opération nécessaire pour répondre à cette question et l'effectuer sans erreur. On comprend bien que la réussite à cet exercice nécessite des compétences relatives à la lecture, à la compréhension et aux techniques opératoires. Cet exemple, volontairement réducteur, n'est pas isolé car il existe dans les évaluations nationales de nombreux exercices pour lesquels la compétence ciblée ne recouvre que partiellement les compétences effectivement mobilisées par les élèves pour réaliser la tâche demandée. Cela n'est pas anodin dans la mesure où cette constatation a intérêt pédagogique en matière de remédiation. L'enseignant doit en effet pouvoir identifier correctement les lacunes des élèves et ne pas se tromper de cible. On doit néanmoins reconnaître la difficulté à saisir concrètement la notion de compétence dans le domaine de l'éducation (Crahay, 2006). Même si, d'un point de vue théorique, les auteurs s'accordent sur une définition (une compétence renverrait à un ensemble intégré de connaissances susceptibles d'être mobilisées pour accomplir des tâches), la question de la mesure demeure.

En outre, l'approche institutionnelle donne une image statique de la compétence dans la mesure où on se limite à une catégorisation par domaine d'acquisition et par discipline et ne permet pas de prendre en compte la dimension transversale des acquis des élèves. Or, il existe, de fait des liens entre les apprentissages, ceux-ci se construisant en interdépendance. L'examen des corrélations entre les résultats des élèves dans les différentes compétences des évaluations de CE2 montre que certaines compétences de mathématiques affichent des corrélations élevées avec des compétences de français (tableau 2). Il est intéressant de noter que certaines compétences apparaissent plusieurs fois dans cette sélection, c'est le cas de « calculer mentalement » qui entretient 4 liaisons fortes avec des compétences de français variées ; c'est également le cas pour « écrire sous la dictée... » qui est fortement corrélée avec 3 compétences de mathématiques.

À l'inverse, certaines compétences de mathématiques n'entretiennent aucun lien statistique entre elles comme « associer une unité usuelle à une grandeur » et « lire et/ou remplir un tableau à double entrée », ou entre « utiliser les instruments de dessin pour achever un tracé » et « résoudre un problème faisant intervenir une grandeur », ou encore entre « se repérer dans l'espace » et « lire et/ou remplir un tableau à double entrée ».

Compétences de mathématiques et de français	Coefficient de corrélation
Calculer mentalement Ecrire sous la dictée des mots courants, de petites phrases ou de petits textes	+0,41 ***
Résoudre un problème à une opération Ecrire sous la dictée des mots courants, de petites phrases ou de petits textes	+0,38 ***
Calculer mentalement Reconstituer la chronologie des évènements dans des textes de statuts variés	+0,36 ***
Effectuer des additions, posées, en ligne ou à poser Ecrire sous la dictée des mots courants, de petites phrases ou de petits textes	+0,36 ***
Résoudre un problème à une opération Reconstituer la chronologie des évènements dans des textes de statuts variés	+0,35 ***
Calculer mentalement Comprendre un texte et montrer qu'on l'a compris	+0,35 ***
Calculer mentalement Identifier certains aspects d'un texte	+0,35 ***

*** : significatif au seuil de 1%

Tableau 2 : Corrélations les plus fortes ($r \geq +0,35$) entre compétences de mathématiques et de français au CE2

Afin de dépasser les problèmes méthodologiques relatifs à la mesure des compétences et de définir celles-ci de manière plus précise et objective, nous nous proposons de nous référer à la plus petite unité présente dans les épreuves d'évaluation, à savoir l'item. Notre travail s'inspire globalement des procédures utilisées pour les validations empiriques a posteriori des épreuves d'évaluation (De Ketele & Gérard, 2005). La démarche méthodologique adoptée permet d'appréhender les apprentissages des élèves de façon plus précise et plus dynamique en centrant l'analyse sur les items et non sur les compétences définies préalablement dans les épreuves. Même si cette approche comporte elle aussi des limites, notamment quant au degré de difficulté des items (Demeuse & Henry, 2004), elle présente des avantages certains.

D'un point de vue concret, cette approche permet d'utiliser une échelle de mesure commune puisque tous les items présentent le même barème de cotation : 0 pour une réponse erronée, 1 pour la réponse attendue. La question du seuil de réussite mentionnée auparavant ne se pose plus, puisque ce seuil est défini objectivement par la réussite ou l'échec, sans possibilité de situations intermédiaires¹. Le point de départ de notre démarche est la production d'une matrice de corrélations qui intègre tous les items des épreuves (soit 171 items de français et de mathématiques pour les épreuves de CE2). Compte tenu du nombre très important de corrélations (14535 coefficients de corrélation), seules celles supérieures à

¹ On mentionnera que cette dichotomie (échec/réussite) n'est pas adaptée à une interprétation diagnostique des évaluations nationales et que les barèmes de cotation de certains items comportent à l'origine d'autres paliers qui permettent une analyse des erreurs des élèves.

+0,20, soit 317² ont été retenues. Si une bonne partie des corrélations (57% d'entre elles) se rapporte à des items appartenant à un même exercice et 86% à la même discipline, un nombre non négligeable de corrélations concerne des items provenant d'exercices différents.

Une phase préparatoire consiste à étudier individuellement chaque corrélation et à dresser ainsi une cartographie de l'ensemble des situations présentes. Le principe de cette étape préalable est d'identifier des blocs de relations au sein desquelles on retrouve le plus souvent les mêmes items. Cette procédure revêt, de fait, un caractère systématique puisque, pour chaque item, on identifie tous les autres items qui lui sont associés dans les corrélations. Au terme de cette phase, on aboutit à des groupements d'items fortement corrélés entre eux. Au niveau du CE2, 29 blocs d'items ont été identifiés (Morlaix & Suchaut, 2007). L'étape suivante consiste à étudier chacun des blocs de corrélations entre items. Il s'agit de tester statistiquement la pertinence des regroupements des liaisons entre les items d'un même groupe. Pour cela nous allons mobiliser une méthode statistique, l'analyse en variables latentes (Aish-Van Vaerenbergh, 1997), qui doit permettre d'identifier, pour chaque regroupement d'items, une ou plusieurs compétences qui vont rendre compte des relations observées. Du point de vue technique, on estime des modèles de mesure à l'aide du logiciel LISREL³ de façon à mettre à jour des variables latentes pouvant être interprétées comme des compétences, des aptitudes ou des capacités mobilisées par les élèves dans les évaluations nationales. Il s'agit donc, soit de valider chacun des blocs de relations en identifiant une compétence qui résume l'ensemble des relations considérées, soit de proposer une réorganisation des relations entre items en dégagant plusieurs compétences pour un même bloc relationnel. On doit ainsi obtenir au terme de cette première phase un ensemble de compétences qui structurent les résultats des élèves au CE2.

Un exemple peut permettre d'illustrer de comprendre notre démarche statistique (graphique 1). Il s'agit de l'analyse d'un regroupement de 7 items corrélés entre eux : 3 items de mathématiques d'un même exercice (items 36, 38 et 39) qui visent la compétence « *choisir l'unité de temps la mieux adaptée* », 2 items de mathématiques (items 19 et 20) qui concernent le repérage dans le temps (« *se repérer dans la journée d'après un emploi du temps* »), un item de mathématiques (item 31) se référant à la compétence « *utiliser un calendrier* » et un item de français (item 5) visant la compétence « *savoir appliquer les consignes courantes du travail scolaire*⁴ ». L'analyse statistique permet d'identifier une première compétence (comp35) qui se matérialise par les items 36, 38 et 39 de mathématiques. Une deuxième compétence (comp36) réunit l'item 5 de français et l'item 31 de mathématiques. Enfin, une troisième variable latente (comp37) rend compte d'une compétence réunissant les items 19 et 20 de mathématiques.

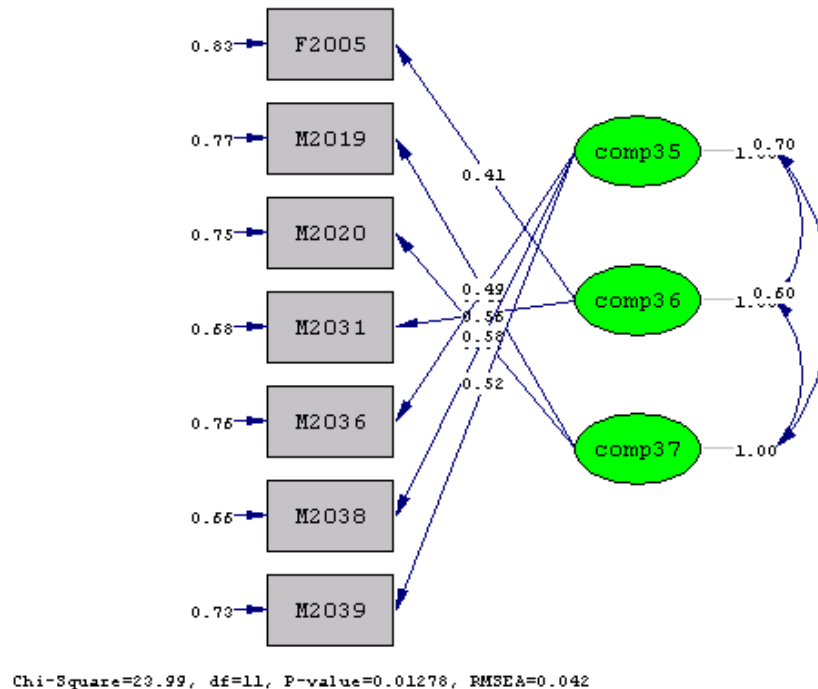
Trois compétences sont donc isolées mesurant des aspects différents des apprentissages des élèves. La première concerne la mesure d'une unité de temps (comp35) alors que la seconde cible le repérage dans le temps (comp37). Mais c'est la troisième (comp36) qui nous intéresse particulièrement dans la mesure où elle permet de saisir l'intérêt de notre approche statistique. En effet, cette compétence réunit deux items qui correspondent à des situations différentes. Le premier étant un item de français mesurant

² Même si ce seuil revêt un caractère arbitraire, l'analyse serait peu pertinente si tous les liens entre items étaient examinés en détail. En effet, dans un grand nombre de cas ces liens sont, soit non significatifs, soit très faibles, et il est alors difficile de commenter et de donner un sens à ces constatations.

³ LISREL : LInear Structurel RELationship

⁴ Dans cet item, les élèves doivent souligner des mots d'une liste qui commencent par la lettre « b » et qui se terminent par la lettre « a » et on peut s'interroger sur la pertinence de la définition de la compétence visée pour cet item, à savoir : « *savoir appliquer les consignes courantes du travail scolaire* »).

la capacité des élèves à discriminer des lettres, le second étant un item de mathématiques mesurant la capacité à lire et comprendre un emploi du temps simple d'une journée. En fait, ces deux items viseraient bien une même compétence en matière de compréhension simple, et même plus précisément en matière de capacités attentionnelles (Morlaix & Suchaut, 2007).



Graphique 1 : Exemple d'analyse en variables latentes (CE2)

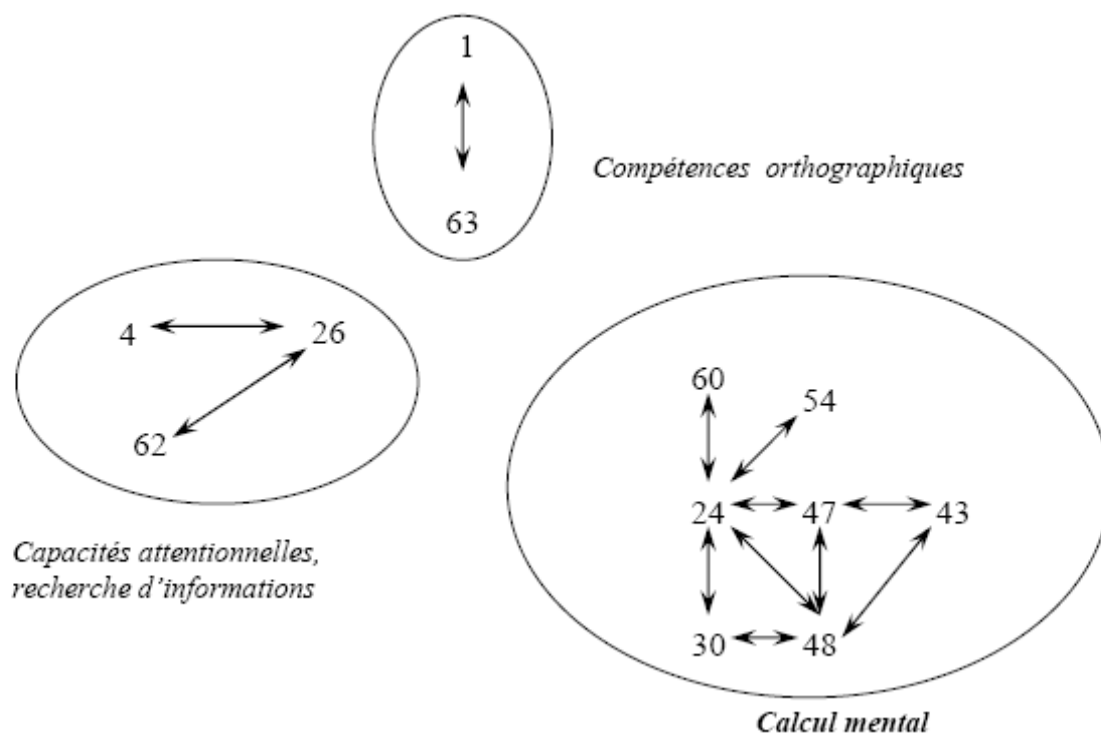
Les analyses ont permis d'identifier ainsi 63 variables latentes conduisant ainsi à une recombinaison des compétences des élèves à l'entrée au CE2. Parmi les 63 variables mises à jour, 27 d'entre elles (soit 43%) correspondent, souvent de façon partielle, à des regroupements d'items déjà présents dans les évaluations nationales. La correspondance entre les compétences des épreuves et les variables latentes est néanmoins très imparfaite puisque seules 5 variables correspondent exactement à des compétences figurant dans les évaluations nationales (il s'agit uniquement d'exercices de mathématiques).

III - L'IMPORTANCE DES COMPETENCES EN MATHÉMATIQUES DANS LA SCOLARITÉ PRIMAIRE

L'étude des relations entre les différentes variables latentes doit permettre de savoir quelles compétences rendent le mieux compte des acquisitions globales des élèves et quelle est la place réservée aux mathématiques dans les apprentissages. Dans une première étape, nous avons analysé la matrice de corrélations entre les différentes variables latentes et nous avons sélectionné les corrélations les plus importantes (supérieures à +0,70). Cela a permis de dégager trois grands groupes de compétences qui sont représentées sur le graphique 2 (les chiffres correspondent aux numéros associés aux variables latentes). Un premier ensemble est composé des variables « comp1 » et « comp63 ». Il s'agit ici clairement de compétences orthographiques qui sont mesurées avec ces deux variables. En effet, la presque totalité des items rendant compte de ces variables latentes concernent deux exercices de dictée. Le deuxième ensemble regroupe les variables « comp4 », « comp26 » et « comp62 ». Cet ensemble d'apparence disparate

prend sens quand on l'examine sous l'angle de la psychologie cognitive⁵. Autant les items de français que ceux de mathématiques présents dans ce regroupement évaluent la capacité que peuvent avoir les élèves à rechercher de l'information plus ou moins complexe à partir de supports divers (textes, mots, calendriers, emplois du temps, plans, énoncés de problème). Ce sont donc les capacités attentionnelles des élèves qui sont mises à contribution pour la maîtrise de cette compétence globale. Le troisième ensemble regroupe sept variables latentes. Le lien commun entre ces variables est également clair puisque les items de calcul mental interviennent systématiquement pour chacune d'entre elles.

Les acquisitions des élèves à l'entrée au CE2 s'organisent principalement autour de ces trois compétences qui ne sont pas de même nature. Si l'acquisition des compétences orthographiques dépend principalement d'un enseignement systématique, les deux autres compétences sont davantage associées à des processus plus complexes qui interviennent de façon transversale dans de nombreuses situations d'apprentissage. On devrait s'attendre à ce que ces compétences majeures contribuent fortement à l'explication des différences de réussite entre élèves à l'entrée au CE2. Pour vérifier cela, une régression « pas à pas » a été estimée avec comme variable dépendante le score global moyen de CE2 et comme variables explicatives les compétences mises à jour précédemment (Morlaix & Suchaut, 2007).



Graphique 2 : Ensembles de compétences des évaluations de CE2

Les 3 compétences les plus prédictives (« comp48 », « comp4 », « comp63 ») appartiennent chacune à un des groupes identifiés auparavant. Ces trois compétences expliquent à elles seules 82% de la variance du score global. Cette analyse de la prédictivité montre que certaines compétences sont bien au cœur des acquisitions des élèves à l'entrée au CE2. Les habiletés en calcul mental, la capacité à retrouver rapidement des informations dans des supports variés, la maîtrise de l'orthographe structurent ainsi

⁵ Des collègues psychologues du L.E.A.D. (Laboratoire d'Etude de l'Apprentissage et du Développement -Université de Bourgogne), Pierre Barrouillet et Valérie Camos, ont été associés à cette partie de la recherche, ils ont notamment contribué à donner une signification à certaines variables latentes identifiées par les modèles LISREL.

fortement les résultats des élèves au début du cycle III. Le calcul mental occupe une place centrale puisqu'une seule compétence de (« comp48 ») explique à elle seule près de 60% de la variance du niveau global de CE2. Autrement dit, les différences d'habileté en calcul mental expliquent fortement les écarts de scores entre élèves au début du CE2.

Pour compléter nos constatations sur la question d'interdépendance entre compétences, nous avons examiné comment les compétences les plus prédictives se hiérarchisent entre elles⁶. Il s'agit concrètement de relever quel pourcentage d'élèves peut maîtriser une compétence sans en maîtriser une autre. On obtient alors une hiérarchie des compétences avec à son sommet la compétence qui ne peut être acquise sans maîtriser les compétences qui lui succèdent dans cette hiérarchie. À l'inverse, la compétence en fin de classement est celle dont la maîtrise est absolument nécessaire pour l'acquisition des compétences qui lui sont supérieures dans cette même hiérarchie. Les analyses montrent que très peu d'élèves peuvent maîtriser correctement la technique opératoire de la soustraction sans maîtriser les autres compétences. Ceci signifie que l'acquisition de la soustraction est un processus qui nécessite de la part des élèves diverses capacités et habiletés préalables. La compétence qui se situe au plus bas niveau de cette structure hiérarchique correspond à des items évaluant la compréhension de consignes simples, soit ce que nous avons préalablement dénommé capacités attentionnelles. Cette structure pyramidale des compétences, qui confirme bien le fait trivial que certains apprentissages ne peuvent se réaliser que si d'autres déjà maîtrisés (Bloom, 1979), peut fournir des indications didactiques et pédagogiques pour l'enseignement au cycle II. Ces indications concernent principalement les contenus d'enseignement et leur programmation dans le temps, ils s'appuient sur le double constat suivant établi à l'entrée du CE2 : certaines compétences sont difficilement accessibles à l'ensemble des élèves, certaines compétences sont essentielles à l'acquisition d'autres compétences.

Une question importante est à présent la mise en relation des compétences et leur évolution dans le temps. Pour cela, le même travail qu'au CE2 a été réalisé sur les évaluations de début 6^{ème} sur les mêmes cohortes d'élèves. À l'entrée en 6^{ème}, les analyses statistiques livrent une configuration présentant trois regroupements de variables latentes ; un premier ensemble est représenté par une seule compétence initiale. Celle-ci rend compte de connaissances en numération et d'habiletés en calcul. Pour réussir la grande majorité des items de ce regroupement, les élèves doivent être capables d'effectuer des calculs assez complexes pour ce niveau d'enseignement, puisque ceux-ci peuvent concerner des durées ou des nombres décimaux. Une bonne connaissance de la numération est également requise avec la comparaison de nombres décimaux ou de grands nombres. Le deuxième regroupement se réfère lui aussi à une seule variable latente qui semble en fait assez proche du regroupement précédent. Ce sont surtout des connaissances en numération et des habiletés en calcul qui seraient mobilisées. Comme en CE2, un troisième regroupement comporte un grand nombre de variables latentes. En observant le contenu des items concernés, on remarque que la compréhension est la dimension la plus présente mais figure également des compétences en géométrie (construction de figures, évaluation d'aires...) et en orthographe. En résumé, au début, comme à la fin du cycle III, il semble que des ensembles de

⁶ Une étape préalable à l'analyse est de rendre compte systématiquement de la maîtrise ou de l'échec à une compétence, ce qui suppose une transformation de l'échelle de mesure, on passe alors d'une échelle d'intervalle (qui varie selon la compétence considérée) à une échelle standardisée, ou à une échelle nominale dichotomique : échec ou réussite. Il se pose alors la question du seuil à partir duquel on va considérer que l'élève a acquis la compétence visée ; il n'existe pas de réponse parfaite mais nous avons retenu le critère habituel, c'est-à-dire qu'un score supérieur à 75% de réussite est associé à la maîtrise de la compétence.

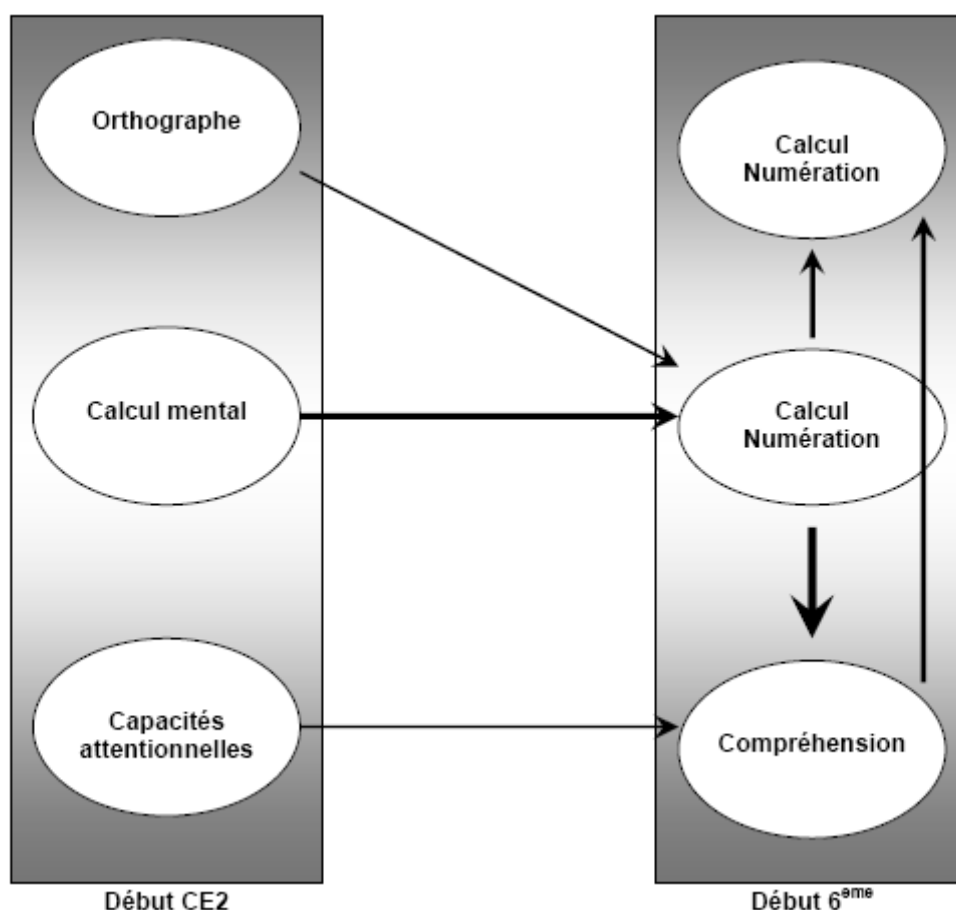
compétences se détachent nettement en calcul, numération et compréhension (ce dernier domaine étant évalué dans des contextes variés, en français comme en mathématiques). Les compétences orthographiques ne peuvent, quant à elles, n'être distinguées qu'à l'entrée au CE2.

Dans une logique d'analyse longitudinale à présent, un modèle d'équations structurelles a permis de mettre en évidence les relations entre les regroupements de compétences des deux niveaux scolaires (graphique suivant). Les flèches qui figurent sur le graphique ont des épaisseurs variables en fonction de l'intensité de la relation qui lie les différents ensembles de compétences. Une première observation est l'absence de flèches entre les ensembles de compétences de CE2, cela ne signifie pas que ces ensembles sont statistiquement indépendants, mais qu'ils entretiennent des relations plus fortes avec les acquis de 6^{ème}. On peut ensuite remarquer des liaisons attendues entre compétences de même nature ; il existe ainsi une relation forte entre les compétences en calcul mental évaluées au CE2 et celles de calcul-numération mesurées à l'entrée en 6^{ème}. De la même manière, les compétences en compréhension en fin de cycle III dépendent des capacités attentionnelles évaluées à l'entrée en CE2.

L'information la plus importante pour saisir le processus d'évolution des acquisitions des élèves au cours du cycle III est la place centrale accordée aux habiletés en calculs numériques. En effet, les compétences des élèves à l'entrée en 6^{ème} se rapportant à ce domaine sont en premier lieu fortement déterminées par les compétences en calcul mental évaluées trois années auparavant. En second lieu, ces habiletés numériques entretiennent de forts liens avec les performances dans le domaine de la compréhension à la fin du cycle III. Ceci est fondamental dans la mesure où ces compétences en compréhension se révèlent être les dimensions les plus prédictives du niveau global des élèves à l'entrée en 6^{ème}. Le classement des compétences les plus prédictives fait en effet apparaître qu'une variable mesurant la compréhension (en français et en mathématiques) explique à elle seule plus des trois quarts des écarts des scores entre les élèves à la fin du cycle III. En résumé, l'accès au collège se fera d'autant mieux que les élèves auront développé, et ceci dès la fin du cycle II, des habiletés élevées en calcul en général et plus particulièrement en calcul mental.

Des analyses menées à partir du panel 1997 permettent de compléter notre vision de la dynamique des apprentissages à l'école primaire. Les évaluations effectuées à l'entrée au CP sur la cohorte des élèves du panel permettent d'avoir des informations sur le niveau de compétences des jeunes élèves dans les domaines suivants : connaissances générales, connaissance de l'écrit, lecture tâches phonologiques, lecture morphologie et syntaxe, compétences épreuves numériques, concepts liés au temps, compréhension orale, compétences d'écriture, concepts liés à l'espace, compétences de prélecture, nombre et figures géométriques, culture technique.

La question est de savoir, parmi ces différents éléments, ceux qui prédisent le plus la réussite ultérieure, soit 5 années plus tard à l'entrée en 6^{ème}. Le tableau suivant présente les estimations d'un modèle de régression expliquant la variance du score global (français et mathématiques) des évaluations de début 6^{ème} en fonction des différentes dimensions de l'évaluation de début CP. Le graphique 4 permet de comparer plus aisément le poids de chacun des domaines des acquisitions à l'entrée au CP sur la réussite en fin d'école primaire.

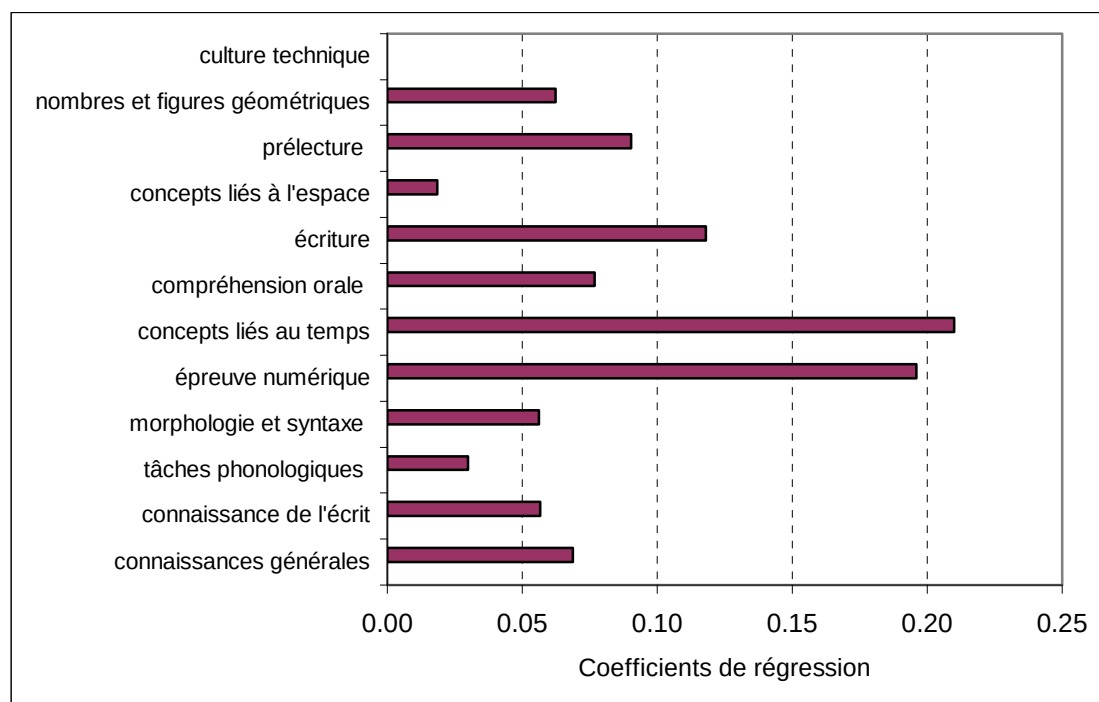


Graphique 3 : Relations entre les ensembles de compétences du cycle III

	coefficients standardisés	sign.
Score connaissances générales	+0,07	***
Score connaissance de l'écrit	+0,06	***
Score lecture tâches phonologiques	+0,03	**
Scores lecture morphologie et syntaxe	+0,06	***
Score compétences épreuves numériques	+0,20	***
Scores concepts liés au temps	+0,21	***
Score compréhension orale	+0,08	***
Scores compétences d'écriture	+0,12	***
Scores concepts liés à l'espace	+0,02	*
Scores compétences de prélecture	+0,09	***
Scores nombre et figures géométriques	+0,06	***
Score culture technique	-0,01	ns
Constante	7,91	
Pourcentage de variance expliquée	41,9%	

n.s. : non significatif, * : significatif au seuil de 10%, ** : significatif au seuil de 5%, *** : significatif au seuil de 1%

Tableau 3 : Modèle analysant la variance du score de 6^{ème}
en fonction des différentes dimensions de l'évaluation de début CP



Graphique 4 : Effets des différentes dimensions de l'évaluation de début CP
sur le score global de l'évaluation 6^{ème}

Les coefficients standardisés permettent de comparer directement les impacts des différents scores sur le score global de 6^{ème}. Deux dimensions semblent particulièrement prédictives de la réussite à l'entrée en 6^{ème}, il s'agit des concepts liés au temps (coefficient de +0,21) et des compétences aux épreuves numériques (coefficient de +0,20). Les autres dimensions affichent des coefficients plus modestes (de 0,06 à 0,12) alors que deux dimensions apparaissent comme presque (concepts liés à l'espace) ou totalement (culture technique) indépendantes du niveau global de compétences à l'entrée en 6^{ème}. Les acquis des élèves développés avant l'école élémentaire n'ont donc pas tous le même poids et certains apparaissent, plus que d'autres, jouer un rôle déterminant dans la réussite ultérieure. C'est donc le cas pour les concepts liés au temps et les compétences numériques, ces deux dimensions expliquant à elles seules plus de 35% de la variance du score global à l'entrée au collège. Ce résultat est à nos yeux de toute importance dans la mesure où l'on peut s'interroger sur les conditions qui ont permis aux élèves, à l'école maternelle, de développer des compétences dans ces deux domaines essentiels. On insistera bien sûr, au regard de la thématique de ce texte, sur la place faite aux compétences dans le domaine numérique.

Les analyses en variables latentes montrent que les acquisitions des élèves se structurent principalement en fonction de trois blocs de compétences. Le premier a trait aux compétences dans le domaine de la langue (compréhension orale, tâches phonologiques, morphologie-syntaxe, écriture) ainsi que les concepts liés au temps. Ce premier ensemble regroupe donc en très grande majorité des compétences en lecture-écriture. Un deuxième bloc regroupe les concepts liés à l'espace et les compétences en culture technique. Les exercices d'évaluation relatifs à ces deux dimensions font appel à la connaissance de notions de vocabulaire, d'objets et de situation liées à la vie courante. Un troisième et dernier bloc regroupe les compétences qui ont trait à la connaissance du nombre, aux activités numériques et à la géométrie. On identifie donc clairement un ensemble de compétences en mathématiques qui se

distinguent des autres. D'ailleurs, les corrélations entre les différentes dimensions des apprentissages sont nettement plus faibles que celles observées aux autres niveaux scolaires étudiés (début et fin du cycle III).

IV - CONCLUSION

Deux idées principales se dégagent de ce texte. La première est que les apprentissages des élèves ne peuvent s'apprécier de manière statique. Le fonctionnement de l'école a pourtant tendance à cloisonner ces apprentissages : découpage des programmes en année scolaire ou en cycle et entre disciplines ; cela donne en fait une image artificielle qui ne correspond pas à l'activité réelle de l'enfant. C'est aussi le cas dans les épreuves des évaluations nationales dans lesquelles les compétences sont réparties entre disciplines et entre champs. Les analyses exposées précédemment mettent en évidence un lien entre les compétences mobilisées par les élèves au cours de leur scolarité élémentaire et cela nous incite à insister sur l'aspect transversal des acquisitions. La seconde idée est que certaines compétences sont véritablement au cœur des apprentissages et que leur maîtrise est indispensable à la réussite scolaire. Certaines compétences en mathématiques, et principalement les habiletés en calcul mental sont fortement explicatives du niveau global d'acquisition des élèves et de son évolution au fil des années. Ce résultat est d'autant plus important que ces mêmes habiletés sont corrélées également aux capacités cognitives des élèves et notamment à la mémoire de travail (Barrouillet, Camos, Morlaix, Suchaut, 2008). Cette proximité entre calcul mental et mémoire de travail n'étant pas surprenante car les activités scolaires de cette nature font « naturellement » appel à cet aspect des capacités cognitives (McLean & Hitch, 1999). À ce titre, la pratique d'activités systématiques et variées dans le domaine du calcul mental n'est sans doute pas à négliger, ce qui pourrait permettre de réduire le coût cognitif des activités d'apprentissage en automatisant certains processus.

Il est alors essentiel de se pencher sur les compétences qui pourraient être développées assez précocement pour permettre aux élèves les moins armés sur le plan cognitif et les plus défavorisés sur le plan social de compenser leur désavantage. Ici encore, les mathématiques, et plus particulièrement les acquisitions réalisées dans les activités numériques avant l'école primaire sont des bons prédicteurs de la réussite ultérieure. Il reste à définir les situations pédagogiques et les activités qui y sont associées qui permettent de développer ces compétences en mathématiques. Celles-ci peuvent très bien prendre une forme ludique tout en permettant de travailler des mécanismes cognitifs fondamentaux car il s'agit bien de cela quand on parle d'activités numériques.

BIBLIOGRAPHIE

AISH-VAN VAERENBERGH AM. (1997) Modèles statistiques et inférences causales : analyse de structures de covariances avec LISREL, pp. 106-130, in Aish-Van Vaerenbergh, AM. et al. (1997) *Faut-il chercher aux causes une raison ? L'explication causale en sciences humaines*. Librairie philosophique Vrin.

BARROUILLET P., CAMOS V., MORLAIX S., SUCHAUT B. (2008) Compétences scolaires, capacités cognitives et origine sociale : quels liens à l'école élémentaire ? *Revue française de pédagogie*, **162**, 5-14.

BLOOM B.S. (1979) *Caractéristiques individuelles et apprentissages scolaires*. Bruxelles, Labor, Paris, Nathan.

CRAHAY M. (2006) Dangers, incertitudes et incomplétude de la logique de la compétence en éducation. *Revue française de pédagogie*, **154**, 97-110.

DEMEUSE M. & HENRY G. (2004) La théorie classique des tests, in Demeuse M. (2004) *Introduction aux théories et aux méthodes de la mesure en sciences psychologiques et en sciences de l'éducation*. Les Editions de l'université de Liège.

De KETELE J.M. & GERARD F.M. (2005) La validation des épreuves d'évaluation selon l'approche par les compétences. *Mesure et Évaluation en Éducation*, Volume **28**, n°3, 1-26.

MCLEAN J.F. & HITCH G.J. (1999) Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, **74**, 240-260.

MORLAIX S. & SUCHAUT B. (2007) Evolution et structure des compétences des élèves à l'école élémentaire et au collège : une analyse empirique des évaluations nationales. *Les cahiers de l'Irèdu*, **68**. En ligne : http://www.u-bourgogne.fr/upload/site_120/publications/les_collections_de_l_iredu/cahiers/cahier68.pdf

MILIEU ET GENESE INSTRUMENTALE COMME OUTILS D'ANALYSE DE L'ACTIVITE DE L'ELEVE EN ENVIRONNEMENT INFORMATIQUE

Colette LABORDE

Professeur émérite

IUFM, Université Joseph Fourier, Grenoble

Colette.Laborde@cabri.com

Résumé

L'exposé cherche à montrer comment le concept de milieu, issu de la théorie des situations didactiques, associé à la notion de genèse instrumentale □ permet de rendre compte de l'activité de l'élève dans un environnement informatique □ et d'analyser le rôle de l'environnement sur l'avancée de l'activité de l'élève et les apprentissages possibles. □ Dans la première partie, on s'intéresse à la dialectique entre rétroactions d'environnements informatiques de type micromonde analysées en termes de milieu et les schèmes d'utilisation par l'élève. La seconde partie est consacrée aux environnements incluant les actions didactiques du professeur. Les exemples seront pris dans deux environnements Cabri.

La forte présence des technologies de l'information et de la communication dans la société actuelle, en particulier auprès des jeunes, et la demande institutionnelle pour leur insertion dans l'enseignement mathématique conduisent à analyser en quoi les environnements informatiques actuels peuvent contribuer aux apprentissages mathématiques, et plus précisément à analyser leur intervention spécifique dans les aspects conceptuels de l'activité de l'élève.

I - DIVERSITE DES ENVIRONNEMENTS INFORMATIQUES

Les environnements informatiques d'apprentissage humain de façon générale connaissent une grande diversité allant des logiciels de large spectre aux ressources ponctuelles qui fourmillent sur Internet. L'exposé porte sur les micromondes et les ressources alliant une dimension exploratoire à des rétroactions reflétant la voix du professeur. La notion de micromonde introduite par Papert, en particulier avec Logo, repose sur l'hypothèse constructionniste de l'apprentissage de l'élève explorant et interagissant avec un environnement réifiant un monde d'objets théoriques. Ces objets théoriques réifiés réagissent en suivant le modèle théorique sous-jacent au micromonde, de la même façon que les objets matériels réagissent dans le monde physique. Mais les rétroactions des objets d'un micromonde sont débarrassées des bruits du réel réduisant ainsi le spectre des interprétations possibles des rétroactions par l'apprenant :

...The use of the microworld provides a model of a learning theory in which active learning consists of exploration by the learner of a microworld sufficiently bounded and transparent for constructive exploration and yet sufficiently rich for significant discovery. (Papert, 1980, p. 208).

À l'opposé des amples micromondes, l'avènement d'Internet a donné lieu à un foisonnement de nombreuses ressources et applets, dont certaines ponctuelles et centrées sur un aspect particulier d'un savoir ou savoir faire mathématique.

L'exposé a recours à quelques concepts de didactique pour analyser l'activité de l'élève résolvant une tâche mathématique dans des environnements informatiques embarquant des connaissances mathématiques. Les environnements illustrant le propos sont Cabri 3D, micromonde de géométrie dans l'espace, et des cahiers multimédias interactifs de mathématiques de la collection « 1 2 3 ... Cabri, je fais des maths » pour l'école élémentaire. Sont décrites les interactions entre environnement et élève comme des interactions entre un sujet et un milieu, dont certaines embarquent des mathématiques et d'autres des éléments de la relation didactique.

II - L'ENVIRONNEMENT INFORMATIQUE A LA LUMIÈRE DES NOTIONS DE MILIEU ET D'INSTRUMENTATION

1 L'environnement informatique comme constituant du milieu

L'idée d'environnement informatique donnant à interagir avec des objets au comportement mathématique peut être analysée à la lumière de la notion de milieu dans la théorie des situations didactiques (Brousseau 1998). Dans cette théorie, la connaissance est construite comme un outil de solution à une situation problème auquel elle apporte une solution plus fiable et plus économique que les connaissances anciennes. Au cœur de la notion de situation didactique figure la notion de milieu. Le milieu est le système interagissant avec l'élève dans la recherche de la solution et offrant des moyens d'action et des rétroactions aux actions des élèves. Nous considérons qu'un environnement informatique est un constituant du milieu didactique. Il permet de disposer de moyens d'action et rétroactions spécifiques, dont certains indisponibles en papier crayon. Ajoutons que l'environnement seul ne constitue pas le milieu. Le choix de la situation posée dans l'environnement contribue à déterminer le milieu.

Prenons un exemple dans le micromonde Cabri 3D. Un carré est donné sur le plan de base (Fig. 1). La tâche de l'élève est de construire un cube de base ce carré sans utiliser l'outil « Cube », qui peut être enlevé du logiciel dont l'ensemble des outils mis à disposition est configurable par l'utilisateur.

Un élève de Seconde peut développer une stratégie issue de l'environnement papier crayon, en cherchant à d'abord construire les sommets du cube afin d'obtenir les faces à partir des sommets. Il construit une perpendiculaire au plan de base en un sommet du carré de base et cherche à reporter la longueur du côté du carré. Le plus souvent il utilise un cercle dans le plan d'une face ce qui nécessite qu'il crée d'abord un plan (Fig. 2). La construction est assez longue.

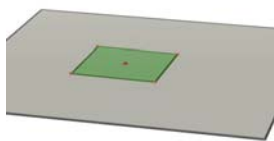


Fig. 1 - Un carré dans le plan

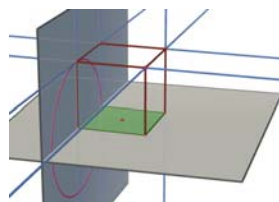


Fig. 2 - Le cube construit à partir de ses sommets

L'enseignant peut changer le milieu en supprimant les outils « Plan » et « Point » et demander aux élèves de construire le cube par ses faces. L'outil « Rotation » permet de le faire en obtenant une face latérale comme image du carré de base dans une rotation d'axe un côté de ce carré (Fig. 3). L'angle n'a même pas à être indiqué. Il suffit de montrer sur quelle droite doit être l'image d'un sommet du carré dans la rotation. Les autres faces latérales sont obtenues par rotation les unes des autres autour de l'axe du carré et la face supérieure par rotation d'une face latérale.

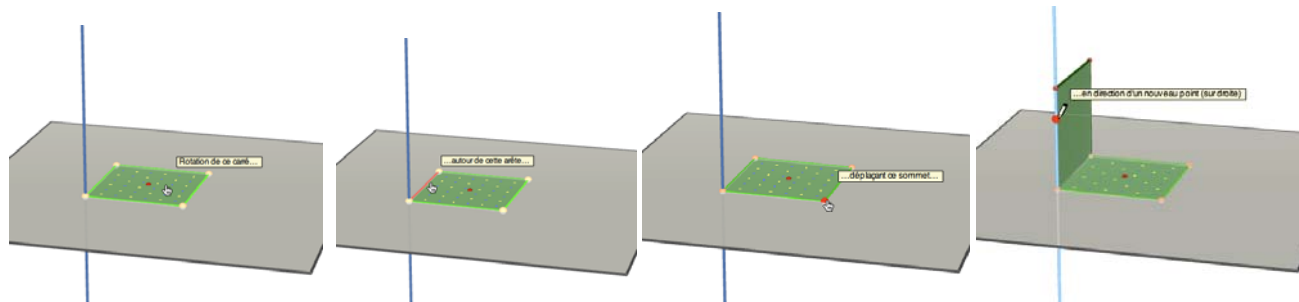


Fig. 3 - Construction d'une face comme image dans une rotation du carré de base.

Le même problème mathématique, construire un cube de base un carré donné, peut donc donner lieu à des tâches différentes suivant le choix de l'environnement et en environnement informatique selon les outils mis à disposition. On peut solliciter des stratégies différentes de construction selon les outils disponibles et en conséquence faire appel à des connaissances mathématiques différentes. Ainsi, dans la construction du cube dans Cabri 3D par ses faces, le cube est vu comme un ensemble de faces se déduisant les unes des autres par rotation.

Chaque stratégie fait appel à certaines propriétés et une certaine structuration du cube, parmi plusieurs possibles. C'est donc un levier à disposition de l'enseignant pour susciter la mise en œuvre par l'élève de connaissances et par là permettre de nouveaux apprentissages.

2 Genèse instrumentale de l'environnement

Une tâche de construction dans un environnement donné nécessite une connaissance des outils de construction, même pour des outils aussi simples que la règle, le compas et l'équerre en papier crayon. C'est pourquoi les programmes d'école et de collège mentionnent l'apprentissage de l'usage de ces outils. La théorie de l'instrumentation (Rabardel, 1995) considère que le sujet construit des schèmes d'utilisation des artefacts, dans une double dimension à la fois individuelle et sociale. Nombre de schèmes d'utilisation sont des « schèmes sociaux d'utilisation », pour différentes raisons :

- l'usage de l'outil ne va pas de soi et ne peut être mis en œuvre que par explicitation d'un autrui qui connaît l'usage ;
- même si l'usage est connu de l'utilisateur, ce dernier ne le met pas en œuvre car il ne dispose pas encore des connaissances conceptuelles suffisantes des objets sur lesquels porte l'usage de l'outil.

Ainsi, le déplacement en géométrie dynamique, comme remarqué depuis longtemps par de nombreuses recherches n'est que très peu utilisé par les élèves et mêmes les professeurs d'école en formation (Rolet, 1999) alors qu'il ne pose pas de problème de manipulation. C'est la reconnaissance des points à déplacer qui pose problème comme identifié par Restrepo (2008) dans une observation d'une classe de 6^e en géométrie sur une année scolaire complète. Les points (objets de dimension 0) ne sont pas identifiés par les élèves qui voient davantage les figures géométriques comme faites de zones de dimension 2. C'est aussi la conception de la notion de figure géométrique qui est en jeu. Les élèves ne conçoivent pas une figure en termes d'objets géométriques liés par des relations mais plus comme un tracé respectant des conditions de forme (cf. plus bas la distinction entre vision iconique et vision non iconique). Le principe même de la géométrie dynamique n'est pas approprié par les élèves. Mais, c'est aussi dans l'usage de la géométrie dynamique que les conceptions des élèves sur les objets géométriques peuvent évoluer (cf. Restrepo *ibid.* décrivant l'évolution des schèmes des élèves en 6^e). Une dialectique s'établit entre la construction de connaissances mathématiques et celle des schèmes d'utilisation. La genèse instrumentale (Rabardel, *ibid.*), qui désigne le processus au cours du temps de schèmes adaptés aux situations d'usage d'un artefact, ne se fait pas sans évolution des connaissances sur les objets en jeu dans ces situations d'usage. Nous considérons qu'il y a un appui mutuel des deux sortes de construction.

3 Interaction entre genèse instrumentale et apprentissage des mathématiques

Duval (2005) distingue la vision iconique d'une figure de la vision non iconique. La vision iconique est globale et porte sur la forme. Par exemple, la vision iconique est mise en œuvre lorsqu'un enfant distingue une forme carrée d'une forme ronde.

La vision non iconique partage la figure en des composantes reliées entre elles par des relations. À la différence de la vision iconique, la vision non iconique porte sur des aspects locaux mais les coordonne dans la vision globale. L'apprentissage de la géométrie nécessite le passage d'une vision iconique à une vision non iconique, les raisonnements faits sur les figures nécessitant de structurer la figure en sous figures ou éléments en relation.

Mais la vision non iconique est loin de se construire de façon spontanée. Elle doit s'apprendre. Mithalal dans sa thèse (2010) fournit plusieurs exemples d'évolution des élèves d'une vision iconique à une vision non iconique dans des tâches dans l'environnement Cabri 3D. Il montre comment la déconstruction

instrumentale, c'est-à-dire la décomposition envisagée de la figure pour pouvoir la reconstruire à l'aide des instruments, joue un rôle pivot voire moteur dans Cabri 3D, de par les schèmes d'usage à mettre en œuvre et les rétroactions dues au déplacement. Duval considère qu'un autre type de déconstruction relevant de la vision non iconique est essentiel dans la démarche géométrique. Il s'agit de la déconstruction dimensionnelle, c'est-à-dire de la décomposition de la figure en parties de dimension moindre : droites, segments de dimension 1, points de dimension 0.

Dans une de ses expérimentations, il a proposé la tâche de construction du sommet manquant d'un cube tronqué à des élèves de classe de seconde. Un cube coupé par un plan près d'un sommet est donné (Fig. 4). Les élèves doivent reconstruire le sommet manquant.

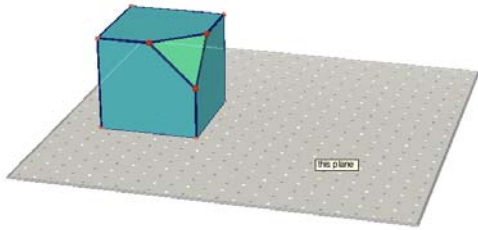


Fig. 4 - Le cube tronqué

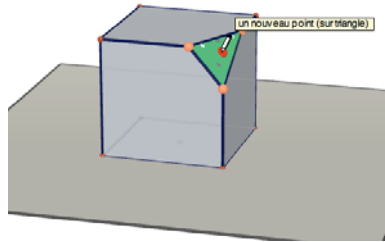


Fig. 5 - Le point sur le triangle

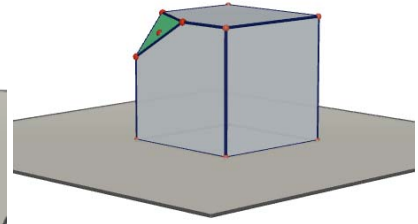


Fig. 6 - Après avoir tourné le plan

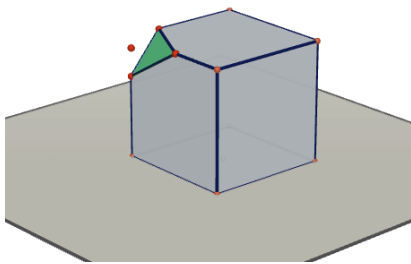


Fig. 7 - Point placé dans l'espace après avoir tourné le plan

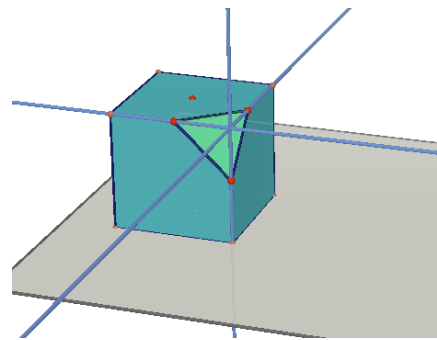


Fig. 8 - Intersection de 3 arêtes

Les premières stratégies qui placent visuellement le point à la place du sommet manquant relèvent d'une vision purement iconique. Elles consistent choisir l'outil point et le placer au bon endroit visuel. Le point se place alors sur le triangle comme indiqué dans le message (Fig. 5). Il est disqualifié dès que l'on tourne la scène (Fig. 6). Un autre placement visuel consiste à créer un point dans l'espace et à ajuster sa position visuellement. Là encore en tournant la scène, le point est invalidé car il n'est pas à la bonne place (Fig. 7).

Une fois les stratégies de pure vision iconique disqualifiées par le déplacement, la stratégie la plus courante chez les élèves a consisté à tracer trois droites portant les arêtes du cube d'extrémité le sommet manquant et à considérer le point d'intersection (Fig. 8). Deux droites seraient suffisantes dans une vision non iconique ; cette stratégie des élèves porte en elle des aspects d'une vision iconique dans laquelle les droites délimitent la forme du cube.

La consigne demandait plusieurs constructions possibles de façon à faire évoluer les procédés de construction des élèves. Les élèves ont pu alors passer de la construction du point d'intersection avec trois droites tracées à la construction d'un point d'intersection avec deux droites tracées. Le schème d'utilisation du point d'intersection a permis aux élèves de prendre conscience que pour créer ce sommet, il suffit de désigner les deux droites dont on veut l'intersection. La déconstruction instrumentale a permis de se détacher au moins en partie de la vision iconique.

Lorsque l'enseignant change le milieu en enlevant l'outil « Point », les élèves sont amenés à se poser la question de comment obtenir un point sans avoir l'outil. Les transformations permettent de le faire : on peut considérer le sommet comme image d'un autre point dans une transformation pour pouvoir obtenir un point, par exemple dans une symétrie centrale de centre le centre de la face supérieure (Fig. 9 et 10). Là encore le changement des actions possibles dans le milieu et la demande de fournir plusieurs solutions conduisent les élèves à être confrontés à de nouvelles questions problématiques.

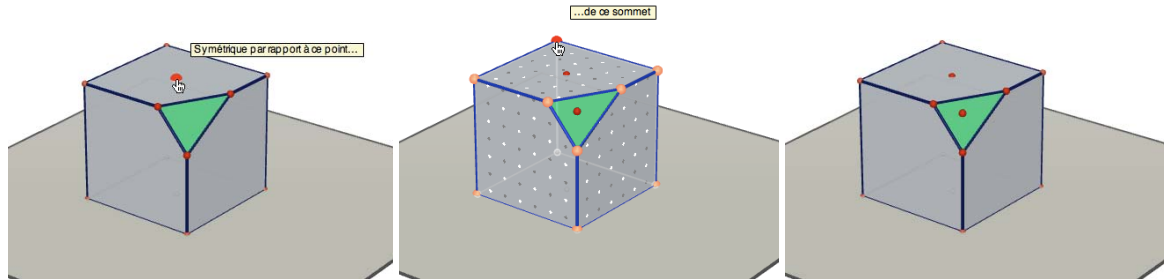


Fig. 9 – Construction du sommet comme image dans une symétrie centrale

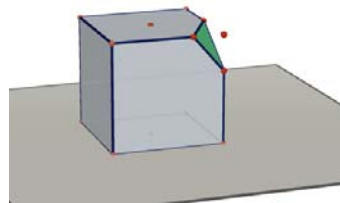


Fig. 10 – Vérification en tournant le plan

Dans cette même expérimentation (Mithalal, *ibid.*), il a aussi pu apparaître que les échanges entre élèves pour argumenter leurs propositions auprès de leur camarade les ont conduits à une analyse géométrique des objets en jeu. La déconstruction instrumentale est interprétée en termes de relations géométriques et peut ainsi déboucher sur une déconstruction dimensionnelle.

III - DE LA RECHERCHE À L'ENSEIGNEMENT AU QUOTIDIEN

Mais les situations simples construites avec un milieu permettant un ensemble riche de stratégies et une évolution des élèves, comme celle présentée plus haut, sont souvent issues de travaux de recherche et demandent un temps assez long avant d'aboutir à leur état final. En effet, nombre de situations adidactiques s'avèrent après expérimentation ne pas fonctionner comme anticipé et doivent être repensées. Dans d'autres cas, on s'aperçoit que les interventions du professeur sont nécessaires pour débloquent la situation. Le caractère adidactique de la situation permet un processus de dévolution mais ne débouche pas sur une résolution par les élèves. Le professeur doit reformuler le problème sans « tuer » le problème afin d'éviter un effet Topaze.

Le professeur doit anticiper les blocages possibles des élèves pour être à même d'intervenir. Or les environnements de type micromonde, non seulement amplifient le spectre des solutions possibles des élèves, mais en permettent de nouvelles (comme dit plus haut). Les enseignants sont moins familiers des processus de résolution des élèves dans ces environnements. En classe, il leur est donc plus difficile d'interpréter sur le champ ce qu'ont fait les élèves et leurs difficultés éventuelles.

Des recherches sur la formation des enseignants montrent en effet qu'une double genèse instrumentale est requise par les enseignants pour être à même d'organiser des milieux incluant un environnement informatique (Acosta, 2008). Il importe que les professeurs en formation résolvent les tâches proposées en environnement informatique, qu'ils les analysent, qu'ils anticipent les procédures possibles des élèves avec les outils du logiciel dans le contexte d'une classe donnée. Ils doivent prendre en compte les connaissances des élèves en mathématiques et relatives à l'environnement informatique. Les enseignants

ont besoin de temps pour apprendre comment utiliser le déplacement dans différents usages didactiques (et pas seulement pour montrer une propriété géométrique). Il semble que l'adaptation de tâches existantes (par exemple en papier crayon) leur soit plus facile que la conception de tâches *ex nihilo* (Tapan 2006).

IV - DES RESSOURCES POUR LES ÉLÈVES INCLUANT LA VOIX DU PROFESSEUR

À l'aide de l'exemple de la collection de ressources « 1 2 3 ... Cabri, je fais des mathématiques » pour les cinq niveaux de l'école élémentaire, nous cherchons à illustrer comment des ressources numériques peuvent inclure à la fois les objets d'un milieu mais aussi l'organisation des rapports à ces objets (Assude, Mercier et Sensévy, 2007). Suivant en cela les auteurs cités, le milieu prend ici une acception plus large que celle de milieu adidactique. Il est envisagé comme un système de contraintes et de ressources matérielles ou symboliques dans lesquelles évoluent le professeur et les élèves.

Une ressource de la collection « 1 2 3 ... Cabri, je fais des mathématiques » est un cahier de plusieurs pages, conçu pour permettre une progression des questions, par en particulier un jeu sur les valeurs des variables didactiques, avec des outils à disposition des élèves pour explorer, construire, calculer, résoudre des problèmes. Les objets sont directement manipulables par les élèves. Ce sont des représentations, soit d'objets réels, soit d'objets mathématiques. Les objets réagissent comme des objets matériels ou mathématiquement s'ils représentent des objets mathématiques. Par exemple, dans le cahier « La roue des 10 » (niveau CP), les élèves manipulent des cartons portant des points ou des nombres, comme des cartons matériels. Mais dès qu'un carton est mis dans un disque, le disque affiche le nombre de points ou le nombre porté par le carton en son intérieur. Le disque est une réalité augmentée qui réagit mathématiquement 5 (Fig. 11 et 12).

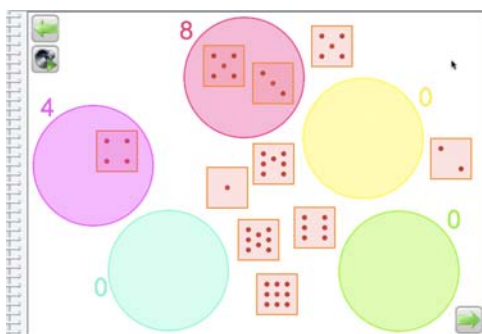


Fig. 11 – Les disques qui comptent des points

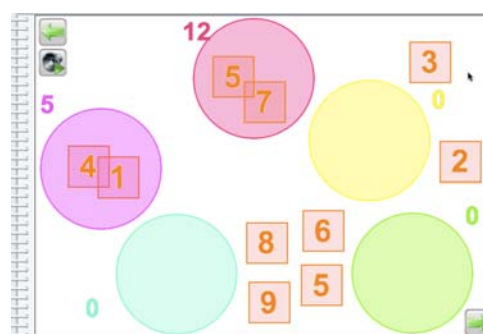


Fig. 12 – Les disques qui additionnent des nombres

Un exemple d'amplification des possibilités offertes par les réalités virtuelles est fourni par la mise à disposition dans certains cahiers de distributeurs produisant le même objet en nombre infini : une image, une représentation d'un objet réel comme un bloc de n'importe quelle forme géométrique, une pièce de monnaie, un jeton numéroté. Cela permet de poser des problèmes reliés à des contextes réels très divers : nombre de voitures à mettre sur un parking, montant à mettre dans une tirelire, pavage par des formes géométriques...

Cela permet aussi dans certains cas de réaliser des actions impossibles dans la réalité et changer ainsi l'éventail des stratégies de résolution. Ainsi, dans le problème représenté Fig. 13, il s'agit de déterminer le nombre de cubes que peut contenir chacun des deux pavés. La mise des cubes dans les pavés peut se faire comme dans la réalité en les plaçant un par un mais elle peut aussi aller beaucoup plus vite, simplement en déplaçant le pavé transparent dans un des assemblages de cubes (Fig. 14).

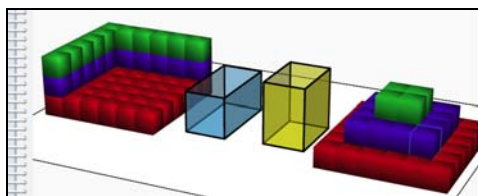


Fig. 13 – Nombre de cubes par pavé ?

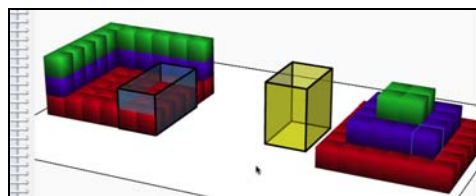


Fig. 14 – Comptage en glissant le pavé dans les cubes

Dans ce dernier cas, une stratégie de comptage par couche est favorisée et est plus susceptible d'apparaître que dans le remplissage du pavé matériel par des cubes. Cela correspond à un souhait de l'auteur qui cherche à montrer l'efficacité de la prise en compte de la structure du pavé pour le dénombrement des cubes. La dimension micromonde est donc présente dans ces ressources par la variété des explorations possibles et les rétroactions embarquant des mathématiques

Mais les ressources incluent aussi la voix du professeur, en offrant des rétroactions didactiques aux réponses des élèves. Elles peuvent mettre en évidence une contradiction entre les données de la situation et la réponse de l'élève, en montrant ce que produisent les effets de la réponse de l'élève dans la situation. Elles enrichissent ainsi le milieu.

Le cahier « Proportionnalité » fournit un tel exemple. Les élèves ont à calculer la distance parcourue par un animal pendant 7 secondes sachant qu'il parcourt 3 cm en 2 secondes. Si un élève propose la réponse 10 cm, il voit la simulation du mouvement avec affichage actualisé toutes les secondes de la distance parcourue et du temps (Fig. 15). Il réalise que 10 cm sont parcourus en moins de 7 s.

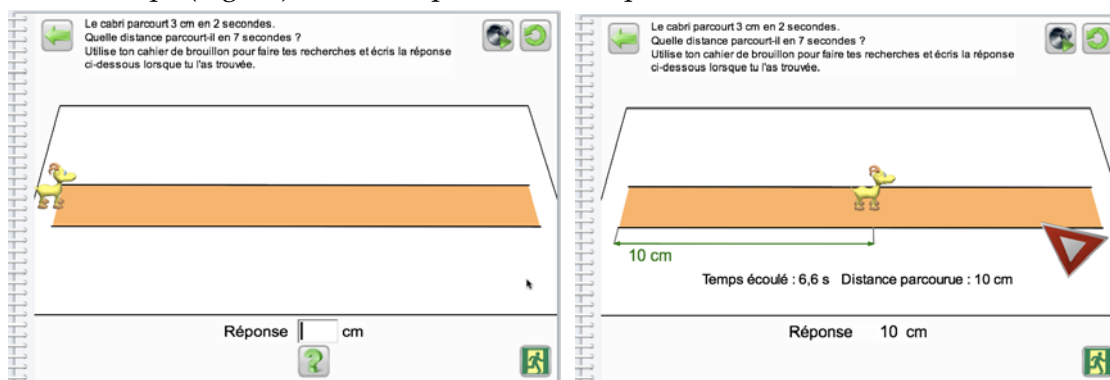


Fig. 15 – Problème et renvoi à l'élève de l'effet de sa réponse dans la situation

Le cahier ne permet pas à l'élève de proposer une seconde réponse qu'il pourrait trouver par essais erreurs successifs mais lui demande de calculer une distance pour une autre durée avec la même vitesse. Des données supplémentaires peuvent être ainsi recueillies par l'élève et peuvent lui permettre de mieux cerner la relation entre temps passé et distance parcourue.

Les ressources peuvent apporter des éléments d'information pour que l'élève puisse valider ou invalider sa réponse. Elles modifient ainsi les relations de l'élève aux objets du milieu. Dans le cahier « Les boîtes noires : des carrés et des cercles » destiné à des élèves de 9-11 ans, il s'agit de reproduire la figure (Fig. 16) formée d'un carré et d'un cercle tels que le centre du carré est sur le cercle et le centre du cercle est un sommet du carré. Si l'élève se trompe, et ne prend pas en compte l'une des relations ou les deux relations entre carré et cercle, dans le déplacement, il obtiendra à l'évidence que la figure ne ressemble plus au modèle. Mais comme dit plus haut, le déplacement n'est pas spontané pour l'élève. Après un certain temps, l'élève obtient une aide lui disant d'ajuster sa figure au modèle. En faisant ainsi, l'élève déplace sa figure et peut constater si l'ensemble carré et disque se disloque dans le déplacement (Fig. 17) ou si l'ensemble formé du carré et du disque ne garde pas la même forme, le carré changeant de taille (Fig. 18).

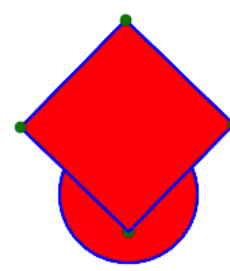
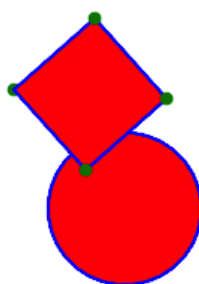


Fig. 16 – Figure à reproduire Fig. 17 – L'ensemble se disloque Fig. 18 – Le carré devient trop grand

Ces deux exemples montrent des rétroactions des ressources visant à produire une expansion du milieu (Assude, Mercier et Sensévy, *ibid*) en apportant des informations sur les objets.

La voix du professeur est aussi présente dans des évaluations en correct/incorrect mais ne donnant pas la réponse afin que l'élève continue à chercher une solution correcte.

V - CONCLUSION

L'analyse en termes de milieux et de genèse instrumentale permet d'identifier une évolution analogue des environnements informatiques à celle des recherches en didactique. Alors que les micromondes se situent dans une perspective constructiviste centrée sur l'interaction entre environnement et élève, une nouvelle génération de ressources essaie de prendre en compte aussi la voix du professeur en couplant la dimension micromonde à la présence de rétroactions didactiques.

Les recherches en didactique ont commencé par porter leur attention sur les relations élève situation de façon quasi isolée de l'enseignant et ce n'est que dans un second temps, qu'elles ont pris en compte le rôle du professeur dans la relation didactique. On peut penser que ce parallèle n'est pas le fruit du hasard mais que les recherches en didactique ne sont pas sans incidence sur la conception des environnements informatiques d'apprentissage, répondant ainsi aux souhaits de Artigue et Gueudet (2008) appelant au besoin de prise en compte des concepts et outils de la didactique pour la conception d'une nouvelle génération de ressources informatiques.

BIBLIOGRAPHIE

ACOSTA M. (2008) *Démarche expérimentale, validation et ostensifs informatisés*, Saint-Denis: France Editions Edilivre.

ARTIGUE M. GUEUDET G. (2008) *Ressources en ligne et enseignement des mathématiques*. http://www3.ac-clermont.fr/pedago/maths/pages/UE2008/actes/Ressources_en_ligne_confUE-MAGG_2008.doc.

ASSUDE G., SENSÉVY & MERCIER A. (2007) L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 27- 2, 221-252.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Edition.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, In: *Annales de didactique et sciences cognitives*, 5-53, Strasbourg, France : IREM, Université Louis Pasteur.

MITHALAL J. (2010) *Déconstruction instrumentale et déconstruction dimensionnelle dans le contexte de la géométrie dynamique tridimensionnelle*. Thèse de l'Université Grenoble 1.

PAPERT G. (1980) Computer-based microworlds as incubators for powerful ideas. In R. Taylor (Ed.), *The computer in the school: Tutor, tool, tutee* (pp. 203–210). New York: Teacher's College Press.

RABARDEL P. (1995) *Les Hommes et les Technologies*. Armand Colin Editeur, Paris.

RESTREPO A. (2008) *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème*. Thèse Université Grenoble 1.

ROLET C. (1999) Cabri-géomètre, instrument dans la formation des professeurs d'Ecole. *Actes de la Xe Ecole d'été de Didactique des Mathématiques*, 315-320.

TAPAN S. (2006) *Différents types de savoirs mis en œuvre dans la formation initiale d'enseignants de mathématiques à l'intégration de technologies de géométrie dynamique*. Thèse Université Grenoble 1.

L'ENSEIGNANT ET SES MATHÉMATIQUES : REPENSER LES PRATIQUES DE FORMATION DES ENSEIGNANTS EN FONCTION DES MATHÉMATIQUES VÉCUES AU QUOTIDIEN DE LA CLASSE

Jérôme PROULX

Professeur, Université du Québec à Montréal

GREFEM – Groupe de recherche sur la formation à l'enseignement des mathématiques
proulx.jerome@uqam.ca

Résumé – tiré de la conférence de clôture

« Comment l'activité de l'élève peut-elle nous apporter des éléments pour la formation du maître ? » Voilà une question centrale que j'aborde dans ce texte (tiré de la conférence de clôture), en lien avec les travaux de recherche menés dans notre équipe qui sont axés sur la formation *mathématique* des enseignants (à la formation continue à l'élémentaire et au secondaire). L'angle d'entrée privilégié pour la formation *mathématique* des enseignants a été de favoriser une formation articulée aux expériences mathématiques de la classe vécues au quotidien, et pour lesquelles le travail mathématique de l'élève est central. Je développe, à travers divers exemples, les conceptualisations et réflexions théoriques tirées de cette recherche-formation, ainsi que les retombées de l'approche de formation chez les enseignants ; montrant ainsi la nature des compréhensions mathématiques développées, qui sont enracinées dans l'exercice de leur pratique. À travers cette présentation, j'aborde aussi les questions des liens entre recherche et formation, sous l'angle de l'omniprésence de la recherche dans nos travaux, au niveau de la conception de l'approche de formation, du réinvestissement des travaux de recherche dans les séances, de la diffusion de nos résultats, du fait que nous jouons le double rôle de formateurs-chercheurs, etc.

I - INTRODUCTION ET CONTEXTE

Une des questions du colloque, « Comment l'activité de l'élève peut-elle nous apporter des éléments pour la formation du maître ? », est centrale au propos que je tiens dans ce texte et se jumèle à une autre, toute aussi centrale concernant mes travaux de recherche, soit « Quelle formation mathématique pour l'enseignant de mathématiques ? ». J'aborde ces deux questions, en simultané, à travers un contexte particulier, soit par le jumelage de ma pratique quotidienne de formateur d'enseignants de mathématiques à celui de ma pratique de chercheur sur la formation initiale et continue des enseignants de mathématiques. J'offre, du même coup, une réponse de chercheur et aussi une réponse de praticien-formateur ; ce double investissement offre une entrée particulière pour répondre à ces questions centrales. Ainsi, tout au long du texte, de façon explicite ou implicite, mes propos se situent à la jonction des deux voix/voies : j'adopte le rôle de formateur-chercheur ou chercheur-formateur, tel que ma collègue et moi-même avons commencé à développer dans Bednarz et Proulx (2010)¹.

Le texte comporte, en plus de l'introduction et de la conclusion, trois parties interreliées s'alimentant l'une de l'autre. En premier lieu, j'offre une certaine conceptualisation de la formation mathématique des enseignants de mathématiques, centrée sur une vision de l'enseignant comme professionnel qui utilise les mathématiques dans son travail de façon professionnelle. De cette conceptualisation, j'explique ensuite l'entrée de notre équipe de recherche pour la formation mathématique des enseignants, une entrée centrée sur les productions et solutions d'élèves pour y décortiquer le sens et le potentiel

¹ L'ordre dans l'expression « chercheur-formateur » ou « formateur-chercheur » importe peu pour moi et est utilisé de façon interchangeable tout au long du texte.

mathématique sous-jacent. En deuxième lieu, je présente deux extraits tirés de notre² projet actuel de formation continue, impliquant dans un cas un groupe d'enseignants du primaire et dans l'autre des enseignants du secondaire, afin de montrer le potentiel relié à l'emploi des productions d'élèves pour la formation mathématique des enseignants. En troisième lieu, j'offre une re-conceptualisation de la nature de la formation continue que nous avons développée durant le projet de recherche, permettant un certain re-cadrage des idées de départ et illustrant le caractère évolutif de cette re-conceptualisation de la formation mathématique des enseignants de mathématiques. Chaque partie est, de plus, bonifiée d'exemples multiples pour permettre de concrétiser le propos et d'une discussion constante (en avant ou en arrière plan) de l'interrelation entre recherche et formation.

II - CONCEPTUALISATIONS DE LA FORMATION MATHÉMATIQUE DES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES

Il existe un important corpus de recherches qui souligne les diverses, et parfois nombreuses, difficultés mathématiques chez les enseignants de l'élémentaire (voir la recension dans Mewborn, 2003 ; ainsi que des exemples du contexte québécois dans Héraud, 2000, et Marchand, 2010). Ce corpus de recherche a toutefois généré plusieurs critiques importantes : ces recherches servant de critique envers les enseignants quant à leurs compréhensions mathématiques ; servant en retour aux enseignants pour critiquer le travail de ces chercheurs envers eux ; ou encore servant à critiquer les chercheurs ayant conduit ces recherches sur la base qu'ils se positionnent dans un modèle déficitaire de la connaissance. Quoi faire de ces nombreuses critiques et appréciations négatives envers la communauté enseignante et envers celle de recherche ? Au-delà de ces critiques, il semble y avoir un phénomène « à mieux comprendre » et « à mieux saisir » pour investiguer les questions de formation mathématique des enseignants. En ce sens, bien que prononcée dans un tout autre contexte, la citation suivante de Brousseau (1988) apparaît inspirante :

Je ne suis jamais critique envers l'enseignement tel qu'il se pratique. Si vous voyez 200 000 profs faire la même chose et que ça vous paraisse idiot, ce n'est pas parce qu'il y a 200 000 idiots. C'est parce qu'il y a un phénomène qui commande la même réaction chez tous ces gens. Et c'est ce phénomène qu'il faut comprendre. [...] On ne l'optimisera pas avec de l'idéologie, ni avec des leçons de morale vers les maîtres.

C'est à ce « phénomène » qu'une majeure partie des travaux menés dans notre équipe s'attarde, c'est-à-dire à mieux comprendre ce qui commande, autant chez les enseignants que chez les chercheurs, cette réaction pour la formation mathématique des enseignants. Cette recherche de compréhension du « phénomène » a stimulé une envie de repenser la formation mathématique des enseignants, et ce, particulièrement autour de deux dimensions : la nature des contenus mathématiques travaillés et la nature de l'activité mathématique proposée dans les contextes de formation mathématique. C'est à travers le développement d'une compréhension plus précise de ces deux dimensions (contenus et pratiques à la formation des enseignants) que nos travaux de recherche à la formation continue nous ont permis de mieux comprendre ce « phénomène » en question (ce à quoi je reviens plus tard).

1 Nature des contenus mathématiques travaillés à la formation des enseignants

Comment enseigner les mathématiques à des adultes qui, même s'ils souffrent de lacunes en mathématiques, possèdent un niveau de raisonnement bien supérieur à celui des enfants ? La réponse à cette question est liée étroitement au fait que les étudiants dont il s'agit vont eux-mêmes devoir enseigner les mathématiques à des élèves. (Kuzniak, 2003, p. 7)

Depuis quelques années, avec ma collègue, nous avons tenté de définir ou plutôt de conceptualiser ce que sont les mathématiques de l'enseignant, celles qu'il mobilise en contexte de pratique (voir Bednarz et Proulx, 2009, 2010 ; Proulx et Bednarz, 2009, 2010). Dans Bednarz et Proulx (2011a, 2011b), nous avons défini l'enseignant comme un professionnel qui travaille avec des mathématiques dans son quotidien, dans sa pratique, tout comme d'autres professionnels utilisant les mathématiques dans leur quotidien

² Dans ce texte, le « nous » est utilisé pour faire référence à l'équipe de recherche qui a travaillé dans le projet, soit Nadine Bednarz, quelques étudiants gradués et moi-même.

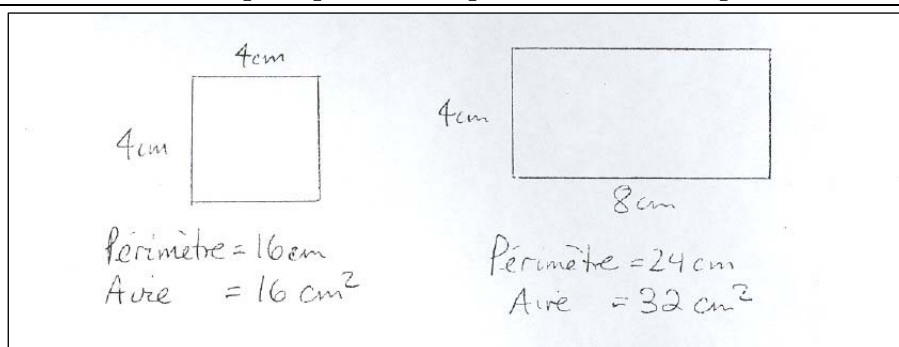
(voir les travaux sur les infirmières, les banquiers, les ingénieurs, etc., de l'équipe de Richard Noss : Hoyles, Noss et Pozzi, 2001 ; Noss, 2002 ; Noss, Bakker, Hoyles et Kent, 2007 ; Noss et Hoyles, 1996 ; Noss, Hoyles et Pozzi, 2002 ; Noss, Pozzi et Hoyles, 1999 ; Pozzi, Noss et Hoyles, 1998)³. Nous avons souligné une petite différence, puisque les enseignants travaillent avec « deux types » de mathématiques dans leur pratique : (1) ils doivent travailler avec les mathématiques du curriculum et (2) ils doivent travailler avec les événements mathématiques qui émergent et entourent l'enseignement-apprentissage des mathématiques en classe. Cette perspective rappelle l'idée des « connaissances [qui] ne font pas habituellement l'objet d'un enseignement » de Briand (2003, p. 35) ou les deux niveaux de savoirs de Kuzniak (2003) :

La réflexion sur la formation des maîtres doit prendre en compte deux niveaux de savoir et de compétences. Le premier concerne le savoir mathématique des élèves de l'école primaire et il fait classiquement l'objet d'études en didactique des mathématiques. Le second niveau concerne les maîtres qui doivent à la fois dominer le savoir mathématique propre à leurs élèves et un autre savoir qui concerne la transmission des connaissances à leurs élèves. La didactique des mathématiques ne prend généralement pas en compte l'acquisition des connaissances des maîtres et ignore de ce fait une partie de la genèse du processus de transposition opérée par ces derniers dans leur enseignement. (p. 7)

Cette entrée potentielle sur les mathématiques de l'enseignant, celles qui émergent et entourent l'enseignement-apprentissage des mathématiques en classe et que nous avons appelé dans Proulx et Bednarz (2010) les « mathématiques professionnelles de l'enseignant », positionne d'emblée sur le terrain de la pratique de l'enseignant. Mais comment penser/développer des tâches, à donner en contexte de formation, pour travailler ces mathématiques « de la pratique » ? Plusieurs entrées ont été développées à l'intérieur de notre projet de recherche avec quatre groupes d'enseignants (un du primaire et trois du secondaire) : par exemple, l'analyse et l'exploration de productions d'élèves ; de questions d'élèves posées en classe ; de contenus mathématiques par l'intermédiaire de problèmes usuels donnés en classe ; de matériel didactique utilisé dans les classes ; de vignettes d'enseignement ; de situation tirées de manuels scolaires anciens et nouveaux ; de situations d'évaluations et d'examens ; de progressions proposées dans les documents curriculaires pour un contenu mathématique ; et de tâches construites par les enseignants eux-mêmes. Dans le cadre de ce texte, j'explore ensemble les deux premières entrées, soit les productions d'élèves et les questions posées par les élèves en contexte de classe. Voici quelques exemples de tâches tirées de notre recherche, que nous avons donné à explorer aux enseignants.

Exemple 1 (tiré de L. Ma, 1999)

Un élève arrive en classe tout excité, il te dit qu'il a trouvé une théorie qui n'a pas été mentionnée en classe. Il t'explique qu'il a découvert que lorsque le périmètre d'une figure augmente, son aire augmente aussi. Il te montre le dessin suivant pour prouver ce qu'il avance. Que répondrais-tu à cet élève ?



³ Nous avons dans Bednarz et Proulx (2011a ; 2011b) établi des parallèles importants et frappants entre les travaux réalisés chez les professionnels et les nôtres chez les enseignants.

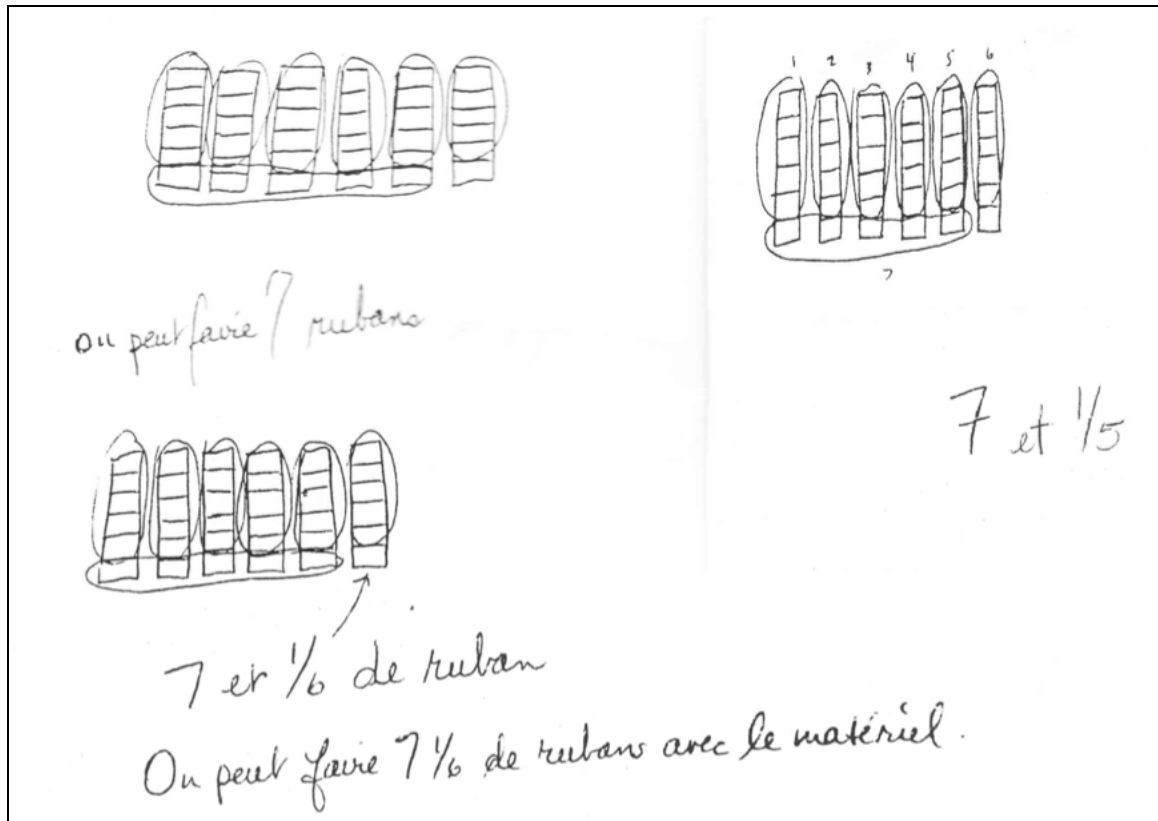
Exemple 2

Quel sens donner à cette réponse : $423 \div 40 = 9$ reste 63 ?

Exemple 3 (adapté de Schifter, 1988)

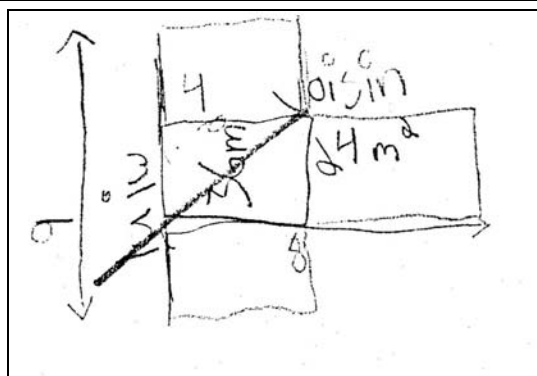
Quel sens donner aux réponses d'élèves pour le problème suivant ?

Mireille a six mètres de tissu. Elle veut faire des rubans de $\frac{5}{6}$ de mètre pour un anniversaire. Combien de rubans pourra-t-elle faire au total et combien de tissu restera-t-il ?

**Exemple 4**

Quel sens donner à la réponse d'élève pour le problème suivant ?

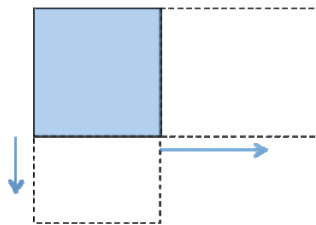
J'ai un terrain rectangulaire. Mon voisin a aussi un terrain, dont la longueur est 3 fois la longueur de mon terrain. Je sais que sa largeur est 2 fois la largeur de mon terrain. L'aire du terrain de mon voisin est combien de fois plus grande que celle de mon terrain ?



L'exploration qui est menée sur ces tâches est particulière, car elle est ancrée dans une intention bien précise de notre part comme formateurs-chercheurs. Nous entrons par le potentiel mathématique

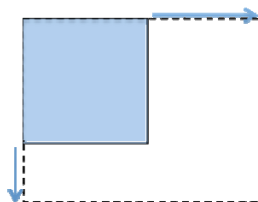
sous-jacent aux productions et aux tâches proposées, dans le but d'explorer, d'exploiter et de pousser ces solutions mathématiques afin d'aller voir où tout cela peut mener mathématiquement. J'illustre dans ce qui suit une certaine exploration du potentiel mathématique sous-jacent à ces tâches.

Dans le cas de l'exemple 1 sur l'aire et le périmètre, il est bien connu qu'il n'existe pas de relation à proprement parler entre la variation du périmètre d'une figure et la variation de son aire. Toutefois, l'exploration des divers cas possibles pour, par exemple, expliquer à l'élève que sa conjecture est fausse ouvre vers un monde mathématique intéressant. En effet, lorsqu'un seul des côtés augmente, comme le fait l'élève dans son exemple, on confirme que l'aire augmente lorsque le périmètre augmente.



Cas 1: un seul côté augmente

En regardant le cas 2, celui où deux des côtés de la figure augmentent simultanément, on confirme encore que l'aire augmente lorsque le périmètre augmente.



Cas 2: les deux côtés augmentent

Finalement, le troisième cas où les deux dimensions de la figure varient de façon différente, par exemple avec un qui augmente et l'autre qui diminue, on obtient une ambivalence, soit certaines situations pour lesquelles la relation périmètre-aire est conservée, alors que d'autres non.

CAS 3: 1 dimension augmente ET 1 dimension diminue

A) $4 \times 8 \Rightarrow 6 \times 7$
 $A=32$
 $P=24$
 $A=42$
 $P=26$
 Périmètre et aire augmentent

B) $4 \times 8 \Rightarrow 10 \times 3$
 $A=32$
 $P=24$
 $A=30$
 $P=26$
 Aire ~~augmente~~ diminue
 périmètre augmente

C) $4 \times 8 \Rightarrow 2 \times 16$
 $A=32$
 $P=24$
 $A=32$
 $P=36$
 Aire demeure la même,
 périmètre augmente

CAS 1 et 2 - élève a raison
 CAS 3 → ça dépend.

Cette exploration mathématique apparaît intéressante, car elle permet de problématiser la présence d'une relation entre l'augmentation du périmètre et celle de l'aire, pour ensuite montrer la présence d'une certaine relation entre les deux, et finalement nuancer la possibilité d'une relation entre l'augmentation du périmètre et de l'aire.

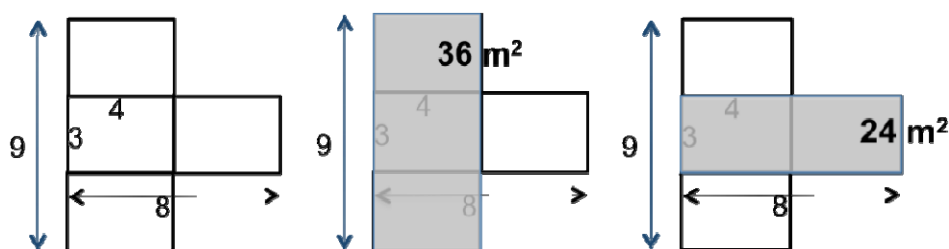
Dans le cas de l'exemple 2, soit la division $423 \div 40 = 9$ reste 63, celui-ci ouvre vers un questionnement de la convention mathématique qui veut que le reste soit toujours plus petit que le diviseur (et plus grand

que 0). On peut alors s'intéresser à explorer d'autres types de réponses, non-conformes conventionnellement, mais fort riches conceptuellement : 10 *reste* 23 ; 11 *reste* -17 ; 10 $\frac{1}{2}$ *reste* 3 ; etc. Ceci ouvre vers la considération de problèmes simples, qui peuvent être rencontrés en contexte scolaire :

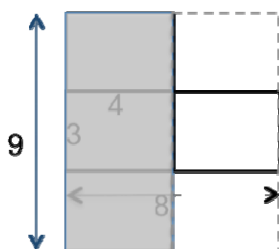
Jean a 17 biscuits à partager en 4 amis et veut leur en donner 3 chacun : $17 \div 4 = 3 \text{ reste } 5$

L'exemple 3 sur les fractions et les différentes valeurs du reste fait ressortir le questionnement relatif au tout de référence de la fraction, c'est-à-dire à quel tout réfère le $\frac{1}{5}$, le $\frac{1}{6}$, etc. Cette exploration du $\frac{1}{6}$, qui est ici relatif à un reste de $\frac{1}{6}$ *de mètre*, permet de contraster avec le $\frac{1}{5}$, qui est ici relatif à un reste de $\frac{1}{5}$ *de ruban* ; elle a même amené (c'est une enseignante du primaire qui a souligné cette possibilité) à penser à $\frac{1}{36}$, qui est ici relatif à $\frac{1}{36}$ de tous les morceaux coupés. Dans cette considération des diverses options relatives à leur tout respectif, une confrontation avec la réponse usuelle obtenue par l'algorithme de division de fractions, soit 7 et $\frac{1}{5}$, fait réfléchir : pourquoi cette réponse plus qu'une autre ? Comment avoir un algorithme qui amène à 7 et $\frac{1}{6}$ ou encore 7 et $\frac{1}{36}$? Peut-on exprimer une réponse avec deux référents, c'est-à-dire 7 qui est un nombre de rubans et $\frac{1}{6}$ qui est relatif aux mètres ? Ces questions sont mathématiquement riches, particulièrement parce qu'elles abordent des considérations au cœur des apprentissages du concept de fraction chez les élèves.

Finalement, l'exemple 4 propose autant une reconsidération de « l'erreur » de l'élève que du sens de la propriété multiplicative sur l'aire d'une figure. En effet, on peut voir cette réponse d'élève comme étant acceptable, alors que l'élève a produit un terrain qui est, véritablement, trois fois plus long et deux fois plus large que son terrain de départ (de largeur 4 et de longueur 3).



Le terrain de l'élève a en effet une largeur de 8 (deux fois plus large qu'une largeur de 4) et 9 en longueur (trois fois plus qu'une longueur de 3). Cette analyse fait émerger une réflexion importante sur la propriété multiplicative, alors qu'il devient évident que pour satisfaire aux intentions (implicites) du problème il faut considérer ce problème par étapes. Il faut dans un premier temps établir une longueur trois fois plus grande, mais, par la suite, « affecter » cette longueur du nombre de fois voulu en largeur, amenant à une conservation de la figure en rectangle qui a pour dimensions une longueur de 9 et une largeur de 8 (et non un « T » avec 9 et 8 comme dimensions).



La propriété multiplicative affecte en effet les deux dimensions de la figure, mais cela ne se fait pas de façon indépendante. En fait, on joue davantage sur la figure elle-même comme rectangle, que sur chacune des dimensions : ce n'est pas uniquement l'idée que la largeur double, mais aussi que toute la figure double. De plus, le passage par étape (un premier terrain, qui devient trois fois plus long, et qui devient par la suite deux fois plus large) permet de considérer le ratio des terrains « en cours de résolution ». Par exemple, le terrain qui est trois fois plus long que le premier a une aire trois fois plus grande. Ce nouveau terrain, qui a une aire trois fois plus grande, est alors doublé sur la largeur, rendant

le nouveau-nouveau terrain six fois plus grand que le premier au niveau de l'aire et deux fois plus grand que le deuxième au niveau de l'aire. Par contre, ces formulations n'éliminent pas la possibilité d'obtenir un terrain qui a une largeur deux fois plus grande, mais une forme qui n'est plus rectangulaire (le T couché du premier terrain), ce qui permet de procéder vers une étude fort intéressante de la signification de la notion de « largeur » et de « longueur » de terrain ; allant même jusqu'à la considération et l'exploration du volume du fameux « L » et son agrandissement de Vergnaud (voir Ricco, Vergnaud et Rouchier, 1983, p. 54), faisant intervenir un solide non standard et la considération de son/ses hauteurs, sa/ses largeurs et sa/ses profondeurs et leurs agrandissements.

Tous ces exemples de tâches centrées sur les productions d'élèves sont présentés dans le but de susciter un questionnement et faire ressortir le sens mathématique sous-jacent aux concepts évoqués et explorés. Cette exploration amène à regarder « pourquoi » et « comment » le tout fonctionne mathématiquement et permet d'interroger (1) l'acceptation ou le refus de façons de faire en mathématiques et (2) ce qui concerne l'utilisation de conventions : des aspects souvent tenus pour acquis pour différents concepts et qui peuvent jouer un rôle fondamental dans l'enseignement-apprentissage avec les élèves. D'une certaine façon, ce type d'exploration permet de toucher aux deux niveaux relatifs aux travaux de Kuzniak : les concepts mathématiques à enseigner (des programmes d'études) et les concepts mathématiques dans l'enseignement.

Les exemples et explications ci-haut traduisent une certaine façon de travailler à la formation mathématique des enseignants, centrée sur des contenus relatifs à la pratique de classe et le contexte d'enseignement-apprentissage des mathématiques. Par contre, une autre dimension est à prendre en considération, soit celle de la nature de l'activité mathématique.

2 Nature de l'activité mathématiques proposée à la formation des enseignants

L'activité mathématique proposée joue un rôle important dans la conceptualisation de la nature de la formation mathématique des enseignants (voir le livre collectif de Proulx, Corriveau et Squalli, 2012). Notre conceptualisation de l'activité mathématique à l'intérieur de laquelle sont plongés les enseignants s'éloigne d'une idée d'exposition magistrale des concepts mathématiques, au profit de l'engagement actif des enseignants dans l'exploration de tâches (comme celles décrites plus haut). Cette idée d'exploration est, de plus, fortement appuyée par divers travaux de recherche et pratiques de formation (Davis, 2010 ; Davis et Simmt, 2006 ; voir ici aussi le collectif de Proulx, Corriveau et Squalli, 2012).

Ce type d'orientation sur l'activité mathématique permet d'installer une pratique de fouille, d'exploration et de questionnement chez les enseignants, c'est-à-dire une certaine culture de mathématisation (Bauersfeld, 1994 ; Proulx et Bednarz, 2010b). Il a une incidence profonde sur l'objectif attribué aux tâches données, ces dernières n'ayant pas de but final préalablement fixé, mais servant plutôt de déclencheur ou de point de départ aux explorations et approfondissements mathématiques des enseignants. Malgré qu'elles soient développées (par les formateurs-chercheurs) avec des intentions précises sur des contenus mathématiques précis, tel que montré dans la section précédente par l'analyse des tâches de productions d'élèves, ces tâches sont en constante redéfinition à travers leur exploration, donnant lieu à des interprétations multiples et des explorations mathématiques imprévues. Cette émergence des explorations mathématiques des concepts s'illustre bien par la figure suivante, où une tâche désignée comme point de départ (à gauche) déclenche divers chemins et embranchements possibles d'exploration par les enseignants.

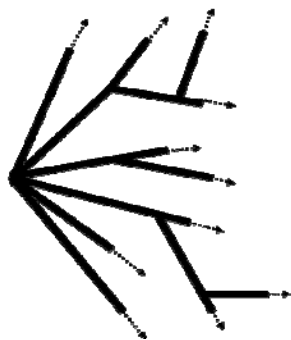


Figure 1 : Embranchements pour illustrer l'idée de tâches comme point de départ (tiré de Proulx, 2010).

L'emploi des tâches comme point de départ nécessite une préparation importante de la part des formateurs-chercheurs, autant au niveau de la conception de ces tâches (analyses préalables, préparation de tâches supplémentaires/*ad hoc* en fonction des entrées possibles prévues) que de la mise en route des tâches durant les séances et l'intervention « dans l'action », en fonction des entrées et explorations empruntées par les enseignants (ainsi que du retour *a posteriori* sur les séances pour développer de nouvelles tâches). Ainsi, le travail requis de la part des chercheurs-formateurs ne peut se limiter à une idée de séquence planifiée d'avance, comprenant des objectifs précis et immuables, organisée autour de tâches spécifiques pour répondre à ces objectifs. Le gage sur l'exploration amène à accepter de front l'idée d'émergence et à négocier les événements dans l'action comme formateurs-chercheurs. Les formateurs-chercheurs sont alors placés/immergés en situation d'enseignement, comme praticiens de la formation, s'approchant des contextes d'enseignements dans les écoles, mais avec toutefois des enseignants comme « élèves »⁴.

Tel que mentionné, cette entrée sur l'activité mathématique à la formation des enseignants est fortement appuyée par la recherche. Ceci dit, pour nous formateurs-chercheurs de l'équipe de recherche, cette entrée ne nous est pas étrangère et ne provient pas de nulle part : notre contexte de formation dans notre institution (l'UQAM) nous mène assez naturellement vers ces façons de faire et penser la formation des enseignants. Les travaux de recherche et les analyses de pratiques soulevées dans la littérature nous aident à supporter ces idées, et même à les faire avancer. Comme formateurs, nous sommes déjà orientés envers elles par nos expériences de formation des enseignants de mathématiques du primaire et du secondaire. On perçoit alors, de façon assez claire, le maillage important qui existe pour nous entre la recherche et l'expertise de formation, les deux pôles jouant un rôle central et mutuellement influent.

3 Rôle des formateurs-chercheurs et processus de recherche-formation

Notre rôle dans les séances de formation continue avec les enseignants est divers. Comme formateurs, et nous sommes deux, nous travaillons à la construction des séances de formation et des tâches à explorer, en ancrant ces tâches et les séances (et même l'organisation de blocs de plusieurs séances sur un même thème) dans une rationalité et suivant une ligne directrice (qui évolue au fil des séances, en fonction des explorations des enseignants), orientées par une certaine analyse didactique, conceptuelle et épistémologique au niveau des contenus (Brousseau, 1998). De plus, nous jouons le rôle de participants actifs durant ces séances de formation en discutant, explorant et interagissant avec les enseignants sur les tâches proposées et le sens qu'ils leur donnent. Nous interagissons avec eux et fouillons, explorons, proposons, ainsi qu'échangeons sur les concepts mathématiques, servant nous aussi de déclencheurs pour l'apprentissage des enseignants. Suite aux séances, et notre rôle est autant celui du chercheur que du formateur, nous les analysons par la tenue d'un journal de bord offrant une analyse initiale des séances et de ses événements ; analyses centrées autant sur des aspects importants à reprendre lors de

⁴ Cette entrée apparaît différente, toutefois, des stratégies d'homologie (voir COPIRELEM, 2003 ; Braconne-Michoux et Zucchetta, ce recueil). L'activité mathématique n'est pas ici vécue afin que les enseignants la reproduisent en salle de classe avec leurs élèves, mais uniquement pour qu'ils vivent une activité mathématique en soi, pour eux, axée sur le développement de concepts mathématiques.

séances futures que sur des aspects qui informent les perspectives de recherche. Cette démarche nous amène à réinvestir ces analyses initiales comme outil de formation pour planifier les séances qui suivent, mais elle sert aussi d'outil de recherche pour l'écriture d'articles pour les revues et conférences scientifiques.

Nous portons donc le double chapeau de chercheurs et de formateurs dans ce projet de formation continue (Bednarz et Proulx, 2010). En jumelant la formation et la recherche, nous sommes des formateurs dans la formation et des chercheurs sur la formation ; mais nous sommes aussi chercheurs *dans la formation* et formateurs *sur la formation*, analysant les séances et formant/enseignant durant les séances en portant *constamment* le double chapeau de formateur et de chercheur. Cette orientation n'est pas sans complexité, mais également source de richesse, comme l'explique Charlier (2005) :

À une conception standardisée des formations continuées d'enseignants, conçues en fonction d'objectifs et de stratégies prédéfinies, cette démarche oppose la conception de formations « sur mesure » conçues et ajustées avec les enseignants eux-mêmes. Formuler cette piste d'action pour les formateurs d'enseignants contribue sans doute à augmenter (encore) la complexité de leur travail, mais, peut-être aussi la richesse et l'intérêt de celui-ci, lorsqu'il s'accompagne d'une activité de recherche sur sa pratique, puisqu'elle permet également aux formateurs d'apprendre et de changer leur pratique de formation. (p. 263)

Cette conception du jeu entre recherche et formation, pour les travaux de formation à l'enseignement, insiste sur le mouvement de va-et-vient continu entre recherche et pratique de formation, chacun se complétant dans leurs projets respectif. De la même façon que Desmarais, Boyer et Dupont (2005) font à propos de la « recherche-action »,

Le trait d'union entre les mots recherche et action ne fait pas que relier deux concepts distincts. Un nouveau concept, en référence à chacun des concepts originaux, induit l'idée d'une nouvelle approche résultant de l'interaction continue entre eux [...] La recherche-action se développe dans une trajectoire oscillatoire entre ces deux pôles. Le pôle recherche est caractérisé par un effort de construction de l'objet dans une dynamique d'identification/distanciation de la part des sujets-acteurs. Il est conçu dans une compréhension donnée. Dans cette oscillation, les apports respectifs de la recherche et de l'action se croisent et se complètent : les connaissances produites, en s'insérant dans l'action, sont questionnées et l'action, en se référant à ces connaissances précise son tir. (pp. 277-278)

il est possible de penser à un nouveau concept, celui de « recherche-formation » (en remplaçant ce dernier dans la citation précédente) :

Le trait d'union entre les mots recherche et **formation** ne fait pas que relier deux concepts distincts. Un *nouveau concept*, en référence à chacun des concepts originaux, induit l'idée d'une *nouvelle approche résultant de l'interaction continue entre eux* [...] Le **recherche-formation** se développe dans une trajectoire oscillatoire entre ces deux pôles. Le pôle recherche est caractérisé par un effort de construction de l'objet dans une dynamique d'identification/distanciation de la part des sujets-**formateurs**. Il est conçu dans une compréhension donnée. Dans cette oscillation, les apports respectifs de la recherche et de la **formation** se croisent et se complètent : *les connaissances produites, en s'insérant dans la **formation**, sont questionnées et la **formation**, en se référant à ces connaissances, précise son tir.* (c'est moi qui souligne)

Avec la recherche-formation, un processus dialectique continu, un dialogue, s'installe entre la recherche et la formation, chacun s'adaptant à l'autre en l'influençant constamment : la formation s'informe de la recherche et la recherche est informée par un regard de l'intérieur, un regard privilégié (Wong, 1995) de formateur. C'est aussi avec ces regards, ou ce regard double, qu'en tant que formateurs-chercheurs nous avons réalisé des activités diverses de diffusion de nos travaux (de recherche et de formation) : des articles théoriques et empiriques dans des revues et conférences scientifiques, des articles dans des revues professionnelles, des ateliers à la communauté enseignante lors de colloques professionnels, ainsi que des participations diverses dans la communauté scientifique (consultation sur des projets de recherche, réactants lors de conférences, etc.) et dans le milieu enseignant (projets ministériels, consultations dans le milieu, offre d'ateliers professionnels spécifiques, etc.). C'est donc cet ancrage particulier, autant dans la recherche que dans la formation, qui définit notre rôle de formateurs-chercheurs.

Maintenant que j'ai offert une illustration du contexte de recherche et de formation du projet, je présente dans ce qui suit des exemples de la formation *en action*, c'est-à-dire des extraits de formation sur des thèmes mathématiques particuliers travaillés avec les enseignants.

III - LA FORMATION EN ACTION – ET SON ANALYSE

Dans cette section, deux extraits de séances de formation touchant aux fractions sont présentés. Nos analyses sont toujours en cours, mais ce qui suit offre un aperçu de ce qui se produit durant les séances, autant au niveau de la nature des explorations réalisées que des compréhensions mathématiques qui se déploient.

1 Premier exemple : émergence et diversité des explorations des concepts mathématiques

Ce premier extrait provient d'une tâche que nous avons proposée aux enseignants de nos trois sites de formation continue au secondaire. Il permet d'illustrer la diversité des compréhensions mathématiques déployées et développées face à la tâche proposée. La tâche est la suivante :

Un enseignant du secondaire m'a fait part d'une procédure particulière de calcul utilisée par un élève dans sa classe pour effectuer la division des fractions suivantes :

$$\frac{26}{20} \div \frac{2}{5} = \frac{26 \div 2}{20 \div 5} = \frac{13}{4}$$

Que pensez-vous d'une telle procédure ? Selon vous, est-ce que cette procédure de calcul est adéquate ? Fonctionne-t-elle toujours ?

1.1 Une entrée par des « preuves »

Une première exploration de la tâche par les enseignants est relative à l'établissement de preuves que cet algorithme fonctionne, c'est-à-dire qu'il est mathématiquement adéquat. Une de ces preuves développée par les enseignants consiste à réinvestir l'algorithme traditionnel de division de fractions (multiplier par l'inverse de la fraction) ; cette entrée implique un passage de la fraction à la division et en retour de la division à la fraction :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} &= \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \\ \text{et} \\ \frac{a \div c}{b \div d} &= \frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{ad}{bc} \end{aligned}$$

Une autre entrée « par la preuve » tentée par les enseignants fait appel à une analogie pour la multiplication des nombres négatifs, c'est-à-dire qu'un nombre négatif multiplié par un nombre négatif donne un nombre positif.

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} + \frac{c}{d} &= (a \div b) + (c \div d) \\ &= a \div b + c \times d \\ &= a + c \div b \times d \\ &= (a + c) \div (b + d) \\ &= \frac{a + c}{b + d} \end{aligned}$$

Dans cet exemple, la preuve développée fait appel à une certaine « distribution » de la division à l'intérieur de la parenthèse, affectant alors les opérations à l'intérieur de cette parenthèse : la division d'une division devenant ainsi une...multiplication. Malgré que cette affirmation ou utilisation des propriétés de la division apparaisse douteuse aux premiers abords, l'initiative mathématique sous-jacente est intéressante et permet d'explorer le sens de cette preuve et le travail des propriétés (qui permet en retour de discuter des propriétés relatives aux nombres négatifs).

1.2 Une entrée par les élèves en arrière plan

Une autre exploration de cet algorithme par les enseignants consiste à l'analyser en se demandant comment *les élèves* arriveraient à donner un sens ou à comprendre cet algorithme et son fonctionnement. Ainsi, les explications mathématiques suivantes ont les élèves « en arrière plan », en fonction de la connaissance que les enseignants ont de leurs élèves. Voici un éventail des façons de faire développées par les enseignants :

- Le recours à l'algorithme usuel de division de fractions, soit la multiplication par l'inverse de la fraction : $\frac{26}{20} \times \frac{5}{2} = \frac{13}{4}$;
- La considération de la division comme opération inverse de la multiplication : si $\frac{26}{20} \div \frac{2}{5} = \frac{13}{4}$ alors $\frac{13}{4} \times \frac{2}{5}$ donne $\frac{26}{20}$;
- Le sens donné à la fraction : $\frac{26}{20} \div 2 = \frac{13}{20}$ donc comme $\frac{2}{5}$ est 5 fois plus petit que 2, on a divisé par un nombre 5 fois trop gros. Donc $\frac{13}{20}$ doit être multiplié par 5, ce qui donne $\frac{13}{4}$;
- Le recours un peu différent à l'algorithme usuel de division de fractions par la multiplication par l'inverse de la fraction : $\frac{26}{20} \div \frac{2}{5} = \frac{26}{20} \times \frac{5}{2} = \frac{26}{2} \times \frac{5}{20} = 13 \times \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$;
- Le travail du dénominateur commun : $\frac{26}{20} \div \frac{2}{5} = \frac{26}{20} \div \frac{8}{20} = 26 \div 8 = \frac{13}{4}$;
- Le sens donné à la division : $26 \div \frac{1}{2}$ s'exprime par combien de $\frac{1}{2}$ entre dans 26 ? Donc, combien de $\frac{2}{5}$ (au lieu de $\frac{1}{2}$) entre dans 26 ?;
- Un autre sens donné à la division : $26 = \frac{130}{5}$ donc $\frac{130}{5} \div \frac{2}{5}$, alors combien de $\frac{1}{5}$ dans $\frac{130}{5}$? 130. Comme $\frac{2}{5}$ est deux fois plus gros que $\frac{1}{5}$, alors j'ai deux fois moins de $\frac{2}{5}$ que de $\frac{1}{5}$ dans $\frac{130}{5}$, soit 65.

Les explorations des enseignants vont souvent au-delà de ce que leurs élèves font, offrant de nouvelles entrées de compréhension sur l'algorithme pour les enseignants eux-mêmes. Toutefois, ces explorations ont, à l'origine, la perspective de leurs élèves. De plus, les explorations des enseignants n'ont pas été produites de façon linéaire, comme le présente cette liste. En séance, les idées fusent de toutes part et s'entrecroisent, offrant un panorama riche, bien que touffu d'idées mathématiques à travailler en groupe. Certaines de ces idées sont davantage explorées que d'autres, alors que certaines le sont dans les séances suivantes, lorsqu'elles reviennent à la surface. C'est cette « gestion » sur-le-champ qui est faite par les formateurs-chercheurs au cours des séances, une gestion qui oblige à naviguer à travers les explorations et les divers chemins pris par les enseignants.

1.3 Un questionnement sur la pertinence et le potentiel de cet algorithme

Une autre exploration des enseignants a été de questionner la pertinence mathématique de cet algorithme, ainsi que l'intérêt ou l'aide que ce dernier peut offrir en classe (pour l'enseignant comme pour l'élève). Voici, en vrac, quelques unes de ces pistes explorées.

Un premier exemple est par le recours à un contre-exemple pour montrer que cet algorithme ne fonctionne pas. Par exemple, si les fractions à diviser sont $\frac{14}{5}$ et $\frac{3}{4}$, on obtient $\frac{14}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{14}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{56}{15}$. Alors que

pour un des enseignants ceci représentait un contre-exemple que l'algorithme ne fonctionnait pas mathématiquement, cet exemple a ouvert une discussion importante sur la notion de validité mathématique et d'efficacité mathématique. En effet, sans être un réel contre-exemple, l'exemple donné montre que l'utilisation de l'algorithme, dans le cas de ces deux fractions, conduit à une boucle qui apparaît peu aidante pour obtenir une réponse fractionnaire simplifiée de la forme $\frac{a}{b}$. Par contre,

ce travail ne montre pas que l'algorithme est faux mathématiquement, puisque la réponse obtenue $\frac{56}{15}$ est toujours valide.

Un contexte d'efficacité est donc mis en cause, parce que l'algorithme en question apporte peu d'aide à l'obtention d'une solution simplifiée pour ces fractions. D'autres exemples ont par la suite été donnés par les enseignants pour montrer une certaine non-efficacité de cet algorithme (par exemple, avec $\frac{26}{20} \div \frac{3}{7} = \frac{26 \div 3}{20 \div 7} \dots \frac{26/3}{20/7}$) : le solutionneur « tourne en rond » en revenant constamment à d'autres divisions de fractions.

Certains enseignants, au contraire, ont tenté de tracer des parallèles entre cet algorithme et les autres algorithmes usuels pour les opérations sur les fractions (+, -, ×), relativement au fait que pour les autres opérations les fractions sont mises sur le même dénominateur avant d'opérer (cette approche est vue comme inutile pour la multiplication, mais est toutefois possible). Ainsi, si cette idée de « mettre les fractions sur le même dénominateur » est reprise dans cet algorithme de division, on obtient une procédure qui devient généralisable et, pour plusieurs, assez efficace : $\frac{14}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{56}{20} \div \frac{15}{20} = \frac{56/15}{20/20} = \frac{56/15}{1} = \frac{56}{15}$.

Cette entrée est apparue séductrice pour certains enseignants, car elle permet de standardiser l'entrée sur les opérations de toutes les fractions, plutôt que d'opter pour des approches diverses pour chacune des opérations. Ainsi, cette exploration a fait naître pour certains enseignants une possibilité didactique pour leur pratique⁵.

Cette entrée a incité certains enseignants à trouver des jeux de nombres qui fonctionnent en ce sens ; soit par une compatibilité des numérateurs ou des dénominateurs, ou par le jeu des mêmes numérateurs ou des mêmes dénominateurs. Par exemple : $\frac{39}{21} \div \frac{3}{4} = \frac{39 \div 3}{21 \div 4} ; \frac{13}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{52}{28} \div \frac{21}{28} = 52 \div 21 ; \frac{26}{20} \div \frac{3}{5} = \frac{26 \div 3}{20 \div 5} = \frac{26/3}{4} ;$

$\frac{13}{4} \div \frac{3}{7} = \frac{39}{12} \div \frac{39}{91} = \frac{39 \div 39}{12 \div 91}$. Finalement, toute cette réflexion sur la compatibilité et les numérateurs/dénominateurs communs a introduit l'idée de se questionner sur la présence de fractions réduites. En effet, dans plusieurs des cas mentionnés plus haut, et particulièrement dans l'exemple du départ, certaines fractions ne sont pas réduites et permettent la division des numérateurs ou dénominateurs l'un par l'autre. Des exemples comme « $\frac{27}{20} \div \frac{3}{7} = \dots ?$ » rendent différente l'utilisation de cet algorithme et impliquent un recours à des numérateurs ou dénominateurs communs, comme précédemment discuté.

⁵ Il est à noter que les enseignants n'ont pas utilisé l'exemple de départ, mais le « contre-exemple » proposé auparavant.

1.4 Retour sur ces exemples

Ces exemples d'exploration, ayant une seule tâche comme point de départ aux explorations, montrent bien la richesse et la diversité des compréhensions mathématiques déployées et développées par les enseignants. On retrouve une fouille constante des idées est en cours et incite les enseignants à se questionner mathématiquement sur des notions courantes de leur pratique, soit la division de fractions (et les fractions elles-mêmes). Ces explorations se construisent à partir d'aspects évidemment mathématiques et connectés à leur programme d'étude, mais aussi par des mathématiques « de la pratique », connectées en premier lieu avec une solution d'élève (la tâche elle-même) mais aussi par des réflexions qui sont tenues par les enseignants alors que les élèves sont au cœur de leurs discussions et considérations, autant mathématiques que didactiques (contre-exemples, façons d'expliquer, efficacité mathématique, standardisation d'une approche pour toutes les opérations, etc.).

Alors que dans ce premier extrait l'angle de discussion était la diversité des compréhensions mathématiques déployées par les enseignants, le prochain extrait (encore sur les fractions) offre une illustration de la richesse du questionnement mathématique (et didactique) provoqué par les explorations des enseignants.

2 Deuxième exemple : développement de compréhensions ancrées dans la pratique

Ce deuxième exemple provient de notre site de formation continue au primaire (3^{ème} à 6^{ème} année du primaire). L'extrait choisi offre une illustration de la richesse de l'exploration des productions d'élèves pour déclencher un questionnement mathématique significatif relatif à l'enseignement.

2.1 Déroulement d'une partie de la séance

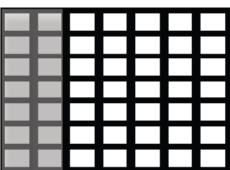
Dans un premier temps, les enseignantes⁶ ont comme tâche d'anticiper les réponses que donneraient leurs élèves aux questions suivantes, et d'en discuter entre elles en équipes de 2 à 3.

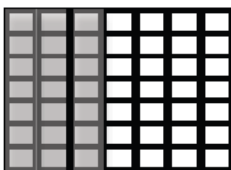
- 1) Trouve une fraction entre $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{7}$.
- 2) Indique si l'énoncé suivant est vrai ou faux. Si faux, corrige l'erreur
« Il n'y a pas de fractions entre $\frac{3}{11}$ et $\frac{4}{11}$ »

Par la suite, chacune des équipes reçoit des solutions d'élèves à ces mêmes deux questions. Ils doivent alors les comparer à leurs anticipations, mais surtout explorer le sens mathématique sous-jacent à celles-ci. Voici des exemples de solutions d'élèves distribuées.

1) Trouve une fraction entre $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{7}$

Jasmine:


 $\frac{2}{7} = \frac{14}{42}$


 $\frac{3}{7} = \frac{21}{42}$

Réponse = $\frac{15}{42}$

David: $\frac{2}{6}$ ou $\frac{2}{8}$

Krystel: $\frac{4}{14} < \frac{5}{14} < \frac{6}{14}$

Annie: $\frac{2.5}{7.5}$

Exemples des réponses d'élèves distribuées aux enseignantes pour la 1^{ère} tâche

⁶ J'utilise ici le féminin « enseignantes », car ce groupe était composé exclusivement de femmes.

2) Indique si l'énoncé suivant est vrai ou faux. Si c'est faux, corrige l'erreur.

« Il n'y a pas de fraction entre $\frac{3}{11}$ et $\frac{4}{11}$ »

Krystel: faux $\frac{3\frac{1}{2}}{11}$ **David:** Vrai. Il n'y a pas de fraction entre $\frac{3}{11}$ et $\frac{4}{11}$, on passe de 3 à 4.

Alex: faux $\frac{30}{110}$ et $\frac{40}{110}$ alors $\frac{31}{110}; \frac{32}{110}; \frac{33}{110}; \frac{34}{110}; \frac{35}{110}; \frac{36}{110}; \frac{37}{110}; \frac{38}{110}; \frac{39}{110}$

Steve: faux $\frac{3.5}{11}$ **Rachel:** faux $\frac{3.1}{11}$... jusqu'à l'infini **Carolyn:** faux $\frac{30}{110}$ $\frac{35}{110}$ $\frac{40}{110}$

Jasmine: faux $\frac{3}{11} \times 11 = \frac{33}{220}$ et $\frac{4}{11} \times 11 = \frac{44}{220}$ **Jonathan:** faux $\frac{3\frac{1}{2}}{11}$ $\frac{3\frac{1}{3}}{11}$ $\frac{3\frac{1}{4}}{11}$

Exemples de réponses distribuées aux enseignantes pour la 2^{ème} tâche

Finalement, un retour en groupe est organisé pour discuter des diverses anticipations de chacune et des sens mathématiques explorés. Cette plénière sert aussi de déclencheur pour d'autres explorations, suite à l'interaction avec les autres équipes d'enseignantes et avec les deux formateurs.

2.2 Analyse des compréhensions mathématiques des élèves par les enseignantes

Ces explorations ont mené à un questionnaire important sur le sens mathématique sous-jacent aux réponses d'élèves, déclenché en premier lieu par la questions suivante : « quels raisonnements et quelle logique sous-jacente à ces réponses d'élèves ? ». On peut par exemple penser au passage aux fractions équivalentes $\frac{4}{14}$ et $\frac{6}{14}$ pour Krystel, à la recherche d'un nombre « à mi-chemin » entre 2 et 3 et 7 et 8 pour Annie, au recours à une représentation dessinée et un partitionnement commun pour Jasmine, ainsi qu'à toutes les complications ou facilités que chacune de ces réponses entraîne ou contient. En deuxième lieu, au delà du sens mathématique sous-jacent à chacune de ces solutions, apparaît la question de la validité des solutions proposées : « Est-ce que le raisonnement fonctionne ? Est-il valide mathématiquement ? ». Un bon exemple est celui de la procédure quelque peu inusitée employée par Annie pour obtenir $2,5/7,5$; on peut se demander si cette stratégie d'ajout de « 0,5 » fonctionne toujours ? Ces entrées sur le sens mathématique sous-jacent aux solutions, et les explorations qui en découlent, entraînent diverses façons de faire et de résoudre une tâche qui peuvent apparaître simples au premier abord, telles qu'une entrée sur les représentations dessinées, les écritures décimales, les fractions équivalentes, etc., mais qui ont le potentiel d'élargir l'espace du possible (Sumara et Davis, 1997) au niveau des façons de résoudre cette tâche.

Ces explorations de solutions d'élèves ont aussi suscité un questionnaire important autour de l'écriture et du symbolisme mathématique. Les enseignantes ont été amenées à se demander si les fractions ayant une fraction ou un nombre à virgule au numérateur ou au dénominateur représentaient des écritures acceptables pour exprimer une fraction – on pense alors aux solutions de Annie ($\frac{2,5}{7,5}$), de

Krystel ($\frac{3\frac{1}{2}}{11}$), de Steve ($\frac{3,5}{11}$), de Rachel ($\frac{3,1}{11}$) et de Jonathan ($\frac{3\frac{1}{2}}{11}, \frac{3\frac{1}{3}}{11}, \frac{3\frac{1}{4}}{11}$) – soulevant des discussions importantes au niveau des conventions d'écritures pour les fractions. Les enseignantes se sont demandées si ces écritures étaient acceptables ou problématiques, et pourquoi. L'exploration de la rationalité sous-jacente à ces écritures a stimulé une discussion sur la différence entre une « convention mathématique » et un « raisonnement mathématique », et l'importance de chacun, puisque ces écritures peuvent décrire un bon raisonnement sans être conventionnellement acceptables. De plus, ceci a stimulé une discussion relative au niveau scolaire des élèves alors que certaines écritures peuvent être acceptables pour l'apprentissage de notions particulières dans certaines années scolaires (la densité de la droite numérique, par exemple, ou le fractionnement de l'unité), mais inacceptables pour d'autres

années scolaires ; différentes enseignantes, de différents niveaux, faisaient valoir leurs points de vue, ancrés dans leur contexte de pratique, et ce qu'elles mettent de l'avant dans leur enseignement de ces mêmes concepts. Il est intéressant de souligner que le groupe d'enseignantes a toutefois évoqué un malaise important vis-à-vis de ces écritures quant au sens que celles-ci symbolisent. En effet, ces écritures deviennent problématiques lorsque le tout de référence associé au numérateur est considéré. Par exemple, dans $\frac{3\frac{1}{2}}{11}$, le 3 réfère à trois parties d'un tout sectionné en 11 parties, la $\frac{1}{2}$ possède un référent différent, soit un demi d'un onzième ($\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{11}$) ; ce n'est pas un demi d'un tout sectionné en 11 parties, car ceci représenterait $\frac{5\frac{1}{2}}{11}$. Ainsi, avec l'écriture $\frac{3\frac{1}{2}}{11}$, on peut penser qu'on se retrouve avec un même numérateur qui possède deux référents (soit le tout sectionné en 11 parties et le $\frac{1}{11}$), tandis qu'habituellement, non seulement ce référent est le même, mais il est aussi explicite (soit le tout partitionné en onzièmes). Cette écriture cache un autre « tout » implicite, soit un onzième, rendant cette écriture peu explicite donc peu souhaitable. Cette explication, offerte par les enseignantes revêt un caractère hautement didactique pour leur pratique (« peu souhaitable, car obscure »), mais aussi très mathématique (« le(s) référent(s) de la fractions »).

Ainsi, ce travail a permis aux enseignantes de développer des ressources pour interagir avec des représentations et façons de faire « moins » habituelles, qui peuvent camoufler des compréhensions mathématiques importantes non-négligeables dans l'enseignement-apprentissage des concepts mathématiques de fraction.

3 Retour sur les deux extraits tirés de séances de formation continue

Ces deux extraits, provenant du secondaire et du primaire, permettent d'illustrer l'émergence exceptionnelle de sens et compréhensions mathématiques déployés et développés par les enseignants durant les séances. On voit apparaître un questionnement mathématique profond chez les enseignants, relativement à des concepts quotidiens de leur pratique. Ces explorations ont permis de démarrer des prises de conscience importantes sur les concepts mathématiques qu'ils enseignent (et que leurs élèves apprennent) et le sens qui peut être développé pour ces concepts en situation d'enseignement-apprentissage. D'une certaine manière, les enseignants, durant les séances, travaillent avec leurs propres mathématiques, les explorent et les poussent. Les concepts mathématiques explorés sont ceux du programme d'étude, mais en même temps ils sont plus que ce dernier, touchant à des aspects spécifiques de la classe et des élèves en contexte d'enseignement-apprentissage. C'est cette dimension que j'explore dans la prochaine section. Elle amène à un certain recadrage de ce que nous conceptualisons comme la formation mathématique des enseignants. Toutefois, avant d'offrir ce recadrage, j'offre dans ce qui suit un aperçu des retombées de ces formations sur les enseignantes, alors que des entrevues ont été menées avec elles sur leurs expériences de formation.

4 Retombées vécues et perçues par les enseignantes de la formation : entrevues de mi-parcours et de fin de parcours

Des entrevues ont été réalisées avec les enseignantes du groupe du primaire au milieu et à la fin du projet pour mieux comprendre leur expérience vécue et les retombées de la formation pour elles. Les analyses sont en cours, mais déjà des dimensions intéressantes et importantes ressortent.

Le premier élément très présent dans leurs discours, et ce, autant au milieu qu'à la fin de parcours, est qu'un tout nouveau monde mathématique s'ouvre aux enseignantes à travers ces formations ; un monde mathématique et des façons de penser et faire les mathématiques qui leur sont nouvelles et attrayantes. Il apparaît important de mentionner que cette ouverture les touche à un niveau très profond, à la fois comme personnes et comme enseignantes. En effet, les entrevues de milieu et de fin de parcours sont très émotives et les commentaires des enseignantes témoignent d'une sensibilité, voire même d'une reconnaissance, envers ce qu'ils ont vécu en formation. Ce qui frappe est l'intensité de l'impact de la

formation sur elles, sur ce qu'elles ont appris et vécu ; la formation semble les avoir transformées, au niveau mathématique, et elles le témoignent d'une façon vibrante durant les entrevues.

Au niveau mathématique, voire à un niveau méta-mathématique au delà des contenus, cinq aspects se démarquent. Un premier aspect est le fait qu'il existe beaucoup de liens entre les concepts mathématiques. Plusieurs d'entre elles ont fait ce constat durant la formation, alors que de nombreux concepts qu'elles enseignent étaient auparavant vus de façon isolée, compartimentée. Il semble que la formation leur a permis de relier et connecter plusieurs concepts ensemble et d'entrevoir les liens qui les unissent (entre fractions, aire, volume, division, décimaux, périmètre, etc.). Un deuxième aspect relevé par les enseignantes est l'importance des images mentales. La formation leur a permis de voir le potentiel d'un travail mathématique en termes d'images, et non uniquement en termes de nombres, de calculs et d'algorithmes (autant pour elles comme personne faisant des mathématiques que comme enseignantes pour leur pratique). Par exemple, elles ont réalisé la richesse mathématique de faire des représentations dessinées des fractions ou de la division, de revenir à des représentations géométriques pour le volume et l'aire et non de centrer uniquement sur le *calcul* d'aire et les dimensions des solides et figures, de représenter les nombres ou les objets mathématiques avec du matériel de manipulation, etc. Un troisième aspect, relié au précédent, concerne l'importance de faire davantage que montrer des algorithmes et procédures de calcul pour arriver à travailler sur le sens des concepts. D'une certaine façon, les enseignantes ont exprimé l'intérêt de travailler sur le sens, ainsi que de ne pas canaliser uniquement sur l'obtention de la réponse finale mais aussi sur le raisonnement et le sens mathématique donné en cours de résolution. Un quatrième aspect mentionné, encore relié aux précédents, est l'importance de donner le temps aux élèves de faire les mathématiques, et non de les amener à développer rapidement des réponses pour terminer les problèmes donnés. Les enseignantes ont expliqué avoir réalisé que certains problèmes demandent du temps, que le développement du raisonnement se fait à long terme, et que l'investissement en temps en vaut la peine autant à court qu'à long terme. Plusieurs d'entre elles ont expliqué avoir fait plusieurs essais durant l'année où elles permettent à leurs élèves de manipuler, de discuter, etc., et ont trouvé cette orientation sur l'enseignement-apprentissage fort intéressante et porteuse de sens pour leurs pratiques et leurs élèves.

Finalement, le dernier aspect concerne leur attitude d'enseignante : plusieurs d'entre elles ont expliqué donner plus de place à la curiosité et au questionnement dans la classe, autant pour les élèves que pour elles. En fait, plusieurs d'entre elles disent poser beaucoup plus de questions à leurs élèves depuis le début de la formation, un effet qu'elles voient provenir de la formation, suite à la façon dont les deux formateurs ont agi avec elles en les questionnant, en semant le doute sur leurs certitudes et en les amenant à préciser leurs réflexions. Elles diront en entrevue, par exemple, des énoncés comme « Je me vois comme un mini-Jérôme dans ma classe, questionnant mes élèves sans arrêt ! », « Je questionne, je sème le doute, je ne les lâche pas avec mes questions, je les force à réfléchir et à ne rien accepter tout cuit dans le bec ! », « Je leur demande "Oui, mais si on avait..." ou "As-tu pensé à..." ». Ainsi, même si la formation n'a pas à la base une intention d'homologie (voir la note de bas de page 4), les enseignantes l'ont vécu à un certain degré, surtout en ce qui concerne l'idée de voir le formateur comme un « modèle d'enseignement » (voir aussi le cas d'Enrico dans Proulx, 2003, 2006).

Toutefois, malgré tous ces aspects positifs qui ressortent fortement de la formation (il y en a d'autres vécus à des niveaux plus individuels chez chacune d'entre elles), la question du « réinvestissement » dans leur pratique de classe est complexe. À travers les diverses entrevues, et ce, autant pour le groupe du primaire que celui du secondaire, les enseignants ont expliqué que le réinvestissement de la formation de façon concrète n'allait pas de soi et qu'il n'était pas simple de savoir exactement comment l'actualiser dans leurs pratiques. Certaines enseignantes diront « Enfin, une formation pour nous et non pour nos élèves et ce que nous ferons demain matin avec eux ! ». Cette affirmation n'est pas anodine, car plusieurs des enseignantes ont senti que cette formation s'adressait à elles, comme professionnelles, et ne servait pas à leur donner des trucs et des façons de faire qu'elles devaient appliquer immédiatement dans leurs classes. Elles étaient en situation d'exploration pour en apprendre davantage sur les mathématiques. Ainsi, elles sentent que cette formation « brasse des choses en dedans » d'elles – de là

peut-être l'aspect émotif – mais sont également un peu prises avec un certain « embarras du choix » de façons de faire, ainsi qu'avec des visions et compréhensions des mathématiques qu'elles ont développées qui peuvent être en contradiction avec les recommandations ministérielles dans les programmes d'étude. Néanmoins, elles affirment que cela est positif, car elles en savent « plus » ; et que c'est donc à elles, comme professionnelles, à gérer leurs pratiques d'enseignement avec ces connaissances nouvelles et voir comment travailler avec ces idées dans leur enseignement⁷. Ceci s'arrime bien avec les travaux que nous avons menés sur le développement d'un cadre de référence (mathématique) personnel d'enseignant (Bednarz, 2010 ; Proulx, 2003, 2006).

Ces « résultats » d'entrevues donnent une bonne idée de la manière dont la formation est vécue par les participants et montrent le potentiel d'une formation mathématique ancrée dans la pratique. Ces entrevues donnent également un aperçu de la nature des expériences vécues par les enseignantes dans le jeu complexe entre formation et pratique d'enseignement. La prochaine section développe cet aspect d'ancrage dans la pratique, dans une perspective de re-cadrage des questions et conceptualisations de la formation mathématique que le projet nous a forcé à faire.

IV - RE-CADRAGE DE LA CONCEPTUALISATION DE LA FORMATION MATHÉMATIQUE DES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES

Le travail mathématique proposé dans nos formations a un ancrage spécifique dans la pratique d'enseignement des mathématiques. Il a aussi un ancrage par l'exploration d'un potentiel sous-jacent aux productions d'élèves, dans une compréhension mathématique spécifique (un usage et une vision des mathématiques) guidée par un regard particulier, soit celui du formateur-chercheur en didactique des mathématiques. Ce double ancrage est provoqué par notre sensibilité et notre envie, en tant que communauté de didacticiens des mathématiques, de repenser les contenus mathématiques sous un autre jour, sous un autre sens, et de les analyser sous toutes leurs coutures. Nos yeux de didacticiens des mathématiques nous amènent à ne pas nous restreindre à une vision des mathématiques rigide et contrainte par un certain standard mathématique prescriptif : nous désirons élargir l'espace (mathématique) du possible (Sumara et Davis, 1997).

Toutefois, malgré un certain ancrage dans la pratique enseignante, ces façons de voir les mathématiques, de les approcher et de les questionner, sont nouvelles pour ces enseignants (tous groupes, primaire et secondaire, confondus) : le travail mathématique se fait souvent autour de façons de voir, de faire et de penser les mathématiques qui ne leurs sont pas familières. Ainsi, la nature du travail mathématique proposé dans nos formations amène à penser que la formation mathématique développée est davantage « articulée » à, qu'ancrée dans, la pratique enseignante. La formation n'est pas axée sur la pratique elle-même, mais elle n'est pas non plus en dehors d'elle : c'est une entrée mathématique qui les amène au-delà de la pratique, tout en restant avec elle⁸. Toutefois, cette conceptualisation d'un travail « articulé » à la pratique est toujours en développement, alors que nos analyses nous aident à raffiner ce que peut signifier une pratique articulée à la pratique enseignante⁹. Une métaphore qui semble aidante, à ce stade

⁷ Ceci fait beaucoup pensé à un commentaire émis par Z. Krygowska dans une conférence donnée au Département de mathématique de l'UQAM en 1973 ayant pour titre « Le rôle de la didactique de la mathématique dans les études du futur enseignant » : [...] je savais très bien enseigner les fractions avant d'avoir fait mes études [...] maintenant je ne sais pas du tout comment je dois faire cet enseignement et c'est là le résultat de la didactique de la mathématique. Je ne sais pas en ce sens que je suis obligé de choisir, parmi les différentes solutions possibles, celle qui est la plus adaptée à ma classe ; maintenant que je connais ces possibilités, je me sens obligé [*sic.*] de changer mes conceptions au cours de l'interaction enseignant-élève, j'ai des doutes, je vois les difficultés des élèves auxquelles je n'avais pas pensé auparavant. C'est l'embarras des richesses qui est maintenant la raison de mes inquiétudes, de mes doutes [...] mais cette richesse m'ouvre la possibilité de faire des recherches étroitement liées à mon métier [...] et qui me donnent une grande satisfaction [...]. (tiré de Bednarz, 2000, p. 77)

⁸ Ceci semble en lien avec ce que Houdement (2003, p. 27) offre comme explication : « En quelque sorte, des indices pour les choix des formateurs sont à chercher en *amont* de la formation (les étudiants AVANT) mais aussi en *aval* de la formation (le milieu des enseignants qui les accueillera et réglera leurs jeunes habitudes) ».

⁹ L'articulation de la formation à la pratique est au cœur des travaux de notre groupe de recherche, le GREFEM, qui a récemment produit une analyse de diverses pratiques de formation articulées à la pratique enseignante (GREFEM, 2012).

de notre (re-)conceptualisation, est celle d'une articulation du corps humain, particulièrement celle du coude, où la pratique enseignante est désignée par l'os du bas (le cubitus), les mathématiques dites standards par l'os du haut (l'humérus), et notre formation sur les mathématiques professionnelles située entre les deux, comme le liquide synovial (la synovie), tel que le montre la figure 2.

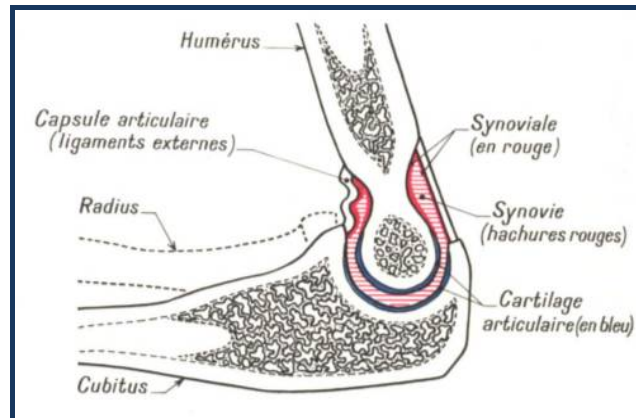


Figure 2 : Une image de l'articulation du coude et son liquide synovial comme métaphore pour conceptualiser une formation mathématique articulée à la pratique enseignante (tiré de <http://membres.multimania.fr/renejacquemet/sport/accidents/accidents.html>)

Cette image devient encore plus signifiante lorsqu'on lui annexe, de façon quelque peu humoristique, cette définition du rôle du liquide synovial pour représenter l'objectif d'une formation mathématique telle que nous l'avons développée :

[...] Il a notamment pour fonction de réduire la friction en lubrifiant l'articulation, d'absorber les chocs, de fournir de l'oxygène et des nutriments aux chondrocytes du cartilage articulaire et d'éliminer de ces derniers le dioxyde de carbone et les déchets métaboliques [...] Le liquide synovial contient également des phagocytes qui éliminent les microorganismes et les débris issus de l'usure normale ou de la déchirure de l'articulation. Lorsqu'une articulation synoviale est immobilisée pendant un certain temps, le liquide devient plus visqueux (gélatineux) mais, à mesure qu'on augmente le mouvement, sa viscosité diminue. [...] (tiré de http://fr.wikipedia.org/wiki/Liquide_synovial)

L'image, ou l'analogie, est en effet frappante ! Et elle alimente une certaine intentionnalité à la formation mathématique des enseignants, en plus d'une certaine fonctionnalité. Ceci dit, ce jeu de tensions et d'articulations entre formation mathématique et pratique enseignante n'est pas toujours simple. En effet, durant les séances il est arrivé que ce que nous avons proposé aux enseignants soit rejeté d'emblée, car ces derniers jugeaient que nous allons « trop loin ». Un de ces exemples est lorsque nous avons travaillé le reste de la division avec l'exemple 2 mentionné plus haut de $423 \div 40 = 9 \text{ reste } 63$, où une proposition a été suggérée de considérer une réponse comme « 11 reste -17 ». La réaction, presque unanime des enseignantes, a été d'affirmer quelque chose semblable à « En 20 ans de carrière, jamais je n'ai rencontré ceci. Non, ça c'est trop poussé ! ». Pourtant, il est intéressant de noter ou même contraster cette réaction à des réponses comme « $10 \frac{1}{2} \text{ reste } 3$ », qui leur ont semblé tout à fait pertinentes à considérer. Il n'est donc pas toujours évident, comme formateur-chercheurs, de savoir où sont nos écarts, nos excès, etc. D'une certaine façon, on peut dire que les enseignants sont de très bons baromètres dans le jeu d'articulation, établissant eux-mêmes une certaine limite où le travail mathématique proposé exagère et dépasse ce qui les touche, devient « tiré par les cheveux », etc., comme si nous sortions, pour abuser de notre métaphore, du liquide synovial, voire du coude ! Par contre, il semble peu judicieux, dans une perspective de formation mathématique qui promeut le développement et l'enrichissement des compréhensions mathématiques chez les enseignants, de demeurer uniquement avec ce qui peut leur sembler pertinent. En effet, l'intention de cette formation « articulée » est de les « pousser » un peu, de leur faire voir des façons différentes de faire les mathématiques et de les comprendre, etc. ; le formateur-chercheur jouant alors entre ses propres intentions et les réactions des enseignants sur ces interventions,

tendant de stimuler l'exploration et de faire voir ce nouveau monde mathématique aux enseignants. C'est donc un travail dans l'action, comme toute pratique d'enseignement l'est, qui définit le travail du formateur-chercheur dans le contexte de formation mathématique : le formateur-chercheur transige et négocie l'imprévu, permet des ouvertures, force un certain questionnement, tente de déclencher des réflexions et d'interagir avec ce qui se présente ... le formateur-chercheur devient, à proprement parler, un praticien de la formation continue.

V - QUELQUES ÉLÉMENTS DE CONCLUSION

La formation mathématique que j'ai présentée dans ce texte, tirée de notre projet de recherche-formation, est axée sur les mathématiques de la pratique des enseignants, dans une idée d'articulation avec celle-ci. Cet axe sur la pratique se retrouve à l'intérieur du choix des concepts mathématiques travaillés, mais surtout dans la façon avec laquelle les « élèves » interviennent et apportent des éléments de travail pour la formation continue des enseignants. C'est de cette manière que la première question posée « Comment l'activité (mathématique) de l'élève peut-elle nous apporter des éléments pour la formation du maître ? » est abordée ; l'élève, son activité et ses productions, devient le point de départ, le déclencheur, pour les explorations mathématiques des enseignants. Ainsi, au cœur de l'approche de formation mathématique se retrouve l'intention d'explorer le potentiel mathématique sous-jacent aux productions d'élèves. Les productions d'élèves, dans ce contexte, ne servent pas vraiment d'outil d'analyse de l'apprentissage ou de la compréhension des élèves (même si elles le sont un peu), mais sont surtout des objets mathématiques à explorer.

En ce qui concerne les nombreuses critiques adressées en recherche (et ailleurs) à l'égard de la faiblesse des compréhensions mathématiques des enseignants de l'élémentaire et du secondaire, quelques réponses ou pistes de réflexion sont possibles. Dans un premier temps, il est clair, à la vue de ce qui a été présenté dans ce texte, que lorsque les enseignants sont placés dans un contexte où ils ont la chance d'explorer les concepts mathématiques ils réussissent et développent des compréhensions mathématiques riches et pertinentes à leur pratique. Ces enseignants ne sont pas incapables de faire des mathématiques ou d'en apprendre. Par contre, plusieurs d'entre eux sont non familiers avec une certaine façon de faire les mathématiques : un certain « non vécu », « non familier », « non habituel » avec les mathématiques qui nous intéressent dans notre communauté de didactique des mathématiques. Par exemple, une recherche du lien entre périmètre et aire, la possibilité qu'un reste soit représenté par plusieurs fractions avec différents référents, une division donnant un reste négatif ou fractionnaire ou plus grand que le diviseur, etc. Il apparaît alors évident, face à leur non-familiarité avec cette entrée sur les mathématiques, que des failles importantes dans leurs connaissances mathématiques peuvent être décelées si ces enseignants sont questionnés sans préavis (ou « sur-le-champ »). Toutefois, plongés dans un contexte de formation tel que développé dans nos recherches, les enseignants réussissent à explorer ces idées, déploient des compréhensions mathématiques puissantes et enrichissent leur vécu mathématique. Cette réflexion souligne aussi l'aspect « activité » ou « faire » des mathématiques, car les enseignants sont amenés par la formation à faire des mathématiques, à les explorer, à développer des compréhensions ; compréhensions qu'ils n'ont peut-être pas, de façon explicite, de prime abord. C'est une façon, certains diront, des les aider à se former eux-mêmes – les former à se former – parce qu'ils développent des habiletés à faire des mathématiques et les explorer, et ils pourront réinvestir ces habiletés par eux-mêmes par la suite dans d'autres contextes mathématiques.

Pour en revenir au fameux « phénomène » cité plus haut tiré de la citation de Brousseau, celui qu'il faut mieux comprendre, quelques commentaires sont nécessaires. Le phénomène à considérer pour les questions de formation mathématique devient alors davantage celui des mathématiques *articulées* à la pratique, et non pas celui des mathématiques standardisées à apprendre par tous. Cette idée repose sur la réalisation que l'enseignant mobilise des mathématiques très particulières dans sa pratique, bien différentes des mathématiques usuelles et même de celles du programme d'études (Bednarz et Proulx, 2009) ... et que ces connaissances mathématiques spécifiques sont très importantes à prendre en considération et à explorer davantage. C'est ce qui a été tenté dans cette formation mathématique avec

des enseignants du primaire et du secondaire : travailler non pas uniquement autour des mathématiques de la pratique, mais aussi stimuler des réflexions et compréhensions mathématiques au-delà de la pratique. Voilà la conceptualisation développée d'une formation mathématique articulée à la pratique. Le rôle d'une formation mathématique pour un enseignant est d'être en lien avec la pratique, mais de ne pas être uniquement que de la pratique car ce serait une visée utilitaire, réductrice et peu enrichissante au niveau professionnel : la formation mathématique doit être connectée à la pratique, tout en tirant cette pratique vers de nouveaux horizons...

Il semble donc y avoir une certaine responsabilité de formation, sur ces mathématiques articulées, sur ces façons de faire les mathématiques dans l'enseignement. Toutefois, cette responsabilité « exige ». Elle « exige » un recadrage de ce que signifie préparer un enseignant de mathématiques et de ce que sont les mathématiques pertinentes à un enseignant dans sa pratique. Elle « exige » un relâchement d'un certain standard mathématique « nécessaire » à avoir acquis pour un enseignant : l'enseignant, comme professionnel, doit devenir ou être vu comme quelqu'un qui peut faire des mathématiques, mais pas n'importe lesquelles : celles qui sont en lien avec sa pratique professionnelle, celles qui sont pertinentes à son travail enseignant, celles qui s'y articulent. Allez savoir si c'est le formateur ou le chercheur qui offre cette perspective...l'argument ayant des racines encore une fois dans ces deux mondes connectés...

Cette recherche a été rendue possible grâce au support financier du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH, subvention #410-2008-0284).

BIBLIOGRAPHIE

BEDNARZ N. (2000) Formation continue des enseignants en mathématiques: Une nécessaire prise en compte du contexte, pp. 63-78, in P. Blouin & L. Gattuso (dir.), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Montréal : Éditions Modulo.

BEDNARZ N. (2010) La formation à l'enseignement des mathématiques au secondaire : quelques enjeux, pp. 185-192, in J. Proulx & L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles*, Sherbrooke : Éditions du CRP.

BEDNARZ N. & PROULX J. (2009) Knowing and using mathematics in teaching: Conceptual and epistemological clarifications taking their source in teachers' practice. *For the Learning of Mathematics* (Numéro thématique sur « Knowing and using mathematics in teaching »), **29**(3), 11-17. [Une version en français a été publiée sur le site de FLM (<http://flm.educ.ualberta.ca>) sous le titre de Connaissance et utilisation des mathématiques dans l'enseignement : Clarifications conceptuelles et épistémologiques prenant leur source dans une analyse de la pratique des enseignants].

BEDNARZ N. & PROULX J. (2010) Processus de recherche-formation et développement professionnel des enseignants de mathématiques : Exploration de mathématiques enracinées dans leurs pratiques. *Éducation et Formation*, **e-293**, 21-36. <http://ute3.umh.ac.be/revues/>

BEDNARZ N. & PROULX J. (2011a) An attempt at defining teachers' mathematics through research on mathematics at work, in *Proceedings of CERME-7*, Rzeszow, Pologne.

BEDNARZ N. & PROULX J. (2011b) Spécificité du travail mathématique de l'enseignant: un ancrage pour la formation continue, in *Actes du colloque « Le travail enseignant au XXI^e siècle Perspectives croisées : didactiques et didactique professionnelle »*, Lyon, France, INRP, CD-ROM.

BRIAND J. (2003) Enseigner l'énumération en moyenne section de maternelle, Tome 1, pp. 33-52, in *Concertum : dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques*, ARPEME.

BROUSSEAU G. (1988) Fragilité de la connaissance et fragilité du savoir. *Conférence donnée au CIRADE*, 22 janvier 1988 [VHS/couleur/2 cassettes]. Montréal, Canada: UQAM/CIRADE.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée sauvage.

DAVIS B. (2010) Concept studies: designing settings for teachers' disciplinary knowledge, vol.1, 63-78, in *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

DAVIS B., & SIMMT E. (2006) Mathematics-for-teaching: An ongoing investigation of the mathematics that teachers (need to) know. *Educational Studies in Mathematics*, **61**(3), 293-319.

GREFEM (2012) Formation didactique articulée à la pratique enseignante: illustrations et conceptualisations, in *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2012*.

HÉRAUD B. (2000) Quelles approches doit-on privilégier dans la formation initiale des enseignants au primaire pour l'enseignement des mathématiques ? 41-52, in P. Blouin & L. Gattuso (dir.), *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*. Montréal : Éditions Modulo.

HOUEMENT C. (2003) Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques, Tome 3, pp. 23-31, in *Concertum : dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques*, ARPEME.

HOYLES C., NOSS R., & POZZI S. (2001) Proportional reasoning in nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, **32**(1), 4-27.

KUZNIAK A. (2003) Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, Tome 3, pp. 7-22, in *Concertum : dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques*, ARPEME.

MA L. (1999) *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum Associates.

MARCHAND P. (2010) Formation initiale des maîtres au primaire et en adaptation scolaire et sociale : quelle formation mathématique ? pp. 11-42, in J. Proulx et L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles*. Sherbrooke : Éditions du CRP.

MEWBORN D. S. (2003) Teaching, teachers' knowledge, and their professional development, pp. 45-52, in J. Kilpatrick, W.G. Martin, & D. Schifter (dir.), *A research companion to the Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NOSS R. (2002) Mathematical epistemologies at work, vol. 1, 47-63, *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

NOSS R., BAKKER A., HOYLES C., & KENT P. (2007) Situated graphs as workplace knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, **65**, 367-384.

NOSS R., & HOYLES C. (1996) The visibility of meanings: modeling the mathematics of banking. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, **1**(1), 3-31.

NOSS R., HOYLES C., POZZI S. (2002) Abstraction in expertise: a study of nurses' conceptions of concentration. *Journal for Research in Mathematics Education*, **33**(3), 204-229.

NOSS R., POZZI S., & HOYLES C. (1999) Touching epistemologies: meanings of average and variation in nursing practice. *Educational Studies in Mathematics*, **40**(1), 25-51.

POZZI S., NOSS R., & HOYLES C. (1998) Tools in practice, mathematics in use. *Educational Studies in Mathematics*, **36**, 105-122

PROULX J. (2003) *Pratiques des futurs enseignants de mathématiques au secondaire sous l'angle des explications orales : Intentions sous-jacentes et influences*. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec, Canada.

PROULX J. (2006) « Objectifs comme points de départ » versus « objectifs à atteindre à la fin » : Un défi pour les programmes de formation des maîtres, in *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2006* (CD-ROM). Sherbrooke, QC : Éditions du CRP.

PROULX J. (2007) *(Enlarging) secondary-level mathematics teachers' mathematical knowledge: An investigation of professional development*. Thèse de doctorat, Université de l'Alberta, Alberta, Canada.

PROULX J. (2009) Réflexions préliminaires sur les connaissances mathématiques des enseignants du secondaire : Connaissances factuelles et développement de connaissances, in *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2009*. <http://fastef.ucad.sn/EMF2009/colloque.htm>

PROULX J. (2010) Et si toute la question de la formation des enseignants en mathématiques était plus simple qu'on le pense ? Pratiques de formation continue pour les enseignants de mathématiques du secondaire centrées sur le travail des mathématiques scolaires, pp. 203-224, in C. Couture & L. Dionne (dir.), *Formation initiale et continue*

dans le domaine des sciences, des mathématiques et de la technologie: Vers quel développement professionnel des enseignants. Ottawa, ON: Presses de l'Université d'Ottawa.

PROULX J., & BEDNARZ N. (2009) Resources used and “activated” by teachers when making sense of mathematical situations, vol. 4, pp. 417-424, in *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

PROULX J., & Bednarz N. (2010a) Enhancing teachers' mathematics of their practice: A professional development project, vol. 4, pp. 65-72, in *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

PROULX J., & BEDNARZ N. (2010b) Formation mathématique des enseignants du secondaire. Partie 1 : Réflexions fondées sur une analyse des recherches. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica Ibero-americana*, **1**(1). <http://emteia.gente.eti.br/index.php/emteia>

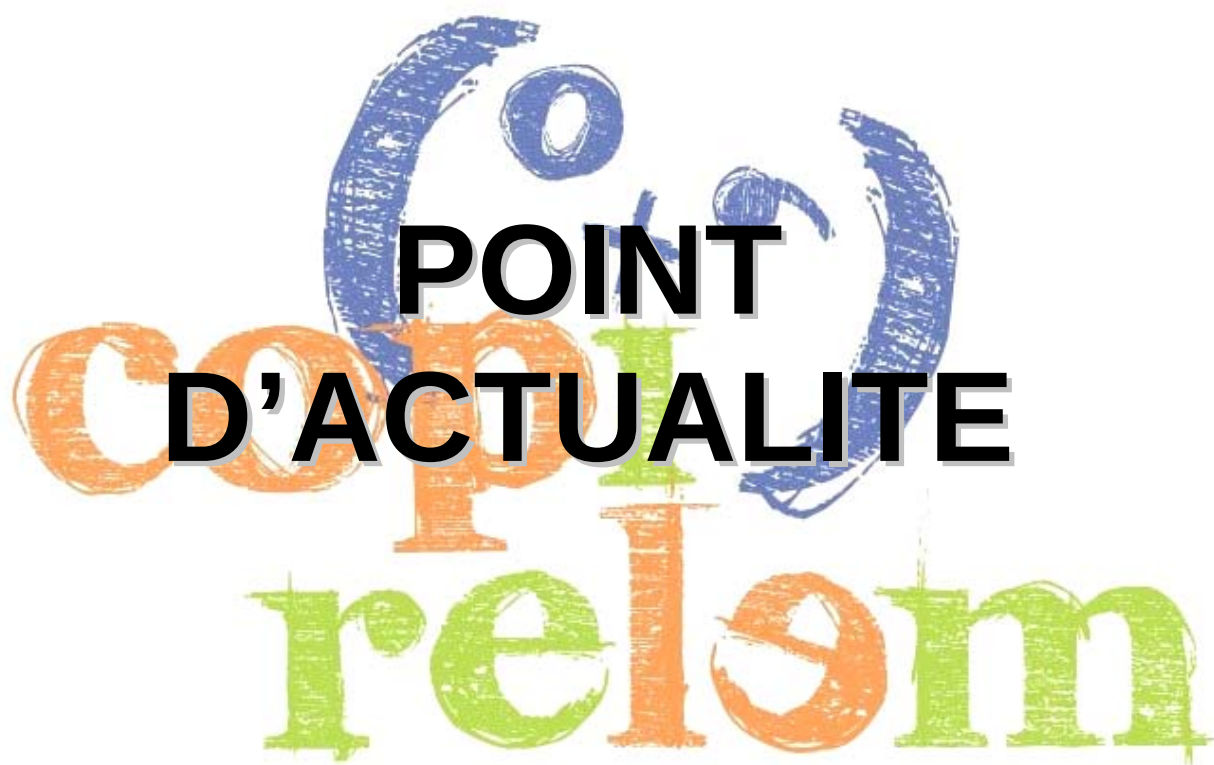
PROULX J., CORRIVEAU C., et SQUALLI H. (dir.). (2012) *Formation mathématique pour l'enseignement des mathématiques : pratiques, orientations et recherches*. Québec, Qc : Presses de l'Université du Québec.

RICCO G., VERGNAUD G., et ROUCHIER A. (1983) Représentation du volume et arithmétisation - entretiens individuels avec les élèves de 11 à 15 ans. *Recherches en didactique des mathématiques*, **4**(1), 27-69.

SCHIFTER D. (1998) Learning mathematics for teaching: From a teacher' seminar to the classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, **1**(1), 55-87.

SUMARA D. J., & DAVIS B. (1997) Enlarging the space of the possible: Complexity, complicity, and action-research practices, pp. 299-312, in T. R. Carson & D. J. Sumara (dir.), *Action research as a living practice*. New York: Peter Lang.

WONG E. D. (1995) Challenges confronting the researcher/teacher: Conflicts of purpose and conduct. *Educational Researcher*, **24**(3), 22-28.



POINT D'ACTUALITE

UNE ANNÉE DE MASTÉRISATION : ET APRÈS ?

Catherine HOUEMENT

MCF Didactique des Mathématiques
LDAR, Université Paris Diderot et Université de Rouen, IUFM
catherine.houement@univ-rouen.fr

Résumé

Le texte propose une mise en perspective de cette première année de mastérisation de la formation des enseignants. Après un bilan local (IUFM de Haute-Normandie) des années passées, il invite à repenser les contenus de formations sous les contraintes 2010-11, notamment l'incitation à affiner la réflexion sur les contenus "hors sol" et leur communication à des étudiants "zappeurs".

Cette revue rapide et subjective (la nostalgie de ce qui n'est plus ?) vise à montrer que tout n'était pas rose dans la façon dont était conçue et fonctionnait la formation des professeurs des écoles avant la mastérisation. Elle essaie de montrer l'assujettissement que nous avons subi cette année et relativise, sans les nier, les difficultés scientifiques de l'entrée dans la Mastérisation. Elle lance quelques défis pour reconstruire des enseignements de mathématiques et de didactique professionnelles.

I - LA BELLE AVENTURE (1999-2004)

1 Le concours

L'existence dans le concours au professorat des écoles (épreuves académiques, puis regroupées par académies) de contenus demandant une réflexion professionnelle légitimait dans la formation des perspectives didactiques et professionnelles. A ces origines (1991-2002) l'épreuve de mathématiques, uniquement écrite, comportait trois parties: la première (2/5 de la note) testant des connaissances mathématiques, la seconde (1/5 de la note) demandant une analyse de travaux d'élèves, la troisième (2/5 de la note), affirmée comme volet professionnel, amenait à analyser des outils d'enseignant ou des extraits de séance. La dimension professionnelle du concours fut particulièrement développée dans une note de service (n°94-271 du 16-11-1994) adressée aux recteurs, destinée à contrer des dérives, qui marqua durablement les concepteurs de sujets de concours. En voici quelques extraits concernant la première partie.

"La dimension professionnelle s'y exprime par le choix de contenus et le type de compétences professionnelles évaluées chez les candidats à propos des contenus¹.

Il est rappelé à nouveau que l'épreuve ne vise pas le contrôle d'un savoir spécialisé, mais la capacité du candidat à utiliser des connaissances pour traiter une situation dans le cadre de l'école primaire. (...)

Les jurys auront donc à éviter les sujets qui donnent trop d'importance au contrôle de pré-requis ciblés et qui ne sont pas accessibles à des non spécialistes de la discipline ainsi que les sujets qui, à l'opposé, en resteraient au niveau des connaissances de l'école primaire.

Il est important de préciser que ces textes étaient portés par les concepteurs de sujets, choisis parmi les formateurs (en IUFM) des candidats au concours de professeurs. La culture de ces formateurs en mathématiques appliquées et interrogées dans le cadre de l'enseignement du premier degré leur donnait

¹ Ce qui figure en caractères droits dans la citation en italique était souligné dans la note ministérielle.

une interprétation ad hoc de ces textes. La COPIRELEM par la diffusion d'annales mathématiques avec corrigés (et parfois analyse critique des sujets) contribua à véhiculer cette culture et forgea ainsi, au fil des années, un curriculum praxique : des types d'exercices (Peltier 1995) qui précisent l'attendu du concours et définissent *in fine* des invariants de formation.

2 La formation professionnelle (année de PE2) à l'IUFM de Haute Normandie

Après une expérience de huit années d'IUFM, mus par la nécessité de construire une formation plus professionnelle, des équipes pluridisciplinaires de formateurs de l'IUFM de Haute Normandie (comme dans beaucoup d'autres IUFM) se sont constituées et instituées en conceptrices du plan de formation pour une partie de la cohorte de PE2. En particulier nous² avons été responsables de deux groupes de PE2 (50 étudiants) quant à l'emploi du temps, le choix et la durée des périodes que nous avons consacrées chacune à un cycle : chaque période comportait des cours disciplinaires dont la répartition entre disciplines et durée étaient liées à la spécificité du cycle (par exemple peu de mathématiques en cycle 1, plus d'art et d'EPS et de langage; mais un temps plus long de mathématiques au cycle 3), quelques cours interdisciplinaires (par exemple langage et sciences au cycle 2) un stage en tutelle avec consignes spécifiques graduées sur les trois cycles préparé en amont et révisé en aval. La période se terminait par un stage en responsabilité dans le cycle travaillé. L'évaluation était aussi pensée par cycle avec un choix possible des stagiaires dans des regroupements de disciplines, de telle façon que les travaux ne s'accumulent pas, mais testent des compétences a priori différentes. Sur l'année se répartissaient également quelques cours de méthodologie professionnelle (faire passer la consigne, gérer les outils du maître, faire une mise en commun, corriger.....) et des ateliers d'analyse de pratiques (pratiques vécues par les stagiaires), soit analyse didactique disciplinaire (en ce qui nous concerne dans le cadre de la didactique des mathématiques), soit analyse dans le cadre du GEASE (Groupe d'Étude et d'Analyse de Situations Professionnelles) pour lequel plusieurs membres de l'équipe étaient formés. Le mémoire trouvait sa place dans cette construction avec un moment fort, une soutenance blanche en séminaire d'une demi-journée regroupant huit étudiants et au moins deux formateurs de disciplines différentes.

Cette modalité de formation fortement ancrée dans la dynamique de l'équipe nous a semblé porter ses fruits : les retours des stagiaires en fin d'année étaient positifs, ils se sentaient prêts, cela semblait se sentir aussi en partie dans leurs classes l'année suivante, les formateurs avaient l'impression d'avoir rempli leur devoir.

II - UNE DÉTÉRIORATION PROGRESSIVE (2005-2010)

1 Le concours

Progressivement l'appréciation de la dimension professionnelle s'est amenuisée, non pas parce que les textes avaient changé, mais parce que l'interprétation d'une circulaire (n° 99-196 du 8-12-1999) faite par les recteurs a abouti, dans un grand nombre d'académies, à l'exclusion de tous les formateurs IUFM de la composition des sujets et des jurys de correction. Ceux-ci ont été alors composés de professeurs de mathématiques de collèges et de personnels du premier degré, qui, pour beaucoup d'entre eux, connaissaient mal les contenus de formation à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

La qualité professionnelle des sujets subit une nouvelle dégradation suite au texte de 2005 (BO n°21 du 26-5-2005, voir aussi COPIRELEM 2006) et à la note 2005-083 du 16-5-2005 qui précise les attendus, avec une formulation qui insiste surtout sur certaines qualités mathématiques du candidat.

² En particulier M.L.Peltier et C.Houdement, avec des formateurs d'autres disciplines et un PEMF par cycle.

"L'épreuve permet de mettre en évidence chez le candidat, d'une part la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la qualité du raisonnement logique, ainsi que l'aptitude à utiliser des outils mathématiques, à interpréter des résultats dans les domaines numérique et géométrique et à formuler avec rigueur sa pensée par différents modes d'expression et de représentation, d'autre part la connaissance des objectifs, des programmes et des principaux documents d'accompagnement de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, ainsi qu'une bonne aptitude à les mettre en relation avec la pratique de la classe."

Cette note donne pour le concours une liste de contenus mathématiques, dont la lecture peut rester très naïve, dans la mesure où ils ne sont pas reliés à des questions professionnelles d'enseignement mathématique dans le premier degré. Quant aux sujets, ils sont alors élaborés nationalement (cinq sujets suite à des regroupements académiques) par une commission mixte, mais avec une influence faible des enseignants impliqués dans la formation à (ou la recherche sur) l'enseignement des mathématiques dans le premier degré.

L'écrit mathématique du concours 2011 (en septembre 2010) est inséré dans une épreuve de sciences. En voici quelques extraits à mettre en parallèle avec les précédents (COPIRELEM 2011)

Cette épreuve écrite est complétée pour les mathématiques par un oral (juin 2011) sensée tester des compétences plus professionnelles. Il nous est difficile d'évaluer l'efficacité d'un tel dispositif pour repérer les étudiants les moins inaptes à conduire une classe en mathématiques. De plus, le manque de cadrage, ne serait-ce que sur les conditions matérielles (utilisation d'un tableau, type de documents fournis pour la préparation..) de soutenance d'une leçon³, nous laisse perplexe.

2 La formation des stagiaires PE2

A l'échelon local de l'IUFM de Haute-Normandie, des simplifications administratives et des soucis d'équité entre stagiaires amènent à uniformiser les plans de formation : l'équipe citée ci dessus perd une partie de ses responsabilités, notamment la liberté de répartir les disciplines selon le cycle étudié sur la période, de penser leur imbrication plutôt que leur juxtaposition, de mettre en place des évaluations adaptées au projet de formation. Simultanément la cohorte de stagiaires PE2 possède moins de repères didactiques, dans la mesure où le concours s'est relâché sur ce point. Au fil des années les choses s'aggravent : l'IUFM de Haute Normandie fait le choix de supprimer le mémoire en 2008, certes contre la volonté des formateurs, mais pour récupérer des heures d'accompagnement des stagiaires en stage filé un jour par semaine dans une classe toute l'année. Cette nouvelle modalité de stage permet certes aux stagiaires de rentrer dans le métier et de finalement "gérer" la classe, mais leur donne simultanément une image du métier bien fautive de leur responsabilité dans les apprentissages des élèves : activités courtes, jour sans lendemain, séances sans mémoire, bref une parenthèse dans la semaine de l'élève. Ce qu'ils constatent d'ailleurs presque tous (et avec surprise) quand ils effectuent leurs deux autres stages en responsabilité de deux ou trois semaines continues. Globalement la recomposition de connaissances professionnelles est laissée à la charge du stagiaire.

Il est temps de repenser la formation des futurs professeurs des écoles.

³ Qui a finalement conduit à une grande variété de conditions selon les académies.

III - UN PETIT ESPOIR "THÉORIQUE"...VITE DÉÇU : LA MASTÉRISATION ET CIE

1 L'espoir

Il est certain que les conditions matérielles (notamment suppression d'un salaire pour les étudiants ayant eu le concours) qui ont accompagné la mastérisation marquent une régression sociale.

Mais nous ne regarderons pas la transformation de la formation de ce point de vue là.

Dans un premier temps, cette transformation a représenté une façon de revisiter la formation dont nous avons montré les limites, et quelque part la saturation du modèle initié dans les années 1990. L'installation de l'IUFM comme composante universitaire devait permettre aux domaines nécessaires à l'enseignement de trouver leur place dans la formation, dans la mesure où ils outillent l'étudiant à devenir maître, c'est-à-dire, enseigner tel ou tel savoir aux élèves. La didactique des mathématiques trouvait donc là une légitimation de sa présence, parmi d'autres didactiques. Le concours pouvait ne plus être la seule finalité de la formation, perspective d'autant plus intéressante que sa forme actuelle et ses modes de passation le rendaient peu adapté au repérage de compétences pour enseigner. La reconnaissance de l'IUFM comme école professionnelle des enseignants célébrait l'expertise de ses enseignants, ex-formateurs. L'élaboration d'une maquette de master pour professeurs des écoles promettait la reconstruction collective, par les enseignants d'IUFM, d'une formation polyvalente où les connaissances disciplinaires et didactiques seraient recomposées.

2 La déception

Le bilan d'une première année est très différent.

Tout d'abord, l'environnement des IUFM s'est aussi modifié : les textes des nouveaux programmes du primaire 2008 sont courts, leur absence d'explicitation est prétexte à toutes sortes d'interprétations, risquant d'annihiler des prémices de transformation positive des pratiques initialisées par les programmes 2002 et ne pointant pas certaines dérives de ces mêmes programmes. L'accompagnement institutionnel relève presque de l'injonction paradoxale, célébrant la liberté (l'ignorance ?) pédagogique et réduisant la résolution de problèmes à des exercices d'application. Les étudiants se trouvent face à une définition floue des contenus d'enseignement.

Concernant les institutions, l'IUFM est passée d'école professionnelle à composante de l'université ; certains affirmaient même qu'il avait disparu. A ce titre, il est assujéti, sans exception, à toutes les contraintes qui pèsent sur les masters, alors que le nombre d'étudiants qu'il apporte à l'université devrait lui permettre de poser des exigences. Il est passé, d'une formation avec validation (certes à adapter) à une liste de cours juxtaposés soumis à examen : les examens se concentrent en fin de semestre, sans que ce découpage annuel ne soit adapté ni au temps scolaire, temps des stages, ni à celui du concours. L'alternance stage-formation des IUFM a laissé la place à la consommation de cours (l'étudiant étant présent ou non) pour "avoir" ses examens. Les étudiants "captifs" avant la mastérisation (par obligation de présence) sont devenus "zappeurs", aussi parce qu'ils doivent pour beaucoup travailler pour financer leurs études.

Les droits à responsabilité usuels dans les universités⁴ (pilotage d'un master, direction d'un mémoire uniquement par un enseignant chercheur), les différents niveaux de cours (CM, TD...) ont créé des clivages entre les catégories différentes d'enseignants (PE, PRAG-PLC, MCF, PU) alors que cette variété avait fait la richesse des IUFM.

Concernant les étudiants, l'année fut très difficile notamment pour ceux qui durent en M2 cumuler la préparation à l'oral et du mémoire : temps trop court, étudiants déboussolés, enseignants désabusés...

⁴ auxquels les Directeurs d'IUFM n'ont pas osé déroger...

Déjà dans les IUFM des modifications du découpage du master sont en cours pour l'année 2011-12 dans la limite du possible, les parcours d'initiation à la recherche sont simplifiés, l'équilibre entre cours disciplinaires et méthodologiques est revu.

Le récent rapport sur la mastérisation de la formation initiale des enseignants (Jolion, 2011) propose un regard national plus complet sur les difficultés de cette première année et l'extrême complexité de ce nouveau type de formation des enseignants.

Mais le retour en arrière semble impossible : il faut accepter ce passage d'une logique de formation (nous délivrions des "permis d'enseigner") à une logique de certification (nous devons outiller les étudiants de connaissances pour enseigner et évaluer leur maîtrise de ces connaissances, tout en les préparant à un concours extérieur à notre institut).

IV - QUE CERTIFIER ? QUE CRÉER DE SPÉCIFIQUE ?

1 Que créer de spécifique?

Il est de notre devoir de trouver des spécificités à la composante universitaire IUFM de façon à ce qu'elle s'impose dans l'université, devienne incontournable, forts de nos expériences de formation à l'enseignement des mathématiques, mais aussi de notre potentialité à avancer sur les relations entre didactiques disciplinaires.

Il serait opportun de développer des recherches et/ou des analyses croisées sur l'enseignement de thèmes communs à plusieurs disciplines : par exemple, la preuve en sciences (dont les mathématiques), ou encore la démarche expérimentale en sciences, le langage et les sciences.

Ou encore de construire des outils didactiques qui fonctionnent indépendamment du domaine disciplinaire étudié : par exemple, une grille d'analyse de séance (analyse *a priori* / analyse *a posteriori*) Là n'est pas le lieu de recenser des thèmes fédérateurs entre didactiques ; des laboratoires se penchent déjà sur ces questions, mais cette fédération de disciples autour d'un thème peut constituer un projet pour un IUFM.

2 Que certifier ?

En tant que spécialistes d'une discipline, il nous faut avancer d'une part dans la définition des savoirs professionnels nécessaires à l'enseignement, ne serait-ce que pour communiquer avec les autres composantes de l'université et affirmer notre spécificité, d'autre part dans la construction de stratégies d'acculturation tenant compte des nouvelles contraintes de l'institution.

Le mémoire représente une entrée intéressante pour voir à l'œuvre ces savoirs : un apprentissage formateur pour les étudiants est celui de la différenciation de la valeur scientifique des sources d'information qu'ils consultent, en quelque sorte un repérage de niveaux d'objectivité, voire de scientificité, que nous allons exemplifier (du plus faible au plus fort) :

1. Les programmes ont le statut d'injonctions : dans l'exercice du métier d'enseignant, ils n'ont pas à être questionnés, les superviseurs (IEN, IGEN, Ministre) veillent même à ce qu'ils ne soient pas contestés. Ce peut aussi être le cas de documents d'accompagnement institutionnels. Ils sont soumis à des contraintes d'ordre social et politique. Par contre, dans le cadre de travaux d'objectivation, ils peuvent être remis en question.
2. Idem pour les exemples de pratique, vues in vivo dans les classes ou rencontrées sous forme de fiches sur la Toile : ils peuvent nourrir la réflexion, alimenter des questions, mais ne constituent pas un fondement solide pour la réflexion.

3. Les ressources professionnelles (guides pédagogiques, manuels scolaires) font eux aussi des propositions de mise en œuvre dans les classes ou des déclarations sur les principes d'apprentissage : ces mises en œuvre doivent être analysées en particulier dans le cadre d'un travail de mémoire, la conformité de ces déclarations aux hypothèses actuelles sur les apprentissages est à examiner.
4. Les recherches en didactique disciplinaire, en sciences de l'éducation, les revues à comité de lecture garantissent une scientificité aux articles qu'ils encadrent : ce niveau d'objectivisation est le maximum. Mais de tels travaux n'existent pas pour tous les domaines ou thèmes.

On pourrait se donner comme challenge que le mémoire comporte au moins une référence de niveau 4 et que l'étudiant soit conscient de la variété scientifique de ses lectures. Ce qui nous entraînerait à ajuster les sujets de mémoire à dominante mathématique dans ce sens. Des mémoires à la croisée de disciplines dans la mesure où des références de niveau 4 peuvent outiller les étudiants seraient aussi bienvenus.

La Mastérisation n'a pas fait disparaître nos compétences professionnelles. Elle nous amène à les repenser, les re-former pour savoir les dispenser dans un autre cadre. Elle nous amène aussi à défendre notre spécificité dans l'Université, d'une part comme recomposition de savoirs qui ont à voir avec l'enseignement des mathématiques, mais ne se limitent pas ni à des mathématiques (ce que pourrait enseigner l'UFR de Mathématiques) ni à des considérations sur le "faire la classe" (ce que pourrait enseigner l'UFR de Sciences de l'Éducation).

Examinons comment nous pourrions les définir, déjà dans le cadre des mathématiques.

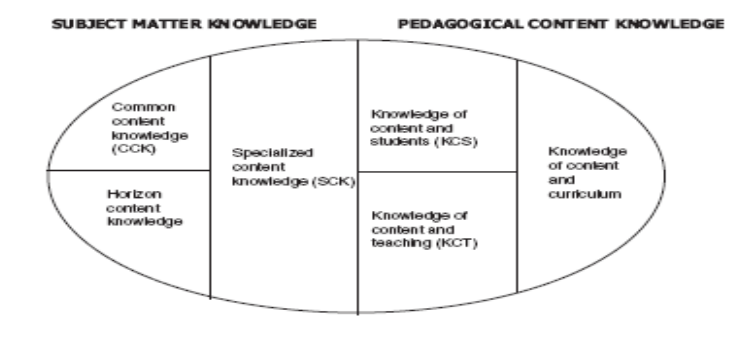
V - DES MATHÉMATIQUES SPÉCIFIQUES POUR L'ENSEIGNANT ?

Cette réflexion n'est pas nouvelle : elle était déjà présente dans nos travaux de thèse (Houdement, 1995) initialisés par ceux de Kuzniak (1994) et poursuivis par ceux de Peltier (1995). Nous cherchions à affiner la réflexion sur la formation mathématique des professeurs des écoles dans le cadre institutionnel de l'époque, une alternance obligatoire de stages sur le terrain avec visites de formateurs (sous la tutelle d'un professeur des écoles vers la responsabilité solitaire et totale de la classe) et de cours en institut (pour préparer l'épreuve écrite de mathématiques avec une dimension professionnelle la première année, pour apprendre à faire la classe la seconde année). Nous avons pris comme objet d'étude la nature des imbrications de savoirs mathématiques, didactiques (spécifiques à l'enseignement des mathématiques) et pédagogiques (spécifiques à la gestion de la classe) dans les stratégies de formateurs expérimentés, particulièrement lors de la première année en IUFM.

La possibilité de stages en école étant devenue beaucoup plus incertaine dans le master, surtout avant le concours, il nous faut repenser l'adéquation des contenus de formation à la faible connaissance du terrain des étudiants et aux contraintes universitaires. Nous cherchons à définir des contenus "hors sol", moins dépendants des stages, de la relation personnelle au terrain, à l'image des tomates qui poussent hors de la terre, dont pourtant l'homme ordinaire a toujours pensé qu'elle était nécessaire à leur croissance. C'est l'objet de ce paragraphe. Bien entendu, loin de nous la pensée que ces seules connaissances suffisent à enseigner les mathématiques en primaire. Mais nous n'avons pas le choix. Nous faisons l'hypothèse que ces connaissances devraient au moins permettre aux étudiants de préparer leurs séances plus en adéquation avec les savoirs visés. Répertoire ces connaissances permettrait aussi de tirer des fils entre différentes disciplines. Bien entendu obtenir une liste ne résout pas la question de leur enseignement.

Le précurseur de l'étude internationale des connaissances spécifiques pour enseigner est sans doute Schulman (1986). Nous rendons compte d'une typologie qui nous aide à penser les contenus mathématiques "hors sol", en particulier pour le premier degré : celle de Ball, Thames & Phelps (2008).

Domains of Mathematical Knowledge for Teaching



Ces auteurs revisitent les connaissances pour enseigner des mathématiques, en les inférant de tâches réelles d'enseignement (Ball & *al.*, 2008, p. 398). Elles distinguent les connaissances centrées sur les savoirs (*subject matter knowledge*) de celles centrées sur les élèves et les programmes (*pedagogical content knowledge*).

Les premières se décomposent en **connaissances mathématiques communes** (CCK) qui, permettent à ceux qui savent un peu de mathématiques de reconnaître si telle réponse à un problème est vraie, si telle définition de ce livre est correcte ou non ; mais aussi en **connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignant** (SCK) qui permettent à celui-ci de juger de l'importance d'une erreur, de distinguer différentes conceptions (par exemple pour la soustraction, enlever ou comparer).... **Connaitre les horizons mathématiques** (HCK) se rapporte à la déclinaison de tel savoir mathématique dans les autres niveaux de classes ou dans les autres disciplines pour un même niveau de classe.

Les secondes dites pédagogiques dans le modèle de Ball & *al.* regroupent :

- **des connaissances sur l'apprentissage de tel savoir par les élèves** (KCS) : prévoir ce que les élèves jugent difficile, leurs erreurs courantes, lesquelles valent la peine d'être reprises....
- **des connaissances sur l'enseignement de tel savoir** (KCT) : quels exemples et/ou situations choisir pour commencer, approfondir, évaluer ; quel matériel choisir pour accompagner les situations....
- **des connaissances sur les programmes et les moyens d'enseignement** (KCC).

Bien sûr, cette typologie ne révèle pas de nouveaux contenus (cf. CREM, 2003, p.8), mais elle a le mérite de les organiser et de dégager la spécificité des savoirs mathématiques pour enseigner, que nous avons déjà pointée dans nos travaux (Houdement, 1995) à l'instar d'autres chercheurs (Berthelot & Salin, 1992 ; Briand, 1995...) et fait figurer dans le rapport de la Commission Kahane sur la formation des maîtres (CREM, 2003, p. 9 et suivantes).

Il est bien entendu que cette typologie ne résume pas les connaissances nécessaires à l'enseignant dans l'acte d'enseigner. Celles-ci dépassent l'accumulation statique de telles connaissances, passent par une recomposition dans l'action et par l'action (Schön, 1983), s'enrichissent et se régulent par les rétroactions de la pratique, comme le savent les théoriciens de l'activité (Rogalski & Vidal, 2007). Il manque dans cette description des mises en lien (des connaissances) *de l'ordre des pratiques*, selon l'expression d'Aline Robert (2011). Elles ne rendent compte de la complexité de la tâche de formation au métier d'enseignant que nous avons tenté de préciser (Houdement 2003).

Cette typologie nous semble par compte bien rendre compte de connaissances "hors sol" pour enseigner les mathématiques à l'école. Elle permet d'organiser des connaissances que nous savons distiller dans nos enseignements aux futurs enseignants (le lecteur aura repéré où peuvent s'insérer les outils de la didactique française, ceux de la didactique canadienne, cf. Proulx dans ces actes) et les rubriques encore peu explorées). C'est une piste pour notre reconstruction scientifique.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BALL, D. L., THAMES, M.H. Y PHELPS, G. (2008) Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal for Teacher Education*, 59(5), 389-407.

BERTHELOT R. & SALIN M.H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*. Thèse. Université Bordeaux I.

BRIAND J. (1993) *L'énumération dans le mesurage des collections, un dysfonctionnement de la transposition didactique*. Thèse. Université Bordeaux I.

COMMISSION DE RÉFLEXION SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES (dir. Kahane J.P. 2003) *La formation des maîtres en mathématiques*. En ligne, consulté le 25-10-11 <http://smf4.emath.fr/en/Enseignement/CommissionKahane/RapportFormationMaitres/Formation-des-maitres.pdf>.

COPIRELEM (2006) *Concours de recrutement des Professeurs des Écoles. Annales de Mathématiques*. ARPEME.

COPIRELEM (2011) *Mathématiques à l'écrit du Concours de recrutement des Professeurs des Écoles*. Session de septembre 2010 + Exercices complémentaires. ARPEME.

HOUEMENT C. (1995) *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies*. Thèse de l'Université Paris 7.

HOUEMENT C. (2004) Un zoom sur les stratégies de formation des professeurs des écoles en mathématiques. *Actes du 30^{ème} Colloque des formateurs d'enseignants du premier degré en mathématiques*, pp. 24-32, IREM de Marseille.

HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1996) Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, Volume 16/3, 289-322.

JOLION J.M. (2011) *Mastérisation de la formation des enseignants. Enjeux et bilan*. Rapport pour le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche. En ligne, consulté le 25-10-11. <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Documents/docsjoints/rapportjolion111011.pdf>

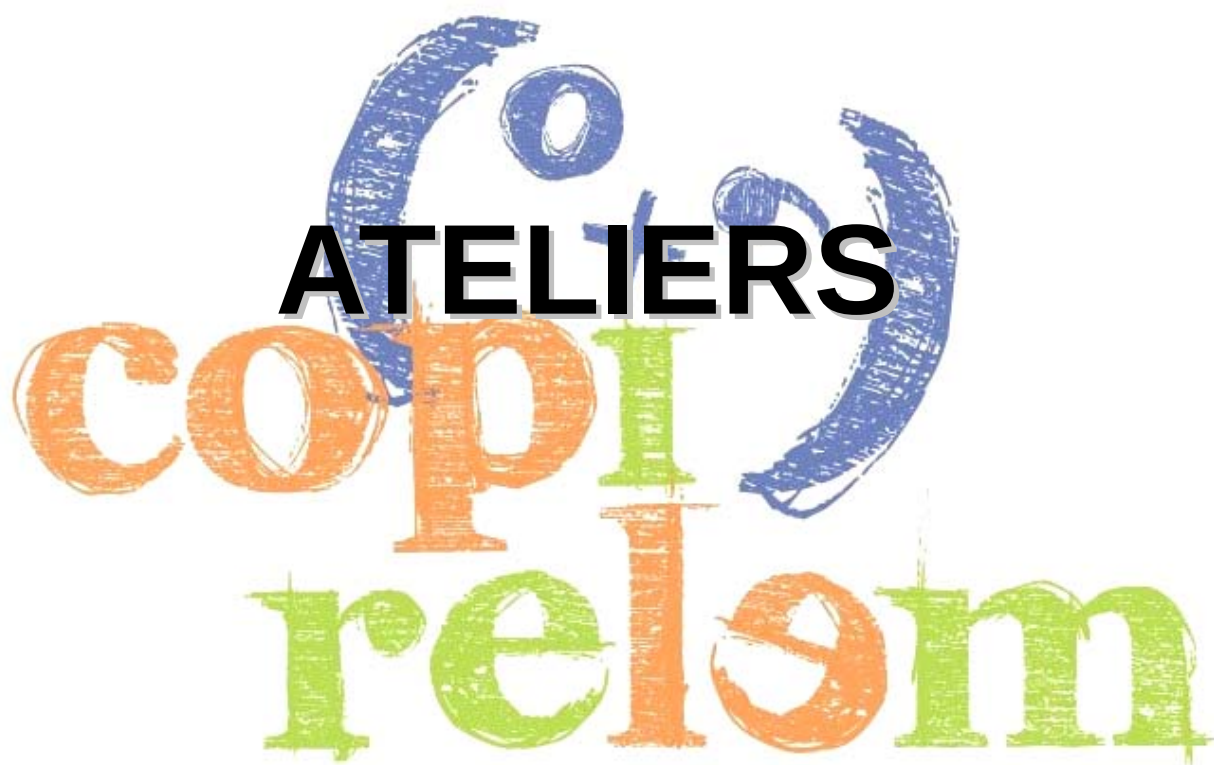
KUZNIAK A. (1994) *Étude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré*. Thèse de l'Université Paris 7.

PELTIER M.L. (1995) *La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : entre conjoncture et éternité*. Thèse de l'Université Paris 7.

ROGALSKI J. & VIDAL C. (2007) La conceptualisation et la place des concepts pragmatiques dans l'activité professionnelle et le développement des compétences. *Activités*, 4.1, 49-82.

SCHÖN D.A. (1983) *The reflexive practitioner: how professionals think in action*. USA: Basic Books Inc. Traduction 1994 : *Le praticien réflexif. A la recherche du savoir caché dans l'agir professionnel* Québec : Éditions Logiques.

SHULMAN, LEE S. (1986) Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.



ATELIERS

DES VIDÉOS SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA MODÉLISATION EN CP ET CM1 : DE L'ACTIVITÉ DE L'ÉLÈVE À LA FORMATION

Richard CABASSUT

PIUFM, IUFM d'Alsace

LDAR, Université Paris 7

richard.cabassut@unistra.fr

Résumé

De 2007 à 2008, quatre séquences de résolution d'un problème ouvert, à plusieurs étapes et complexe, en lien avec la réalité, appelé encore problème de modélisation, ont été mises en œuvre, deux dans une classe de CP, et deux dans une classe de CM1, dans le cadre du projet européen LEMA¹. L'atelier a proposé d'étudier dans ces vidéos l'activité de l'élève et de réfléchir à leur utilisation en formation. Le visionnage des vidéos devrait permettre de dégager des invariants pour la formation. Quelle activité de l'élève apparaît ? Est-elle spécifique à la vidéo (tâche, classe...) présentée ou commune à toutes les vidéos ? Est-elle spécifique de la modélisation ? Quelles retombées peuvent être utiles pour la formation ? On rend compte des difficultés à analyser l'activité de l'élève au travers des comptes rendus des groupes et de la discussion.

Exploitations possibles

En formation continue, voire initiale, amener les enseignants à une réflexion sur l'activité de l'élève en situation de résoudre un problème de modélisation en mathématiques à l'école élémentaire.

Mots-clés

Colloque COPIRELEM. Mathématiques. Modélisation. Cycle 2. Cycle 3. Activité de l'élève. Formation des enseignants. Résolution de problèmes. LEMA.

¹ Une présentation du projet est accessible sur www.lemma-project.org ou dans (Cabassut, 2008).

SITUATIONS DE « RÉFÉRENCE » POUR ENSEIGNER LE NUMÉRIQUE AU CYCLE 2

Laetitia BUENO-RAVEL

MCF, IUFM DE BRETAGNE-UBO

CREAD – IREM de Rennes

Laetitia.bueno-ravel@bretagne.iufm.fr

Gabriel LE POCHE

PIUFM, IUFM DE BRETAGNE-UBO

IREM de Rennes

Gabriel.le-poche@bretagne.iufm.fr

Résumé

L'atelier s'appuie sur le travail d'un groupe de l'IREM de Rennes dont l'objectif est de construire une ingénierie (Artigue, 1990 et 2011) d'enseignement du numérique au cycle 2. L'ensemble des dix situations (reprises d'anciens travaux de l'IREM, de l'INRP, ou de l'IUFM de Bretagne) constituant cette ingénierie ont été retravaillées afin d'être mises en œuvre selon un dispositif original.

Deux des dix situations devaient être soumises à l'analyse des participants (appui sur des travaux d'élèves ou d'extraits vidéos de séances) : « La Marionnette », portant sur la perception par paquets des éléments d'une collection en GS et en CP (Le Poche, 1993 ; Hili et Ruellan-Le-Coat, 2009) et « Règles et réglettes », portant sur des procédures de calculs de sommes ou de différences en CE1 (Oyallon, 1991). Seule la seconde a fait l'objet d'une présentation et d'une analyse de sa conception et de sa mise en œuvre.

Sont questionnés principalement les points suivants : l'adéquation entre le dispositif choisi et les objectifs de différenciation affichés ; le fait que ces situations puissent être qualifiées de situations de « référence » ; etc. La discussion sur les modalités de formation continue qu'il conviendrait de mettre en œuvre si l'on souhaite diffuser de telles situations a été amorcée et pourra être approfondie lors d'un prochain colloque.

Exploitations possibles

Ce texte permet d'avoir accès à différents niveaux d'analyse de l'ingénierie proposée à partir des éléments globaux retenus par les auteurs : choix des dix situations, dispositif de mise en œuvre de chacune des situations. Les auteurs se sont centrés sur une des situations dont la diffusion était jusqu'à présent plus restreinte, ce qui leur a permis d'illustrer précisément leur propos.

La réflexion autour de la diffusion de telles ressources auprès des formateurs d'enseignants et de professeurs des écoles en formation initiale ou continue déjà entreprise par le groupe de travail est à poursuivre.

Mots-clés

Didactique des mathématiques, ingénierie, situation de « référence », numérique au cycle 2, approche, construction, consolidation, différenciation.

DES CAHIERS D'ÉLÈVES POUR ANALYSER LA PRATIQUE DU MAÎTRE ET QUESTIONNER LA FORMATION

Agnès BATTON

PIUFM Mathématiques, IUFM de Versailles, site de Cergy,
Université Cergy-Pontoise, Copirelem
agnes.batton@laposte.net

Pierre DANOS

PIUFM Mathématiques, IUFM Midi-Pyrénées, site d'Auch,
Université Toulouse 2 Le Mirail, Copirelem
pierre.danos@toulouse.iufm.fr

Résumé

L'atelier tente de montrer ce qu'il est possible ou non d'inférer des pratiques enseignantes à partir de l'analyse de différents types de cahiers d'élèves. L'étude des cahiers se centre sur la notion de fractions en CM1-CM2.

Les points suivants sont abordés :

- la progression envisagée par l'enseignant sous l'éclairage du cadrage institutionnel et le respect de la programmation du manuel,
- la place, le rôle des cahiers et des traces écrites dans l'apprentissage des élèves,
- le lien entre les informations issues de tels documents et la pratique supposée de l'enseignant,

L'article propose également deux mises au points : l'une concerne un vocabulaire relatif à des fiches de préparation de la classe et l'autre concerne les différents aspects de la notion de nombre rationnel à l'école primaire.

Exploitations possibles

Cet article propose des pistes d'exploitation pour une analyse des productions des élèves permettant d'inférer sur la pratique des enseignants. Cette analyse peut être menée par un formateur au cours de ses visites auprès d'un étudiant ou d'un stagiaire en responsabilité de classe.

Le texte fournit également une possibilité d'analyse du concept de nombre rationnel au cycle 3 qui permet de mieux comprendre les différents aspects de cette notion à l'école primaire.

Mots-clés

Fractions, rationnels, types d'écrits, cahiers d'élèves.

DE L'ANALYSE MATHÉMATIQUE DE JEUX TRADITIONNELS À LA CONCEPTION DE SITUATIONS D'APPRENTISSAGE POUR L'ÉCOLE PRIMAIRE

Pierre EYSSERIC

PIUFM, Université de Provence
p.eysseric@aix-mrs.iufm.fr

Pascale MASSELOT

Maître de Conférence, IUFM de l'académie de Versailles - UCP
LDAR
PMasselot@aol.com

Claire WINDER

PIUFM, Université de Nice Sophia Antipolis
claire.winder@free.fr

Résumé

Lors de cet atelier, les animateurs ont présenté ce qu'ils désignent par « architecture mathématique d'un jeu », à partir de l'exemple du jeu de loto. Ce type d'analyse, précisé dans la première partie de ce compte-rendu, constitue un approfondissement des travaux sur les jeux réalisés par Bolon (1994), en particulier le repérage des variables d'un jeu. Il affine certains apports de Rodriguez (1993), avec la reprise de la notion de trame des apprentissages proposée par Descaves (1992) en substitution à celle de progression, pour définir le rôle du jeu dans les apprentissages mathématiques. Il prolonge également les premiers travaux d'Eysseric (1999) sur ce sujet.

Les participants, répartis en groupe, ont été conduits à dégager l'architecture mathématique de trois jeux traditionnels : le jeu de bataille, le jeu des dominos et le jeu de l'oie. Ce premier travail a permis de faire émerger une catégorisation de ces jeux du point de vue des mathématiques sous-jacentes. Dans un deuxième temps, cette analyse a été réinvestie dans l'élaboration de variantes de ces jeux, puis de pistes pour la conception des situations d'apprentissage.

La dernière partie de cet article est consacrée à la présentation de scénarios de formations.

Exploitations possibles

Cet article présente une analyse fine de jeux « traditionnels ». Cette analyse permet au professeur des écoles de se questionner sur la place et l'apport des jeux dans la construction des connaissances qu'il vise. Ce texte permet également aux formateurs de mettre en place des séances de formation en direction de publics tels que les étudiants de master enseignement mais également de professeurs des écoles en formation continue. Les nombreuses références font enfin de cet article un outil intéressant pour le chercheur en didactique ou en sciences de l'éducation.

Mots-clés

Jeux, apprentissage, architectures mathématiques, variable didactique, mémoire de jeu, exercice de jeu, loto, domino, jeu de bataille, jeu de l'oie.

INTÉRÊTS ET LIMITES POUR LA FORMATION D'UNE SITUATION D'HOMOLOGIE : SITUATION DE COMMUNICATION SUR UN SOLIDE. CONDITIONS POUR UN TRANSFERT DANS LA CLASSE

Annette BRACONNE-MICHOUX

Formatrice IUFM Lyon, site de Saint Etienne, Université Lyon 1
Groupe école collège IREM de Lyon
annette.braconne-michoux@iufm.univ-lyon1.fr

Hélène ZUCCHETTA

Formatrice IUFM Lyon, site du Rhône, Université Lyon 1
Groupe école collège IREM de Lyon
helene.zucchetta@iufm.univ-lyon1.fr

Résumé

Dans cet article, à partir de la description de la situation vécue lors de l'atelier (tant du point de vue des « enseignants » que de celui des « élèves »), les auteurs, après avoir explicité leurs choix, proposent un questionnement sur la formation : quels sont les éléments de la situation qui relèvent de l'homologie (qui peuvent être repris sans distorsion aucune lors de leur implémentation en classe) et quels sont ceux qui demandent une transposition (annoncée, décrite par le formateur IUFM) ? Quelles sont les variables didactiques en jeu lors de la transposition d'une situation de formation à une situation de classe ? Quels sont les apports théoriques, didactiques ou pédagogiques qui pourraient être faits à la suite de cette situation et sa transposition par les maîtres en classe, dans un contexte de formation initiale ou continue ?

En s'appuyant sur les échanges entre les participants à l'atelier, les auteurs apportent des éléments de réponses aux questions posées.

Exploitations possibles

Au-delà la richesse de la situation décrite dans cet article, le questionnement amorcé sur les stratégies de formation (« homologie ou transposition ? ») devrait aider tout formateur à effectuer ses choix dans l'organisation de sa formation.

Mots-clés

Formation – Homologie – Transposition – Variables didactiques

ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE POUR ASH ET AIDE INDIVIDUELLE

François BOULE

Maître de conférences retraité
INSHEA Suresnes
francois.boule@neuf.fr

Résumé

Les épreuves d'évaluation sont généralement établies selon des normes propices à la sommation ; elles neutralisent un grand nombre d'éléments significatifs concernant les difficultés rencontrées. Le but ici recherché est **complémentaire** : non pas un bilan de connaissances ou de savoir faire mathématiques mais un repérage des obstacles liés *aux moyens d'apprendre* : construction de l'espace, logique, mémoire, attention. Il s'agit donc d'une approche dirigée vers les fonctions cognitives du sujet, à partir de son comportement, de ses actions, de son langage en vue de construire une aide adaptée. L'atelier propose à la discussion un ensemble d'items visant à repérer et interpréter les obstacles que peut rencontrer un enfant à un moment donné.

Exploitations possibles

En formation continue, permet une analyse fine des items d'évaluation et donne d'autres perspectives de remédiation. La notion d'obstacle donne des pistes pour la construction des apprentissages mathématiques.

Mots-clés

Évaluation, remédiation, mémoire, attention.

MATH & MANIPS : INTRODUCTION DE MANIPULATIONS DANS LES CLASSES POUR FAVORISER LA CONSTRUCTION DES APPRENTISSAGES

Valérie HENRY

Directrice de recherche, CREM
Chargée de cours, FUNDP, ULG
V.Henry@ulg.ac.be

Pauline LAMBRECHT

Chercheur, CREM
Doctorante, FUNDP
PaulineL@crem.be

Patricia VAN GEET

Chercheur, CREM
VanGeetP@crem.be

Résumé

Cet atelier rend compte d'une recherche actuellement en cours au CREM¹. Les *Math & Manips* sont des activités conçues pour provoquer chez les élèves des conflits entre ce qu'ils pensent et ce qu'ils découvrent lors des expérimentations. Trois séquences d'apprentissage sont proposées, elles intègrent des manipulations, et sont destinées à diverses tranches d'âge de l'enseignement élémentaire voire du début du collège. Pour les enfants de 6 à 8 ans, le travail sur les grandeurs (longueurs, masses, capacités et aires) a pour objectif de dégager des méthodes efficaces de comparaison sans unité conventionnelle de référence. Pour les élèves de 8 à 10 ans, il s'agit de faire découvrir l'utilité d'un étalon conventionnel en travaillant les capacités. Pour ceux de 10 à 12 ans, une séquence proposée vise l'appropriation de la notion de volume. La discussion avec les participants s'oriente principalement sur les concepts mis en place au cours de chaque activité.

Exploitations possibles

Les séquences présentées peuvent être utilisées par les formateurs en formation initiale ou continue des enseignants de primaire mais aussi du début du collège.

Des activités motivantes et intéressantes sont décrites permettant de travailler différentes grandeurs et leurs mesures à travers des manipulations. Les manipulations font intervenir du matériel de récupération ou détourné (comme des sets de tables et serviettes en papier par exemple) permettant des comparaisons directes ou indirectes, puis avec l'introduction d'un étalon. Elles sont à faire vivre, au moins en partie en formation, avec une analyse sur les savoirs mathématiques mobilisés et les conditions nécessaires à cette mobilisation.

Mots-clés

Grandeurs et mesures, comparaisons de grandeurs, manipulation, formation, conflits cognitifs, didactique.

¹ Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques – Nivelles, Belgique.

CONSTRUIRE UN OUTIL DE FORMATION À PARTIR DE L'ANALYSE D'UNE SÉANCE AUTOUR D'UN *PROBLÈME* OUVERT AU CYCLE 3

Christine CHOQUET

PIUFM, IUFM des Pays de La Loire, site Le Mans

Doctorante CREN, Université de Nantes

christine.choquet@univ-nantes.fr

Résumé

L'atelier s'est appuyé sur des résultats issus de notre travail de thèse en cours qui traite de l'activité d'enseignants du cycle 3, en mathématiques, lorsqu'ils proposent à leur classe des *problèmes ouverts* (Arsac & Mante, 2007). L'objectif était, à partir de quelques éléments de notre corpus -vidéogramme d'une séance, transcriptions de travaux d'élèves- d'amener les participants à réfléchir à l'utilisation de l'analyse de ces données dans la formation initiale et/ou continue des professeurs des écoles. Pour cela, après avoir brièvement présenté notre étude, nous avons proposé aux participants de résoudre le problème et d'en faire une analyse *a priori* afin de déterminer les savoirs en jeu. Le travail a ensuite consisté à analyser les productions des élèves puis le scénario proposé par l'enseignant. L'atelier a permis de réfléchir à l'élaboration d'un outil de formation à la gestion de situations *problème ouvert* en identifiant leurs spécificités mais également à la gestion des séances de mathématiques en général.

Exploitations possibles

En formation continue, voire initiale, amener les enseignants à une réflexion sur l'activité de l'élève en situation de résoudre un problème ouvert en mathématiques à l'école élémentaire.

Élément de bibliographie pour un mémoire de master sur la résolution de problèmes, sur l'activité de l'élève ou sur l'activité du professeur.

Mots-clés

Résolution de problèmes. Problème ouvert. Activité de l'élève. Activité du professeur. Formation des enseignants. Exploitation de vidéos.

QUOI DE NEUF DANS LA NUMÉRATION AU CP

Eric MOUNIER

Formateur IUFM, IUFM CRÉTEIL, UPEC (PARIS 12)
Laboratoire de Didactique André Revuz, LDAR
eric.mounier@u-pec.fr

Nathalie PFAFF

Formateur IUFM, IUFM CRÉTEIL, UPEC (PARIS 12)
Laboratoire de Didactique André Revuz, LDAR
nathalie.pfaff@u-pec.fr

Résumé

L'article reprend le déroulement effectif de l'atelier.

La première partie présente une problématique concernant la numération au CP (comment reconnaître les mathématiques à l'œuvre -propriétés de la numération écrite chiffrée et de la numération orale- dans les procédures que les élèves utilisent pour effectuer des tâches portant sur la recherche du cardinal d'une collection ?) et propose un cadre d'analyse susceptible d'apporter une aide à la compréhension de l'activité des élèves.

La seconde partie présente le dispositif de l'atelier : l'étude du travail de trois élèves effectuant quatre tâches en lien avec les deux numérations. Elle développe les critères le choix des observations retenues, précise les tâches des élèves et le contexte de passation. Elle présente, sous forme d'un tableau, le bilan de l'analyse des procédures effectuée par les participants à l'atelier après l'étude des vidéos et des traces écrites des élèves.

La dernière partie propose une analyse interprétative des résultats constatés utilisant le cadre d'analyse présenté dans la première partie et développe la notion d'itinéraires d'enseignement -logique de disjonction ou logique de distinction- qui a fait l'objet d'un débat.

La conclusion pointe les apports et les limites du cadre d'analyse proposé par Eric Mounier dans sa thèse (2010) et ouvre de nouvelles questions.

Exploitations possibles

Cet article permet une première approche des idées développées dans la thèse citée qui conviendra de compléter par une lecture plus approfondie.

Il permet de s'interroger sur le choix de deux grands types d'itinéraires d'enseignement de la numération en classe de CP.

Mots-clés

Numération, numération orale, numération écrite chiffrée, enseignement de la numération, itinéraire d'enseignement.

COMMUNICATIONS

copi
relem

APPRENDS TA LEÇON ! OUI MAIS, QUELLE LEÇON ? LES CAHIERS DE LEÇONS : ÉTUDE DES INSTITUTIONNALISATIONS ÉCRITES EN PRIMAIRE.

Cécile ALLARD-BAYNAUD

PEMF, école de Richebourg

LDAR, Paris VII

cecile.allardb@free.fr

Résumé

Les formateurs, les guides du maître invitent les professeurs des écoles à formuler des synthèses ou des mises en commun du savoir en jeu. Certains manuels sont accompagnés d'un support dans lequel est retranscrit l'essentiel de ce qu'il y a à savoir dans le niveau de classe concerné. Écrire des leçons à la suite d'un ou de plusieurs apprentissages semble aller de soi. Il nous semble cependant que le fait d'écrire des leçons à la suite d'un travail mathématique est une pratique pédagogique encore peu questionnée. Il n'existe pas de référence institutionnelle du moins récente, ni sur la forme, ni sur le contenu que pourraient avoir ces leçons. Les maîtres proposent-ils des leçons après chaque séance de classe ? Comment écrire ces leçons, quel contenu proposer aux élèves ? Écrire des leçons est-ce une activité de la seule responsabilité du maître ? Existe-t-il un lien entre les situations vécues en classe et les institutionnalisations écrites ? (Brousseau et Centeno, 1991)

Pour répondre à ces questions, nous comparerons trois cahiers de leçons issues de trois classes de CM1. Pour réaliser cette étude nous utiliserons des éléments de la théorie anthropologique. Nous donnerons des éléments de réponses sur les organisations mathématiques de ces leçons (Chevallard, 1985). Nous en étudierons les niveaux de décontextualisation (Butlen et Pézard, 2003), nous conclurons en montrant en quoi les choix des éléments mathématiques mis en avant et les niveaux de décontextualisation dépendent des composantes personnelles et cognitives du maître (Robert, 2001).

Exploitations possibles

Dans le cadre de la formation d'enseignants du primaire, on trouvera ici une étude et des exemples de traces écrites laissées aux élèves à l'issue des séances de mathématiques au cycle 3 (technique opératoire de la division) ainsi que des outils méthodologiques d'analyse du contenu et de la nature de telles « institutionnalisations ».

Cet article peut aussi être utile dans le cadre de recherches sur les pratiques enseignantes, et notamment sur la question des écrits de « leçons » en mathématiques au cycle 3.

Mots-clés

Pratique enseignante. Cycle 3. Leçon. Institutionnalisation. Technique opératoire de la division. Rapport aux mathématiques.

LE JEU DE TÂCHES, UNE INTERACTION DE CONNAISSANCES PARTICULIÈRE ENTRE EXPÉRIMENTATEUR ET ÉLÈVES

Christine DEL NOTARO

Chargée d'enseignement, Université de Genève
Christine.DelNotaro@unige.ch

Résumé

Cette communication a mis en évidence quelques résultats de recherche visant à montrer une manière particulière d'interagir avec l'élève : le jeu de tâches. Il s'agit d'un ensemble de tâches qui découlent en principe les unes des autres, sans être hiérarchisées pour autant. L'expérimentateur est un élément du milieu (au sens de Bloch, 2002) qui va mettre en jeu ses propres connaissances pour interagir à la fois avec le milieu de la tâche et avec le milieu de l'élève. Cet ensemble de tâches procède d'un savoir mathématique et met en évidence les connaissances que les élèves ont accumulées et qui constituent leur expérience. En effet, au fil des tâches, l'élève se constitue peu à peu une expérience, par exemple, à propos des nombres, et plus particulièrement, en ce qui nous concerne, des relations de divisibilité. Nous avons tenté d'en montrer quelques manifestations d'une part et d'autre part, d'exposer comment on peut convoquer cette expérience dans l'interaction et de quelle manière elle se donne à voir.

Nous avons expérimenté des jeux de tâches dans le domaine des critères de divisibilité en 5e et 6e primaire (11-12 ans), alors que cela avait été effectué essentiellement en géométrie auprès d'élèves de l'enseignement spécialisé (DDMES).

Il est encore trop tôt pour envisager un dispositif de formation, mais on peut toutefois entrevoir l'avantage de mettre des étudiants en situation d'engager leurs propres connaissances dans l'interaction avec les élèves, plus habitués à être observateurs des procédures des élèves.

Exploitations possibles

Ce texte présente, à partir de plusieurs exemples sur les critères de divisibilité, le principe de « jeu de tâches ». Il intéressera en particulier les formateurs pour la variété des tâches relatives au travail des critères de divisibilité avec les élèves qu'il propose ; ces tâches peuvent faire l'objet d'étude en formation des professeurs des écoles. Par ailleurs, cet article intéressera aussi les formateurs ASH dans la mesure où le dispositif nous semble particulièrement adapté à ce cadre.

Mots-clés

Jeu de tâches, milieu, critères de divisibilité, calculatrice

PRÉSENTATION DE L'OUTIL MULTIMEDIA « ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES EN MATERNELLE – QUANTITÉS ET NOMBRES EN IMAGES »

Muriel FENICHEL

PIUFM, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
muriel.fenichel@orange.fr

Marie-Sophie MAZOLLIER

PIUFM, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
marie-sophie.mazollier@u-pec.fr

Résumé :

Dans des formations dont la part consacrée à la pratique du métier est souvent réduite, comment montrer aux étudiants et stagiaires des élèves en activité mathématiques et analyser le rôle de l'enseignant ?

C'est l'objectif de cet outil multimédia dont le contenu a été l'objet d'un travail en atelier lors du précédent colloque alors qu'il était en cours de finalisation. Il est constitué d'un DVD contenant des extraits de séances filmées et d'un DVD-Rom d'accompagnement. Ce dernier contient des apports théoriques appuyés sur des recherches récentes, des analyses didactiques de ces séances, une réflexion sur la mise en activité des élèves et sur le rôle de l'enseignant. Des pistes pour la formation sont suggérées. Des chapitres dans lesquels sont abordés des aspects qui n'ont pu être illustrés dans le DVD vidéo, faute de place, complètent le tout.

Dans cette communication les deux auteurs rendent compte de leur expérience acquise tant lors de la conception des séances et de leurs tournages que lors de l'exploitation de leur travail en formation initiale et continuée. Ils apportent des pistes d'appropriation et d'exploitation de ce coffret en mettant, en particulier, en évidence les liens entre les DVD et le DVD-Rom par l'intermédiaire d'exemples détaillés.

Exploitations possibles

Ce texte permet une première appropriation du support multimédia réalisé par les auteurs afin d'utiliser celui-ci dans une formation initiale ou continue sur les apprentissages numériques à l'école maternelle.

Le DVD permet de montrer aux étudiants et stagiaires des élèves en activité mathématiques et d'analyser le rôle de l'enseignant lors de ces apprentissages.

En outre, la partie DVrom évoque et illustre les conditions qui permettent de faire de l'école maternelle un lieu d'apprentissage (rôle de l'organisation de la classe, prise en compte de la durée dans la mise en place des connaissances, rôle du langage, choix des variables).

Mots-clés

Maternelle, apprentissage, concept de nombre, analyse de pratiques, vidéos.

L'EXEMPLE DU RAISONNEMENT PAR ANALYSE ET SYNTHÈSE EN TANT QUE CONNAISSANCE MATHÉMATIQUE NÉCESSAIRE POUR ENSEIGNER LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

Yves MATHERON

Maître de conférences, IFÉ-ÉNS de Lyon
IREM d'Aix-Marseille & UMRP3-ADEF
yves.matheron@free.fr

Annie NOIRFALISE

Maître de conférences honoraire, IREM de Clermont-Ferrand
annie.noirfalise@free.fr

Résumé

Notre propos porte sur les techniques et technologies (discours rationnels justificatifs et producteurs des techniques) relatives à la construction et la reproduction de figures géométriques, à travers l'analyse de propositions contenues dans des manuels de l'école élémentaire (fiches de travaux collectifs, exercices individuels). Ces techniques dépendent de la situation dans laquelle est placé celui dont on attend la réalisation de la tâche. Elles peuvent ne s'appuyer que sur les seuls niveaux perceptifs et moteurs (suivre les contours de la figure, décalquer ; la vérification à l'œil nu de la superposition des deux objets sert alors de justification). Mais les techniques ostensives rencontrent rapidement les limites de leur validité mathématique et devraient, pour la retrouver, relever d'un raisonnement plus théorique, par analyse et synthèse par exemple. Bien évidemment, s'il ne s'agit jamais, à ce niveau, d'utiliser un tel type de raisonnement, la technique utilisée se situe souvent à mi-chemin entre les deux techniques évoquées ci-dessus. Le professeur doit néanmoins être capable de choisir de manière raisonnée les variables des situations proposées, afin de voir mobilisées les propriétés dont l'étude est visée. Il devrait ainsi être amené, au moins dans ses activités de préparation, à conduire de manière plus ou moins implicite un travail d'analyse et synthèse.

Exploitations possibles

On pourra trouver dans ce texte des éléments de réflexion à propos de l'enseignement de la géométrie (plus précisément sur la construction et la reproduction de figures) en termes de techniques et de technologies. Les auteurs utilisent leur approche pour analyser programmes et manuels puis proposent des pistes pour l'enseignement de la géométrie. Ces pistes sont accompagnées d'exemples d'activités portant sur des propriétés des quadrilatères étudiés en cycle 3.

Mots-clés

Enseignement de la géométrie - construction et reproduction de figures - techniques et technologies - programmes - manuels - productions d'élèves

UN OUTIL POUR ANALYSER LES RÉSULTATS AUX ÉVALUATIONS MATHÉMATIQUES DE FIN D'ÉCOLE : CONCEPTION ET UTILISATION EN FORMATION

Nadine GRAPIN

PIUFM, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
nadine.grapin@u-pec.fr

Nathalie SAYAC

MCF, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
nathalie.sayac@u-pec.fr

Résumé

Cette communication rend compte de l'avancée d'une recherche initiée à partir des évaluations bilans menées en 2008 par la Direction de l'Évaluation de Prospective et de la Performance (DEPP) en mathématiques.

Après avoir présenté le cadre des évaluations bilans de la DEPP, les auteurs explicitent un outil d'analyse original, basé sur trois facteurs de complexité, et visant à déterminer la difficulté d'un item en tenant compte de l'activité de l'élève dans sa globalité.

Des exemples illustrent l'utilisation de cet outil en formation des maîtres pour exploiter les résultats aux évaluations nationales en mathématiques de 2011 dans les domaines de la résolution de problèmes et des grandeurs et mesures.

Exploitations possibles

Cette communication apporte un nouvel outil d'analyse pour estimer la difficulté d'un item d'évaluation, en croisant plusieurs facteurs dépendant de l'énoncé, de la tâche à réaliser ainsi que des mathématiques auxquelles elle fait appel.

Cet outil peut être utilisé par les formateurs en formation initiale ou continue.

Mots-clés

Didactique des mathématiques, évaluation, formation, grandeurs et mesures, fractions et décimaux, complexité d'un exercice.

APPRENTISSAGES GÉOMÉTRIQUES AU CYCLE 2 ET FORMATION DES ENSEIGNANTS

Jacques DOUAIRE

MCF, IUFM DE VERSAILLES, - UCP
LDAR
jacques.douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN

MCF, UNIVERSITÉ de REIMS CHAMPAGNE ARDENNE - IUFM
LERP
fabien.emprin@univ-reims.fr

Résumé

L'équipe ERMEL expérimente et rédige des situations didactiques sur les apprentissages spatiaux et géométriques de la grande section au CE1. Cette recherche conduit à une analyse des procédures et des relations entre les activités dans les différents espaces.

Cette communication propose une présentation des résultats et des choix de progression portant sur certains thèmes (repérage, alignement...).

Est aussi abordée la question de la rédaction de documents pour les enseignants et leur appropriation par ceux-ci.

Exploitations possibles

Ce texte permet de s'interroger sur les choix opérés lors de la rédaction d'un ouvrage pour la classe. Il prend en compte les conceptions des élèves afin de construire des situations mais également la façon dont elles vont être appréhendées par les enseignants qui vont les mettre en place dans leur classe.

Mots-clés

Géométrie, cycle 2, solides, espace, alignement, théorie des situations didactiques, logiciel de géométrie dynamique, tâche.

CALCUL ET NUMERATION DECIMALE DE POSITION : PREMIER BILAN SUR UNE ACTION DE FORMATION CONTINUE

Valérie BAGOU

Professeur des Ecoles Maître Formateur
Ecole Bellevue 71150 CHAGNY
valerie.bagou@ac-dijon.fr

Résumé

A partir de quelques exemples issus d'une action de formation continue menée en 2010-2011, l'auteure présente des situations visant à mettre les enseignants en situation d'analyser leurs pratiques, concernant l'enseignement complémentaire de la numération et du calcul mental et posé.

Dans une première partie, la formatrice relate une mise en situation d'évaluation-diagnostic des stagiaires destinée à provoquer des premiers questionnements.

Dans une deuxième partie, elle présente une nouvelle mise en situation originale basée sur l'utilisation d'un système de numération inventé de base trois reprenant les irrégularités de notre numération orale et la régularité de notre système écrit. Elle fournit ensuite quelques pistes d'activités en direction des élèves.

La troisième partie engage le lecteur dans une réflexion sur la construction de la technique usuelle de la multiplication en suggérant quelques adaptations.

L'idée maîtresse de la communication est d'apprendre à s'affranchir de la difficulté de la langue française pour « dire » les nombres et de s'appuyer sur la compréhension de la numération écrite chiffrée pour construire des techniques opératoires efficaces.

Exploitations possibles

Prendre connaissance d'une action de formation originale des professeurs des écoles dans le domaine de la numération et du calcul.

Mots-clés

Formation continue ; numération orale ; numération écrite ; technique opératoire de la multiplication.

PARCOURS DE FORMATION ET NIVEAUX DE CONCEPTUALISATION DE LA PROPORTIONNALITÉ CHEZ LES ÉTUDIANTS PE1 VERSUS M1

Jean-Pierre LEVAIN

MCF, IUFM de l'Université de Franche-Comté
Laboratoire de Psychologie EA 3188
Jean-pierre.levain@univ-fcomte.fr

Philippe LE BORGNE

MCF, IUFM de l'Université de Franche-Comté
Laboratoire de Didactique des Mathématiques EA 1547
Philippe.leborgne@univ-fcomte.fr

Arnaud SIMARD

MCF, IUFM de l'Université de Franche-Comté
arnaud.simard@univ-fcomte.fr

Nicole BONNET

Professeur, IUFM de l'Université de Bourgogne
nicole.bonnet@dijon.iufm.fr

Pascal GRISONI

Directeur adjoint, IUFM de l'Université de Bourgogne
pascal.grisoni@dijon.iufm.fr

Résumé

Faisant suite au réaménagement des dispositifs de formation des enseignants lié à l'introduction de nouveaux masters, cette recherche ambitionne d'analyser, de manière comparative, les différents niveaux de conceptualisation de la proportionnalité développés par des étudiants en première année d'IUFM. Pour ce faire, nous avons soumis, à deux ans d'écart, un questionnaire comprenant dix-neuf problèmes d'agrandissement et d'échelle à quatre groupes distincts d'étudiants. Deux passations ont eu lieu en début et fin d'année, un an avant l'introduction des nouveaux masters. Deux autres se sont déroulés, toujours en début et fin d'année, un an après. Un premier traitement statistique nous permet de réaliser des regroupements entre des ensembles de sujets et les problèmes qu'ils réussissent électivement (Girardot, 1982). Dans un deuxième temps, une analyse de ces réussites et échecs aux principales catégories de problèmes nous permet d'interpréter ces regroupements en termes de niveaux de conceptualisation spécifiques. L'originalité de cette approche réside en grande partie dans le fait de considérer la distribution des niveaux de conceptualisation inférés comme variable dépendante (au moins pour une part) des parcours de formation analysés (apport de chaque année de formation PE1 vs M1, licence obtenue etc.)

Exploitations possibles

Regard scientifique et critique sur le changement de formation et ses conséquences pour les acquisitions en mathématiques.

Analyse didactique des notions d'agrandissement / réduction et d'échelle.

Mots-clés

Recherche en cours, questionnaires, proportionnalité, agrandissement, échelle, conceptualisation, IUFM, comparaison, PE1, M1, analyse statistique croisée, dépendance.

NOMBRES ET SEMIOTIQUE PEIRCIENTE

Olivia MARTINELLI

Doctorante

Laboratoire (CERES)

Université de Limoges

Professeur de mathématiques à l'U-PEC

Résumé

Dans un premier temps, notre communication se propose d'exposer et de définir les expressions « processus sémiotique peircien » et « phanéroscopie peircienne ». L'emploi du verbe définir est à nuancer compte tenu de la très grande complexité de la théorie peircienne du signe. En conséquence les définitions que nous dresserons des deux notions seront incomplètes, néanmoins elles en dessineront les contours essentiels et surtout strictement nécessaires à la bonne compréhension de l'article. Pour se faire nous aurons systématiquement recours à des exemples génériques simples.

Dans un second temps nous montrerons comment le couple « processus et phanéroscopie » autorise une saisie, une "photographie instantanée" du niveau d'interprétation d'un sujet par rapport à un objet de connaissance. Plus précisément, nous montrerons que ce « couple » comme outil d'analyse permet de repérer certaines évolutions, certains invariants, et certaines propriétés des representamina et des interprétants de l'objet nombre. Pour ce faire, nous avons fait le choix d'analyser avec cet outil des systèmes de numération anciens (préhistoriques, babylonien, égyptiens et grecs). Dans notre communication nous exposerons le système babylonien.

Dans un troisième temps, nous indiquerons et nous commenterons les conjectures que ces analyses nous autorisent à faire à savoir :

- 1) La création d'un symbole mathématique est la résultante d'un processus sémiotique long qui commence par l'iconisation.
- 2) Le processus sémiotique choisit toujours "le chemin le plus court", il est économe en termes d'espace et de temps.
- 3) La contrainte physiologique du "subitizing" joue un rôle dans la formation des representamina.
- 4) Plus le niveau d'interprétation est élevé plus le processus résiste à son évolution.
- 5) Le processus interne de conversion semble jouer un rôle central dans l'évolution de l'interprétant.

Exploitations possibles

Cette communication permet un début d'appropriation de la sémiotique peircienne, illustrée par la numération Babylonienne. Elle donne aussi des pistes sur la compréhension des processus d'apprentissage du nombre dès la maternelle.

Mots-clés

Nombres. Sémiotique Peircienne. Numérations anciennes. Apprentissages numériques.

LE LIVRE DU ROBOT PEUT-IL ÊTRE RÉELLEMENT ÉCRIT PAR LES ÉLÈVES DE CP ?

Penser l'articulation entre géométrie et maîtrise de la langue

Jean-François Grelier

Retraité, ex-formateur à l'IUFM Midi-Pyrénées

jean-francois.grelier@wanadoo.fr

Résumé

Une critique était régulièrement faite par des maîtres-formateurs au « livre des robots ». Dans cette situation de CP d' « Apprentissages géométriques aux cycles 2 et 3 », les élèves apprennent à produire des robots avec des formes géométriques, à les décrire pour les faire reproduire, et enfin à produire individuellement leur « livre du robot ». Dans cet album une phrase répétitive – la tête du robot est un rond rouge- justifiait page après page la construction cumulative.

La critique principale était que dans la réalité des classes, c'était le maître qui proposait/imposait cette phrase répétitive, quelles que soient les intentions des descriptifs proposés. Et donc que cette activité était finalement très normative.

Pour sortir de cette impasse, il a fallu penser l'activité aussi du point de vue de la langue, notamment par la lecture des ouvrages cités en bibliographie, puis réécrire les séquences avec la volonté de croiser les apprentissages en géométrie et en maîtrise de la langue. Ainsi des modifications – qui seront présentées- en ont été déduites pour que le texte du « livre du robot » soit le résultat d'un vrai travail d'élève où la phrase se transforme progressivement d'un écrit intermédiaire de travail à un écrit définitif obéissant à des normes de communication.

Plus généralement quelques pistes de travail seront proposées pour enrichir explicitement les activités mathématiques d'un travail sur la langue, sans les alourdir, mais en les organisant différemment.

Exploitations possibles

Cet article présente une progression autour d'une situation (« Le livre des robots » en CP) dans laquelle les apprentissages scolaires sont co-construits. Il pourra servir tout enseignant désireux d'intégrer des objectifs pluridisciplinaires (géométrie et maîtrise de la langue principalement) dans ses situations de classe.

Mots-clés

Géométrie - Formes - Maîtrise de la langue – Album – Code – Écrit - Pluridisciplinaire.

Titre :

**Actes du XXVIIIème Colloque COPIRELEM
DIJON, les 22, 23,24 juin 2011**

Faire des mathématiques à l'école : de l'activité de l'élève à la formation des enseignants.

Auteurs : Conférenciers, orateurs de communications et animateurs d'ateliers du colloque, COPIRELEM.

Mots-clés : Didactique des mathématiques – enseignement et apprentissage – formation des maîtres – écoles maternelle et élémentaire – activité de l'élève

Dépôt légal : Juin 2012 - n° 203.

Nombre de pages : 84 pages.

Éditeur : IREM de Dijon.

ISBN : 978-2-913135-64-2

Public concerné : Formateurs de mathématiques chargés de la formation initiale et continue des professeurs des écoles et des professeurs de lycée et de collège.

Résumé : Cette brochure contient les textes complets des conférences ainsi que les résumés des ateliers et des communications du colloque.

Le cédérom joint contient ces textes ainsi que les comptes rendus des ateliers et la rédaction détaillée des communications.

Prix : 15 euros (+ 3,10 euros de frais d'envoi).