

ÉVALUATIONS BILAN FIN D'ÉCOLE ET FIN DE COLLÈGE : PRÉSENTATION DE RÉSULTATS ET ANALYSE D'ITEMS

Nathalie SAYAC

MCF, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
nathalie.sayac@creteil.iufm.fr

Nadine GRAPIN

PIUFM, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
nadine.grapin@creteil.iufm.fr

L'atelier proposé dans le cadre du 37^{ème} colloque de la Copirelem s'est déroulé en trois parties, permettant à la fois de présenter aux participants notre travail de recherche en cours, mais aussi de les confronter aux résultats et outils mis en place pour exploiter les données issues des évaluations bilans conduites par la DEPP¹ en 2008, à la fin de l'école primaire et du collège.

La première partie a été une présentation du cadre de ces évaluations en mathématiques, la seconde partie a permis de confronter les participants à des items du domaine « grandeurs et mesures » afin qu'ils en évaluent, *a priori*, les difficultés puis, la dernière partie a été consacrée à l'application d'un outil en cours de construction dans le cadre de notre recherche à des items du domaine « décimaux ».

I – PREMIÈRE PARTIE : PRÉSENTATION DES BILANS DEPP

Pour commencer, nous avons choisi de présenter rapidement la passation de ces évaluations et une partie de leurs conceptions. Il s'agissait pour nous de faire connaître aux participants l'existence de ces évaluations et leurs enjeux.

Les évaluations sur lesquelles nous travaillons ont été menées dans le cadre du dispositif CEDRE² mis en place par la DEPP depuis l'année 2003. Ce cycle d'évaluations disciplinaires vise à mesurer les acquis des élèves à la fin de l'école primaire et à la fin du collège, en référence aux programmes scolaires. Chaque année, les acquis des élèves sont ainsi mesurés dans une discipline donnée (2003 : maîtrise de la langue, 2004 : langues vivantes...) avec une périodicité de 6 ans. Menée pour les mathématiques en 2008, une évaluation bilan du même type sera ainsi reconduite en 2014.

L'échantillon d'élèves passant ces évaluations est construit par la DEPP pour être représentatif de la population scolaire de France métropolitaine ; il regroupe des élèves issus d'établissements publics ou privés sous contrat. Pour cette évaluation, environ 3800 élèves de CM2 ont été concernés (soit 143 écoles - 210 classes) et environ 4400 élèves de 3^{ème} (soit 163 collèges).

¹ Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance.

² Cycle des Évaluations Disciplinaires Réalisées sur Échantillon.

Sur l'ensemble des items conçus pour l'évaluation, un élève n'en fait qu'une partie. La passation des items repose sur le principe de « cahiers tournants » : une dizaine de cahiers différents sont construits de manière à ce que, au cours de l'évaluation, tous les items soient passés et que leur place d'un cahier à l'autre soit variable.

Les items proposés ont des formes variées : QCM, question ouverte (pour laquelle l'élève doit produire lui-même la réponse) et pour l'évaluation fin de collège, un test de calcul mental a été proposé en début d'évaluation.

En plus des items de mathématiques posés aux élèves, un questionnaire de contexte visant à évaluer leur motivation, leur regard sur la discipline est placé en fin de cahier.

Parallèlement au bilan sur les acquis des élèves, une enquête est menée auprès des enseignants (professeurs des écoles en primaire et professeurs de mathématiques en collège) et auprès des directeurs d'école et des chefs d'établissements.

L'évaluation, pour répondre à son objectif, a été conçue en s'appuyant directement sur les programmes en vigueur lors de la passation. Les contenus des programmes ont été découpés en différents champs :

- 6 champs différents pour le primaire : Exploitation de données numériques ; Connaissance des nombres entiers naturels ; Fractions / Nombres décimaux ; Calcul ; Espace et géométrie ; Grandeurs et mesures.
- 4 champs pour le collège : Nombres et Calculs ; Organisation et gestion de données – Fonctions ; Géométrie ; Grandeurs et mesures.

Les items proposés portent sur l'ensemble du cursus (de l'école ou du collège) et ont des niveaux de difficulté variés. Aucune grille permettant d'analyser objectivement la complexité d'un item n'a été fournie aux concepteurs ; la difficulté des items a été principalement estimée par rapport aux connaissances et aux représentations des concepteurs. Pour l'école, dans chacun des domaines, les items sont classés selon 5 types de tâches : identifier ; exécuter ; traiter ; produire ; contrôler-valider.

Enfin, pour les deux évaluations, une expérimentation a été menée en 2007 afin de « tester » les items produits par les concepteurs pour éliminer ceux qui n'étaient pas significatifs et ne retenir que ceux qui figureraient dans l'évaluation définitive en 2008.

Nous n'avons pas abordé lors de cet atelier l'analyse globale des résultats ainsi que la conception des échelles de score, tant pour le primaire que pour le collège : ces données, ainsi que le détail du cadre et la méthodologie de ces évaluations font l'objet de deux notes d'information³ et seront détaillées dans deux brochures produites par la DEPP : l'une pour le bilan fin de primaire et l'autre pour le bilan fin de collège⁴. Nous ne pouvons pas, dans le cadre de cet article, montrer les items que nous avons analysés car ils sont institutionnellement réservés ; certains items seront néanmoins libérés et exposés dans les brochures relatives à ces évaluations.

³ [Les compétences en mathématiques des élèves en fin d'école primaire](#) (note d'information 10-17) ; [les compétences en mathématiques des élèves en fin de collège](#) (note d'information 10-18). Ces deux notes sont téléchargeables à l'adresse : http://maths.ac-creteil.fr/spip/IMGfile/competences_college.pdf

⁴ La publication de ces brochures est prévue pour fin 2010.

II – DEUXIÈME PARTIE : ANALYSE A PRIORI DES DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES

Nous avons poursuivi notre exposé en expliquant le cadre de notre recherche en lien avec les bilans DEPP 2008 en mathématiques et les raisons qui nous ont amenées à nous engager dans une telle recherche.

Ces raisons émanent de constats que nous avons faits lors de la présentation officielle des deux bilans de l'école et du collège qui a eu lieu à l'automne 2009, mais aussi d'une volonté partagée d'aller au-delà de ces constats factuels et institutionnels.

Le premier constat est celui d'une surprenante « opposition » entre les résultats obtenus en fin de CM2 et en fin de collège concernant les items du domaine « grandeurs et mesures ». Les résultats de fin d'école primaire ne se démarquaient pas fondamentalement des résultats globaux en mathématiques dans les autres domaines alors que, pour le collège, ces résultats étaient assez « catastrophiques ». Nous nous sommes alors interrogées sur les raisons de cet écart et avons cherché en quoi ces résultats contradictoires pouvaient être des indices de dysfonctionnements de connaissances ou de pratiques d'enseignement. Nous avons parié que cela pourrait nous permettre d'analyser plus finement les résultats de ces items, au-delà de leur simple traitement statistique.

Nous avons également eu envie d'avoir une vision plus globale de ces bilans qui ont été construits de manière indépendante à l'école et au collège, par deux groupes de concepteurs différents qui ne se sont jamais croisés ou rencontrés pour articuler leurs conceptions de l'évaluation en mathématiques. Nous avons donc souhaité réparer cet état de fait en travaillant conjointement ces deux bilans auxquels nous avons toutes deux participé, l'une à l'école et l'autre au collège.

Par ailleurs, nous avons également constaté, chacune dans son niveau d'enseignement, que certains items avaient été jugés comme difficiles, ou faciles par les concepteurs (et par les personnes des groupes de cadrage) alors que la réalité des résultats les révélait non conformes à ces prévisions. Il nous a donc semblé intéressant de nous plonger plus finement dans l'analyse des tâches attachées à ces items pour essayer de comprendre le décalage entre l'appréciation de la difficulté *a priori* et la réussite effective.

Les données issues de ces bilans sont d'une valeur inestimable puisqu'ils ont été passés sur un grand nombre d'élèves, sur des échantillons représentatifs des deux niveaux d'enseignement en France métropolitaine. De plus, ce travail institutionnel extrêmement riche mené dans un cadre scientifique aboutit toujours à la production de notes diffusées dans toutes les instances officielles de l'enseignement mais qui nous paraissent, à regret, peu exploitées voire méconnues par les principaux acteurs concernés. Nous avons donc eu envie de leur donner une autre chance d'être exploitées.

Par ailleurs, étant toutes deux dans la même équipe de recherche en didactique des mathématiques⁵, nous avons été curieuses de porter un regard de didacticiennes sur ces bilans institutionnels et de les confronter à différents travaux menés dans notre cadre scientifique.

Le dernier élément qui nous a encouragées à exploiter ces résultats au-delà de la conception des items, concerne notre engagement dans la formation des enseignants en mathématiques, dans le premier et le second degré. L'envie de produire, à partir de ces données, des outils pour la formation des enseignants a donc été le dernier argument qui nous a amenées à commencer une nouvelle aventure dans un autre cadre

⁵ Laboratoire de Didactique André Revuz, Paris Diderot.

que celui de la DEPP. Nous menons néanmoins cette recherche en continuant de collaborer avec les chargés d'étude, au sein de la DEPP, des deux évaluations. Grâce à eux, nous avons pu présenter cet atelier lors du colloque et utiliser dans ce cadre des items issus des évaluations, alors qu'ils sont, encore à ce jour, confidentiels.

Dans un deuxième temps de l'atelier, nous avons présenté aux participants des items du domaine « grandeurs et mesures » issus du bilan fin d'école afin qu'ils en évaluent, *a priori*⁶, les difficultés. Nous avons demandé aux participants, en travaillant par binôme, d'évaluer le pourcentage de réussite présumé sur chacun des items proposés, sans connaître évidemment les résultats obtenus après passation auprès des élèves. Nous souhaitions ainsi les confronter à notre constat d'écart entre l'appréciation *a priori* des concepteurs et les résultats finaux de certains items. Cela a été l'occasion de s'approprier les items proposés, d'en évaluer les difficultés présumables ou supposées au vu des consignes données, des distracteurs⁷ proposés et de la complexité mathématique de la tâche.

Des constats d'écarts entre ce qui était attendu et ce qui a été réellement produit par les élèves ont été évoqués par les participants à propos des items proposés dans le cadre de l'évaluation CM2 de janvier 2010, ce qui suggère une certaine constance dans l'appréciation de ces évaluations institutionnelles.

Par la suite, nous avons présenté les résultats obtenus lors de l'évaluation pour chaque item ce qui a été l'occasion d'échanger avec les participants sur les résultats envisagés confrontés aux résultats effectifs, souvent différents et parfois étonnants. Généralement, les pourcentages de réussite proposés par les participants étaient supérieurs aux pourcentages réels, ce qui est en soi, un constat intéressant puisque les participants à notre atelier étaient des acteurs divers de la formation des enseignants (inspectrices, conseillers pédagogiques, formateurs IUFM).

III – TROISIÈME PARTIE : PRÉSENTATION D'UN OUTIL EN COURS DE CONSTRUCTION

Après les échanges avec les participants autour de la difficulté des items et de leur score de réussite, nous avons présenté l'outil que nous sommes en train de construire et qui pourrait permettre d'apporter un regard plus fin sur la difficulté des exercices proposées en évaluation.

De nombreux facteurs entrent en jeu pour déterminer la difficulté d'un item (la connaissance mathématique mise en jeu, la structure de l'énoncé en lien avec la maîtrise de la langue, certaines difficultés d'élèves récurrentes et mises en évidence à la suite de différents travaux...) : il y a ce qui est visible (habillage, forme des données, forme des réponses) et ce qui est induit (notions mathématiques et démarches, pré-requis, type de réponse à produire).

Ce constat nous a conduit à construire un outil permettant de mesurer la difficulté réelle⁸ d'un item, en nous inspirant de plusieurs travaux :

- une enquête canadienne⁹ sur l'alphabétisation et les compétences des adultes dans quatre domaines et notamment la « numératie » et la résolution de problèmes ;

⁶ Comme pour les concepteurs de l'évaluation, les participants se sont basés sur leurs connaissances, qu'elles soient issues du terrain ou basées sur des travaux de recherche, mais aussi sur leurs propres représentations.

⁷ Les distracteurs d'un item sont les différents résultats –autres que la bonne réponse– proposés dans le cas de QCM.

⁸ Et non supposée ou pensée par les enseignants compte tenu des différents travaux réalisés autour de la notion.

⁹ *Enquête internationale sur l'alphabétisation et les compétences des adultes* (EIACA) de 2003, menée auprès de plus de 23 000 Canadiens, dont 4 166 Québécois, âgés de 16 ans et plus, visait à mesurer les compétences dans quatre domaines, soit la compréhension de textes suivis, la compréhension de textes schématiques, la numératie et la résolution de problèmes.

- les travaux d'A. Bodin¹⁰ sur l'évaluation ;
- les travaux¹¹ d'A. Robert sur les différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques.

Notre volonté, au-delà de la fonction de mesurer la difficulté réelle des items proposés dans le cadre de ces bilans DEPP, est aussi de produire un outil fonctionnel pour tous les acteurs de l'enseignement des mathématiques à l'école et au collège.

Nous avons donc déterminé trois facteurs de complexité d'un item qui, combinés entre eux, amènent à donner une valeur de complexité globale de 10 points, au maximum¹². Ces trois facteurs reflètent, autant que faire se peut, les différents champs de complexité envisageables, pour un item donné. Ils se distinguent de la façon décrite ci-après.

1 Facteur de complexité 1 : langue et contexte

À travers ce facteur, nous prenons en compte tout ce qui est relatif au vocabulaire, à la formulation et au contexte de la question posée. Le type de réponse demandée est également pris en compte ainsi que la nature de l'item (QCM, VRAI-FAUX, etc.) et des distracteurs proposés, le cas échéant.

Attachés à ce facteur, nous proposons des bonus/malus qui interviennent comme facilitateur ou « difficulté » de la tâche car il nous semble que certains choix (de distracteurs, de place de la bonne réponse, etc.) influencent dans un sens ou dans un autre, les réponses des élèves.

Nous essayons également d'évaluer si la tâche demandée dans l'item est une tâche habituellement proposée dans les classes et les manuels ou si cette tâche est plus originale du point de vue des pratiques enseignantes.

Selon la complexité de ce facteur, un coefficient de 1 à 3 sera proposé, en dehors des bonus/malus.

Nous listons ici les éléments pris en compte dans ce facteur :

- Niveau de langue de l'énoncé ;
- Forme de l'énoncé (en particulier un item demandant une production sera considéré comme plus complexe qu'un item où l'on doit choisir entre plusieurs réponses proposées en choix multiple, voire binaire) ;
- Accompagnement textuel (est-ce qu'il est nécessaire de lire et comprendre la consigne pour répondre ou bien la tâche est-elle explicite ?) ;
- Quantité d'informations à traiter et à comprendre (texte, figure, schéma...) ;
- Place de la bonne réponse parmi les différents choix proposés, dans le cas de QCM ;

Les compétences ont été évaluées selon cinq niveaux, en ordre croissant.

¹⁰ Taxonomie des demandes cognitives pour la construction et l'analyse de tâches mathématiques – organisée par niveaux intégrés de complexité. <http://ctug48.univ-fcomte.fr/evapm>

¹¹ « *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* », éditeur F Vandebrouck (2008), Chapitre 2 - Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe par A. Robert.

¹² Plus la difficulté est grande, plus la valeur du point est élevée.

- Choix des nombres, choix des figures proposées [formes choisies pour les aires et les périmètres]...

2 Facteur de complexité 2 : niveaux de mise en fonctionnement

A. Robert distingue les tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélanges), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire : remplacement des données générales par des données particulières notamment. Elle parle alors de **mise en fonctionnement technique**.

D'autres tâches nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées : on parle de niveau de **mise en fonctionnement mobilisable**. Le travail des élèves n'est en effet pas analogue selon qu'ils doivent rechercher les connaissances à utiliser ou mettre en fonctionnement (en les adaptant) des connaissances indiquées. Si c'est à l'élève de reconnaître les connaissances à utiliser, on parle de niveau de **mise en fonctionnement disponible**.

Selon la complexité de ce facteur, un coefficient de 1 à 3 sera proposé correspondant aux différents niveaux de mise en fonctionnement.

Ainsi les éléments pris en compte dans ce facteur sont :

- Mise en fonctionnement technique ;
- Mise en fonctionnement mobilisable ;
- Mise en fonctionnement disponible.

3 Facteur de complexité 3 : niveaux de complexité de la notion mathématique

Ce facteur est directement lié à la notion mathématique convoquée. De ce point de vue, la tâche peut être simple ou plus complexe. Nous nous référons aux divers travaux effectués en didactique des mathématiques pour évaluer ce facteur de complexité¹³.

Selon la complexité de ce facteur, un coefficient de 1 à 4 sera proposé.

Iç – QUATRIÈME PARTIE : UTILISATION DE L'OUTIL

Après avoir présenté cet outil de mesure de la complexité des items, nous avons repris avec les participants les items « grandeurs et mesures » sur lesquels ils avaient travaillé précédemment, et leur avons expliqué comment nous avons fait fonctionner cet outil sur les items. Ils ont pu ainsi saisir, plus efficacement, l'intérêt de son utilisation pour évaluer plus finement la complexité des items.

Nous avons ensuite voulu qu'ils évaluent, à l'aide de cet outil, la difficulté d'items portant sur les nombres décimaux. Un document récapitulatif des trois facteurs de complexité (annexe 1) leur a été distribué.

Les nombres décimaux ont fait l'objet de nombreuses recherches en didactique des mathématiques¹⁴, d'une part parce que d'un point de vue épistémologique, c'est une connaissance assez riche et d'autre

¹³ On pourra se référer aux difficultés repérées et aux variables didactiques entrant en jeu en se reportant aux annexes.

¹⁴ Voir bibliographie en annexe.

part, parce que les élèves sont souvent confrontés à des difficultés lors de son apprentissage, et nous n'évoquons présentement pas celles des professeurs du primaire qui doivent l'enseigner.

Les participants de l'atelier, en tant que professionnels de l'enseignement, étaient tous au fait de ces difficultés et ils ont pu ainsi estimer à sa juste valeur la pertinence et les limites de notre outil.

Sa pertinence relève de la correspondance très souvent faite entre la mesure de la difficulté de la tâche des élèves évaluée à l'aide des 3 facteurs de complexité et les scores de réussite, d'échecs ou de non réponse des élèves. Cependant, la mesure de la difficulté par la notation des trois facteurs de complexité reste variable selon les personnes. Nous avons déjà pu le constater entre nous, lorsque nous avons conçu l'outil, mais cela s'est vérifié aussi lorsque les participants ont attribué les points à chacun des facteurs. Une autre limite de cet outil est celle de l'imprévisible qui régit parfois la pensée des élèves et qui ne relève pas toujours d'explications rationnelles ou cohérentes.

Des constats, faits par nous mêmes auparavant, ont émergé et ont permis des échanges fructueux et intéressants aussi bien pour les participants que pour nous, qui sommes dans le cours de notre travail de recherche :

- Il n'y a pas de « proportionnalité » entre l'échelle du facteur de complexité et le taux de réussite d'un item : un FC (Facteur de Complexité) égal à 4 peut correspondre à un score de réussite égal à 70% ou à 80% alors qu'un FC égal à 6 peut également correspondre à un score de réussite de 70% ou de 60%. Il faut prendre en compte l'item dans une certaine globalité cognitive et structurelle.
- Il y a parfois des estimations de complexité qui ne correspondent pas à la réalité des scores effectifs. Même si l'outil FC prend en compte différents éléments de difficultés, il y a toujours une part qui nous échappe et qui témoigne de la complexité de la pensée des élèves et de l'incidence d'éléments que l'on ne peut appréhender dans le cadre de la didactique des mathématiques, même élargi.
- Il convient de ne pas camper sur des certitudes scientifiques ou professionnelles car la réalité est souvent complexe et plus irrationnelle qu'elle ne paraît. Il faut toujours travailler à partir de cette réalité et non uniquement à partir de nos connaissances et représentations.

Cet outil permet donc à la fois d'affiner notre regard et nos connaissances sur les difficultés des élèves dans certains domaines et il est précieux en cela, mais il nous permet également de relativiser ces connaissances, en nous obligeant à nous centrer sans cesse sur l'élève qui est *in fine* au cœur de nos problématiques. Il nous contraint à prendre en compte une réalité scolaire que nous avons parfois du mal à appréhender en tant que formateur du fait des contraintes de notre métier qui nous oblige à n'avoir qu'un rapport indirect à la classe et aux élèves.

§ – CONCLUSION

Les échanges que nous avons eus avec les participants lors de cet atelier ont confirmé à la fois le besoin de communication autour de ces évaluations (inconnues globalement par les participants) et l'intérêt qu'elles suscitent. Développer l'outil « Facteurs de Complexité » à partir de ces évaluations peut justement permettre de les présenter tout en analysant leurs résultats. La construction de cet outil est encore en cours ; il doit être affiné, étendu à d'autres domaines que ceux cités précédemment. Il devrait également permettre d'aider à construire des évaluations plus adaptées à la réalité cognitive et psychologique des élèves.

En plus de susciter des échanges sur les difficultés des élèves et sur les pratiques enseignantes, l'utilisation en formation de cet outil doit permettre à la fois de se centrer sur le travail de l'élève, sur la tâche mathématique et sur la façon d'évaluer les élèves. Il nous paraît donc être un support intéressant de formation tant pour les professeurs stagiaires que pour les professeurs des écoles confrontés aux résultats des évaluations nationales.

Dans le cadre de la maîtrise de la formation des enseignants, il y a plusieurs moments où la question de l'évaluation des élèves et des outils pour évaluer doit être posée pour permettre aux futurs enseignants, en amont de toute pratique effective de classe, de considérer cette question comme étant au cœur de l'enseignement. Comme il est difficile, en formation, de travailler la question de l'évaluation sans s'appuyer sur des progressions et des choix d'enseignement bien précis, l'outil « facteurs de complexité » pourrait être un moyen, pour les étudiants, d'accéder à des questionnements qu'ils ne pourraient avoir *ex nihilo*. Il permettrait de mettre en exergue, à la fois des questions liées aux savoirs mathématiques et à la responsabilité de l'enseignant dans l'apprentissage de ces savoirs mais aussi, de réaliser que des éléments extra-mathématiques interfèrent dans les apprentissages et qu'ils doivent être pris en compte.

ANNEXES

1 FACTEURS DE COMPLEXITÉ

Facteur de complexité 1 (3/10)

- Niveau de langue de l'énoncé,
- Forme de l'énoncé (en particulier un item demandant une production sera considéré comme plus complexe qu'un item où l'on doit choisir entre plusieurs réponses proposées en choix multiple, voire binaire),
- Accompagnement textuel (est-ce qu'il est nécessaire de lire et comprendre la consigne pour répondre ou bien la tâche est-elle explicite ?),
- Quantité d'informations à traiter et à comprendre (texte, figure, schéma...),
- Place de la bonne réponse parmi les différents choix proposés, dans le cas de QCM,
- Nature des distracteurs : aide ou piège ?

Facteur de complexité 2 (3/10)

- **mise en fonctionnement technique** : pour les tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélanges), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire.
- **mise en fonctionnement mobilisable** : pour les tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées.
- **mise en fonctionnement disponible** : si c'est à l'élève de reconnaître les connaissances à utiliser, sans indication.

Facteur de complexité 3 (4/10)

- Ce facteur est directement lié à la notion mathématique convoquée.
- De ce point de vue, la tâche peut être simple ou plus complexe.
- Nous nous référons aux divers travaux effectués en didactique des mathématiques pour évaluer ce facteur de complexité.

2 DIFFICULTÉS REPÉRÉES ET VARIABLES DIDACTIQUES

Pour les aires comme pour les nombres décimaux, pour repérer les difficultés et identifier certaines variables didactiques, nous nous sommes basées sur différents travaux en didactique des mathématiques ; nous avons listé ces travaux dans la bibliographie de cet article.

2.1 Pour le domaine « grandeurs et mesures » (aires et périmètres uniquement)

- Confusion aire – périmètre ;
- Confusions générées par les désignations usuelles d'aire ($1\text{cm}^2 = \text{aire d'un carré de } 1\text{cm et } \frac{1}{2}\text{ cm}^2 = \text{aire d'un carré de } \frac{1}{2}\text{ cm}$)
- Extension de la formule du calcul de l'aire du rectangle à celle du parallélogramme
- Confusion de formules
- Unités : expression de l'unité du résultat : m, m^3 , ... Conversions

Variables didactiques en jeu :

- Le type de quadrillage ;
- La forme de la surface ;
- Les données de l'énoncé (toutes les données numériques de l'énoncé sont-elles utiles ?)
- Position de la figure (parallélogramme sur sa base ou non)
- L'item est-il en rupture avec le contrat didactique habituel ? (par exemple, en fin de collège, on mobilise davantage des formules de calcul d'aire plutôt que du découpage-recollement)

S'ajoutent des difficultés liées :

- Au calcul lui-même : calcul avec des nombres décimaux, difficultés liées au calcul littéral au collège (remplacer une lettre par sa valeur, que représentent les lettres présentes dans la formule ?)...
- D'ordre géométrique : lecture de la figure, transformations géométriques mises en jeu (invariance de l'aire dans le découpage-recollement)

Deux paliers sont identifiés :

- Construction de l'aire en tant que grandeur autonome ;
 - o 1^{er} niveau de conceptualisation : association entre la surface et l'étendue ; estimation visuelle
 - o 2^{ème} niveau de conceptualisation : procédures de superposition et d'inclusion pour comparer ; procédure de découpage recollement
 - o 3^{ème} niveau de conceptualisation : l'aire est invariante par certaines transformations géométriques (même si l'aspect global change)
- Acquisition de la mesure d'aire.

2.2 Pour les décimaux

- présence de zéro(s) dans le nombre
- correspondance entre écriture fractionnaire et écriture décimale
- principe d'intercalation
- placement d'un nombre décimal sur un axe gradué
- multiplication et division de décimaux par 10, 100 ou 1000
- relation entre nombre décimal et mesure, conversions
- conception du nombre décimal comme juxtaposition de 2 entiers séparés par une virgule
- équivalence d'écritures
- les règles de fonctionnement des entiers ne peuvent être étendues aux décimaux : l'ordre des décimaux n'est pas le même que celui des entiers par exemple

- les décimaux sont d'abord une construction mentale et non physique (comment se représenter 1,35 par exemple ?)

Variables didactiques en jeu :

- relation entre nombre décimal et référent dans un problème (mesure de longueur, moyenne, prix...) : rôle de la pratique sociale de référence
- taille des parties entières et décimales, égales ou non.

ςI – BIBLIOGRAPHIE AIRES

- DOUADY R., PERRIN-GLORIAN M.J. (1984) Aires de surfaces planes (partie 1), *Petit x*, **6**, 5-33.
- DOUADY R., PERRIN-GLORIAN M.J. (1985) Aires de surfaces planes (partie 2), *Petit x*, **8**, 5-30.
- PERRIN-GLORIAN M.J. (1989) L'aire et la mesure, *Petit x*, **24**, 5-36.
- COMITI C., MOREIRA BALTAR P. (1993) Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles, *Petit x*, **34**, 5-29.
- MOREIRA BALTAR P. (1996) A propos de l'apprentissage du concept d'aire, *Petit x*, **43**, 43-68.
- MOREIRA BALTAR P. (1998) Une étude de situations et d'invariants pour l'analyse de la construction d'aire au collège, *Petit x*, **49**, 45-78.

ςII – BIBLIOGRAPHIE DÉCIMAUX

- PERRIN-GLORIAN M.J. (1986) Représentations des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et de collège, *Petit x*, **10**, 5-29.
- MERCIER A. (1988) Enseigner les décimaux ? La division comme révélateur des obstacles dans l'enseignement et l'emploi des décimaux, *Actes de l'Université d'été Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire, Olivet, IREM de Bordeaux*.
- NEYRET R. (1991) Les décimaux vus par les enseignants - Leurs stratégies face aux erreurs des élèves. Deux études de cas d'enseignants de CM2, *DEA de didactique des disciplines scientifiques*, Université Grenoble 1.
- BROUSSEAU G. (1980) Problèmes de l'enseignement des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques*, **1/1**, 11-60.
- BROUSSEAU G. (1981) Problèmes de didactique des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques*, **2/1**, 37-127.
- BROUSSEAU G. (1983) Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, **4/2**, 164-197.
- BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991) Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques*, **11/2-3**.
- DOUADY R. (1980) Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire, *Recherches en didactique des mathématiques*, **1/1**, 77-111.
- DOUADY R., PERRIN M.-J. (1986) Nombres décimaux, liaison école-collège, IREM de Paris VII.
- Grand N regroupés dans le numéro spécial pour le cours moyen, tome 1, (1981) : R. Neyret (n° 17, 1979), R. Neyret et C. Comiti (n° 18, 1979), M. Coquand (n° 20 et 21, 1980), J. Bolon (n° 52, 1992-93), M. Tanner (n° 52, 1992-93).
- Le nombre décimal en 6^{ème} (1980), IREM de Grenoble.