

DÉVELOPPER ET ÉVALUER LES CONNAISSANCES ET LES COMPÉTENCES LIÉES AUX GRANDEURS AU CYCLE 3

Alex CABROL, IREM de Montpellier,

Viviane DURAND GUERRIER IREM Montpellier,
Université de Montpellier 2

viviane.durand-guerrier@univ-montp2.fr

Résumé : L'atelier proposé s'appuie sur le travail du groupe « Premier degré » de l'IREM de Montpellier, qui a expérimenté en 2009-2010 en cycle 3 (CM1, CM2) une séquence d'introduction de l'aire prenant en compte les recommandations des programmes de 2002 sur la nécessité d'introduire les grandeurs avant la mesure. Nous présentons tout d'abord quelques éléments théoriques qui ont sous-tendu l'élaboration de la séquence, la séquence d'enseignement, les choix faits et leurs motivations et ce que nous en attendions en termes d'apprentissage pour les élèves. Nous proposerons ensuite aux participants un travail en trois temps sur l'un des exercices de l'évaluation CM2 2010. Le premier sera consacré à un travail en petits groupes d'analyse *a priori* de l'exercice retenu et d'analyse *a posteriori* sur quelques copies. Dans un deuxième temps, nous ferons une synthèse collective des travaux de groupe, que nous mettrons en perspective avec nos propres analyses. Dans un troisième temps, nous présenterons les principaux résultats d'une étude en cours sur les résultats de l'évaluation pour cet exercice dans plusieurs classes de l'académie de Montpellier, dont celles dans lesquelles la séquence présentée a été mise en œuvre. Le travail conduit illustrera l'importance d'une étude fine des exercices proposés en évaluation pour pouvoir faire des hypothèses raisonnables sur ce que l'on peut tirer des résultats obtenus par rapport aux effets attendus d'une expérimentation.

1 INTRODUCTION

L'atelier que nous avons proposé s'appuie sur le travail du groupe premier degré de l'IREM de Montpellier. En 2009-2010, la thématique retenue concernait les grandeurs au cycle 3. Bien que ce thème ait déjà beaucoup été travaillé, en particulier au sein de la COPIRELEM et dans les IREM (voir par exemple IREM de Lille & Roye, 2007), on constate de manière générale que le travail sur la construction effective des grandeurs et des mesures associées tend à se focaliser sur la question des mesures. Nous nous sommes engagés au sein du groupe dans un travail d'élaboration de séquences permettant de construire progressivement les trois grandeurs géométriques : longueur au cycle 2, aire et volume au cycle 3. Une question centrale dans ce type de travail est celle de l'évaluation des compétences développées lors d'activités qui sortent des modes habituels de travail. C'est une difficulté qui est bien repérée, et que l'on retrouve pour toutes les activités qui relèvent de la démarche d'investigation. Or cette question est bien sûr centrale dans la mesure où ces activités prennent beaucoup de temps et qu'il est donc nécessaire de s'assurer qu'elles permettent bien une meilleure appropriation des notions en jeu. Au moment de l'évaluation CM2, la séquence concernant la notion d'aire au cycle 3 avait été mise en œuvre dans les classes concernées des membres du groupe (CM1 et CM2) ; nous avons identifié un item qui nous a semblé pertinent pour évaluer l'impact de ce travail. C'est autour de cet item que nous avons organisé l'atelier, qui s'est déroulé en quatre temps : une présentation de quelques éléments théoriques sur les relations entre grandeurs et mesures qui

ont sous-tendu le travail du groupe – une présentation du groupe et de ses objectifs et la séquence mise en oeuvre – un travail en groupe des participants à l'atelier sur un corpus constitué de réponses d'élèves suivi d'un débat – la présentation de nos résultats. Notre compte-rendu reprend l'ensemble de ces éléments, sans nécessairement respecter l'ordre du déroulement effectif de l'atelier.

2 QUELQUES ÉLÉMENTS THÉORIQUES SUR LES RELATIONS ENTRE OBJETS, GRANDEURS ET MESURES

Dans le Socle commun des connaissances et des compétences, rubrique « Enseignement des mathématiques », on peut lire :

“La scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société. (...)”

Dans chacun des domaines que sont le calcul, la géométrie et la gestion de données, les mathématiques fournissent des outils pour agir, choisir et décider dans la vie quotidienne. (...)”

La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité. (...)”

Les compétences acquises en mathématiques conditionnent l'acquisition d'une culture scientifique »

Ce programme est ambitieux, et il n'est pas toujours facile d'identifier, dans le travail mathématique fait à l'école, ce qui est susceptible de répondre à ces attentes. Le travail que nous avons entrepris sur les grandeurs et les mesures s'inscrit dans la suite des programmes de 2002, qui avaient réintroduit explicitement la nécessité d'un travail sur « Grandeurs et mesure », et pas seulement sur « La mesure des grandeurs », ce travail vise à contribuer à ce programme. La question des grandeurs et de leur mesure est en effet une question vive des relations entre les mathématiques et la société, dans la mesure où elles interviennent dans la plupart des activités humaines. En ce sens, elle intéresse depuis longtemps les chercheurs en didactique des mathématiques¹, qui est la science des conditions spécifiques pour la construction et la diffusion des connaissances mathématiques requises par la société, et étudie pour cela les processus de transmission et d'acquisition des mathématiques en prenant en compte leurs spécificités. Nous nous référons dans ce qui suit principalement au point de vue développé par Guy Brousseau dans Brousseau (2000), même si nous prenons quelques libertés avec la lettre du texte².

2.1 De la grandeur à la mesure

Selon d'Alembert, la grandeur est ce qui est susceptible d'être grand ou petit, ce qui met l'accent sur la notion de comparaison. Une grandeur est ainsi un type de variable que l'on peut attribuer à certains objets, qui permet des comparaisons suivant un ordre total : étant donnés deux objets et une grandeur susceptible de leur être attribuée, on peut toujours comparer ces deux objets du

¹ Voir par exemple Vergnaud, 1983 sur le volume, ou Douady & Perrin-Glorian, 1989 sur les aires.

² Ceci est également développé plus longuement dans Durand-Guerrier (2007)

point de vue de cette grandeur, et ce y compris si les objets sont de nature différente. Ce dernier point est essentiel ; c'est par exemple celui qui est à l'œuvre lorsque l'on réalise un patron de vêtement. On peut associer une ou plusieurs grandeurs à une catégorie d'objets indépendamment de toute unité : *la longueur, l'aire, le volume, la contenance, la masse, la durée etc.* Cela nécessite la mise en place d'un protocole expérimental qui permet des comparaisons lorsque les contrôles sensoriels ne suffisent pas. Par exemple, pour comparer le volume de deux pierres de formes trop différentes pour une comparaison à vue, on peut les immerger successivement dans un récipient contenant de l'eau, repérer les différents niveaux d'eau et comparer les différences de hauteur obtenues, prenant ainsi en compte ainsi l'aspect unidimensionnel du volume (Vergnaud, 1983). Il est clair évidemment que ce protocole doit être en accord avec les résultats obtenus par les contrôles sensoriels lorsque ceux-ci fournissent des informations non ambiguës.

La première rencontre avec la notion de grandeur passe par la manipulation d'objets et l'élaboration de protocoles permettant les comparaisons. La notion de mesure intervient lorsque l'on fait le choix d'un étalon, c'est-à-dire d'une mesure unitaire de référence ; on va pouvoir alors, sous certaines conditions, attribuer un nombre qui sera la mesure de la grandeur pour l'unité choisie et faire des comparaisons indirectes. Si nous reprenons l'exemple du volume ci-dessus, le choix d'une unité de volume peut-être matérialisé par une graduation sur le récipient utilisé, ceci utilisant cette fois certaines propriétés tridimensionnelles du volume, comme la relation de proportionnalité entre volume et hauteur dans les prismes droits ou les cylindres. Une condition nécessaire est la propriété d'additivité : si vous immergez les deux pierres l'une à la suite de l'autre, la différence de hauteur finale sera la somme des différences de hauteur de chacune des deux pierres. Dans certains contextes où l'on doit ajuster des grandeurs, il est nécessaire que ces comparaisons soient correctes ; il est parfois nécessaire que ces grandeurs caractérisent l'objet.

2.2 Un premier exemple : la notion de longueur

Le protocole expérimental élémentaire standard consiste à se ramener à des segments parallèles que l'on sait le plus souvent comparer *à vue*. Pour une catégorie donnée d'objets, il faut définir comment déterminer ces segments, et cela va nécessiter la mise en place d'un protocole précis spécifique, et donner lieu à une grande variété de types de longueur : *envergure d'un oiseau ; garrot d'un cheval ; longueur de l'intestin grêle ; taille d'un être humain ; etc.* Par ailleurs, un même objet peut se voir attribuer plusieurs grandeurs du type *longueur* : pour un être humain, en lien avec les vêtements : *tour de cou ; tour de taille ; tour de poitrine ; longueur des bras ; largeur des épaules etc.* ; pour un cylindre : *diamètre du cercle de base ; circonférence de ce cercle ; hauteur ; périmètre de la surface latérale ; etc.* Il est également tout à fait essentiel d'identifier qu'un même objet peut se voir attribuer des grandeurs de plusieurs types : pour un parallélogramme, il faut prendre en compte les longueurs qui le caractérisent (longueur, largeur, longueur de la diagonale) ; le périmètre ; l'aire ; pour un objet cylindrique, il faut prendre en compte les différentes longueurs ; l'aire du disque de base ; l'aire de la surface latérale ; son volume ; sa masse etc.

Il est clair que commencer le travail sur les longueurs en comparant des segments dessinés dans un manuel, qui parfois pourraient être sans problème comparés à vue, revient à faire l'impasse sur la relation aux objets, et ne permet pas la construction d'un rapport idoine à cette notion.

3 LE TRAVAIL DU GROUPE PREMIER DEGRÉ DE L'IREM DE MONTPELLIER AUTOUR DE L'AIRE

3.1 Présentation du groupe

Il s'agit d'un groupe faisant l'objet d'une convention tripartite entre l'Inspection Académique du département de l'Hérault (IA 34), l'IREM de Montpellier et l'IUFM de l'Académie de Montpellier. Cette convention pour l'organisation de stages de recherche et de réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire pour la production de ressources officialise le groupe et ses travaux depuis 2008. L'article 3 de la convention stipule que « Les participants à ces sessions sont des formateurs issus de : l'IREM, pour les compétences mathématiques, au nombre de 1 à 3 ; l'IUFM, pour les apports didactiques, au nombre de 1 à 3 ; l'IA, pour les apports pédagogiques (présence de CPC) ; des stagiaires chargés de classe, au nombre de 12 PE³.

Le groupe se donne comme objectif général d'élaborer des séances relevant des connaissances et des compétences des programmes de l'école primaire ; de repérer des variables didactiques sur lesquelles agir ; de fournir des outils pédagogiques utilisables en formation des enseignants dans le domaine des mathématiques. Les thèmes travaillés les années précédentes sont : la construction du nombre (cycle 2) – le calcul mental (cycle 2 et 3) – la proportionnalité (cycle 3). En 2009-2010, les deux cycles ont travaillé sur le thème grandeurs et mesures – la longueur et la durée au cycle 2 - L'aire et le volume au cycle 3. Ce que nous présentons ici concerne l'aire en CM1-CM2.

3.2 La séquence élaborée et mise en œuvre au premier trimestre (novembre - décembre)

Les séances qui composent cette séquence reprennent des activités que l'on peut trouver classiquement dans les ouvrages de la COPIRELEM, ou dans certains manuels. L'objectif était de penser une progression permettant de construire la notion d'aire sous ses différents aspects en prenant en charge explicitement « la construction de la grandeur avant la mesure », de la mettre en œuvre, d'identifier les effets sur les apprentissages des élèves et de faire évoluer la séquence en fonction des observations recueillies dans les classes. Nous ne détaillons pas ici ces séances, ce n'était pas l'objet de l'atelier, nous donnons simplement le déroulement général de la séquence.

Une première séance d'évaluation (séance 0) a été mise en place pour s'assurer de la maîtrise du concept de longueur et prévoir un renforcement, si nécessaire.

La séance 1 a été organisée pour faire découvrir la notion de grandeur ; il s'agissait

³ Les participants pour 2009-2010 sont Marie Claude Boudon, CM1 CM2, EEPU Léopold Sedar Senghor 34080 Montpellier ; Chantal Boudon-Hauteroche, CP, E.E.PU Le patus 34980 ST Gely Du Fesc CP ; Alex Cabrol, CPC Montpellier Est ; Joanna Dumoulin, CM1, EEPU Joseph Delteil 34790 Grabels ; Viviane Durand-Guerrier, Département de Mathématiques, IREM, UM2 ; Roland Glusper, CM1, EEA Boulloche 34080 Montpellier ; Laetitia Granier, CM2 EEPU Joseph Delteil 34080 Montpellier ; Sylvie Laureys, CM2, EEPU Les Garrigues 34740 Vendargues ; Stéphane Monira CP EEA IUFM Charles Daviler 34090 Montpellier ; Karine Rey, CM1 CM2, EEPU Jacques Brel 34070 Montpellier ; Marie Sablayrolles, CP, E.E.PU Sigmund Freud 34090 Montpellier ; Anne Saby CM1, E.E.PU Jules Ferry 34090 Montpellier ; Nicolas Saby, Département de Mathématiques, IREM, UM2 ; Cathy Salze, CM1, EEPU Lamartine 34000 Montpellier ; Sophie Vogel, CP, EEPU Périclès 34000 Montpellier.

principalement d'introduire la possibilité d'attribuer plusieurs grandeurs différentes à un même objet suivant le point de vue adopté.

La séance 2 avait pour objectif de faire travailler les décompositions - recompositions de surfaces afin de travailler sur la possibilité de comparaison des aires avant la mesure.

Lors de la séance 3, les élèves ont été invités à explorer et découvrir différentes stratégies de comparaison de surfaces du point de vue de l'aire, ceci contribuant à développer les compétences de structuration des surfaces à comparer.

La séance 4 était consacrée à l'identification de surfaces de même aire.

Lors de la séance 5, il s'agissait de faire émerger la possibilité d'utiliser une surface de référence (un étalon) pour mesurer l'aire d'autres surfaces ; les surfaces considérées étaient les pièces du Tangram. On visait l'utilisation du petit triangle comme unité d'aire afin d'attribuer une mesure entière à chaque pièce du Tangram : ceci permet de mettre en évidence que c'est le choix d'une unité (d'un étalon) qui permet d'attribuer une mesure.

A partir de là, le travail habituel sur la mesure des aires a été conduit dans les classes.

4 LE TRAVAIL SUR UN ITEM DE L'ÉVALUATION CM2 2009-2010

Pour préparer l'atelier, nous avons choisi de conduire un travail en appui sur l'évaluation CM2 2009-2010. Nous avons tout d'abord sélectionné un item de l'évaluation nationale CM2 qui a été passée en janvier 2010 ; nous le présentons au paragraphe 4.1. Nous avons ensuite recueilli un certain nombre de copies : dans les classes de CM2 des participants du groupe ayant passé l'évaluation – dans d'autres classes de CM2 – dans les classes de CM1 des collègues participant au groupe. Nous avons ensuite conduit une analyse *a priori*, que nous avons affinée progressivement en travaillant sur les copies issues de plusieurs de classes ; ceci nous a permis de dégager une catégorisation que nous présentons au paragraphe 4.2. Cette catégorisation nous a ensuite servi à coder les copies recueillies : chaque copie a été codée d'une part avec un numéro de classe et d'élève ; d'autre part à l'aide de l'une des catégories élaborée. Nous avons ensuite sélectionné un certain nombre de ces copies, rendant compte de la variété des procédures, comme support au travail des participants ; ceci est présenté au paragraphe 4.3.

4.1 L'item de l'évaluation CM2 2009-2010 que nous avons retenu

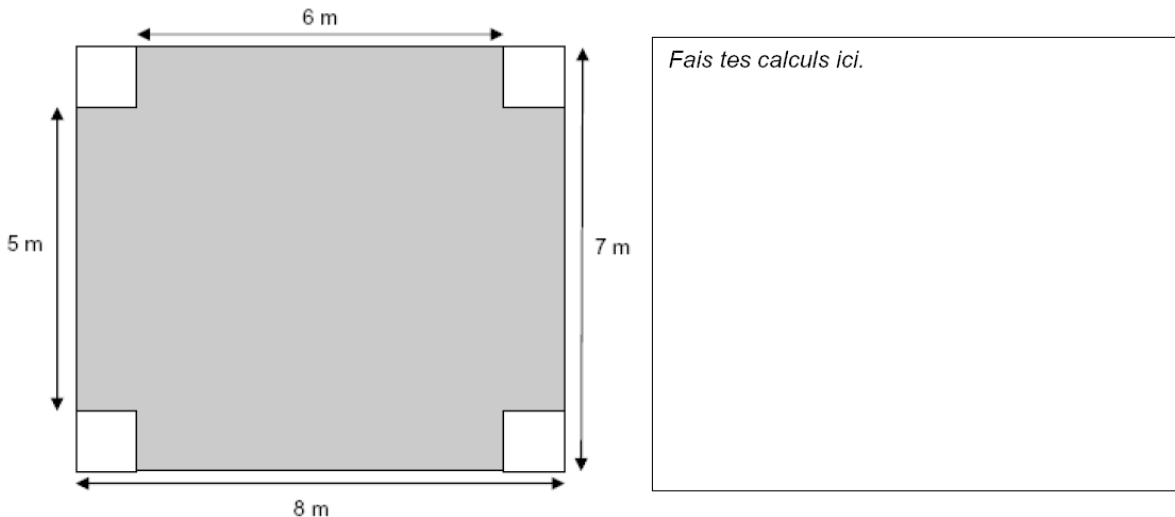
L'item que nous avons retenu se trouve dans le premier exercice de la séquence 3 (exercice 17). Il s'agit d'un exercice demandant de déterminer la mesure d'une aire. Dans le document pour les professeurs, cet exercice est identifié par la thématique « Grandeurs et mesures » ; les connaissances ou compétences à évaluer sont « Estimer ou mesurer une longueur, calculer un périmètre une aire, un volume » (p. 29). Connaître les différentes unités et leurs relations ». Ceci renvoie aux items 94 : « une démarche recevable a été mise en œuvre », et 95 « le résultat du calcul de l'aire est exact, et l'unité est indiquée » (p. 30).

Pour l'item 94, des exemples de démarches recevables sont indiqués. Dans nos analyses, nous nous sommes intéressés à l'item 94 ; un autre travail resterait à faire pour ce qui concerne l'item 95, en articulation avec ce qui a été fait pour l'item 94.

Le texte de l'exercice 17 est indiqué dans la figure 1 ci-après.

Exercice 17

Observe ce plan de jardin. Les quatre carrés dessinés à partir des sommets du grand rectangle sont tous identiques. Calcule l'aire de la partie grisée du plan.



L'aire de la partie grisée est

Figure 1 : le texte de l'exercice 17

Les élèves disposaient en outre d'un cadre vierge de la même dimension à droite du schéma ci-dessus dans lequel était indiqué « Fais tes calculs ici ».

Dans le document pour les professeurs, la consigne était précisée sous la forme suivante (p. 30) :

Temps de passation : 10 minutes.

Dire aux élèves :

« Dans cet exercice, on vous demande de calculer l'aire de la partie grisée du plan dessiné sur le cahier. Faites vos calculs dans le cadre à droite du plan. Vous avez dix minutes. »

Concernant l'item 94 qui nous intéresse, les exemples de démarches recevables proposés sont les suivantes (p. 30) :

- l'aire du grand rectangle (8×7) - 4 fois l'aire du petit carré [$4 \times (1 \times 1)$];
- la somme des aires de cinq rectangles [$(5 \times 1) + (6 \times 1) + (6 \times 1) + (5 \times 1) + (5 \times 6)$];
- la somme des aires de trois rectangles [par exemple [$(8 \times 5) + (6 \times 1) + (6 \times 1)$];
- un quadrillage en carrés 1×1 .

On y trouve également des « Commentaires pour aider à l'analyse d'autres réponses ». Pour l'item 94, les commentaires sont les suivants (p. 30) :

Une difficulté est constituée par le fait que l'élève doit dégager des étapes pour résoudre le problème posé. La solution la moins élaborée est probablement celle qui consiste à revenir à un quadrillage en carré 1×1 , encore faut-il que l'élève ait trouvé que les petits carrés dans les coins avaient leurs côtés de longueur 1 mètre. Selon cette méthode, des erreurs de dénombrement sont probables.

La solution qui consiste à faire la somme des aires de trois rectangles suppose que l'élève a été capable de :

- découper la figure en trois rectangles
- trouver les longueurs et largeurs de chaque rectangle.

Enfin la solution qui consiste à faire la différence entre l'aire du grand rectangle (8×7) et 4 fois l'aire du petit carré $4 \times (1 \times 1)$ peut être vue par certains élèves mais ne pas conduire au résultat exact pour des raisons de calcul) erreur pour 8×7 , par exemple; ou dans la soustraction.

Ces commentaires mettent bien en valeur les différents éléments que nous avons travaillés dans la séquence mise en œuvre ; en effet pour réussir cet exercice, il faut mobiliser *a minima* des compétences relevant de la décomposition/recomposition des surfaces ; ou dit autrement, il faut être capable de mettre en œuvre une structuration de l'objet, ceci afin de pouvoir engager soit une procédure de dénombrement, soit une série de calculs organisés.

4.2 Analyse a priori et catégorisation des procédures

Nous avons tout d'abord identifié trois sources principales d'erreurs pour les procédures : une mauvaise structuration de la figure, consistant soit en l'oubli de morceaux, soit en chevauchement – la confusion, classique, entre aire et périmètre – les erreurs d'unités.

Comme nous l'avons déjà dit, nous n'avons pas traité dans l'atelier la question des erreurs d'unités. Nous ne la prendrons donc pas en compte dans la classification proposée, qui concerne seulement l'item 94.

Pour classer les procédures, nous avons identifié deux grandes classes, selon qu'elles étaient centrées sur l'aire ou sur le périmètre. A l'intérieur de chacune de ces deux catégories, nous avons identifié différentes procédures selon le type de structuration du domaine que l'on pouvait identifier à la lecture des copies. Ces procédures peuvent être correctes ou erronées selon les cas dans la première catégorie ; elles sont nécessairement erronées dans la seconde catégorie, quoique certaines procédures centrées sur le périmètre conduisent à un résultat numérique exact (52). Dans ce qui suit, le résultat entre parenthèse est celui obtenu en mettant en œuvre la procédure décrite sans faire d'erreur. Nous n'avons pas indiqué l'unité (le m^2).

4.2.1 Procédures centrées sur l'aire

Nous avons identifié quatre types de procédures dans cette catégorie notées respectivement C1, C2, C3 et C4, que nous avons subdivisés en sous catégories.

C1. Retour à l'unité et dénombrement sur le quadrillage

C1.1 Le quadrillage est correct (52)

C1.2 Le quadrillage est incorrect

C2. Décomposition de la partie grisée et addition des aires

C2.1. En cinq rectangles (52)

C2.2. En trois rectangles (deux manières : horizontalement ou verticalement) (52)

C2.3. En plusieurs bandes (de deux manières : horizontalement ou verticalement) (52)

C3. Décomposition du grand rectangle comme réunion du domaine à mesurer et de quatre petits carrés d'aire unité (procédure soustractive) (52)

C4. Utilisation du fait que l'aire s'obtient comme produit de deux longueurs sans structuration apparente ou reconnaissable de la figure

C4.1. Calcul de l'aire en choisissant deux des données fournies par le schéma. (30, 42, 48 ou 56)

C4.2. Calcul et ajout (ou soustraction) de plusieurs aires ne renvoyant pas à une décomposition canonique de la figure⁴

C4.3. Calcul de deux aires, puis de leur produit

N.B. Ceci ne préjuge pas des erreurs possibles de dénombrement (procédures C1), ou de calcul (procédures C2, C3 et C4), des résultats numériques exacts pouvant être obtenus par compensation de deux erreurs, par exemple quadrillage incorrect et erreur de dénombrement.

Cette catégorisation met en évidence l'importance de la structuration du domaine proposé et la variété des procédures correctes qui peuvent être mises en œuvre par les élèves. Toutes ces procédures apparaissent dans les copies que nous avons analysées ; il faut noter cependant que parmi les élèves ayant suivi la séquence proposée dans le groupe, un nombre significatif a choisi la méthode de retour au quadrillage, et de dénombrement. S'il est vrai, comme indiqué dans le livret du professeur, que cette méthode est moins élaborée que les autres méthodes centrées sur l'aire, c'est néanmoins selon nous un indice du réinvestissement effectif du travail fait lors de la séquence qui, comme nous l'avons dit, ne constituait qu'une première partie du travail à conduire sur l'aire au CM2. Plus précisément, la comparaison entre les classes ayant suivi la séquence et les classes ne l'ayant pas suivi fait apparaître une différence significative : sur les 86 élèves ayant suivi la séquence, 45 ont choisi une procédure centrée sur l'aire et parmi eux 26 élèves, appartenant principalement à deux des classes, ont mis en place un quadrillage correct, tandis que parmi les 126 élèves n'ayant pas suivi la séquence, 40 ont choisi une procédure centrée sur l'aire, et parmi eux seuls 5 élèves ont mis en place un quadrillage correct. Dans chacune des deux populations, on trouve un quadrillage incorrect et une quinzaine de procédures de type C4. Pour le test d'indépendance des deux variables « Suivre la séquence proposée » et « choisir une procédure centrée sur l'aire », on obtient un Khi deux de 4,5 qui permet de rejeter l'hypothèse d'indépendance des variables au seuil de 0,05. Ceci est encore plus marqué pour le choix du quadrillage.

Notons enfin qu'une procédure correcte avec un résultat exact a été rejetée à la correction.

4.2.2 Procédures centrées sur le périmètre

Nous avons identifié neuf types de procédures que nous avons pour certaines d'entre elles subdivisées en sous catégories.

N1. Retour à l'unité et dénombrement des carrés du tour

N1.1. Dénombrement des carrés grisés (22)

⁴ Nous désignons par décomposition canonique toute décomposition correspondant à recouvrement sans chevauchement, ni débordement.

- N1.2. Dénombrement de tous les carrés du tour (26)
- N1.3. Multiplication des résultats par 2 (44 ou 52)
- N2. *Décomposition de la partie grisée et addition des périmètres*
 - N2.1. En cinq rectangles (70)
 - N2.2. En trois rectangles (60 ou 54)
 - N2.3. En quatre rectangles extérieurs (le résultat est 52)
- N3. *Décomposition du grand rectangle comme réunion du domaine à mesurer et de quatre petits carrés de côté unité*
 - N3.1 Soustraction des périmètres (14 ou 22)
 - N3.2. Soustraction des aires (26)
- N4. *Utiliser le fait que le périmètre s'obtient en considérant deux fois chaque dimension*
 - N4.1. Calcul du périmètre en choisissant deux des données fournies par le schéma et les ajouter (22, 26, 28 ou 30)
 - N4.2. Prendre chacune des quatre données et les considérer deux fois (52)
- N5. *Calcul du périmètre de proche en proche*
 - N5.1. En respectant le contour de la figure (30)
 - N5.2. En ajoutant les bords extérieurs des petits carrés (38)
- N6. *Ajouter les quatre dimensions données*
 - N6.1. Addition des quatre données (28)
 - N6.2. Addition des quatre données et soustraction des aires des petits carrés (24)
- N7. *Faire des calculs intermédiaires*
 - N7.1. Déterminer les longueurs des deux côtés pour lesquels elles ne sont pas données ; ajouter les quatre longueurs (22)
 - N7.2. Faire des calculs intermédiaires difficiles à interpréter
- N8. *Calculer le périmètre du rectangle intérieur (22)*
- N9. *Utiliser les données sans organisation apparente*

Nous avons codé N10 l'absence de réponse, et N11 ce que nous ne parvenions pas à interpréter.

Parmi ce que l'on peut retirer de ces analyses, le premier élément est le fait qu'il est possible d'obtenir 52 avec une procédure centrée sur le périmètre (N1.3, N2.3 et N4.2), ce qui s'est produit dans quatre copies. Une des conséquences est que l'on ne peut pas savoir si les élèves qui donnent directement le résultat ont mis en œuvre une procédure correcte ou non. Ceci peut permettre éventuellement de provoquer un débat dans la classe autour de la différence entre l'exactitude numérique d'un résultat et la manière de l'obtenir, dans l'hypothèse où certains élèves ont obtenu un résultat correct avec une méthode erronée.

Un autre point important qui se dégage de ces analyses (appuyées rappelons-le sur une étude préalable d'un échantillon de copies), c'est que les compétences de structuration de l'objet sont à l'œuvre chez un nombre non négligeable d'élèves mettant en œuvre une procédure centrée sur le périmètre. Il pourrait donc être pertinent, pour évaluer ce type d'exercice de distinguer entre deux aspects : les connaissances relatives à l'aire d'une part ; la compétence consistant à structurer un objet pour en déterminer l'aire ou le périmètre d'autre part.

4.2.3 Le corpus proposé aux participants

Le corpus proposé aux participants se compose de 48 copies, que nous avons réparties en deux paquets. Le paquet A comportait 18 copies sur 9 feuilles recto verso numérotées de A1 à A9 ; le second paquet comportait 20 copies sur 10 feuilles recto verso numérotées de B1 à B10.

L'intégralité des copies proposées a été scannées ; elles sont jointes en annexe⁵.

Chaque groupe de 3 ou 4 personnes disposait soit d'un paquet A, soit d'un paquet B. La consigne proposée aux participants était la suivante :

Déterminer les procédures possibles.

Dégager des critères de catégorisation *a priori* des procédures.

Mettre en œuvre des catégories sur quelques copies d'élèves.

Nous n'avions pas fourni aux participants notre analyse *a priori*, ni notre propre catégorisation. Nous n'avions pas non plus communiqué les commentaires contenus dans le livret du professeur. L'objectif du travail était de mettre en discussion la possibilité d'évaluer ou non les connaissances et compétences relatives aux grandeurs à partir de tels item, et en particulier de repérer ou non un effet des choix d'enseignement que nous avons fait dans la séquence mise en œuvre.

Lors du travail des groupes et du bilan qui en a suivi, les éléments d'analyse *a priori* et de classification que nous avons élaborés sont naturellement apparus. La question de la mise en perspective avec la présence ou non de l'unité correcte a été soulevée. Il est clair que ce travail mériterait d'être conduit. Il faut pour cela reprendre l'ensemble des copies et mettre en regard la procédure utilisée et la présence ou non de l'unité correcte dans le résultat. Nous ne l'avons pas fait, mais une étude informelle laisse penser qu'il n'y a pas vraiment de corrélation entre les deux.

Par rapport à la question que nous nous posions sur l'impact de nos choix d'enseignement dans la séquence, plusieurs participants ont attesté n'avoir que très rarement rencontré chez les élèves de cycle 3 la procédure consistant à réaliser le quadrillage et à dénombrer les carreaux, que nous considérons comme un indice d'un processus en cours de conceptualisation de la notion d'aire. Ceci renforce l'hypothèse selon laquelle la mise en œuvre de cette procédure est un effet du travail conduit avec les élèves.

5 CONCLUSION

La question principale que nous souhaitons poser dans le cadre de l'atelier est celle de la possibilité de mesurer, à travers une évaluation institutionnelle, l'impact de choix d'enseignement s'écarter des pratiques habituelles tout en restant dans le cadre des programmes et des préconisations institutionnelles. Le travail que nous avons conduit autour de l'item de l'évaluation nous permet de tirer deux conclusions. D'une part, l'item que nous avons retenu comme mettant en jeu les compétences et connaissances travaillées nous a permis de repérer un effet de ces choix par le recours significatif au quadrillage et au dénombrement, et par une plus grande part des procédures centrées sur l'aire par rapport aux autres classes. Cette comparaison ne prend cependant pas en compte le travail qui a pu être fait dans les autres classes, ce qui serait nécessaire pour une étude plus approfondie de l'impact des choix d'enseignement. D'autre part, les analyses illustrent selon nous l'importance d'une étude fine des exercices proposés en évaluation pour pouvoir faire des hypothèses raisonnables sur ce que l'on peut tirer des résultats obtenus par rapport aux effets attendus d'une expérimentation

⁵ Nous remercions Jean-Claude Imbert de s'être chargé de cette tâche.

comme la nôtre, mais plus généralement par rapport aux effets attendus de l'enseignement ordinaire. Ceci devrait permettre d'éviter que des réponses exactes puissent être produites avec des procédures erronées⁶ ; ceci nous a permis également ici de mettre en évidence des compétences liées à la structuration du domaine, y compris dans le cas des procédures erronées centrées sur le périmètre. C'est un résultat que nous n'avions pas anticipé.

Références bibliographiques

- Brousseau G. (2000) Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales. Un exemple d'utilisation de la théorie des situations pour l'ingénierie, consulté en ligne math.unipa.it/~grim/mesure.pdf le 12/02/2010.
- Douady R. & Perrin-Glorian M.J (1989) Un processus d'apprentissage du concept d'aire. *Educational Studies in Mathematics* **20** . 387-424.
- Durand-Guerrier, V. (2007) Les enjeux épistémologiques et didactiques de la prise en compte de la dimension expérimentale en mathématiques à l'école élémentaire, in *Actes du XXXIIIème colloque sur la formation des maîtres, CRDP de Versailles, CDDP de l'Essonne Evry*.
- IREM de Lille, Roye L. (2007) Grandeurs et mesure au cycle 3. Enseigner et apprendre les grandeurs par la résolution de problèmes, Lille : CRDP du Nord-Pas-de-Calais, 2007
- Vergnaud G. (Ed). (1983). Didactique et Acquisition du Concept de Volume. N° spécial de *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4.

⁶ Notons cependant qu'il n'est pas toujours possible d'éviter cet écueil.