COMMENT EVALUER DES COMPETENCES COMPLEXES

A TRAVERS UN DISPOSITIF NON TRADITIONNEL : LA RESOLUTION COLLABORATIVE DE PROBLEMES DE RECHERCHE

Geneviève Couderc
Collège Joffre de Montpellier, IREM de Montpellier
genevieve.couderc@ac-montpellier.fr

Viviane Durand Guerrier
Université de Montpellier, UMR I3M, équipe ACSIOM
vdurand@math.univ-montp2.fr

Mireille Sauter
Collège P Mendès France 34 170 Jacou, IREM de Montpellier
mireille.sauter@ac-montpellier.fr

Résumé : L'évaluation de compétences, demandée dans les livrets scolaires à l'école ou pour le socle au collège, nécessite une réflexion sur la mise en œuvre de nouveaux dispositifs dans les classes. Depuis plusieurs années, l'IREM de Montpellier organise, lors de stages de formation continue, une recherche collaborative entre classes sur un problème de recherche, via internet. Suivant le canevas d'une démarche d'investigation, les élèves sont confrontés à une véritable démarche scientifique. Nous présenterons tout d'abord nos motivations, le dispositif mis en place et le corpus d'appui pour le travail de l'atelier (travaux d'élèves et extrait de débats). Les participants seront ensuite invités à mener une réflexion sur les connaissances et compétences travaillées lors de ce travail collaboratif et sur les modalités d'évaluation envisageables. Une synthèse sera faite en liaison avec les travaux du groupe de recherche de l'IREM de Montpellier.

1 INTRODUCTION

Dans le groupe « Résolution collaborative de problème » de l'IREM de Montpellier, nous proposons, depuis plusieurs années, lors de stages de formation continue, aux professeurs de collège et de lycée, une recherche collaborative entre classes sur un problème de recherche suivant le canevas d'une démarche d'investigation, via internet (Sauter, 2008). Dans le cadre de l'atelier, nous avons tout d'abord présenté nos motivations, puis une mise en perspective entre les compétences à évaluer au cycle 3 et celles à évaluer dans le socle commun au collège avant de présenter le dispositif mis en place. Ceci fait l'objet du paragraphe 2. Nous avons ensuite présenté le problème proposé en 2009-2010 (Problème de l'artiste) et le corpus d'appui pour le travail de l'atelier : ce corpus composé de travaux d'élèves et d'extraits de débats a été recueilli lors du stage mis en œuvre en 2009-2010 dans l'académie de Montpellier. Les participants ont ensuite été invités à mener une réflexion sur les connaissances et compétences travaillées lors de ce travail collaboratif et sur les modalités d'évaluation envisageables ; une synthèse en a été faite en liaison avec les travaux du groupe de recherche de l'IREM de Montpellier. Ceci est rapporté dans le paragraphe 3. Nous terminons par une présentation du site et les pistes envisageables pour un travail associant des classes du cycle 3 de l'école primaire et des classes de collège.

2 ETUDE DES PROGRAMMES ET PRESENTATION DU TRAVAIL COLLABORATIF :

2.1 Parallèle entre les compétences à évaluer au cycle 3 et dans le socle au collège

Une étude des programmes du cycle 3 et du socle de connaissances et compétences au collège permet de mettre en parallèle les objectifs de ces enseignements. Nous nous sommes intéressés en particulier à deux domaines : la pratique d'une démarche scientifique, et l'autonomie et l'initiative.

« Pratiquer une démarche scientifique » est décrit dans les programmes à l'école primaire ou au collège dans le chapitre : La culture scientifique et technologique (Palier 2 CM2 de l'attestation de maîtrise des connaissances et compétences, pour le collège Pilier 3 B du socle). Nous pouvons établir le tableau suivant :

Compétences Cycle 3 (B.O. 2008)	**Socle commun de connaissances et compétences (2009) Palier 3**
• Pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner. • Manipuler et expérimenter, formuler une hypothèse et la tester, argumenter, mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions	• Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale – Émettre une hypothèse – Formuler un problème – Proposer une méthode, un outil adapté, faire des essais • Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer

Figure 1 - La démarche scientifique

L'autonomie et l'initiative sont aussi mises en exergue dans le Palier 2 CM2 et Pilier 7 du socle.

Compétences Cycle 3	**Socle commun de connaissances et compétences Palier 3 et 7**
• S'appuyer sur des méthodes de travail pour être autonome • Être persévérant • Faire preuve d'initiative • S'impliquer dans un projet individuel ou collectif	• Identifier un problème et mettre au point une démarche de résolution • Mettre à l'essai plusieurs pistes de solution • Développer sa persévérance • Identifier, expliquer, rectifier une erreur • Distinguer ce dont on est sûr de ce qu'il faut prouver

Figure 2 – Autonomie et initiative

Ces deux tableaux mettent clairement en évidence la continuité entre les deux ordres d'enseignement, ce qui nous a conduits à proposer de partager notre expérience dans le cadre du colloque. Ces compétences complexes qui doivent être évaluées à l'école primaire et au collège demandent une réflexion sur la mise en œuvre dans les classes de nouvelles pratiques pédagogiques. Or, depuis plusieurs années, un groupe d'enseignants de l'IREM de Montpellier a centré ses recherches sur la résolution de problème, en mettant en oeuvre dans les classes et en proposant en formation de nouvelles pratiques pédagogiques : les narrations de recherche et actuellement la résolution collaborative de problèmes ouverts. Nous présentons ci-dessous ce dispositif qui est associé à des stages de formation continue.

2.2 Idées conductrices du travail collaboratif

Le choix de développer le travail collaboratif s'appuie sur plusieurs objectifs. Le premier concerne la nécessité, soulignée dans les documents officiels, de centrer l'enseignement sur la résolution de problèmes, l'autonomie et la prise d'initiatives des élèves. En lien étroit avec ce premier objectif, on souhaite engager les enseignants participants aux stages à faire faire des mathématiques autrement à leurs élèves, en proposant des situations non mathématiques[1] visant à faire entrer les élèves dans un processus de modélisation nécessitant la mobilisation d'outils mathématiques, en laissant du temps à la recherche. Ce dispositif vise également à rompre l'isolement des enseignants en créant une communauté de pratique (Dillenbourg, 1996, Wenger, 1998), et en provoquant l'échange entre les classes.

2.3 Présentation du dispositif

Initialement mise en place dans l'académie de Montpellier, mais touchant aussi d'autres académies, la recherche collaborative a fédéré un groupe de plus en plus important d'enseignants constituant une sorte de communauté de pratique au sens de Wenger (1998). Les acteurs de cette communauté sont les tuteurs ou facilitateurs au nombre de 4 ou 5, les stagiaires, enseignants de collèges ou lycées et les élèves de classes de la sixième à la terminale. Pendant 4 à 5 semaines les enseignants engagent une ou plusieurs de leurs classes sur la recherche d'un problème ouvert. Chaque classe va interagir avec deux autres classes pendant toute la durée de la recherche. Une plateforme via internet est le moyen de communication et d'échange des travaux de recherche des classes.

Les Tuteurs encadrent les stages et ont quatre fonctions principales : pédagogique – sociale – organisationnelle- technique**.** Le rôle pédagogique consiste à choisir le problème, faire des recherches documentaires mettre au point l'énoncé ; un des tuteurs est le coordonnateur des recherches (auteur des relances, du bilan). Le rôle social concerne la régulation et la modération du groupe de recherche, ainsi que l'accompagnement des stagiaires, l'encouragement au travail collaboratif. Il faut également organiser concrètement la recherche collaborative : calendrier, présentiel, constitution des groupes classes, amélioration de la communication, sans oublier les aspects techniques : maintenance du site, organisation et gestion de la mémoire de travail, soutien à l'utilisation du site etc.

Les stagiaires sont des enseignants qui s'engagent à faire résoudre des problèmes ouverts par une de leurs classes en collaboration avec d'autres classes ; à changer régulièrement leurs travaux de recherche suivant un calendrier précis ; à harmoniser leur progression avec les autres ; à lire et traiter l'information rapidement ; à envoyer régulièrement la synthèse des recherches de leur classe.

Les élèves sont engagés par leurs enseignants dans la recherche, qui s'effectue dans des classes de la sixième à la terminale. Tous les élèves de la classe sont engagés dans la recherche. Les groupes d'échanges sont formés de trois classes de niveaux différents.

[1] Comme nous le verrons par la suite, cet aspect est un élément essentiel dans le cadre du dispositif proposé. Ceci ne veut évidemment pas dire que nous considérons que seules de telles situations permettent de remplir ces objectifs.

Schéma de la communauté de pratique sur la résolution de problèmes

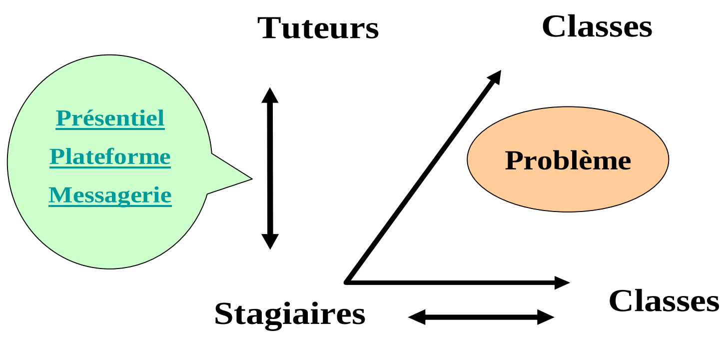


Figure 3 : Schéma de la communauté de pratique

2.4 Caractéristiques des énoncés de problèmes pour une recherche collaborative

Le dispositif mis en place est associé à des énoncés présentant un certain nombre de caractéristiques. Les énoncés ne sont pas formalisés en termes mathématiques, mais présentent des situations proches de la réalité, pour lesquelles un traitement mathématique est pertinent, en particulier comme moyen d'aide à la décision.

La situation est suffisamment ouverte pour que l'exploration de la situation fasse émerger un questionnement, préalable pour identifier les paramètres et les possibilités de choix mathématiques. Les décisions concernant les choix sur les objets mathématiques à retenir permettent une modélisation de la situation et des recherches de solutions. Les échanges entre pairs sur les recherches et sur les résultats contribuent à l'avancement du problème. Le problème est « vivant », évolutif, avec retour à la réalité et possibilité de remise en cause des choix initiaux. Enfin, il est possible de dégager des sous problèmes qui peuvent être traités par les classes de collège, et ce dès la sixième, tandis que des prolongements sont possibles pour les classes avancées.

2.5 Calendrier des recherches dans les classes

L'exploration du problème comme préalable à la mathématisation se déroule pendant les deux premières semaines et fait l'objet d'échanges à l'intérieur des groupes de trois classes. La première semaine, les élèves travaillent sur l'élaboration de questions que le professeur transmet aux deux autres classes du groupe. La deuxième semaine, les élèves travaillent sur les questions qu'ils ont reçues des deux autres classes, et préparent une synthèse qui est envoyée aux classes concernées par l'intermédiaire des professeurs. A la fin de cette deuxième semaine, le coordonnateur envoie une relance pour recentrer les recherches sur un problème mathématique commun. En effet, en raison de l'ouverture des problèmes proposés, il est en général possible de proposer plusieurs mathématisations pertinentes.
Pendant la troisième et la quatrième semaine, la recherche en classe se poursuit en intégrant les informations de la relance. A la fin de chacune des semaines trois et quatre, chaque professeur envoie aux

deux collègues de son groupe un bilan qu'il rédige à partir de l'observation du travail des élèves. A la fin de la semaine quatre, les élèves réalisent hors classe un bilan de recherche individuel.
Lors de la cinquième semaine, chaque professeur organise dans sa classe un bilan pour clore le problème, et faire un bilan des mathématiques travaillées.

3 LE PROBLEME DE L'ARTISTE : EXEMPLE DE RECHERCHE COLLABORATIVE

La résolution collaborative suit le schéma d'une démarche d'investigation, décrite dans le BO (Programmes du collège Août 2008). Les différentes étapes sont les suivantes :

- Choix d'une situation-problème ;
- Appropriation du problème par les élèves ;
- Formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives ;
- Investigation ou résolution du problème ;
- Echanges argumentés ;
- Acquisition et structuration des connaissances.

Nous allons suivre ce schéma pour décrire les recherches réalisées dans les classes.

3.1 Présentation du problème de l'artiste et la genèse de son énoncé

Le problème que nous avons retenu en 2009-2010 est un problème classique, le régionnement du cercle : on place n points sur un cercle ; combien de régions détermine-t-on à l'intérieur de ce cercle en joignant les points deux à deux ? Il s'agit de confronter les élèves à un problème géométrique dont la solution numérique conjecturée à partir des premiers résultats s'avère fausse. Proposé tel quel, cet énoncé ne répond pas aux caractéristiques présentées ci-dessus ; il est trop « mathématique » et ne nécessite donc pas un travail préalable de modélisation ; de ce fait, le travail des deux premières semaines risque d'être peu productif. En outre, des solutions de ce problème se trouvent facilement sur Internet, ce qui risque de perturber fortement le déroulement de la recherche. Nous avons donc cherché une contextualisation du problème qui soit réaliste, qui puisse être modélisée par ce problème de régionnement du plan, et que le traitement mathématique puisse fournir une aide à la décision. Plusieurs pistes ont été explorées (Puzzle, jeu vidéo, etc.) ; nous avons finalement retenu le thème de la réalisation d'un tableau contemporain et abouti à l'énoncé ci-dessous :

> Le problème de l'artiste
>
> Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d'une couleur différente.
> De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Figure 4 – L'énoncé définitif du problème 2009-2010

3.2 Réflexions et travail sur l'énoncé par les participants à l'atelier

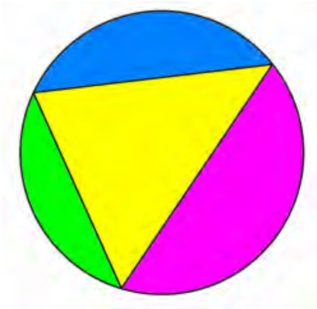
Les participants à l'atelier ont été invités à réfléchir sur cet énoncé en répondant à la question suivante : «Trouver trois questions que peuvent se poser des élèves de collèges ou des professeurs d'école en formation sur cet énoncé ». Un débat a suivi cette réflexion et a permis de retrouver les questions posées fréquemment par les élèves.

3.3 Exemples de questions posées par les élèves (semaine 1)

La contextualisation du problème conduit les élèves à poser des questions ancrées dans le contexte, tout en utilisant un vocabulaire mathématique, comme dans l'exemple ci-dessous :

Voici nos questions en espérant qu'elles vous aideront dans vos recherches.

Qu'est ce qu'un pourtour ?
Quel est le diamètre du cercle ?
Combien y a-t-il de clous
Quel est le diamètre des clous ?
Quelle est la distance entre deux clous ?
Quelle est la longueur du fil ?
Qu'est ce qui délimite les zones ?
La réponse est-elle 3 ?



Avec les trois couleurs primaires, on peut créer toutes les couleurs souhaitées.
Voici un exemple qui prouve que trois couleurs seulement ne suffisent pas pour colorier toutes les zones.

Figure 5 : Questions de la classe de 5ème4 du collège Pierre Fouché (Ille-Sur-Têt)

Dans l'exemple ci-dessous, nous présentons les questions d'une classe et les réponses envoyées par un des classes du groupe d'échange. On voit apparaître une question centrale dans ce problème de modélisation, à savoir la mise en perspective entre l'indépendance théorique du nombre de zones par rapport à la dimension du cercle, et la dépendance matérielle dans le cas d'une réalisation effective.

- Combien de clous ?
  On ne peut pas savoir mais ça ne peut être ni 1, ni 2 car sinon on ne pourra tendre plusieurs fils
- Combien de cm le support ?
  On se demande si c'est vraiment important de connaître les dimensions du support. Peut-être que si le support est très grand, on pourra mettre plus de clous et donc il aura plus de zones.
- On peut faire un dessin ?
  Oui en choisissant le nombre de clous et la taille du support.
- Le fil, il le place comment ? Il peut traverser ou il fait le tour ?
  Le fil est placé entre les clous et donc il traverse le cercle. Si on ne fait que le tour, le fil ne sera pas tendu.
- Quel espacement entre les clous ?
  On ne peut pas savoir.
- Qu'est-ce qu'un pourtour ?
  Un pourtour, c'est le tour du support rond.
- Combien de fils entre les clous ?
  On ne peut pas savoir.
- Comment sont plantés les clous sur le pourtour ?
  Cela ne sert à rien de savoir comment sont plantés les clous.
- A-t-on assez de couleurs ?
  Oui, il y a une infinité de couleurs.

Figure 6 : Questions de la classe d'Argelès sur Mer et réponse de la classe de 5ème3 de Montivilliers

3.4 La relance

A la fin de la 2ième semaine, une relance est envoyée dans les classes pour recentrer les recherches, afin que chaque classe cherche le même problème mathématique au cours des séances trois et quatre. Les choix de modélisation qui sont proposés prennent en compte les questions posées par les élèves et introduisent explicitement les objets mathématiques correspondants. La relance nous semble un élément essentiel dans le cadre d'une démarche d'investigation, dans la mesure où l'explicitation des choix permet de rendre explicite le lien entre le travail mathématique et la situation initiale, à laquelle il faudra revenir dans la perspective d'une aide à la décision. Nous donnons ci-dessous le texte tel qu'il a été envoyé aux élèves par l'intermédiaire de leur professeur.

Bonjour à tous et à toutes,

Dans toutes les classes, vous avez déjà bien travaillé sur le problème de l'Artiste que nous vous avons proposé et plusieurs pistes possibles ont été envisagées.

On voudrait pouvoir donner une réponse précise à l'Artiste afin de l'aider à faire ses choix pour réaliser son œuvre. Pour cela, on se propose de traiter mathématiquement le Problème de l'Artiste.

Dans ce but, je vous propose de considérer que :
1. le nombre de couleurs est le nombre de zones
2. on cherche une solution générale, c'est-à-dire qu'on cherche le nombre maximum de zones en fonction du nombre de clous
3. le support de l'œuvre est un disque et les clous sont répartis sur sa circonférence
4. la taille du support est suffisante pour que l'on puisse négliger la taille des clous et l'épaisseur des fils. Par conséquent, on assimile les clous à des points, et les fils tendus à des segments de droite.

Je vous souhaite à tous et à toutes une très bonne poursuite de la recherche.

Viviane DURAND-GUERRIER

Figure 7 – Le texte de la relance

3.5 Analyse a priori du problème

3.5.1 Eléments d'analyse mathématique et procédures envisageables

Le problème général du régionnement du plan ne permet pas de dégager une dépendance fonctionnelle entre le nombre de clous et le nombre de zones, puisqu'en effet, selon la disposition des clous, on peut avoir des intersections entre plus de deux fils, ce qui supprime des zones. Poser la question de la dépendance fonctionnelle est une compétence importante dans le cadre d'une démarche d'investigation, qui peut émerger dans la phase initiale de questionnement. En choisissant de préciser que l'on cherche le nombre maximum de zones, nous orientons les élèves vers la recherche d'une relation fonctionnelle entre le nombre de clous et le nombre de zones. Identifier que trois cordes concourantes supprime une zone est important pour la suite de la recherche ; ceci est nécessaire pour s'assurer sur un cas particulier donné que l'on a bien obtenu le nombre maximum de zones ; ceci peut également permettre de traiter le cas des points de concours entre trois fils sans refaire une figure. Il suffit d'ajouter autant de zones que de points de concours entre trois dates.
Les premières valeurs obtenues par dénombrement induisent la conjecture que le nombre maximum de zones déterminées dans un disque par toutes les cordes joignant n points est égal à $2^{(n-1)}$. Cette conjecture élaborée à partir du dénombrement est mise en défaut par le dénombrement : en effet, lorsque l'on place 6 points sur le disque : on trouve au maximum 31 zones (et non pas 32).

On peut alors envisager plusieurs types de méthodes pour poursuivre la recherche.

1. Continuer à dénombrer en ajoutant un septième point, afin de voir si une nouvelle régularité se dégage, ce qui n'est pas le cas.

2. Examiner la manière dont on passe d'une valeur à la valeur suivante en essayant de dégager si possible une relation de récurrence.

3. Essayer de mettre en place une méthode systématique de dénombrement et la traduire par une formule.

4. Faire des hypothèses sur la nature de la relation fonctionnelle cherchée et tester ces hypothèses à l'aide des valeurs déterminées par dénombrement (méthodes numériques).

5. Transformer le problème par changement de cadre.

Ces méthodes, lorsqu'elles aboutissent[2], permettent d'établir que le nombre maximum de régions déterminées par *n* points sur le cercle est égal à :

$$R(n) = (n^4 - 6n^3 + 23n^2 – 18n + 24) / 24.$$

3.5.2 Compétences travaillées *a priori*

Nous présentons ci-dessous les compétences en lien avec la démarche d'investigation qui sont susceptibles d'être travaillées dans cette situation de recherche, compte tenu du dispositif mis en place[3]. Nous en avons identifié principalement cinq :

1. la capacité à identifier qu'une mathématisation est nécessaire pour pouvoir apporter une réponse au problème concret de l'artiste ;

2. la capacité à reconnaître l'importance des résultats partiels et l'identification de sous problèmes (par exemple : le nombre de cordes en fonction de *n*) ;

3. la capacité à utiliser des résultats identifiés pour orienter l'action sur les objets ; par exemple : identifier et justifier que pour avoir le maximum de zones, il ne faut pas avoir de droites concourantes, être capable soit de se donner les moyens de l'éviter par un dessin soigneux, soit de rajouter une zone chaque fois que l'on a un point de concours ;

4. la persistance dans la recherche, combinée avec la capacité à changer de stratégie ou de cadre ;

5. la capacité à se détacher de la nécessité d'avoir des nombres pour résoudre un problème : indépendance théorique pour le problème mathématique de la taille du support, contrairement à ce qui se passe dans le domaine concret ; cette compétence est essentielle dans la démarche d'investigation et rend explicite un aspect très important des relations entre mathématique et réalité.

3.6 Analyse de corpus : travaux en groupe, bilan des travaux des groupes.

Après la présentation des éléments d'analyse *a priori* du problème, nous avons distribué aux participants quelques narrations de recherche et quelques extraits d'échanges entre classes. Il a été demandé aux

[2] Nous ne présentons pas en détail ici les diverses méthodes. Elles sont disponibles en ligne sur le site de la recherche. http://www.irem.univ-montp2.fr/Elements-de-solutions,479

[3] Il y a aussi un travail sur les notions géométriques en jeu que nous ne développons pas ici.

participants de l'atelier d'analyser ces corpus et de relever des critères pour renseigner la grille ci-dessous extraite de l'attestation de maîtrise des connaissances et compétences en CM2.

La culture scientifique et technologique		
PRATIQUER UNE DEMARCHE SCIENTIFIQUE OU TECHNOLOGIQUE	OUI	NON
Pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner		
Manipuler et expérimenter, formuler une hypothèse et la tester, argumenter, mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions		
Exprimer et exploiter les résultats d'une mesure et d'une recherche en utilisant un vocabulaire scientifique à l'écrit ou à l'oral		
L'autonomie et l'initiative		
S'APPUYER SUR DES METHODES DE TRAVAIL POUR ÊTRE AUTONOME	OUI	NON
Respecter les consignes simples, en autonomie		
Être persévérant dans toutes les activités		
Commencer à s'auto-évaluer dans des situations simples		
FAIRE PREUVE D'INITIATIVE	OUI	NON
S'impliquer dans un projet individuel ou collectif		
Les principaux éléments de mathématiques		
La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication		

Figure 8 : la grille de compétences à renseigner

A la suite du débat avec les participants, il a été convenu que ces travaux d'élèves issus de la recherche collaborative constituent bien des éléments d'évaluation de ces compétences. Nous présentons en annexe quelques travaux d'élèves qui illustrent ces compétences.

3.7 Les mathématiques travaillées – clôture du problème

La recherche dans les classes ayant duré environ 4 semaines à raison d'une heure par semaine en classe, avec le travail individuel à la maison, il est essentiel pour les enseignants et les élèves d'établir un bilan pour voir le travail conséquent effectué lors de ces périodes. Ce bilan est propre à chaque classe suivant les niveaux, mais globalement on peut relever les points suivants :

1. Un travail sur les fonctions :
- Identifier la variable (nombre de fils en fonction du nombre de clous, nombre de zones en fonction du nombre de fils…) ;
- Recherche de proportionnalité, de dépendance affine ;
- Etude graphique à partir des premiers résultats.

2. Un travail sur les suites :
- Prise de contact avec des phénomènes récurrents : que se passe-t-il lorsqu'on ajoute un clou ?
- Etude du sous-problème du nombre de fils en fonction du nombre de clous, avec obtention d'une formule de récurrence ou explicite ;
- Découverte de la formule de la somme des *n* premiers entiers, avec ou sans démonstration par des dénombrements.

3. Un travail en géométrie :
- étude de polygones réguliers ou non ;
- utilisation de symétries ;
- nécessité de la précision du dessin, prise en compte de la taille de ce dessin ;
- utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique si celui-ci est familier.

4. Un travail lié à la topologie :
- le nombre de zones ne dépend pas de la taille du disque ;
- le nombre de zones dépend de la nature des points d'intersection (intersection de 2 fils ou davantage).

5. Une mise en œuvre de la démarche scientifique :
- mathématisation d'un problème concret par un modèle mathématique (modélisation des clous par des points, des fils par des segments, des zones par des surfaces) ;
- démarche par essais successifs ;
- formulation de conjectures, confrontation à d'autres exemples, remise en cause des conjectures, validation ou invalidation des conjectures ;
- travail de dénombrement, stratégies de dénombrement (comment compter des objets sans compter plusieurs fois les mêmes et être sûr de la validité du résultat : numéros, points, coloriages) ;
- démonstration de résultats sur des dessins soignés (étude du nombre maximum de segments partant d'un point, coupant d'autres segments) ;
- allers et retours fréquents entre les champs numérique, algébrique et géométrique.

Ces différents éléments de bilan permettent de situer cette situation de recherche vis à vis des programmes des classes concernées, ce qui est une condition *a minima* pour que les professeurs qui ont participé à cette recherche puissent envisager de mettre en place de manière régulière de telles situations.

4 PRÉSENTATION DU SITE

La plateforme est hébergée sur le site de l'IREM de Montpellier. Une partie est en accès libre et un espace est dédié à l'organisation de travaux collaboratifs avec la demande d'un code d'accès.

http://www.irem.univ-montp2.fr/SPIP/Resolution-collaborative-de,96

5 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'évaluation des compétences liées à la démarche d'investigation est une question difficile ; il est cependant tout à fait clair que pour évaluer ces compétences, il est nécessaire d'engager les élèves dans des situations qui permettent de les mettre en œuvre. C'est la vocation première des stages organisés par le groupe Résolution collaborative de problèmes de Montpellier 2. La question de l'évaluation est régulièrement posée par les participants aux stages et renvoie à la question des observables que l'on peut recueillir ; nous retenons les traces des recherches, soit individuelles, soit collectives sous forme d'affiches ou de transparents, suivant la méthodologie du problème ouvert (Arsac et Mante, 2009); nous y ajoutons les narrations de recherche qui permettent de mieux identifier ce que chacun des élèves a pu construire au cours du processus de recherche (Bonnafé & al. 2002). Nous ajoutons que pour pouvoir évaluer ce type de travaux, il est important d'avoir soi-même des pratiques de recherche de problème. Dans le groupe, nous cherchons nous-mêmes les problèmes que nous allons proposer, et nous recueillons les diverses procédures mises en œuvre ; dans nos stages, nous proposons toujours une recherche de problème, dont nous essayons de dégager avec les stagiaires les éléments d'analyse *a priori* du problème et les appuis pour une mise en œuvre en classe (Tisseron & Peix, 2006). Il nous apparaît clairement que ce type de formation et ce type de pratique de recherche collaborative favorisent la connaissance mutuelle des divers ordres d'enseignement, et seraient particulièrement adaptés à un travail sur la liaison CM2-sixième, en faisant travailler ensemble des classes de cycle 3 et des classes de collège d'un même bassin. Nous explorons actuellement cette possibilité dans l'académie de Montpellier.

Références

Arsac, G. et Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. CRDP, Lyon, Scéren édition.

Bonafé, F., Chevalier, A., Combes, M.-C. Deville, A., Dray, L., Robert, J.-P. & Sauter, M. (2002). *Les Narrations de Recherche de l'école primaire au lycée*. Co-édition Irem de Montpellier, Apmep (brochure n°151).

Dillenbourg, P. (1999) What do you mean by « collaborative learning »? in P. Dillenbourg ed Collaborative learning : Cognitive and computational Approaches.

Peix, A. et Tisseron, C. (2007) Penser la formation avec des concepts issus de la didactique, in *Actes du XXXII° colloque COPIRELEM*, IREM de Strasbourg.

Sauter, M, IREM Montpellier (2008) Une communauté d'enseignants pour une recherche collaborative de problèmes *Repères IREM, n° 72*, article en ligne sur le site de la revue.

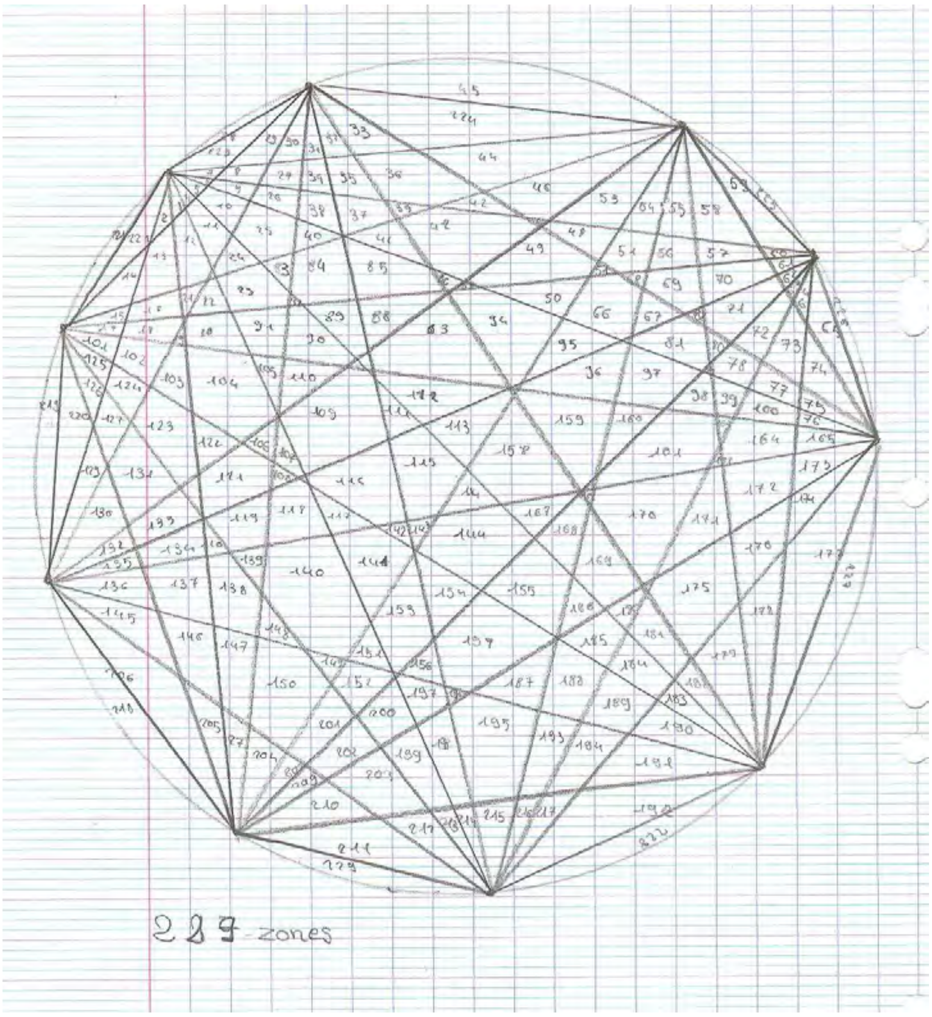
Wenger, E (1998) *Communities of Practice: Leaning, Meaning and Identity* Cambridge University Press.

Annexe

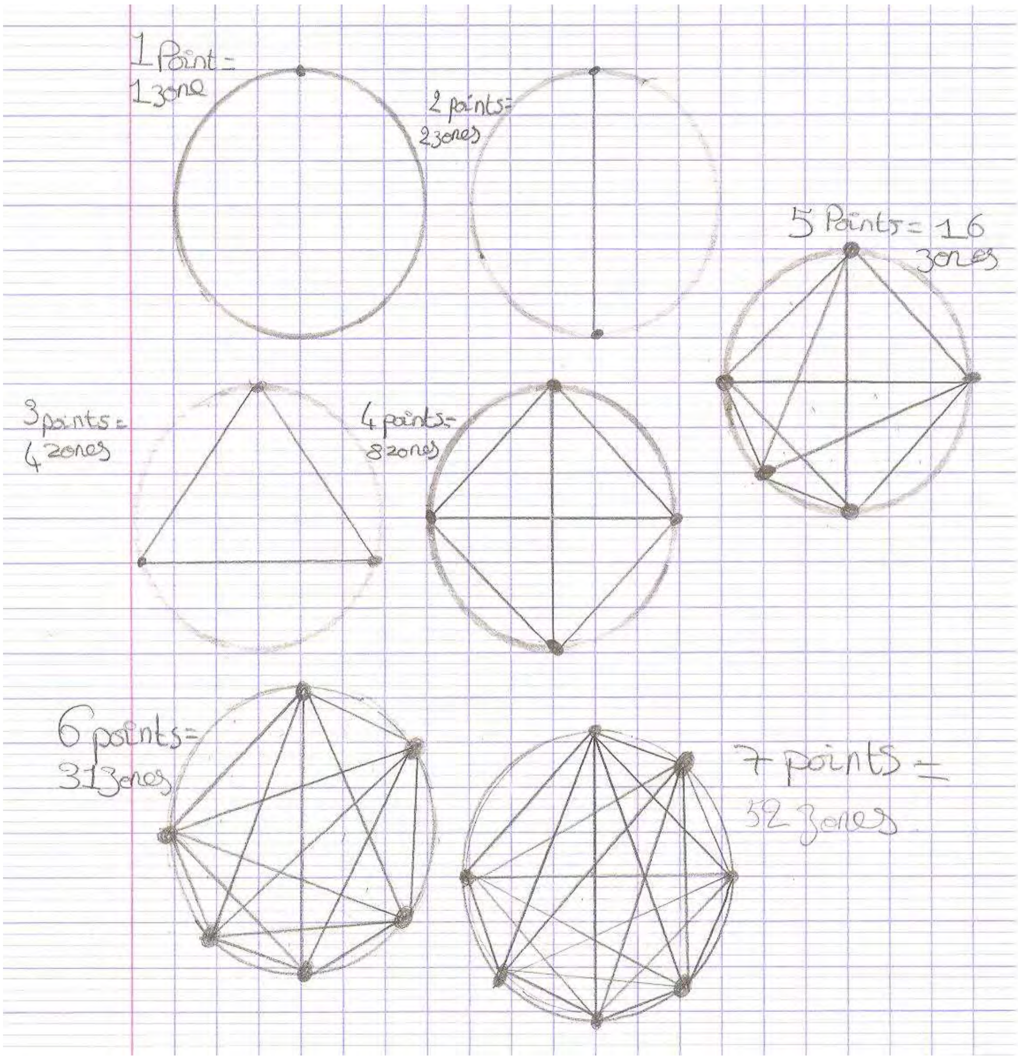
Présentation de travaux d'élèves pour illustrer les compétences travaillées.

.

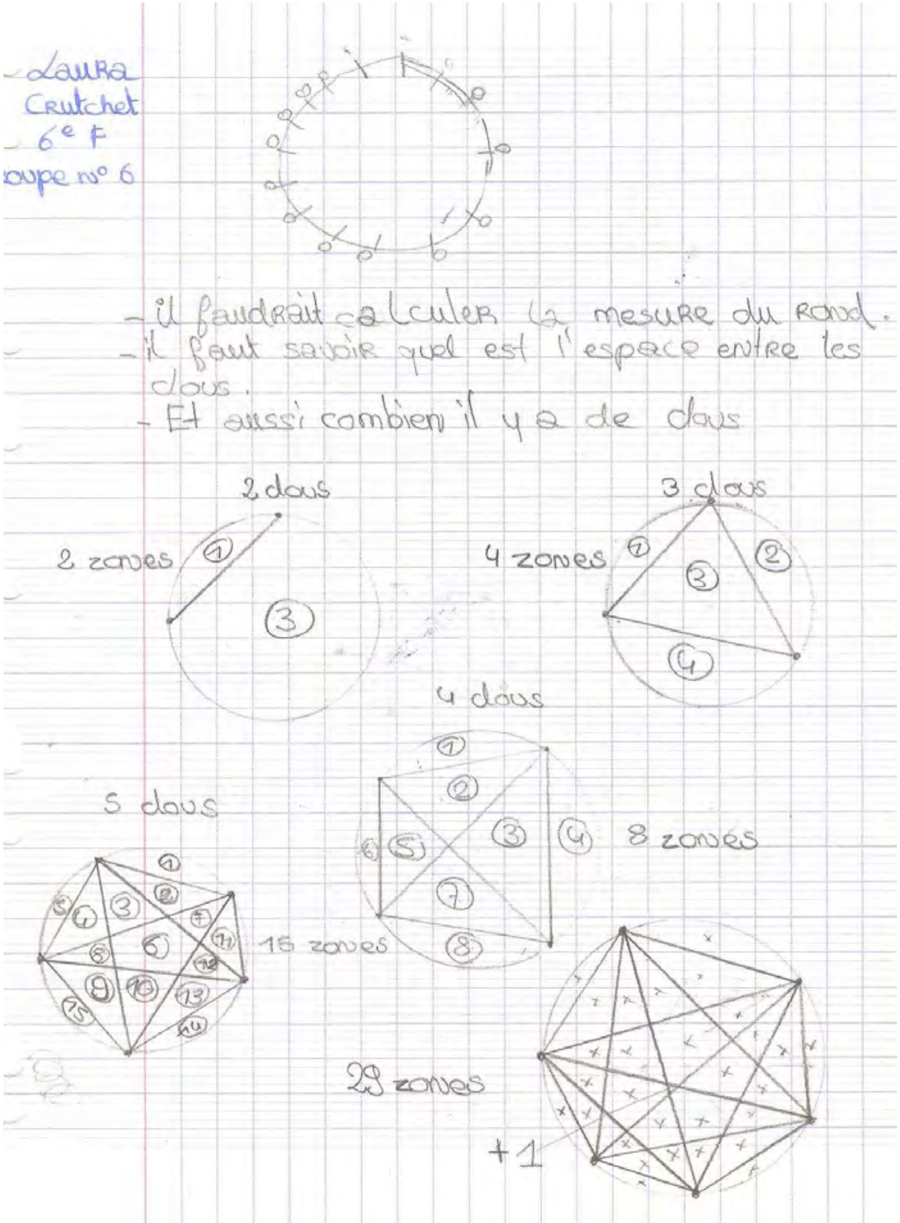
1. Le dénombrement sur des figures très complexes, qui témoigne d'une persévérance dans l'activité/



2. Une organisation de la recherche qui met en évidence la prise en compte des premiers résultats pour orienter la recherche.



3. Evolution du dessin vers une modélisation



4. Recherche de relations fonctionnelles : Nombre de fils en fonction du nombre de clous

Je devais ensuite trouver une logique entre le nombre de fils de chaque figure (3 points, 4 points, 5 points...). J'ai d'abord tenté de diviser chaque nombre de clou par le nombre de fils, sans résultat. J'ai ensuite trouvé ceci :

clous:	Fils:		
2	1	2-1	
3	3	3+0	+1
4	6	4+2	+2
5	10	5+5	+3
6	15	6+9	+4
7	21	7+14	+5
8	28	8+20	+6

valeur de fils réel

nombre de fils en fonction des clous

car 6 = 4 (nombre de clous) + 2
et 10 = 5 (" ") + 5
de +2 à +5, il y a 3 de décalage, et de +5 à +9, il y a 4 de décalage.

/ TB

J'ai ensuite cherché un moyen de compter facilement et rapidement le nombre de fils par rapport aux clous.
J'ai constaté que, quand j'ai 5 clous, le premier est relier aux autres clous, le deuxiemes est relié aux autres clous, mais il est déja relié au premier. le troisième de même, (sauf avec le premier et le deuxième) etc...

donc :

N = nombre de fils et c = nombre de clous.

$N = (c-1) + (c-2) + (c-3) + (c-4) + (c-c)$. (pour 5 clous)

/ Vu

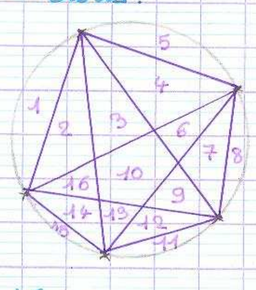
donc : 1er = 4 fils
2e = 3 " "
3e = 2 " "
4e = 1 " "
5e = 0 " " (déjà attaché)

10

5. Recherche d'une relation fonctionnelle : nombre de zones en fonction du nombre de clous

Nous avons tout de même vérifié avec d'autres nombres de clous au cas où notre hypothèse n'était pas bonne.

5 clous :



16 zones.

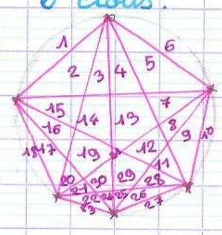
Notre hypothèse restait toujours juste.
4 clous + 1 clou = 5 clous
8 zones × 2 = 16 zones
4 clous → 8 zones et 5 clous → 16 zones.

/TB

Pour suivre notre hypothèse, nous aurions dû trouver 32 clous.
5 clous + 1 clou = 6 clous
16 zones × 2 = 32 zones.
Or, nous avons trouvé 31 zones.
Notre hypothèse était donc fausse.

/TB

6 clous :



31 zones.

Nous avons ensuite vérifié avec un calcul mental.
Si notre hypothèse était juste :
7 clous → 64 zones (32 zones × 2)
8 clous → 128 zones (64 zones × 2)
Précédemment, nous avions trouvé que 8 clous * → 91 zones.
9 clous → 256 zones (128 zones × 2)
10 clous → 512 zones (256 zones × 2)
Précédemment, nous avions trouvé que 10 clous → un peu plus de 220 zones.

* aux alentours de

/Vu

6. Une synthèse des résultats des recherches dans une classe de sixième

Mathematiques

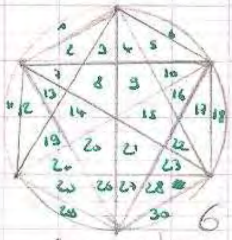
Le problème de l'artiste

- Pour 3 ou 4 clous, le nombre de zones ne change pas quand on bouge la position des clous. / Bien

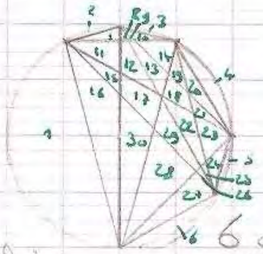
- Tous les nombres de clous sauf 6 donnent un nombre maximum de ~~faces~~ zones pair. /

- Jusqu'à 6 clous, ~~6 inclus~~ quand on rajoute 1 clou, le nombre maximum de faces est doublé. / TB

- On obtient plus de faces en positionnant les clous sans intervalles réguliers. /TB



30 faces 6 clous



30 faces 6 clous

parfois, ~~intervalles réguliers~~ intervalles réguliers ou irréguliers ne changent rien