XXXVIIè Colloque COPIRELEM

Des professeurs et des Formateurs de Mathématiques
Chargés de la Formation des Maîtres

L'Enseignement des Mathématiques à l'École :
L'Évaluation dans tous ses États.

À La Grande Motte
9, 10 et 11 juin 2010

Colloque International Francophone

ATELIERS

UN EXEMPLE DE SITUATION POUR LA FORMATION ASH (OPTION D)

Denis BUTLEN
PU, IUFM Pays de Loire, Université de Nantes
CREN Nantes
Denis BUTLEN <denis.butlen@wanadoo.fr>

Marie-Paule VANNIER
MC, IUFM Pays de Loire, Université de Nantes
CREN Nantes
Marie-Paule Vannier <Marie-Paule.vannier@univ-nantes.fr>

Résumé
Aider les enseignants spécialisés à lire, analyser ou construire des situations traitant de notions déjà fréquentées par les élèves, mais peu ou mal comprises, est une des tâches de la formation ASH.
Ce texte, appuyé sur des recherches de didactique des mathématiques et de théorie de la médiation, met à l'étude une situation didactique robuste (la course à vingt) dans une classe de CLIS. Il donne à voir, de façon très fine, les régulations nécessaires (et spécialisées, au sens en adaptation aux élèves) des enseignants sur cette situation afin que déjà le jeu ne se rompe pas. Il questionne la possibilité de l'institutionnalisation.

L'atelier a pour but de mettre en évidence certaines caractéristiques des situations d'enseignement s'adressant à un public de l'enseignement spécialisé (ASH) et plus particulièrement à des élèves scolarisés dans des structures relevant de l'option D[1]. Il a aussi pour but d'analyser certains gestes professionnels de professeurs de l'enseignement spécialisé.

L'atelier comporte quatre temps.

- Un premier temps est consacré à une présentation générale du contexte des interventions effectuées par les animateurs (Denis Butlen et Marie-Paule Vannier) dans le cadre de la préparation au CAPASH et 2-CASH de l'IUFM des Pays de la Loire.
- Dans un deuxième temps, Denis Butlen présente le cadre théorique dans lequel s'inscrit à la fois les recherches qu'il a effectuées sur les pratiques des enseignants et notamment des professeurs des écoles intervenant en ASH et les interventions portant sur ces pratiques en formation.
- Un troisième temps est consacré au visionnage d'extraits d'une séance de mathématiques se déroulant dans une structure scolaire d'hôpital de jour et s'adressant à des adolescents psychotiques[2].

[1] L'option D relève du champ du handicap. Les structures relevant de cette option accueillent des élèves présentant des *troubles importants des fonctions cognitives*.

[2] Psychotique en référence à psychose : le sujet atteint de psychose n'est pas conscient du désordre de sa personnalité (contrairement à celui souffrant de névroses qui perçoit le caractère maladif de ses troubles). Les troubles de la personnalité chez les psychotiques s'accompagnent de troubles du comportement associés à une perte intermittente du contact avec la réalité.

- Ce visionnage débouche ensuite sur un débat avec les participants sur les conditions d'enseignement spécifiques au public en question et plus généralement sur ce que peut apporter aux recherches en didactique des mathématiques et à la formation des maîtres l'étude de ces conditions.

I - PRÉSENTATION DU CONTEXTE DES INTERVENTIONS EN FORMATION CAPASH

Marie-Paule Vannier, responsable de la formation préparatoire au CAPA-SH option D, E et F à l'IUFM des Pays de la Loire, site du Mans, depuis septembre 2005, présente rapidement la formation ASH, notamment au Mans. Celle-ci se caractérise par la volonté d'assurer une formation didactique dans le champ de l'ASH. Cette mise en œuvre ne s'est pas faite sans difficulté dans la mesure où elle s'inscrit en rupture avec les pratiques habituelles de formation, davantage inscrites sur le versant «connaissances des troubles logico-mathématiques» et où peu de ressources existent localement dans ce domaine.

Les stagiaires bénéficient d'un module de 24 heures de cours assuré par un didacticien des mathématiques, sur les enjeux et les ressources en didactique des mathématiques pour l'enseignement spécialisé. Le module de 24 heures se décline en quatre journées de 6 heures organisées classiquement autour des domaines suivants : Numération, Calcul mental et techniques opératoires, Résolution de problèmes et Géométrie. L'expérience montre que l'organisation en journée donne du temps aux interactions, aux échanges nécessaires dès lors qu'on s'adresse à des professionnels en alternance ayant déjà une expérience parfois assez longue de l'enseignement des mathématiques dans les classes ordinaires et spécialisées. A noter que certaines années, nous avons accueilli au Mans des groupes relevant de deux options (E+D ou E+F). Dans ce cas, la matinée était consacrée à un apport de type « tronc commun » réunissant les deux options. L'après-midi, les stagiaires bénéficiaient de manière différenciée d'apports spécifiques à leur option (ce qui exigeait de fait la disponibilité de deux formateurs en parallèle).

La négociation de ce besoin de formation en didactique part invariablement de l'exposé du « cas Gaël » qui pose selon nous clairement le levier du choix d'une situation adaptée comme le moyen d'action privilégié de l'enseignant spécialisé qui a pour objectif de modifier le rapport des élèves à l'apprentissage. Cette entrée permet de discuter la question des « remédiations » nécessaires en termes de « nouvelles médiations » ou re-médiation au sens Vygotskien du terme. Notre formation en psychologie des apprentissages fortement articulée au champ de la didactique des mathématiques (Vannier, 2003) favorise la cohérence entre le module de 24 heures de cours et des temps d'analyse de l'activité de l'élève et de l'enseignant (AAEE) consacrés aux apprentissages mathématiques. Les séances d'AAEE sont menées sur la base de recueil de traces de l'activité (traces écrites – audio /vidéo) fournies par les stagiaires et/ou réalisées lors des visites sur le terrain[3].

Pour information, cette organisation (module de 24 heures + séances d'AAEE) est valable dans le domaine de la langue de la même façon.

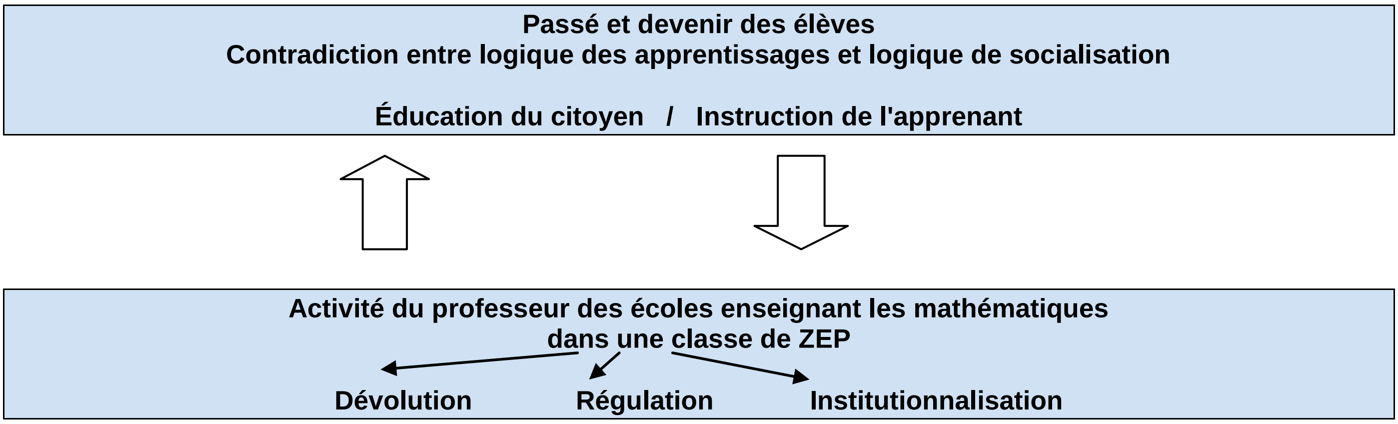
[3] Nous négocions avec le groupe de stagiaires dès la rencontre N-1 (en fin d'année universitaire qui précède l'année de formation ASH) la possibilité de réaliser une vidéo des séances observées dans les classes lors de notre visite. Les analyses de pratiques sont largement alimentées par ces traces recueillies.

II - LE CADRE THÉORIQUE

Nos recherches s'inscrivent dans le cadre d'une double approche développée par Robert et Rogalski (2002). Nous utilisons pour étudier les pratiques enseignantes des concepts issus de la didactique des mathématiques (notamment de la théorie des situations : processus de dévolution, de régulation, d'institutionnalisation), d'ergonomie cognitive et de didactique professionnelle (notamment des notions de *tâche*, *d'activité* et de *genre*)

Notre cadre théorique met davantage l'accent sur les facteurs sociologiques et se caractérise par certaines hypothèses admises ou découlant de recherches précédentes (notamment sur les pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP). Les enseignants sont soumis à des contraintes qui pour une part marquent, voire déterminent, leurs pratiques et qui peuvent se traduire et s'analyser en termes de contradictions. Les enseignants gèrent ces contraintes au quotidien en se construisant des systèmes de réponses relativement cohérents.

Nos recherches sur les pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP visaient à évaluer le poids de l'aspect social dans la pratique d'un enseignant de ZEP. Nous nous sommes interrogés sur les influences que pouvaient avoir le passé et le devenir des élèves sur la manière d'enseigner de ces enseignants, au cours des trois grands moments de l'activité du professeur que sont les processus de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation.



Ces effets peuvent notamment résulter de la manière dont ces professeurs gèrent une contradiction importante mise en évidence dans des recherches précédentes (Butlen et al, 2002) : contradiction entre une logique d'apprentissage et une logique de socialisation.

Nous avons dans ces recherches mis en évidence cinq contradictions auxquelles sont soumis les enseignants du premier degré enseignant les mathématiques en ZEP : la contradiction fondamentale signalée ci-dessus et quatre autres citées par ordre d'importance :

- contradiction entre une logique de la réussite immédiate et une logique d'apprentissage (réussite à moyen terme)
- contradiction entre individuel, privé et collectif
- contradiction entre le temps de chaque élève, le temps collectif et le temps institutionnel des apprentissages
- contradiction entre une logique de projet et une logique d'apprentissage.

Nous avons également construit un modèle d'organisation des pratiques observées. Nous avons pour cela emprunté de manière métaphorique à Clot (2001) les notions de *genre* et de *style* pour construire ce modèle. Nous interprétons en effet davantage le genre comme un moyen de décrire les modes d'investissement par un sujet professionnel des marges de manœuvres qui lui restent.

Ce modèle comporte quatre niveaux et nous permet de prendre en compte le degré de contraintes et de marges de manœuvre du professeur. Il vise à décrire les grands choix et stratégies du maître et permet de comprendre comment ces choix et stratégies sont mis en œuvre au quotidien. Pour décrire les stratégies et choix pédagogiques, nous distinguons (Butlen, 2004) ce qui relève de l'ordre du métier, du *I-genre*, du *E-genre* et du *style*. Les routines et les gestes professionnels nous permettent de décrire au quotidien la mise en œuvre de ces choix.

Les trois premiers niveaux renvoient à la notion de *genre*, le quatrième au *style* chez Clot (2001). Ces niveaux sont hiérarchisés selon le degré de contraintes et de marges de manœuvre laissés à l'enseignant. L'ordre du métier est le niveau où les contraintes sont les plus fortes et les marges de manœuvre les plus faibles, viennent ensuite par ordre le i-genre et le e-genre ; le style est le niveau où les contraintes pèsent le moins.

1 L'ordre du métier de professeur d'école

Un premier niveau est caractérisé par les caractéristiques communes à toutes les pratiques des professeurs des écoles, cet ensemble définit ce que nous pourrions appeler l'ordre relatif au métier de professeur d'école. Les professeurs des écoles sont en effet soumis à certaines contraintes très fortes qui convoquent de leur part des réponses très proches. Chaque enseignant prend en compte ces contraintes de la même manière sous peine de marginalisation.

L'ordre du métier ne peut se définir uniquement en prenant en compte le seul enseignement des mathématiques mais relève davantage d'un ensemble de régularités dépassant les disciplines. Toutefois, nous étudions comment cet ordre se contextualise à travers l'enseignement des mathématiques et dans quelle mesure il est marqué par celui-ci.

L'ordre du métier semble être le système de réponses commun des enseignants du premier degré à certaines contraintes incontournables. Le respect de ces contraintes s'imposerait à tous les individus qui exercent, dans la durée, le métier de professeur d'école. Nous distinguons plusieurs types de contraintes : institutionnelles (curricula, respect des droits de l'enfant, contenus et organisations mathématiques privilégiés dans les programmes de l'école, etc.), cognitives (gestion des changements d'activités, obstacles ontologiques, développement de l'enfant, etc.), médiatives (occupation respective du temps de parole, posture de travail, respect de certaines règles de vie de classe.)

Ces réponses communes aux professeurs des écoles constituent un ensemble de règles de fonctionnement partagées par la profession tout entière. Elles peuvent présenter certaines variations, elles ne sont pas complètement identiques, mais les marges de manœuvre de chaque maître sont très étroites.

L'ordre du métier du professeur des écoles intervenant dans l'ASH, notamment en option D, diffère sensiblement sur certains points de celui du professeur des écoles intervenant dans le cursus ordinaires des écoles primaires. Ainsi, le poids des curricula est plus faible alors que la prise en compte des spécificités personnelles de chaque élève est nettement plus importante.

2 Des I-genres

La polyvalence comme la formation de l'enfant en tant que futur citoyen est un élément qui distingue les professeurs des écoles des autres enseignants. La double mission d'enseignement et d'éducation du professeur des écoles fait institutionnellement partie intégrante de la définition du métier.

Dès la création de l'école publique, des textes relatifs à la formation des instituteurs, représentatifs d'une doxa, exposent comment l'instituteur, dans son enseignement des mathématiques, doit prendre en compte certains aspects d'une mission éducative plus générale (Butlen, 2004). L'introduction massive depuis les années 80, dans les chapitres des manuels consacrés spécifiquement à un enseignement méthodologique de résolution de problèmes, d'exercices ne faisant peu ou pas du tout intervenir de notions mathématiques, peut s'expliquer en partie par une volonté d'éduquer le futur consommateur (Butlen, *ibid*).

L'activité du professeur d'école enseignant les mathématiques est donc double : il instruit et il éduque. Ces deux activités sont associées à des genres différents : les I(instruction)-genres et les E(éducation)-genre.

Les *i-genres* constituent eux aussi des systèmes différents de réponses cohérents et stables aux contraintes qui pèsent sur les enseignants. Peu nombreux, ils sont définis par les grandes conceptions des maîtres relatives aux apprentissages scolaires (contenus disciplinaires, notamment mathématiques) et à leur enseignement.

Nous avons distingué pour les décrire des indicateurs qui relèvent des composantes cognitive, médiative et institutionnelle (Robert & Rogalski, *ibid*). Il en est ainsi du recours plus ou moins fréquent à des problèmes, des places respectives accordées au collectif et à l'individuel, de la place laissée à l'initiative des élèves, des modes d'étayage mis en œuvre régulièrement. Ce sont autant d'indicateurs qui permettent de cerner chaque i-genre.

3 Des E-genres

Au-delà des I-genres précédemment définis, nous avons montré que les maîtres observés créent des environnements mathématiques et des modes de vie et de travail dans la classe de statuts très différents. Cela nous conduit à définir ce que nous avons appelé dans un premier temps des styles de classe de mathématiques. Afin d'éviter toute confusion avec le style personnel, nous avons adopté le terme de E-genre. Les E-genres semblent être la trace visible de l'adaptation personnelle du professeur au milieu dans lequel il exerce.

Ce niveau permet une nouvelle caractérisation de la cohérence des pratiques effectives d'un enseignant. Il s'agit en effet d'un résultat de la recomposition des trois composantes personnelle, médiative et cognitive. Ces E-genres traduisent les parts respectives accordées par le professeur des écoles aux apprentissages disciplinaires et à l'éducation du futur citoyen. Plus généralement ils sont marqués par les conceptions du professeur relatives aux rapports entre instruction et éducation, entre apprentissages disciplinaires et socialisation de l'élève, entre apprentissages pluridisciplinaires et apprentissages mathématiques. Ils font intervenir les représentations de l'enseignant sur les grandes missions de l'école primaire.

4 Le style personnel de l'enseignant

Reprenant les travaux de Bakhtine, Clot définit le style d'un professionnel comme étroitement lié au genre, ce dernier ne se construit pas contre lui ou indépendamment mais est : « *toujours situé à l'intérieur* *du genre ou, plus exactement, au point de collision entre les genres qu'il fait jouer les uns sur les autres de manière diversifiée selon les moments. Le genre est inachevé, il se réalise grâce au style dans la situation. Le style permet à l'individu de mettre en œuvre dans l'action quotidienne des règles inscrites dans le genre, de les recréer mais aussi de les renouveler. Le style est l'ensemble des modalités qui permet à un individu particulier de s'approprier les règles du ou de genres afin d'agir.*» (Clot, 1999)

5 Les gestes et routines professionnels

Les gestes et routines professionnels sont des schèmes professionnels qui présentent les caractéristiques suivantes : une organisation invariante de l'activité du professeur, une suite d'actions et de décisions plutôt automatisées, une mobilisation de connaissances de différents types, une certaine adaptabilité, une grande part d'implicite. Ce sont des activités élémentaires finalisées par des buts et des sous-buts. Gestes et routines se distinguent par la taille des tâches qu'ils permettent de réaliser, par leurs buts et par leur rapport au genre et au style. Ainsi, les routines sont des ensembles de gestes professionnels qui concourent à la réalisation de grands types de tâches (gestion des phases de synthèse et d'institutionnalisation par exemple ou gestion des comportements) et qui sont caractéristiques du i-genre auquel peut être rattaché le professionnel qui les met en œuvre.

Nous renvoyons le lecteur à la conférence figurant dans les actes du colloque de Bombannes (Butlen et al, 2008) pour une présentation plus complète de ces notions.

III - LE CONTEXTE DE LA SÉANCE ÉTUDIÉE

1 Le contexte général

Il s'agit en fait d'une réponse à une demande faite par une inspection départementale ASH de Seine et Marne. Il fallait suivre un groupe de 6 à 8 professeurs des écoles nommés en ASH (option D) se proposant de se présenter au CAPA-SH en candidat libre (en attente d'une éventuelle inscription à la préparation mise en place par le rectorat) et désireux de travailler plus particulièrement sur les mathématiques. Ces professeurs des écoles volontaires s'engageaient à faire passer dans leur classe respective des tests mesurant le niveau cognitif de leurs élèves en mathématiques, à participer à des regroupements ayant pour but un travail de préparation d'activités dans le domaine numérique et notamment sur le calcul et la résolution de problèmes et enfin à travailler dans leur classe en co-intervention avec les animateurs du groupe sur les séances évoquées ci-dessus ou sur des sujets fixés par eux-mêmes.

Ce travail s'est déroulé sur une année scolaire et a été clôturé par la passation d'un rallye mathématique qui a regroupé 150 élèves de la circonscription. Les activités pratiquées à cette occasion relevaient essentiellement du calcul mental. Les élèves classés au préalable en cinq niveaux entraient en compétition en vue d'obtenir un « diplôme » délivré à cette occasion. Outre les professeurs déjà cités, la majorité des professeurs de la circonscription ont inscrits leur classe ou une partie de leurs élèves à cette manifestation.

Une professeure du groupe exerçant en hôpital de jour (élèves psychotiques) a demandé à assister au déroulement d'une séance, animée par l'un d'entre nous, de résolution de problèmes basé sur un jeu. Le jeu « qui dira 20 » a été choisi. Son but était d'observer ses élèves en train de résoudre un problème basé sur un jeu de stratégie. Notre but était de tester la résistance de ce type de situation et les conditions de sa reproduction dans cet environnement scolaire particulier. Deux caractéristiques diffèrent notamment : le nombre d'élèves (4 au lieu d'une vingtaine) et le public élève (à quelle condition et jusqu'où ces élèves adoptent-ils une posture de joueurs ?). Nous n'avons pas pu tester l'ensemble de la situation mais seulement le début de celle-ci (familiarisation avec le jeu, premiers éléments de stratégie).

2 Le contexte particulier

2.1 La situation et la séance

La séance s'est déroulée en deux temps. Dans un premier temps, les élèves pendant environ une demi-heure ont fait du calcul mental : compter/décompter, calcul de sommes, produits et différences, jeu du loto numérique.

Un second temps a été consacré au jeu « qui dira 20 ? ». La séance a été filmée, des extraits ont été présentés aux participants, accompagnés d'un questionnement et de débats. Nos analyses s'appuient sur des extraits de protocole relatifs à cette seconde partie.

2.2 Les élèves

Quatre élèves psychotiques participent à l'ensemble de la séance :

Al, considéré par la professeure comme le meilleur élément du groupe du point de vue des apprentissages.

Yo est un élève un peu plus âgé que les autres mais qui présente de grandes difficultés pour s'exprimer et communiquer avec ses pairs.

Ya et Ma se situent, d'un point de vue scolaire, à niveau intermédiaire entre les deux élèves précédents.

Lors de la première partie consacrée au calcul mental, tous les élèves peu à peu rentrent dans l'activité, notamment Yo qui participe et réussit bien mieux que prévu lors du jeu de loto numérique. Ce constat confirme nos fréquentes observations sur les possibilités d'enrôlement plus grandes de ces élèves dans des activités de calcul mental. Nous renvoyons le lecteur à d'autres articles sur ce thème (Butlen, 2007).

2.3 Le(s) professeur(s)

D'un commun accord, c'est Denis Butlen (D) qui assure principalement le rôle de professeur, présente le jeu et conduit le déroulement. Toutefois, les autres collègues, la professeure de la classe (P) et la conseillère pédagogique de la circonscription (S), peuvent intervenir quand ils le jugent nécessaire pour éclaircir, compléter ou étayer les interventions du principal intervenant[4].

2.4 Le jeu

Nous ne présentons pas ici le jeu ni la situation « qui dira 20 ? » élaborée par Brousseau. Il s'agit d'un jeu de Nim (jeu de Marienbad) dont la stratégie gagnante relève de la division euclidienne. Cette dernière reste « cachée » dans la mesure où pour une cible relativement faible, une stratégie de type « soustractions successives » (ou décomptage de 3 en 3) s'avère pertinente.

Cette situation est ce que l'on peut appeler une situation « robuste » à fort potentiel adidactique, au sens ou son déroulement est fortement prévisible et aisément reproductible. C'est notamment le cas de la situation adidactique sur laquelle la situation didactique s'organise.

Rappelons seulement une caractéristique : le joueur perdant est susceptible d'apprendre autant et voire plus que le joueur « gagnant » en termes de stratégie.

---

[4] Par la suite, nous nommerons les différents protagonistes par les seules initiales (Ya, Yo, Ma et Al pour chacun des quatre élèves, D, P et S pour chacun des intervenants adultes)

IV - ANALYSE DU DÉROULEMENT DE LA SÉANCE

1 L'objet de l'analyse

Cette séance peut-être analysée de plusieurs points de vue. Citons notamment le point de vue :

- des fonctions d'étayage et des conditions de l'activité ;
- des élèves : profils d'élèves, étude de cas ;
- de la situation : robustesse, conditions de fonctionnement spécifiques, conditions d'apprentissage ;
- de l'activité du professeur : gestes et routines mises en œuvre notamment.

Ces points de vue sont complémentaires en apportant des regards différents sur les rapports enseignement/apprentissage dans ce contexte particulier.

Si on adopte le point de vue des fonctions d'étayage et des conditions de l'activité, on peut par exemple s'intéresser à la spécificité du public et notamment au risque de voir à tout moment survenir une « crise » dans la mesure où des élèves psychotiques sont amenés à rentrer en compétition, puis à dépasser celle-ci en vue d'un apprentissage méthodologique : élaborer, tester et valider une stratégie gagnante. La gestion de ces éventuelles crises nécessite d'en repérer les éléments déclencheurs.

Notons à ce propos qu'entrer par la nature des troubles (psychotiques, autisme ou trisomie…) ne peut suffire. Il est indispensable de s'appuyer aussi sur une analyse didactique des conditions de l'apprentissage : dévolution et enrôlement, variables assurant ou non le fonctionnement de la situation adidactique, etc. Lors d'une formation, il peut s'avérer nécessaire de prendre en compte les pratiques adaptatives des éducateurs / enseignants dans les structures spécialisées, de leur faire expliciter ce qu'ils perçoivent afin de faire émerger des conceptualisations-en-acte (Vergnaud, 1996) de manière à enrichir les catégories de lecture fournies par des nosographies médico- psychologiques.

On peut également se livrer à une analyse du profil des différents élèves en jeu, de ce qui se joue pour eux dans la séance. Des études des cas de **Ya** ou de **Al** seraient particulièrement intéressantes dans la séance étudiée ici.

Nous nous centrons toutefois dans cette contribution sur l'analyse de la situation, des variables en jeu, des conditions de gestion propres au public élève concerné et des gestes et routines du professeur mis en évidence à cette occasion.

2 La mise en place du jeu « Qui dira 20 ? »

La règle du jeu est expliquée aux élèves oralement et grâce à une double simulation. Dans un premier temps D et S ébauchent un début de jeu. Dans un second temps, Ma et Yo, à la demande de D, finissent la partie.

Les élèves vont ensuite jouer, deux par deux, quatre parties (cinq en cas d'égalité), les deux gagnants se rencontreront ensuite ainsi que les deux perdants.

3 Le binôme Ya- Al

Nous nous intéressons plus particulièrement à deux élèves Ya et Al. La différence de niveaux cognitifs de ces deux élèves et leur rapport aux interactions entre pairs nous semblent en effet très emblématiques de ces élèves

Ya gagne les deux premières parties. Voici ce que les deux élèves ont respectivement proposé :

3.1 L'analyse des deux premiers jeux

Le premier jeu

Ya	Al
1	2
3	4
6	8
10	12
14	16
17	18
20	

Le deuxième jeu

Al	Ya
2	4
6	8
10	12
13	14
16	17
18	20

Nous voyons que dans les deux cas, **Ya** joue les deux derniers termes du noyau gagnant du jeu. Si la proposition du nombre 14 semble davantage relever du hasard, tout laisse penser qu'il n'en n'est pas de même pour 17 qui a été repéré (au moins au second jeu) comme gagnant. En effet, ajoutant presque systématiquement deux, il s'aperçoit qu'il ne pourra pas dire 17 mais 18 et exprime son mécontentement «Oh non pas deux ! ».

La professeure (**P**) qui suit plus particulièrement ce binôme rappelle à **Ya** qu'il peut jouer 1 :

P : Ben tu peux en ajouter que un si tu veux
D : Tu peux rajouter un si tu veux ! »
Al manifeste sa déception :
Al : Ah non, je déteste jouer sur du papier c'est nul !
P : Ah ça y est …c'est (inaudible) *si Al perd c'est que c'est forcément nul !*
D : ah bon là c'est toi qui avais gagné
P : Non c'est Ya
D : et ici c'était Al

P : non c'est Ya aussi
D : Ah ! Ben dis donc
P : Attention Al, il faut que tu réfléchisses.
D : Attention Al
Al manifeste une gestuelle spécifique, marque de sa mauvaise humeur.
P : … il ne faut pas que tu mettes n'importe quel nombre
D : Tu peux commencer Al. C'est ton tour.
P : Allez c'est parti !
Ma : C'est un jeu
P : Oui c'est un jeu
D : Ah oui c'est un jeu. C'est un jeu où il faut savoir jouer…
Al: oh non c'est pas un jeu c'est un ragnagna
P : Oui parce qu'Al quand il perd le jeu doit être forcément nul…
Rire
P : C'est un mauvais perdant
Al : Non !
P : Si
Al : non ! »

La professeure s'assure que les deux élèves restent dans le jeu en rappelant des règles de convivialité.

3.2 Le jeu n°3

Al gagne :

Al	Ya
1	2
3	4
5	6
8	10
12	14
16	18
20	

Lors de cette partie, **Ya** ne semble pas réinvestir le constat fait à la partie 2. Il énonce 18 au lieu de 17. Plusieurs interprétations sont possibles. **Ya** peut avoir été pris par une stratégie d'ajout systématique de 2 au nombre précédemment énoncé (6-8-10-12-14-16-18) et peut ne pas s'être autorisé à rompre cette suite car la professeure n'intervient plus pour le lui permettre. Il peut aussi ne pas avoir réinvesti le constat précédent, ne capitalisant pas l'expérience acquise d'un jeu sur l'autre. Enfin, il peut tout aussi avoir été distrait ou bien encore vouloir laisser gagner son partenaire.

Nous n'avons pas à ce stade assez d'information pour conclure.

Al manifeste son contentement :
P : Tu fais exprès ?

L'expression de Ya change en regardant la P.
P : Bravo Al
Al écrit les gains sur la feuille
Al : Donc c'est moi qui a gagné
D : Là c'est Al

3.3 Le jeu n°4

Ya	Al
1	2
4	6
8	10
12	14
16	17
18	20

Ya : C'est moi qui commence
Al : Ben si tu gagnes encore un jeu tu gagnes. Mais si je gagne encore un jeu on sera à égalité
D : Ben on fera une dernière partie pour savoir qui gagne.
P : Allez concentre-toi bien, Ya.
D : Allez !
Al et Ya, tour à tour, inscrivent les nombres.
D : Ah non, (s'adresse à Yo), tu as rajouté combien là.
Yo : trois
D : ah non ! Tu ne peux rajouter que un ou deux
Les élèves continuent
Al écrit 17 sur la feuille
Ya : Non !!!
Changement de mimique … Ya s'adresse à P du regard puis il manifeste son mécontentement
Parce qu'on préfère faire un + un …
P : Ben oui ben c'est comme ça
Alors que Ya est visiblement mécontent Al termine »

Le déroulement de ce jeu montre bien que **Ya** a compris qu'il ne fallait pas laisser l'adversaire dire 17. De même, **Al** a fait le même constat à la partie précédente. Cela nous amène à penser autrement l'échec précédent de **Ya** et le succès d'**Al.**

Le succès d'Al

Il semble qu'**Al** a profité pleinement de sa position de joueur perdant lors des deux premières parties. S'il continue à jouer (comme **Ya**) en privilégiant un peu un ajout de 2 au nombre précédemment énoncé, il a repéré en observant le jeu de **Ya** que 17 est un passage vers la victoire. La situation fonctionne avec cet élève (et dans une certaine mesure avec le binôme Ya/Al) comme avec un public « ordinaire » d'élèves.

Les remarques précédentes montrent que **Ya** a dès la fin du premier jeu perçu le rôle de 17. En termes de stratégie, les deux élèves semblent donc très proches. Ils privilégient un peu l'ajout de 2 au nombre précédemment énoncé tout en préférant le plus souvent les nombres pairs et s'adaptent si possible au jeu pour pouvoir à l'avant dernier coup dire 17 :

1-2-*3*-4-*6*-8-*10*-12- *14*-16-*17*-18-*20*
2-*4*-6-*8*-10-*12*-13-*14*-16-*17*-18-*20*
1-*2*-3-*4*-5-*6*-8-*10*-12-*14*-16-*18*-20
1-2-*4*-6-*8*-10-*12*-14-*16*-17-*18*-20

L'échec de Ya

Il peut alors s'expliquer autrement. Certaines phrases prononcées par la suite nous laissent penser qu'il a pu laisser gagner **Al** au jeu n°3, sans doute parce qu'il reconnaît en celui-ci un sujet meilleur élève que lui-même. Il est également possible qu'il se soit désintéressé ponctuellement du jeu ou bien encore qu'il pense que c'est au tour d'**Al** de gagner.

Dans tous les cas, pour des raisons sociales (respect d'une hiérarchie cognitive ou convivialité ou désinvestissement passager), **Ya** rompt avec une logique de joueur (indispensable pour le fonctionnement de la situation adidactique). Cette attitude est passagère car il attend en retour au quatrième jeu la même attitude de la part d'**Al**. Ce qui n'est pas le cas car ce dernier a profité de ce « cadeau » pour apprendre à jouer, repérer le statut du 17 et le réinvestir efficacement dans le quatrième jeu.

Évidemment, cette rupture dans la logique des joueurs et la non réciprocité du geste de **Ya** par **Al** crée une situation de crise chez **Ya** qui va manifester son désarroi et sa douleur.

Ya tape sur la table … se manifeste de plus en plus et se met à pleurer
D : ***(s'adresse à Ma et Yo)*** *Vous pouvez en faire une autre en attendant qu'ils aient fini.*
P : Tu vas pas nous faire ton cinéma hein
Ya continue à se manifester, se donne des tapes sur la joue. Visiblement malheureux*.* »

Les professeurs ont des réponses très différentes à cette étape du jeu pour limiter la crise.

D, restant neutre par rapport au jeu et ne voulant pas intervenir sur l'évolution des stratégies des élèves, essaie d'arrêter la crise de larmes en disant que ce sera le cinquième jeu qui fera la différence entre les deux joueurs. Ce qui ne semble pas suffire.

P, professeure de la classe, habituée à ce type de manifestation de la part de Ya, intervient sur un tout autre plan en lui disant d'arrêter « *son cinéma* ». Il semble effectivement que la crise de Ya ne soit qu'en grande partie superficielle (ce qui reste toutefois à vérifier).

S prend la décision de faire constater à **Ya** les raisons du succès d'**Al**. Ce dont **Ya** est d'ailleurs conscient :

*S : (**s'adressant à Ya**) Qu'est-ce que tu aurais pu faire là ? Pour éviter ça ! Au lieu de mettre seize il aurait fallu que tu mettes combien ? Regarde !*
Ya : lui pas dix-sept
S : Oui. Lui, il a fait attention. Mais toi avant tu aurais pu faire attention à quoi ? … Au lieu de mettre seize ?
Al : Mais Ya arrête de chouiner… t'es pas un bébé !
S : Tiens regarde. Lui il a mis quatorze ...
Ya : pas contre Al !
S : Mais regarde, vous êtes ex aequo. Avec Al, vous êtes ex aequo. Vous allez en faire un troisième pour pouvoir gagner. Alors justement, réfléchis … »

Ce retour au déroulement du jeu amène d'ailleurs **Ya** à donner la raison de son désarroi :

Ya : Il me laisse pas gagner
P : On te laisse pas gagner. Parce que toi tu l'as laissé gagné ?
Ya : Une fois
P : Ben oui mais tu n'aurais pas dû !
Ya : à cause du … »
(…)
« S : Ya, est-ce que tu veux que je t'aide pour que tu essaies de comprendre pourquoi tu as perdu ?
*Ya : Parce que il...(**sanglot**).... pas laisse gagner*
S : Oui mais. Avant tu aurais pu faire quelque chose. (Reprends la feuille de jeu pour montrer à Ya) Regarde. Là il y avait douze et deux quatorze. Toi tu aurais pu mettre combien à la place …
*Ya: **inaudible***
S : Non tu aurais pu mettre autre chose : quatorze, tu aurais pu mettre quinze. »

Notons, la position de joueur adopté par **Al** qui a deux reprises qualifie **Ya** de bébé :

Al : Arrête de chouiner. T'es pas un bébé Ya !

Après avoir formulé ces éléments d'explication, **S** demande aux deux élèves de jouer le cinquième jeu :

S : Allez on fait la finale là .. tous les deux, Ya et Al.
Ya : Je veux pas commencer
S : Tu veux pas commencer. D'accord. Allez c'est Al .. c'est parti. C'est Al qui commence.

La professeure (P) à cette occasion revient sur l'attitude de Ya :
P : Allez tu arrêtes Ya. Tu sèches tes larmes.
Ya chouinant toujours mais se remettant au jeu néanmoins
P : Dis donc ça fait combien de temps que tu ne m'as pas fait ça en classe là ?
Ya : Il faut pas n'importe quoi

Tout au long du jeu, les professeurs essaient chacun à leur tour d'amener les élèves, notamment **Ya**, à reprendre une posture de joueur :

S : Oui mais là tu es déconcentré
D : Attention …
S : Concentre-toi
(...)

Al :
Ya : ***inaudible***
S : réfléchis
Ya : faut faire attention hein
S : Oui faut faire attention.
P : Bien attention. »

3.4 Le jeu n°5

En voici le déroulement:

Al	Ya
1	2
4	6
8	10
11	12
14	15
17	18
20	

On voit bien que **Ya** et **Al** essaient d'adapter leur stratégie pour pouvoir dire 17 mais **Al** abandonne plus vite que **Ya** l'ajout de 2 et le recours à un nombre pair, ce qui l'amène dès le troisième coup à citer la suite des nombres « noyaux du jeu » 8-11-14-17-20, sans doute implicitement au moins pour 8 et 11. Ce qui lui assure la victoire.

On peut donc dire que **Ya** et **Al** bénéficient tous les deux, mais inégalement, de l'expérience des jeux précédents et des interactions. L'intervention de **S** faisant le point avec les deux élèves semble donc relativement efficace mais insuffisante pour amener **Ya** à combler son retard par rapport à **Al**. Cette intervention traduit un geste professionnel adapté à la situation et aux élèves, mais elle reste trop ponctuelle pour dénouer la tension qui pèse sur **Ya**. Par contre, elle fonctionne bien pour **Al** qui n'était pas directement visé.

Alors qu'**Al** manifeste son contentement, **Ya** va à nouveau connaître un moment de désarroi et regretter encore sa bienveillance dans les jeux précédents :

P : *Bien attention*
Al marque un nombre (17 ?) et sourit à la maîtresse
Al :
P : Là Al a été très malin.
Ya bougonne.. inaudible
P : Fallait pas laisser gagner Al une fois.
Ya pleure à nouveau
P : Ben oui c'était gentil
*Al : (**se lève, visiblement satisfait**) Yes ! »*
(…)
*P : (**à Ya qui pleure**) Bon arrête s'il te plaît !*
D : Ya tu vas jouer contre Yo. Et Al va jouer contre Ma. C'est pas fini !
Ya ne se calme pas.

S : C'est pas fini. Tu vas voir. Tu vas pouvoir te rattraper.
Ya ne se calme toujours pas.
P : Bon ben tu vas sortir.
Ya : Non !
P ***continue essaie de le calmer en lui parlant en aparté. Gestuelle enveloppante (elle l'entoure de ses bras, épaule)***
P : Ben tu vas jouer contre Yo
P : Bon tu laisses tomber. Tu sors.
Ya : Non…
P: Bon tu vas t'assoir à côté de Yo. Et tu ne le laisses pas gagner.
Al : Allez, sèche tes larmes. Sèche tes larmes … Y encore une chance Ya »

Pour arrêter la crise, **D** propose à **Ya** de jouer contre lui, **S** renchérit en proposant de s'associer contre **D**. **Ya** refuse ces alternatives, mais ne veut pas quitter la partie et accepte de jouer contre le perdant du second binôme. Pour ce binôme, tout s'est bien déroulé contrairement aux craintes manifestées en amont par l'enseignante. En effet, celle-ci était davantage préoccupée par l'attitude éventuelle de **Yo** que par celle de **Ya. Yo** a manifesté un grand investissement pour le jeu, abandonnant son attitude habituelle qui consiste à se tenir plutôt en retrait et à craindre les interactions avec ses pairs.

4 Le règlement de la crise

C'est **P** qui va improviser et trouver les mots et les gestes nécessaires pour dénouer la crise et faire revenir **Ya** dans la partie. Elle mobilise divers outils. Elle va s'adresser en particulier à **Ya** en travaillant sur la stratégie du jeu, en la reformulant à sa place et en étayant son jeu (durant le premier jeu de la partie contre **Yo**). Elle l'amène aussi à revenir sur son jeu après coup, à le repenser en étayant ses formulations, voire en formulant à sa place mais sans apporter d'éléments vraiment nouveaux. De plus, durant le jeu, elle l'encourage et assure sa concentration. Parallèlement à cela, elle va adopter une attitude sécurisante déjà amorcée plus haut, en mettant en œuvre une gestuelle « enveloppante » (elle tient **Ya** par l'épaule, elle lui parle doucement, elle le sécurise).

P s'accroupît auprès de Ya *: Bon et tu arrêtes de pleurer parce que sinon tu ne vas pas gagner hein.*
Ya : des erreurs
P : C'est pas des erreurs Ya. C'est un jeu écoute.
Ya :
P : T'es capable de supporter ça hein !
Ya
P : ça peut pas marcher à tous les coups
Ya :
P: Un ou deux tu choisis..voilà ! Concentre-toi !
Al : Et voilà ! (Al vient de remporter la première partie contre Ma.)
P: Tu vois y a pas que toi qui perd contre Al.
(...)
D : Attention ! Concentre-toi bien il a mis quinze (pointant sur la feuille de jeu le nombre que vient de marquer Yo) Qu'est-ce qu'il faut faire pour être sûr de gagner ?
Ya marque seize
(...)
P : regarde ce que tu aurais pu faire là. Tu as écrit seize. Tu aurais mis dix-sept. C'est toi qui prenais la main. Concentre-toi et réfléchis. Là tu n'es plus dans ton …
(...)
P : Allez. C'est qui qui a commencé tout à l'heure ?
Yo : moi
P : C'est toi qui a commencé, donc à Ya de commencer.

(...)
P : Concentre-toi. Allez. Tu perds, tu perds… forcément si tu ne fais pas attention.
(...)
P : C'est pas magique, hein !
(...)
Ya : mais pas dix-sept
P : C'est celui qui met dix-sept qui gagne.
Ya : Il a perdu ..
(...)
P: Est-ce que tu as remarqué qu'à chaque fois que tu joues, c'est celui qui écrit le 17 qui gagne ? Pourquoi ? Parce que
Ya : dix-huit
P : Parce que .. dix-huit et tu as perdu. Et dix-neuf aussi … parce que qu'on mette dix-huit ou qu'on mette dix-neuf c'est forcément .. ce qu'il faut c'est que tu essaies de...là regarde. Yo a écrit « 14 » toi tu as écrit
Ya : quinze
P : Quinze. … ben non on peut pas mettre dix-huit ou dix-neuf .. Allez on ressaye ! »

La suite de la partie montre que cet ensemble de décisions pris à chaud et les gestes qui accompagnent leur mise en œuvre s'avèrent efficaces. En effet, **Yo** et **Ya** vont s'investir à nouveau dans la partie, affiner leur stratégie et terminer à égalité. **Al** restera le vainqueur car il gagnera contre **Ma**.

V - CONCLUSION

1 Conclusion relative à la situation et à sa mise en œuvre

L'analyse précédente nous renseigne sur le fonctionnement de ce type de situation. Elle montre que ce type de situation (du moins le tout début de celle-ci) fonctionne collectivement avec le public relevant de l'ASH, option D mais ne fonctionne pas systématiquement pour chaque élève. Ainsi **Ya**, abandonnant une posture de joueur, ne peut ensuite bénéficier de l'expérience des jeux précédents, il ne réinvestit pas les constats effectués et se retrouve en situation de « décrochage » (local). Non seulement, il ne finalise pas pour lui-même les apprentissages amorcés mais il peut contribuer à une désaffection collective. C'est sans doute une anticipation sur ce type de dysfonctionnement qui amène les professeurs à hésiter, voire à refuser, de pratiquer ce type de situation.

L'analyse des raisons des dysfonctionnements possibles est une piste de recherche ; beaucoup reste encore à explorer.

Il en est de même de l'identification des gestes et routines professionnels mis en œuvre lors de la gestion de la situation et des éventuelles crises qui peuvent survenir. Nous avons vu que la professeure de la classe (et pour une moindre part, la conseillère pédagogique) ont acquis les routines évoquées ci-dessus. Celles-ci dépassent largement le cadre des seules mathématiques car elles nécessitent des savoirs sur les élèves, sur leur pathologie ou leur handicap, sur le groupe d'élèves et sur leurs compétences en termes d'interactions. Toutefois, ces routines restent marquées par les mathématiques et les contenus travaillés comme le montrent les limites (hésitations) des interventions de l'enseignante de la classe. Là encore, beaucoup reste à faire.

2 Conclusion relative à la formation

L'ensemble des participants du groupe, lors du débat qui suit, s'accorde sur la nécessité de travailler en formation « initiale » (CAPASH) ou en formation continue sur ce type de matériaux (vidéo). Par contre, ces dernières ne peuvent être, pour des raisons déontologiques évidentes, diffusées sans précaution.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BUTLEN, D., & AL., 2002, Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en REP. Contradictions et cohérence, *Revue Française de Pédagogie* ***140***, 41 – 52.

BUTLEN, D., 2004, Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles. HDR, Université de Paris 8.

BUTLEN, D., 2007**,** *Le calcul mental entre sens et technique.* Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.

BUTLEN, D., CHARLES-PÉZARD M. ET MASSELOT P. 2009, Les pratiques en mathématiques d'un professeur des écoles : entre contraintes et nécessité de s'adapter à différents types de classe. *Actes du XXXV° colloque COPIRELEM*. IREM Aquitaine, 41-62.

CLOT, Y., 1999, *La fonction psychologique du travail*, Paris : PUF.

CLOT, Y.& FAÏTA, D., *2001, Genres et styles en analyse du travail*. *Concepts* et *méthodes*. Travailler, 6, 7-42.

ROBERT, A., ROGALSKI, J., 2002, Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies* **2(4),** 505-528.

VANNIER M.P., (2003), Dimensions sensibles des situations de tutelle et travail de l'enseignant de mathématiques – présentation de thèse ». *Actes du XXXème Colloque COPIRELEM – Avignon 2003,* IREM de Marseille et l'Université de la Méditerranée, 149-156.

ÉVALUER LES COMPÉTENCES NUMÉRIQUES À L'ENTRÉE AU CP

Alex CABROL
(CPC Montpellier-Est, IREM Montpellier)

Roland GISPERT
(PEMF école Boulloche Montpellier, IREM Montpellier)

Michel RAMOS
(Formateur en pédagogie générale à l'IUFM Montpellier)
michel.ramos@montpellier.iufm.fr

L'atelier visait à évaluer et améliorer un outil sur l'évaluation, à l'entrée au CP, des compétences dans le domaine numérique telles qu'elles sont définies dans les programmes de 2002 comme devant être acquises à la fin de l'école maternelle[1].

1. Introduction

Un premier temps de présentation a permis de rappeler plusieurs points :

L'origine de l'outil : construit dans le cadre d'un groupe départemental héraultais consacré à la production de ressources et de stages de formation continue consacrés à l'évaluation en général et composé de professionnels de l'Inspection académique de l'Hérault et de l'IUFM de Montpellier.

L'objectif de l'outil : aider les enseignants, en début de CP, à recueillir des éléments de diagnostic individuel à même de faciliter la mise en place de dispositifs d'apprentissage adaptés.

Le contenu de l'outil : il a été construit à partir des 8 compétences numériques présentes en fin d'école maternelle. Pour chaque compétence, une épreuve est proposée.

1. connaître la comptine numérique orale au moins jusqu'à trente
2. associer le nom des nombres connus avec leur écriture chiffrée en se référant à une bande numérique
3. dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus
4. reconnaître globalement et exprimer de très petites quantités (de un à trois ou quatre)
5. reconnaître globalement et exprimer des petites quantités organisées en configurations connues (doigts de la main, constellation du dé)
6. comparer des quantités, en utilisant des procédures non numériques ou numériques
7. réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets qu'une autre collection (visible ou non, proche ou éloignée), en utilisant des procédures non numériques ou numériques, oralement ou avec l'aide de l'écrit
8. résoudre des problèmes portant sur les quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) en utilisant les nombres connus sans recourir aux opérations usuelles

L'actualité de l'outil : construit au départ sur les compétences des programmes 2002, il s'adapte tout à fait aux compétences des programmes 2008. Par ailleurs, le Bulletin Officiel n°45 du 27 novembre 2008

[1] Des outils d'évaluation numérique au cycle 2, issus de recherches et parfois reproduits par le MEN (2005), existent depuis les années 1990. Par exemple :

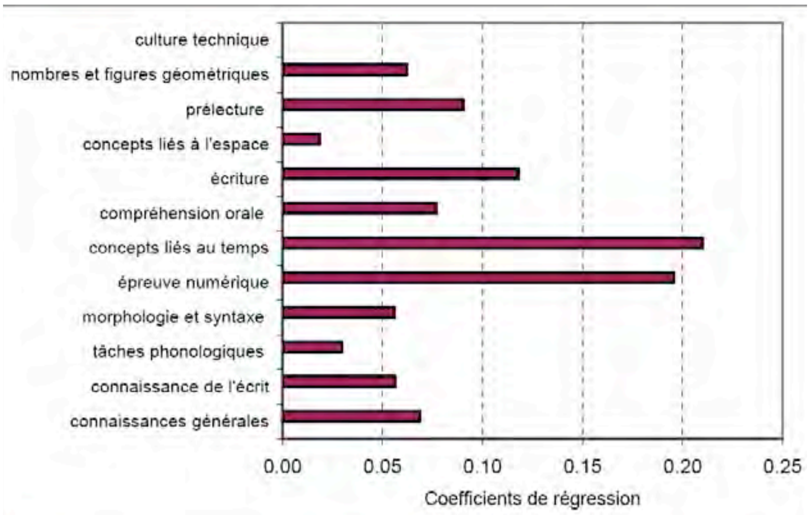
- IREM d'Aquitaine, Groupe Gironde (nouvelle édition 2000). ***Évaluation au CP. Construction du nombre et de l'addition. Quatre étapes pour une évaluation continue en 1ère partie de cycle.***
- Groupe ERMEL (1990). ***Apprentissages numériques en GS***. Hatier. (Cf. le chapitre *Début d'année en GS* qui détaille les items d'une évaluation diagnostique).
- MEN/DESCO (2005). Annexe « Repérage des compétences numériques » du document d'accompagnement des programmes 2002, ***Vers les mathématiques à la maternelle.*** CNDP
- MEN/DEGESCO/EDUSCOL (2010), ***Aide à l'évaluation des acquis des élèves en fin d'école maternelle***.

sur la mise en œuvre du livret scolaire à l'école précise que « dès l'école maternelle, les élèves acquièrent des connaissances et des compétences qui servent d'appui aux enseignements de l'école élémentaire. C'est pourquoi, un bilan des acquisitions de l'école maternelle, réalisé en référence aux programmes, est effectué en fin de grande section et joint au livret scolaire. »

L'importance des compétences numériques à la sortie de l'école maternelle pour la suite de la scolarité : une étude récente[2], basée sur un suivi de cohorte (Panel CP 1997), pointe l'importance pour la réussite ultérieure au collège en mathématiques comme en français, des compétences construites dans le domaine numérique dès la maternelle :

Les évaluations de CP permettent de différencier différents domaines dans les acquisitions des élèves. Le graphique suivant fait apparaître les liens statistiques entre chacune de ces dimensions et le score global des élèves à l'évaluation de 6ème. Les coefficients standardisés permettent de comparer directement les impacts des différents scores sur le score global (français et mathématiques).

Deux dimensions semblent particulièrement prédictives de la réussite à l'entrée en 6ème, il s'agit des concepts liés au temps et des compétences dans les épreuves numériques. (…) Les acquis des élèves à l'entrée à l'école élémentaire n'ont donc pas tous le même poids et certains apparaissent, plus que d'autres, jouer un rôle déterminant dans la réussite ultérieure. C'est donc le cas pour les concepts liés au temps et les compétences numériques, ces deux dimensions expliquant à elles seules plus de 35% de la variance du score global à l'entrée au collège. Ce résultat est à nos yeux de toute importance dans la mesure où l'on doit s'interroger sur les conditions qui ont permis aux élèves, avant l'école élémentaire, de développer des compétences dans ces deux domaines essentiels.



Graphique 2 : Effets des différentes dimensions de l'évaluation de début CP sur le score à l'entrée en 6ème (panel 1997)

Ce premier temps de présentation a également permis de brosser à grands traits les principales caractéristiques de l'outil (passation individuelle accompagnée par l'enseignant, deux à trois épreuves pour chacune des huit compétences évaluées, matériel prêt à photocopier fourni, …) et de rendre compte très rapidement de quelques premières observations liées à des passations.

2. Premiers essais, premiers résultats

L'outil a été testé au mois de février 2010, auprès d'enfants de CP, dans une école élémentaire classée en Réseau Ambition Réussite de Montpellier.

[2] Suchaut Bruno (Irédu-CNRS et Université de Bourgogne), Le rôle de l'école maternelle dans les apprentissages et la scolarité des élèves, ***Conférence pour l'A.G.E.E.M., Bourges, 30 janvier 2008***, pp 4-5

Les premiers tests ont concerné deux élèves de niveaux différents, l'une présentant de grosses faiblesses (B) en mathématiques, l'autre étant assez à l'aise dans ce domaine (A), et se sont déroulés sur le temps de l'aide personnalisée. L'objectif de ce test n'est pas d'évaluer tous les élèves mais uniquement ceux pour lesquels une inquiétude existe. La passation a duré pour chacun deux séances de 20 minutes.
Il s'agissait pour nous de tester en premier lieu l'outil que nous avions construit, sa faisabilité, son ergonomie, son adaptation au niveau des élèves, la compréhension des consignes.
Tout le matériel prévu dans le test avait été reproduit puis plastifié de telle manière qu'on puisse écrire dessus avec des feutres adaptés. Pour les épreuves nécessitant du matériel (compétence 7 : réaliser une collection qui comporte la même quantité d'objets), des cubes empilables de la classe ont été utilisés.

Les observations :

Elève A : toutes les épreuves sont réussies rapidement en utilisant des procédures expertes, comptage avec pointage des éléments et mise en mots aisée.
Pour une enfant de CP en février, les épreuves ne présentent donc aucune difficulté, les consignes sont comprises et certaines épreuves reconnues par l'élève avant la consigne : « c'est comme avec la maîtresse.»

Elève B : 4 épreuves sur 6 effectuées n'ont pas été parfaitement réussies :

Compétence 1 : connaître la comptine numérique jusqu'à 30.

- Arrivée à vingt-neuf, l'élève continue vingt-dix : dans les deux épreuves (en commençant à 1 et en commençant à 15).

Compétence 2 : associer le nom des nombres connus et leur écriture chiffrée, avec ou sans le support de la bande numérique mise à disposition.

- Pour 13, l'élève se sert de la bande numérique et compte à partir de 10 : 11, 12, 13.
- Pour 24, elle fait de même et compte à partir de 10.

Compétence 5 : reconnaître globalement des collections organisées.

- L'élève ne reconnaît pas les collections en deux parties.

Compétence 6 : comparer des quantités.

- L'élève sait réaliser des comparaisons par procédure numérique mais elle n'est pas capable d'expliciter ce qu'elle a fait. Elle dit « je vois qu'il y en a beaucoup et pas là » répété sur chacune des trois épreuves.

Il semble donc, à la suite de cette première utilisation de l'outil, destinée à le tester, que ce dernier permette de mieux appréhender les spécificités d'un élève particulier dans le domaine de la numération. Cette étape n'est évidemment pas suffisante. Ce premier essai mériterait d'être complété par un test réalisé sur une plus grande échelle avec des élèves de CP en début d'année, pour asseoir sa pertinence.

3. Consignes de travail pour les participants de l'atelier

A la suite de ce court temps de présentation, l'atelier a été entièrement consacré aux travaux des participants, sur la base de la consigne suivante :
Pour une compétence donnée :

- *Étudier l'adéquation entre la tâche et la compétence en termes d'obstacles, de variables (spatiales, numériques, matériau, …) de modalités de passation (oral, individuel, durée, etc.).*
- *Proposer des améliorations possibles de l'outil.*
- *Proposer, en correspondance, des activités de remédiation.*

4. Réflexions et apports des participants à l'atelier

1 COMPÉTENCE 1 : CONNAÎTRE LA COMPTINE NUMÉRIQUE ORALE AU MOINS JUSQU'À 30

1.1 Épreuves présentées :

Epreuve 1 :

Demander à l'enfant de compter en commençant à 1

sait compter jusqu'à 30 sans erreur

sait compter jusqu'à 30 avec une relance de l'enseignant

sait compter jusqu'à 20 sans erreur

sait compter jusqu'à 10 sans erreur

ne sait pas compter jusqu'à 10

Epreuve 2 :

Demander à l'enfant de compter en commençant à 15

sait compter jusqu'à 30 sans erreur

sait compter jusqu'à 30 avec une relance de l'enseignant

sait compter jusqu'à 20 sans erreur

n'est pas capable de compter en commençant à 15

1.2 Commentaires sur ces épreuves :

Pour les participants à l'atelier, il ne s'agit pas de « compter jusqu'à …» mais bien de réciter une série de mots ordonnés sans lien avec une quantité quelconque.
Pour la consigne, on utilisera naturellement la formulation usuelle de la classe pour désigner la comptine numérique, on veillera à ce que les élèves ne puissent pas visualiser la suite des nombres pendant la passation.
Si la connaissance de la comptine numérique semble indispensable à tous les participants, il semble que ce soit son utilisation aisée qui soit attendue. Il s'agit donc de vérifier que les élèves savent la réciter à partir de n'importe quel nombre et qu'ils savent également l'utiliser dans les deux sens, compétence non explicite dans les programmes de CP, même si le verbe « connaître » la comptine est suffisamment flou pour permettre toute interprétation.

1.3 Épreuves transformées :

Epreuve 1 : Demander à l'enfant de dire la comptine des nombres en commençant à 1 (ne pas limiter à 30)
L'enfant sait réciter jusqu'à … sans erreur

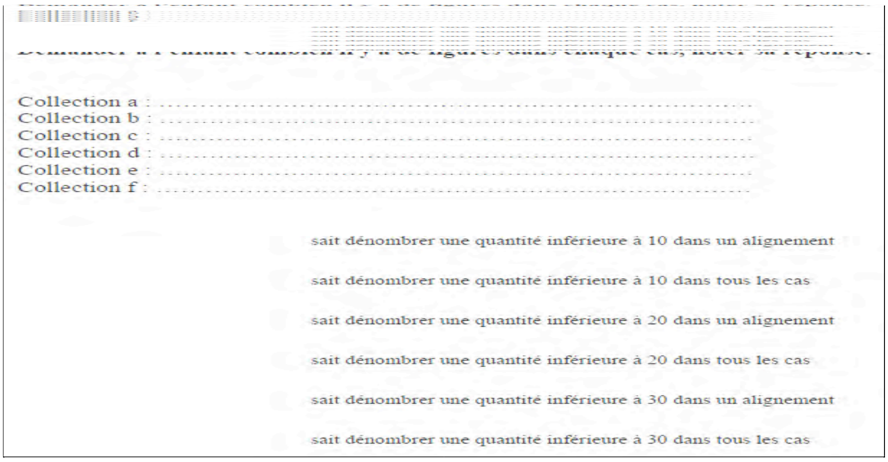
Epreuve 2 : Demander à l'enfant de dire la comptine en commençant à 6
L'enfant sait réciter jusqu'à … en commençant à 6

Epreuve 3 : Demander à l'enfant de dire la comptine en commençant à 21
L'enfant sait réciter jusqu'à … en commençant à 21

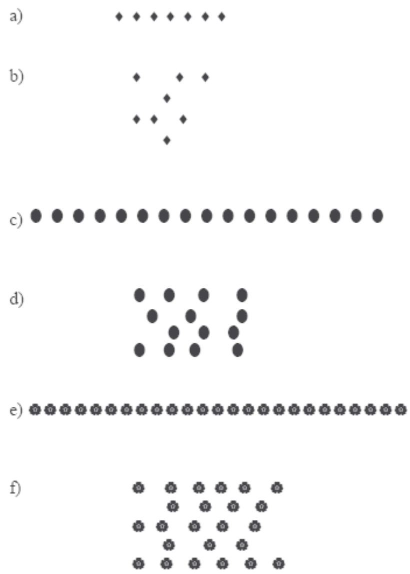
Epreuve 4 : Demander à l'enfant de dire la comptine à l'envers en commençant à 9
L'enfant sait réciter la comptine à l'envers en commençant à 9

2 COMPÉTENCE 3 : DÉNOMBRER UNE QUANTITÉ EN UTILISANT LA SUITE ORALE DES NOMBRES CONNUS

2.1 Épreuve présentée[3] :


Collection a : ……………………………………
Collection b : ……………………………………
Collection c : ……………………………………
Collection d : ……………………………………
Collection e : ……………………………………
Collection f : ……………………………………

sait dénombrer une quantité inférieure à 10 dans un alignement
sait dénombrer une quantité inférieure à 10 dans tous les cas
sait dénombrer une quantité inférieure à 20 dans un alignement
sait dénombrer une quantité inférieure à 20 dans tous les cas
sait dénombrer une quantité inférieure à 30 dans un alignement
sait dénombrer une quantité inférieure à 30 dans tous les cas



2.2 Commentaires des participants :

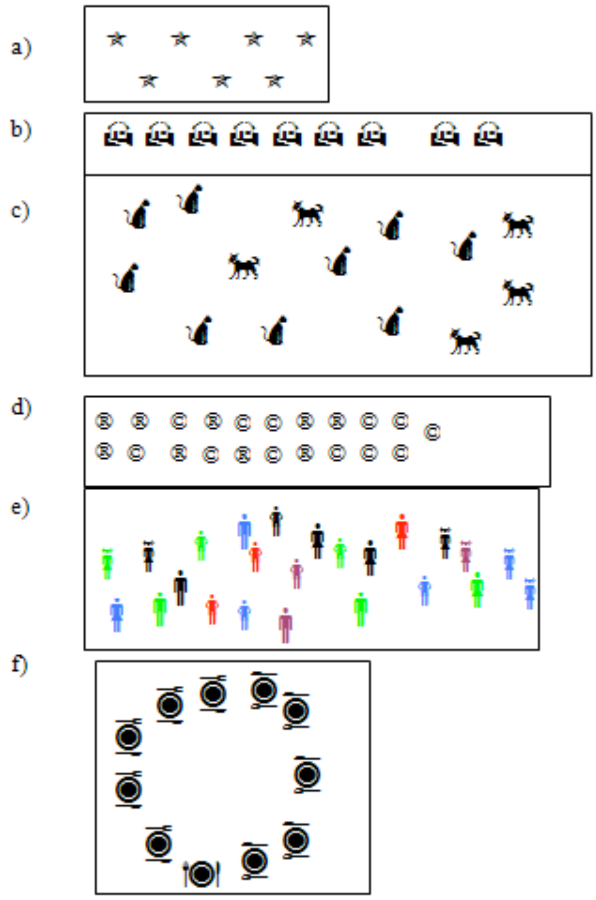
Le type de tâche et la consigne sont à clarifier en précisant la consigne donnée à l'enseignant qui fait passer l'épreuve et celle donnée à l'enfant. On préfèrera une question directe qui identifie ce que doit dire l'enseignant dans chaque cas. Par exemple : « Combien y a-t-il de … ? ».
Les situations de dénombrement proposées ne font changer qu'une seule variable, la linéarité des objets. Il est proposé de modifier la présentation des objets en les espaçant, en les mettant en cercle, de manière organisée, désorganisée.
Pour s'abstraire de la qualité physique des objets (différents jouets par exemple), le contenu des collections est à faire évoluer en présentant d'abord des collections homogènes d'objets identiques puis des collections hétérogènes d'objets disparates
Afin d'éviter toute confusion, il est conseillé de séparer les différentes collections en les présentant dans des étiquettes qui seront découpées.
On peut également utiliser des objets réels déplaçables pour vérifier les enfants qui ont une stratégie, une démarche.
On préconise la rédaction d'un guide d'utilisation pour l'enseignant précisant en particulier si l'usage d'un objet marqueur est autorisé afin de faciliter le dénombrement.

3 A noter la difficulté à réussir cette épreuve si la comptine n'est pas suffisamment sue.
Note du CS : cette épreuve ne peut donc être proposée que dans le champ de connu de la comptine.

Un guide d’observation est également à construire en utilisant par exemple les compétences d’énumération de Joël Briand[4] :

> *Pour compter le nombre d’éléments d’une collection finie montrée, l’élève doit nécessairement :*
> *Être capable de distinguer deux éléments différents d’un ensemble donné*
> *Choisir un élément d’une collection*
> *Énoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mots nombres)*
> *Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis*
> *Concevoir la collection des objets non encore choisis*
> *Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) 2-3-4-5 tant que la collection des objets à choisir n’est pas vide*
> *Savoir que l’on a choisi le dernier élément*
> *Énoncer le dernier mot-nombre.»*

2.3 Épreuve transformée :



Consignes :

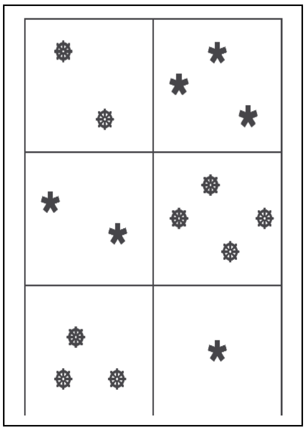
A – Combien y a-t-il d’étoiles ?
B – Combien y a-t-il de maisons ?
C – Combien y a-t-il d’animaux ?
D – Combien y a-t-il de lettres ?
E – Combien y a-t-il de personnages ?
F – Combien y a-t-il d’assiettes ?

4 Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs prénumériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine prénumérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(1), 41-76.

3 COMPÉTENCE 4 : RECONNAÎTRE GLOBALEMENT ET EXPRIMER DE TRÈS PETITES QUANTITÉS.

3.1 Épreuve présentée :

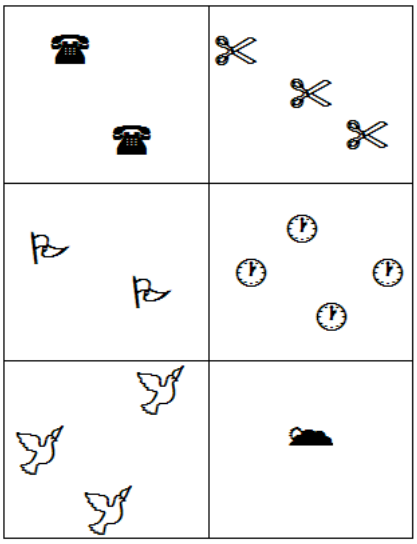
Montrer rapidement (une seconde) les cartes montrant des collections d'objets et demander leur nombre.



3.2 Commentaires des participants :

Un guide d'utilisation pour l'enseignant(e) est préconisé afin de faciliter l'exécution.
Modifier la consigne car ce que l'on demande ce n'est pas le nombre mais la quantité d'objets représentés.
Préférer une formulation directe : « Combien y a-t-il de ... ? »
Préférer des objets concrets qui facilitent la compréhension et favorisent la signification des cartes.

3.3 Épreuve transformée :

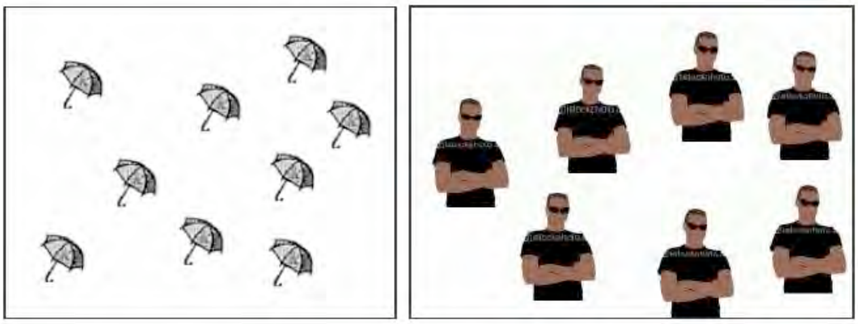


4 COMPÉTENCE 6 : COMPARER DES QUANTITÉS EN UTILISANT DES PROCÉDURES NON NUMÉRIQUES OU NUMÉRIQUES

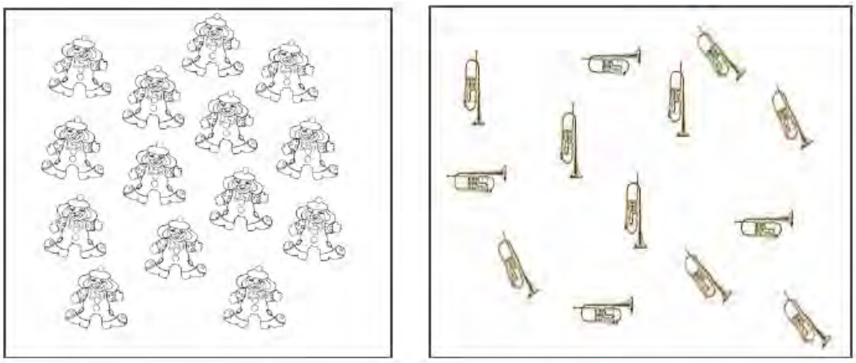
4.1 Épreuves présentées :

Épreuve 1 :
Tous les personnages auront-ils un parapluie ? **Pourquoi ? Comment fais-tu pour le savoir ?**

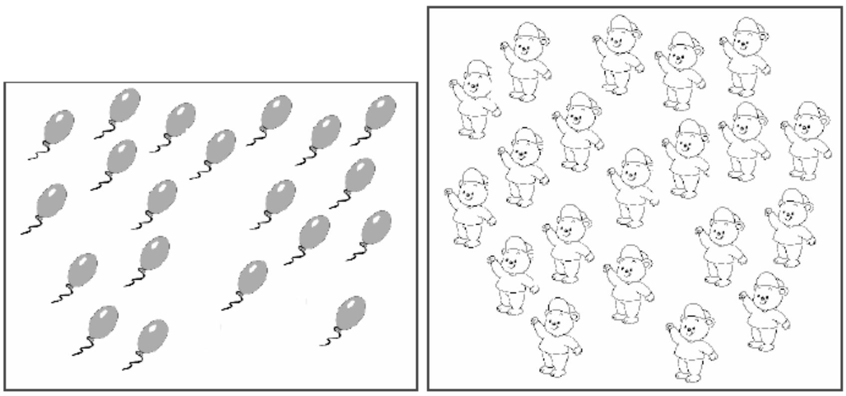
Sait comparer des quantités OUI NON
En comptant par une correspondance terme à terme
Utilise un vocabulaire approprié OUI NON



Épreuve 2 :
Tous les clowns auront-ils une trompette?



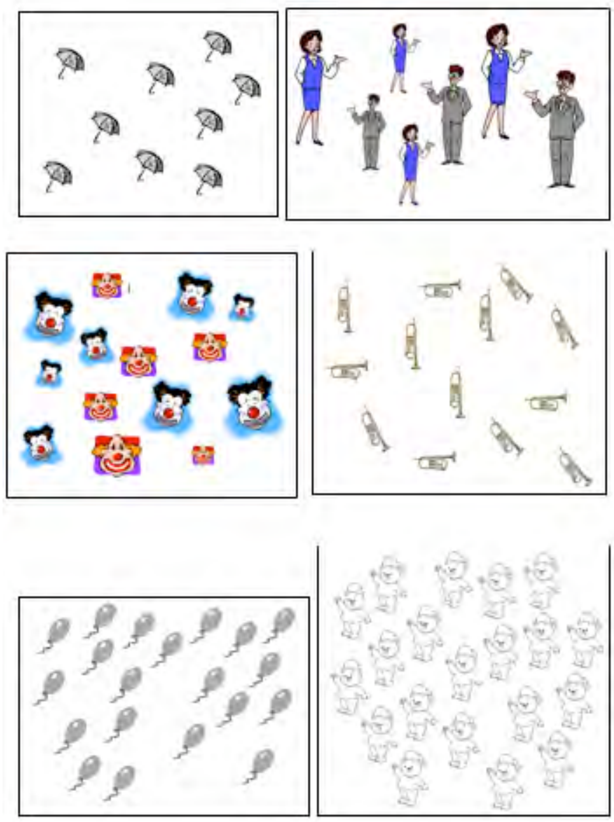
Épreuve 3 :
Tous les ours auront-ils un ballon ?



4.2 Commentaires des participants :

Dans l'épreuve 1, intégrer des personnages féminins.
Dans toutes les épreuves, modifier la consigne en demandant : « Y a-t-il plus de parapluies que de personnages ? » « Comment fais-tu pour le savoir ? ».
La comparaison des quantités n'est en lien ni avec la taille des objets, ni avec l'occupation de l'espace. Il faut donc veiller à faire intervenir ces deux variables.

4.3 Épreuves transformées :



Au final, le temps imparti à l'atelier n'a pas permis d'examiner l'ensemble de l'outil. Il a en revanche clairement mis en évidence, par la vivacité des échanges et l'intérêt manifeste des participants, le fait que davantage que le résultat fini, c'est la construction de la grille d'évaluation qui constitue un moment important de réflexion collective, d'échanges, de confrontation et finalement de formation sur les mathématiques convoquées par l'outil.

ANALYSE D'UNE SÉQUENCE DE CLASSE VISANT À ÉVALUER ET À RENFORCER LA COMPRÉHENSION DU SYSTÈME DÉCIMAL AU COURS PRÉPARATOIRE

Patrick GIBEL
IUFM d'Aquitaine, Université Bordeaux IV
patrick.gibel@aquitaine.iufm.fr

M'hammed ENNASSEF
IUFM d'Aquitaine, Université Bordeaux IV
mhamed.ennassef@aquitaine.iufm.fr

Résumé
L'objet de cet atelier est de permettre un questionnement sur les dispositifs d'évaluation de la compréhension du système décimal chez des élèves de Cours Préparatoire. Leur enseignante souhaite d'une part obtenir une information sur la capacité de ses élèves à réinvestir, en situation, leurs connaissances du système décimal et d'autre part, leur permettre l'accès aux critères d'adéquation, de validité et d'économie du raisonnement qui sous-tend leurs procédures.
Cette double exigence va la conduire à mettre en place une situation adidactique s'appuyant sur une ingénierie initialement produite au COREM[1] et adaptée à sa classe.
Modalités de l'atelier : Après une présentation du cadre théorique ayant permis l'élaboration de la séquence, les participants ont effectué une analyse a priori de la situation (variables didactiques, procédures envisagées, difficultés prévisibles, modalités et critères d'évaluation). La mise en commun de cette analyse et le visionnage de la vidéo de la séquence réalisée en 2009 nous ont conduits à réfléchir, dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques (TSD), aux fonctions des situations adidactiques du point de vue de l'évaluation et du renforcement de l'acquisition des connaissances et des savoirs relatifs à la compréhension du système décimal.
Mots-clés
TSD, situation adidactique, représentations, nombres entiers, évaluation, système décimal, répertoire didactique, institutionnalisation, évaluation formative.

I - SITUATIONS D'ÉVALUATION DES CONNAISSANCES ET DES SAVOIRS

1 Construction et usages du répertoire didactique

1.1 Notion de répertoire didactique

L'ensemble des moyens que le professeur pense pouvoir attendre des élèves, par suite de son enseignement, constitue ce que nous appelons le répertoire didactique de la classe (Gibel, 2004). Par

[1] Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, École Michelet, Talence

conséquent l'enseignant identifie un répertoire didactique qu'il juge légitime d'utiliser dans la relation didactique compte tenu des institutionnalisations, afin de produire la solution ou la réponse attendue.

Guy Brousseau, dans le texte de sa conférence à l'UQAM[2] (Brousseau, 1988), définit l'institutionnalisation de la façon suivante :

> « La prise « officielle » par l'élève de l'objet de la connaissance et par le maître de l'apprentissage de l'élève est un phénomène social très important et une phase essentielle du processus didactique : cette double reconnaissance est l'objet de l'INSTITUTIONNALISATION[3]. »
> « L'institutionnalisation porte aussi bien sur une situation d'action - on reconnaît la valeur d'une procédure qui va devenir un moyen de référence - que sur la formulation. Il y a des formulations que l'on va conserver (« ça se dit comme ça », « celles-là valent la peine d'être retenues »). Et pour les preuves, de la même façon, il faut identifier ce qu'on retient des propriétés des objets qu'on a rencontrés. »

L'ensemble des moyens sémiotiques que le professeur met en œuvre, et ceux qu'il pense pouvoir attendre des élèves, par suite de son enseignement, constitue le répertoire didactique de la classe. Ce terme désigne aussi l'ensemble des procédés qui vont permettre à l'élève de générer de nouvelles connaissances à partir de ses connaissances antérieures, et de nouveaux énoncés (calculs, formules, déclarations).

La fonction du répertoire est de faciliter le travail et la communication dans la classe, notamment en donnant à l'élève les moyens de produire ou de retrouver, et donc de mettre en œuvre, au moment voulu, une action, une suite d'actions, une formulation ou une justification (Gibel, 2004).

1.2 Répertoire de représentations

Le répertoire de représentations est une composante du répertoire didactique. Il est constitué de signes, schémas, symboles, figures ; nous y incluons aussi, dans le cadre géométrique, les outils et leur(s) usage(s). Il convient d'y adjoindre également les éléments langagiers (énoncés oraux et/ou écrits), permettant de nommer les objets rencontrés, de formuler les propriétés et les résultats.

Le répertoire de représentations, défini par I. Bloch et P. Gibel (Bloch et Gibel, à paraître dans Recherches en Didactique des Mathématiques) comporte deux composantes liées à la chronogenèse (pour la première) ou au milieu de la situation :

- une composante liée au répertoire antérieur, c'est-à-dire les différentes représentations liées aux connaissances antérieures ;
- une autre composante, qui apparaît lorsque l'enseignant dévolue aux élèves une situation d'apprentissage : l'élève mobilise, par confrontation aux différents milieux, des connaissances de son répertoire. Cette utilisation des connaissances lui permet de manifester et de construire de nouvelles représentations liées à la situation. Cette composante relève de ce que nous appelons le *système organisateur*, que nous explicitons ci après.

Rappelons que selon Brun (1994) les représentations sont "l'interface entre connaissances et situation", ce qui est en adéquation avec la notion de répertoire de représentations tel que nous l'avons précédemment défini.

---

[2] Université du Québec à Montréal

[3] En majuscule dans le texte initial

L'identification des deux composantes ci-dessus amène donc à distinguer dans le répertoire didactique deux types d'objets : d'une part la collection d'énoncés que nous appelons *registre des énoncés,* et d'autre part ce qui permet de l'organiser et de l'utiliser que nous désignons par *système organisateur,* tels que les a définis Gibel (2004).

Le système organisateur est ce qui permet à l'élève de retrouver ou de réactiver des énoncés déjà rencontrés dans des situations antérieures, mais aussi de générer de nouvelles formules en articulant entre eux certains énoncés, ou en les combinant entre eux afin de répondre à la situation. Dans la modélisation du fonctionnement des connaissances, en théorie des situations, celles-ci apparaissent comme les moyens hypothétiques, pour le sujet, de prendre des décisions afin de produire des actions, des formulations ou des justifications.

L'observateur, qui souhaite effectuer l'analyse didactique du fonctionnement des connaissances des différents protagonistes, peut espérer avoir accès au répertoire didactique de la classe. Sachant, bien évidemment, que le répertoire effectif d'un élève, c'est-à-dire le répertoire dont dispose effectivement l'élève lorsqu'il est confronté à la situation, peut être différent du répertoire didactique de la classe.

Les situations choisies par l'enseignant déterminent très fortement la capacité de l'élève à organiser, en confrontation aux milieux proposés, ses procédures de résolution et donc son répertoire (Bloch et Gibel, ibidem).

Le répertoire didactique de la classe doit être élaboré de manière à permettre à l'élève d'organiser la collection des énoncés dont il dispose. Ainsi il permet à l'élève de faire l'inventaire de l'ensemble des énoncés, en lui offrant ainsi la possibilité de retrouver des tâches, des actions, des méthodes, des formulations et des justifications.

1.3 Répertoire de représentations, répertoire de décisions et répertoire d'actions

L'ingénierie mise en œuvre, dans le cadre de cette recherche, repose sur la dévolution aux élèves d'une situation de jeu Sa résolution repose, chez les élèves, sur l'usage de leur répertoire de représentations. En effet ces derniers, pour répondre à la situation, devront se référer à des situations rencontrées précédemment, afin de se représenter, autrement dit d'interpréter, l'écriture chiffrée du nombre, servant de support à la situation de jeu. Ainsi, par l'usage de leur répertoire de représentations, ils décideront de la mise en œuvre d'une suite d'actions sur le milieu matériel. Cette suite d'actions, valides ou erronées, relève de leur répertoire didactique, plus précisément du fonctionnement de leur système organisateur.

Le schéma ci-dessous permet de modéliser le fonctionnement du répertoire didactique de l'élève confronté à une situation à dimension adidactique.

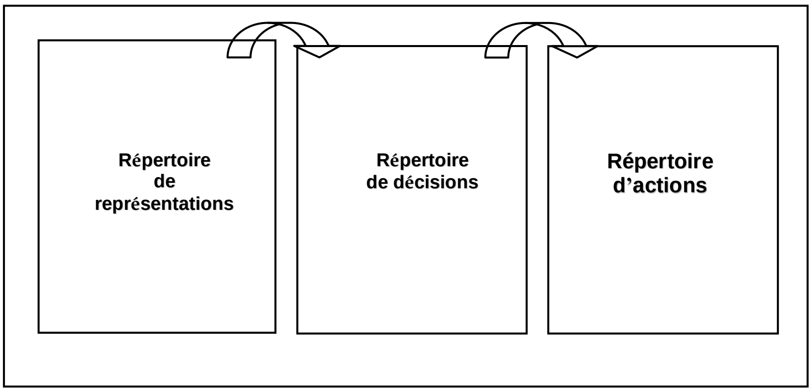


Schéma 1

Modélisation du fonctionnement
du répertoire didactique de
l'élève

Nous analyserons, en TSD, à partir des procédures mises en œuvre par les élèves, les savoirs et les connaissances mobilisés en situations adidactiques, nous expliciterons, pour les lecteurs non familiarisés avec la TSD, la notion de situation adidactique dans le paragraphe 2.

L'évolution des procédures mises en œuvre par les élèves au cours des jeux successifs, constitue pour nous un indice significatif de l'apprentissage des élèves. Le dispositif mis en œuvre vise à permettre à l'enseignant de déterminer quelles sont les représentations des élèves, concernant le système décimal, et la manière dont elles évoluent au cours de la séquence.

Notre objectif est double : d'une part évaluer la capacité des élèves à mobiliser les connaissances et les savoirs, dont ils sont censés disposer compte-tenu du répertoire didactique de la classe, pour répondre à la situation et ainsi faire gagner leur équipe, d'autre part prendre comme objet d'étude l'évolution de leurs stratégies au cours des différents jeux compte-tenu de l'évolution des valeurs des variables didactiques.

2 Définitions et classification des situations en TSD

2.1 Notion de situation

Nous commençons tout naturellement par définir la notion de " situation " : les conditions d'une utilisation particulière d'une connaissance mathématique sont considérées comme formant un système appelé "situation".

A chaque objet de savoir mathématique, on peut associer un ensemble de situations dont la résolution nécessite la mise en œuvre de cet objet de savoir. Certaines de ces situations sont des situations d'enseignement (situations didactiques) d'autres sont des situations non didactiques.

2.2 Classification en TSD des différents types de situation d'enseignement : situation didactique, situation adidactique

En TSD la notion de « situation didactique » se définit de la façon suivante :

Situation didactique (spécifique d'une connaissance) : c'est un ensemble de rapports établis explicitement et/ou implicitement entre un élève (un groupe d'élèves), un certain milieu (instruments ou objets) et un système éducatif (l'enseignant) aux fins de faire approprier aux élèves un savoir constitué ou en voie de constitution.

Nous allons à présent définir la notion de situation adidactique : une situation adidactique est un problème particulier de mathématique, que l'on peut associer à l'enseignement d'un savoir bien identifié. Ce savoir doit être le moyen privilégié de solution ; les autres savoirs et connaissances disponibles qui pourraient permettre à sa place la résolution doivent être trop coûteux à mettre en œuvre.

Guy Brousseau précise (Brousseau, 1997) :

> « Les situations adidactiques sont les situations d'apprentissage dans lesquelles le maître a réussi à faire disparaître sa volonté, ses interventions, en tant que renseignements déterminants de ce que l'élève va faire : ce sont celles qui fonctionnent sans l'intervention du maître au niveau des connaissances ».

La situation de jeu, que nous allons étudier est une situation adidactique assimilable à une « situation d'action » qui se caractérise ainsi :

Elle consiste à placer l'enfant devant une situation, telle

- qu'elle pose à l'élève un problème dont la meilleure solution, dans les conditions proposées, est la connaissance à enseigner
- qu'il puisse agir sur elle et qu'elle lui renvoie de l'information sur son action.

Une bonne situation d'action n'est pas uniquement une situation de manipulation libre ou selon un ordre. Elle doit permettre à l'élève de juger le résultat de son action, d'ajuster cette dernière sans l'intervention du maître grâce à la rétroaction (information de retour) de la part de la situation.

Pour évaluer les connaissances des élèves relatives au système décimal, il est donc nécessaire de proposer aux élèves une situation à dimension adidactique, c'est-à-dire telle que les conditions qui la définissent requièrent, chez les élèves, la mobilisation de leurs connaissances pour répondre à la situation.

Nous allons, dans le paragraphe suivant, revenir sur la notion d'évaluation formative. Nous essaierons de justifier les raisons pour lesquelles la confrontation des élèves à une situation d'action satisfait aux critères qui définissent la notion d'évaluation formative.

3 Notion d'évaluation formative

L'évaluation formative est définie par Rieunier de la façon suivante (Rieunier 1978) : « évaluation continue des processus d'apprentissage, elle a pour but d'informer l'apprenant puis l'enseignant sur le degré d'atteinte des objectifs. ».

Vandevelde (1982) apporte des précisions à la précédente définition : « c'est une évaluation intervenant, en principe, au terme de chaque tâche d'apprentissage et ayant pour objet d'informer du degré de maîtrise atteint et / ou de découvrir où, et en quoi, un, des, les élèves éprouvent des difficultés d'apprentissage non sanctionnées comme erreurs ; en vue de proposer ou de faire découvrir des stratégies susceptibles de permettre une progression (remédiations). ».

Pour Vandevelde l'enseignement, l'apprentissage et l'évaluation ne sont pas envisagés comme des moments distincts de la démarche pédagogique, mais plutôt dans leur dynamique au sein de cette démarche. Ce type d'évaluation peut donc être considéré comme partie intégrante du processus d'apprentissage. Sa fonction principale n'est pas de sanctionner la réussite ou l'échec, mais de révéler et soutenir la démarche d'apprentissage des élèves. Elle permet la prise de décision pour ce qui concerne la conduite du professeur et la démarche de l'élève.

Elle représente toutes les formes d'évaluation pédagogique proposées pendant une séquence d'apprentissage et qui ont vocation à donner un feedback, à l'apprenant et à l'enseignant, sur le déroulement de l'apprentissage et le processus d'apprentissage, en fournissant des informations pertinentes pour la régulation des conditions de l'apprentissage et l'adaptation, l'ajustement des activités pédagogiques aux caractéristiques des élèves.

Cette évaluation est donc utile à l'élève : pour lui indiquer les étapes qu'il a franchies, les difficultés qu'il rencontre, ses acquis, ses lacunes, pour l'aider à repérer, comprendre, interpréter et corriger ses erreurs. De plus elle est utile à l'enseignant pour lui indiquer comment se déroule l'acquisition des connaissances, quels sont les obstacles auxquels il se heurte dans la construction du répertoire de représentations de l'élève. C'est pour l'enseignant un moyen de vérifier la compréhension des notions qui viennent d'être abordées en observant, en situation, la mise en œuvre des connaissances des élèves.

4 Évaluation formative et situation adidactique

L'enseignant a donc la possibilité de déterminer l'écart entre le répertoire didactique de l'élève et le répertoire didactique de la classe en s'appuyant sur les connaissances et les savoirs mobilisés par l'apprenant pour répondre à la situation. La nature de cette dernière joue un rôle essentiel, l'adidacticité de la situation offre à l'élève la possibilité de décider des moyens, connaissances et savoirs, qu'il souhaite mettre à l'épreuve pour parvenir à l'attendu.

De plus les décisions de l'élève, dépendent fortement de son répertoire de représentations comme cela apparait sur le schéma 1, qui illustre le fonctionnement du répertoire didactique de l'élève confronté à une situation adidactique. Ainsi la situation adidactique, telle qu'elle est définie par Brousseau, vérifie les conditions qui définissent l'évaluation formative, en s'attachant à donner à l'élève une rétroaction de façon à ce qu'il puisse prendre conscience du résultat de son action.

Ce type d'évaluation s'intéresse donc plus particulièrement aux démarches de l'apprenant et/ou à la réalisation des productions dans le but d'identifier les difficultés de l'apprenant et d'en déterminer l'origine. » comme le soulignent Allal L., Cardinet J. et Perrenoud P. (1979) :

> « Pendant la totalité d'une période consacrée à une unité de formation, les procédures d'évaluation formative sont intégrées aux activités d'enseignement et d'apprentissage. Par l'observation des élèves en cours d'apprentissage, on cherche à identifier les difficultés dès qu'elles apparaissent, à diagnostiquer les facteurs qui sont à l'origine des difficultés de chaque élève et à formuler, en conséquence, des adaptations individualisées des activités pédagogiques. Dans cette optique, toutes les interactions de l'élève (avec le maître, avec d'autres élèves, avec un matériel pédagogique) constituent des occasions d'évaluation (ou d'auto-évaluation) qui permettent des adaptations de l'enseignement et de l'apprentissage. La régulation de ces activités est donc de nature interactive. Le but est d'offrir une « guidance » individualisée en cours d'apprentissage plutôt qu'une remédiation *a posteriori*.»

Dans l'ingénierie étudiée, la situation d'action offre à l'élève la possibilité d'avoir un retour sur la validité et la pertinence de ses actions et elle est complétée par une phase didactique assimilable à une régulation des apprentissages comme nous l'expliciterons dans le paragraphe qui suit.

II - PRÉSENTATION ET ANALYSES DE LA SÉQUENCE

1 Présentation de la séquence expérimentée

1.1 Présentation succincte de la situation de jeu

La situation est proposée à des élèves de Cours Préparatoire au cours du troisième trimestre. Elle repose sur la dévolution d'un jeu de communication visant à mettre en relation l'écriture chiffrée (usuelle) d'un nombre et la collection correspondante structurée par la mise en œuvre des groupements (dizaines, centaines). Les nombres proposés aux élèves sont compris entre 78 et 148.

C'est une situation potentiellement adidactique, assimilable à une situation d'action au sens de la TSD.

Cette situation de jeu a été initialement produite et expérimentée au Centre d'Observation et de Recherches pour L'Enseignement des mathématiques (C.O.R.E.M), en début d'année scolaire, à des élèves de CE1. Ce jeu a été initialement élaboré par S. Gairin-Calvo, membre de l'équipe des concepteurs de séquences, pour le cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2). Nous avons modifié la séquence pour l'adapter à la classe de CP de façon à l'intégrer dans la progression[4] de l'enseignante en s'attachant à ne pas dénaturer la situation initiale c'est-à-dire en conservant le caractère adidactique de la situation de jeu et en modifiant, lors du second jeu, les variables didactiques de façon à créer les conditions qui requièrent l'usage de la stratégie attendue.

Le jeu se joue par équipe, chacune d'elles étant constituée de deux binômes : un binôme émetteur, les préparateurs, et un binôme récepteur. Les préparateurs ouvrent une enveloppe dans laquelle ils découvrent un nombre, écrit en chiffres. Ils doivent réaliser, à partir du matériel à leur disposition, la collection de haricots correspondant au nombre figurant dans l'enveloppe.

Lorsque les préparateurs ont réalisé la collection, ils la mettent dans la boîte et la portent aux récepteurs de leur équipe sans rien leur dire. Ces derniers, à partir de la collection réalisée, doivent écrire le nombre de haricots correspondant sur une feuille.

L'équipe a gagné si le nombre écrit par les récepteurs est identique à celui donné initialement aux préparateurs.

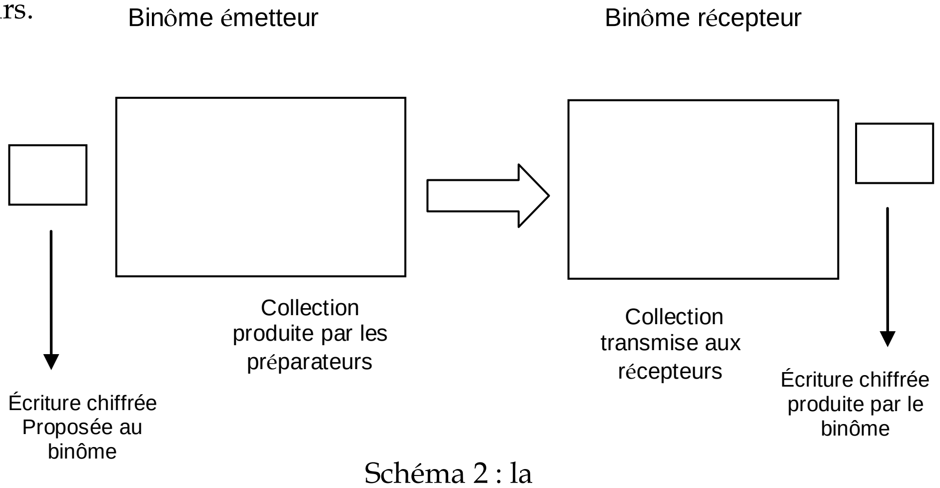


Schéma 2 : la situation de ieu

[4] Voir annexe 1 programmation sur les nombres où il faut noter que le jeu des fourmillions a précédé la séquence étudiée.

1.2 Objectif et place de la séquence dans la progression de l'enseignante

L'objectif principal de l'enseignante, au cours de la phase de jeu, est d'évaluer, en situation, les différents sens que les élèves donnent à l'écriture chiffrée d'un nombre en tenant compte du répertoire didactique de la classe. La séquence précédemment proposée aux élèves, « les fourmillions[5] », avait pour objectif, de permettre aux élèves d'effectuer le lien entre les groupements matériels réalisés (millier, centaine, dizaine et unité) par structuration de la collection et l'écriture chiffrée usuelle du nombre total d'éléments. Lors de cette dernière séquence, l'enseignante a fortement guidé les élèves dans les actions à réaliser en spécifiant, à chaque étape de la structuration de la collection, les groupements à produire. L'enseignante souhaite à présent, dans le cadre de cette séquence, évaluer la capacité de ses élèves à décider, par eux-mêmes, dans l'action, des décisions qu'ils souhaitent éprouver, d'où le choix d'une situation adidactique offrant aux élèves la possibilité de décider des moyens de leur répertoire didactique à mettre en œuvre pour répondre à la situation proposée.

1.3 Analyse a priori de la situation de jeu

Les éléments d'analyse *a priori* proposés dans ce compte-rendu d'atelier ont été produits en grande partie par les participants à l'atelier, nous avons fait le choix de compléter et de développer leurs propositions.

1. Sur le plan mathématique

Nature de la stratégie attendue : pour les élèves « émetteurs » c'est-à-dire jouant le rôle de préparateurs, la stratégie attendue, est la structuration de la collection par la réalisation des groupements par 10. Compte-tenu du choix des variables didactiques et des pré-requis (situation sur les fourmillions), cette procédure est la seule pertinente, fiable et efficace.

La stratégie attendue pour les récepteurs est l'écriture chiffrée (usuelle) du nombre d'éléments de la collection.

Procédures attendues présentées de façon détaillée et construites à partir du répertoire didactique de la classe : les préparateurs devront effectuer des groupements par dix, de manière à rendre visible la structuration de la collection c'est-à-dire les groupements correspondants aux dizaines et aux unités ou éventuellement aux centaines, dizaines et unités. La récursivité des groupements doit être apparente.

2. Sur le plan didactique

a) Nature de la situation

La situation de jeu est une situation d'action au sens de TSD, elle vise un réinvestissement des connaissances et des savoirs acquis lors des séquences précédentes (fourmillions), cependant ce qui diffère c'est que les élèves vont devoir décider des stratégies à adopter et prendre conscience de leur adéquation ou de leur inadéquation.

Pour l'enseignant celle-ci peut être considérée comme une situation d'évaluation formative.

b) Procédures de résolution envisagées (procédures valides, procédures erronées)

<u>Procédures envisagées pour les préparateurs</u>

---

[5] Le déroulement de la séquence « Les fourmillions » est proposé en Annexe 2

Procédure de dénombrement un à un sans réalisation de groupements.

Procédure de dénombrement par paquets de dix sans que les groupements soient apparents.

Procédures de réalisation de groupements autres que des groupements par 10.

Procédure de réalisation de groupements par 10 apparents et matérialisés.

Procédures envisagées pour les récepteurs

Dénombrement de la collection non structurée par un comptage un à un des éléments.

Réalisation des groupements et dénombrement des paquets de dix et des haricots restants.

Dénombrement des paquets de 10 (apparents et matérialisés), dénombrement des haricots isolés, traitement des informations et production de l'écriture chiffrée correspondante.

Comptage de dix en dix des groupements (par 10) réalisés et ensuite surcomptage des haricots pour obtenir le nombre total.

c) Principales variables didactiques de la situation

- Le matériel à disposition : l'enseignante a souhaité que les objets soient ceux utilisés lors de la situation des fourmillions, cependant elle a ajouté aux matériels précédemment utilisés (gobelet, sachet) de nouveaux matériels (enveloppes, petites boîtes, couvercles de petites boîtes). Ainsi les élèves vont devoir décider des matériels à utiliser.
- Le temps laissé aux binômes émetteurs et récepteurs pour réaliser la tâche dévolue ; dans le second jeu, le temps est restreint de façon à amener les équipes à optimiser leur stratégie.
- Le nombre d'éléments de la collection : si le nombre écrit est inférieur ou égal à 30, le dénombrement un à un est une stratégie envisageable voire même adéquate pour les préparateurs mais aussi pour les récepteurs.
  Si le nombre est supérieur à 30, alors la procédure de dénombrement un à un n'est pas fiable et ne peut pas permettre aux joueurs d'une même équipe de réussir compte-tenu du temps laissé aux équipes.

  Si le nombre est supérieur à 70, le dénombrement apparaît plus complexe, le comptage de dix en dix puis le surcomptage des haricots isolés est plus difficile (zone à risque).

  Si le nombre est un nombre à trois chiffres, la difficulté est plus grande, la procédure nécessite une interprétation de l'écriture chiffrée s'appuyant sur la récursivité des groupements.

d) Difficultés envisagées, difficultés prévisibles

Concernant les émetteurs : difficultés dans la lecture et l'interprétation du nombre écrit en chiffres.

Difficultés dans la réalisation de la collection d'haricots.

Concernant les récepteurs : Difficultés dans le dénombrement des collections et codage de ces collections avec un nombre en écriture chiffrée.

Difficultés de passage de la numération orale à la numération écrite (confusion).

La suite des nombres de 10 en 10 n'est pas stabilisée surtout après 70 (entre soixante-neuf et quatre-vingt-dix-neuf les règles de la numération orale ne sont pas les mêmes de un à soixante).

e) Aides envisagées

Possibilité d'utiliser la bande numérique ou le tableau des nombres jusqu'à 99 ou 100 pour repérer l'écriture des nombres.

f) Validation : c'est l'adéquation ou non entre l'écriture chiffrée donnée aux préparateurs et l'écriture produite par les récepteurs.

2 Les principaux résultats de l'évaluation à partir de la situation adidactique

2.1 Les résultats à l'issue du premier jeu

Le tableau 1 indique les résultats obtenus par chacune des équipes à l'issue du premier jeu.

	Équipe 1 Rouge	Équipe 2 Verte	Équipe 3 Blanche	Équipe 4 Bleue
Nombre donné aux préparateurs	97	88	78	148
Nombre produit par les récepteurs	1005	90	66	49
Collection produite par les préparateurs et transmise aux récepteurs	Collection structurée 8 paquets de 10 haricots et 1 paquet de 9 haricots et 7 haricots isolés.	Collection non structurée Les haricots sont placés, en vrac, dans un gobelet.	Collection structurée 7 paquets de 8 haricots.	Collection partiellement structurée 1 boîte de 1 haricot, de 4 sachets de 10 haricots et de 8 haricots isolés.
Procédure mise en œuvre	Réalisation de groupements, réalisation de 8 sachets de 10 et 1 sachet de 9 haricots ;	Réalisation de la collection par dénombrement un à un.	Réalisation de 7 sachets, chacun contenant 8 haricots.	Réalisation de 4 sachets de 10, 1 haricot est placé dans un couvercle de boîte, et 8 autres haricots sont aussi placés dans une autre boîte.

Tableau 1

Il fait apparaître, qu'aucune équipe n'a gagné lors de ce premier jeu. Le recours à une situation adidactique permet ainsi de mettre en évidence que la situation précédente « les fourmillions », ne conduit pas nécessairement les élèves à un réinvestissement, en situation de décodage puis de codage, de la stratégie induite par l'enseignante des groupements par 10 en s'appuyant, si nécessaire, sur la récursivité des groupements. En effet deux binômes préparateurs sur quatre ont eu recours à des procédures qui ne relevaient pas des groupements par 10. L'équipe 2 a fait le choix d'un recours au dénombrement un à un et l'équipe 3 a choisi d'effectuer des groupements par 8. Ce qui tend à établir que le sens de l'écriture chiffrée, découverte dans l'enveloppe, ne réfère pas nécessairement pour les élèves à la constitution des groupements par 10. Le répertoire de représentations des élèves diffère du répertoire de représentations de la classe, d'où le réel intérêt de cette situation adidactique, qui permet de mettre en lumière les représentations des élèves relatives à l'écriture chiffrée des nombres.

Les préparateurs de l'équipe 4 ont eu recours à la réalisation d'une collection structurée, cependant le codage de la « centaine », par la mise en place d'un haricot isolé, placé dans une boîte, n'est pas en adéquation avec la réalisation établie lors de la séance des fourmillions, où la centaine était matérialisée par un gobelet contenant dix sachets de dix haricots ; ce codage n'est pas partagée par les émetteurs d'où le choix de ces derniers de réunir le haricot isolé et les huit haricots (correspondants aux unités) parvenant ainsi à l'écriture chiffrée « 49 ». L'intérêt de l'activité est ici de mettre en évidence la nécessité d'un choix de codage commun, basé sur l'itération des groupements, le groupement par 100 doit apparaitre comme la fusion de 10 groupements de 10.

2.2 La situation de communication : enjeux didactiques et effets sur les stratégies des équipes

Les stratégies des équipes se sont révélées infructueuses, puisqu'aucune équipe n'a gagné, il est donc nécessaire d'en examiner les raisons. Le choix d'une analyse, « interne » à chacune des équipes, est particulièrement judicieux d'autant plus que l'enseignante a clairement indiqué que lors du deuxième jeu, les récepteurs disposeraient d'une durée moindre pour effectuer le travail de codage de la collection. La modification de cette variable didactique va contraindre chacune des équipes à examiner les décisions que les préparateurs peuvent prendre pour rendre la tâche des récepteurs plus simple, plus rapide mais aussi plus fiable.

Dans l'équipe rouge, les élèves ont décidé de noter au dos de leur ardoise le nombre écrit en chiffres donné aux préparateurs de façon à permettre d'en effectuer une nouvelle lecture, si nécessaire, au cours de la réalisation de la collection. La production des groupements par 10 devra être faite « en vérifiant plusieurs fois », les élèves de ce groupe discutent ensuite des procédures permettant de coder la collection à partir des groupements réalisés en reprenant les nombres proposés lors du jeu précédent qui sont affichés au tableau, et en verbalisant pour chacun d'eux la stratégie qui leur paraît être la plus efficace pour réussir à gagner.

2.3 Les résultats et les stratégies lors du second jeu

Le tableau suivant présente les résultats obtenus lors du second jeu proposé par l'enseignante. Cette dernière a modifié une variable didactique : le temps laissé aux récepteurs pour produire l'écriture chiffrée de la collection qui leur a été transmise.

	Équipe Rouge	Équipe 2 Verte	Équipe 3 Blanche	Équipe 4 Bleue
Écriture dévolue aux émetteurs	79	94	87	126
Écriture produite par les récepteurs	79	94	90	106
Collection produite par les préparateurs et transmise aux récepteurs	Collection structurée 7 sachets de 10 haricots et 9 haricots isolés	Collection structurée 9 sachets de 10 et 4 haricots isolés	Collection structurée 9 sachets de 10	Collection structurée 1 gobelet contenant 10 sachets, 2 sachets de 10 et de 6 haricots isolés

Procédure mise en œuvre par les préparateurs	Réalisation d'une collection structurée par la production des groupements	Réalisation d'une collection structurée par la production des groupements	Réalisation d'une collection structurée par la production des groupements	Réalisation d'une collection structurée par la production des groupements

Lors du second jeu, l'ensemble des préparateurs ont fait le choix de produire une collection structurée par la réalisation de groupements par 10 (et par 100 sous la forme d'un gobelet contenant dix sachets de dix haricots pour l'équipe bleue). On constate que trois binômes sur quatre ont produit une collection valide du point de vue de vue de sa réalisation (groupements produits).

L'observation des procédures mises en œuvre lors de ce second jeu et lors de la mise en commun a mis en évidence que le traitement de l'information contenue dans l'écriture chiffrée a désormais été effectué sans que les élèves utilisent la désignation orale (du nombre écrit) pour produire la collection correspondante, permettant ainsi une suite d'actions fiables, efficaces et simultanées des deux préparateurs. Le contrôle de la collection réalisée a été effectué dans trois équipes sur quatre.

Les procédures envisagées, formulées par chaque équipe, lors de la situation de formulation, ont donc été suivies des faits, permettant ainsi à deux équipes sur quatre de réussir à produire la collection matérielle.

Les récepteurs de l'équipe bleue ont eu des difficultés pour coder la collection (valide) produite par les préparateurs, ils ont « défait» le groupement de 100 et effectué un comptage de 10 en 10, à partir des sachets. Ils ont obtenu la désignation orale correspondante, sans se tromper, mais n'ont pas réussi à produire l'écriture chiffrée associée. La phase de mises en commun a contribué à mettre en évidence, à partir de la collection matérielle réalisée par l'équipe 4 (bleue), le lien entre les différentes décompositions du nombre en regard des groupements correspondants permettant ainsi de différencier le nombre de dizaines et le chiffre de dizaine dans l'écriture du nombre 126.

2.4 Évolution des stratégies et apprentissages

Ces deux premières séances ont permis à l'enseignant d'une part de prendre conscience du répertoire de représentations des élèves, plus précisément de leur interprétation de l'écriture chiffrée usuelle des nombres proposés ; mais aussi de prendre conscience des difficultés des élèves-récepteurs relatives au traitement des collections. Les phases de mise en commun ont été, pour l'enseignante, l'occasion de revenir sur les actions observées en phase d'action, afin de renforcer certains apprentissages fondamentaux plus notamment la capacité des élèves à structurer une collection et à organiser le dénombrement d'une collection structurée.

L'évolution des stratégies, durant les deux jeux, est un indicateur essentiel des apprentissages des élèves. Lors du premier jeu, seules deux équipes sur quatre, ont eu recours à la production de groupements (basés sur la récursivité) pour réaliser la collection correspondant à l'écriture chiffrée, or dans le second jeu, toutes les équipes ont produit une collection structurée prenant en compte la récursivité des groupements. Dans le premier jeu l'ensemble des élèves ont choisi de mettre en œuvre une stratégie s'appuyant sur la désignation orale des nombres dévolus aux préparateurs, dans le second jeu trois équipes sur quatre ont opté pour un traitement adéquat de l'écriture chiffrée, s'appuyant sur le nombre de groupements correspondant aux unités, dizaines et centaines.

Ces deux premières séances ont permis aux élèves de renforcer les différentes composantes de leur répertoire didactique (représentations, décisions, actions, formulations) mais aussi d'accéder aux critères de validité et de pertinence de leurs procédures.

2.5 Intérêt de la situation de réinvestissement dans la construction du répertoire de représentations

Les deux premières séances, par la mise en œuvre d'une ingénierie alternant « situation adidactique » et « situation de réinvestissement » ont contribué à permettre à l'élève de prendre conscience de l'équivalence entre représentation matérielle structurée (groupements apparents traduisant la récursivité des groupements) et écriture chiffrée (usuelle) associée. La situation de jeu a permis aux élèves de percevoir les raisons pour lesquelles la stratégie, basée sur la réalisation des groupements correspondants, est à la fois valide, fiable et rapide.

L'élève au CP doit parvenir à percevoir le lien entre les différentes représentations d'un nombre : l'écriture chiffrée (écriture usuelle), la décomposition additive usuelle, l'écriture additive associée aux groupements, l'écriture littérale, le dessin de la collection faisant apparaitre les groupements par 10. C'est la raison pour laquelle nous avons fait le choix de proposer une situation de réinvestissement qui vise à établir le lien entre ses différentes représentations en s'appuyant sur la stratégie construite au cours des différentes parties du jeu.

L'enseignante propose aux élèves, réunis en binômes, une représentation sémiotique du nombre (écriture usuelle, écriture additive, décomposition additive usuelle ou décomposition additive associée aux groupements) et leur demande de réaliser la collection matérielle associée. Pour cela ils vont, à tour de rôle, aller chercher les groupements (sachets de 10 déjà réalisés, haricots isolés), de façon à matérialiser la collection correspondante. Lors de la mise en commun, ils doivent justifier les choix qui les ont conduits à produire la collection. Ensuite l'enseignante propose dans un premier temps (ou demande aux élèves dans un second temps) de produire la schématisation des groupements et leur demande ensuite de déterminer les représentations mathématiques équivalentes. Elle effectue alors une institutionnalisation des écritures et des schématisations correspondantes pour chacune des écritures dévolues aux élèves de façon à faciliter, chez ses élèves, l'élaboration de leur répertoire de représentations.

III - CONCLUSION

Cet atelier a permis de mettre en évidence l'intérêt et la nécessité d'un dispositif incluant des situations adidactique (situation d'action et situation de formulation) pour évaluer et renforcer la capacité des élèves à mobiliser leur répertoire didactique en situation, c'est-à-dire lorsque les conditions qui définissent la situation rendent nécessaire l'usage des connaissances et des savoirs.

L'observation des binômes, en situation adidactique, fournit à l'enseignant de précieux renseignements concernant l'appropriation du domaine de validité des connaissances et très précisément, la manière dont les élèves mettent en œuvre leurs connaissances.

La phase didactique de formulation des stratégies joue un rôle essentiel, elle est destinée à permettre aux élèves d'expliciter, en réponse aux questions de l'enseignant, les décisions qui sous-tendent leurs actions et de justifier l'adéquation et la validité de leurs procédures. Les élèves ont ainsi la possibilité de prendre conscience des effets de leurs décisions sur la tâche que les récepteurs devront accomplir pour permettre la réussite de leur équipe. Cette alternance de situation adidactique et situation de réinvestissement est une condition nécessaire à l'apprentissage, elle apparait comme un élément incontournable lors de l'élaboration de l'ingénierie.

Mais c'est également pour l'enseignant la possibilité de réactiver, en situation, certaines connaissances du répertoire et ainsi, dans certains cas, de faire percevoir aux élèves l'origine de leurs erreurs qui ont conduit l'équipe à échouer. Sa tâche consiste aussi à observer, au cours des jeux successifs, l'évolution des stratégies des élèves qui constitue un indicateur essentiel en termes d'apprentissage.

Les deux premières séances ont conduit les élèves à établir un lien entre la représentation matérielle et la représentation sous forme d'écriture chiffrée, mettant ainsi en évidence le sens de l'écriture chiffrée usuelle contribuant à renforcer la compréhension du système décimal.

La troisième séance a eu une double fonction : celle de permettre aux élèves d'exercer leurs procédures afin de produire, à partir d'une représentation du nombre, la collection correspondante mais également celle d'institutionnaliser les équivalences entre les différentes écritures du nombre.

Cette connaissance des différentes représentations du nombre est nécessaire pour accéder au domaine d'adéquation de chacune d'elles. Les élèves perçoivent ainsi les raisons qui font que chaque représentation est optimale pour répondre à des situations de dénombrement, de calcul mental ou posé ou de résolution de problèmes d'arithmétique.

IV - BIBLIOGRAPHIE

ALLAL L., CARDINET J. & PERRENOUD P. (1979), L'évaluation formative dans un enseignement différencié, Berne, Lang.

BLOCH I., GIBEL P. (à paraitre), Outils d'analyse de la structure des raisonnements dans les situations didactiques, *Recherches en Didactique des mathématiques*, la Pensée Sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU G. (2004), Les représentations : étude en théorie des situations, *Revue des Sciences de l'Éducation*, 30-2.

BROUSSEAU G. (1997), Théorie *des situations didactique", Recherches en didactique des mathématiques*, Edition La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. (1988), Les différents rôles du maître, IREM Bordeaux, texte d'une conférence prononcée à l'UQAM.

BROUSSEAU G., GIBEL P. (2002) Influence des conditions didactiques sur l'apparition, l'usage et l'apprentissage des raisonnements en classe, Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, ARDM et IREM Paris 7.

BROUSSEAU G., GIBEL P. (2005), Didactical Handling of Students » Reasoning Processes in Problem Solving Situations, 59, 13-58, *Educational Studies in Mathematics,* KLUWER.

BRUN J. (1994) Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France,* 67-83, Grenoble: La Pensée Sauvage.

DESTOUESSE C. (1996), Ca fourmillionne, exploitation d'une séquence publiée dans Ermel, *Revue Grand N*, 59, 11-17, IREM de Grenoble.

GIBEL P. (2004) « *Fonctions et statuts des* différentes *formes de raisonnements dans la relation didactique en classe de mathématiques à l'école primaire* », Thèse de Doctorat de Bordeaux 2.

GLAESER G. (1999), « *Une* introduction *à la didactique expérimentale des mathématiques* », Edition La Pensée Sauvage, Grenoble

NUNZIATI G. (1990). Pour construire un dispositif d'évaluation formatrice. *Cahiers pédagogiques 280* : 47-64.

RIEUNIER (1978) Pédagogie, dictionnaire des concepts clés.

VANDEVELDE L. (1982) Aider *à devenir,* Nathan-labor

V - ANNEXE1 : PROGRAMMATION SUR LES NOMBRES PRÉVUE PAR L'ENSEIGNANTE POUR LA CLASSE OBSERVÉE

	Septembre-octobre	**Novembre-décembre**	**Janvier-février-mars**	**Avril-mai-juin-juillet**
Les nombres pour mémoriser	Stratégies pour le dénombrement Situation fondamentale ordinale	Situation ordinale	Situation fondamentale cardinale Situation fondamentale ordinale	Situation fondamentale cardinale
Les nombres pour apprendre à chercher		Lecture d'image	Situation de recherche	Résolution de problèmes
Les nombres pour anticiper et calculer	Situations visant la mise en œuvre de stratégies de calculs additifs et soustractifs : surcomptage, recomptage	Introduction des écritures additives Comparaison d'écritures additives : cibles	Calculs additifs : arbre de calculs Situation fondamentale calcul additif et soustractif	Techniques d'additions Algorithme usuel Entraînement au calcul posé
Connaître les nombres	<u>Étude globale</u> : Construction et utilisation de la bande numérique. Réalisation de collections (sachets) associées à la bande numérique. (matérialisée) <u>Etude locale</u> Étude des nombres de 1 à 10	<u>Étude locale</u> Étude des nombres de 1 à 10 (décompositions additives) Étude détaillée des nombres de 10 à 20Etude détaillée des nombres de 20 à 30 <u>Étude globale</u> : approche algorithmique Château des nombres	<u>Étude globale</u> Construction du tableau des nombres de1 à 100 <u>Étude locale</u> Étude détaillée, par familles, des nombres de 30 à 69. Suites arithmétiques (de 2 en 2, de 10 en 10)	<u>Étude locale</u> Les nombres de 70 à 100 <u>Étude globale</u> Les fourmillions Jeu de communication : codage et décodage

VI - ANNEXE 2: SÉQUENCE LES FOURMILLIONS

d'après Ermel, Apprentissages numériques

Proposée par l'enseignante à ses élèves de Cours Préparatoire au mois de mai 2009

<u>Finalité de la séquence</u>

Dénombrer un grand nombre d'objets, par une méthode qui soit à la fois fiable (qui puisse être vérifiée), rapide, efficace et produire l'écriture chiffrée du nombre d'éléments de la collection.

Objectifs de la séquence

■Rencontrer une grande collection d'objets.

■Utiliser les groupements par 10 pour organiser le dénombrement d'une grande collection.

■Construire les relations entre 10, 100, 1000.

■Découvrir la récursivité des groupements.

■Vivre une situation de référence qui donne du sens à la lecture des nombres à 3 et 4 chiffres.

Compétences générales

Déterminer la valeur de chacun des chiffres

- Matériel : collection de haricots, sachets, gobelets,
- Modalité: travail en groupes
- Méthode utilisée pour le dénombrement de la collection

Les différentes phases du déroulement :

Phase 1 : Présentation de la situation. Recueil des propositions de procédures pour dénombrer la collection.

Phase 2 : Répartition de la collection entre les différents groupes;

Phase 3 : Réalisation des groupements de 10 haricots (sachet);

Phase 4 : Mise en commun des résultats.

Phase 5 : Réalisation des groupements de 10 sachets (gobelet); identifier ce nouveau groupement comme une « centaine ».

Phase 6 : Mise en commun des résultats obtenus.

VII - ANNEXE 3 : FICHE DE SÉQUENCE DE LA SITUATION ÉTUDIÉE

Fonction de la séquence

Pour l'élève :

Utiliser le nombre de dizaines (les nombres proposés varient de 78 à 148) pour :

- constituer une collection à partir de son écriture chiffrée
- dénombrer une collection sans les compter un à un et sans qu'il soit nécessaire de nommer le nombre, produire l'écriture chiffrée correspondante.

Lui permettre d'établir, de réinvestir ou de renforcer des liens entre les différentes représentations du nombre : s'approprier les différentes représentations et percevoir dans quelle(s) situation(s) chacune d'elles est pertinente.

Pour le maître :

Évaluer et renforcer l'appropriation par les élèves du codage institutionnel des nombres en dizaines-unités ou centaines-dizaines-unités

Compétences visées :

S'approprier notre système de numération décimale

- Connaissance des nombres entiers :

- Donner du sens à l'écriture chiffrée d'un nombre en produisant de façon fiable, efficace et rapide la collection correspondante ;
- Produire l'écriture chiffrée usuelle associée à une collection faisant apparaître paquets de 10 et éléments isolés

Aménagement didactique, matériel et humain de la séquence

Le milieu matériel :

Haricots, pochettes ou sachets en plastique, gobelets, boîtes à chaussures, boîtes de petites dimensions et couvercles des boîtes, enveloppes ;

- Feuilles de différentes couleurs avec nombres écrits en chiffres, feutres, aimants ;
- Feuilles blanches.

Le milieu matériel ne se réduit pas à celui utilisé lors de la séquence des fourmillions[6], l'enseignante a ajouté à celui-ci des boîtes, des couvercles de boîtes et des enveloppes.

Modalité pédagogique

Le jeu se joue par équipe, chaque équipe est constituée d'un binôme émetteur (« Les préparateurs ») et d'un binôme récepteur. Pendant que les émetteurs préparent la collection, les récepteurs effectuent un travail sur fiche. Lors de la séance suivante les rôles seront inversés : les émetteurs deviendront récepteurs et inversement.

La simultanéité des rôles binôme émetteur/récepteur n'est pas souhaitable car elle génère des difficultés de gestion de classe et de plus elle ne permet pas une évolution des stratégies.

Organisation de l'espace classe

Les binômes émetteurs et récepteurs sont éloignés dans la salle de classe de façon à ce que les récepteurs ne puissent pas prendre d'informations sur le nombre écrit en chiffres donné aux préparateurs, et ne puissent pas entendre les discussions entre les préparateurs au moment d'élaborer la collection.

Déroulement prévu

SÉANCE 1

Phase 1 : phase de dévolution du jeu

L'enseignant a affiché au mur :

- les prénoms des élèves qui constituent, pour chaque équipe, le binôme émetteur et le binôme récepteur. L'enseignant a attribué une couleur à chaque équipe.
- la consigne en séparant celle destinée aux émetteurs (les préparateurs) et celle destinée aux récepteurs.

Les élèves devront relever les indices afin de déterminer la situation à laquelle ils vont être confrontés.

Consigne : Les préparateurs vont découvrir dans l'enveloppe un nombre, écrit en chiffres. Ils vont devoir réaliser, à partir du matériel à leur disposition, la collection d'haricots correspondant au nombre figurant dans l'enveloppe. Pour cela ils devront utiliser une méthode fiable, efficace et rapide. Pendant ce temps les récepteurs travailleront sur fiche que je leur distribuerai.

Ensuite lorsque les préparateurs auront réalisé la collection qu'ils placeront dans la boîte, ils la porteront aux récepteurs de leur équipe sans rien leur dire. Ces derniers arrêteront leur activité sur fiche et devront, à partir de la collection réalisée, écrire le nombre de haricots correspondant sur une petite feuille. Attention les émetteurs n'auront pas beaucoup de temps pour écrire le nombre en utilisant l'écriture chiffrée usuelle.

L'équipe aura gagné si le nombre écrit par les récepteurs est le même que celui écrit sur la feuille reçue par les préparateurs.

---

[6] Voir annexe 2: séquence les fourmillions

Reformulation par les élèves : tâches confiées à chaque binôme, matériel à disposition, contraintes, critère de réussite,

Phase 2 : Phase d'action pour les préparateurs.

Les préparateurs de chaque équipe découvrent dans l'enveloppe le nombre de haricots de la collection à réaliser. Ils doivent ensuite, en utilisant le matériel à disposition, trouver une procédure fiable, rapide et efficace afin de produire cette collection.

L'autre binôme réalise sur fiche un travail sur la numération.

Phase 3 : Transmission de la collection dans la boîte.

Phase 4 : Phase d'action pour les récepteurs Les préparateurs portent aux récepteurs la collection placée dans la boîte et retournent à leur place pour travailler à leur tour sur la fiche.

Les récepteurs doivent trouver une stratégie pour déterminer le nombre total de haricots et ensuite écrire sur une feuille ce nombre.

Phase 5 : Phase de validation.

Confrontation des écritures chiffrées, désignation des équipes gagnantes.

Phase 6 : Phase de validation des stratégies. Analyse des procédures, formulation des stratégies et des raisonnements, explicitation des difficultés rencontrées par les émetteurs et par les récepteurs.

<u>SÉANCE 2</u>

Phase 1 : phase de rappel, retour sur la situation proposée.

Phase 2 : Phase de formulation. Phase de communication interne à chaque équipe. Les élèves communiquent entre eux afin de se mettre d'accord sur une procédure leur permettant de gagner.

Phase 3 : Phase de jeu. Les émetteurs deviennent récepteurs et inversement. Phase d'action pour les préparateurs.

Les préparateurs de chaque équipe découvrent dans l'enveloppe le nombre de haricots de la collection à réaliser ». Ils doivent ensuite, en utilisant le matériel à disposition, trouver une procédure fiable, rapide et efficace afin de produire cette collection.

L'autre binôme réalise sur fiche un travail sur la numération.

Phase 4 : Transmission de la collection dans la boîte.

Phase 5 : Phase d'action pour les récepteurs Les préparateurs portent aux récepteurs la collection placée dans la boîte et retournent à leur place pour travailler à leur tour sur la fiche.

Les récepteurs doivent trouver une stratégie pour déterminer le nombre total de haricots et ensuite écrire sur une feuille ce nombre.

Phase 6 : Phase de validation

Confrontation des écritures chiffrées, désignation des équipes gagnantes et perdantes.

Phase 7 : Phase de validation didactique Analyse des procédures mises en œuvre

<u>SÉANCE 3</u>

Réinvestissement ; Activités d'entraînement.

COMMENT ÉVALUER ET TRAVAILLER DES COMPÉTENCES GÉOMÉTRIQUES ET SPATIALES EN MATERNELLE ?

Jean-François BERGEAUT
PIUFM, IUFM Midi-Pyrénées UT2 Toulouse-Mirail
jean-francois.bergeaut@toulouse.iufm.fr

Christophe BILLY
PIUFM, IUFM Midi-Pyrénées UT2 Toulouse-Mirail
christophe.billy@toulouse.iufm.fr

Isabelle LAURENÇOT
PIUFM, IUFM Midi-Pyrénées UT2 Toulouse-Mirail
isabelle.laurencot@toulouse.iufm.fr

Madeleine VAULTRIN
PIUFM, IUFM Midi-Pyrénées UT2 Toulouse-Mirail
madeleine.vaultrin@toulouse.iufm.fr

Nous avons réalisé en 2007 - 2008 un DVD, accompagné d'un livret d'utilisation, sur le repérage de compétences numériques en GS, en début et en fin d'année, à partir d'entretiens individuels d'élèves, travail présenté à la COPIRELEM en 2008. En 2008 - 2009, nous avons essayé de construire le même type d'observations dans le domaine spatial et géométrique.
Nous avons bâti un questionnaire et réalisé des entretiens. C'est à partir de ces travaux que, lors de l'atelier, les participants ont réfléchi aux compétences géométriques et spatiales essentielles à acquérir en fin de GS, à la manière de les évaluer et aux activités qui permettent de les travailler.

1 PREMIÈRE PARTIE : PREMIERS ÉCHANGES

A partir des programmes de l'école maternelle (voir Annexe 1) et de leurs expériences de formation, les participants ont échangé sur les différentes composantes d'une évaluation des compétences des élèves de maternelle dans le domaine spatial et géométrique. Le but de l'échange était d'exhiber les compétences essentielles et les composantes d'une évaluation.
Nous résumons ici les points sur lesquels ont porté les échanges.

Que veut dire « reconnaître une figure », « connaître » ? Est-ce la nommer, l'apparier, effectuer un classement ?

Il a été proposé que reconnaître, c'est re-connaître, c'est identifier quelque chose que l'on connaît, c'est aussi connaître à nouveau.
Cela conduit à envisager plusieurs composantes de la compétence « reconnaître une figure », qui devront être prises en compte pour son évaluation :

- apparier une figure à une figure montrée ;
- classer ;
- discerner dans un lot une figure qui a été nommée ;
- nommer.

Le questionnaire proposé par la suite permet de prendre en compte ces différentes composantes sauf la première.

Nécessité de tenir compte de la difficulté liée à l'utilisation des termes « devant-derrière » ; « dessus-dessous »
Hiérarchisation des difficultés liées à l'orientation ou non des objets, à la place de l'observateur (points de vue), au choix du référentiel
Comment envisager différents contextes dans l'évaluation ?

- en salle de motricité (pour les positions relatives : par rapport à soi, à autrui, à d'autres objets orientés ou non) ;
- sur des maquettes ;
- par oral ou par écrit (papier-crayon).

Quels peuvent-être les modes d'évaluation ?

- par l'enseignant,
- en acte,
- auto-validation…

Nécessité du travail dans différents registres de communication :

- langue naturelle,
- langage symbolique,
- représentations (maquettes, représentations planes…)

Les évaluations devront prendre en compte ces registres.

Importance du langage et de la verbalisation pour les apprentissages spatiaux entre autres

Intérêt de l'utilisation de certains albums

Différentes recherches antérieures ou en cours et des références bibliographiques ou de didacticiels ont été mentionnées par des participants, notamment :

- une recherche de l'IREM de Aix-Marseille sur le repérage spatio-temporel ; la recherche avait mis en évidence le lien fort entre la structuration de l'espace et celle du temps ;
- le livre de François Boule, « manipuler, organiser, représenter », éd. Armand Colin 1985 ;
- une recherche de Claude Morin sur les parcours de motricité : *cf. « Cahiers du Formateur, tome 6, Pau 2002 » Copirelem* ;
- le didacticiel « bouge avec Floc » : *http://www.floc-multimedia.com/html/bougeFloc.htm*.

Des dispositifs locaux ou nationaux d'évaluation ou de formation ont été signalés :

- dispositifs d'évaluation dans le Val d'Oise en 2010, où les compétences sur « se situer dans l'espace », « situer des objets par rapport à soi » sont évaluées en situation ; Voir *http://eduscol.education.fr/cid48441/outils-d-aide-a-l-evaluation-a-l-ecole-maternelle.html*
- cahiers « verts » d'évaluation en GS (dans les années 1990) où le support de l'évaluation n'est qu'en papier-crayon, ce qui a des limites ; on retrouve certains de ces items dans la « banqoutils » du ministère ; voir *http://www.banqoutils.education.gouv.fr*
- dispositif de formation à l'IUFM de Paris intitulé « construction espace-temps » croisant différents regards disciplinaires sur ce thème : mathématiques, maîtrise de la langue, arts visuels et EPS.

2 DEUXIÈME PARTIE : TRAVAIL EN QUATRE SOUS-GROUPES SUR LE QUESTIONNAIRE PROPOSÉ PAR L'ÉQUIPE DE L'IUFM MIDI- PYRÉNÉES POUR ÉVALUER DES COMPÉTENCES GÉOMÉTRIQUES ET SPATIALES EN GS

Le questionnaire proposé par l'équipe de l'IUFM Midi - Pyrénées pour évaluer des compétences géométriques et spatiales en GS a été scindé en quatre parties :
A) Formes du plan et de l'espace : reconnaître et nommer
B) Repérage dans l'espace et le plan : positions relatives
C) Repérage dans l'espace : parcours en salle de motricité et parcours sur quadrillage
D) Formes du plan et de l'espace : reproduire et représenter

Les documents distribués à chaque groupe, extraits du questionnaire, sont en annexe 2. Il a été demandé à chaque groupe d'analyser le questionnaire, de le critiquer, d'anticiper des réponses possibles des élèves, de façon à présenter la partie étudiée du questionnaire aux autres groupes. Le matériel utilisé lors de la passation du questionnaire avec les élèves était fourni à chaque groupe. Nous revenons successivement sur les remarques formulées lors des présentations de chacun des sous-groupes.

- **Groupe A :**

La consigne « Mets ensemble les pièces qui se ressemblent » est une consigne trop ouverte : les élèves peuvent proposer un classement par couleur ; si c'est le cas, il est suggéré d'amorcer un classement selon la forme.
La variété des formes à classer (voir descriptif de la boîte 2 en annexe 2) a été questionnée : un triangle isocèle et un triangle équilatéral se ressemblent-ils pour les enfants ? Le choix des formes proposées est-il pertinent ? On peut proposer aussi des triangles non acutangles (avec un angle obtus). En formation, on signalera aux professeurs des écoles l'importance de choisir un matériel de formes géométriques ou de compléter celui disponible de façon à avoir des triangles de tout type, etc.
Pour les figures non déplaçables, représentées sur une feuille, le questionnaire proposait de distinguer la reconnaissance (nommer) de formes pleines ou définies par leur contour : lors des entretiens, aucune différence de réussite n'a été constatée.
Le groupe propose d'ajouter une activité de reconnaissance tactile.

À propos de la reconnaissance (nommer) des solides et de la représentation plane de solides, une discussion s'est engagée sur la différence entre « exigible » et « fréquentable ». L'équipe a précisé que les items relatifs à ces compétences relevaient d'une recherche prospective et non d'une évaluation à proposer à des élèves.
Le fait que les élèves nomment les solides par des noms de formes planes a été questionné ; l'ordre de présentation des questions « reconnaissance de formes planes », puis « nommer des solides » a été inversé pour certains élèves entre novembre et juin sans influence notable sur les performances. Il a été proposé d'ajouter d'une part un classement de collections comprenant à la fois des formes planes et des solides (un critère pourrait être : sont solides « ceux qu'on ne peut pas représenter facilement ») et, d'autre part, des activités de type « jeu de portrait » montrant l'insuffisance du seul vocabulaire relatif à la géométrie plane.
Les mots « semblable », « même », « comme » sont souvent utilisés en référence à des propriétés éventuellement implicites, le critère de classement est souvent implicite.

- **Groupe B :**

Partie 1 du questionnaire : activité[1] de placement d'un objet dans la même position relative par rapport à une poupée, l'emplacement étant donné par une photo :
Une question a été posée : l'élève se lève-t-il pour valider ou pour placer l'objet ?
Une discussion a lieu à propos de la décentration ; on pourrait faire varier la consigne suivant plusieurs niveaux :

- bouger la poupée,
- ne pas la bouger et se déplacer réellement,
- puis ne pas se déplacer et ne rien déplacer.

Un travail a été fait autour la consigne. La consigne du questionnaire est : *« Il y a une poupée », on montre les 4 positions que peut prendre l'objet. « On a placé l'objet puis on a pris une photo. » ; « Je te donne la photo, place l'objet pour pouvoir refaire la même photo. Tu as le droit de te déplacer mais tu ne peux pas bouger la poupée ».*
Le terme "même" dans l'expression « même photo » est ambigu. On pourrait coder les positions possibles de l'objet devant la poupée en collant des gommettes sur ces positions.

[1] Cette activité est extraite de Fénichel, Pauvert, Pfaff, « Donner du sens aux mathématiques, T2, Espace et géométrie » que l'on pourra consulter.

Partie 2 du questionnaire: représenter une figure plane horizontale ou verticale sur une feuille de papier à main levée et dessiner une forme à un emplacement nommé sur la feuille (item donné aussi à analyser au groupe D).

Diverses remarques ont été faites :

- il faut élaborer les représentations avec les enfants ;
- au sujet du choix des formes composant la figure complexe à reproduire : il y avait des bords horizontaux, verticaux, obliques ; au niveau des performances des élèves observés lors des entretiens, les points de contact ont toujours été bien identifiés, de même que les positions relatives.
- la tâche « dessiner une forme à un emplacement nommé sur la feuille » a été analysée comme complexe car mettant en jeu plusieurs compétences :
    - représentation d'une forme sans modèle ;
    - orientation dans la feuille et par rapport à l'enfant.

Partie 3 du questionnaire : droite-gauche (voir annexe 2)

Descriptif : Plateau avec trois animaux en plastique fixés sur une ligne l'un à côté de l'autre, tête face à l'élève : éléphant, tigre, girafe. L'enfant est **face à la tête des animaux**. La question est la suivante : **«** Voici un tigre : quel est l'animal qui est à **SA** gauche ? ».

La présentation de l'activité par le groupe et les discussions et questions correspondantes ont porté sur :

- les problèmes de latéralisation « droite/gauche » sont de différents types : par rapport à soi, à un camarade, à une figurine orientée, à un objet orienté, un objet non orienté.
- comment formuler la consigne : « à gauche du tigre, à sa gauche, à la gauche ». Lors de la passation des épreuves en novembre la formulation était « quel est l'animal qui est à gauche du tigre » ; en juin, c'était « Voici un tigre : quel est l'animal qui est à **SA** gauche ? ». Il est proposé : « imagine que tu es à la place du tigre et dis-moi qui serait à ta gauche ». On pourrait hiérarchiser les différentes tâches :
    - nommer qui est à la droite de l'élève,
    - inciter à la décentration : « si tu étais à la place du tigre »,
    - nommer qui est à droite du tigre.
- l'évaluation du socle commun et les évaluations d'octobre 2008 sont mentionnées.
- J-F. Grelier relate une expérimentation de figures « téléphonées » pour des élèves sourds.

La discussion fait référence à la première conférence du colloque et aux trois degrés de compétences de B. Rey :

- élémentaire : compétence automatisée (pour des tâches simples décontextualisées) ;
- élémentaire avec cadrage : choix de la procédure (tâche complexe avec découpage en tâches élémentaires) ;
- complexe : choix et combinaison de procédures.

❖ **Groupe C :**

Partie 1: « passer à droite du plot »

Le plot est un objet non orienté ; il est suggéré de remplacer cet item par : « touche le plot avec ta main gauche ».

Partie 2 : lire une carte

Les représentations du plot et du cerceau choisies sont un disque et un cercle, qui ne sont pas distingués à l'école maternelle et nommés de la même façon par le vocable « rond ».

Partie 3 : parcours sur quadrillage : suivre un plan, représenter un parcours

La compétence « décrire ou représenter un parcours simple » est une compétence du programme de maternelle dans le domaine « agir et s'exprimer avec son corps ».

- Pour la partie « suivre un plan indiquant des déplacements codés sur un quadrillage », l'activité demandée semble difficile pour des élèves de maternelle ; deux procédures de réussite de l'élève ont été imaginées :

- garder l'orientation de l'observateur en se déplaçant « à l'égyptienne » (sans se tourner eux mêmes),
- garder l'orientation de la feuille.

Lors de la passation du questionnaire, un élève a réussi à la fois en novembre et en juin en mobilisant une des procédures lors de la première passation et l’autre procédure, lors de la seconde.

L’activité est difficile car elle met en jeu l’orientation de l'observateur, des objets, mais aussi celle du trajet ainsi que le sens du parcours. Les participants se sont demandé si le plan était un obstacle ou s’il était intéressant d’évaluer la compétence « savoir se servir d’un plan ». D’autres mises en œuvre sont proposées : ne pas donner le mini plan et se baser sur la mémorisation du parcours, ou alors donner uniquement le plan en position verticale mais pas dans les mains de l’élève.

- Le quadrillage est un quadrillage de 9 cases : cela peut induire une procédure de type « repérage par rapport aux bords » ou du type repérage sur le quadrillage perçu globalement. Pour le parcours demandé, cette procédure consisterait à commencer à gauche puis longer le bord du quadrillage. Il est proposé (idée suggérée par C. Morin) de tester avec un quadrillage plus grand, de dessiner un quadrillage dans la cour, de le laisser vivre sans consigne pendant plusieurs mois puis de comparer les performances des élèves à celles d’autres n’ayant pas ce quadrillage dans la cour.
- Pour la partie « représenter un parcours réalisé », une autre modalité de passation serait de faire coder le parcours réalisé par un autre élève.

❖ **Groupe D :**

Le fait de demander de dessiner un solide est non exigible en maternelle.
Pour un usage de ce questionnaire en formation, il est conseillé de distinguer les compétences exigibles, celles à travailler, de celles non exigibles (« fréquentables ») mais que la recherche menée a souhaité tester.
En synthèse de ce premier travail, il apparaît que les épreuves proposées dans le questionnaire n’isolent pas forcément les compétences. Certaines procédures élémentaires sont mobilisées au sein de plusieurs compétences complexes dans des domaines différents. Par exemple, la prise d’informations sur un support en position verticale ou horizontale est mobilisée dans la reproduction de formes planes, dans le parcours sur quadrillage.

3 TROISIÈME PARTIE : CONCLUSION

Un seul extrait d’un montage provisoire des entretiens avec trois élèves a été visionné : celui de la lecture de carte et du parcours sur quadrillage (avec réussite de l’élève). Par manque de temps, l’analyse n’a pas été menée…
L’équipe de l’IUFM Midi-Pyrénées prévoit la sortie d’un DVD, avec son livret d’accompagnement, montrant les entretiens avec les élèves. Elle remercie les participants de l’atelier pour toutes leurs questions, suggestions et remarques qui vont pouvoir enrichir le livret d’accompagnement (Se renseigner auprès des membres de l’équipe sur la date de sortie).

4 ANNEXES

Annexe 1 : du Extrait BO hors série juin 2008 ; Programmes de l'école maternelle

Découvrir le monde

À l'école maternelle, l'enfant découvre le monde proche ; il apprend à prendre et à utiliser des repères spatiaux et temporels. Il observe, il pose des questions et progresse dans la formulation de ses interrogations vers plus de rationalité. Il apprend à adopter un autre point de vue que le sien propre et sa confrontation avec la pensée logique lui donne le goût du raisonnement. Il devient capable de compter, de classer, d'ordonner et de décrire, grâce au langage et à des formes variées de représentations (dessins, schémas). Il commence à comprendre ce qui distingue le vivant du non-vivant (matière, objets). […]

Découvrir les formes et les grandeurs :

En manipulant des objets variés, les enfants repèrent d'abord des propriétés simples (petit/grand ; lourd/léger). Progressivement, ils parviennent à distinguer plusieurs critères, à comparer et à classer selon la forme, la taille, la masse, la contenance. […]

Se repérer dans l'espace

Tout au long de l'école maternelle, les enfants apprennent à se déplacer dans l'espace de l'école et dans son environnement immédiat. Ils parviennent à se situer par rapport à des objets ou à d'autres personnes, à situer des objets ou des personnes les uns par rapport aux autres ou par rapport à d'autres repères, ce qui suppose une décentration pour adopter un autre point de vue que le sien propre. En fin d'école maternelle, ils distinguent leur gauche et leur droite.

Les enfants effectuent des itinéraires en fonction de consignes variées et en rendent compte (récits, représentations graphiques).

Les activités dans lesquelles il faut passer du plan horizontal au plan vertical ou inversement, et conserver les positions relatives des objets ou des éléments représentés, font l'objet d'une attention particulière. Elles préparent à l'orientation dans l'espace graphique. Le repérage dans l'espace d'une page ou d'une feuille de papier, sur une ligne orientée se fait en lien avec la lecture et l'écriture.

À la fin de l'école maternelle l'enfant est capable de :

- reconnaître, nommer, décrire, comparer, ranger et classer des matières, des objets selon leurs qualités et leurs usages ; […]
- dessiner un rond, un carré, un triangle ;
- […]
- se situer dans l'espace et situer les objets par rapport à soi ;
- se repérer dans l'espace d'une page ;
- comprendre et utiliser à bon escient le vocabulaire du repérage et des relations dans le temps et dans l'espace.

Agir et s'exprimer avec son corps

L'activité physique et les expériences corporelles contribuent au développement moteur, sensoriel, affectif et intellectuel de l'enfant. Elles sont l'occasion d'explorer, de s'exprimer, d'agir dans des environnements familiers, puis, progressivement, plus inhabituels. Elles permettent de se situer dans l'espace. […]

Grâce aux diverses activités, les enfants acquièrent une image orientée de leur propre corps. Ils distinguent ce qui est : devant, derrière, au-dessus, au-dessous, puis à droite et à gauche, loin et près. Ils apprennent à suivre des parcours élaborés par l'enseignant ou proposés par eux ; ils verbalisent et représentent ces déplacements.

À la fin de l'école maternelle l'enfant est capable de :
- adapter ses déplacements à des environnements ou contraintes variés ;

[…]
- se repérer et se déplacer dans l'espace ;
- décrire ou représenter un parcours simple.

Annexe 2 : questionnaire élaboré à l'IUFM Midi-Pyrénées

Groupe A

Reconnaissance des formes du plan et de l'espace

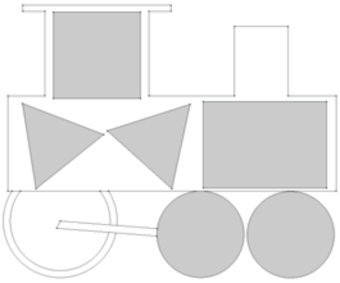
En référence au programme 2008
« distinguer plusieurs critères, comparer, classer des objets suivant leur forme, la taille, la masse, la contenance »

A. Reconnaissance de formes

1. Reconnaître une forme donnée

Boîte 1 (une dizaine d'objets) avec un type de triangle, des carrés, des rectangles identiques, des ronds, des ovales, un hexagone, un losange, un demi-disque, un sixième de disque, un cerf-volant.
L'expérimentateur a devant lui un dessin comprenant des formes géométriques du matériel et l'élève le lot de formes géométriques se juxtaposant avec celles du dessin.
L'expérimentateur demande un triangle, un rond, … à l'élève, puis demande à l'élève de le placer sur le dessin.
On repérera si l'élève choisit ou non la forme adaptée, s'il la place correctement.

« comparer selon la forme »



2. Classement

Boîte 2 (une vingtaine d'objets) : 6 triangles (un rectangle, deux isocèles, un équilatéral, deux scalènes (côtés tous de longueurs différentes)), 3 carrés de tailles différentes, 4 rectangles (de différents rapports longueur-largeur), 3 ronds, 2 ovales, 2 hexagones, 3 losanges.

« classer selon la forme »

Demander de classer.
Consigne : « Mets ensemble les pièces qui se ressemblent. »
On notera ce qui est fait, ce qui est dit.

3. Nommer une forme dans un matériel déplaçable

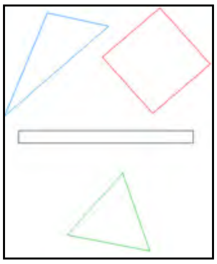
Boîte 2 après classement
Consigne : « Prends une forme et dis-moi comment elle s'appelle si tu connais son nom. »
On pourra aussi demander à l'élève comment il a fait pour reconnaître le triangle (en cas de non réussite pour triangle, demander pour le carré).

« nommer des objets selon leur qualité »

4. Nommer une forme dessinée sur une feuille de papier

« nommer des objets selon leur qualité »

Demander de nommer les formes sur chacune des deux feuilles.
Feuille 1 : formes pleines
Feuille 2 : contour de polygones



5. Reconnaissance de solides

« nommer des objets selon leur qualité »

(prospectif sur les connaissances des élèves relatives aux solides)

Matériel : solides en bois
Consigne : « Donne-moi le nom de certains objets si tu les connais » (on peut reformuler en disant « solides »)

Groupe B

Positions relatives (hors parcours)



Partie 1. Placement d'un objet dans la même position relative par rapport à une poupée, l'emplacement étant donné par une photo.

(origine : jeu de la poupée dans « donner du sens aux mathématiques » de M. Fénichel, éd. Bordas)

Matériel : 20 photos d'une poupée avec un objet placé à côté (4 positions de l'objet : devant, à droite, derrière, à gauche et 5 prises de vues : au-dessus, vue de droite, vue de gauche, vue de devant, vue de derrière). Voir ci-dessous un exemple d'un lot de 3 photos proposées.

<u>La poupée est placée face à l'élève, il n'a pas le droit de la bouger mais il a le droit de se lever pour voir les effets de ses essais éventuels.</u>

« Ils parviennent à se situer par rapport à des objets ou à d'autres personnes, à situer des objets ou des personnes les uns par rapport aux autres ou par rapport à d'autres repères, ce qui suppose une décentration pour adopter un autre point de vue que le sien propre »

<u>*Consigne :*</u> « Il y a une poupée », on montre les 4 positions que peut prendre l'objet.

« On a placé l'objet puis on a pris une photo. »

« Je te donne la photo, place l'objet pour pouvoir refaire la même photo. Tu as le droit de te déplacer mais tu ne peux pas bouger la poupée. »

Partie 2. Représentation d'une figure plane horizontale, ou verticale sur une feuille de papier à main levée

Matériel : mosaïques et mosaïques aimantées, ardoise aimantée ; faire une figure avec 5-6 formes avec les mosaïques sur une planche, et une figure avec les pièces aimantées sur l'ardoise aimantée posée verticalement sur un pupitre.

<u>*Consignes*</u> : « dessine en haut à gauche de la feuille un rond ; dessine en bas à gauche un triangle »

« Dessine ces figures sur ta feuille ; tu peux commencer par celle que tu veux ».

« passer du plan horizontal au plan vertical ou inversement et conserver des positions relatives d'objets (…). [Ces activités] *préparent à l'orientation dans l'espace graphique. »*

« dessiner un rond, un carré, un triangle »

Partie 3. Droite/gauche

a. Matériel : Plateau avec trois animaux en plastique fixés sur une ligne l'un à côté de l'autre, tête face à l'élève : éléphant, chat, girafe. L'enfant est **face à la tête des animaux**.

<u>*Consigne :*</u> **«**Voici un chat : quel est l'animal qui est à **SA** gauche ? »

b. Matériel : Trois chaises alignées, un chien sur la chaise du milieu.

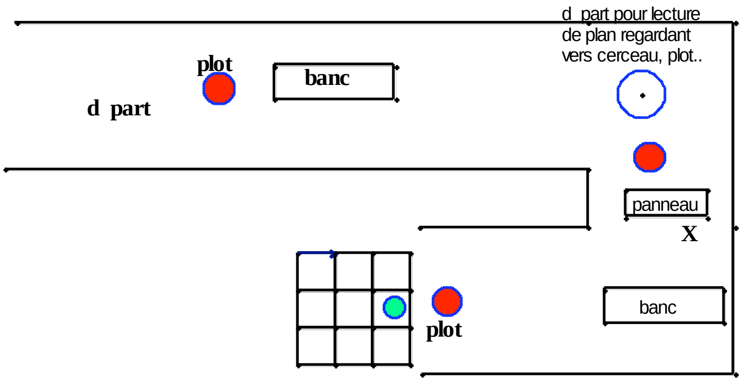
<u>*Consigne :*</u> **«** Place la poupée à **LA** gauche du chien ».

« situer des objets ou des personnes par rapport aux autres ou par rapport à d'autres repères ce qui suppose une décentration pour adopter un autre point de vue »

Groupe C

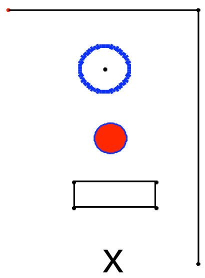
Parcours

On matérialisera par du ruban adhésif au sol le couloir du parcours.



1) « Passe à droite du plot »,
2) « Passe sur le banc »,
3) « Passe à l'extérieur du cerceau »,
4) « à droite du plot ».
5) Donner une image pour se placer derrière le panneau, l'élève étant placé dans le couloir où se trouve la partie du parcours, à côté du cerceau.

élève placé ici



« <u>Voilà un plan de l'endroit où tu es. A ton avis, que représentent ce cercle bleu et le rond rouge ? et là le rectangle ?</u> Place-toi dans la salle comme la croix est placée sur la carte. Tu me diras quand tu es placé au bon endroit ».

6) « Passe de l'autre côté du banc, en me disant par où tu passes».
7) « Passe de l'autre côté du plot en me disant si tu passes à droite ou à gauche ».

« Va jusqu'au tapis du quadrillage, mets toi sur la case départ où il y a le jeton bleu »

8) L'observateur se place derrière l'élève, le place dans la même orientation que celle du plan et lui donne le plan quadrillé bien orienté à deux mains et explicite le lien entre les deux quadrillages.

« Suis le parcours écrit sur le plan que je te donne. Je te regarde et tu me dis lorsque tu as fini ».

L'observateur reste derrière le point de départ.

Autres possibilités : ajouter un plan en agrandi sur un panneau vertical derrière la ligne 3 et ou placer un plan agrandi collé au sol.

9) Une fois le parcours fait : on change le point de départ, on le place en C1 (voir

En référence au programme 2008

« les enfants effectuent des itinéraires en fonction de consignes variées »

« se situe par rapport à des objets »

« les enfants effectuent des itinéraires en fonction de consignes variées, et en rendent compte (représentations graphiques) »

« Ils distinguent ce qui est devant, derrière, au-dessu au-dessous, puis à droite e gauche, loin et près. Ils apprennent à suivre des parcours élaborés par l'enseignant ou proposés p eux ; ils verbalisent et représentent ces déplacements. »

Groupe D

En référence au programme 2008

Reproduction et représentation

1. *Représentation de solides*

(à la suite de « nommer les solides)

Consigne : **« dessine sur une feuille ces deux solides »** (une pyramide à base carrée et un pavé droit)
Version 2 : « dessine sur une feuille ce solide pour qu'un camarade sache le retrouver dans le lot » (une pyramide à base carrée)

« Il devient capable(…) de décrire, grâce au langage et à des formes variées de représentation (dessins, schémas). »

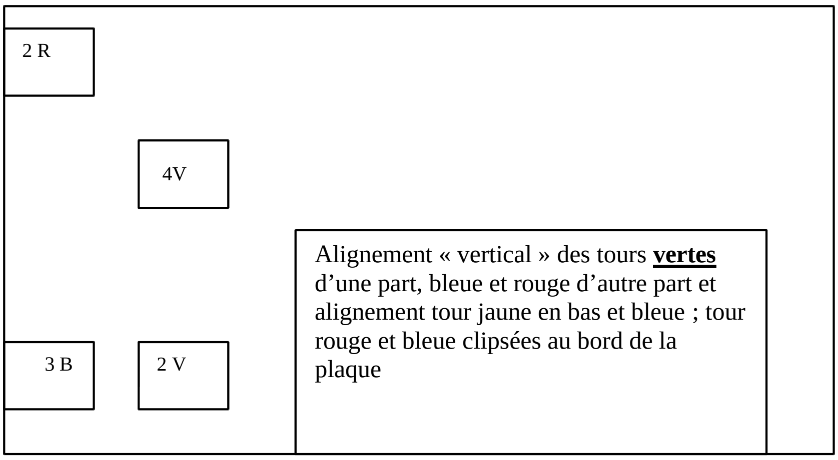
« utiliser le dessin comme moyen d'expression et de représentation »

(prospectif sur les connaissances des élèves relatives aux solides)

2. *Reproduction à l'identique dans l'espace avec le même matériel*

Matériel : planche de Duplo et briques 4 têtes (V(vert), J(jaune), R(rouge), B(bleu)) regroupées en tours de 1 à 5 étages unicolores et une deuxième planche pour effectuer la reproduction, des briques 4 têtes de toutes les couleurs en quantité suffisante pour reproduire avec quelques exemplaires en plus.

Consigne : **« Construis la même ville sur la planche à côté avec les mêmes immeubles à la même place ».**



Consigne : **« Dessine sur la feuille les tours pour qu'un camarade puisse refaire la même ville. »**

3. *Représentation d'une figure plane horizontale, ou verticale sur une feuille de papier à main levée*

Matériel : mosaïques et mosaïques aimantées ardoise aimantée (ou matériel « la moisson des formes » collé avec de la patafix sur une feuille et posée sur un chevalet ; faire une figure (« abstraite ») avec 5-6 formes avec les mosaïques sur une planche, et une figure avec les pièces aimantées sur l'ardoise aimantée posée verticalement sur un pupitre.

Consigne : **« dessine en haut à gauche de la feuille un rond ; dessine en bas à gauche un triangle »**

Pour chaque figure :
Consigne : **« Dessine ces figures sur ta feuille ; tu peux commencer par celle que tu veux ».**

« passer du plan horizontal au plan vertical ou inversement et conserver des positions relatives d'objets (…). [Ces activités] préparent à l'orientation dans l'espace graphique. »

« dessiner un rond, un carré, un triangle »

5 BIBLIOGRAPHIE

BERDONNEAU C., CERQUETTI-ABERKANE F. (2004) Enseigner les mathématiques à la maternelle. Hachette Education.

FENICHEL M., PAUVERT M. & PFAFF N. (2004) Donner du sens aux mathématiques. T1, Espace et géométrie, Bordas Pédagogie.

GRELIER J-F. (2009) Devenir élève par les apprentissages géométriques au cycle 1. CRDP de Midi-Pyrénées, Toulouse.

GROUPE ELÉMENTAIRE (2007) De la géométrie à l'école maternelle, pourquoi pas ? (2 TOMES) Presses universitaires de Franche Comté.

EQUIPE DE MATHÉMATIQUES (2008) Autour du repérage des compétences dans des domaines mathématiques en cycle 1 et 2. (Tome 1 : Evolution des compétences numériques en GS), IUFM Midi-Pyrénées.

COMMENT EVALUER DES COMPETENCES COMPLEXES
A TRAVERS UN DISPOSITIF NON TRADITIONNEL : LA RESOLUTION COLLABORATIVE DE PROBLEMES DE RECHERCHE

Geneviève Couderc
Collège Joffre de Montpellier, IREM de Montpellier
genevieve.couderc@ac-montpellier.fr

Viviane Durand Guerrier
Université de Montpellier, UMR I3M, équipe ACSIOM
vdurand@math.univ-montp2.fr

Mireille Sauter
Collège P Mendès France 34 170 Jacou, IREM de Montpellier
mireille.sauter@ac-montpellier.fr

Résumé : L'évaluation de compétences, demandée dans les livrets scolaires à l'école ou pour le socle au collège, nécessite une réflexion sur la mise en œuvre de nouveaux dispositifs dans les classes. Depuis plusieurs années, l'IREM de Montpellier organise, lors de stages de formation continue, une recherche collaborative entre classes sur un problème de recherche, via internet. Suivant le canevas d'une démarche d'investigation, les élèves sont confrontés à une véritable démarche scientifique. Nous présenterons tout d'abord nos motivations, le dispositif mis en place et le corpus d'appui pour le travail de l'atelier (travaux d'élèves et extrait de débats). Les participants seront ensuite invités à mener une réflexion sur les connaissances et compétences travaillées lors de ce travail collaboratif et sur les modalités d'évaluation envisageables. Une synthèse sera faite en liaison avec les travaux du groupe de recherche de l'IREM de Montpellier.

1 INTRODUCTION

Dans le groupe « Résolution collaborative de problème » de l'IREM de Montpellier, nous proposons, depuis plusieurs années, lors de stages de formation continue, aux professeurs de collège et de lycée, une recherche collaborative entre classes sur un problème de recherche suivant le canevas d'une démarche d'investigation, via internet (Sauter, 2008). Dans le cadre de l'atelier, nous avons tout d'abord présenté nos motivations, puis une mise en perspective entre les compétences à évaluer au cycle 3 et celles à évaluer dans le socle commun au collège avant de présenter le dispositif mis en place. Ceci fait l'objet du paragraphe 2. Nous avons ensuite présenté le problème proposé en 2009-2010 (Problème de l'artiste) et le corpus d'appui pour le travail de l'atelier : ce corpus composé de travaux d'élèves et d'extraits de débats a été recueilli lors du stage mis en œuvre en 2009-2010 dans l'académie de Montpellier. Les participants ont ensuite été invités à mener une réflexion sur les connaissances et compétences travaillées lors de ce travail collaboratif et sur les modalités d'évaluation envisageables ; une synthèse en a été faite en liaison avec les travaux du groupe de recherche de l'IREM de Montpellier. Ceci est rapporté dans le paragraphe 3. Nous terminons par une présentation du site et les pistes envisageables pour un travail associant des classes du cycle 3 de l'école primaire et des classes de collège.

2 ETUDE DES PROGRAMMES ET PRESENTATION DU TRAVAIL COLLABORATIF :

2.1 Parallèle entre les compétences à évaluer au cycle 3 et dans le socle au collège

Une étude des programmes du cycle 3 et du socle de connaissances et compétences au collège permet de mettre en parallèle les objectifs de ces enseignements. Nous nous sommes intéressés en particulier à deux domaines : la pratique d'une démarche scientifique, et l'autonomie et l'initiative.

« Pratiquer une démarche scientifique » est décrit dans les programmes à l'école primaire ou au collège dans le chapitre : La culture scientifique et technologique (Palier 2 CM2 de l'attestation de maîtrise des connaissances et compétences, pour le collège Pilier 3 B du socle). Nous pouvons établir le tableau suivant :

Compétences Cycle 3 (B.O. 2008)	**Socle commun de connaissances et compétences (2009) Palier 3**
• Pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner. • Manipuler et expérimenter, formuler une hypothèse et la tester, argumenter, mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions	• Raisonner, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale – Émettre une hypothèse – Formuler un problème – Proposer une méthode, un outil adapté, faire des essais • Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer

Figure 1 - La démarche scientifique

L'autonomie et l'initiative sont aussi mises en exergue dans le Palier 2 CM2 et Pilier 7 du socle.

Compétences Cycle 3	**Socle commun de connaissances et compétences Palier 3 et 7**
• S'appuyer sur des méthodes de travail pour être autonome • Être persévérant • Faire preuve d'initiative • S'impliquer dans un projet individuel ou collectif	• Identifier un problème et mettre au point une démarche de résolution • Mettre à l'essai plusieurs pistes de solution • Développer sa persévérance • Identifier, expliquer, rectifier une erreur • Distinguer ce dont on est sûr de ce qu'il faut prouver

Figure 2 – Autonomie et initiative

Ces deux tableaux mettent clairement en évidence la continuité entre les deux ordres d'enseignement, ce qui nous a conduits à proposer de partager notre expérience dans le cadre du colloque. Ces compétences complexes qui doivent être évaluées à l'école primaire et au collège demandent une réflexion sur la mise en œuvre dans les classes de nouvelles pratiques pédagogiques. Or, depuis plusieurs années, un groupe d'enseignants de l'IREM de Montpellier a centré ses recherches sur la résolution de problème, en mettant en oeuvre dans les classes et en proposant en formation de nouvelles pratiques pédagogiques : les narrations de recherche et actuellement la résolution collaborative de problèmes ouverts. Nous présentons ci-dessous ce dispositif qui est associé à des stages de formation continue.

2.2 Idées conductrices du travail collaboratif

Le choix de développer le travail collaboratif s'appuie sur plusieurs objectifs. Le premier concerne la nécessité, soulignée dans les documents officiels, de centrer l'enseignement sur la résolution de problèmes, l'autonomie et la prise d'initiatives des élèves. En lien étroit avec ce premier objectif, on souhaite engager les enseignants participants aux stages à faire faire des mathématiques autrement à leurs élèves, en proposant des situations non mathématiques[1] visant à faire entrer les élèves dans un processus de modélisation nécessitant la mobilisation d'outils mathématiques, en laissant du temps à la recherche. Ce dispositif vise également à rompre l'isolement des enseignants en créant une communauté de pratique (Dillenbourg, 1996, Wenger, 1998), et en provoquant l'échange entre les classes.

2.3 Présentation du dispositif

Initialement mise en place dans l'académie de Montpellier, mais touchant aussi d'autres académies, la recherche collaborative a fédéré un groupe de plus en plus important d'enseignants constituant une sorte de communauté de pratique au sens de Wenger (1998). Les acteurs de cette communauté sont les tuteurs ou facilitateurs au nombre de 4 ou 5, les stagiaires, enseignants de collèges ou lycées et les élèves de classes de la sixième à la terminale. Pendant 4 à 5 semaines les enseignants engagent une ou plusieurs de leurs classes sur la recherche d'un problème ouvert. Chaque classe va interagir avec deux autres classes pendant toute la durée de la recherche. Une plateforme via internet est le moyen de communication et d'échange des travaux de recherche des classes.

Les Tuteurs encadrent les stages et ont quatre fonctions principales : pédagogique – sociale – organisationnelle- technique**.** Le rôle pédagogique consiste à choisir le problème, faire des recherches documentaires mettre au point l'énoncé ; un des tuteurs est le coordonnateur des recherches (auteur des relances, du bilan). Le rôle social concerne la régulation et la modération du groupe de recherche, ainsi que l'accompagnement des stagiaires, l'encouragement au travail collaboratif. Il faut également organiser concrètement la recherche collaborative : calendrier, présentiel, constitution des groupes classes, amélioration de la communication, sans oublier les aspects techniques : maintenance du site, organisation et gestion de la mémoire de travail, soutien à l'utilisation du site etc.

Les stagiaires sont des enseignants qui s'engagent à faire résoudre des problèmes ouverts par une de leurs classes en collaboration avec d'autres classes ; à changer régulièrement leurs travaux de recherche suivant un calendrier précis ; à harmoniser leur progression avec les autres ; à lire et traiter l'information rapidement ; à envoyer régulièrement la synthèse des recherches de leur classe.

Les élèves sont engagés par leurs enseignants dans la recherche, qui s'effectue dans des classes de la sixième à la terminale. Tous les élèves de la classe sont engagés dans la recherche. Les groupes d'échanges sont formés de trois classes de niveaux différents.

[1] Comme nous le verrons par la suite, cet aspect est un élément essentiel dans le cadre du dispositif proposé. Ceci ne veut évidemment pas dire que nous considérons que seules de telles situations permettent de remplir ces objectifs.

Schéma de la communauté de pratique sur la résolution de problèmes

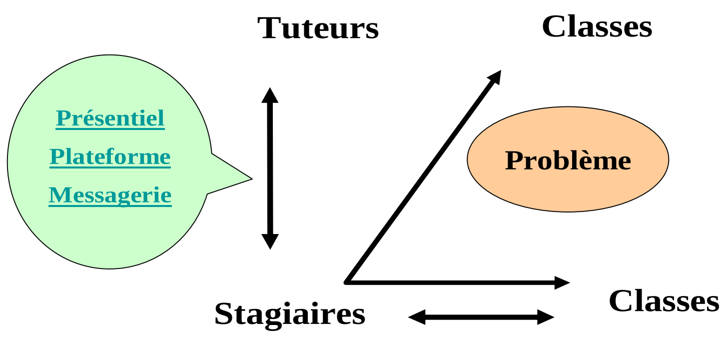


Figure 3 : Schéma de la communauté de pratique

2.4 Caractéristiques des énoncés de problèmes pour une recherche collaborative

Le dispositif mis en place est associé à des énoncés présentant un certain nombre de caractéristiques. Les énoncés ne sont pas formalisés en termes mathématiques, mais présentent des situations proches de la réalité, pour lesquelles un traitement mathématique est pertinent, en particulier comme moyen d'aide à la décision.

La situation est suffisamment ouverte pour que l'exploration de la situation fasse émerger un questionnement, préalable pour identifier les paramètres et les possibilités de choix mathématiques. Les décisions concernant les choix sur les objets mathématiques à retenir permettent une modélisation de la situation et des recherches de solutions. Les échanges entre pairs sur les recherches et sur les résultats contribuent à l'avancement du problème. Le problème est « vivant », évolutif, avec retour à la réalité et possibilité de remise en cause des choix initiaux. Enfin, il est possible de dégager des sous problèmes qui peuvent être traités par les classes de collège, et ce dès la sixième, tandis que des prolongements sont possibles pour les classes avancées.

2.5 Calendrier des recherches dans les classes

L'exploration du problème comme préalable à la mathématisation se déroule pendant les deux premières semaines et fait l'objet d'échanges à l'intérieur des groupes de trois classes. La première semaine, les élèves travaillent sur l'élaboration de questions que le professeur transmet aux deux autres classes du groupe. La deuxième semaine, les élèves travaillent sur les questions qu'ils ont reçues des deux autres classes, et préparent une synthèse qui est envoyée aux classes concernées par l'intermédiaire des professeurs. A la fin de cette deuxième semaine, le coordonnateur envoie une relance pour recentrer les recherches sur un problème mathématique commun. En effet, en raison de l'ouverture des problèmes proposés, il est en général possible de proposer plusieurs mathématisations pertinentes.
Pendant la troisième et la quatrième semaine, la recherche en classe se poursuit en intégrant les informations de la relance. A la fin de chacune des semaines trois et quatre, chaque professeur envoie aux

deux collègues de son groupe un bilan qu'il rédige à partir de l'observation du travail des élèves. A la fin de la semaine quatre, les élèves réalisent hors classe un bilan de recherche individuel.
Lors de la cinquième semaine, chaque professeur organise dans sa classe un bilan pour clore le problème, et faire un bilan des mathématiques travaillées.

3 LE PROBLEME DE L'ARTISTE : EXEMPLE DE RECHERCHE COLLABORATIVE

La résolution collaborative suit le schéma d'une démarche d'investigation, décrite dans le BO (Programmes du collège Août 2008). Les différentes étapes sont les suivantes :

- Choix d'une situation-problème ;
- Appropriation du problème par les élèves ;
- Formulation de conjectures, d'hypothèses explicatives ;
- Investigation ou résolution du problème ;
- Echanges argumentés ;
- Acquisition et structuration des connaissances.

Nous allons suivre ce schéma pour décrire les recherches réalisées dans les classes.

3.1 Présentation du problème de l'artiste et la genèse de son énoncé

Le problème que nous avons retenu en 2009-2010 est un problème classique, le régionnement du cercle : on place n points sur un cercle ; combien de régions détermine-t-on à l'intérieur de ce cercle en joignant les points deux à deux ? Il s'agit de confronter les élèves à un problème géométrique dont la solution numérique conjecturée à partir des premiers résultats s'avère fausse. Proposé tel quel, cet énoncé ne répond pas aux caractéristiques présentées ci-dessus ; il est trop « mathématique » et ne nécessite donc pas un travail préalable de modélisation ; de ce fait, le travail des deux premières semaines risque d'être peu productif. En outre, des solutions de ce problème se trouvent facilement sur Internet, ce qui risque de perturber fortement le déroulement de la recherche. Nous avons donc cherché une contextualisation du problème qui soit réaliste, qui puisse être modélisée par ce problème de régionnement du plan, et que le traitement mathématique puisse fournir une aide à la décision. Plusieurs pistes ont été explorées (Puzzle, jeu vidéo, etc.) ; nous avons finalement retenu le thème de la réalisation d'un tableau contemporain et abouti à l'énoncé ci-dessous :

Le problème de l'artiste

Un artiste contemporain veut réaliser une œuvre sur un support rond, en plantant des clous sur le pourtour et en tendant des fils entre les clous. Il se propose de peindre chaque zone d'une couleur différente.
De combien de couleurs aura-t-il besoin ?

Figure 4 – L'énoncé définitif du problème 2009-2010

3.2 Réflexions et travail sur l'énoncé par les participants à l'atelier

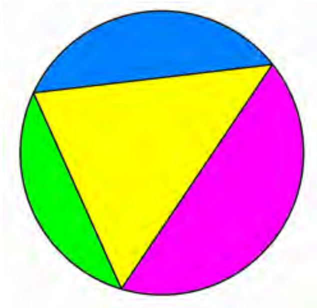
Les participants à l'atelier ont été invités à réfléchir sur cet énoncé en répondant à la question suivante : «Trouver trois questions que peuvent se poser des élèves de collèges ou des professeurs d'école en formation sur cet énoncé ». Un débat a suivi cette réflexion et a permis de retrouver les questions posées fréquemment par les élèves.

3.3 Exemples de questions posées par les élèves (semaine 1)

La contextualisation du problème conduit les élèves à poser des questions ancrées dans le contexte, tout en utilisant un vocabulaire mathématique, comme dans l'exemple ci-dessous :

Voici nos questions en espérant qu'elles vous aideront dans vos recherches.

Qu'est ce qu'un pourtour ?
Quel est le diamètre du cercle ?
Combien y a-t-il de clous
Quel est le diamètre des clous ?
Quelle est la distance entre deux clous ?
Quelle est la longueur du fil ?
Qu'est ce qui délimite les zones ?
La réponse est-elle 3 ?



Avec les trois couleurs primaires, on peut créer toutes les couleurs souhaitées.
Voici un exemple qui prouve que trois couleurs seulement ne suffisent pas pour colorier toutes les zones.

Figure 5 : Questions de la classe de $5^{\text{ème}}$4 du collège Pierre Fouché (Ille-Sur-Têt)

Dans l'exemple ci-dessous, nous présentons les questions d'une classe et les réponses envoyées par un des classes du groupe d'échange. On voit apparaître une question centrale dans ce problème de modélisation, à savoir la mise en perspective entre l'indépendance théorique du nombre de zones par rapport à la dimension du cercle, et la dépendance matérielle dans le cas d'une réalisation effective.

- Combien de clous ?

On ne peut pas savoir mais ça ne peut être ni 1, ni 2 car sinon on ne pourra tendre plusieurs fils

- Combien de cm le support ?

On se demande si c'est vraiment important de connaître les dimensions du support. Peut-être que si le support est très grand, on pourra mettre plus de clous et donc il aura plus de zones.

- On peut faire un dessin ?

Oui en choisissant le nombre de clous et la taille du support.

- Le fil, il le place comment ? Il peut traverser ou il fait le tour ?

Le fil est placé entre les clous et donc il traverse le cercle. Si on ne fait que le tour, le fil ne sera pas tendu.

- Quel espacement entre les clous ?

On ne peut pas savoir.

- Qu'est-ce qu'un pourtour ?

Un pourtour, c'est le tour du support rond.

- Combien de fils entre les clous ?

On ne peut pas savoir.

- Comment sont plantés les clous sur le pourtour ?

Cela ne sert à rien de savoir comment sont plantés les clous.

- A-t-on assez de couleurs ?

Oui, il y a une infinité de couleurs.

Figure 6 : Questions de la classe d'Argelès sur Mer et réponse de la classe de $5^{\text{ème}}$3 de Montivilliers

3.4 La relance

A la fin de la $2^{\text{ième}}$ semaine, une relance est envoyée dans les classes pour recentrer les recherches, afin que chaque classe cherche le même problème mathématique au cours des séances trois et quatre. Les choix de modélisation qui sont proposés prennent en compte les questions posées par les élèves et introduisent explicitement les objets mathématiques correspondants. La relance nous semble un élément essentiel dans le cadre d'une démarche d'investigation, dans la mesure où l'explicitation des choix permet de rendre explicite le lien entre le travail mathématique et la situation initiale, à laquelle il faudra revenir dans la perspective d'une aide à la décision. Nous donnons ci-dessous le texte tel qu'il a été envoyé aux élèves par l'intermédiaire de leur professeur.

Bonjour à tous et à toutes,

Dans toutes les classes, vous avez déjà bien travaillé sur le problème de l'Artiste que nous vous avons proposé et plusieurs pistes possibles ont été envisagées.

On voudrait pouvoir donner une réponse précise à l'Artiste afin de l'aider à faire ses choix pour réaliser son œuvre. Pour cela, on se propose de traiter mathématiquement le Problème de l'Artiste.

Dans ce but, je vous propose de considérer que :
1. le nombre de couleurs est le nombre de zones
2. on cherche une solution générale, c'est-à-dire qu'on cherche le nombre maximum de zones en fonction du nombre de clous
3. le support de l'œuvre est un disque et les clous sont répartis sur sa circonférence
4. la taille du support est suffisante pour que l'on puisse négliger la taille des clous et l'épaisseur des fils. Par conséquent, on assimile les clous à des points, et les fils tendus à des segments de droite.

Je vous souhaite à tous et à toutes une très bonne poursuite de la recherche.

Viviane DURAND-GUERRIER

Figure 7 – Le texte de la relance

3.5 Analyse a priori du problème

3.5.1 Eléments d'analyse mathématique et procédures envisageables

Le problème général du régionnement du plan ne permet pas de dégager une dépendance fonctionnelle entre le nombre de clous et le nombre de zones, puisqu'en effet, selon la disposition des clous, on peut avoir des intersections entre plus de deux fils, ce qui supprime des zones. Poser la question de la dépendance fonctionnelle est une compétence importante dans le cadre d'une démarche d'investigation, qui peut émerger dans la phase initiale de questionnement. En choisissant de préciser que l'on cherche le nombre maximum de zones, nous orientons les élèves vers la recherche d'une relation fonctionnelle entre le nombre de clous et le nombre de zones. Identifier que trois cordes concourantes supprime une zone est important pour la suite de la recherche ; ceci est nécessaire pour s'assurer sur un cas particulier donné que l'on a bien obtenu le nombre maximum de zones ; ceci peut également permettre de traiter le cas des points de concours entre trois fils sans refaire une figure. Il suffit d'ajouter autant de zones que de points de concours entre trois dates.
Les premières valeurs obtenues par dénombrement induisent la conjecture que le nombre maximum de zones déterminées dans un disque par toutes les cordes joignant n points est égal à $2^{(n-1)}$. Cette conjecture élaborée à partir du dénombrement est mise en défaut par le dénombrement : en effet, lorsque l'on place 6 points sur le disque : on trouve au maximum 31 zones (et non pas 32).

On peut alors envisager plusieurs types de méthodes pour poursuivre la recherche.

1. Continuer à dénombrer en ajoutant un septième point, afin de voir si une nouvelle régularité se dégage, ce qui n'est pas le cas.

2. Examiner la manière dont on passe d'une valeur à la valeur suivante en essayant de dégager si possible une relation de récurrence.

3. Essayer de mettre en place une méthode systématique de dénombrement et la traduire par une formule.

4. Faire des hypothèses sur la nature de la relation fonctionnelle cherchée et tester ces hypothèses à l'aide des valeurs déterminées par dénombrement (méthodes numériques).

5. Transformer le problème par changement de cadre.

Ces méthodes, lorsqu'elles aboutissent[2], permettent d'établir que le nombre maximum de régions déterminées par n points sur le cercle est égal à :

$$R(n) = (n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24) / 24.$$

3.5.2 Compétences travaillées *a priori*

Nous présentons ci-dessous les compétences en lien avec la démarche d'investigation qui sont susceptibles d'être travaillées dans cette situation de recherche, compte tenu du dispositif mis en place[3]. Nous en avons identifié principalement cinq :

1. la capacité à identifier qu'une mathématisation est nécessaire pour pouvoir apporter une réponse au problème concret de l'artiste ;

2. la capacité à reconnaître l'importance des résultats partiels et l'identification de sous problèmes (par exemple : le nombre de cordes en fonction de n) ;

3. la capacité à utiliser des résultats identifiés pour orienter l'action sur les objets ; par exemple : identifier et justifier que pour avoir le maximum de zones, il ne faut pas avoir de droites concourantes, être capable soit de se donner les moyens de l'éviter par un dessin soigneux, soit de rajouter une zone chaque fois que l'on a un point de concours ;

4. la persistance dans la recherche, combinée avec la capacité à changer de stratégie ou de cadre ;

5. la capacité à se détacher de la nécessité d'avoir des nombres pour résoudre un problème : indépendance théorique pour le problème mathématique de la taille du support, contrairement à ce qui se passe dans le domaine concret ; cette compétence est essentielle dans la démarche d'investigation et rend explicite un aspect très important des relations entre mathématique et réalité.

3.6 Analyse de corpus : travaux en groupe, bilan des travaux des groupes.

Après la présentation des éléments d'analyse *a priori* du problème, nous avons distribué aux participants quelques narrations de recherche et quelques extraits d'échanges entre classes. Il a été demandé aux

---

2 Nous ne présentons pas en détail ici les diverses méthodes. Elles sont disponibles en ligne sur le site de la recherche. http://www.irem.univ-montp2.fr/Elements-de-solutions,479

3 Il y a aussi un travail sur les notions géométriques en jeu que nous ne développons pas ici.

participants de l'atelier d'analyser ces corpus et de relever des critères pour renseigner la grille ci-dessous extraite de l'attestation de maîtrise des connaissances et compétences en CM2.

La culture scientifique et technologique		
PRATIQUER UNE DEMARCHE SCIENTIFIQUE OU TECHNOLOGIQUE	OUI	NON
Pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner		
Manipuler et expérimenter, formuler une hypothèse et la tester, argumenter, mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions		
Exprimer et exploiter les résultats d'une mesure et d'une recherche en utilisant un vocabulaire scientifique à l'écrit ou à l'oral		
L'autonomie et l'initiative		
S'APPUYER SUR DES METHODES DE TRAVAIL POUR ÊTRE AUTONOME	OUI	NON
Respecter les consignes simples, en autonomie		
Être persévérant dans toutes les activités		
Commencer à s'auto-évaluer dans des situations simples		
FAIRE PREUVE D'INITIATIVE	OUI	NON
S'impliquer dans un projet individuel ou collectif		
Les principaux éléments de mathématiques		
La maîtrise des techniques usuelles de l'information et de la communication		

Figure 8 : la grille de compétences à renseigner

A la suite du débat avec les participants, il a été convenu que ces travaux d'élèves issus de la recherche collaborative constituent bien des éléments d'évaluation de ces compétences. Nous présentons en annexe quelques travaux d'élèves qui illustrent ces compétences.

3.7 Les mathématiques travaillées – clôture du problème

La recherche dans les classes ayant duré environ 4 semaines à raison d'une heure par semaine en classe, avec le travail individuel à la maison, il est essentiel pour les enseignants et les élèves d'établir un bilan pour voir le travail conséquent effectué lors de ces périodes. Ce bilan est propre à chaque classe suivant les niveaux, mais globalement on peut relever les points suivants :

1. Un travail sur les fonctions :
   - Identifier la variable (nombre de fils en fonction du nombre de clous, nombre de zones en fonction du nombre de fils…) ;
   - Recherche de proportionnalité, de dépendance affine ;
   - Etude graphique à partir des premiers résultats.

2. Un travail sur les suites :
- Prise de contact avec des phénomènes récurrents : que se passe-t-il lorsqu'on ajoute un clou ?
- Etude du sous-problème du nombre de fils en fonction du nombre de clous, avec obtention d'une formule de récurrence ou explicite ;
- Découverte de la formule de la somme des *n* premiers entiers, avec ou sans démonstration par des dénombrements.

3. Un travail en géométrie :
- étude de polygones réguliers ou non ;
- utilisation de symétries ;
- nécessité de la précision du dessin, prise en compte de la taille de ce dessin ;
- utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique si celui-ci est familier.

4. Un travail lié à la topologie :
- le nombre de zones ne dépend pas de la taille du disque ;
- le nombre de zones dépend de la nature des points d'intersection (intersection de 2 fils ou davantage).

5. Une mise en œuvre de la démarche scientifique :
- mathématisation d'un problème concret par un modèle mathématique (modélisation des clous par des points, des fils par des segments, des zones par des surfaces) ;
- démarche par essais successifs ;
- formulation de conjectures, confrontation à d'autres exemples, remise en cause des conjectures, validation ou invalidation des conjectures ;
- travail de dénombrement, stratégies de dénombrement (comment compter des objets sans compter plusieurs fois les mêmes et être sûr de la validité du résultat : numéros, points, coloriages) ;
- démonstration de résultats sur des dessins soignés (étude du nombre maximum de segments partant d'un point, coupant d'autres segments) ;
- allers et retours fréquents entre les champs numérique, algébrique et géométrique.

Ces différents éléments de bilan permettent de situer cette situation de recherche vis à vis des programmes des classes concernées, ce qui est une condition *a minima* pour que les professeurs qui ont participé à cette recherche puissent envisager de mettre en place de manière régulière de telles situations.

4 PRÉSENTATION DU SITE

La plateforme est hébergée sur le site de l'IREM de Montpellier. Une partie est en accès libre et un espace est dédié à l'organisation de travaux collaboratifs avec la demande d'un code d'accès.

http://www.irem.univ-montp2.fr/SPIP/Resolution-collaborative-de,96

5 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'évaluation des compétences liées à la démarche d'investigation est une question difficile ; il est cependant tout à fait clair que pour évaluer ces compétences, il est nécessaire d'engager les élèves dans des situations qui permettent de les mettre en œuvre. C'est la vocation première des stages organisés par le groupe Résolution collaborative de problèmes de Montpellier 2. La question de l'évaluation est régulièrement posée par les participants aux stages et renvoie à la question des observables que l'on peut recueillir ; nous retenons les traces des recherches, soit individuelles, soit collectives sous forme d'affiches ou de transparents, suivant la méthodologie du problème ouvert (Arsac et Mante, 2009); nous y ajoutons les narrations de recherche qui permettent de mieux identifier ce que chacun des élèves a pu construire au cours du processus de recherche (Bonnafé & al. 2002). Nous ajoutons que pour pouvoir évaluer ce type de travaux, il est important d'avoir soi-même des pratiques de recherche de problème. Dans le groupe, nous cherchons nous-mêmes les problèmes que nous allons proposer, et nous recueillons les diverses procédures mises en œuvre ; dans nos stages, nous proposons toujours une recherche de problème, dont nous essayons de dégager avec les stagiaires les éléments d'analyse *a priori* du problème et les appuis pour une mise en œuvre en classe (Tisseron & Peix, 2006). Il nous apparaît clairement que ce type de formation et ce type de pratique de recherche collaborative favorisent la connaissance mutuelle des divers ordres d'enseignement, et seraient particulièrement adaptés à un travail sur la liaison CM2-sixième, en faisant travailler ensemble des classes de cycle 3 et des classes de collège d'un même bassin. Nous explorons actuellement cette possibilité dans l'académie de Montpellier.

Références

Arsac, G. et Mante, M. (2007). *Les pratiques du problème ouvert*. CRDP, Lyon, Scéren édition.

Bonafé, F., Chevalier, A., Combes, M.-C. Deville, A., Dray, L., Robert, J.-P. & Sauter, M. (2002). *Les Narrations de Recherche de l'école primaire au lycée*. Co-édition Irem de Montpellier, Apmep (brochure n°151).

Dillenbourg, P. (1999) What do you mean by « collaborative learning »? in P. Dillenbourg ed Collaborative learning : Cognitive and computational Approaches.

Peix, A. et Tisseron, C. (2007) Penser la formation avec des concepts issus de la didactique, in *Actes du XXXII° colloque COPIRELEM*, IREM de Strasbourg.

Sauter, M, IREM Montpellier (2008) Une communauté d'enseignants pour une recherche collaborative de problèmes *Repères IREM, n° 72*, article en ligne sur le site de la revue.

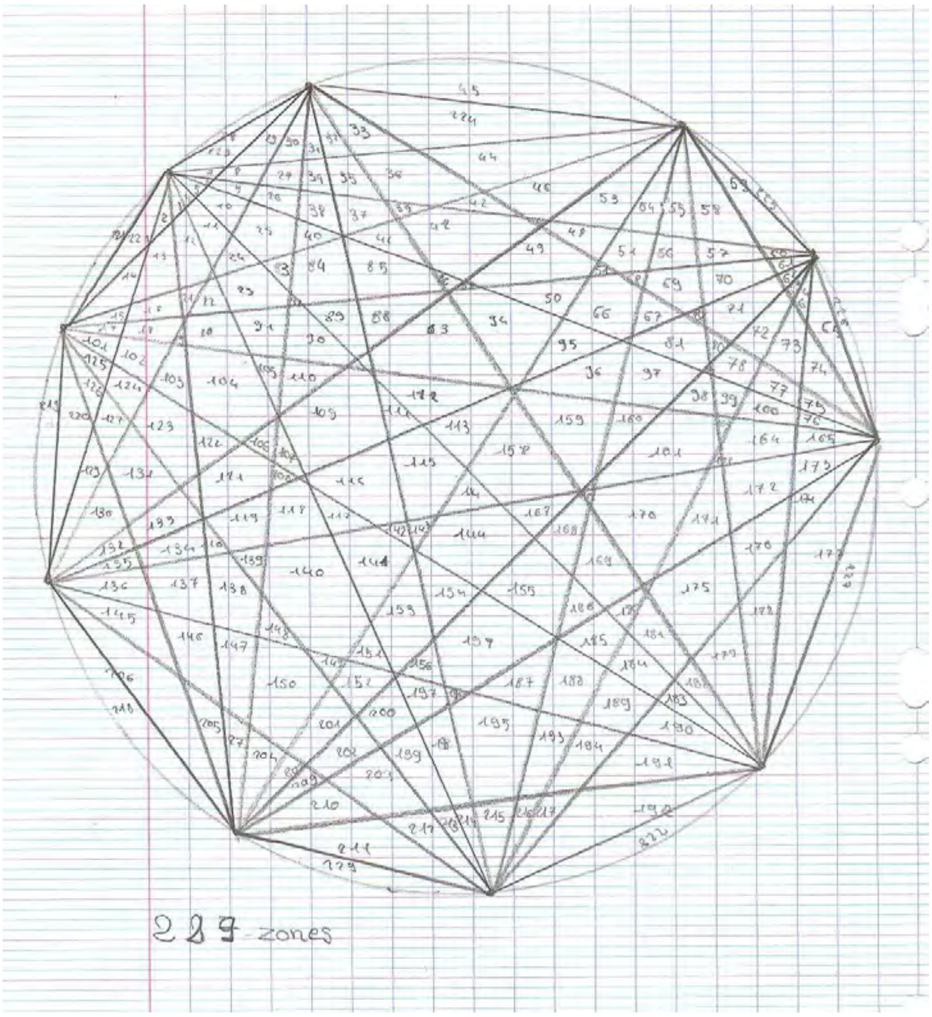
Wenger, E (1998) *Communities of Practice: Leaning, Meaning and Identity* Cambridge University Press.

Annexe

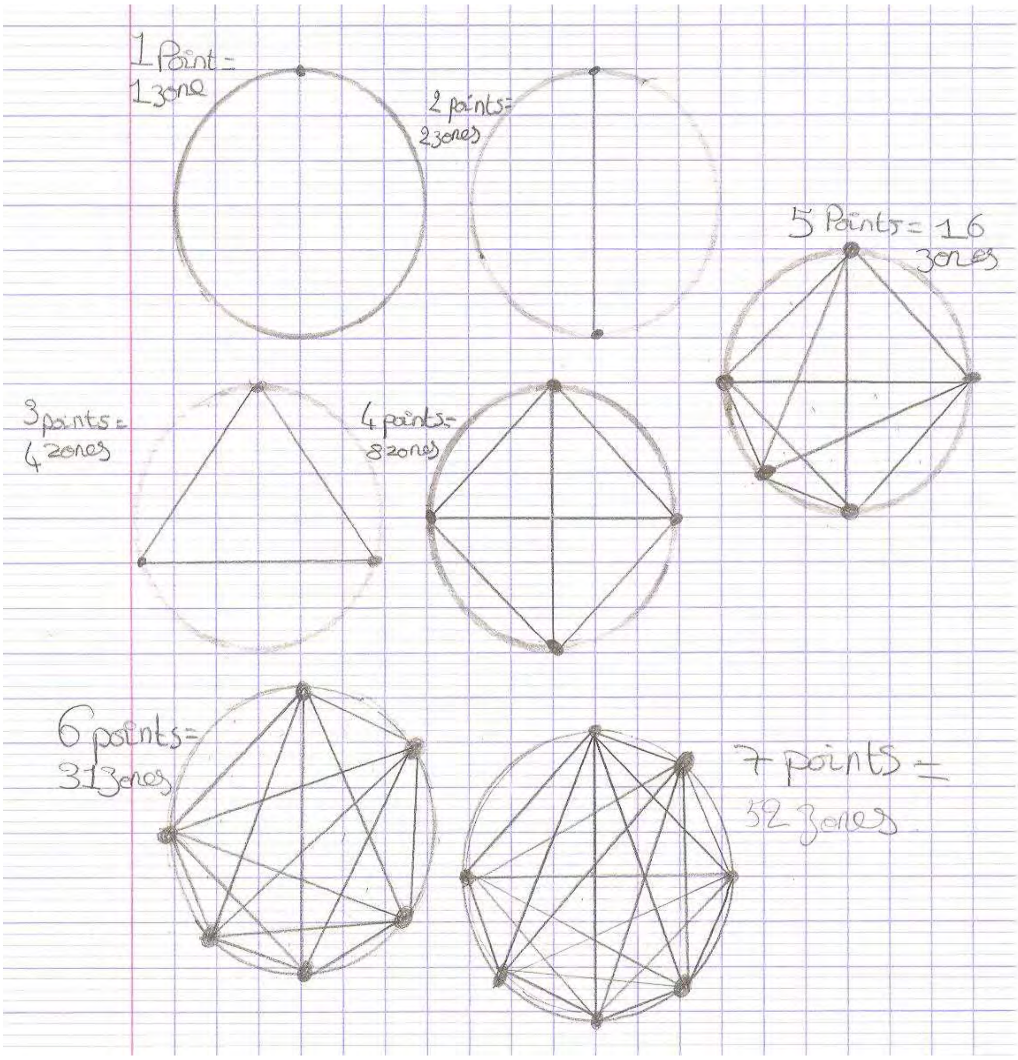
Présentation de travaux d'élèves pour illustrer les compétences travaillées.

.

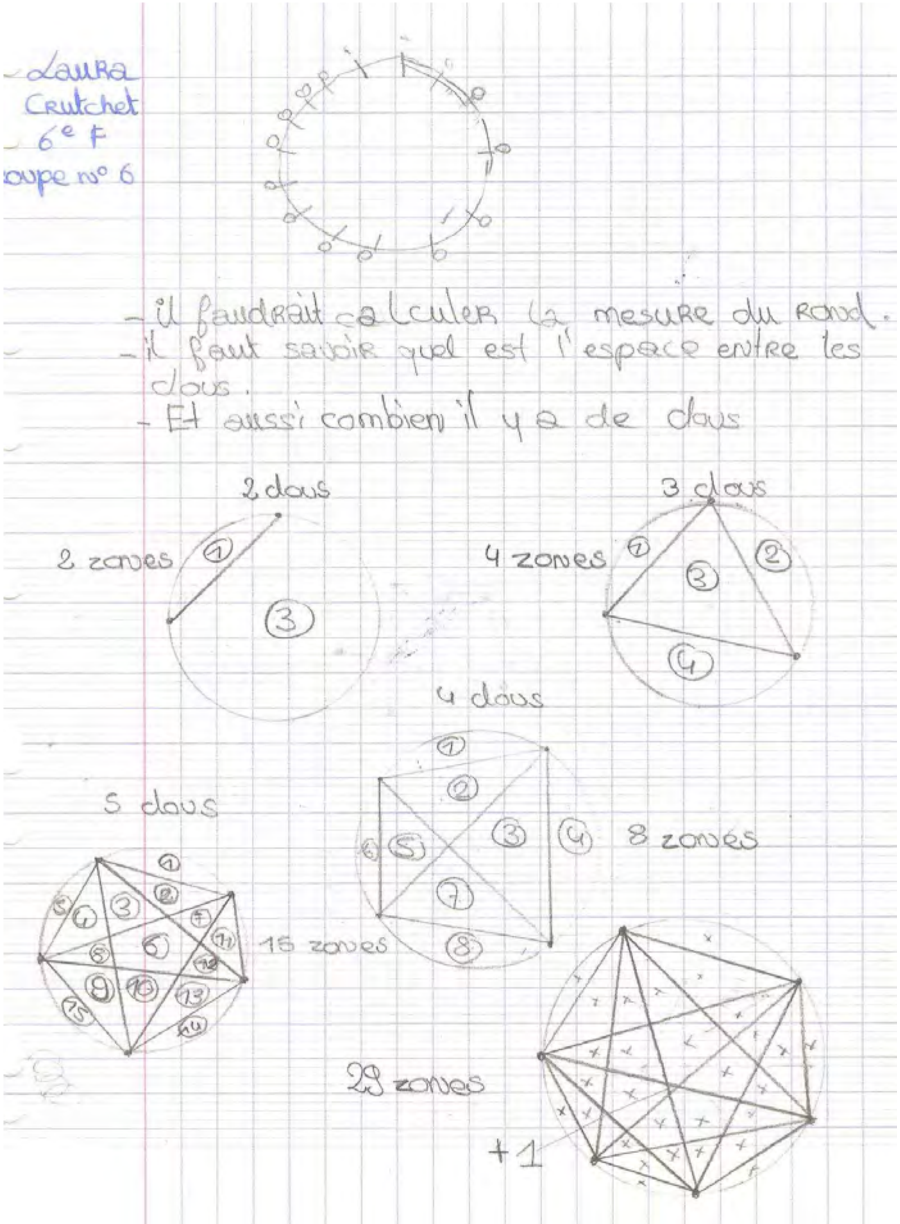
1. Le dénombrement sur des figures très complexes, qui témoigne d'une persévérance dans l'activité/



2. Une organisation de la recherche qui met en évidence la prise en compte des premiers résultats pour orienter la recherche.



3. Evolution du dessin vers une modélisation



4. Recherche de relations fonctionnelles : Nombre de fils en fonction du nombre de clous

Je devais ensuite trouver une logique entre le nombre de fils de chaque figure (3 points, 4 points, 5 points...). J'ai d'abord tenté de diviser chaque nombre de clou par le nombre de fils sans résultat. J'ai ensuite trouvé ceci :

clous :	Fils :	
2	1	2-1
3	3	3+0 +1
4	6	4+2 +2
5	10	5+5 +3
6	15	6+9 +4
7	21	7+14 +5
8	28	8+20 +6

valeur de Fils réel — nombre de fils en fonction des clous

car 6 = 4 (nombre de clous) +2
et 10 = 5 (" ") +5
de +2 à +5, il y a 3 de décalage, et de +5 à +9, il y a 4 de décalage.

/ TB

J'ai ensuite cherché un moyen de compter facilement et rapidement le nombre de fils par rapport aux clous.
J'ai constaté que, quand j'ai 5 clous, le premier est relier aux autres clous, le deuxième est relié aux autres clous, mais il est déjà relié au premier, le troisième de même, (sauf avec le premier et le deuxième) etc...

donc :

N = nombre de fils et c = nombre de clous.

N = (c-1) + (c-2) + (c-3) + (c-4) + (c-c). (pour 5 clous)

/ Vu

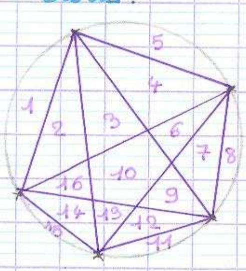
donc : 1er = 4 fils
2e = 3 " "
3e = 2 " "
4e = 1 " "
5e = 0 " " (déjà attaché)

10

5. Recherche d'une relation fonctionnelle : nombre de zones en fonction du nombre de clous

Nous avons tout de même vérifié avec d'autres nombres de clous au cas où notre hypothèse n'était pas bonne.

5 clous :



16 zones.

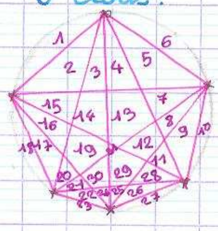
Notre hypothèse restait toujours juste.
4 clous + 1 clou = 5 clous
8 zones × 2 = 16 zones
4 clous → 8 zones et 5 clous → 16 zones.

/TB

Pour suivre notre hypothèse, nous aurions dû trouver 32clous.
5 clous + 1 clou = 6 clous
16 zones × 2 = 32 zones.
Or, nous avons trouvé 31 zones.
Notre hypothèse était donc fausse.

/TB

6 clous :



31 zones.

Nous avons ensuite vérifié avec un calcul mental.
Si notre hypothèse était juste :
7 clous → 64 zones (32 zones × 2)
8 clous → 128 zones (64 zones × 2)
*aux alentours de
Précédemment, nous avions trouvé que 8 clous * → 91 zones.
9 clous → 256 zones (128 zones × 2)
10 clous → 512 zones (256 zones × 2)
Précédemment, nous avions trouvé que 10 clous → un peu plus de 220 zones.

/Vu

6. Une synthèse des résultats des recherches dans une classe de sixième

Mathematiques

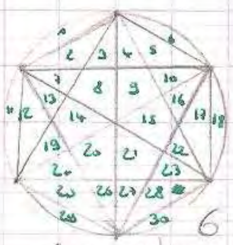
Le problème de l'artiste

- Pour 3 ou 4 clous, le nombre de zones ne change pas quand on bouge la position des clous. / Bien

- Tous les nombres de clous sauf 6 donnent un nombre maximum de ~~faces~~ zones pair. /

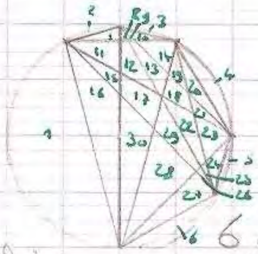
- Jusqu'à 6 clous ~~6 inclus~~, quand on rajoute 1 clou, le nombre maximum de faces est doublé. / TB

- On obtient plus de faces en positionnant les clous sans intervalles réguliers. / TB



30 faces

6 clous



30 faces

6 clous

parfois, ~~intervalles réguliers~~ intervalles réguliers ou irreguliers ne changent rien

DÉVELOPPER ET ÉVALUER LES CONNAISSANCES ET LES COMPÉTENCES LIÉES AUX GRANDEURS AU CYCLE 3

Alex CABROL, IREM de Montpellier,

Viviane DURAND GUERRIER IREM Montpellier,
Université de Montpellier 2

viviane.durand-guerrier@univ-montp2.fr

Résumé : L'atelier proposé s'appuie sur le travail du groupe « Premier degré » de l'IREM de Montpellier, qui a expérimenté en 2009-2010 en cycle 3 (CM1, CM2) une séquence d'introduction de l'aire prenant en compte les recommandations des programmes de 2002 sur la nécessité d'introduire les grandeurs avant la mesure. Nous présentons tout d'abord quelques éléments théoriques qui ont sous tendu l'élaboration de la séquence, la séquence d'enseignement, les choix faits et leurs motivations et ce que nous en attendions en termes d'apprentissage pour les élèves. Nous proposerons ensuite aux participants un travail en trois temps sur l'un des exercices de l'évaluation CM2 2010. Le premier sera consacré à un travail en petits groupes d'analyse *a priori* de l'exercice retenu et d'analyse a posteriori sur quelques copies. Dans un deuxième temps, nous ferons une synthèse collective des travaux de groupe, que nous mettrons en perspective avec nos propres analyses. Dans un troisième temps, nous présenterons les principaux résultats d'une étude en cours sur les résultats de l'évaluation pour cet exercice dans plusieurs classes de l'académie de Montpellier, dont celles dans lesquelles la séquence présentée a été mise en œuvre. Le travail conduit illustrera l'importance d'une étude fine des exercices proposés en évaluation pour pouvoir faire des hypothèses raisonnables sur ce que l'on peut tirer des résultats obtenus par rapport aux effets attendus d'une expérimentation.

1 INTRODUCTION

L'atelier que nous avons proposé s'appuie sur le travail du groupe premier degré de l'IREM de Montpellier. En 2009-2010, la thématique retenue concernait les grandeurs au cycle 3. Bien que ce thème ait déjà beaucoup été travaillé, en particulier au sein de la COPIRELEM et dans les IREM (voir par exemple IREM de Lille & Roye, 2007), on constate de manière générale que le travail sur la construction effective des grandeurs et des mesures associées tend à se focaliser sur la question des mesures. Nous nous sommes engagés au sein du groupe dans un travail d'élaboration de séquences permettant de construire progressivement les trois grandeurs géométriques : longueur au cycle 2, aire et volume au cycle 3. Une question centrale dans ce type de travail est celle de l'évaluation des compétences développées lors d'activités qui sortent des modes habituels de travail. C'est une difficulté qui est bien repérée, et que l'on retrouve pour toutes les activités qui relèvent de la démarche d'investigation. Or cette question est bien sûr centrale dans la mesure où ces activités prennent beaucoup de temps et qu'il est donc nécessaire de s'assurer qu'elles permettent bien une meilleure appropriation des notions en jeu. Au moment de l'évaluation CM2, la séquence concernant la notion d'aire au cycle 3 avait été mise en œuvre dans les classes concernées des membres du groupe (CM1 et CM2) ; nous avons identifié un item qui nous a semblé pertinent pour évaluer l'impact de ce travail. C'est autour de cet item que nous avons organisé l'atelier, qui s'est déroulé en quatre temps : une présentation de quelques éléments théoriques sur les relations entre grandeurs et mesures qui ont sous-tendu le travail du groupe – une présentation du groupe et de ses objectifs et la séquence mise en oeuvre – un travail en groupe des participants à l'atelier sur un corpus constitué de réponses d'élèves suivi d'un débat – la présentation de nos résultats. Notre compte-rendu reprend l'ensemble des ces éléments, sans nécessairement respecter l'ordre du déroulement effectif de l'atelier.

2 QUELQUES ÉLÉMENTS THÉORIQUES SUR LES RELATIONS ENTRE OBJETS, GRANDEURS ET MESURES

Dans le Socle commun des connaissances et des compétences, rubrique « Enseignement des mathématiques », on peut lire :

> *"La scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société. (…)*
>
> *Dans chacun des domaines que sont le calcul, la géométrie et la gestion de données, les mathématiques fournissent des outils pour agir, choisir et décider dans la vie quotidienne. (…)*
>
> *La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité. (…)*
>
> *Les compétences acquises en mathématiques conditionnent l'acquisition d'une culture scientifique »*

Ce programme est ambitieux, et il n'est pas toujours facile d'identifier, dans le travail mathématique fait à l'école, ce qui est susceptible de répondre à ces attentes. Le travail que nous avons entrepris sur les grandeurs et les mesures s'inscrit dans la suite des programmes de 2002, qui avaient réintroduit explicitement la nécessité d'un travail sur « Grandeurs et mesure », et pas seulement sur « La mesure des grandeurs », ce travail vise à contribuer à ce programme. La question des grandeurs et de leur mesure est en effet une question vive des relations entre les mathématiques et la société, dans la mesure où elles interviennent dans la plupart des activités humaines. En ce sens, elle intéresse depuis longtemps les chercheurs en didactique des mathématiques[1], qui est la science des conditions spécifiques pour la construction et la diffusion des connaissances mathématiques requises par la société, et étudie pour cela les processus de transmission et d'acquisition des mathématiques en prenant en compte leurs spécificités. Nous nous référons dans ce qui suit principalement au point de vue développé par Guy Brousseau dans Brousseau (2000), même si nous prenons quelques libertés avec la lettre du texte[2].

2.1 De la grandeur à la mesure

Selon d'Alembert, la grandeur est ce qui est susceptible d'être grand ou petit, ce qui met l'accent sur la notion de comparaison. Une grandeur est ainsi un type de variable que l'on peut attribuer à certains objets, qui permet des comparaisons suivant un ordre total : étant donnés deux objets et une grandeur susceptible de leur être attribuée, on peut toujours comparer ces deux objets du

[1] Voir par exemple Vergnaud, 1983 sur le volume, ou Douady & Perrin-Glorian, 1989 sur les aires.

[2] Ceci est également développé plus longuement dans Durand-Guerrier (2007)

point de vue de cette grandeur, et ce y compris si les objets sont de nature différente. Ce dernier point est essentiel ; c'est par exemple celui qui est à l'œuvre lorsque l'on réalise un patron de vêtement. On peut associer une ou plusieurs grandeurs à une catégorie d'objets indépendamment de toute unité : *la longueur, l'aire, le volume, la contenance, la masse, la durée etc.*
Cela nécessite la mise en place d'un protocole expérimental qui permet des comparaisons lorsque les contrôles sensoriels ne suffisent pas. Par exemple, pour comparer le volume de deux pierres de formes trop différentes pour une comparaison à vue, on peut les immerger successivement dans un récipient contenant de l'eau, repérer les différents niveaux d'eau et comparer les différences de hauteur obtenues, prenant ainsi en compte ainsi l'aspect unidimensionnel du volume (Vergnaud, 1983). Il est clair évidemment que ce protocole doit être en accord avec les résultats obtenus par les contrôles sensoriels lorsque ceux-ci fournissent des informations non ambiguës.
La première rencontre avec la notion de grandeur passe par la manipulation d'objets et l'élaboration de protocoles permettant les comparaisons. La notion de mesure intervient lorsque l'on fait le choix d'un étalon, c'est-à-dire d'une mesure unitaire de référence ; on va pouvoir alors, sous certaines conditions, attribuer un nombre qui sera la mesure de la grandeur pour l'unité choisie et faire des comparaisons indirectes. Si nous reprenons l'exemple du volume ci-dessus, le choix d'une unité de volume peut-être matérialisé par une graduation sur le récipient utilisé, ceci utilisant cette fois certaines propriétés tridimensionnelles du volume, comme la relation de proportionnalité entre volume et hauteur dans les prismes droits ou les cylindres. Une condition nécessaire est la propriété d'additivité : si vous immergez les deux pierres l'une à la suite de l'autre, la différence de hauteur finale sera la somme des différences de hauteur de chacune des deux pierres. Dans certains contextes où l'on doit ajuster des grandeurs, il est nécessaire que ces comparaisons soient correctes ; il est parfois nécessaire que ces grandeurs caractérisent l'objet.

2.2 Un premier exemple : la notion de longueur

Le protocole expérimental élémentaire standard consiste à se ramener à des segments parallèles que l'on sait le plus souvent comparer *à vue*. Pour une catégorie donnée d'objets, il faut définir comment déterminer ces segments, et cela va nécessiter la mise en place d'un protocole précis spécifique, et donner lieu à une grande variété de types de longueur : *envergure d'un oiseau ; garrot d'un cheval ; longueur de l'intestin grêle ; taille d'un être humain ;* etc.
Par ailleurs, un même objet peut se voir attribuer plusieurs grandeurs du type *longueur* : pour un être humain, en lien avec les vêtements : *tour de cou ; tour de taille ; tour de poitrine ; longueur des bras ; largeur des épaules etc. ;* pour un cylindre : *diamètre du cercle de base ; circonférence de ce cercle ; hauteur ; périmètre de la surface latérale ; etc.* Il est également tout à fait essentiel d'identifier qu'un même objet peut se voir attribuer des grandeurs de plusieurs types : pour un parallélogramme, il faut prendre en compte les longueurs qui le caractérisent (longueur, largeur, longueur de la diagonale) ; le périmètre ; l'aire ; pour un objet cylindrique, il faut prendre en compte les différentes longueurs ; l'aire du disque de base ; l'aire de la surface latérale ; son volume ; sa masse etc.
Il est clair que commencer le travail sur les longueurs en comparant des segments dessinés dans un manuel, qui parfois pourraient être sans problème comparés à vue, revient à faire l'impasse sur la relation aux objets, et ne permet pas la construction d'un rapport idoine à cette notion.

3 LE TRAVAIL DU GROUPE PREMIER DEGRÉ DE L'IREM DE MONTPELLIER AUTOUR DE L'AIRE

3.1 Présentation du groupe

Il s'agit d'un groupe faisant l'objet d'une convention tripartite entre l'Inspection Académique du département de l'Hérault (IA 34), l'IREM de Montpellier et l'IUFM de l'Académie de Montpellier. Cette convention pour l'organisation de stages de recherche et de réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire pour la production de ressources officialise le groupe et ses travaux depuis 2008. L'article 3 de la convention stipule que « Les participants à ces sessions sont des formateurs issus de : l'IREM, pour les compétences mathématiques, au nombre de 1 à 3 ; l'IUFM, pour les apports didactiques, au nombre de 1 à 3 ; l'IA, pour les apports pédagogiques (présence de CPC) ; des stagiaires chargés de classe, au nombre de 12 PE[3].

Le groupe se donne comme objectif général d'élaborer des séances relevant des connaissances et des compétences des programmes de l'école primaire ; de repérer des variables didactiques sur lesquelles agir ; de fournir des outils pédagogiques utilisables en formation des enseignants dans le domaine des mathématiques. Les thèmes travaillés les années précédentes sont : la construction du nombre (cycle 2) – le calcul mental (cycle 2 et 3) – la proportionnalité (cycle 3). En 2009-2010, les deux cycles ont travaillé sur le thème grandeurs et mesures – la longueur et la durée au cycle 2 - L'aire et le volume au cycle 3. Ce que nous présentons ici concerne l'aire en CM1-CM2.

3.2 La séquence élaborée et mise en œuvre au premier trimestre (novembre - décembre)

Les séances qui composent cette séquence reprennent des activités que l'on peut trouver classiquement dans les ouvrages de la COPIRELEM, ou dans certains manuels. L'objectif était de penser une progression permettant de construire la notion d'aire sous ses différents aspects en prenant en charge explicitement « la construction de la grandeur avant la mesure», de la mettre en œuvre, d'identifier les effets sur les apprentissages des élèves et de faire évoluer la séquence en fonction des observations recueillies dans les classes. Nous ne détaillons pas ici ces séances, ce n'était pas l'objet de l'atelier, nous donnons simplement le déroulement général de la séquence.

Une première séance d'évaluation (séance 0) a été mise en place pour s'assurer de la maîtrise du concept de longueur et prévoir un renforcement, si nécessaire.

La séance 1 a été organisée pour faire découvrir la notion de grandeur ; il s'agissait

[3] Les participants pour 2009-2010 sont Marie Claude Boudon, CM1 CM2, EEPU Léopold Sedar Senghor 34080 Montpellier ; Chantal Boudon-Hauteroche, CP, E.E.PU Le patus 34980 ST Gely Du Fesc CP ; Alex Cabrol, CPC Montpellier Est ; Joanna Dumoulin, CM1, EEPU Joseph Delteil 34790 Grabels ; Viviane Durand-Guerrier, Département de Mathématiques, IREM, UM2 ; Roland GIuspert, CM1, EEA Boulloche 34080 Montpellier; Laetitia Granier, CM2 EEPU Joseph Delteil 34080 Montpellier ; Sylvie Laureys, CM2, EEPU Les Garrigues 34740 Vendargues ; Stéphane Monira CP EEA IUFM Charles Daviler 34090 Montpellier ; Karine Rey, CM1 CM2, EEPU Jacques Brel 34070 Montpellier ; Marie Sablayrolles, CP, E.E.PU Sigmund Freud 34090 Montpellier ; Anne SABY CM1,E.E.PU Jules Ferry 34090 Montpellier ; Nicolas Saby, Département de Mathématiques, IREM, UM2 ; Cathy Salze, CM1, EEPU Lamartine 34000 Montpellier ; Sophie Vogel, CP, EEPU Périclès 34000 Montpellier.

principalement d'introduire la possibilité d'attribuer plusieurs grandeurs différentes à un même objet suivant le point de vue adopté.
La séance 2 avait pour objectif de faire travailler les décompositions - recompositions de surfaces afin de travailler sur la possibilité de comparaison des aires avant la mesure.
Lors de la séance 3, les élèves ont été invités à explorer et découvrir différentes stratégies de comparaison de surfaces du point de vue de l'aire, ceci contribuant à développer les compétences de structuration des surfaces à comparer.
La séance 4 était consacrée à l'identification de surfaces de même aire.
Lors de la séance 5, il s'agissait de faire émerger la possibilité d'utiliser une surface de référence (un étalon) pour mesurer l'aire d'autres surfaces ; les surfaces considérées étaient les pièces du Tangram. On visait l'utilisation du petit triangle comme unité d'aire afin d'attribuer une mesure entière à chaque pièce du Tangram : ceci permet de mettre en évidence que c'est le choix d'une unité (d'un étalon) qui permet d'attribuer une mesure.
A partir de là, le travail habituel sur la mesure des aires a été conduit dans les classes.

4 LE TRAVAIL SUR UN ITEM DE L'ÉVALUATION CM2 2009-2010

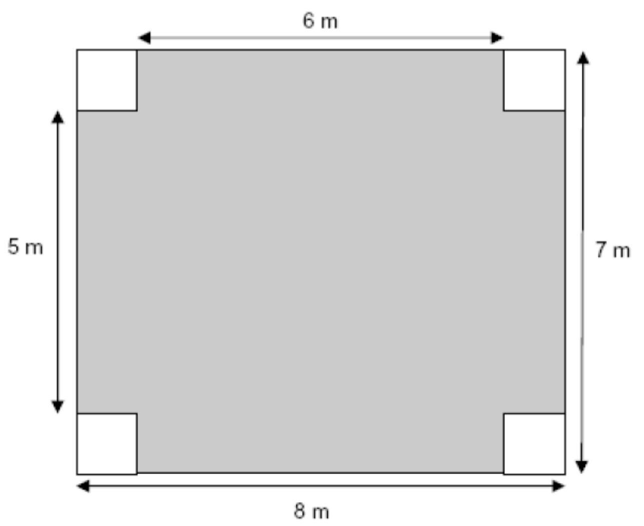
Pour préparer l'atelier, nous avons choisi de conduire un travail en appui sur l'évaluation CM2 2009-2010. Nous avons tout d'abord sélectionné un item de l'évaluation nationale CM2 qui a été passée en janvier 2010 ; nous le présentons au paragraphe 4.1. Nous avons ensuite recueilli un certain nombre de copies : dans les classes de CM2 des participants du groupe ayant passé l'évaluation – dans d'autres classes de CM2 – dans les classes de CM1 des collègues participant au groupe. Nous avons ensuite conduit une analyse *a priori*, que nous avons affinée progressivement en travaillant sur les copies issues de plusieurs de classes ; ceci nous a permis de dégager une catégorisation que nous présentons au paragraphe 4.2. Cette catégorisation nous a ensuite servi à coder les copies recueillies : chaque copie a été codée d'une part avec un numéro de classe et d'élève ; d'autre part à l'aide de l'une des catégories élaborée. Nous avons ensuite sélectionné un certain nombre de ces copies, rendant compte de la variété des procédures, comme support au travail des participants ; ceci est présenté au paragraphe 4.3.

4.1 L'item de l'évaluation CM2 2009-2010 que nous avons retenu

L'item que nous avons retenu se trouve dans le premier exercice de la séquence 3 (exercice 17). Il s'agit d'un exercice demandant de déterminer la mesure d'une aire. Dans le document pour les professeurs, cet exercice est identifié par la thématique « Grandeurs et mesures » ; les connaissances ou compétences à évaluer sont « Estimer ou mesurer une longueur, calculer un périmètre une aire, un volume » (p. 29). Connaître les différentes unités et leurs relations ». Ceci renvoie aux items 94 : « une démarche recevable a été mise en œuvre », et 95 « le résultat du calcul de l'aire est exact, et l'unité est indiquée » (p. 30).
Pour l'item 94, des exemples de démarches recevables sont indiqués. Dans nos analyses, nous nous sommes intéressés à l'item 94 ; un autre travail resterait à faire pour ce qui concerne l'item 95, en articulation avec ce qui a été fait pour l'item 94.
Le texte de l'exercice 17 est indiqué dans la figure 1 ci-après.

Exercice 17

Observe ce plan de jardin. Les quatre carrés dessinés à partir des sommets du grand rectangle sont tous identiques. Calcule l'aire de la partie grisée du plan.



Fais tes calculs ici.

L'aire de la partie grisée est …………….

Figure 1 : le texte de l'exercice 17

Les élèves disposaient en outre d'un cadre vierge de la même dimension à droite du schéma ci-dessus dans lequel était indiqué « *Fais tes calculs ici* ».
Dans le document pour les professeurs, la consigne était précisée sous la forme suivante (p. 30) :

> *Temps de passation : 10 minutes.*
>
> *Dire aux élèves :*
>
> *« Dans cet exercice, on vous demande de calculer I'aire de Ia partie grisée du plan dessiné sur le cahier. Faites vos calculs dans le cadre à droite du plan. Vous avez dix minutes. »*

Concernant l'item 94 qui nous intéresse, les exemples de démarches recevables proposés sont les suivantes (p. 30) :

- *I'aire du grand rectangle (8 × 7) - 4 fois l'aire du petit carré [4 × (1 × 1)];*
- *la somme des aires de cinq rectangles [(5 × 1)+ (6 × 1)+ (6 × 1)+ (5 × 1)+ (5 × 6)];*
- *la somme des aires de trois rectangles [par exemple [(8 × 5)+ (6 × 1)+ (6 × 1)];*
- *un quadrillage en carrés 1 × 1.*

On y trouve également des « Commentaires pour aider à l'analyse d'autres réponses ».
Pour l'item 94, les commentaires sont les suivants (p. 30) :

Une difficulté est constituée par le fait que l'élève doit dégager des étapes pour résoudre le problème posé. La solution la moins élaborée est probablement celle qui consiste à revenir à un quadrillage en carré 1 × 1, encore faut-il que l'élève ait trouvé que les petits carrés dans les coins avaient leurs côtés de longueur 1 mètre Selon cette méthode, des erreurs de dénombrement sont probables.

La solution qui consiste à faire la somme des aires de trois rectangles suppose que l'élève a été capable de :

- découper la figure en trois rectangles

- trouver les longueurs et largeurs de chaque rectangle.

Enfin la solution qui consiste à faire la différence entre l'aire du grand rectangle (8 × 7) et 4 fois l 'aire du petit carré 4 × (1 × 1) peut être vue par certains élèves mais ne pas conduire au résultat exact pour des raisons de calcul) erreur pour 8 × 7, par exemple; ou dans la soustraction.

Ces commentaires mettent bien en valeur les différents éléments que nous avons travaillés dans la séquence mise en œuvre ; en effet pour réussir cet exercice, il faut mobiliser *a minima* des compétences relevant de la décomposition/recomposition des surfaces ; ou dit autrement, il faut être capable de mettre en œuvre une structuration de l'objet, ceci afin de pouvoir engager soit une procédure de dénombrement, soit une série de calculs organisés.

4.2 Analyse a priori et catégorisation des procédures

Nous avons tout d'abord identifié trois sources principales d'erreurs pour les procédures : une mauvaise structuration de la figure, consistant soit en l'oubli de morceaux, soit en chevauchement – la confusion, classique, entre aire et périmètre – les erreurs d'unités.
Comme nous l'avons déjà dit, nous n'avons pas traité dans l'atelier la question des erreurs d'unités. Nous ne la prendrons donc pas en compte dans la classification proposée, qui concerne seulement l'item 94.
Pour classer les procédures, nous avons identifié deux grandes classes, selon qu'elles étaient centrées sur l'aire ou sur le périmètre. A l'intérieur de chacune de ces deux catégories, nous avons identifié différentes procédures selon le type de structuration du domaine que l'on pouvait identifier à la lecture des copies. Ces procédures peuvent être correctes ou erronées selon les cas dans la première catégorie ; elles sont nécessairement erronées dans la seconde catégorie, quoique certaines procédures centrées sur le périmètre conduisent à un résultat numérique exact (52). Dans ce qui suit, le résultat entre parenthèse est celui obtenu en mettant en œuvre la procédure décrite sans faire d'erreur. Nous n'avons pas indiqué l'unité (le m²).

4.2.1 Procédures centrées sur l'aire

Nous avons identifié quatre types de procédures dans cette catégorie notées respectivement C1, C2, C3 et C4, que nous avons subdivisés en sous catégories.

C1. *Retour à l'unité et dénombrement sur le quadrillage*
    C1.1 Le quadrillage est correct (52)
    C1.2 Le quadrillage est incorrect
C2. *Décomposition de la partie grisée et addition des aires*
    C2.1. En cinq rectangles (52)

C2.2. En trois rectangles (deux manières : horizontalement ou verticalement) (52)

C2.3. En plusieurs bandes (de deux manières : horizontalement ou verticalement) (52)

C3. *Décomposition du grand rectangle comme réunion du domaine à mesurer et de quatre petits carrés d'aire unité (procédure soustractive)* (52)

C4. *Utilisation du fait que l'aire s'obtient comme produit de deux longueurs sans structuration apparente ou reconnaissable de la figure*

C4.1. Calcul de l'aire en choisissant deux des données fournies par le schéma. (30, 42, 48 ou 56)

C4.2. Calcul et ajout (ou soustraction) de plusieurs aires ne renvoyant pas à une décomposition canonique de la figure[4]

C4.3. Calcul de deux aires, puis de leur produit

N.B. Ceci ne préjuge pas des erreurs possibles de dénombrement (procédures C1), ou de calcul (procédures C2, C3 et C4), des résultats numériques exacts pouvant être obtenus par compensation de deux erreurs, par exemple quadrillage incorrect et erreur de dénombrement.

Cette catégorisation met en évidence l'importance de la structuration du domaine proposé et la variété des procédures correctes qui peuvent être mises en œuvre par les élèves. Toutes ces procédures apparaissent dans les copies que nous avons analysées ; il faut noter cependant que parmi les élèves ayant suivi la séquence proposée dans le groupe, un nombre significatif a choisi la méthode de retour au quadrillage, et de dénombrement. S'il est vrai, comme indiqué dans le livret du professeur, que cette méthode est moins élaborée que les autres méthodes centrées sur l'aire, c'est néanmoins selon nous un indice du réinvestissement effectif du travail fait lors de la séquence qui, comme nous l'avons dit, ne constituait qu'une première partie du travail à conduire sur l'aire au CM2. Plus précisément, la comparaison entre les classes ayant suivi la séquence et les classes ne l'ayant pas suivi fait apparaître une différence significative : sur les 86 élèves ayant suivi la séquence, 45 ont choisi une procédure centrée sur l'aire et parmi eux 26 élèves, appartenant principalement à deux des classes, ont mis en place un quadrillage correct, tandis que parmi les 126 élèves n'ayant pas suivi la séquence, 40 ont choisi une procédure centrée sur l'aire, et parmi eux seuls 5 élèves ont mis en place un quadrillage correct. Dans chacune des deux populations, on trouve un quadrillage incorrect et une quinzaine de procédures de type C4. Pour le test d'indépendance des deux variables « Suivre la séquence proposée » et « choisir une procédure centrée sur l'aire », on obtient un Khi deux de 4,5 qui permet de rejeter l'hypothèse d'indépendance des variables au seuil de 0,05. Ceci est encore plus marqué pour le choix du quadrillage.
Notons enfin qu'une procédure correcte avec un résultat exact a été rejetée à la correction.

4.2.2 Procédures centrées sur le périmètre

Nous avons identifié neuf types de procédures que nous avons pour certaines d'entre elles subdivisées en sous catégories.

N1. *Retour à l'unité et dénombrement des carrés du tour*

N1.1. Dénombrement des carrés grisés (22)

[4] Nous désignons par décomposition canonique toute décomposition correspondant à recouvrement sans chevauchement, ni débordement.

N1.2. Dénombrement de tous les carrés du tour (26)
N.1.3. Multiplication des résultats par 2 (44 ou 52)

N2. Décomposition de la partie grisée et addition des périmètres

N2.1. En cinq rectangles (70)
N2.2. En trois rectangles (60 ou 54)
N2.3. En quatre rectangles extérieurs (le résultat est 52)

N3. *Décomposition du grand rectangle comme réunion du domaine à mesurer et de quatre petits carrés de côté unité*

N3.1 Soustraction des périmètres (14 ou 22)
N3.2. Soustraction des aires (26)

N4. *Utiliser le fait que le périmètre s'obtient en considérant deux fois chaque dimension*

N4.1. Calcul du périmètre en choisissant deux des données fournies par le schéma et les ajouter (22, 26, 28 ou 30)
N4.2. Prendre chacune des quatre données et les considérer deux fois (52)

N5. *Calcul du périmètre de proche en proche*

N5.1. En respectant le contour de la figure (30)
N5.2. En ajoutant les bords extérieurs des petits carrés (38)

N6. *Ajouter les quatre dimensions données*

N6.1. Addition des quatre données (28)
N6.2. Addition des quatre données et soustraction des aires des petits carrés (24)

N7. *Faire des calculs intermédiaires*

N7.1. Déterminer les longueurs des deux côtés pour lesquels elles ne sont pas données ; ajouter les quatre longueurs (22)
N7.2. Faire des calculs intermédiaires difficiles à interpréter

N8. *Calculer le périmètre du rectangle intérieur* (22)

N9. *Utiliser les données sans organisation apparente*

Nous avons codé N10 l'absence de réponse, et N11 ce que nous ne parvenions pas à interpréter.
Parmi ce que l'on peut retirer de ces analyses, le premier élément est le fait qu'il est possible d'obtenir 52 avec une procédure centrée sur le périmètre (N1.3, N2.3 et N4.2), ce qui s'est produit dans quatre copies. Une des conséquences est que l'on ne peut pas savoir si les élèves qui donnent directement le résultat ont mis en œuvre une procédure correcte ou non. Ceci peut permettre éventuellement de provoquer un débat dans la classe autour de la différence entre l'exactitude numérique d'un résultat et la manière de l'obtenir, dans l'hypothèse où certains élèves ont obtenu un résultat correct avec une méthode erronée.
Un autre point important qui se dégage de ces analyses (appuyées rappelons-le sur une étude préalable d'un échantillon de copies), c'est que les compétences de structuration de l'objet sont à l'œuvre chez un nombre non négligeable d'élèves mettant en œuvre une procédure centrée sur le périmètre. Il pourrait donc être pertinent, pour évaluer ce type d'exercice de distinguer entre deux aspects : les connaissances relatives à l'aire d'une part ; la compétence consistant à structurer un objet pour en déterminer l'aire ou le périmètre d'autre part.

4.2.3 Le corpus proposé aux participants

Le corpus proposé aux participants se compose de 48 copies, que nous avons réparties en deux paquets. Le paquet A comportait 18 copies sur 9 feuilles recto verso numérotées de A1 à A9 ; le second paquet comportait 20 copies sur 10 feuilles recto verso numérotées de B1 à B10.

L'intégralité des copies proposées a été scannées ; elles sont jointes en annexe[5].
Chaque groupe de 3 ou 4 personnes disposait soit d'un paquet A, soit d'un paquet B. La consigne proposée aux participants était la suivante :

> Déterminer les procédures possibles.
> Dégager des critères de catégorisation *a priori* des procédures.
> Mettre en œuvre des catégories sur quelques copies d'élèves.

Nous n'avions pas fourni aux participants notre analyse *a priori*, ni notre propre catégorisation. Nous n'avions pas non plus communiqué les commentaires contenus dans le livret du professeur. L'objectif du travail était de mettre en discussion la possibilité d'évaluer ou non les connaissances et compétences relatives aux grandeurs à partir de tels item, et en particulier de repérer ou non un effet des choix d'enseignement que nous avions fait dans la séquence mise en œuvre.

Lors du travail des groupes et du bilan qui en a suivi, les éléments d'analyse *a priori* et de classification que nous avions élaborés sont naturellement apparus. La question de la mise en perspective avec la présence ou non de l'unité correcte a été soulevée. Il est clair que ce travail mériterait d'être conduit. Il faut pour cela reprendre l'ensemble des copies et mettre en regard la procédure utilisée et la présence ou non de l'unité correcte dans le résultat. Nous ne l'avons pas fait, mais une étude informelle laisse penser qu'il n'y a pas vraiment de corrélation entre les deux.
Par rapport à la question que nous nous posions sur l'impact de nos choix d'enseignement dans la séquence, plusieurs participants ont attesté n'avoir que très rarement rencontré chez les élèves de cycle 3 la procédure consistant à réaliser le quadrillage et à dénombrer les carreaux, que nous considérons comme un indice d'un processus en cours de conceptualisation de la notion d'aire. Ceci renforce l'hypothèse selon laquelle la mise en œuvre de cette procédure est un effet du travail conduit avec les élèves.

5 CONCLUSION

La question principale que nous souhaitions poser dans le cadre de l'atelier est celle de la possibilité de mesurer, à travers une évaluation institutionnelle, l'impact de choix d'enseignement s'écartant des pratiques habituelles tout en restant dans le cadre des programmes et des préconisations institutionnelles. Le travail que nous avons conduit autour de l'item de l'évaluation nous permet de tirer deux conclusions. D'une part, l'item que nous avions retenu comme mettant en jeu les compétences et connaissances travaillées nous a permis de repérer un effet de ces choix par le recours significatif au quadrillage et au dénombrement, et par une plus grande part des procédures centrées sur l'aire par rapport aux autres classes. Cette comparaison ne prend cependant pas en compte le travail qui a pu être fait dans les autres classes, ce qui serait nécessaire pour une étude plus approfondie de l'impact des choix d'enseignement. D'autre part, les analyses illustrent selon nous l'importance d'une étude fine des exercices proposés en évaluation pour pouvoir faire des hypothèses raisonnables sur ce que l'on peut tirer des résultats obtenus par rapport aux effets attendus d'une expérimentation

[5] Nous remercions Jean-Claude Imbert de s'être chargé de cette tâche.

comme la nôtre, mais plus généralement par rapport aux effets attendus de l'enseignement ordinaire. Ceci devrait permettre d'éviter que des réponses exactes puissent être produites avec des procédures erronées[6] ; ceci nous a permis également ici de mettre en évidence des compétences liées à la structuration du domaine, y compris dans le cas des procédures erronées centrées sur le périmètre. C'est un résultat que nous n'avions pas anticipé.

Références bibliographiques

Brousseau G. (2000) Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales. Un exemple d'utilisation de la théorie des situations pour l'ingénierie, consulté en ligne math.unipa.it/~grim/mesure.pdf le 12/02/2010.

Douady R. & Perrin-Glorian M.J (1989) Un processus d'apprentissage du concept d'aire. *Educational Studies in Mathematics* **20** . 387-424.

Durand-Guerrier, V. (2007) Les enjeux épistémologiques et didactiques de la prise en compte de la dimension expérimentale en mathématiques à l'école élémentaire, in *Actes du XXXIIIème colloque sur la formation des maîtres, CRDP de Versailles, CDDP de l'Essonne Evry.*

IREM de Lille, Roye L. (2007) Grandeurs et mesure au cycle 3. Enseigner et apprendre les grandeurs par la résolution de problèmes, Lille : CRDP du Nord-Pas-de-Calais, 2007

Vergnaud G. (Ed). (1983). Didactique et Acquisition du Concept de Volume. N° spécial de *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4.

[6] Notons cependant qu'il n'est pas toujours possible d'éviter cet écueil.

QUELLES MODALITÉS DE CONTRÔLE DES CONNAISSANCES DANS LA FORMATION EN MATHÉMATIQUES DES PROFESSEURS D'ÉCOLE ?

Arnaud SIMARD
COPIRELEM
IUFM de Franche Comté
arnaud.simard@fcomte.iufm.fr

Jean-Louis IMBERT
COPIRELEM

Pascale MASSELOT
COPIRELEM

Cécile OUVRIER-BUFFET
COPIRELEM

I - INTRODUCTION

L'année 2010 est une année charnière dans la formation des enseignants et en particulier dans la formation des Professeurs des Écoles. Le processus de « masterisation » implique un bouleversement dans la façon de penser la formation des maîtres. Les futurs professeurs des écoles devront suivre une formation diplômante de niveau bac + 5 (Master) tout en préparant et en passant le concours CRPE pendant la cinquième année du master. Suite à une licence universitaire (bac + 3), les étudiants s'inscrivent en première année de master (M1) préparant aux métiers de la formation et de l'enseignement. Une fois le M1 validé, ils demandent une inscription en deuxième année de master (M2) et, s'ils sont acceptés, ils peuvent alors s'inscrire au concours CRPE qui comporte deux parties (admissibilité au début de l'année du M2 et admission en fin de M2) dans chacune desquelles l'évaluation des connaissances mathématiques intervient. En cas de réussite, le résultat du concours ne sera validé que si le M2 l'est également. Le master (M1 et M2) constitue donc à la fois une formation universitaire diplômante et une préparation au concours. Dans toute la diversité des maquettes de master proposées par les universités des différentes académies, des unités d'enseignement spécifiques aux mathématiques[1] sont mentionnées sous différents intitulés[2] faisant ou non référence à la nature des épreuves du concours (les textes définissant les épreuves sont donnés en annexe). Ces unités d'enseignement auront deux objectifs bien spécifiques, d'une part former les futurs professeurs des écoles en mathématiques et, d'autre part, préparer les étudiants aux épreuves de mathématiques du concours CRPE. Les étudiants vont devoir être évalués à l'issue de ces unités d'enseignement en vue de l'obtention du diplôme de master. L'atelier proposé a pour but de réfléchir collectivement sur le contenu et les modalités des contrôles de connaissances à mettre en place. Il résulte d'une inquiétude des formateurs IUFM que nous sommes, face à la problématique suivante : la nature des sujets de concours de recrutement va avoir un effet sur les formations dispensées dans les masters et sur les contenus des évaluations à l'issue de chaque semestre du master (cf travaux de Peltier, 1995). Concernant l'élaboration des sujets de concours pour le

[1] Le terme « mathématique » recouvre ici à la fois des notions mathématiques et des éléments de didactique des mathématiques.

[2] Par exemple : « Connaissances nécessaires à l'enseignement des mathématiques, des sciences et de la technologie à l'école primaire et appropriation de ressources didactiques. (Préparation aux épreuves écrites du concours) » ; « Fondamentaux mathématiques : mathématiques pour l'enseignement »…

CRPE, le lecteur peut aussi se référer à un atelier proposé lors du XXXIII^{ème} Colloque de la COPIRELEM (Bonnet, Eysseric, Simard, 2006).

Un rapide tour de table des participants à l'atelier montre que trois mois avant le début des enseignements, sur 18 académies représentées, seules 3 maquettes sont suffisamment abouties pour que s'engage une réflexion sur l'évaluation des unités d'enseignement.

L'atelier a été pensé en quatre parties. Dans un premier temps, une mise au point sur les finalités des unités d'enseignement spécifiques aux mathématiques dans les masters doit permettre de préciser les différents aspects des mathématiques à aborder dans le cadre d'une formation destinée à de futurs enseignants. Les participants sont sollicités pour « justifier en quatre ou cinq points la nécessité de « savoir » des mathématiques pour un futur professeur des écoles ». Une synthèse permet alors de dégager les grands objectifs d'une formation en mathématiques des futurs maîtres. Pour la deuxième et la troisième partie de l'atelier, nous nous plaçons dans le cadre de l'évaluation d'une unité d'enseignement du master. Deux modalités sont plus précisément analysées, l'une orale (avec temps de préparation limité) et l'autre écrite (en temps limité) en vue de définir les connaissances mathématiques et didactiques que l'étudiant doit mobiliser pour réussir chacune des épreuves. Dans la dernière partie, pour élargir le domaine des possibles en termes d'évaluation d'un module de formation, nous évoquons d'autres modalités d'évaluation. Pour une meilleure lisibilité, le plan de l'article suivra celui de l'atelier et les apports des participants à l'atelier seront intégrés au texte.

II - LES MATHÉMATIQUES POUR…

Les formateurs en mathématiques sont amenés à enseigner « des » mathématiques aux futurs professeurs des écoles. Une première question se pose : les formateurs sont-ils tous d'accord sur la nature des mathématiques à enseigner à un étudiant qui envisage de faire apprendre des mathématiques à des élèves de l'école primaire ? Bien entendu, la préparation au concours implique de se référer à un programme... mais les « mathématiques pour le concours » sont-elles distinctes, incluses ou disjointes des « mathématiques pour le futur enseignant » ? Il est souhaitable qu'elles soient « incluses »... et nous ferons donc l'hypothèse qu'elles le sont effectivement. Ainsi, nous supposerons qu'il suffit de suivre les enseignements de mathématiques des masters pour également préparer le concours (reste la question de l'entraînement, un peu formel, permettant de s'adapter au mieux aux contraintes spécifiques des épreuves écrites et orales). La question suivante prend ainsi tout son sens : dans la perspective d'une formation professionnelle, à quoi sert-il de faire (et de faire faire) des mathématiques au futur Professeur des Écoles ? Cette question posée aux participants permet ainsi de dégager six grands objectifs imbriqués. Il ne s'agit pas ici d'évoquer des situations de formation permettant d'atteindre ses objectifs mais d'en préciser les enjeux. En se plaçant du point de vue du futur enseignant, il s'agit de « faire des mathématiques … » tout à la fois pour :

1. dominer les notions à enseigner ;
2. comprendre les programmes et les mettre en perspective ;
3. comprendre les ressources existantes et savoir les utiliser ;
4. comprendre les productions des élèves (procédures, erreurs, etc.) en réponse à une tâche proposée ;
5. se réconcilier avec les mathématiques ;
6. se former en tant que citoyen, par exemple en matière de formation au raisonnement.

Nous développons chacun de ces axes en nous appuyant sur les arguments retenus au cours des discussions qui ont amené à les identifier.

1 Axe 1- Les mathématiques pour dominer les notions à enseigner

Il s'agit d'acquérir un bagage mathématique « suffisant » par rapport aux exigences de l'école primaire. La maîtrise des concepts mathématiques implique également une prise de recul par rapport à leur structure et à leur organisation pour envisager une cohérence globale des mathématiques. Il s'agit de dépasser la structuration « par chapitre » du collège – lycée, au profit d'une structure liée et en spirale. Citons pour exemples les relations : « numération et algorithmes opératoires », « ordinal – cardinal et nombres », « situations de proportionnalité – fonctions linéaires – représentations graphiques ». Pour comprendre, maitriser ce qu'ils vont enseigner, les étudiants doivent acquérir une certaine aisance en mathématiques pour ensuite être capable d'avoir recours aux changements de registres. Une « revisite » des mathématiques les amène à découvrir la complexité de certaines notions naturalisées. Résoudre des problèmes mathématiques à leur niveau leur permet d'apprendre à chercher pour ensuite se projeter en laissant chercher leurs élèves[3] mais aussi de développer une pensée logique, d'apprendre à raisonner et à argumenter. Il s'agit également de hiérarchiser progressivement les différents statuts de connaissances et leur articulation, de dominer les différents contenus et ainsi de prendre un certain recul par rapport à la « rigueur » mathématique, ou tout au moins l'image que les étudiants peuvent en avoir. Ce changement de regard sur les mathématiques accompagne un changement de posture qui consiste à passer de la position d'élève qui « fait » des mathématiques à celle d'enseignant qui « fait faire » des mathématiques.

2 Axe 2- Les mathématiques pour comprendre et s'approprier les programmes

Le nouveau maître doit pouvoir interpréter les programmes, voire les changements de programmes, en termes de rupture ou de continuité pour en restituer la cohérence, lecture de la cohérence qui l'aidera à concevoir son projet d'enseignement. A ce niveau, les savoirs mathématiques et les liens entre ces savoirs sont revisités dans la perspective de l'enseignement avec la nécessité d'identifier les différents niveaux de transposition : celle effectuée depuis le savoir « savant » vers le savoir enseigné, celle des savoirs à enseigner vers les programmes, mais aussi celle des programmes vers les manuels et de les analyser. Il s'agit de devenir capable de reconnaître les prémices, la découverte, l'élaboration, l'évolution et la construction progressive d'une notion. Ces distinctions doivent être mises en relation avec la prise en compte du développement cognitif de l'enfant pour envisager un découpage en paliers d'apprentissage. Il s'avère également nécessaire d'envisager comment se prolonge l'enseignement d'une notion, ce à quoi elle prépare, au cours de la scolarité ultérieure. Pour certains concepts, des éléments relatifs à l'histoire des mathématiques et l'histoire de la discipline scolaire elle-même, voire à l'histoire des programmes peuvent aider le futur enseignant à s'approprier les programmes et à les mettre en œuvre. Pour le professeur des écoles polyvalent, chargé de l'ensemble des enseignements, l'identification des liens entre les notions mathématiques elles-mêmes doit s'accompagner d'une mise en évidence des notions mathématiques intervenant dans l'enseignement des autres disciplines.

3 Axe 3- Les mathématiques pour comprendre, analyser les séquences, séances et situations d'apprentissage proposées dans les différentes ressources et les mettre en œuvre

Les connaissances mathématiques du futur maître doivent lui permettre de reconnaître la richesse de certaines ressources, de s'approprier des scénarii de classes proposés par celles-ci et de les mettre en œuvre en les adaptant au contexte de la classe. Il doit savoir faire des choix, savoir tirer parti des expériences observées ou relatées. Plus précisément, il s'agit de donner la possibilité au futur professeur des écoles de savoir étudier le statut et la place des différents types d'activités que l'on peut proposer en mathématiques (résolution de problèmes pour découvrir, construire, réinvestir une notion, tâches visant l'apprentissage de techniques, le développement d'automatismes, la mémorisation, etc.). Relativement aux progressions qu'il aura

[3] Dans le cadre de situations d'homologie par exemple

à construire, le professeur sera amené à analyser une proposition d'un ou de plusieurs manuels scolaires pour en percevoir la cohérence. En un mot, le professeur doit devenir autonome par rapport au manuel.

Ainsi, les connaissances mathématiques à acquérir doivent permettre au professeur des écoles tout à la fois de comprendre l'adéquation tâche / objectif / modalité de travail, d'adapter et de faire évoluer une situation, de l'évaluer *a posteriori*, de construire une trace écrite conforme aux mathématiques et au niveau d'apprentissage, de prévoir des aides qui ne dénaturent pas une situation.

4 Axe 4- Les mathématiques pour comprendre, analyser, voire hiérarchiser les procédures des élèves

Les connaissances mathématiques du maître lui servent d'abord au moment de l'analyse *a priori* de la situation pour envisager les procédures des élèves et choisir les valeurs des variables didactiques en fonction de ce qu'il cherche à provoquer, et ensuite à interpréter les procédures effectives élaborées par les élèves. En particulier, il doit être capable d'appréhender la pluralité des stratégies envisageables, d'agir et d'interagir avec les élèves sans interférer sur la tâche ni dénaturer la situation, d'évaluer les procédures effectivement proposées par les élèves, qu'elles correspondent ou non à celles attendues, de juger de leur pertinence, enfin de les hiérarchiser pour en faire une synthèse à la portée de tous les élèves et institutionnaliser les connaissances. De plus, il devra interpréter les erreurs produites en termes de connaissances pour réguler son action.

5 Axe 5- Les mathématiques pour réconcilier les professeurs des écoles avec cette discipline

Les étudiants qui s'orientent vers le professorat des écoles ont des trajectoires de formation très hétérogènes. Beaucoup sont issus de formation littéraire et la plupart d'entre eux ont vécu une rupture, plus ou moins importante, avec les mathématiques. L'un des enjeux primordiaux de la formation au professorat des écoles, qui, s'il est atteint, contribuera probablement à atteindre les autres (et réciproquement) est donc de réconcilier tous ces étudiants avec une discipline qu'ils seront amenés à enseigner. En prenant en compte le passé mathématique des étudiants, il s'agit donc de dépasser les expériences vécues en tant qu'élève, de « rassurer » par rapport aux mathématiques, de modifier l'image souvent négative des mathématiques, en se détachant notamment d'une rigueur souvent « mal placée » : revisiter le formalisme collège – lycée, apprendre à chercher, tâtonner…

Amener à initier un questionnement à propos de l'utilité des mathématiques contribuera à permettre aux futurs enseignants de donner à leurs futurs élèves l'envie d'apprendre.

6 Axe 6- Les mathématiques pour former le citoyen

Dans un contexte d'appartenance à une société, les mathématiques développent une façon scientifique et humaine d'appréhender le monde. Mettre en débat des idées, conjecturer, démontrer, argumenter, formuler, écouter, réfuter, prouver, convaincre…autant de thématiques que les mathématiques peuvent aider à développer.

Ce premier temps a ainsi permis d'expliciter les différents aspects des savoirs mathématiques à appréhender par le futur enseignant. Dans la suite de l'atelier, les mises en situation proposées ont pour objectif d'engager un questionnement sur la manière de s'assurer de l'acquisition de ces savoirs mathématiques, dans toute leur diversité. Nous avons fait le choix de partir de deux « épreuves » très fermées mais suffisamment « réalistes », pour ensuite élargir à un questionnement plus général, tout d'abord en conservant les mêmes modalités mais en s'éloignant de la spécificité des notions intervenant dans ces épreuves, puis en envisageant d'autres modalités d'évaluation.

III - ANALYSE, SUR UN EXEMPLE, DES CONNAISSANCES POUVANT ÊTRE ÉVALUÉES DANS LE CAS D'UNE D'ÉPREUVE ORALE

Pour la première modalité, le cadre proposé est le suivant : une épreuve orale sanctionne une unité d'enseignement mathématique d'un master « métier de l'enseignement et de la formation ». Un sujet (présenté ci-dessous) est donné à l'étudiant qui bénéficie de deux heures de préparation en salle d'étude avant de présenter son travail devant un jury (20 minutes de présentation, 20 minutes de questions). Ce choix de cadre n'est pas anodin, il peut s'apparenter à l'épreuve orale du concours CRPE 2011 (si la structure avec dossier est retenue) donc cette évaluation contribuerait à préparer le candidat à ce concours. Dans le cadre de l'atelier, les participants sont invités à analyser le sujet sous le prisme de la synthèse de la première partie en répondant à la question suivante : « Dans ce cadre, peut-on s'assurer de l'appropriation des savoirs identifiés à la première partie ? ».

Le même sujet est proposé à chaque groupe de participants et il porte sur la notion de parallélisme en géométrie plane au CM1. La modalité retenue est la suivante : un thème de leçon, un niveau de classe et un contexte sont donnés. Outre les documents institutionnels définissant les programmes de l'école, trois dossiers de documents pédagogiques sont mis à la disposition de l'étudiant : il s'agit des pages du livre de l'élève et du livre du maître consacrées à ce thème extraites de trois manuels appartenant à des collections différentes. L'étudiant doit présenter une analyse de ces différents documents et choisir l'un des dossiers comme support d'une séquence. Il argumentera son choix et précisera les modalités de mise en œuvre de cette séquence. Les références des documents pédagogiques sont indiquées ci-dessous.

Thème : **Droites parallèles**

Niveau : **CM1**

Contexte : Ensemble du travail sur ce thème

- J'apprends les maths CM1, éd. 2005, livre du maître : pages 88 - 89, livre élève : pages 38 - 39.

- Pour comprendre les maths CM1, éd 2008, livre du maître : pages 64 - 70 - 129 - 130, livre élève : pages 48 - 49 - 53 et 108 – 109, cahier d'activités : pages 7 - 8

- CAP Maths, éd 2003, livre du maître : pages 123 – 124 ; 131 – 132 ; 137, livre élève : pages 62 – 65 - 68 plus fiches photocopiables : pages 34 - 44 et 46 - 48.

Le candidat doit présenter une analyse des documents fournis et en choisir un en argumentant son choix. Il précisera les modalités de mise en œuvre de ce support.

Après s'être rapidement approprié le sujet, les participants à l'atelier ont cherché à identifier la nature des connaissances mathématiques à mobiliser pour réussir cette épreuve.

L'axe 1[4] est identifié sous plusieurs angles. En effet, l'étudiant pourra être évalué sur ses connaissances concernant les différentes définitions du parallélisme et leur équivalence (double perpendicularité, écart constant, absence de croisement…), voire au passage d'une définition « savante » à une définition « enseignée » à l'école que l'on pourrait qualifier de « procédurale » puisqu'elle devra permettre de trouver un moyen de vérifier que deux droites sont parallèles ou de s'assurer de la validité d'une construction d'une parallèle à une droite donnée. La notion de parallélisme dans l'espace peut être abordée par l'étudiant qui envisagerait une « extension » ultérieure de la notion. Pour analyser les documents, il doit être conscient de l'existence de

[4] Les mathématiques pour dominer les notions à enseigner.

différents cadres pour le travail en géométrie (géométrie perceptive et/ou instrumentée notamment). Il pourra par exemple utiliser le cadre de la géométrie I, et de la géométrie II (Houdement, Kuzniak, 2000) pour analyser l'activité des l'élève et l'articulation (et donc la progression des apprentissages) pouvant se dessiner dans les activités proposées. Au niveau des savoirs mathématiques, il doit pouvoir faire des liens avec le concept de mesure, la notion de perpendicularité dans le plan, entre autres. Il doit connaître les instruments utilisables (règle graduée ou non, règle roulante, compas, réseau…) avec leurs spécificités et aussi dans leur complémentarité. Toutes les activités à base de pliage, lorsqu'il s'agit de justifier certaines propriétés, mobilisent elles aussi un savoir mathématique qui est souvent plus difficile à appréhender par les enseignants car moins « transparent ». Ces derniers points sont également proches de l'axe 4.

Les mathématiques relevant de l'axe 2[5] sont également sollicitées car des tâches distinctes sont à identifier dans les programmes : « Reconnaître que des droites sont parallèles. » « Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droites parallèles. ». Les documents choisis intègrent-ils toutes les tâches préconisées dans les programmes ? Il peut être intéressant de se questionner sur ce qui relève de la notion de parallélisme sur l'ensemble du cycle 3. La notion de parallélisme est sous jacente à certaines notions abordées en CE2 (dans le cadre des propriétés des figures géométriques) et se poursuit au CM2 (utilisation des instruments pour construire des droites parallèles).

Ce sujet d'oral est clairement positionné au niveau de l'axe 3[6]. L'étudiant doit être capable d'analyser les conceptions du parallélisme qui sous tendent les séquences décrites dans les manuels proposés. Il doit pouvoir marquer les forces et les faiblesses des séquences proposées. A partir des mises en œuvre proposées par les auteurs des ressources, il doit également réfléchir sur les adaptations à apporter ou non pour envisager la mise en œuvre effective de ces séquences dans une classe (ici « fictive ») : moyens pédagogiques, gestion de la classe, découpage de la séquence et des séances, prise en compte de l'hétérogénéité, aides à proposer…

Concernant l'axe 4[7], les difficultés, les erreurs et les procédures des élèves pourront être envisagées à partir des exercices proposés dans les différents documents extraits des livres de l'élève mis à leur disposition. Lors de la présentation orale, le jury pourrait également fournir des productions d'élèves à commenter, analyser et évaluer.

Finalement il semble difficile d'identifier l'acquisition de connaissances mathématiques relevant des axes 5[8] et 6[9] à partir de ce seul support et ce serait au jury de les reconnaître au moment de la prestation orale de l'étudiant et éventuellement d'envisager des questions spécifiques pour compléter cette évaluation. Se pose ici la question des modalités à retenir lors de la présentation du candidat pour permettre au jury de disposer de tous les éléments nécessaires pour étayer son évaluation…

IV - ANALYSE, SUR UN EXEMPLE, DES CONNAISSANCES POUVANT ÊTRE ÉVALUÉES DANS LE CAS D'UNE D'ÉPREUVE ÉCRITE.

Dans le cadre de l'atelier, la modalité retenue, par les animateurs, est une épreuve écrite en temps limité. Un sujet (qui peut s'apparenter à celui de type concours CRPE) est proposé aux participants : un sujet (sujet 1 dans la suite du texte) portant sur la numération et plus particulièrement sur le système de numération égyptien pour la moitié des groupes de participants et un sujet (sujet 2 dans la suite du texte) portant sur la

[5] Les mathématiques pour comprendre et s'approprier les programmes.

[6] Les mathématiques pour comprendre, analyser les séquences, séances et situations d'apprentissage proposées dans les différentes ressources et les mettre en œuvre.

[7] Les mathématiques pour comprendre, analyser, voire hiérarchiser les procédures des élèves.

[8] Les mathématiques pour réconcilier les professeurs des écoles avec cette discipline.

[9] Les mathématiques pour former le citoyen.

notion de proportionnalité pour les autres groupes. L'intégralité de ces sujets est fournie en annexe. Il est également proposé une critique de ces sujets, questions par questions, en référence aux axes proposés dans la première partie de ce texte. Les participants sont invités à analyser ces sujets du point de vue des connaissances à mobiliser par l'étudiant en se référant aux axes dégagés en partie 1. Un tel sujet écrit peut-il permettre de s'assurer de l'appropriation des savoirs identifiés à la première partie ?

Des connaissances relevant de l'axe 1[10] sont bien présentes dans les deux sujets proposés : compréhension fine du système numération égyptien et intérêt du système décimal pour le sujet 1, lien entre proportionnalité et linéarité pour le sujet 2.

Relativement à l'axe 2[11] peuvent être identifiées, dans le sujet 1, des connaissances dans la mise en perspective de l'algorithmique dans un cadre très contextualisé : capacité à reconnaître, comprendre et expliciter un algorithme nouveau pour les étudiants. Dans le sujet 2, l'axe 2 est moins prédominant, mais le sujet s'attache à faire sortir l'étudiant du carcan du « produit en croix » et du « tableau de proportionnalité » pour s'attacher aux propriétés fondamentales de la proportionnalité.

L'aspect des connaissances mathématiques classées dans l'axe 3[12] peut être reconnu dans le sujet 1. En effet, la numération égyptienne est présentée dans de nombreux ouvrages destinés à l'école et il s'agit de bien comprendre ce système pour pouvoir l'utiliser à bon escient lors de l'élaboration d'une progression. Dans le sujet 2, toute une partie de l'énoncé porte sur la critique d'un document pédagogique (questions 4 à 9). Il s'agit d'analyser une séquence en différentes phases et d'expliciter les fonctions de ces différentes phases.

Les connaissances relevant de l'axe 4[13] sont déclinées dans les deux sujets sous forme d'analyse de productions d'élèves. Dans le sujet 1 (question 6), une production fictive est proposée et l'analyse est à mener en comparaison avec l'analyse globale d'algorithmes de calcul. Ce sujet propose en effet une étude précise d'un algorithme de la multiplication, cette analyse doit servir de base à la compréhension de certaines procédures élèves. De la même manière, le sujet 2 traite en profondeur de la proportionnalité et de ses liens avec la linéarité. Cette étude a également pour but la compréhension fine des procédures que le maître est en droit d'attendre (ou de promouvoir) chez ses élèves. Quatre productions réelles d'élèves sont présentées et soumises à analyse par le prisme des aspects théoriques développés en début de sujet. D'autre part, la question 9 du sujet 2 demande à l'étudiant d'anticiper une procédure élève, ce qui est un moyen adéquat pour évaluer sa connaissance du niveau réel (ou attendu) des élèves.

Les axes 5 et 6 semblent faire défaut dans ces deux sujets, mais peut-on envisager de s'assurer qu'un étudiant est « réconcilié avec les mathématiques » à travers les réponses qu'il fournit dans le cadre d'un sujet d'examen ? Le pari semble difficile à relever. Pour autant ces sujets s'attachent à des problématiques (historique pour le sujet 1 et attaché à un sujet très présent dans la vie quotidienne pour le sujet 2) formatives pour l'étudiant. En effet, même si le sujet 1 peut paraître rébarbatif par son aspect algorithmique, il n'en est pas moins important pour le futur professeur des écoles qui doit connaître d'autres systèmes de numération et réfléchir à d'autres algorithmes de calcul : cela lui permet en effet de revisiter ses connaissances sur notre système de numération et les algorithmes privilégiés dans l'enseignement à l'école élémentaire et ainsi de mieux appréhender les connaissances que l'élève doit construire et d'envisager d'autres procédures à développer. Le sujet 2, même si la dimension didactique prend ici beaucoup d'importance, présente l'intérêt de traiter de la proportionnalité sous presque tous ses angles (il manque ici le lien avec la géométrie).

[10] Les mathématiques pour dominer les notions à enseigner.

[11] Les mathématiques pour comprendre et s'approprier les programmes.

[12] Les mathématiques pour comprendre, analyser les séquences, séances et situations d'apprentissage proposées dans les différentes ressources et les mettre en œuvre.

[13] Les mathématiques pour comprendre, analyser, voire hiérarchiser les procédures des élèves.

V - PROLONGEMENTS

Dans la dernière partie de l'atelier, les participants sont invités à proposer d'autres modalités envisageables pour évaluer des modules mathématiques en master de formation des futurs professeurs des écoles.

Une piste déjà expérimentée a été soumise à la discussion. L'épreuve proposée était construite à partir d'un stage d'observation. Les futurs professeurs des écoles, en groupe de 3, devaient récupérer des données dans leur stage et constituer un dossier, avec, sur un thème, la description et l'analyse des documents utilisés, le recueil et l'analyse de productions d'élèves. L'évaluation ne porte pas tant sur le recueil de données que sur l'analyse que les étudiants étaient capables d'en faire. Un premier constat relatif à ce type d'évaluation concerne la nature de leur implication dans le stage de pratique accompagnée.

Un travail du style des « TPE de lycée », des analyses de supports vidéo présentant des séances de classes ou des moments spécifiques d'un déroulement de séquence constituent également des pistes intéressantes à décliner selon le moment où cette évaluation intervient au cours des deux années du master.

VI - DISCUSSION

L'objectif de cet atelier était d'initier une réflexion sur les modalités de contrôle des connaissances et des savoirs faire en mathématiques des étudiants qui se destinent au professorat des écoles dans les futurs master. La première étape lors d'une évaluation est de préciser clairement l'objet de l'évaluation. Six axes, correspondant aux différents aspects des mathématiques utiles aux professeurs des écoles, ont été identifiés. L'axe 1 concerne les mathématiques pour dominer les notions à enseigner ; l'axe 2, les mathématiques pour comprendre les programmes ; l'axe 3, les mathématiques pour comprendre les ressources et savoir les utiliser, l'axe 4 ; concerne les mathématiques pour comprendre les procédures des élèves. Enfin, l'axe 5 met l'accent sur les mathématiques pour réconcilier l'étudiant avec un domaine généralement peu apprécié et l'axe 6 focalise sur les mathématiques pour la formation du citoyen.

Ce prisme permet notamment d'analyser différentes modalités de contrôle de connaissances. Peut-on caractériser les savoirs que doit mobiliser le candidat pour répondre aux questions posées en se référant aux axes identifiés ? Les deux contextes étudiés au cours de l'atelier (une épreuve orale avec préparation en temps limité et une épreuve écrite en temps limité) semblent permettre d'évaluer certains points des différents axes, mais conservent tout de même beaucoup d'inconvénients.

L'épreuve orale permet à l'étudiant de montrer sa capacité d'analyse et son sens de la communication lors d'un échange avec le jury. La discussion orientée par le jury permet de cerner les points forts et faibles de l'étudiant au cas par cas. En revanche, l'élaboration d'un sujet oral semble poser beaucoup plus de questions que celle d'un sujet d'écrit, tant sur les conditions de passation : possibilité ou non d'avoir recours à des ressources bibliographiques ou internet, par exemple ; que sur la formation du jury : quelle serait la spécificité des membres du jury ? D'autre part, les « normes » mises en place pour l'évaluation sont à questionner : les réponses attendues peuvent-elles soumises à un barème ? Peut-il y avoir une grille commune à tous les sujets ? Enfin, comment s'assurer de l'équité de traitement des étudiants si on leur propose des sujets différents, s'ils ont à répondre à des questions différentes face à des jurys différents ? Le principal problème étant qu'un oral peut rapidement dériver et ne plus consister qu'en l'exposé d'une « leçon type » sur une notion ou une compétence à acquérir à un moment de la scolarité. Il se transformerait ainsi en une épreuve « normée » avec des « bonnes » réponses attendues et il apparaît évident qu'il ne pourrait être révélateur de l'aptitude à enseigner.

L'épreuve écrite permet probablement un traitement plus équitable de tous les étudiants : un même sujet, des correcteurs différents mais un même barème, des conditions semblables pour tous. Cette modalité permet d'aborder une série de points précis préalablement choisis et l'étudiant peut formuler ses réponses de manière réfléchie sans le stress de l'échange direct avec le jury. En revanche, il semble ici aussi important de ne pas enfermer l'étudiant dans des réponses attendues et de lui laisser la possibilité d'être critique.

La richesse des échanges au cours de l'atelier a conduit à établir une première catégorisation qui devrait permettre d'éclairer l'idée de la complexité des connaissances mathématiques de diverses natures à acquérir au cours d'une formation en mathématiques des futurs enseignants. Se focalisant sur l'adéquation d'épreuves à l'évaluation de l'acquisition de ces connaissances, les discussions ont amené à mieux cerner les représentations des participants, notamment en faisant émerger les « points qui rencontrent l'accord de tous » et ceux qui suscitent toujours des débats…

VII - REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BONNET N., EYSSERIC P. & SIMARD A. (2006) Elaboration de sujets de concours pour le CERPE. *Actes du XXXIII^ème^ Colloque de la COPIRELEM*, Dourdan.

HOUDEMENT C. & KUZNIAK A. (2000) Formations des maîtres et paradigmes géométriques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 20/1, 89-116.

PELTIER ML. (1995) *La formation initiale, en mathématiques, des professeurs d'école : entre conjoncture et éternité. Etude des sujets de concours de recrutement et contribution à la recherche des effets de la formation sur les professeurs stagiaires.* Thèse, Université Paris 7.

VIII - ANNEXES

Annexe 1 : Textes officiels traitant du concours CRPE (issus du SIAC1)

A. - Epreuves du concours externe de recrutement de professeurs des écoles

- Epreuves d'admissibilité

L'admissibilité comporte deux groupes d'épreuves de quatre heures chacun, en français et histoire géographie et instruction civique et morale, d'une part, et en mathématiques et sciences expérimentales et technologie, d'autre part.

Dans chaque épreuve écrite, il est tenu compte, à hauteur de trois points maximum, de la correction syntaxique et de la qualité orthographique de la production des candidats.

I-1. Epreuve écrite de français et d'histoire, géographie et instruction civique et morale

(…)

I-2. Epreuve écrite de mathématiques et de sciences expérimentales et de technologie

L'épreuve vise à évaluer :

— la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques, en référence aux programmes de l'école primaire, ainsi que la capacité à raisonner logiquement dans les domaines numérique et géométrique et à communiquer dans un langage précis et rigoureux ;

— la maîtrise des principales connaissances scientifiques et technologiques nécessaires pour enseigner à l'école primaire ainsi que la capacité à conduire un raisonnement scientifique.

L'épreuve comporte deux parties.

Dans la première partie, le candidat résout deux ou trois problèmes ou exercices de mathématiques.

Dans la seconde partie, le candidat répond à deux ou trois questions relevant des domaines scientifiques ou technologiques, à partir de documents ayant trait à des notions inscrites dans les programmes du premier degré.

L'épreuve est notée sur 20 : 12 points sont attribués à la première partie, 8 points sont attribués à la seconde partie ; coefficient 3.

Durée de l'épreuve : quatre heures.

(…)

II. - Epreuves d'admission

II-1. Présentation de la préparation d'une séquence d'enseignement en mathématiques et interrogation, au choix du candidat, sur les arts visuels, la musique ou l'éducation physique et sportive

L'épreuve vise à évaluer :
— les connaissances et compétences du candidat et son aptitude à les mobiliser pour concevoir et organiser une séquence d'enseignement s'inscrivant dans les programmes d'une classe de l'école maternelle ou élémentaire ;
— la capacité du candidat à expliquer et justifier ses choix didactiques et pédagogiques.

L'épreuve comporte deux parties.
L'épreuve est notée sur 20. La première partie est notée sur 12 points, la seconde sur 8 points ; coefficient 3.
Première partie : durée de la préparation : trois heures ; exposé n'excédant pas vingt minutes suivi de vingt minutes d'entretien.
Seconde partie : en fonction de la discipline choisie.

La première partie consiste pour le candidat, à partir d'un sujet tiré au sort, à préparer une séquence d'enseignement sur une notion ou un contenu inscrit dans les programmes de l'école primaire (maternelle et élémentaire) et à présenter les raisons qui ont présidé aux choix pédagogiques retenus. Elle est suivie d'un entretien avec le jury.
Dans l'exposé, le candidat présente les éléments constituant la séquence : objectifs, contenus, démarches, supports pédagogiques et procédure d'évaluation. L'entretien avec le jury porte sur l'exposé et sur la progression de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.
Les sujets sont fondés sur les programmes de l'école primaire (maternelle et élémentaire). La classe et le cycle pour lesquels la séquence d'enseignement est préparée sont précisés. Pour chaque sujet, le candidat dispose d'une documentation en salle de préparation.
Dans la seconde partie, le candidat effectue une présentation dans l'un des domaines suivants, choisi au moment de l'inscription :
— arts visuels ;
— musique (expression musicale) ;
— éducation physique et sportive.

Annexe 2 : Sujet d'évaluation orale d'une unité d'enseignement mathématique.

Modalité : Un thème de leçon, un niveau de classe et un contexte sont donnés, ainsi que trois dossiers de documents pédagogiques. Le candidat doit présenter une analyse de ces différents documents et choisir l'un des dossiers comme support d'une séquence. Il argumentera son choix et précisera les modalités de mise en œuvre de cette séquence.

Les dossiers peuvent être constitués d'extraits de manuels scolaires et de livres du maître, de fiches de préparation conçues par des enseignants, de documents pris sur Internet, d'extraits de revues pédagogiques…

Thème : Droites parallèles

Niveau : CM1

Contexte : Ensemble du travail sur ce thème

- J'apprends les maths CM1, éd. 2005, livre du maître : pages 88 - 89, livre élève : pages 38 - 39.

- Pour comprendre les maths CM1, éd 2008, livre du maître : pages 64 - 70 - 129 - 130, livre élève : pages 48 - 49 - 53 et 108 – 109, cahier d'activités : pages 7 - 8

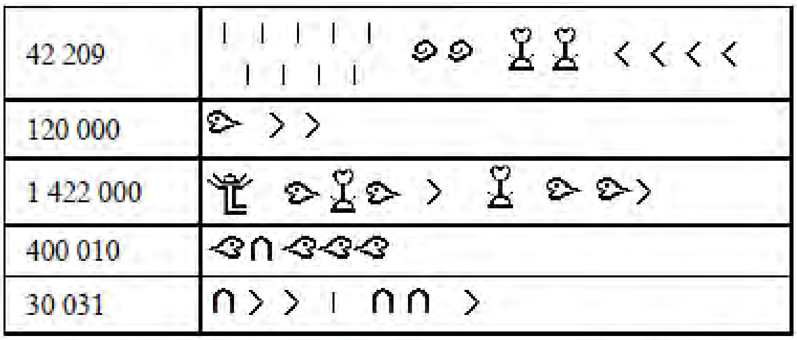
- CAP Maths, éd 2003, livre du maître : pages 123 – 124 ; 131 – 132 ; 137, livre élève : pages 62 – 65 - 68 plus fiches photocopiables : pages 34 - 44 et 46 - 48.

Le candidat doit présenter une analyse des documents fournis et en choisir un en argumentant son choix. Il précisera les modalités de mise en œuvre de ce support.

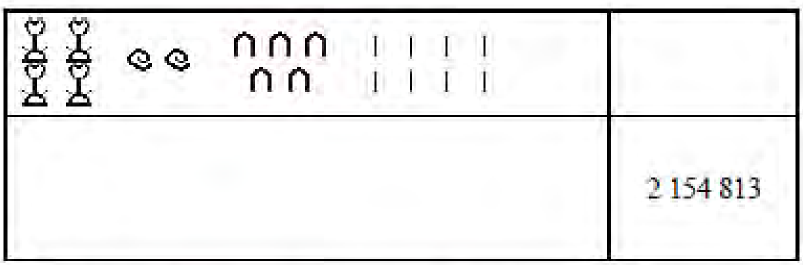
<u>Annexe 3</u> : Sujets d'évaluation écrite d'une unité d'enseignement mathématique.

Sujet 1 (7,5 points)
Thème : numération et multiplication

Dans le tableau ci-dessous, on a écrit quelques nombres avec des hiéroglyphes, tel que des scribes égyptiens auraient pu le faire vers –3000 av. J.C.
On nommera les signes utilisés, dans l'ordre d'apparition ci-dessous : le trait, la spirale, la fleur (de lotus), le doigt courbé, le têtard, le dieu et l'anse (de panier).



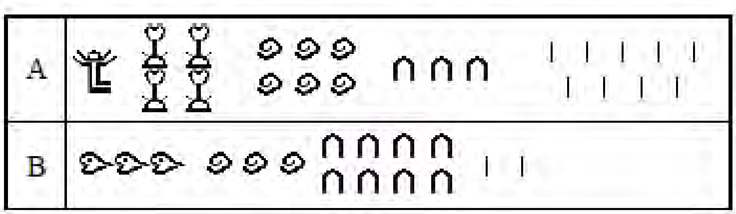
1. On admet qu'il existe une écriture unique de chaque nombre dans ce système (à l'ordre près des symboles utilisés), chaque symbole étant utilisé au maximum neuf fois.
Traduire les nombres suivants : (0.5 point)



2. a. Expliciter une règle permettant de comparer deux nombres quelconques écrits dans ce système de numération. (1 point)

2.b. Citer un avantage de notre système actuel de numération écrite par rapport au système égyptien du point de vue de la comparaison des nombres. (0,5 point)

3. a. Calculer la différence entre les deux nombres suivants par une procédure utilisable par un égyptien de l'époque (on laissera visibles les différentes étapes du calcul). (0,5 point)



3. b. Comparée à la technique anglo-saxonne de la soustraction (par échanges-démolition), en quoi cette technique de calcul est-elle plus facilement compréhensible par les élèves ? Donner un argument. (0,5 point)

4. Pour multiplier deux nombres, les égyptiens utilisaient une méthode dite « par duplications successives ».

Exemples : (avec nos symboles de numération)

1	47
2	94
4	~~188~~
8	~~376~~
16	~~752~~
32	1504
35	1645

donc $35 \times 47 = 1645$

1	25
2	~~50~~
4	~~100~~
8	200
16	400
32	~~800~~
64	1600
89	2225

donc $89 \times 25 = 2225$

4a. Effectuez ainsi le produit 28 × 34 (0,5 point)

4b. Montrez la validité de cet algorithme sur l'exemple de 35 × 47 en justifiant chacune des étapes du calcul. (1 point)

4c. Décrivez cet algorithme et justifiez qu'il est toujours utilisable pour calculer le produit de deux entiers, quels qu'ils soient. (1 point)

5. Dans les exemples donnés, on a utilisé 6 et 7 lignes avant de pouvoir faire l'addition finale. Supposez que l'on ait à effectuer le produit d'un nombre à quatre chiffres par un nombre à trois chiffres, quel nombre minimal de lignes faut-il écrire ? Quel nombre maximal ? Justifiez vos réponses. (0,5 point)

6. Dans une classe de CE1, des élèves confrontés pour la première fois au calcul de 19 × 34, ont calculé ainsi :

34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34

68 + 68 + 68 + ...

136 + ...

....

Trouver deux points communs entre cette procédure et l'algorithme " à l'égyptienne ". Donner une capacité supplémentaire nécessitée par ce dernier. (1 point)

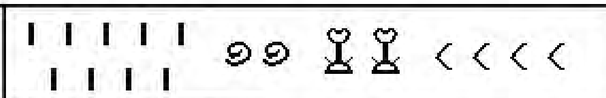
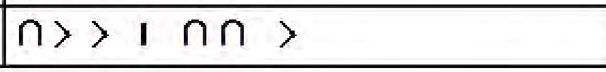
7. On effectue avec l'algorithme usuel la multiplication 34×19 :

	3	4	$\cancel{3}$
×	1	9	
3	0	6	
3	4		
6	4	6	

À quel niveau de classe les élèves doivent-ils connaître cet algorithme ? Ont-ils intérêt à l'utiliser dans ce cas précis ? Justifier. (0,5 point)

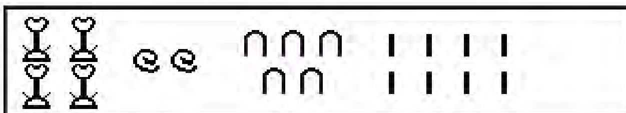
Sujet 1 (7,5 points)
Thème : numération et multiplication

Dans le tableau ci-dessous, on a écrit quelques nombres avec des hiéroglyphes, tel que des scribes égyptiens auraient pu le faire vers –3000 av. J.C.
On nommera les signes utilisés, dans l'ordre d'apparition ci-dessous : le trait, la spirale, la fleur (de lotus), le doigt courbé, le têtard, le dieu et l'anse (de panier).

42 209	
120 000	
1 422 000	
400 010	
30 031	

1. On admet qu'il existe une écriture unique de chaque nombre dans ce système (à l'ordre près des symboles utilisés), chaque symbole étant utilisé au maximum neuf fois.
Traduire les nombres suivants : (0,5 point)

Connaissance disciplinaire : domaine des systèmes de numération (I)

	
	2 154 813

2. a. Expliciter une règle permettant de comparer deux nombres quelconques écrits dans ce système de numération. (1 point)

Connaissance disciplinaire : domaine des systèmes de numération (I)

L'ordre des unités numérales est : trait, anse, doigt, spirale, fleur, têtard, dieu.

Dans chaque nombre, on repère l'unité numérale d'ordre supérieur. Si elles sont différentes, le nombre le plus grand est celui qui a utilise l'unité de plus grande valeur. Si elles sont identiques, on dénombre leurs occurrences : le nombre le plus grand est celui où elle apparaît le plus. En cas d'égalité, on reprend la comparaison avec les unités d'ordre inférieur.

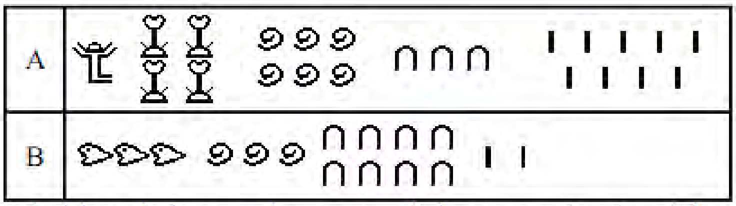
2.b. Citer un avantage de notre système actuel de numération écrite par rapport au système égyptien du point de vue de la comparaison des nombres. (0,5 point)

question d'ordre *épistémologique (évolution des systèmes de numération à travers les âges) (II)*

- chez nous la longueur de l'écriture du nombre est suffisante pour conclure quand elles sont différentes
- on n'a pas besoin de dénombrer les symboles de même espèce, tout se fait sur les écritures

3. a. Calculer la différence entre les deux nombres suivants par une procédure utilisable par un égyptien de l'époque (on laissera visibles les différentes étapes du calcul). (0,5 point)

Connaissance disciplinaire : domaine des techniques opératoires (technique non usuelle) (I)



3. b. Comparée à la technique anglo-saxonne de la soustraction (par échanges-démolition), en quoi cette technique de calcul est-elle plus facilement compréhensible par les élèves ? Donner un argument. (0,5 point)

question sur les choix effectué dans les programmes et comparaison de techniques opératoires (II)

on a les collections sous les yeux ce qui facilite les échanges, alors que dans la technique anglo-saxonne les échanges ne reposent que sur un jeu d'écritures.

4. Pour multiplier deux nombres, les égyptiens utilisaient une méthode dite « par duplications successives ».

Connaissances maths pour justifier à « différents niveaux ». Explicitation sur exemple, et justifier de manière générale. Décrire un algorithme en citant les propriété et en explicitant clairement (utilisation d'un vocabulaire précis).(I)

Exemples : (avec nos symboles de numération)

1	47
2	94
4	~~188~~
8	~~376~~
16	~~752~~
32	1504
35	1645

donc 35×47=1645

1	25
2	~~50~~
4	~~100~~
8	200
16	400
32	~~800~~

donc 89×25=2225

64	1600
89	2225

4a. Effectuez ainsi le produit 28×34 (0,5 point)

Identifier un algorithme d'une technique opératoire et le reproduire sur un exemple (I)

4b. Montrez la validité de cet algorithme sur l'exemple de 35×47 en justifiant chacune des étapes du calcul. (1 point)

Connaissance disciplinaire : propriétés mathématiques sur les nombres et les opérations (I)

$35 \times 47 = (1 + 2 + 32) \times 47$ → décomposition de 35 en somme de puissances de 2
$= (1 \times 47) + (2 \times 47) + (32 \times 47)$ → distributivité de la multiplication par rapport à l'addition
$= (1 \times 47) + (2 \times 47) + ((2\times2\times2\times2\times2)\times47)$ → décomposition de 32 en facteurs premiers
$= 47 + 94 + 1504$ → calcul et associativité généralisée à n facteurs
$= 1645$

4c. Décrivez cet algorithme et justifiez qu'il est toujours utilisable pour calculer le produit de deux entiers, quels qu'ils soient. (1 point)

Connaissance disciplinaire, nombres entiers (I)

<u>Description</u> : Dans la colonne de gauche, on écrit successivement la suite des puissances de 2 inférieures à l'un des facteurs et on entoure celles dont la somme est égale à ce facteur. Dans la colonne de droite, on écrit le 2ème facteur que l'on double à chaque ligne.
Le produit des deux nombres est alors égal à la somme des nombres de la colonne de droite qui correspondent aux nombres entourés dans la colonne de gauche.
<u>Justification</u> : - tout nombre a une écriture unique en base 2
ou - tout nombre peut se décomposer en somme de puissances de 2
ou - tout nombre est compris entre deux puissances successives de 2

5. Dans les exemples donnés, on a utilisé 6 et 7 lignes avant de pouvoir faire l'addition finale. Supposez que l'on ait à effectuer le produit d'un nombre à quatre chiffres par un nombre à trois chiffres, quel nombre minimal de lignes faut-il écrire ? Quel nombre maximal ? Justifiez vos réponses. (0,5 point)

Connaissance disciplinaire, nombres entiers (I)

ax : 9999×999 $2^{13} < 9999 < 2^{14}$ donc max 14 lignes
Min : 1000×100 et $2^6 < 100 < 2^7$ donc min 7 lignes

6. Dans une classe de CE1, des élèves confrontés pour la première fois au calcul de 19×34, ont calculé ainsi :

34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + 34

68 + 68 + 68 + ...

136 + ...

....

Trouver deux points communs entre cette procédure et l'algorithme " à l'égyptienne ". Donner une capacité supplémentaire nécessitée par ce dernier. (1 point)

Envisager des procédures d'élèves (IV)

Ressemblances : - duplications successives de l'un des facteurs et
- addition finale des résultats restants quand les duplications sont finies
- utilisation d'une somme pour effectuer un produit

Capacité supplémentaire : - trouver une décomposition additive du 2^ème^ facteur en utilisant les puissances de 2 déjà écrites

7. On effectue avec l'algorithme usuel la multiplication 34 × 19 :

	3	4
×	1	9
3	0	6
3	4	
6	4	6

~~3~~

À quel niveau de classe les élèves doivent-ils connaître cet algorithme ? Ont-ils intérêt à l'utiliser dans ce cas précis ? Justifier. (0,5 point)

lien avec les programmes (II)

- niveau CE2 (programmes 2008)
- non car plus simple en passant par 34 × 20 – 34
- oui si technique maîtrisée, effectuée rapidement sans se poser de questions …

Sujet 2
- Proportionnalité (8,5 points) -

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves de cycle 3 pour travailler la notion de proportionnalité.

Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier, et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de ce papier. *a- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 14 m de papier ?* *b- Quelle longueur de papier lui faut-il pour emballer 50 livres ?* *c- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 6 m de papier ?*

1- Cette situation semble être une situation de proportionnalité.

a) Donner un implicite (non dit) de l'énoncé qu'il serait bon de préciser pour lever toute ambiguité. (0,25 point)

b) La phrase « *Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier, et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de ce papier* » propose des données numériques. Donner une difficulté induite par ces données numériques. (0,25 point)

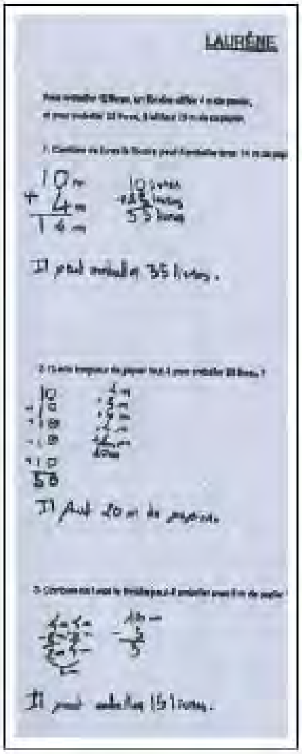
2- D'un point de vue mathématique, cette situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire (ou sa réciproque). Quelles sont ces fonctions ? Répondre aux questions a, b et c de l'exercice en utilisant l'une ou l'autre de ces fonctions. (1 point)

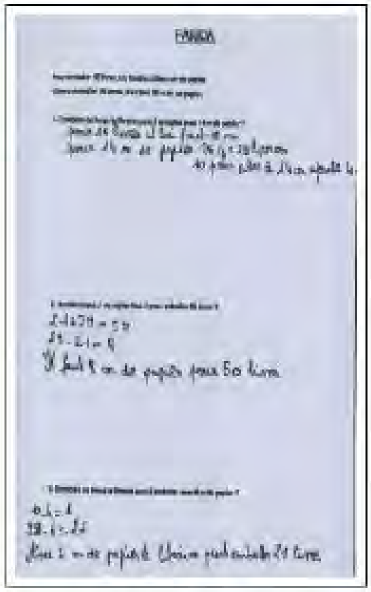
3- L'exercice est proposé à trois élèves (Laurène, Farida et Yann : voir page suivante).

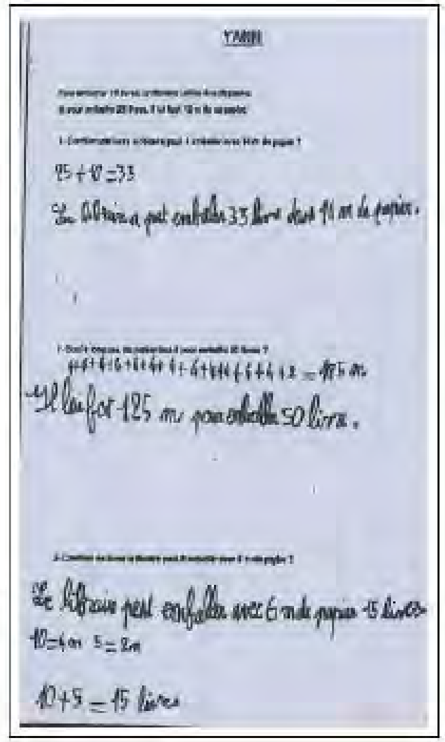
a) Analyse de la copie de Laurène.Mettre en évidence les procédures que Laurène utilise pour répondre aux questions, pour cela on se réfèrera aux propriétés de linéarités des fonctions introduites à la question précédente. (0,5 point)

b) Analyse de la copie de Farida. Donner une explication plausible aux erreurs commises par Farida pour répondre aux questions a) et c). Farida a-t-elle reconnu une situation de proportionnalité? (0,5 point)

c) Analyse de la copie de Yann. Comment interpreter la réponse de Yann à la question b) ? (0,5 point)







Pour introduire la notion de proportionnalité en classe de CM1, cet enseignant décide d'utiliser le document suivant :

Valérie reçoit ses amis pour son anniversaire.
Elle a décidé de leur préparer un cocktail : « le Margot-drink »

Voici la recette pour 4 verres :

• Combien de fruits de chaque sorte et quelle quantité de sirop de grenadine faut-il prévoir pour préparer :

6 verres
8 verres
10 verres
20 verres de « Margot-drink » ?

Valérie a acheté 8 citrons, 8 oranges et 1 bouteille de sirop de grenadine (avec cette bouteille, elle peut remplir 9 verres à liqueur).

• Combien peut-elle préparer de verres de « Margot-drink » pour ses invités ?

Il convient également de préparer la séquence en se référant au canevas suivant :

Etape 1 : La recette est affichée au tableau. La première question est écrite au tableau. Les élèves sont invités à rechercher les informations utiles pour répondre à cette question.

Etape 2 : Les élèves sont répartis en groupes hétérogènes. Ils ont à chercher une solution et à la présenter sur une affiche.

Etape 3 : Le maître procède à la mise en commun des affiches rédigées dans chaque groupe. Des explications orales peuvent être demandées aux producteurs des affiches et des arguments sont échangés entre élèves.

Etape 4 : Une synthèse collective permet à l'enseignant de mettre en évidence les éléments pertinents et les erreurs contenus dans les affiches.

- il met en place un modèle de présentation qui permet d'écrire les données, les résultats calculés et de schématiser la méthode utilisée.
- il organise la correction de la première question en séparant le calcul des ingrédients pour 8 verres et 20 verres de celui pour 6 verres et 10 verres. Il fait intervenir comme intermédiaire le calcul pour 2 verres indiqués par une affiche. Il fait apparaître ainsi les propriétés qu'il veut mettre en place.

Etape 5 : Les élèves prennent connaissance de la deuxième question et essaient d'y répondre individuelllement. Le maître conduit une correction collective à partir des différentes propositions.

Etape 6 : Les élèves ont à résoudre 3 exercices du même style.

Etape 7 : La situation suivante est proposée pour cette fin de séance.

Voici 2 recettes de crêpes

a/ Compare les 2 recettes.

b/ La maîtresse désire faire des crêpes pour les 30 élèves de la classe.

Quelles quantités doit-elle prévoir ?

4- Expliciter les connaissances préalables que doivent avoir les élèves pour résoudre ce problème. Citer trois points importants. (1 point)

5- Analyser la chronologie des sept étapes proposées par l'enseignant en s'appuyant sur les connaissances mathématiques visées et les démarches choisies pour les structurer en soulignant l'intérêt de chaque étape. Donner un intérêt pour chaque étape. (1,5 points)

Sujet 2
- Proportionnalité (8,5 points) -

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves de cycle 3 pour travailler la notion de proportionnalité.

Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier, et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de ce papier.
- *a- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 14 m de papier ?*
- *b- Quelle longueur de papier lui faut-il pour emballer 50 livres ?*
- *c- Combien de livres le libraire peut-il emballer avec 6 m de papier ?*

1- Cette situation semble être une situation de proportionnalité.

a) Donner un implicite (non dit) de l'énoncé qu'il serait bon de préciser pour lever toute ambiguité. (0,25 point)

Il suffit de dire que tous les livres sont les mêmes et que le libraire les emballe un par un avec la même longueur de papier pour chaque livre.
Pour traiter cette question il faut identifier « l'invariant » qui caractérise la proportionnalité : c'est-à-dire :
« tous les livres sont les mêmes » définit l'unité ;
« Un par un avec la même longueur de papier » élément invariant qui détermine le coefficient ;

Cette réponse contribue :
- *à s'interroger entre un énoncé issu de la réalité et le traitement mathématiques de la situation : les mathématiques comme production de modèles pour la situation « réelle » (partie I)*
- *à développer un regard critique de travaux proposés-présentés par des manuels et en particulier apprendre à repérer les implicites (partie III)*

b) La phrase « *Pour emballer 10 livres, un libraire utilise 4 m de papier, et pour emballer 25 livres, il lui faut 10 m de ce papier* » propose des données numériques. Donner une difficulté induite par ces données numériques. (0,25 point)

La présence de « 10 livres » et « 10 mètres » peut provoquer une confusion chez l'élève.
Pour répondre à cette question l'étudiant doit avoir compris la notion de fonction [la proportionnalité met en jeu la notion de fonction] (partie I) et permet d'expliquer les erreurs induites par les choix de valeurs numériques {par exemple : 10 livres, 10 mètres donc 14 mètres, 14 livres} (partie III et IV)

2- D'un point de vue mathématique, cette situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire (ou sa réciproque). Quelles sont ces fonctions ? Répondre aux questions a, b et c de l'exercice en utilisant l'une ou l'autre de ces fonctions. (1 point)

La fonction qui au nombre de livre donne le métrage de papier est $f(x) = 0{,}4 \times x$. *La fonction, qui au nombre de mètres de papier donne le nombre de livre maximum que l'on peut emballer est* $g(y) = 2{,}5 \times y$. *Ces deux fonctions sont réciproques l'une de l'autre.*
Question a) $g(14) = 2{,}5 \times 14 = 35$ *ou alors* $g(14) = g(10) + g(4) = 25 + 10 = 35$. *Donc 35 livres emballés avec 14 mètres de papier.*
Question b) $f(50) = 0{,}4 \times 50 = 20$ *ou alors* $f(50) = 5 \times f(10) = 5 \times 4 = 20$. *Il faut 20 m de papier*

pour emballer 50 livres

Question c) $g(6) = 2{,}5 \times 6 = 15$ *ou alors* $g(6) = g(2) + g(4) = \frac{1}{2}g(4) + g(4) = 5 + 10 = 15$. *Donc 15 livres emballés avec 6 mètres de papier.*

La proportionnalité, modèle de résolution de la situation, repose sur la fonction linéaire. Pour répondre aux trois questions l'étudiant doit repérer et utiliser deux fonctions linéaires (réciproques l'une de l'autre) en mettant en œuvre soit le coefficient de linéarité soit l'une des deux propriétés de linéarité.

Le modèle mathématique qui permet d'étayer les différents raisonnements. (partie I)

3- L'exercice est proposé à trois élèves (Laurène, Farida et Yann : voir page suivante).

a) Analyse de la copie de Laurène.Mettre en évidence les procédures que Laurène utilise pour répondre aux questions, pour cela on se référera aux propriétés de linéarités des fonctions introduites à la question précédente. (0,5 point)

Pour la question a) : Laurène utilise en acte la propriété additive de la proportionnalité
$g(14) = g(10 + 4) = g(10) + g(4) = 25 + 10 = 35$

Pour la question b) : $f(50) = f(10 + 10 + 10 + 10 + 10) = f(10) + .. + f(10) = 4 + .. + 4 = 20$.

Pour la question c) : Elle décompose 6 en 4+2. Elle ne détaille pas sa manière de dire qu'avec 2 m de papier on emballe 5 livres. On peut cependant supposer qu'intuitivement elle divise 10 par 2. (Ce qui revient au même de dire, « avec la moitie de 4 m j'emballe la moitié de 10 livres »). Pour résumer ses opérations : $g(6) = g(2) + g(4) = \frac{1}{2}g(4) + g(4) = 5 + 10 = 15$.

La question 2) a posé la question de la connaissance mathématique. La procédure de l'élève est identifiée du point de vue mathématique et elle peut alors être rattachée à un type de raisonnement. (partie IV)

Elle permet aussi de repérer les connaissances et les procédures différentes des élèves. (partie IV)

b) Analyse de la copie de Farida. Donner une explication plausible aux erreurs commises par Farida pour répondre aux questions a) et c). Farida a-t-elle reconnu une situation de proportionnalité? (0,5 point)

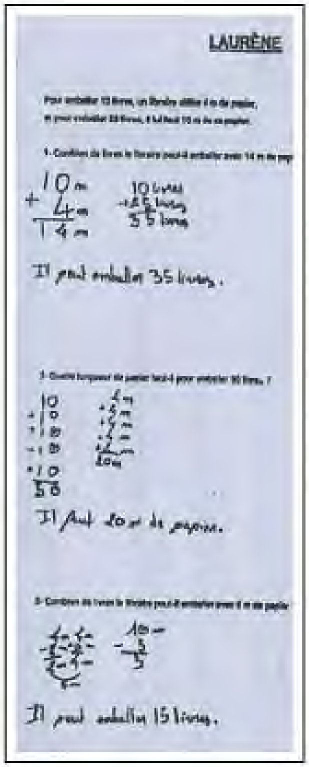
Il semble que Farida n'a pas reconnu une situation de proportionnalité. Pour la question a) Farida traduit la phrase « avec 4 mètres de plus j'emballe 4 livres de plus ». En acte, elle fait l'erreur suivante $g(14) = g(10 + 4) = g(10) + 4 = 25 + 4 = 29$. *(Persistance du modèle additif).*

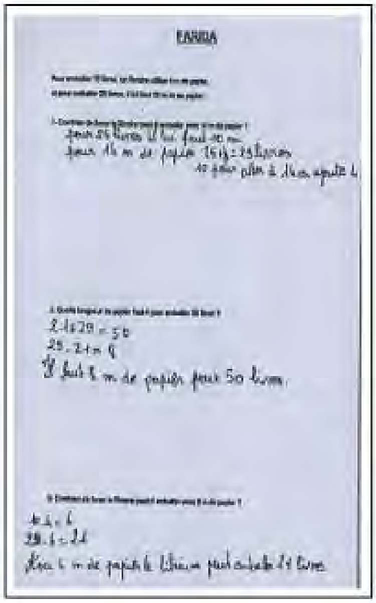
Pour la question c) : Même style d'erreur $g(6) = g(10 - 4) = g(10) - 4 = 25 - 4 = 21$ *(« avec 4 mètres de moins j'emballe 4 livres de moins ».*

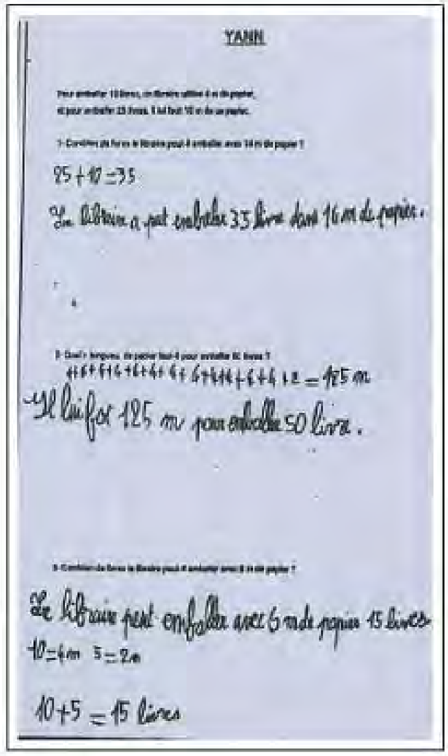
Même partie mais en aucun cas cela donne accès au raisonnement réel de l'élève. Idem pour la question c)

c) Analyse de la copie de Yann. Comment interpreter la réponse de Yann à la question b) ? (0,5 point)

Yann utilise la même procédure que Laurène en a) et c) (en moins explicite). Par contre pour le b) il a tenté d'utiliser la propriété d'additivité de la proportionnalité mais mélange le nombre de livres et le nombre de m de papier. (Il répond à la question, combien de livres peut-on emballer avec 50 m de papier). Ainsi il décompose 50 en additions de 4 et à chaque 4 fait correspondre 10 (il fait *correspondre 5 au 2). Il répond avec les bonnes unités.*







Pour introduire la notion de proportionnalité en classe de CM1, cet enseignant décide d'utiliser le document suivant :

Il convient également de préparer sa séquence en se référant au canevas présenté sur la page suivante.

4- Expliciter les connaissances préalables que doivent avoir les élèves pour résoudre ce problème. Citer trois points importants. (1 point)

On pourrait citer ici :
Connaître le sens des opérations multiplication et addition.
Connaître $\frac{1}{2}$ *ou 0,5 et savoir calculer avec ce nombre.*
Savoir élaborer une démarche originale dans un problème pour lequel on ne dispose pas de solutions déjà éprouvée.
Formuler et communiquer sa démarche.

L'analyse des connaissances préalable développe une connaissance essentielle qui contribue d'une part à étudier les apprentissages en lien avec les programmes (partie II) et à analyser les propositions trouvées dans les manuels ou autres ressources (partie III).
L'analyse des conditions préalables suppose que l'on soit capable d'identifier savoir et savoir-faire nécessaires et d'analyser la tâche par rapport au travail dont elle relève (entreprendre et conduire une recherche,...) et par rapport à la continuité du curriculum. (partie III dominante)

5- Analyser la chronologie des sept étapes proposées par l'enseignant en s'appuyant sur les connaissances mathématiques visées et les démarches choisies pour les structurer en soulignant l'intérêt de chaque étape. Donner un intérêt pour chaque étape. (1,5 points)

Etape1 : Appropriation individuelle (lecture et recherche d'informations pertinentes). Les élèves se familiarisent avec l'énoncé.
Etape 2 : Recherche par groupe. Action. Formulation écrite. Les groupes travaillent ensemble, les élèves échangent pour construire une solution.
Etape 3 : Mise en commun. Formulation orale. Débat. Argumentation. Les élèves prennent conscience des autres procédures.
Etape 4 : Synthèse collective. Le maître met en évidence une procédure « expert » si possible en se basant sur les écrits des élèves.
Etape 5 : Approfondissement individuel. Les élèves ré-investissent ce qu'ils ont fait.
Etape 6 : Consolidation. Entraînement.
Etape 7 : Ré-investissement. Les élèves transposent ce qu'ils viennent d'apprendre dans un autre contexte.

L'analyse d'une mise en oeuvre est importante (Partie III). Nécessite l'analyse mathématique des différentes étapes (obstacles, aides,...) Les questions 6 et 7 permettent de travailler les mêmes compétences professionnelles.

6- Concernant l'étape 1 : recenser les informations utiles demandées aux élèves et que le maître veut mettre en relief. (0,5 point)

<u>Données :</u> Recette. Nombre de verres (4), nombre de citrons (2), nombre d'orange (2), nombre de verres à liqueur (1).
<u>Question :</u> Nombre de verres (6), nombre de citrons ? nombre d'orange ? nombre de verres à liqueur ? Idem pour 8, 10 et 20 verres.

7- Proposer un modèle que met le maître en place dans la partie a) de la quatrième étape. Comment schématiser la méthode utilisée ? (1 point)

Le maître peut récapituler les données et les questions sous forme d'un tableau. Il peut également schématiser la méthode utilisée au moyen de flèches pour passer d'une colonne à l'autre...

Nb de verres	*4*	*8*	*20*	*2*	*6*	*10*
Nb de citrons	*2*					
Nb d'oranges	*2*					
Nb de verres à liqueur.	*1*					

La spécificité de la question par rapport aux questions 5,6 et 8 porte sur la transposition du savoir savant à niveau donné pour atteindre un objectif, en principe, explicite ; (partie I)

8- Donner deux propriétés de la proportionnalité évoquées dans la partie b) de la quatrième étape ? (0,5 points)

Les propriétés évoquées sont la multiplicativité et l'additivité. En d'autres termes, les relations de linéarité sous jacentes et que l'on peut expliciter par $f(x+y) = f(x) + f(y)$ et $f(kx) = kf(x)$.

Idem question 1)

9- A l'étape 7-a) le maître propose un exercice de ré-investissement. En quoi cet exercice est-il différent de celui proposé en étape 1 ? Donner une procédure possible qu'un élève de CM1 peut mettre en œuvre pour répondre à la question posée. (1 point)

L'exercice proposé à l'étape 7 utilise la proportionnalité en tant qu'outil. Les élèves doivent trouver un raisonnement qui leur permet de comparer les deux recettes. On ne leur demande pas de calculer les quantités pour un certain nombre de personnes. Une procédure peut être la suivante : calculer les quantités pour un même nombre de personnes pour les deux recettes, on choisira de calculer les quantités pour 2 personnes ou pour 12 personnes. Ensuite, on compare les quantités trouvées.

Renvoie à la partie I par prise de recul de la compétence mathématique (démarche de recherche) et lien entre modèle et situation « réelle » ;
Renvoie à la partie II par nécessité de connaître les programmes ;
Renvoie à la partie III parce qu'elle oblige à s'interroger sur la place et le rôle d'une proposition de travail dans un parcours d'apprentissage ;
Renvoie à la partie IV pour l'identification des procédures possibles des élèves.

LA SYMÉTRIE ORTHOGONALE DU CE2 À LA SIXIÈME : D'UNE RÉFLEXION SUR LES ENJEUX DE SON ENSEIGNEMENT À L'ÉLABORATION D'UN DOCUMENT-RESSOURCE POUR LES ENSEIGNANTS

Christine MANGIANTE-ORSOLA
MCF, Université d'Artois, IUFM Nord Pas de Calais,
Laboratoire de Mathématiques de Lens
christine.mangiante@lille.iufm.fr

Anne-Cécile MATHE
MCF, Université d'Artois, IUFM Nord Pas de Calais,
Laboratoire de Mathématiques de Lens
acecile.mathe@lille.iufm.fr

Résumé
Cet atelier s'est présenté en deux temps. Tout d'abord, à partir d'une activité de restauration de figure symétrique proposée aux participants de l'atelier, nous avons mis en évidence les choix fondamentaux du groupe par rapport à l'enseignement de la géométrie en général et de la symétrie axiale en particulier : liens entre espaces graphiques et espace géométrique, question du rapport à la figure en géométrie, géométrie sans mesure, jeux sur les instruments … Nous avons ensuite présenté des éléments de progression élaborés au sein de la recherche puis, à travers l'analyse d'extraits de ressources produites par le groupe et de comptes-rendus de séances observées, nous avons interrogé la viabilité dans l'enseignement ordinaire des situations proposées par les chercheurs.

I - INTRODUCTION

Cet atelier a été conçu comme un lieu d'échanges autour d'éléments d'une expérimentation de situations d'enseignement et d'apprentissage de la symétrie orthogonale menée par un groupe de recherche soutenu par l'IUFM Nord-Pas-de-Calais[1].

À partir d'une activité de restauration de figure symétrique[2] nous mettrons en évidence les choix fondamentaux du groupe par rapport à l'enseignement de la géométrie en général et de la symétrie orthogonale en particulier. Nous interrogerons notamment l'enseignement de la symétrie orthogonale en

[1] Ce groupe de recherche réunit formateurs de l'IUFM Nord-Pas-de-Calais et enseignants d'école primaire et du collège. Participent à ce groupe de recherche : Jean-Robert Delplace, Raymond Duval, Marc Godin, Bachir Keskessa, Christine Mangiante, Anne-Cécile Mathé, Marie-Jeanne Perrin, Régis Leclercq. Cette recherche a également fait l'objet d'un atelier co-animé par Marie-Jeanne Perrin, Régis Leclerc et Anne-Cécile Mathé au colloque organisé pour les 40 ans des IREM et les 20 ans de la revue Repères IREM au CIRM, à Marseille, en mars 2010. Le texte présenté ici reprend par ailleurs en partie un certain nombre d'écrits du groupe, accessibles sur le site www.654321.fr

[2] Nous appellerons « figure symétrique » une figure admettant un axe de symétrie. Nous avons choisi dans cet atelier de restreindre notre approche de la symétrie orthogonale à un travail autour de la notion de figure symétrique.

le pensant dans une continuité du CE2 au début du collège et en essayant de mettre en lien l'évolution des modes d'appréhension des objets matériels, des modalités d'action sur ces objets et des concepts géométriques en jeu.

Nous présenterons ensuite des éléments de progression élaborés au sein de l'équipe de recherche et poserons la question de la viabilité des situations proposées par les chercheurs dans l'enseignement ordinaire à travers l'analyse d'extraits de ressources produites par le groupe et de comptes-rendus de séances observées.

Notons d'ores et déjà que l'expression « symétrie orthogonale » met l'accent sur l'angle droit entre l'axe et le segment qui joint un point et son image ; l'expression « symétrie axiale », actuellement employée par les programmes de collège, met l'accent sur le fait que la symétrie se fait par rapport à une droite. Nous emploierons indifféremment l'une ou l'autre dans cet article.

I – VERS DE PREMIERS ENJEUX DE L'ENSEIGNEMENT DE LA SYMETRIE ORTHOGONALE, DU CE2 A LA SIXIEME.

1 AUTOUR D'UN PROBLEME DE RESTAURATION DE FIGURE

Notre atelier s'ouvre sur un travail d'analyse d'une situation élaborée par notre groupe de recherche et expérimentée dans diverses classes, du CE2 à la Sixième. Nous proposons aux participants de résoudre ce problème, en dehors de toute considération du niveau des élèves supposés. Notre objectif est de dresser un tour d'horizon de stratégies de résolution possible et de mettre en lien instruments utilisés et définitions ou propriétés de la symétrie mises en œuvre. À partir de ce travail individuel, puis collectif, autour des procédures de résolution envisageables, nous espérons faire émerger ce que nous considérerons ensuite comme des éléments fondateurs de notre travail sur la symétrie axiale à l'école, pensé dans une continuité, du CE2 à la Sixième.

La notion de « problème de restauration de figure », au centre du travail du groupe de recherche de l'IUFM Nord Pas de Calais, a fait l'objet d'un atelier lors du colloque de la COPIRELEM 2008 (Godin-Perrin, 2008). La restauration de figure consiste à reproduire une figure modèle à partir d'une amorce (ou partie) de la figure, à l'aide d'instruments. Il s'agit donc de travailler non pas sur une figure mais sur la différence entre deux figures : le modèle et l'amorce (éventuellement en plusieurs morceaux). Les élèves ont à leur disposition des instruments divers : règle non graduée, équerre, compas, mais aussi des gabarits, pochoirs, calque, morceau de papier ayant ou non des bords droits, quadrillage. Nous ne mentionnons pas les instruments de mesure car les activités que nous considérons ne nécessitent que des reports de longueurs, sans passer par les nombres. En principe la règle graduée n'est pas disponible. Le report de longueur peut se faire avec une règle informable (bande de papier plastifiée sur laquelle on peut écrire, que l'on peut « informer »).

1.1 Présentation du problème

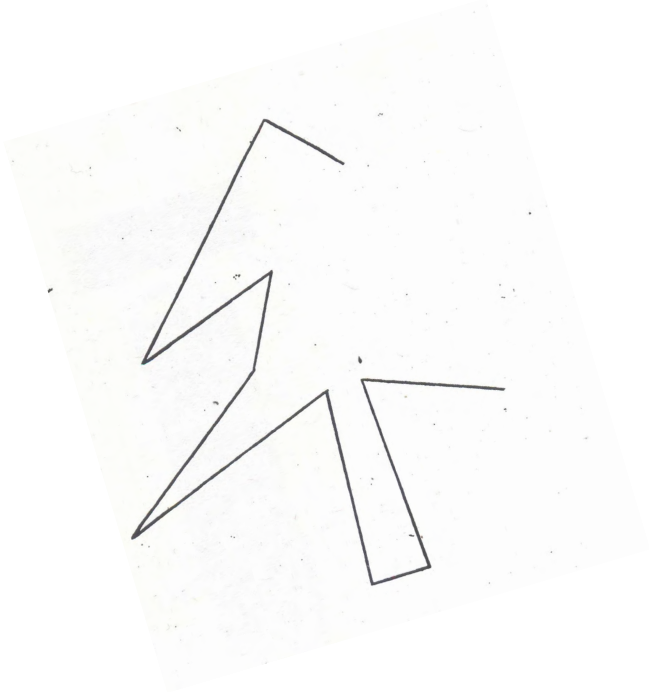
Voici le problème de restauration de figure expérimenté par des enseignants partenaires de la recherche dans leurs classes et proposé aux participants de l'atelier.

La consigne donnée aux participants est la suivante :

1. Compléter la figure pour reconstituer le sapin complet. Vous pourrez valider votre production, par exemple par superposition d'un papier calque sur lequel figure le sapin restauré.

2. Quelles différentes stratégies est-il possible de développer pour restaurer ce sapin ? Quelles sont les définitions ou propriétés de la symétrie axiale convoquées de façon sous-jacente dans chacune de ces stratégies ?

Conformément à la présentation des problèmes de restauration qui vient d'être établie, nous avons à notre disposition tous les instruments de géométrie (règle non graduée informable, équerre, compas, papier calque, papier…), excepté la règle graduée.



1.2 Des stratégies de résolution envisageables aux différentes approches de la symétrie orthogonale, du CE2 à la sixième

Après un moment de recherche individuelle puis en petits groupes, nous dégageons de façon collective différentes stratégies de résolution envisageables. Pour chacune de ces procédures, nous proposons d'interroger le lien entre les instruments utilisés, la façon dont on appréhende la figure et les propriétés géométriques implicitement mises en œuvre.

Notons que le travail des participants a été riche et les échanges nombreux. De nombreuses stratégies ont émergé. Nous retiendrons, pour ce compte-rendu, cinq de ces procédures, les autres procédures nous semblant pouvoir être interprétées comme des « procédures mixtes » conjuguant différentes stratégies exposées ici. .

1. *Restauration de l'allure générale du sapin à l'aide d'une règle ou à main levée :* Il est bien sûr envisageable de compléter la figure en se référant à l'allure générale du sapin. La figure est alors perçue comme une surface délimitée par son bord. On ferme la surface de façon à ce que le bord soit à peu près « pareil de chaque côté ». Une validation consistant à superposer la figure complétée sur un papier calque à la production de l'élève nous permettra de poser des contraintes de précision sur la figure à restaurer.

2. *Utilisation d'un gabarit :* On peut également utiliser deux feuilles portant la figure tronquée. On découpe, sur une première feuille, un gabarit de la figure tronquée, on la superpose à la figure tronquée de la seconde feuille puis on retourne le gabarit en faisant coïncider les pointes et les troncs des sapins. On peut alors tracer les bords manquants. On reste dans ce cas dans une perception globale de la figure en termes de surface ou de juxtaposition de surfaces. Les lignes sont vues comme les bords fermant cette surface. Toutefois, alors que la notion de symétrie axiale se traduisait dans la première procédure à travers la propriété « pareils de chaque côté », elle s'exprime ici dans l'action par le retournement de la surface du gabarit : « pour produire des bords qui soient pareils des deux côtés, il faut retourner la surface et tracer ses bords de l'autre côté.» Implicitement, la figure est donc

symétrique si elle se superpose avec sa retournée. Notons que la symétrie axiale est ici une transformation d'un objet plan en un objet plan nécessitant le passage par l'espace.

3. *Pliage de la feuille :* On peut superposer deux parties de la figure que l'on identifie de façon perceptive comme devant se correspondre par pliage (les deux moitiés du tronc, du sommet du sapin) puis lisser la feuille de papier. On peut ensuite découper le demi-sapin complet ou, encore une fois, exploiter la transparence du papier pour compléter le sapin. Cette procédure met en œuvre la définition suivante : une figure est symétrique si elle se décompose en deux sous-figures se superposant exactement par pliage le long d'une droite. La ligne de pliage est l'axe de symétrie de la figure. La figure est alors vue en effet comme une surface décomposable en une juxtaposition de surfaces.

4. *Utilisation d'une règle et de papier calque.* Deux types de stratégies utilisant le papier calque peuvent être envisagées :

   - Il est possible de calquer l'intégralité de la figure « grignotée » puis de la retourner, constituant ainsi une figure symétrique. La procédure est alors à rapprocher de celle utilisant un gabarit.

   - On peut aussi ne reproduire qu'une demi-figure et la retourner, décomposant alors le sapin en deux demi-figures dont l'une est l'image de l'autre par symétrie axiale.

   Se posent alors plusieurs questions intéressantes : quelle est la demi-figure à isoler ? Où s'arrêter ? (La question est en particulier inéluctable à propos du pied du sapin). Comment replacer la demi-figure après retournement ?

   Ceci suppose de voir que certains points (le sommet, le milieu du pied du sapin) appartiennent à l'axe de symétrie et sont invariants par la symétrie axiale en jeu.

   Par l'action, on différencie ici trois figures : la figure complète (figure symétrique), la demi-figure dégagée à partir de l'amorce et la retournée de cette demi-figure. Ces deux demi-figures sont symétriques l'une de l'autre par rapport à un axe. Notons que cette procédure permet de faire émerger l'axe de symétrie de la figure complète : la droite délimitant la demi-figure et sa retournée.

   Ici, une figure est symétrique si elle se décompose en deux sous-figures se superposant exactement par pliage le long d'une droite (ces deux sous-figures sont symétriques par rapport à un axe)

   La figure est encore une fois traitée ici comme une surface, décomposable en une juxtaposition de surfaces et on travaille ici sur les bords de cette surface. En effet, il nous paraît important de constater que, contrairement aux deux premières procédures, l'utilisation d'un papier calque et, surtout, d'une règle amène à isoler les segments délimitant la surface du sapin et donc à décomposer la figure en un réseau de lignes, voire à isoler certains points, vus comme extrémités ou intersections de lignes (le sommet, le milieu du pied du sapin, les sommets des branches).

5. *Utilisation d'une règle, d'une règle informable et de propriétés d'alignement :* Cette procédure consiste à tracer l'image des droites supports des segments manquants puis à effectuer des reports de longueurs à l'aide la règle informable. Pour tracer l'image des droites-supports des segments manquants, il faut d'abord tracer l'axe de symétrie (en identifiant deux points de cet axe : sommet, milieu du pied ou en prolongeant un segment non parallèle à l'axe et son image). On prolonge ensuite le segment dont on veut tracer l'image. S'il n'est pas parallèle à l'axe, la droite que l'on vient de tracer coupe l'axe de symétrie en un point. L'image de cette droite passe également par ce point. Cette procédure met en œuvre les propriétés suivantes :

   - La symétrie axiale laisse invariant tout point de l'axe de symétrie.

- La symétrie axiale conserve les longueurs des segments.
- Une droite non parallèle à l'axe et son image se coupent sur l'axe de symétrie.

Cette procédure repose donc sur la mise en œuvre de propriétés de la symétrie axiale portant sur des relations entre segments, droites et points. Elle suppose donc la capacité des élèves à passer d'une vision de la figure en termes de surface(s) à sa décomposition en réseau de lignes et de points.

Notons que si toutes les procédures précédentes nécessitaient un passage par l'espace pour retourner le calque ou le gabarit ou pour plier le papier, cette procédure ne nécessite pas de sortir du plan : la symétrie axiale est ici une transformation du plan qui porte sur des droites et des segments.

6. *Utilisation d'une règle, d'une équerre et d'une règle informable :* Cette procédure repose sur l'identification de l'axe de symétrie de la figure (comme dans la procédure précédente) et la construction de l'image de points par symétrie axiale.

   Elle nécessite donc la mobilisation de la définition et propriété suivante :

- La symétrie axiale laisse invariant tout point de l'axe de symétrie.
- Deux points A et A' sont symétriques par rapport à une droite d si d est la médiatrice du segment [AA'].

Cette procédure suppose une vision ponctuelle de la figure, c'est-à-dire la déconstruction de la figure en un réseau de points, vus comme intersections de lignes. Elle ne nécessite pas de passage par l'espace : la symétrie est ici une application du plan dans lui-même qui porte sur des points.

Cette sixième procédure, reposant sur la construction de l'image de points par une symétrie axiale vue comme transformation ponctuelle, est sans doute assez proche de celle que nous, enseignants, nous mettrions en œuvre pour résoudre ce problème. Elle sera la procédure visée par les enseignants de collège. Considérer les procédures précédentes, sans aucun doute davantage spontanées pour les élèves, nous montre à quel point entrer dans la géométrie du collège constitue un saut considérable dans la façon d'appréhender la figure, d'une vision spontanée de la figure comme juxtaposition de surfaces à une vision en termes de lignes et de points. Plus encore, la notion de symétrie d'une figure s'avère riche et les savoirs abordés au cycle 3 peuvent être pluriels. En appui sur cet exemple d'activité, nous proposons de développer les principes fondateurs qui ont guidé le travail du groupe vers l'élaboration d'une ressource pour les enseignants, du CE2 à la classe de Sixième.

2 VERS DE PREMIERS FONDEMENTS POUR UN TRAVAIL SUR LA SYMETRIE AXIALE, DU CE2 A LA 6EME

Ce travail de recherche individuel puis collectif nous donne un point d'appui pour exposer de premiers principes fondateurs du travail du groupe de recherche dans les classes. Nous proposons maintenant de présenter ces éléments, nos hypothèses de recherche et de travail.

2.1 Une géométrie sans nombre

Le travail mené par le groupe de recherche de l'IUFM Nord Pas de Calais repose sur une approche de la géométrie qui vise à penser les liens entre des actions sur des objets de l'espace sensible et les objets géométriques qui permettent d'en rendre compte. Nous travaillons pour l'instant sur la géométrie plane. Les objets de l'espace sensible en question peuvent être des objets manipulables, notamment les gabarits et les pochoirs ou des dessins sur une feuille de papier ; certains ont une fonction d'instrument permettant de reproduire toute une partie d'une figure. Nous considèrerons comme instruments les instruments classiques de géométrie (règle non graduée, équerre, compas) mais aussi des supports comme du papier quadrillé ou du papier calque ou encore des instruments plus rudimentaires comme une bandelette de papier. Certains instruments, comme les gabarits et les pochoirs, portent des informations concernant la figure à reproduire, d'autres sont « universels ». La règle graduée, quant à elle, a deux fonctions : c'est un instrument de tracé mais c'est aussi un instrument de mesure. Nous distinguons la mesure du report de longueur qui peut se faire avec une bandelette de papier ou un compas. Nous distinguons aussi la comparaison des longueurs et l'égalité des longueurs de la mesure des longueurs : on peut comparer, décider de l'égalité de longueurs avec un compas ou une bande de papier ; de même on peut trouver un milieu avec une bande de papier. A l'instar de l'activité autour du sapin présentée précédemment, le travail dans les classes que nous expérimentons repose sur une approche de la géométrie sans mesure, sans intervention des nombres et du calcul. Nous pensons en effet que le recours aux nombres (et donc à la mesure de longueurs) dans les activités de géométrie au cycle 3 constitue un obstacle à la construction des premières notions de géométrie et de la grandeur « longueur » en particulier. Nous préférerons donc au mesurage avec la règle graduée la comparaison directe ou indirecte de longueurs à l'aide de la règle informable. La géométrie servira au contraire ensuite à donner du sens aux nombres et aux opérations par le travail sur les grandeurs géométriques.

Concernant maintenant les principes ayant guidé nos choix dans l'élaboration de progressions autour de la symétrie orthogonale à proprement parler, l'analyse des stratégies envisageables pour restaurer le sapin met en évidence de premiers enjeux de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire et au début du collège que nous développons maintenant. Pour chacun de ces points, nous proposerons les pistes didactiques développées par le groupe, fondements des activités proposées aux enseignants à travers les documents dont il sera question dans la seconde partie de ce texte.

2.2 D'une transformation portant sur des surfaces et nécessitant un passage par l'espace à une transformation ponctuelle : une nécessaire mobilité du regard porté sur les figures

Interroger la façon dont les élèves peuvent entrer dans le problème de restauration du sapin nous permet d'abord de mettre en évidence que l'enseignement de la symétrie orthogonale, si on le pense dans une continuité du cycle 3 (et même du début de l'école primaire) au collège, repose sur le passage d'un travail sur des figures d'abord vues comme des surfaces ou assemblages de surfaces délimitées par des lignes, dont on vérifie par exemple la superposition par pliage, à la déconstruction de ces figures en réseaux de lignes puis de points liés par des propriétés géométriques telles que l'égalité de longueur, la perpendicularité ou l'équidistance à l'axe. Or les élèves du début du cycle 3 entrent spontanément dans les activités de géométrie en adoptant une vision des figures en termes de surfaces, comme nous le faisons en dehors des mathématiques. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas de la symétrie orthogonale dont les élèves ont une connaissance intuitive et perceptive très forte : dès le début de l'école primaire, les élèves peuvent déterminer de façon perceptive et implicite qu'une figure est symétrique et localiser son axe de symétrie, qu'ils vérifient par pliage. Mais ce qui, d'emblée, est reconnu comme une forme à deux dimensions ne se décompose pas perceptivement en un réseau de formes à une dimension, voire de dimension zéro (Duval, Godin (2005)). Il est nécessaire que l'enseignement prenne en charge explicitement le développement de la capacité des élèves à modifier leur regard sur les figures, pour leur permettre d'utiliser les définitions et propriétés de la symétrie orthogonale portant sur des droites, des segments, des points. Ce saut ne peut être franchi que si l'on prend conscience qu'il existe une pluralité de modes d'appréhension de la figure, que la vision spontanée d'une figure par les élèves est une vision en termes de surface(s) et que le recours aux propriétés géométriques visées par l'enseignant à un certain niveau de la scolarité nécessite de la part des élèves une mobilité du regard porté sur les figures. Comment l'enseignant peut-il accompagner les élèves dans cette évolution du regard porté sur les figures qui, seule, permet l'accès à une vision de la symétrie comme transformation ponctuelle, objet de la géométrie du collège ?

Un retour sur les procédures envisagées et les instruments qu'elles mettent en œuvre dans le problème de restauration du sapin nous conduit à faire émerger une hypothèse fondamentale sous-tendant notre travail de recherche : la façon dont les élèves utilisent les instruments pour leurs actions sur les objets matériels de la situation est étroitement liée à leur mode de vision de la figure, vision en termes de surfaces, de lignes ou de points. Ainsi, donner aux élèves l'accès à des instruments de type « 2D » (le gabarit, le papier calque) permet de prendre en compte la perception spontanée des élèves de la figure en termes de surfaces. Toutefois, orienter les élèves vers des instruments de type « 1D » (la règle informable) ou permettant d'établir des relations entre des éléments 1D ou D (l'équerre, le compas) est nécessaire pour accompagner les élèves à la déconstruction de la figure en un réseau de lignes et de points. Nous pensons donc qu'il est possible d'accompagner les élèves dans une mobilité du regard nécessaire à l'entrée dans la géométrie et à la mise en œuvre de propriétés géométriques portant sur des lignes, des points, en jouant sur les instruments de géométrie à la disposition des élèves dans les activités de manipulation qui leur sont proposées.

Les progressions autour de la symétrie axiale que nous proposerons s'attacheront à penser à la fois la nature des objets matériels choisis mais aussi des contraintes sur les instruments à disposition des élèves (gabarit, calque, règle) de façon à les accompagner dans une déconstruction dimensionnelle des figures afin de leur donner accès à la géométrie de collège et plus particulièrement à l'appréhension de la symétrie orthogonale comme transformation ponctuelle.

2.3 Au sein d'un même mode d'appréhension de la figure, une pluralité de définitions et de propriétés de la symétrie orthogonale

Une analyse plus précise des procédures envisageables pour restaurer la figure du sapin nous montre ensuite que la symétrie orthogonale à l'école peut s'incarner dans une pluralité de définitions et propriétés, en fonction de la nature des actions matérielles que les élèves peuvent mettre en œuvre pour résoudre le problème et, plus généralement, du type de problèmes auxquels ils sont confrontés. Une figure symétrique pourra par exemple être appréhendée comme une figure se superposant avec sa retournée, si l'on utilise du papier calque, ou comme une figure se décomposant en deux sous-figures se superposant après pliage le long d'un axe. Il existe donc un lien direct entre le matériel utilisé et non seulement la manière de percevoir la figure mais aussi les propriétés géométriques mises en œuvre. Vous trouverez en annexe une présentation des différents types de problèmes qu'il nous paraît important d'articuler.

II - CONCEPTION D'UN DOCUMENT-RESSOURCE POUR LES ENSEIGNANTS

Notre atelier se poursuit par une analyse comparative de séances menées par des enseignants participant à notre projet. Ces séances ont été préparées à partir d'un document-ressource conçu par le groupe. Notre intention est d'aider les enseignants à s'engager dans un jeu sur le type d'actions matérielles convoqués, du pliage au retournement complet, afin de faire rencontrer et mettre en relation les différents aspects de la symétrie d'une figure.

Notre projet actuel s'appuie en partie sur le bilan de travaux antérieurs. En effet, depuis plusieurs années, le groupe de recherche produit des situations mais leur diffusion dans les classes demeure restreinte. En outre, même si ces situations sont considérées comme intéressantes par les enseignants, leur mise en œuvre ne suffit pas à modifier durablement leur manière d'enseigner la géométrie. Partant de ce constat, nous cherchons à favoriser l'appropriation de ces situations par des enseignants non associés à la recherche ainsi que le développement de leurs pratiques au-delà de l'utilisation ponctuelle des situations conçues et proposées par les chercheurs. Dans cette perspective, nous posons deux hypothèses que nous cherchons à éprouver à travers notre projet.

La première de ces hypothèses concerne le choix du contenu mathématique. Notre intention étant de favoriser une évolution des pratiques, le contenu choisi doit, d'une part, pouvoir donner lieu à un travail suffisamment consistant sur plusieurs séances et d'autre part, amener les enseignants à questionner plus largement les enjeux de l'enseignement de la géométrie. La symétrie axiale nous semble répondre à ces critères.

La seconde hypothèse porte sur la forme et le contenu du document. Celui-ci doit présenter les éléments essentiels des situations tout en laissant une certaine marge de manœuvre aux enseignants. Cette double exigence vise à favoriser l'appropriation par les enseignants des situations conçues par le groupe tout en garantissant les éléments nécessaires aux apprentissages visés.

1 UNE DEMARCHE D'INGENIERIE DIDACTIQUE DE DEVELOPPEMENT

De prime abord, notre démarche pourrait se concevoir comme une suite de tâches à effectuer : produire tout d'abord un document, le proposer à des enseignants afin d'étudier leur utilisation dans les classes pour ensuite repérer à travers l'analyse des séances de géométrie des indices de développement des pratiques enseignantes.

Mais notre cheminement ne correspond pas à cette suite d'étapes bien distinctes et bien définies. Au fur et à mesure de l'avancée de notre travail, nous avons mesuré combien elles étaient liées les unes aux autres. Pour élaborer nos situations d'enseignement tout en tenant compte des difficultés posées par leur mise en œuvre dans les classes, nous avions besoin d'effectuer sans cesse des allers-retours entre conception et validation sur le terrain.

C'est précisément cette démarche que Perrin-Glorian (Perrin-Glorian, à paraître, 2010) désigne comme une ingénierie didactique de développement (IDD). Elle consiste à prendre en compte de manière conjointe deux niveaux de questionnement.

Le premier niveau correspond à l'« étude des situations dans des conditions relativement protégées pour tester la validité théorique des situations et dégager les choix fondamentaux de l'ingénierie (…)»

Le deuxième niveau concerne « l'adaptabilité des situations à l'enseignement ordinaire, la négociation de la première ingénierie ; l'écart à la mise en œuvre et les transformations opérées sont prises comme objet d'étude pour des retombées sur l'ingénierie didactique elle-même, la connaissance du fonctionnement des savoirs concernés dans le système scolaire (enseignant, élèves...)».

Ces deux niveaux sont liés l'un à l'autre. Le deuxième niveau dépend du premier, puisque c'est l'étude de la situation qui éclaire l'étude de sa viabilité dans des conditions d'enseignement ordinaire. Mais le premier niveau dépend aussi du second. En effet, même si, au début de la recherche, on ne s'intéresse qu'au premier, c'est-à-dire à l'étude des situations dans des conditions relativement protégées, le seul fait d'envisager un deuxième niveau, la question de leur adaptabilité à l'enseignement ordinaire, change le premier niveau. En outre, lorsqu'on s'intéresse ensuite au deuxième niveau de questionnement, on peut remettre en question le premier. La démarche procède ainsi par un jeu d'allers retours, les deux niveaux ne correspondant pas nécessairement à des temporalités différentes.

Envisager l'élaboration d'une séquence d'enseignement dans le cadre d'une ingénierie didactique de développement conduit à poser le problème de la question de l'utilisation par les enseignants de la ressource sous un angle nouveau. Contrairement à la démarche d'une ingénierie didactique de recherche qui tend à considérer cette question de manière descendante en termes de transmission de la recherche vers l'enseignement, développer une ingénierie didactique de développement suppose de la part du chercheur de poser un autre regard sur cette question. La prise en compte des pratiques ordinaires nécessite des allers retours entre la recherche et l'enseignement et il n'est plus ici question de transmission mais d'adaptation par le chercheur de la ressource aux pratiques ordinaires à travers l'étude des conditions d'appropriation par l'enseignant de cette ressource.

2 PRESENTATION DU DOCUMENT-RESSOURCE POUR LES ENSEIGNANTS

Nous référant à la démarche décrite ci-dessus, notre but est d'élaborer (à terme) une séquence d'enseignement sur la symétrie axiale (premier niveau) tout en prévoyant de laisser une certaine marge de manœuvre aux enseignants afin de favoriser son adaptabilité (deuxième niveau). Cela nous conduit à faire des choix quant au fond et la forme du document.

Tout d'abord, nous choisissons de produire un document en hypertexte. Son architecture autorisant une lecture non linéaire avec des retours en arrière, le lecteur peut explorer la ressource en fonction de ses besoins, emprunter différentes entrées, construire son propre cheminement. La structure en arborescence nous permet en outre de prévoir plusieurs niveaux de lecture en proposant notamment au lecteur des textes "pour aller plus loin". Constitué d'une trentaine de fichiers organisés en trois blocs distincts, notre document présente les fondements théoriques de la progression puis propose des outils pour le maître et une aide à l'élaboration d'une progression accompagnée d'exemples d'activités.

Les fiches de présentation de ces activités répondent à certains critères. Nous avons notamment décidé de ne pas rédiger de texte descriptif qui pourrait donner l'impression aux enseignants de correspondre à la description d'un scénario modèle à suivre. Nous optons pour une présentation selon des rubriques afin de mettre en évidence les éléments fondamentaux de la situation et les possibilités d'adaptations.

3 ETUDE D'UNE SITUATION ET DE SA VIABILITE DANS L'ENSEIGNEMENT ORDINAIRE

Nous proposons alors aux participants d'étudier l'une des situations conçues par les chercheurs. L'exploration dialectique des deux niveaux de questionnements doit, à terme, permettre de dégager des pistes pour une optimisation de la ressource.

3.1 Éléments fondamentaux de la situation

Cette situation, intitulée « La balle de tennis » consiste à produire une figure symétrique à partir d'une figure qui ne l'est pas (cf. fig. 1) pour ensuite tracer l'axe de symétrie de la figure obtenue. Nous abordons ici le premier niveau de questionnement afin de pointer les éléments fondamentaux de cette situation. Voici le document présenté aux participants. Les procédures attendues des élèves qu'ils ont répertoriées figurent en italique.

LA BALLE DE TENNIS

Fournir aux élèves une fiche sur laquelle est reproduite une figure comprenant un cercle et une ligne courbe joignant deux points du cercle : cela ressemble à une balle de tennis. La figure ci-contre en est un exemple.

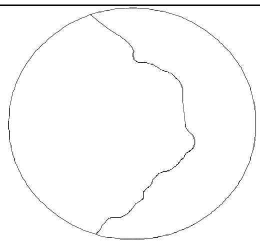


Fig. 1

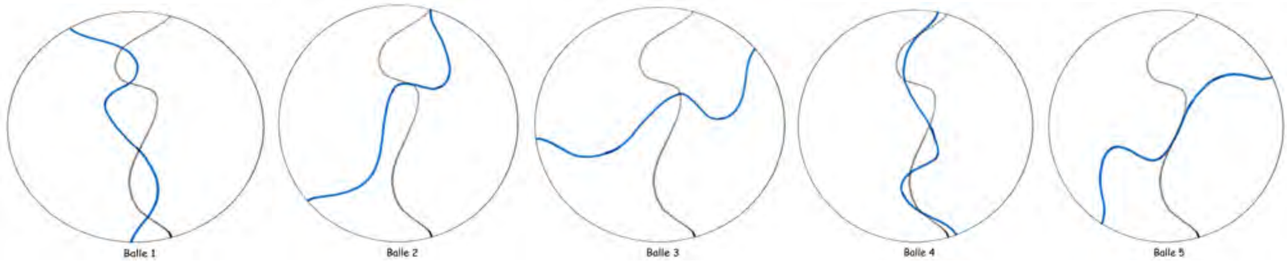
La séance se déroule selon plusieurs étapes.

1. La figure est-elle symétrique ? Comment en être sûr ?

Procédures attendues : Si on décalque la figure, d'un côté du papier calque on retrouve la figure donnée et de l'autre côté on a son retourné. La figure et son retourné ne peuvent se superposer, la figure est donc non symétrique. On peut aussi utiliser le pliage et vérifier qu'il n'est pas possible de faire coïncider deux moitiés de la figure.

2. Comment faire pour fabriquer une nouvelle figure qui complète cette figure et qui, elle, soit symétrique ?

Procédures attendues : Pour produire une figure symétrique, il suffit par exemple de retourner la figure en faisant coïncider les cercles de la figure initiale et du retourné. Quelle que soit la manière de faire coïncider les cercles, on obtient toujours une figure symétrique. De plus, on constate qu'en faisant pivoter le calque on obtient *une infinité de figures symétriques. En voici quelques exemples.*



Il est aussi possible d'envisager une procédure par pliage : il suffit de plier suivant n'importe quel diamètre. Si la feuille est suffisamment transparente, on peut faire apparaître la figure symétrique d'un côté ou de l'autre de la feuille suivant la manière dont on a plié.

3. Tracer l'axe de symétrie d'une figure symétrique sans plier

Procédures attendues : Pour tracer l'axe, les élèves vont devoir trouver au moins deux points particuliers, - deux points invariants-, et l'axe de symétrie apparaît alors comme l'ensemble des points invariants. Si des lignes de la figure se rencontrent sur l'axe, certains de ces points sont invariants et peuvent être facilement identifiés visuellement comme faisant partie de l'axe. Quand on en a deux ou plus (balle n°1), l'axe est entièrement déterminé. Si on n'en a qu'un (balle n°3), sa direction peut être fixée par considération d'un couple de points homologues dont on prend le milieu.

Cette situation pose trois types de problèmes différents à résoudre.

Vérifier la symétrie et la non symétrie (étape 1 et 2) : lorsque la tâche consiste à prouver qu'une figure est non symétrique deux procédures sont possibles mais le retournement permet de produire facilement une preuve. Contrairement au pliage qui nécessite de faire une hypothèse sur l'axe, il suffit de faire pivoter la figure retournée sur la figure initiale.

Produire du symétrique (étape 2) : la superposition de la figure et de sa retournée permet d'obtenir une autre figure qui, elle, est symétrique. Le choix d'insérer la ligne courbe dans un cercle permet de donner l'occasion aux élèves de faire l'expérience de produire des figures symétriques infiniment variées.

Tracer l'axe de symétrie d'une figure (étape 3) : cela conduit les élèves à exercer la mobilité de leur regard sur la figure en recherchant des points. Ils vont en effet constater qu'il faut rechercher des points, des points invariants et que deux points suffisent à définir une droite.

3.2 Analyse comparative de comptes-rendus de séances

Nous abordons alors avec les participants le second niveau de questionnement en étudiant l'adaptabilité de cette situation à l'enseignement ordinaire à partir de l'analyse comparative des séances menées par Mme C., Mme R. et Mr L., trois enseignants de CE2 ayant accepté de participer à notre recherche (cf. transcriptions des séances en annexe B). L'étude des modalités de mises en œuvre de la situation doit permettre de dégager les choix de chacun des enseignants et d'étudier leur influence sur les procédures des élèves. Identifier les savoirs mobilisés ou non par l'enseignant au moment de ces choix permettra d'envisager des pistes de travail pour une optimisation de la ressource.

Après une lecture individuelle des comptes rendus de séances suivie d'un temps d'échanges par petits groupes, nous listons les adaptations apportées par les enseignants. Nous présentons ci-dessous celles qui mettent en jeu des savoirs mathématiques relatifs à la symétrie axiale et à son enseignement. Quatre choix importants de mise en œuvre de la situation sont mis au jour.

1. *Autoriser ou non le pliage pour vérifier que la figure n'est pas symétrique*. Les trois séances débutent de la même façon : l'enseignant présente la figure et donne aux élèves la première consigne. Il s'agit de vérifier que la figure n'est pas symétrique. Aucun des trois enseignants n'interdit explicitement le pliage. Les élèves de Mme C. ont tous spontanément recours au papier calque mais certains élèves de Mr L. et de Mme R. utilisent le pliage. Les élèves de Mme C. prouvent très rapidement que la figure n'est pas symétrique. Dans la classe de Mme R., les procédures mises en œuvre sont très diverses mais l'enseignante saisit cette occasion pour amener les élèves à les comparer et conclut en disant : « L'inconvénient de la méthode par pliage, c'est que vous n'êtes jamais sûr d'avoir fait tous les pliages possibles et imaginables pour prouver qu'elle n'est pas symétrique. ». En effet, pour prouver l'existence d'une symétrie par pliage, il suffit d'exhiber un axe mais la formulation de la non symétrie est beaucoup plus difficile car elle cache un quantificateur universel : quel que soit l'axe choisi, il ne convient pas. Mme R conclut alors ainsi : « Une méthode qui est fiable à 100%, c'est laquelle ? Pour montrer qu'elle n'est pas symétrique ? … ». Un élève répond : « En décalquant la figure. ». Quant à Mr L., il consacre la mise en commun à l'explicitation de la procédure par retournement et ne relève pas le fait que certains élèves ont utilisé le pliage. Or, laisser les élèves avoir recours au pliage pour vérifier la non symétrie interdit le fait de demander aux élèves de faire ensuite une hypothèse sur l'axe. Si, par contre, l'enseignant fait le choix d'interdire le pliage, alors les élèves utilisent le calque et, au moment où ils posent l'envers du calque sur la figure initiale, une figure symétrique apparaît immédiatement et il leur suffit de repasser au crayon la ligne courbe de la balle de tennis en utilisant la transparence du papier pour obtenir une figure symétrique.

2. *Justifier ou non l'existence d'une infinité de productions pertinentes.* La deuxième consigne « compléter la figure pour la rendre symétrique » donne lieu à des productions diverses. L'analyse des séances révèle plusieurs niveaux de prise en charge par l'enseignant de l'existence d'une infinité de solutions possibles.

   Mr L. constate l'existence de plusieurs solutions : il fait pivoter le transparent sur le rétroprojecteur et fait apparaître différentes figures.

   Mme C. et Mme R. justifient l'existence d'une infinité de solutions. Toutes deux donnent une justification issue de l'action des élèves sur le matériel.

   Mme C : « Il y en a plein, il y en a autant qu'on peut bouger le calque »

   Mme R : « Parce qu'on peut plier de différentes façons. »

   Toutefois, les explications de Mme R. vont au-delà de la simple référence au matériel utilisé. Elle fait le lien avec les objets et propriétés géométriques en jeu : « parce que le point de départ de la figure est un cercle et dans un cercle, il y a une infinité d'axes de symétrie. »

3. *Autoriser ou non le retournement pour vérifier que la figure est symétrique.* Les élèves doivent ensuite vérifier que la figure obtenue est symétrique et, là encore, deux types de procédures sont possibles. Mme R. impose le pliage. Pour reconnaître ou vérifier que la figure est symétrique par pliage sans la découper, ses élèves doivent donc faire une hypothèse sur la position de l'axe pour savoir où plier. Cela peut se faire de deux façons : plier sur une droite (ou un segment) déjà tracée, ce qui, au niveau matériel est difficile à réaliser, ou faire coïncider des parties de la figure (surfaces, lignes ou points) situées de part et d'autre de l'axe imaginé ou supposé puis lisser le papier pour marquer le pli. Les élèves peuvent alors constater que le trait obtenu passe par des points d'intersection. Mme R. demande à ses élèves de plier la figure car, justement, elle souhaite ensuite les amener à constater que l'axe passe par certains points de la figure.

4. *Choisir ou non les figures dont on va tracer les axes de symétrie.* Choisir les figures permet de jouer sur plusieurs variables : le nombre de points d'intersection par lesquels passe l'axe, la présence ou non de points d'intersection non invariants. L'intersection des deux courbes peut être un point, plusieurs

points distincts ou une portion de courbe. Mme C. et Mr L. ont préparé eux-mêmes les figures à distribuer aux élèves mais Mme R. a utilisé les figures proposées dans le document sans les analyser au préalable. Au moment de la mise en commun, elle affiche la balle n°5 au tableau (cf. annexe) et désigne les points d'intersection comme étant des points par lesquels passe l'axe. Elle demande alors aux élèves de vérifier que l'axe « passe bien par tous les endroits où les deux traits se rencontrent ». Or, les points d'intersection ne sont pas nécessairement des points de l'axe. Certains élèves sont un peu déstabilisés car la droite qu'ils ont tracée (et qui correspond bien au pli) ne passe pas par tous les points d'intersection.

4 BILAN PROVISOIRE DE LA RECHERCHE

De l'analyse comparative des trois séances se dégagent des éléments significatifs de la viabilité des situations proposées. La manière dont chaque enseignant prend en compte les éléments fondamentaux de la situation et investit la marge de manœuvre nous renseigne sur ce qu'ils doivent connaître des mathématiques, de la symétrie axiale et ses différentes définitions, des problèmes posés et des procédures attendues des élèves pour faire des choix "pensés" de mise en œuvre. Il s'agit à présent d'utiliser ce bilan pour améliorer notre document-ressource et nous envisageons dans ce but plusieurs axes de travail.

Tout d'abord, nous souhaitons améliorer la circulation entre les blocs qui composent le document en créant davantage de liens html entre les textes théoriques et les fiches descriptives d'activités. De plus, pour garantir au mieux les éléments fondamentaux de la situation tout en laissant une certaine marge de manœuvre, nous avons l'intention de créer d'autres "fenêtres-zoom", c'est-à-dire, des fenêtres qui s'ouvrent en surimpression sur la fiche générale de présentation de la situation pour apporter des précisions, des savoirs utiles pour le maître, une explicitation du lien entre les variantes proposées et les apprentissages visés ...

L'analyse des séances ouvre également des pistes de réflexion pour aborder une nouvelle étape de notre projet : étudier les conditions du développement des pratiques d'enseignement de la géométrie ou, plus précisément, étudier en quoi notre document-ressource peut modifier les pratiques au-delà de l'utilisation ponctuelle des situations proposées.

Lorsqu'un enseignant utilise un document pédagogique (quel qu'il soit), nécessairement, il y apporte des modifications (aussi minimes soient elles) car ces modifications sont inhérentes au processus d'appropriation de la ressource par l'enseignant (Mangiante-Orsola, 2007). Ici, le document produit encourage ces modifications et propose même des variantes aux enseignants.

Une étude plus fine des séances mises en œuvre montre que les adaptations réalisées par les enseignants sont de nature différente. Nous distinguons trois types d'adaptations.

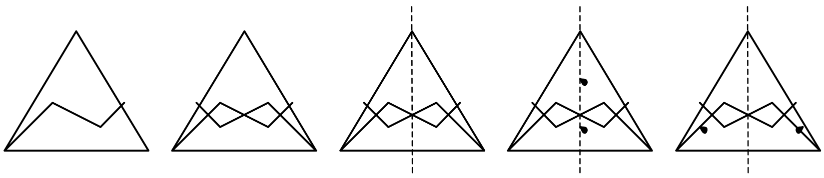
- L'enseignant fait des choix (ceux proposés par le document). C'est par exemple le cas lorsque Mme C. décide de préparer au préalable des figures à proposer aux élèves plutôt que d'utiliser leurs productions.

- L'enseignant crée des écarts avec ce qui était implicitement prescrit (des réponses étaient proposées mais il fait un autre choix). C'est par exemple le cas lorsque Mme R. autorise le pliage pour vérifier que la figure est symétrique et s'éloigne ainsi du projet initial qui consistait à donner l'occasion aux élèves de faire une hypothèse sur la position de l'axe en recherchant au préalable des points invariants.

- Mais aussi, l'enseignant fait de nouvelles propositions pour combler des "vides" (absence d'indications dans le document)

Ce dernier cas, nous intéresse davantage que les précédents et Mme C. prend des initiatives significatives de ce type d'adaptations.

Au cours de la deuxième année de suivi, Mme C. décide de modifier la figure initiale. Au lieu d'inscrire une ligne courbe dans un cercle, elle trace une ligne brisée dans un triangle équilatéral. Qu'est ce que cela change ?



Consigne 1 Consigne 2 Consigne 3

La figure est constituée de segments de droites et non de lignes courbes. Les enfants peuvent utiliser leur règle pour tracer la figure sur le papier calque. Les productions sont plus précises.

Trois productions sont possibles et non une infinité. Cela permet à Mme C. de présenter ces trois productions au moment de la mise en commun et de les valider collectivement. Cela lui permet de plus d'organiser la troisième phase de la séance (tracé de l'axe de symétrie) selon une certaine progression. Chaque enfant dispose de trois figures, les trois figures symétriques obtenues et l'enseignante donne successivement les trois consignes suivantes.

Consigne 1 : Plier la première figure pour vérifier qu'elle est bien symétrique. Le pli coïncide avec l'axe.

Consigne 2 : Placer sur la deuxième figure des points qui vont se superposer à eux-mêmes après pliage.

Consigne 3 : Placer sur la troisième figure deux points qui sont se superposer après pliage.

Lorsque Mme C. apporte ces adaptations, elle ne choisit pas entre plusieurs possibles proposés par le document mais elle a fait une nouvelle proposition qui tient compte des éléments fondamentaux de la situation. Ainsi, cette proposition apparaît comme la trace d'une "appropriation plus aboutie" par l'enseignante des fondements de notre projet, voire comme l'indice d'un développement (potentiel) de ses pratiques d'enseignement de la géométrie au-delà de la mise en œuvre de cette situation.

De manière plus générale, on peut se demander si les "vides" laissés par le document ne permettent pas véritablement à l'enseignant de s'approprier les situations et, si c'est le cas, une autre piste pour améliorer notre document est ouverte : dégager des caractéristiques du document susceptibles d'encourager les enseignants à investir la marge de manœuvre par de nouvelles propositions respectant les éléments fondamentaux.

III - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'enseignement de la symétrie orthogonale, si on le pense dans la continuité du début de l'école primaire au collège, repose sur le passage d'un travail sur des figures d'abord vues comme des assemblages de surfaces délimitées par des lignes, dont on vérifie par exemple la superposition par pliage ou retournement complet, à la déconstruction de ces figures en réseaux de lignes puis de points liés par des propriétés géométriques telles que l'égalité de longueur, la perpendicularité, l'équidistance à l'axe, etc. Comment l'enseignant peut-il accompagner les élèves dans cette déconstruction dimensionnelle des figures qui, seule, permet l'accès à une vision de la symétrie comme transformation ponctuelle, objet de la géométrie du collège ? Comment peut-il permettre aux élèves de rencontrer et mettre en relation ces différentes définitions et propriétés de la symétrie d'une figure ? L'objectif que nous nous donnons est d'engager les enseignants dans un jeu sur les instruments de géométrie et, plus largement, sur les actions matérielles mises en œuvre par les élèves pour la résolution d'activités. Pour ce faire, le travail du groupe a consisté à élaborer des textes expliquant notre démarche et des exemples d'activités pour les enseignants, du CE2 à la Sixième.

Le document proposé aux enseignants s'est construit peu à peu à travers des allers-retours entre la recherche et son expérimentation dans les classes. L'analyse de séances comme celles étudiées par les participants de cet atelier nous permet de continuer à améliorer la ressource en essayant de cerner plus finement les besoins des maîtres.

Tout au long de cette élaboration, la prise en compte conjointe de l'adaptabilité et du contrôle des situations nous conduit à interroger les modifications apportées par les enseignants. Leur étude nous permet non seulement de mieux comprendre comment les maîtres s'emparent des situations proposées par les chercheurs mais elle ouvre aussi des pistes pour mieux cerner une évolution potentielle des pratiques individuelles de l'enseignement de la géométrie. Notre intention est de poursuivre notre recherche en explorant les modalités d'appropriation par les enseignants de la ressource et les dispositifs susceptibles de favoriser cette appropriation.

IV - BIBLIOGRAPHIE

DUVAL R. & GODIN M. (2006). Les changements de regard nécessaires sur les figures, *Grand N*, **n°76**.

GODIN, M. ET PERRIN-GLORIAN, M.J. (2009). De la restauration de figures à la rédaction d'un programme de construction. Le problème de l'élève, le problème du maître. *In COPIRELEM, Enseigner les mathématiques à l'école : où est le problème ? Actes du colloque de Bombannes*, juin 2008, CD-rom, Atelier A2.

MANGIANTE-ORSOLA C.(2007), Une étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques : prédétermination et développement, thèse, université Denis Diderot - Paris VII

MATHE A.C (2009), Quelle articulation entre conceptualisation et confrontation aux objets sensibles en géométrie à l'école primaire ?. *In Cyprus and France, research in mathematics education*, édition Cyprus University, 51-70.

PERRIN-GLORIAN M.J. (à paraître), L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement, in *Actes de la 15ème école d'été de didactique des mathématiques*, Clermont Ferrand, août 2009

ANNEXE A

Actions matérielles et propriétés mathématiques

(*Extrait du document ressource*)

Reconnaître, vérifier, produire une symétrie par pliage (compatible avec une vision en termes de surfaces)

Deux types d'actions matérielles peuvent permettre de résoudre ce type de problèmes. Soit il faut connaître l'axe ou faire une hypothèse sur sa position. On plie alors sur une droite déjà tracée (ce qui, au niveau de la manipulation, est difficile à réaliser par des élèves de cycle 3). Soit on fait coïncider des parties de la figure situées de part et d'autre de l'axe supposé puis on lisse le papier pour marquer le pli, matérialisation de l'axe de symétrie pour la figure. On notera que produire une figure symétrique par pliage pose des problèmes de manipulation si l'on ne peut pas découper. Il faut dans ce cas utiliser la transparence du papier ou recourir à l'utilisation d'un papier calque.

Dans ce type d'activité, on pourra mettre en évidence, avec les élèves, les définitions suivantes :

- Une figure est symétrique si on peut plier la feuille de façon à séparer la figure en deux sous-figures qui se superposent exactement lorsque l'on plie. Le pli indique une droite qu'on appelle l'axe de symétrie de la figure.

- Une figure est symétrique si elle admet un axe de symétrie (droite le long de laquelle on plie la feuille).

- Une figure n'est pas symétrique si on ne peut pas plier la feuille de façon à séparer la figure en deux sous-figures qui se superposent exactement lorsque l'on plie.

Pour montrer l'existence d'une symétrie par pliage, il suffit d'exhiber un axe. La formulation de la non symétrie est beaucoup plus difficile car elle cache un quantificateur universel : quel que soit l'axe choisi, il ne convient pas.

Le pliage favorise la conception de la symétrie comme transformation d'un demi-plan sur un autre. Il rend difficile la production de la figure symétrique d'une figure quand celle-ci traverse l'axe. En cas de figure d'un seul côté de l'axe (par exemple la moitié d'une figure symétrique), la superposition de la figure et de sa retournée s'opère dans le pliage mais sans que le retournement du papier n'apparaisse clairement et sans que ne se pose la question du positionnement du retourné.

Reconnaître, vérifier, produire une symétrie par retournement, sans plier (compatible avec une vision en termes de surfaces)

En utilisant du papier calque, il n'est pas nécessaire de plier. On peut décalquer entièrement la figure donnée et retourner le calque. Vérifier la symétrie d'une figure revient alors à montrer la superposition ou la non superposition de la figure avec sa retournée. Pour ce faire, il faut repérer des éléments caractéristiques des deux figures qui devraient coïncider. La facilité de reconnaissance de ces éléments dépend évidemment des figures choisies.

Pour produire ou compléter une figure symétrique par rapport à un axe donné ou produire la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné, il faut décalquer la figure, retourner le calque mais, pour le replacer, il faut avoir des repères : il faut connaître les symétriques de deux points remarquables de la figure, par exemple deux points de l'axe qu'on superposera avec eux-mêmes en utilisant l'invariance dans la symétrie des points de l'axe ; on peut aussi décalquer l'axe avec la figure et repositionner à l'envers l'axe sur l'axe. Mais cela ne suffit pas, pour éviter la symétrie glissée, il faut aussi avoir repéré un point de l'axe qu'on laissera invariant.

Ce type de procédures met en œuvre les définitions suivantes :

- Une figure est symétrique s'il est possible de la faire coïncider exactement avec sa retournée.

- Une figure n'est pas symétrique s'il n'est possible de la faire coïncider exactement avec sa retournée.

Là encore, la formulation de la symétrie d'une figure utilise un quantificateur existentiel : il faut réussir une superposition ; la formulation de la non symétrie cache un quantificateur universel : quelle que soit la position du calque, on n'a pas superposition. Le choix de la figure est déterminant pour identifier visuellement les parties qui devraient coïncider et limiter les possibilités à un nombre fini. C'est le cas si la figure est polygonale, par exemple un polygone étoilé.

Par retournement, on peut vérifier qu'une figure est symétrique par rapport à un axe ou fabriquer une figure symétrique par rapport à un axe sans exhiber l'axe de symétrie. De même, pour fabriquer une figure symétrique à partir d'une figure qui ne l'est pas, il n'est pas nécessaire d'identifier une demi-figure : à partir d'une figure donnée, on engendre une nouvelle figure symétrique qui la contient par un puzzle par superposition de la figure et de la figure retournée en faisant coïncider des parties communes (Godin, Perrin, 2009).

Cela permet plus généralement de travailler un autre regard sur les figures très utile pour la géométrie au collège : des assemblages par superposition, alors qu'à l'école élémentaire, on se contente le plus souvent d'assemblages par juxtaposition.

De plus, le retournement de la figure complète a l'avantage de ne pas favoriser la conception du déplacement d'un demi-plan sur l'autre : les figures qui traversent l'axe de symétrie se traitent comme les autres et même d'une certaine manière plus facilement puisqu'elles facilitent le repérage de la position du calque.

Le retournement permet également plus facilement de montrer qu'une figure n'a pas d'axe de symétrie, au moins pour un polygone : il faut repérer des parties qui pourraient se superposer, voir à quelle condition des parties (segment, « coin »), pourraient ou non se superposer.

Enfin, aborder avec les élèves cette approche de la symétrie d'une figure permet aisément de faire apparaître la notion de point invariant (se superpose avec lui-même) et de relier l'axe aux points invariants dans la mesure où l'axe n'est pas donné d'avance : si on a reconnu qu'une figure est symétrique sans avoir identifié l'axe, on peut le rechercher et ce sont les points invariants qui vont aider à l'identifier.

Reconnaître, vérifier, produire une symétrie avec les instruments usuels

Nous avons vu que, pour vérifier qu'une figure est symétrique en pliant sa feuille, on se place dans l'espace, en 3D ; en utilisant un retournement, on passe aussi par l'espace pour travailler sur une figure du plan. Pour travailler exclusivement dans le plan avec les instruments classiques de géométrie (règle, équerre compas), sur une feuille unie, il faut imaginer la transformation de l'espace et son effet sur la feuille ou utiliser (au moins implicitement) des propriétés géométriques, par exemple le fait que l'axe de symétrie est médiatrice de tout segment joignant un point et son image (même si on ne connaît pas le mot, on peut mettre en œuvre les propriétés correspondantes : milieu et orthogonalité) ou utiliser d'autres propriétés de la symétrie orthogonale, par exemple les propriétés d'incidence (alignement et intersections). La mise en œuvre des propriétés de la symétrie demande aussi de considérer qu'un point s'obtient par l'intersection de deux lignes. Cela demande donc de dépasser la vision de la figure comme une surface qu'on peut déplacer et de la concevoir aussi comme composée de segments ou de points (unités de dimension plus petite), d'être capable de considérer ceux-ci en tant que tels et aussi de considérer les droites, supports des segments. Voici quelques exemples de propriétés qu'il sera alors possible de faire émerger avec les élèves :

- Un point et son image se trouvent sur une perpendiculaire à l'axe, à égale distance du point d'intersection avec l'axe
- Deux droites symétriques l'une de l'autre se coupent sur l'axe : propriétés d'incidence ; utilisation de la règle non graduée ; cela demande de penser à prolonger les tracés et de sortir du contour de la figure fournie.
- La symétrie conserve les longueurs : report de longueurs au compas sur des droites déjà tracées (c'est-à-dire intersection d'une droite et d'un cercle) ou intersection de deux cercles.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, le passage de la procédure pliage ou retournement à une procédure « 2D » sur papier uni constitue un saut cognitif majeur qui est un des objectifs de la classe de sixième : l'utilisation de procédures permettant de rester dans le plan nécessite la mise en œuvre de propriétés qui s'expriment à partir de points et de droites, c'est-à-dire de composantes de la figure qui n'apparaissent pas dans sa perception directe, voire ne figurent pas sur le tracé ; cela demande un changement de regard sur la figure.

<u>Reconnaître, vérifier, produire une symétrie avec du papier quadrillé</u>

L'utilisation d'un quadrillage permet aussi de rester dans l'espace à deux dimensions de la feuille de papier en s'appuyant sur le repérage et le comptage de carreaux. Il peut permettre d'amorcer ce changement de regard et aider à la mise en œuvre des propriétés mais cela ne va pas de soi. Le quadrillage est compatible avec une vision surface mais il amène aussi à une vision de la figure comme contour (reproduire les segments du bord, les uns à la suite des autres, en tournant sur le bord) qui demande à être coordonnée avec les autres regards sur la figure. De cette façon il attire l'attention sur les lignes et certains points (les points remarquables de la figure qui sont aussi des nœuds du quadrillage). De plus, le quadrillage prend en charge l'orthogonalité dans le cas où l'axe est sur une ligne du quadrillage.

ANNEXE B

CLASSE DE MADAME C

Au cours des séances précédentes, les élèves ont été amenés à identifier des figures symétriques et des figures non symétriques en utilisant les procédures par découpage- pliage, pliage-utilisation de la transparence mais aussi les procédures par retournement de la figure initiale reproduite sur papier calque.

Episode 1 : La figure est-elle symétrique ? Comment en être sûr ?

M : Aujourd'hui, on va travailler avec une nouvelle figure.
L'enseignante distribue la figure. Elle a reproduit la même figure en format A3 et l'affiche au tableau. Les élèves prennent spontanément leur pochette de papier calque et commencent à décalquer la figure. L'enseignante leur demande d'écrire leur prénom sur le calque.
Tous les enfants reproduisent la figure puis retournent le papier calque. Certains font pivoter la figure selon un geste continu et d'autres essaient plusieurs positions possibles du calque sur la figure.
M : Est-elle symétrique ?
E : Non.
M : Comment faites-vous cela ?
E : Je trace sur le calque et je retourne pour voir si c'est symétrique.
E : Ca ne coïncide pas
M : Vous êtes sur ?
E : Si ça peut…
E : Non, ça ne peut pas.
L'enseignante invite un élève à venir au tableau. Il a, à sa disposition, la figure 1 agrandie, affichée au tableau ainsi qu'une feuille papier calque sur laquelle l'enseignante a préalablement reproduit la figure initiale. L'élève cherche à superposer la figure retournée sur la figure initiale. Pour cela, il fait pivoter le papier calque en veillant à ce que les deux cercles soient toujours superposés.
E : Ce n'est pas symétrique.
M : Alors symétrique ?
E : Non

Episode 2 : Comment faire pour fabriquer une nouvelle figure qui complète cette figure et qui, elle, soit symétrique ? Vérifier que la figure obtenue est bien symétrique.

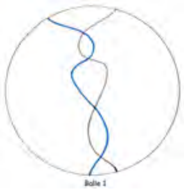
M : Alors, on a vu que cette figure n'était pas symétrique. Alors, comment faire ? Qu'est ce qu'on ne pourrait pas rajouter quelque chose sur la figure pour s'arranger et la rendre symétrique ?
E : Oui.
M : Allez-y. Essayez ! Allez !
Voici les procédures observées :
Quatre élèves réussissent rapidement à placer leur calque pour obtenir par transparence une figure symétrique et ils repassent sur le verso du calque le serpentin. Puis, peu à peu les autres élèves réussissent à compléter la figure. Mais, tous ont des difficultés à dupliquer le serpentin sur la feuille de papier.
M : Alors comment on fait ?
E : Il faut repasser sur l'envers.
M : Oui, il faut repasser le trait de l'autre côté du calque puis retourner le calque, bien fait coïncider les deux cercles et repasser à nouveau sur la ligne.

Débute alors la mise en commun. Un élève vient au tableau, il pose le papier calque sur la figure initiale. Par transparence, on voit apparaître une figue symétrique
M : Est-ce que c'est symétrique ? Pourquoi ?
E : Oui, parce que quand on repasse ça. Ca devient symétrique.
M : Comment faire ? Pourquoi elle est symétrique ?
E : On fait avec le papier calque et si ça retourne, ça se superpose.
M : Est-ce que ça donne forcement ça ?
E : Non.
M : Qu'est ce qui est important au niveau du cercle ?
E : Il faut que ça soit pareil.

Episode 3 : Montrer la variété des figures symétriques produites.

L'enseignante montre au tableau différentes productions possibles en faisant pivoter le papier calque.
M : Alors, regardez. Si je fais pivoter comme ça qu'est ce que j'obtiens ?
E : Une autre figure
M : Est-ce qu'elle est symétrique ?
E : Oui
M : Et comme ça ?
E : Oui
M : Oui quoi ?
E : Elle est symétrique
M : Combien on peut en trouver ?
E : Plein
M : Il y en a plein, il y en a autant qu'on peut bouger le calque.
L'enseignante montre ensuite le travail d'un autre élève. Celui-ci n'a pas fait coïncider les deux cercles (celui de la figure initiale avec celui de sa reproduction sur le calque) mais il a repassé sur la ligne courbe en utilisant la transparence.
M : Tu as raison, c'est symétrique mais il faudrait à ce moment-là repasser sur le cercle. Tu vois, tu repasses toute la figure, la courbe mais aussi le cercle.
L'élève repasse sur le cercle.
M : Voilà, là, c'est symétrique.

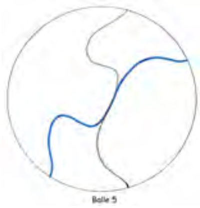
Puis, l'enseignante affiche cinq figures au tableau.
M : Alors, j'ai préparé d'autres figures…Voilà, donc, grosso modo, on obtient ces différentes sortes.


Balle n°1


Balle n°2


Balle n°3


Balle n°4


Balle n°5

Episode 4 : Tracer l'axe de symétrie.
M : Alors, une autre question. Je vous demande maintenant de trouver où est l'axe. Avec crayon de bois et règle, trouver les axes. Alors, qu'est ce qu'on peut faire pour voir, si si c'est symétrique ?
E : En pliant.
M : Oui mais attention le pliage est interdit avant d'avoir tracé l'axe.
La plupart des enfants réussissent à situer de façon approximative la position de l'axe mais les tracés sont imprécis tout particulièrement ceux des axes de symétrie des balles 3, 4 et 5.
Un élève utilise la règle, prend des mesures afin de placer « *l'axe de symétrie au milieu du cercle* ».
Débute alors la mise en commun à propos de l'axe de symétrie de la balle n°1.
Un élève vient au tableau et l'enseignante lui tend la règle. Il place le bord de la règle de façon à ce que le tracé passe par les points d'intersection des deux serpentins.
M : Alors ?
E : Eh bien, le trait doit aller du haut jusqu'en bas.
L'enseignante trace la droite.
M : Voilà, donc, par où passe la droite ?
E : Elle passe par deux points du haut jusqu'en bas.
M : Votre axe passe par les points d'intersection.
L'enseignante demande à une autre élève de venir au tableau, celui qui a utilisé sa règle pour prendre des mesures.
M : Viens explique-nous ce que tu as fait avec ta règle.
E : J'ai tracé l'axe. Et puis après, à partir de l'axe, j'ai mesuré jusqu'à ici ? L'élève montre deux points sur le cercle. Il a donc essayé de mesurer la distance entre un point de l'axe et chacun des deux points du cercle.
M : Vas-y montre-nous.
L'élève place la règle de façon à prendre ces deux mesures mais il ne tient pas compte de la perpendicularité. Il maintient la règle à l'horizontale. De plus, la règle glisse sur le tableau, la manipulation est difficile.
M : Alors, tu vois c'est un peu difficile, alors on reverra ça plus tard dans l'année quand on aura appris à tracer des droites perpendiculaires. Tu vois, là, il faut que la droite soit orthogonale.
Alors, maintenant, la balle n°2. Viens.
Un autre élève vient au tableau pour tracer l'axe de symétrie.
M : Alors, comment tu places ta règle ?
E : Comme ça.
M : Comment tu peux expliquer ?
E : Il faut plier dans ce sens. L'axe est dans ce sens.
M : D'accord. Bon, j'ai vu que vous avez tracé les axes des autres balles mais c'est un peu difficile d'être précis alors on va mettre ça de côté et on y reviendra plus tard dans l'année. Il faut pouvoir tracer une droite perpendiculaire et prendre la moitié.
Fin de la séance

CLASSE DE MADAME R

Au cours des séances précédentes, les élèves ont été amenés à identifier des figures symétriques et des figures non symétriques en utilisant les procédures par découpage- pliage, pliage-utilisation de la transparence mais aussi les procédures par retournement de la figure initiale reproduite sur papier calque.

Episode 1 : La figure est-elle symétrique ? Comment en être sûr ?
L'enseignante affiche au tableau la figure initiale de la balle de tennis.
M : Que voyez-vous ?
E : Un cercle.
E : Avec une ligne au milieu.
M : Il y a un cercle avec une ligne qui coupe le cercle. Ca vous fait penser à quoi ?
E : …
M : Ca ne vous fait pas penser à une balle de tennis ?
E : Ah, si !
M : Ca ressemble un peu à une balle de tennis, sauf que la balle de tennis, elle n'est pas blanche, elle est jaune. Alors, première question, est-ce que cette figure est symétrique ?
E : Non
M : Rémi dit non. Qui pense que cette figure est symétrique ? Personne. Comment on peut faire pour être sûr que cette figure n'est pas symétrique ?
E : En pliant.
E : Avec le calque.

M : Alors, je vais vous donner le matériel que vous pouvez utiliser pour démontrer que cette figure n'est pas symétrique. Ceux qui n'ont pas besoin du calque vous pouvez commencer. Les autres, je vous donne du calque.

Voici les procédures observées :
La plupart des élèves découpe en suivant le tracé du cercle puis plie la feuille. Certains plient en laissant le serpentin à l'intérieur et essaient de voir en utilisant la transparence si les deux parties du serpentin se superposent. D'autres plient en laissant le serpentin à l'extérieur mais le papier n'est pas suffisamment fin pour pouvoir vérifier si les deux parties du serpentin se superposent ou non. Les élèves tournent et retournent la feuille pliée pour comparer l'allure générale des deux parties de serpentin. Constatant que ce n'est pas le cas, ils déplient leur feuille, essaient de plier autrement.

Un élève ne tient pas compte de la ligne, il plie en superposant deux demi-cercles et en conclut que la figure est symétrique. L'enseignante débute la mise en commun en lui demandant de venir au tableau.
M : Clément nous dit que la figure est symétrique. Quelle est la technique que tu as utilisée, Clément ?
E : J'ai découpé et j'ai plié comme ça.
M : Alors, Clément a découpé puis a plié. Il y en a d'autres qui ont découpé le cercle et qui l'ont plié ?
E : Oui
M : Et donc pourquoi tu dis qu'elle est symétrique ?
E : Parce que ça se superpose.
M : Tu as plié et tu as vu les deux demi-cercles qui se superposent. Et le trait ici alors qu'est ce que tu en fais ?
E : …
M : Tu n'en fais rien ? Tu n'en tiens pas compte. Oui mais c'est parce que tu as plié avec le trait à l'intérieur, alors on le voit plus et ça se superpose. S'il n'y avait pas de trait, on pourrait dire après pliage, j'arrive à faire coïncider les deux parties que c'est symétrique. Mais, regarde ici, si on le regarde par transparence le trait qui est à l'intérieur. Qu'est ce qu'il faudrait pour que ce soit symétrique ?
E : Qu'il soit comme ça.
M : Il faudrait qu'il se superpose. Alors peut-être qu'il faudrait plier différemment pour qu'il se chevauche ? Qui d'autre a trouvé qu'elle était symétrique cette figure ? (Personne ne lève la main) *Non, elle ne l'est pas. Alors, la méthode du pliage. Viens avec ta figure. L'inconvénient de la méthode par pliage, c'est que vous n'êtes jamais sûr d'avoir fait tous les pliages possibles et imaginables pour prouver qu'elle n'est pas symétrique. Une méthode qui est fiable à 100%, c'est laquelle ? Pour montrer qu'elle n'est pas symétrique ?*
E : Le pliage.
M : Merci d'avoir écouté, Léa !
E : En décalquant.
M : En décalquant la figure. Est-ce que tu as trouvé qu'elle était symétrique ?
E : Non
M : Une fois qu'on a décalqué qu'est ce qu'on fait ?
E : On retourne
M : On retourne la feuille de calque et là ? Est-ce que les traits se superposent ? Emma ?
E : Non
M : Aucun trait ne se superpose ?
E : Le cercle
M : Alors, le cercle, on arrive à le faire se superposer exactement par contre qu'est ce qu'on n'arrive pas à superposer ? Léa ?
Léa : La ligne
M : La ligne qui traverse le cercle.

Episode 2 : Comment faire pour fabriquer une nouvelle figure qui complète cette figure et qui, elle, soit symétrique ?
M : Alors, moi, ce que je voudrais c'est que vous trouviez un moyen de tracer exactement la même figure que celle que je vous ai donnée au départ mais en la complétant pour qu'elle devienne une figure symétrique. C'est-à-dire que ça vous le conservez (elle montre le cercle et le serpentin) *et maintenant vous me la complétez pour qu'elle devienne une figure symétrique… Vous vous regardez les uns les autres en vous disant mais qu'est ce qu'elle nous demande ? Allez-y, essayez…*

Voici les procédures observées :
La plupart des élèves plient la feuille, regardent par transparence le serpentin mais ne voient pas comment compléter la figure. Certains repassent sur chaque demi-cercle le serpentin. D'autres exécutent la même procédure mais après avoir reproduit la figure sur papier calque.
Quelques élèves retournent le papier calque, repassent sur le serpentin en utilisant la
transparence puis peu à peu la procédure se diffuse au sein de la classe.
L'enseignante aide ceux qui ont des difficultés à dupliquer sur la feuille de papier le tracé du serpentin (il faut en effet crayonner au dos de la feuille de calque en suivant le tracé du serpentin puis repasser de l'autre côté)

M : Est-ce que tout le monde a réussi ?
E : Oui
M : Comparer un petit peu vos travaux avec ceux de vos voisins. Est-ce que vous avez tous obtenu la même figure ?
E : Non
M : Parce que là, vous êtes tous sûrs de votre figure. Mais est-ce que c'est normal que vous n'ayez pas tous la même ? Parce que, là, on est tous partis de la même figure. Pourquoi est ce qu'on peut faire des choses différentes ?
E : C'est parce que certains ont plié la feuille
M : Qui a utilisé par pliage ?
E : Moi
M : Il y en a qui ont utilisé le papier calque, vous avez reproduit la figure de départ et puis ensuite vous avez retourné le papier calque et vous avez obtenu une figure symétrique mais pas tous la même. Pourquoi ? Même ceux qui ont utilisé la technique du calque, vous avez des figures différentes. Pourquoi ?
E : Ceux qui ont décalqué
E : On a retourné comme ça ou comme ça. L'élève fait le geste de retourner la feuille du haut vers le bas puis de la gauche vers la droite.
M : Voilà, il y a plusieurs façons de retourner le calque.
E : Parce qu'on peut plier comme ça ou comme ça.
L'enseignante superpose à la figure agrandie affichée au tableau le papier calque sur lequel apparaît par transparence le retourné de la figure.

Elle fait pivoter le calque afin d'obtenir divers exemples de figures symétriques.

M : Parce qu'on peut plier de différentes façons. On obtient une quantité infinie de figures. Elles sont toutes ?
E : Symétriques
M : Elles ne sont pas toutes pareilles mais elles sont toutes symétriques. Regardez. Parce que le point de départ de la figure est un ?
E : Cercle
M : Est un cercle et dans un cercle, il y a une infinité d'axes de symétrie.

Episode 3 : Tracer l'axe de symétrie.

M : Est-ce que vous, vous avez trouvé votre axe de symétrie à vous ? Allez, vous le tracez en rouge sur votre figure, avec la règle.
Les enfants commencent les tracés à la règle.
M : Comment vérifier que le trait qu'on a tracé est bien l'axe de symétrie ?
E : En pliant sur le trait qu'on a tracé.
E : En pliant sur le trait que vous venez de tracer.
M : Que va-t-il se passer si vous avez bien tracé quand vous allez plier ?
E : On va voir les deux moitiés qui se séparent.
M : Comment dire ça ?
E : On va voir les deux moitiés qui se superposent.
M : On va voir les deux moitiés qui se superposent. Alors, ceux qui ont déjà plié, il faudra repasser le trait sur le pli.

Les tracés des élèves sont plus ou moins précis et cela dépend des figures obtenues.
M : Ceux qui ont des figures un peu comme la mienne où il y a plusieurs endroits où les traits se croisent, que remarquez-vous ? Vous ne voyez rien ? Il n'y a pas des endroits précis par où passe le trait ?
E : Ca sépare les deux moitiés.
M : Par où passe le trait ?
E : Ici. (L'élève vient au tableau et désigne sur la figure affichée le centre du cercle)
M : Au centre du cercle. Oui, c'est bien oui mais ça c'est pour tout le monde.
E : Parce que c'est au milieu de la figure.
M : Regardez votre trait rouge par rapport aux deux traits…
E : …
M : Regardez sur ma figure, est ce que vous pensez que l'axe va passer là ?
E : Non
L'enseignante désigne successivement des points sur le serpentin : tout d'abord des points sur l'un des serpentins mais qui ne sont pas des points d'intersection …
E : Non
Puis les points d'intersection (cf. balle n°5)
E : Oui
M : Regardez votre figure à vous, est ce qu'il passe bien par tous les endroits où les deux traits se rencontrent ? Alors, pour certains, c'est plus difficile.
Certains élèves sont un peu déstabilisés car la droite qu'ils ont tracée et qui correspond bien au pli ne passe pas par tous les points d'intersection. L'enseignante prend alors conscience de son erreur et intervient ponctuellement auprès de certains élèves.
L'enseignante distribue une fiche sur laquelle sont reproduites les balles nos 1 à 5.
M : Je vous donne une autre feuille sur laquelle se trouvent d'autres balles de tennis. Vous devez tracer l'axe de symétrie d'abord au crayon de bois puis au stylo rouge. Les points d'intersection, ça peut vous aider mais il faut surtout vérifier en pliant la figure.
La cloche sonne les élèves continueront plus tard le travail.

CLASSE DE MONSIEUR L

Au cours des séances précédentes, les élèves ont été amenés à identifier des figures symétriques et des figures non symétriques en utilisant les procédures par découpage - pliage, pliage - utilisation de la transparence mais aussi les procédures par retournement de la figure initiale reproduite sur papier calque.

Episode 1 : La figure est-elle symétrique ? Comment en être sûr ?
M : Je vais vous distribuer une figure (la figure initiale de la balle de tennis)
M : Tiens, cela ressemble à quoi?
E: Une bille. E: Un visage E: La terre.
M: La terre pourquoi pas si vous voulez ?
E: C'est une balle de tennis.
M: Effectivement, si on regarde cela ressemble à une balle de tennis. On va donc considérer que c'est une balle de tennis. Et ma première question, vous devez me dire si cette figure est symétrique.
Voici quelques unes des procédures observées :
Décalquage de la figure en entier, retourné et pivotement pour essayer différentes positions. L'élève voit que cela ne marche pas, retourne le calque, essaie à nouveau, retourne et recommence à faire pivoter. Difficulté à identifier le recto et le verso du calque: il retourne plusieurs fois car cela ne coïncide pas.
Le maître distribue les fiches. Un élève demande du papier calque. Le maître met le matériel à disposition et précise « *comme la fois dernière, du côté où vous décalquez, vous mettez votre prénom* »
Décalquage d'une pseudo moitié (l'enfant fait une hypothèse sur la position de l'axe et fait coïncider le bord de la feuille suivant cette position). L'élève dit que cela ne marche pas « *car là cela part plus en l'air que là* » (en décrivant le serpentin)
L'enseignant conclut avec les élèves que la figure n'est pas symétrique.

Episode 2 : Comment faire pour fabriquer une nouvelle figure qui complète cette figure et qui, elle, soit symétrique ?
Un élève dit que cela fait « *une double forme* ».
M : Alors, comment à partir de la balle de tennis, comment construire une figure qui soit symétrique. Toujours à partir de la feuille que je vous ai donnée.

Voici les procédures observées :
Un élève plie et déplie la feuille de papier puis il utilise le calque mais procède de la même façon : il le plie et le déplie.
Un élève a tracé une corde sur le calque sans utiliser la transparence puis il essaie de superposer le calque avec la figure initiale.
Un élève ne fait que des rotations du calque posé sur la feuille de papier.
Un élève repasse le serpentin sur le papier calque en utilisant la transparence.

Le maître utilise un rétroprojecteur et il projette l'image de la balle de tennis sur le tableau. Une élève vient expliquer ce qu'elle a fait « j'ai enlevé le zigzag au milieu et j'ai mis un trait droit. » L'enseignant explique alors : « Cela ne répond à notre consigne, car Léa a transformé notre balle de tennis en une autre balle. Or notre consigne c'est à partir de notre balle. Je n'ai pas le droit de supprimer cela. »

Une autre élève vient utiliser le rétroprojecteur : elle fait se superposer la figure initiale avec la figure retournée. L'assemblage réalisé forme un huit. (cf. balle n°2)
M: Explique-nous.
E: J'ai redessiné la balle de tennis …
L'élève effectue ensuite les manipulations sans parvenir à verbaliser.
M: Donc là tu as positionné le retourné sur la balle de tennis. Comment arriver à une figure qui soit symétrique? Comment est-ce qu'il faut faire.
E: On la retourne.
M: On l' a retourne, c'est-à-dire?
E: On la retourne.
M: Qu'est-ce que tu retournes?
E: la feuille de calque.
M: Vas-y fais le. La deuxième c'est ta feuille de calque.
M: Qu'est-ce qui passe. Tu retournes encore une fois. On retrouve la même.
M: Alors comment faire? Léa tu as une idée? Allez.
Léa vient au rétro. Elle fait le retourné et obtient le huit.
M : Regardez ce que cela fait.
E: un huit.
M: ma question n'est pas à quoi cela ressemble.
E: ce n'est pas symétrique.
M: Qu'est-ce qu'on fait apparaître?
E: L'autre côté.
M: Ah l'autre côté. Quelle partie?
Le maître refait la manipulation.
M: j'ai la balle de départ. Je positionne le retourné sur la balle de tennis. Et là qu'est-ce que je fais apparaître ? Une figure.
E: c'est symétrique!
M: je fais apparaître une figure symétrique. Est-ce que tout le monde le voit? Qu'est-ce qu'il suffit de faire sur la balle de tennis?
E: on dessine un trait.
M: lequel?
Léa montre avec son doigt.
M: qu'est-ce qu'il suffit que je rajoute à la figure? Le retourné de la ligne courbe. Et là qu'est-ce que j'obtiens? Une figure symétrique. Comment je pourrais vérifier?
E: en pliant.
M: en pliant, oui
E: en décalquant et en retournant
M: en décalquant de nouveau cette figure et en retournant.
vous essayez de voir si votre figure est symétrique.
De nouveau les élèves travaillent individuellement puis l'enseignant fait une mise en commun.
M: vous venez de vérifier, comment vous avez vérifié que la figure est symétrique? Par quelle méthode. (La balle de tennis est projetée sur le tableau vert.)
E: En redécalquant.
M: En redécalquant entièrement.
E: en pliant.
M: en utilisant la méthode du pliage. Viens
L'élève vient avec son calque devant le tableau. Le maître prend la feuille et plie.
M: Elle plie pour faire coïncider quoi? Pour superposer quoi?
E: l'autre moitié.
M: l'autre moitié de quoi?
L'enseignant fait dire à l'élève que c'est la moitié du cercle. Il reprend le pliage, superpose.
M: quand j'ouvre, regardez un peu qu'est-ce que je fais apparaître?
E: un axe.
M: un axe, que l'on appelle, l'axe de symétrie. Et regardez, par quoi passe cet axe?
E: entre les deux.
E: entre les croisements.
M: ah, à l'endroit où se coupent les lignes courbes.
L'enseignant demande à l'élève toujours au rétro de montrer avec son doigt sur le tableau vert un endroit où les lignes courbes se coupent. L'élève hésite. Puis montre un puis deux points d'intersection. Le maître invite l'élève à tracer. Il lui donne la règle. Elle la place correctement. Le maître l'aide, maintient la règle et explique le tracé.
M: Voilà la représentation de l'axe. Il suffirait que je trace …
E: un trait.
M: une droite.
Le maître décide de tracer avec une craie.

Episode 3 : Montrer la variété des figures symétriques produites.
M: Maintenant dernière question: est-ce qu'on ne peut pas construire une ou des autres figures, …, qui soient symétriques. Qui aurait une idée.
E: pas moi
M: je vous laisse réfléchir. On a trouvé cette figure là.
Le maître montre la figure précédente qui est restée au tableau. Il répète la consigne.
Une élève veut aller au rétro, ce qu'accorde le professeur, qui efface la droite tracée au tableau.
L'élève manipule et réalise la figure où les deux serpentins ont les mêmes extrémités, ce qui satisfait l'élève, qui refait la figure du huit. L'élève pense à retourner mais pas encore à tourner.
La manipulation s'avère difficile avec le rétro dans la mesure où elle recommence plusieurs fois. Le maître laisse faire...Elle finit par revenir à la figure initiale à un seul serpentin.
M: Les autres, essayez avec votre calque. Julie essaie au rétro.
M: Une autre figure qui soit …
Certains élèves cherchent. Le maître aide l'élève restée près du rétroprojecteur. Il construit une figure symétrique avec elle.
M: Regardez un peu. Julie propose celle-ci. Je rappelle, on a le cercle, le serpentin et l'autre (il montre avec le doigt).

Episode 4 : Vérifier que la figure obtenue est bien symétrique.
M : On a une figure symétrique. Comment on peut vérifier?
M: En la décalquant et en la faisant superposer avec son retourné.
L'enseignant a du mal à mettre en place la justification... Pour expliquer la technique du retourné de la figure totale, il repasse à la craie l'image rétroprojetée du cercle et des deux serpentins, ce qui prend un certain temps et occasionne des bavardages.
M: Donc voilà j'ai repassé la figure. Comment on vérifie?
E: En la retournant.
M: En superposant le retourné.
Le professeur prend les deux feuilles transparentes et les retourne en même temps et superpose l'image projetée sur la balle dessinée à la craie. Quelques difficultés de manipulation apparaissent au moment de la superposition. La phase se termine sur la bonne manipulation et les applaudissements des élèves.

Episode 5 : Montrer la variété des figures symétriques produites.
Le professeur efface la figure à la craie et projette la figure symétrique du huit réalisée à partir de la balle de tennis.
M: Regardez, c'est la première que nous avons trouvée. A partir de celle-là, est-ce qu'on ne peut pas faire quelque chose pour en trouver d'autres?
Une élève vient au rétroprojecteur et manipule: elle retourne le deuxième transparent. L'enseignant lui demande d'expliquer ce qu'elle fait.
E: On la fait tourner
M: Ah, je vais donc tourner..., regardez Et cette figure là, elle est aussi
E: symétrique
L'enseignant fait apparaître plusieurs figures
M: En réalité, j'en ai combien ?
E: deux
E: trois
M : Il y a un mot:
E: une infinité
M: Oui j'ai une infinité de solutions.

Episode 6 : Vérifier que la figure obtenue est symétrique. Tracer l'axe de symétrie.
Cette dernière étape a été menée au cours d'une autre séance. L'enseignant effectue un rappel, distribue trois figures et demande aux élèves de vérifier qu'elles sont symétriques. Ceux-ci décalquent chacune des figures. Deux élèves plient pour vérifier. Les autres utilisent le retourné. Les élèves viennent utiliser le rétroprojecteur pour montrer en utilisant le retourné que les trois figures sont symétriques.
M: Elles sont bien symétriques. Qu'est-ce qui nous manque ?
E: L'axe
M: L'axe de symétrie. Je vous demande de trouver l'axe de symétrie.
M: Qu'est-ce qu'on va utiliser?
E: La règle ?
E: Le pliage
M: Oui le pliage, vous allez séparer les trois figures en faisant un rectangle en évitant de suivre le cercle.
Les élèves découpent leur figure, décalquent à main levée et essaient différents pliages.
M : il faut trouver l'endroit où il faut plier pour que la forme se superpose: il n'y a pas que le cercle. Qu'est-ce qui ne va pas? Avec la méthode du pliage, on n'arrive pas précisément pour que cela coïncide.
Une élève veut rechercher le centre du cercle
M: ce que je vous propose, c'est essayer de faire cela. Vous positionnez votre retourné, vous complétez et…
E: Monsieur, je peux prendre une équerre ?
M: Si tu en as besoin...
Un élève trace de façon perceptive en justifiant: « *il faut que cela soit au milieu* ».
Il ne trouve pas le couple de points et le milieu.
Une élève au tableau place sa règle sur la première figure. Léo préconise de placer l'axe où il y a des croisements.
M: Pointe les endroits. Combien en faut-il?
E : Quatre
M: Au minimum, j'en ai besoin de combien ?
E: Deux
M: J'ai besoin de deux points. Je place ma règle sur ces deux points. Je trace mon axe de symétrie très précisément.
Une autre élève vient pour la figure 2.
M: Par où passe l'axe? Ici j'ai encore un point où les lignes se coupent. Mais je n'ai qu'un point. Combien je peux tracer de droites ?
E: Une infinité
M : Donc il me faut un autre point.
E : Mais ce n'est pas vraiment un point.

M : Oui on a du mal à le voir, c'est plat
Léo propose d'utiliser la règle ... et place sa règle de façon perceptive.
E: Ah, monsieur on prend la loupe!
M: On va essayer ensemble. Ce point va se retrouver où ?
E: De l'autre côté du miroir.
M : Hélène: viens pointer. Elle pointe au bon endroit. Au milieu des deux points
M Je vais tracer la droite qui relie les deux points Où est le milieu de ce segment ?
E: Je le mesure et je prends la moitié.
L'enseignant fait la manipulation.
M : Maintenant que j'ai un deuxième point, je n'ai plus qu'à tracer précisément l'axe

CONDITIONS D'APPROPRIATION DU PARCOURS DE FORMATION MPC2 « MATHÉMATIQUES AU PRIMAIRE : CALCUL ET CALCULATRICES »

Teresa ASSUDE
Professeur des Universités, Université de Provence (IUFM)
MR ADEF P3, Aix Marseille Université, INRP
t.assude@aix-mrs.iufm.fr

Pierre EYSSERIC
PIUFM, Université de Provence
peysseri@club-internet.fr

Résumé
Dans cet atelier, il s'agit travailler sur le parcours de formation MPC2 « Mathématiques au primaire : calcul et calculatrices ».
Nous avons dans cet atelier un double objectif :
- Permettre aux participants de commencer à s'approprier ce parcours de formation en ligne.
- Discuter sur les conditions d'appropriation d'un tel parcours.

I - ORGANISATION DE L'ATELIER

Dans un premier temps, nous présentons rapidement les principes et la structure des parcours de formation Pairform@nce, parcours qui font partie d'un programme de formation continue lancé par le Ministère de l'Education Nationale (*www.pairformance.education.fr*).
On peut lire sur ce site : « Le programme Pairform@nce est la déclinaison française d'un vaste programme de formation "structurelle" destiné à augmenter l'usage des Technologies de l'Information et de la Communication (TIC) dans l'enseignement, et contribuer ainsi au développement de la « société de la connaissance » »[1]. Ce programme de formation continue des enseignants s'appuie sur des parcours de formation conçus par des acteurs divers : des formateurs, des enseignants, etc., en vue de développer les usages des TICE dans le système d'enseignement en France. Les dispositifs de formation prennent appui sur les parcours et sur le PAF (Plan Académique de Formation) des différentes académies. C'est un dispositif « hybride » car il peut avoir de la formation à distance (des échanges, de partage des documents, etc.) et de la formation en présentiel.
On peut encore lire sur ce site que les enseignants peuvent se former, non seulement aux usages des TICE, mais aussi au travail collaboratif et en réseau, car l'un des buts est de concevoir ensemble une séquence d'enseignement et d'apprentissage pour les élèves, de la mettre en œuvre, et de l'analyser dans le cadre d'un groupe de travail[2].

[1] http://national.pairformance.education.fr/mod/glossary/view.php?id=14&mode=&hook=ALL&sortkey=&sortorder=&fullsearch=0&page=0

[2] Voir pour plus de détails, Assude & alii (2009).

Le parcours MPC2 est un parcours Pairform@nce destiné aux formateurs et aux enseignants du premier degré qui s'intéressent à l'enseignement des mathématiques[3]. Ainsi dans un deuxième temps, les participants explorent le parcours MPC2 à partir d'une copie du site sur CDrom.

Dans un troisième temps, nous abordons le problème de l'appropriation d'un parcours de formation par des acteurs qui ne l'ont pas conçu au départ, à partir d'un certain nombre de questions : Quelles sont les conditions d'appropriation d'un parcours ? Comment le processus d'appropriation s'est mis en place ? Ces questions sont abordées à partir de l'expérience des participants de l'atelier. La troisième partie de notre texte présente cette discussion à partir d'un certain nombre de catégories que nous considérons comme des conditions d'appropriation du parcours MPC2.

II - PRÉSENTATION DU PARCOURS MPC2

Le parcours MPC2 (Mathématiques au primaire : calcul et calculatrices) est un parcours de formation Pairform@nce consacré à l'usage des calculatrices dans l'enseignement du calcul à l'école primaire.

Les parcours Pairform@nce sont organisés selon sept étapes, chacune des étapes proposant des activités et des ressources pour les enseignants en formation[4] :
Étape 1 : Introduction à la formation.
Étape 2 : Sélection des contenus pédagogiques visés. Formation des équipes.
Étape 3 : Auto-formation et co-formation en présence et à distance.
Étape 4 : Production collective d'une séquence pédagogique.
Étape 5 : Mise en œuvre de la séquence de classe.
Étape 6 : Retour réflexif collectif sur la mise en œuvre.
Étape 7 : Évaluation de la formation.

Comme nous l'avons déjà dit[5], ce type de parcours porte en germe des potentiels de transformation des pratiques des enseignants et aussi des pratiques de formation. Mais l'existence de ces potentiels n'est pas une condition suffisante pour ces transformations, cela dépendant d'autres conditions, notamment personnelles et professionnelles.

1 Les principes du parcours MPC2

Le parcours MPC2 est aussi organisé selon cette structure et nous l'avons conçu (tout en gardant cette structure), à partir de plusieurs dimensions qui nous semblent essentielles lorsqu'on conçoit des ingénieries de formation. Ces dimensions sont les suivantes :

- la dimension épistémologique concernant la nature du travail mathématique ;
- la dimension institutionnelle concernant les attentes de l'institution en ce qui concerne l'enseignement du calcul et du champ numérique avec ces technologies ;
- la dimension praxéologique (types de tâches et techniques) concernant le travail mathématique proposé aux élèves ;

---

[3] Nous présentons ce parcours plus loin.

[4] Les intitulés des étapes sont ceux donnés sur le site indiqué plus haut.

[5] Voir Assude & alii (2009).

- la dimension instrumentale concernant l'organisation des processus de genèse instrumentale (les manières dont les sujets transforment un artefact dans un instrument) ;
- la dimension personnelle concernant les représentations, les valeurs et les pratiques des acteurs ;
- la dimension de l'analyse et de la production des ressources ;
- la dimension temporelle prenant en compte la durée nécessaire pour que les pratiques puissent changer.

Ces dimensions nous ont permis de définir des contenus de formation comme des réponses à un certain nombre de besoins, en définissant ainsi ce que nous avons appelé « le potentiel de transformation d'un parcours »[6] comme : « *les réponses présentes dans ce dispositif aux différents besoins que nous avons identifiés, qui permettent potentiellement aux acteurs et aux institutions de se transformer de manière à co-construire une autre culture professionnelle qui tienne vraiment compte des technologies numériques* ».

2 Quelques exemples du contenu de ce parcours

2.1 La calculatrice comme objet d'étude

Les séances relatives à la découverte des touches mémoires de la calculatrice permettent aux élèves d'acquérir une meilleure utilisation de l'outil, mais elles les conduisent aussi à une réflexion sur l'organisation des calculs. Ceci permet de relier un apprentissage instrumental (les touches mémoires) à un apprentissage des écritures mathématiques (usage des parenthèses).
On se réfèrera au document en Annexe 1.

2.2 La calculatrice comme outil d'étude

Le document de l'Annexe 2 fournit un autre exemple d'apprentissage instrumental, cette fois en CE1-CE2, qui débouche dans les séances suivantes (en Annexe 3), sur une utilisation de la calculatrice comme outil au service de l'apprentissage des tables de multiplication.

2.3 Un exemple de programmation

On peut trouver dans l'Annexe 4 l'exemple de la programmation construite par une équipe de quatre enseignants de l'école du pays de Banon, afin d'organiser les apprentissages liés à l'utilisation de la calculatrice sur les cycles 2 et 3 de l'école élémentaire.

Ce travail, réalisé dans le cadre d'une formation, amène les enseignants, au-delà du travail sur la calculatrice, à repenser l'apprentissage du calcul dans leurs classes.

III - CONDITIONS D'APPROPRIATION DU PARCOURS MPC2

Dans la troisième partie de l'atelier, nous avons commencé à réfléchir avec les participants à la question des conditions d'appropriation d'un parcours, notamment celles du parcours MPC2. Certes le temps de l'atelier n'a pas permis d'aller très loin dans cette appropriation, mais il a permis de dégager un certain nombre de pistes sur les conditions d'appropriation à approfondir par la suite.

[6] Voir Assude & Loisy (2009).

Pour analyser ces conditions, nous allons d'abord présenter le cadre de référence que nous avons choisi pour aborder le problème, et ensuite nous présenterons quelques-unes de ces conditions.

1 Cadre de référence pour aborder le problème

Un premier élément théorique de ce cadre de référence concerne le potentiel de transformation du parcours de formation tel que nous l'avons défini plus haut[7]. Cet aspect est important car la conception de ce parcours a été faite de manière à répondre à un certain nombre de besoins, et donc à faire en sorte que le parcours ait un fort potentiel de transformation selon les dimensions définies *a priori* (cf. supra).

Un deuxième élément est celui du travail documentaire du professeur ou du formateur et de son développement professionnel du professeur à partir du travail documentaire[8]. Dans l'approche documentaire, Gueudet et Trouche considèrent une dialectique entre les ressources et le document, celui-ci étant le résultat d'une genèse documentaire qui combine les ressources avec les schèmes d'utilisation de ces ressources. Le terme de ressources (Adler, 2010) peut être considéré d'une manière très large comme ce qui permet de re-sourcer l'activité du professeur. Ces ressources peuvent être très diverses : matérielles, culturelles mais aussi humaines.
L'une des composantes de ce travail documentaire est ce que nous avons appelé l'enquête documentaire (à la suite du travail de Chevallard sur la notion d'enquête co-disciplinaire). Nous entendons par *enquête documentaire* (Assude, 2010) la recherche méthodique et systématique de ressources ou/et d'informations pour savoir quelque chose, notamment par exemple ce qu'il faut faire pour intégrer les calculatrices à l'école primaire. Nous avons aussi indiqué qu'une enquête documentaire est conduite non seulement par son objet mais aussi par les ressources disponibles et par l'orientation de l'enquête. Une enquête documentaire menée par un professeur peut être orientée vers l'enjeu du savoir, vers les tâches à proposer aux élèves, vers l'artefact, etc.

En prenant ce cadre pour référence, nous pouvons considérer que le parcours MPC2 est d'abord une ressource pour les professeurs et pour les formateurs, mais le parcours lui-même contient aussi des ressources (des séquences, des séances pour la classe, des textes, etc.). Dans le temps de l'atelier, nous avons proposé aux intervenants de faire une enquête documentaire en explorant le parcours. Comment ont-ils orienté l'enquête documentaire ? De quelle manière ont-ils commencé leur genèse documentaire ? Il nous semble que nous pouvons dégager, à partir des réponses à ces questions, quelques conditions de l'appropriation du parcours à partir des réactions des intervenants.

2 Quelques conditions d'appropriation du parcours MPC2

L'objet de l'enquête a été la découverte du parcours par les participants. Cette rencontre a été effective même si le temps n'a pas été très long. Voyons quelques conditions d'appropriation du parcours.

Rencontre effective/fictive

L'une des conditions pour l'appropriation est celle d'une rencontre effective avec l'objet de l'enquête et non une rencontre fictive. La différence entre rencontre effective et fictive tient au type d'enquête elle-même.

---

[7] Voir également Assude & alii (2009).

[8] Voir Gueudet & Trouche (éds) (2010).

Dans l'atelier, les intervenants ont eu accès au parcours par le biais d'un cédérom et ils ont eu une phase d'exploration en première personne. Une rencontre fictive aurait pu être celle de la communication par le formateur du parcours sans qu'une confrontation directe ait eu lieu.

Accompagnement

Une autre condition de l'appropriation est celle de l'accompagnement. Dans ce cas, l'enquête n'est pas spontanée, mais provoquée par quelqu'un qui accompagne, aide et guide l'enquête en montrant plusieurs accès possibles au parcours.

Certains participants ont insisté sur un accompagnement nécessaire surtout pour les enseignants ou formateurs qui résistent à ce type de parcours et/ou qui veulent des ressources « simples » et « prêt-à-utiliser ».

Une vision globale de la ressource/ une vision parcellaire de la ressource

L'arborescence du parcours MPC2 n'est pas toujours facile à apercevoir, surtout en peu de temps. Plusieurs niveaux de lecture sont possibles qui se rajoutent à la structure générale d'un parcours Pairform@nce. Cela peut avoir des conséquences lors de l'appropriation du parcours.

L'une des conditions d'appropriation paraît être celle de la possibilité d'avoir une vision globale et non parcellaire de la ressource. La vision globale semble permettre plus facilement l'entrée dans le parcours. Une métaphore pourrait être : si je regarde une carte avant le parcours, je me déplace et m'oriente plus facilement. De même dans un parcours non linéaire.

Distance aux pratiques habituelles

Le parcours MPC2 n'est pas une ressource dans la catégorie du « prêt-à-utiliser » quoique certaines ressources existantes dans le parcours puissent être utilisées directement dans les classes.

Les enseignants qui ont participé à la conception initiale du parcours avaient des expériences diverses : des professeurs « lambda » mais aussi des maîtres formateurs. Les productions dans les classes sont aussi diverses, reflétant la diversité des expériences. Ainsi cette diversité peut être aussi une condition d'appropriation car la rencontre effective passe aussi par la « juste distance » entre ce qui est proposé et ce qu'on fait habituellement : une sorte de « zone de proche développement professionnel ». Par exemple, les ressources autour du lien entre calcul mental et calcul instrumenté avec la calculatrice ont été signalées comme ayant cette fonction, d'être proches de pratiques habituelles mais de permettre une évolution de ces mêmes pratiques sans trop d'efforts.

Temps personnel/temps institutionnel

Le temps d'appropriation d'un parcours n'est pas seulement un temps personnel mais c'est aussi un temps institutionnel.

Nous pouvons penser que ce type de dispositif de formation à distance permet de faire des économies : des économies de formateurs pour la formation continue car les enseignants pourraient se former en autonomie ; des économies du temps de formation car les enseignants feraient leur formation hors du temps scolaire et en plus chez eux. C'est effectivement un risque de ce type de dispositif.

Nous avons essayé de montrer lors de la conception du parcours MPC2 que le temps personnel de formation doit être reconnu comme un temps institutionnel de formation. Comme le disait un participant, certains enseignants ne se mettent pas forcément par eux-mêmes dans ce type d'enquête documentaire. D'autant moins que ce type d'enquête peut prendre beaucoup de temps personnel. Accompagnement et temps institutionnel de formation apparaissent donc comme des incontournables.

En outre le type de parcours Pairform@nce (avec ces différentes étapes, notamment les étapes d'analyse des pratiques et d'échanges) peut être un bon moyen pour avoir des retours sur les effets d'une formation, ce qui n'est pas forcément le cas dans une formation présentielle où formateur et stagiaires ne se voient plus en dehors du temps de stage.

L'une des conditions d'appropriation est ainsi cet équilibre à trouver entre temps personnel et temps institutionnel qui permet non seulement d'initier des enquêtes mais aussi de les mener à bien et de pouvoir y revenir plus tard.

Production de ressources et engagement

Produire des ressources qui seront intégrées dans un parcours de formation et les rendre publiques en dehors du groupe de stage ne fait pas jusqu'à présent partie de la culture professionnelle des enseignants. Le contexte numérique est peut-être en train de changer cet état des choses.

La conception de séances, leur mise en œuvre et analyse, et l'écriture de ce travail est un processus très chronophage et très exigeant. Il n'est pas toujours évident que les enseignants veuillent s'y engager. Lors de notre travail de conception, les enseignants ont indiqué ces étapes comme étant essentielles dans leur engagement et leur intérêt pour la dimension collective de ce travail. Cet engagement nous semble aussi être l'une des conditions pour l'appropriation d'un parcours. L'engagement consiste à rendre effective la rencontre dans la durée et non seulement dans le court terme.

Orientation de l'enquête

L'orientation de l'enquête documentaire menée par l'enseignant ou le formateur est aussi l'une des conditions d'appropriation. Si l'enquête est orientée exclusivement vers les tâches des élèves, comme c'est le cas souvent lorsque les enseignants cherchent des « prêt-à-utiliser », alors l'entrée dans le parcours MPC2 apparaît plus difficile que si l'enquête est aussi orientée vers les enjeux de savoir. Nous avons montré auparavant les différentes dimensions qui fondent la conception du parcours MPC2. Effectivement la prise en compte de ces différentes dimensions et de leurs conséquences dans les contenus du parcours va complexifier le parcours plus que si nous avions un « prêt-à-utiliser ».
Ainsi, l'orientation de l'enquête nous semble une condition qui peut faciliter ou faire obstacle à l'appropriation du parcours MPC2.

IV - CONCLUSION

Dans cet atelier, les participants ont commencé à s'approprier le parcours MPC2 et à réfléchir aux conditions d'appropriation de ce parcours. Ce premier travail de catégorisation des conditions d'appropriation nous apparaît comme un résultat du travail du groupe qui ouvre des perspectives intéressantes pour la recherche et pour la formation.
L'une de ces perspectives pour la formation est la suivante : comment tenir compte, dans l'organisation d'une formation, des obstacles liés aux pratiques habituelles et à la culture professionnelle des enseignants de manière à ce que l'engagement des enseignants soit effectif dans la transformation de leurs pratiques ? Comment faire en sorte que la formation provoque un changement d'orientation des enquêtes documentaires qui soient ainsi orientées vers les enjeux de savoir autant que sur la recherche de tâches pour les élèves dans des documents « prêt-à-utiliser » ? Voilà quelques questions que ce travail nous a permis de poser.

V - BIBLIOGRAPHIE

ADLER J. (2010) La conceptualisation des ressources. Apports pour la formation des professeurs de mathématiques, 23-39, *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques,* GUEUDET G. & TROUCHE L. (eds), Rennes : P.U.R.

ASSUDE T. & EYSSERIC P. (2008) Conception de scénarios de formation autour des calculatrices, in *Actes du XXXVe colloque de la COPIRELEM*, CD-ROM, IUFM d'Aquitaine.

ASSUDE T. (2009) Une approche systémique et fonctionnelle de la conception de parcours de formation, Communication lors du colloque international EMF 2009, Dakar (avril 2009).

ASSUDE T. & LOISY C. (2009) Potentiel de transformation à travers l'analyse de parcours de formation Pairform@nce, in *Actes du colloque Epal 2009*. DEVELOTTE C., MANGENOT F. & NISSEN E. (coord.), Grenoble : Université de Stendhal. http://w3.u-grenoble3.fr/epal/dossier/06_act/pdf/epal2009-assude-loisy.pdf

ASSUDE T., EYSSERIC P. , LALLEMENT M-H. & IMBERT J-L. (2009) Un dispositif de formation continue « hybride » : les parcours Pairform@nce, in *Actes du XXXVIe colloque de la COPIRELEM*, CD-ROM, ARPEME.

ASSUDE T. (2010) Enquête documentaire et action didactique conjointe professeur-élèves, 341-356, in *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, G. GUEUDET & L. TROUCHE (éds), Rennes : P.U.R.

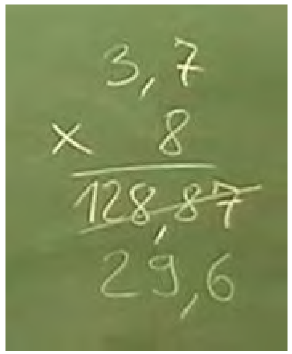
GUEUDET G., SOURY-LAVERGNE S. & TROUCHE L. (2008) Soutenir l'intégration des TICE : quels assistants méthodologiques pour le développement de la documentation collective des professeurs ? exemples du SFODEM et du dispositif Pairform@nce, Communication lors du colloque DIDIREM, Paris. http://www.didirem.math.jussieu.fr/colloque2008

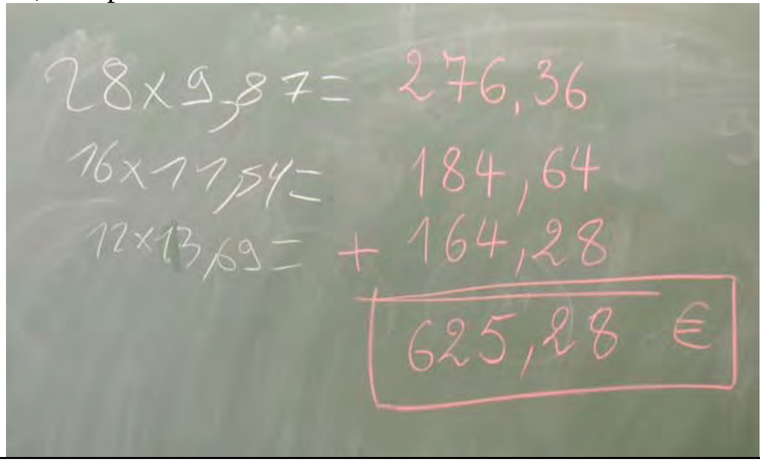
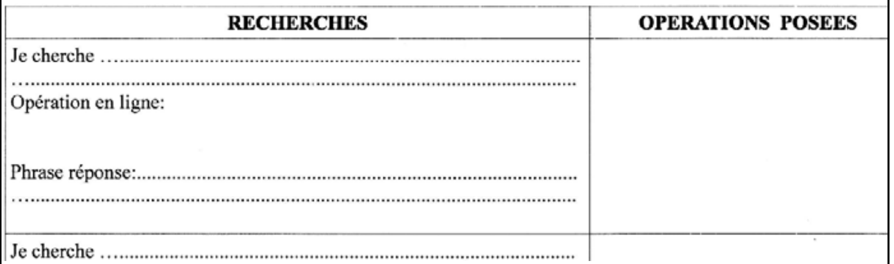
GUEUDET G. & TROUCHE L. (2008) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques, 2(3), 7-33, in *Education et didactique*.

GUEUDET G. & TROUCHE L. (2010) (éds), *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : P.U.R.

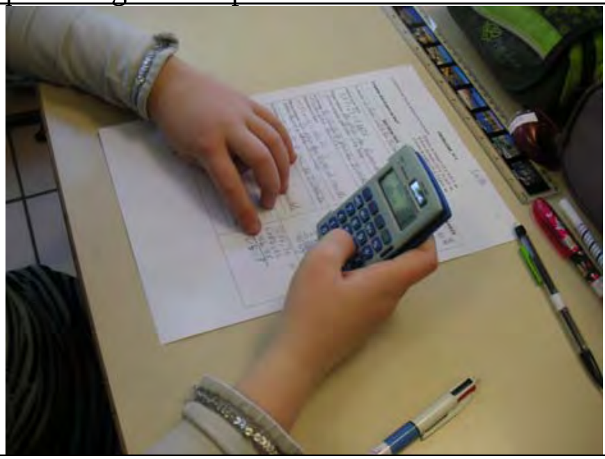
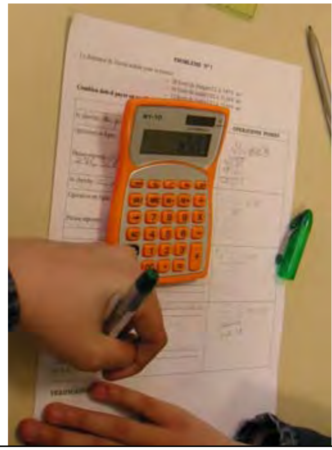
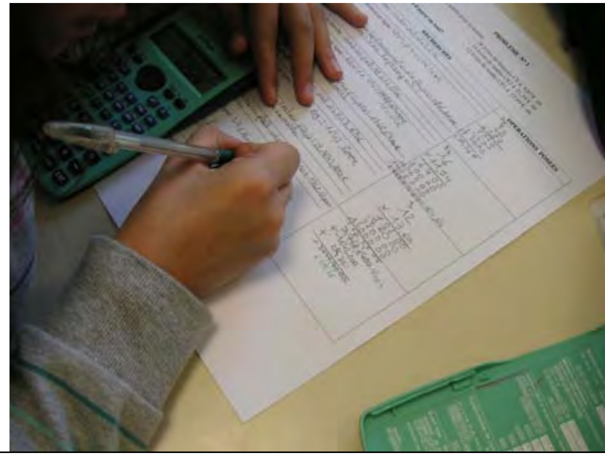
VI - ANNEXES

Annexe 1

OBSERVATION ET ANALYSE D'UNE SEANCE		
Séance du 20 mars 2009	Classe CM2	Établissement BANON
Type de séance	**- DECOUVERTE DES TOUCHES MEMOIRES**	
Rappel de l'objectif : - découvrir les touches mémoires - favoriser la réflexion sur l'organisation des calculs et donc savoir utiliser la mémoire et les parenthèses.		
Structure pédagogique :	classe entière	
NOTES SUR LE DEROULEMENT DE LA SEANCE Un travail a déjà été fait avec les élèves pour revoir le fonctionnement de base d'une calculatrice et en particulier, alerter les élèves sur les erreurs dues à des "fautes de frappe" ; malgré ce travail, deux ou trois élèves restent persuadés que, s'ils font une erreur avec leur calculatrice, cela est du à un mauvais fonctionnement de celle-ci (« il y a un fil de débranché à l'intérieur ! »). Il y a une grande variété de modèles de calculatrices dans la classe : quelques-unes respectent les priorités opératoires, mais la majorité sont de simple calculette sans respect des priorités opératoires (la saisie de la séquence 3+2X5= donne l'affichage 25 et non 13).		
	Description	Remarques
Problème 1	(Matin) Durée : 20 min (résolution) + 10 min (vérification avec les calculatrices)	
Le directeur de l'école achète pour la rentrée: – 28 livres de français CE à 9,87 € un – 16 livres de maths CE2 à 11,54 € un – 12 livres de maths CE1 à 13,69 € un **Combien doit-il payer en tout?**		
Activité du professeur	L'enseignant donne l'énoncé, le fait lire, s'assure du fait que tous les élèves savent comment procéder pour obtenir la réponse, puis circule de table en table pour réguler et vérifier l'avancement des travaux. Au bout de vingt minutes, il intervient pour confronter les résultats obtenus par les élèves : « des résultats différents et pourtant, vous avez tous faits les bons calculs ! » Il leur propose d'utiliser la calculatrice pour vérifier et corriger (en cas d'erreur, ils doivent rectifier sur le modèle ci-contre).	

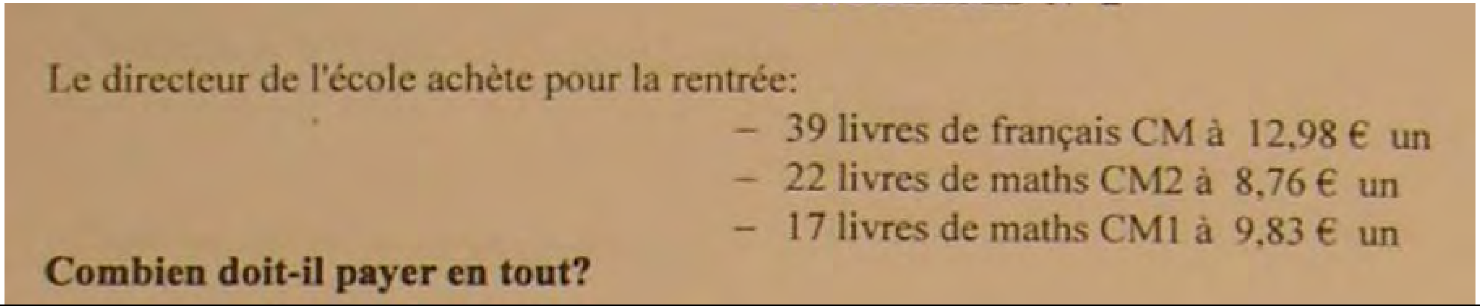
<table>
<tr>
<td></td>
<td>A la fin, la réponse attendue est donnée au tableau :

</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Activité des élèves</td>
<td>Les élèves résolvent le problème sur une fiche photocopiée (voir page suivante) qu’ils doivent compléter. :

RECHERCHES | OPERATIONS POSEES
Je cherche …………………………………………………………
……………………………………………………………………
Opération en ligne:
Phrase réponse:……………………………………………………
……………………………………………………………………
Je cherche …………………………………………………………

Ensuite, les élèves utilisent la calculatrice pour vérifier leurs calculs.</td>
<td>La calculatrice n’est pas autorisée dans cette première phase.

Voir quelques productions ci-après.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="3"><u>Quelques images de la phase de vérification avec la calculatrice :</u>
  </td>
</tr>
</table>

Problème 2

Durée : 10 min (résolution) + 19 min (vérifications avec calculatrices) + 10 min (enseignement de la procédure avec les touches mémoires et utilisation de celle-ci)


Le directeur de l'école achète pour la rentrée:

– 39 livres de français CM à 12,98 € un
– 22 livres de maths CM2 à 8,76 € un
– 17 livres de maths CM1 à 9,83 € un

Combien doit-il payer en tout?

Activité du professeur

L'enseignant donne l'énoncé et fait remarquer que seuls les nombres ont changé : la façon de résoudre le problème est la même ; seuls les calculs vont être différents.

Au bout de 10 min, l'enseignant écrit au tableau les calculs à effectuer.

Pour la vérification avec la calculatrice, il fait deux groupes :

- Les filles, comme pour le problème 1 : on écrit le résultat de chacune des multiplications et après chaque calcul, on remet la calculatrice à zéro.
- Les garçons doivent obtenir directement le prix total à payer sans remettre à zéro entre deux calculs. Des élèves proposent d'utiliser la séquence de touches :

  39x12,98+22x8,76+17x9,83=

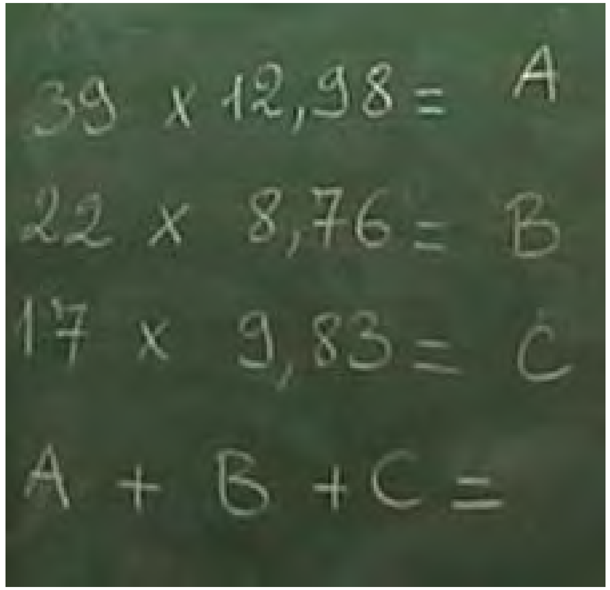
  ou 39x12,98=+22x8,76=+17x9,83=

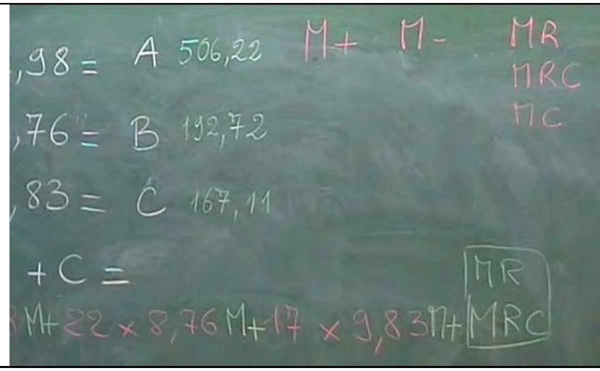
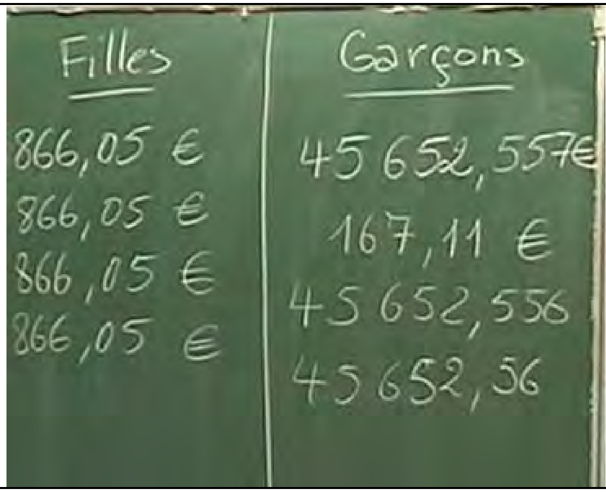
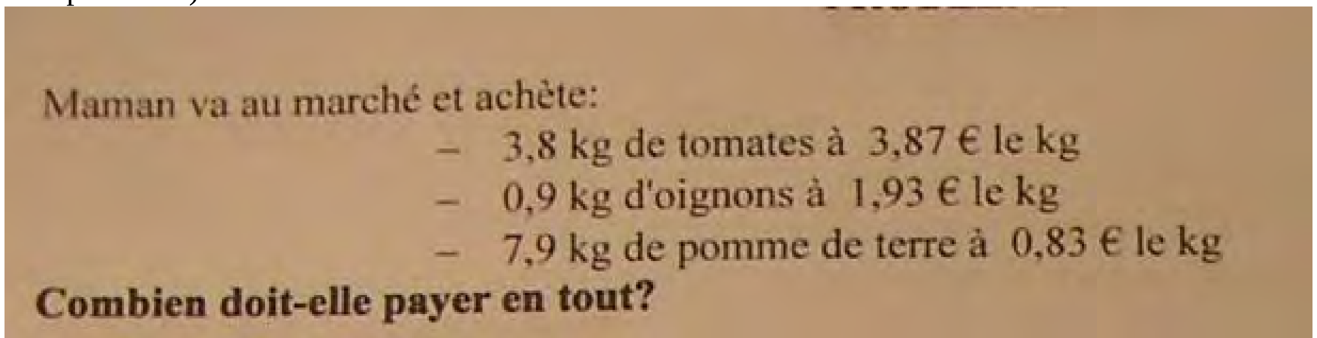
L'enseignant leur dit d'essayer !

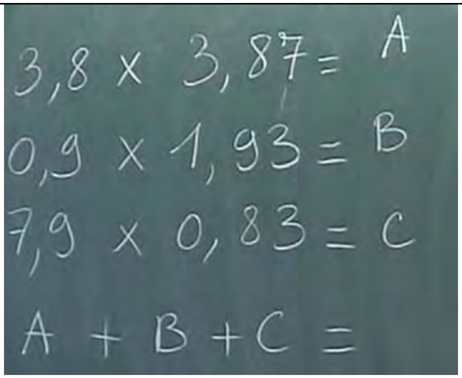
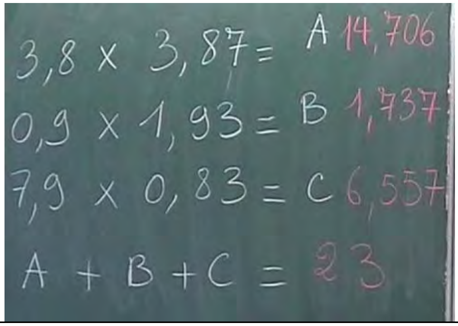
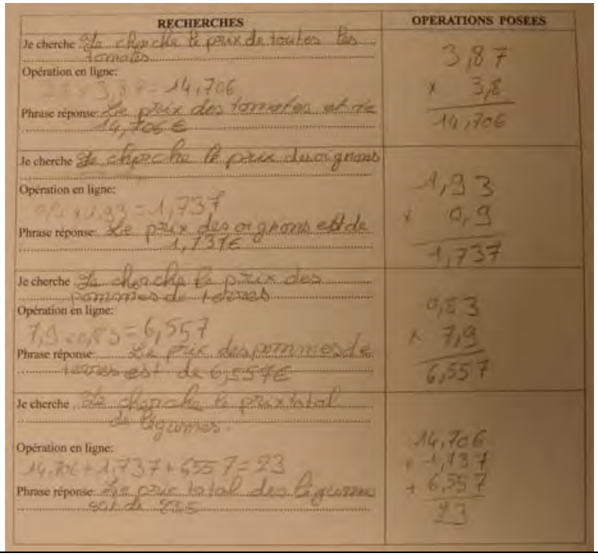
Après la confrontation des résultats, l'enseignant pose le problème : « comment faire pour trouver juste, sans noter de résultats intermédiaires et sans remettre à zéro entre chaque multiplication ? ».

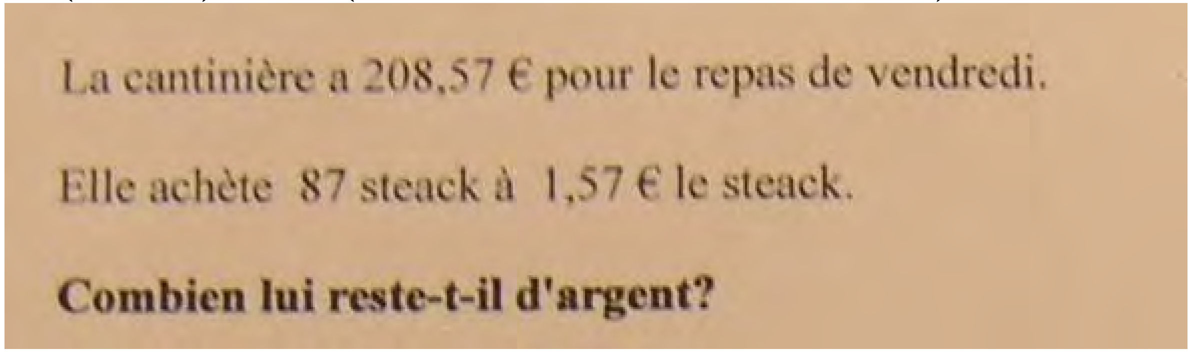
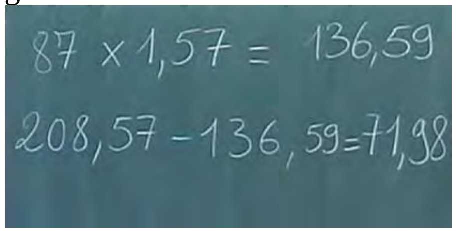
Il pointe la nécessité d'introduire des parenthèses pour que la séquence de touches proposées donne le bon résultat, puis introduit l'utilisation des touches mémoires :

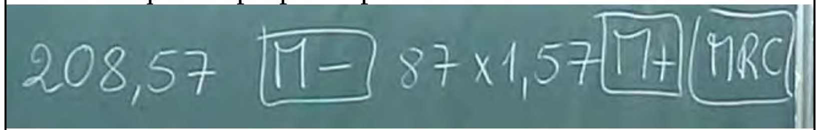
M+ M- MR MRC MC



	Il enseigne la procédure. Il précise au bout d’un moment la nécessité de bien vider la mémoire (deux fois sur MR ou MRC) avant de commencer.	
Activité des élèves		Les résultats des filles concordent tous ; elles trouvent : 866,05 € Des divergences dans les résultats obtenus par les garçons, mais l’essentiel des différences provient de l’approximation réalisée par la machine : 45652,556 est le résultat affiché par une calculette ne disposant pas des priorités opératoires et ayant un affichage de huit chiffres pour les séquences de calculs proposées et testées par les élèves. Les élèves pensent (en référence au problème) que la réponse des filles est plus plausible.
Problème 3	(Reprise l’après-midi) Durée : 10 min  Maman va au marché et achète: – 3,8 kg de tomates à 3,87 € le kg – 0,9 kg d'oignons à 1,93 € le kg – 7,9 kg de pomme de terre à 0,83 € le kg **Combien doit-elle payer en tout?**	
Activité du professeur	L’enseignant donne le troisième énoncé. Il le fait lire par un élève. Les élèves lui proposent les opérations à effectuer pour résoudre le	La structure est toujours la même, mais cette fois in a trois produits de deux décimaux à ajouter.

	problème et il les écrit au tableau. Ensemble ils effectuent ces quatre calculs à l'aide de la calculatrice. Il leur propose ensuite de vérifier en utilisant les touches mémoires. La séquence de touches à utiliser est donnée au tableau : 3,8 x 3,87 $\boxed{\text{M+}}$ 0,9 x 1,93 $\boxed{\text{M+}}$ 7,9 x 0,83 $\boxed{\text{M+}}$ $\boxed{\text{MRC}}$	 
Activité des élèves	Application d'une technique. S'entraîner pour s'approprier la technique enseignée par le maître. 	Un élève a une calculatrice trop sophistiquée sur laquelle on ne parvient pas à trouver la procédure pour vider les mémoires. Dans la trace écrite laissée par cet élève, il n'y a rien sur les séquences de touches de la calculatrice qui ont été utilisées. Les calculs ont été fait avec la machine mais l'élève les retranscrit sur sa feuille sous la « forme » d'un calcul posé ; on voit que ce n'est pas le calcul posé qui a été utilisé pour le calcul car, dans les multiplications, les produits intermédiaires ne figurent pas….

Problème 4	Durée : 10 min (résolution) + 10 min (vérification en utilisant les touches mémoires)  La cantinière a 208,57 € pour le repas de vendredi. Elle achète 87 steack à 1,57 € le steack. **Combien lui reste-t-il d'argent?**	
Activité du professeur	L'enseignant donne le quatrième énoncé. Il le fait lire par un élève. Il demande aux élèves de résoudre individuellement le problème sur leur fiche, puis sollicite un élève pour lui dicter les calculs à effectuer. Pour les amener à utiliser la touche $\boxed{\text{M-}}$, il demande aux élèves comment ils feraient pour trouver la réponse avec la calculatrice sans noter de résultats intermédiaires et sans remettre à zéro entre les deux calculs.	Il y a moins de calculs à faire pour résoudre ce problème (une multiplication et une soustraction), mais la structure de l'énoncé change. 
Activité des élèves	Résolution du problème.	Le changement de structure de l'énoncé va focaliser toute l'attention de 5 ou 6 élèves : • jusqu'ici, ils étaient confrontés à de simples exercices (la procédure de résolution était bien identifiée et l'essentiel de leur travail résidait dans la rédaction des réponses, l'effectuation des calculs et leur vérification à l'aide de la calculatrice) ; • avec cet énoncé n° 4, ils se retrouvent face à un véritable problème : ils ont besoin de temps pour s'approprier cette nouvelle structure et bien identifier la suite de calcul à effectuer ; pour utiliser cet énoncé et d'autres de même structure pour travailler sur la calculatrice avec

		ces élèves, il faut attendre que cette étape du travail soit franchie.
	Recherche de la séquence de touche pour trouver la réponse à l’aide des touches mémoires.	Il faut appuyer sur M- **<u>après</u>** le nombre à soustraire et non avant (inversion par rapport à l’écriture arithmétique). Beaucoup d’élèves ne le font pas et obtiennent une réponse qui ne diffère de celle attendue que par la présence d’un signe – devant le nombre qui souvent passe inaperçu… Avec la séquence proposée par les élèves :  le résultat affiché par les calculettes est **-71,98**, mais le **–** passe inaperçu de beaucoup dans un premier temps. Les séquences correctes ne sont pas "naturelles", au regard de l’écriture usuelle des calculs : 208,57 M+ 87 x 1,57 M- MRC ou 87 x 1,57 M- 208,57 M+ MRC La touche M- présente donc des difficultés d’utilisation spécifiques et son utilisation devra être reprise dans une séance ultérieure.

BILAN DE LA SEANCE	
Usage de la calculette	L’utilisation des touches mémoires pour la vérification conduit les élèves à un véritable travail sur l’organisation des calculs. Au début, l’outil calculette ne représente pas un gain de temps dans la réalisation des calculs : les élèves ont besoin de temps et d’entraînement pour parvenir à une utilisation plus fluide de cet instrument de calcul. Pour réaliser ce travail, il est préférable de ne conserver dans la classe que de simple calculette (sans les priorités opératoires).
Écart entre le prévu et le réalisé au niveau des techniques des élèves	Pour réaliser cet apprentissage, il est indispensable de s’appuyer au cours des premières séances sur des situations mathématiques familières, afin de concentrer le travail des élèves sur l’instrument : si on part comme ici d’énoncés, il ne faut pas que ceux-ci présentent de difficultés au niveau de la résolution (cf. problème 4 ici). Il semble raisonnable de prévoir deux séances d’apprentissage et de réserver le travail sur la touche $\boxed{\text{M-}}$ pour la deuxième séance. Un entraînement régulier tel qu’il a été envisagé dans le document de préparation (séance 2) viendra ensuite conforter les apprentissages réalisés.

Modifications suggérées

Prévoir après la phase d’entraînement, des situations de réinvestissement de cette utilisation des touches mémoires :

- Situations en EPS pour lesquelles on doit effectuer des calculs en chaîne à partir de données relevées, sans possibilité de garder une trace écrite des calculs intermédiaires.
- Utilisation des touches mémoires pour éviter de saisir plusieurs fois une donnée ou le résultat d’un calcul qui intervient dans plusieurs calculs d’un problème ; par exemple :

  Pour carreler une pièce de largeur 4,2 mètres et de longueur, j’ai le choix entre trois artisans.
  Le premier me demande 75,6 € par m², plus 150 € de frais de déplacement.
  Le deuxième demande 90 € par m², mais me fait une réduction de 330 € sur le total.
  Le troisième demande simplement 87 € par m².
  Calcule le prix total à payer pour chaque artisan.
  Indique celui qui a le tarif le plus intéressant.

Annexe 2

Sommaire de la séquence 1 en CE1-CE2

Annexe 3

Sommaire de la séquence 2 en CE1-CE2

1. **Fiche de préparation de la séance 1**
2. **Concours de calculs**
3. **Bilan du concours de calculs**
4. **Fiche de préparation de la séance 2 : la calculatrice pour réviser les tables**

RÉPARTITION DES NOTIONS ABORDÉES PAR L'USAGE DE LA CALCULETTE À L'ÉCOLE DU PAYS DE BANON

Annexe 4

Groupe CE1	Groupe CE1-CE2	Groupe CE2	Groupe CE2-CM1	Groupe CM1	Groupe CM2
1 séance ***Découvrir les touches*** **signes** [+], [-],[=] **lettres** [ON], [OFF],[CE] **chiffres** de la calculette		*1 séance* ***Revoir les touches*** *:* **lettres signes et chiffres** (avec le [x]).			*3 séances* **Découverte des touches mémoires de la calculette dans des situations problèmes mettant en jeu des calculs intermédiaires (dont les problèmes à étapes) ou la proportionnalité.**
	1 séance ***Choisir des procédures pertinentes*** pour trouver le résultat d'un calcul. (Calcul mental, posé ou calculette).		*1 séance diagnostique* ***Automatiser certains calculs en se mesurant à la calculette*** Observation des stratégies utilisées	**Réinvetissement des procédures élaborées** lors des séances communes avec les CE2	
2 séances ***Consolider la notion de choix pertinent*** dans la stratégie de calcul à travers <u>le jeu du TGV</u>.	*1 séance tous les mois* ***Utiliser la calculette dans l'auto-évaluation de la connaissance des tables***	*2 séances* ***Utiliser la calculette comme outil d'exploration pour passer d'un nombre à un autre.***	*1 séance de rémédiation* **Explication sur les démarches les plus efficaces.**	*1 séance* **La calculette au service du calcul mental.**	
	2 séances ***La calculette au service de la résolution de problèmes***	*1 séance* ***Consolider l'utilisation de la calculette comme outil d'exploration pour passer d'un nombre à un autre.*** <u>Jeu du « nombre mystère »</u>	*1 séance de systématisation*		

LA RESOLUTION DE PROBLEMES EN QUESTIONS QUELS SAVOIRS OU SAVOIR-FAIRE ? QUELLE INSTITUTIONNALISATION ?

Le groupe Mathaqui'
Caroline Bulf, Valentina Celi, Lalina Coulange,
Carine Reydy, Grégory Train, Patrick Urruty
IUFM d'Aquitaine, Université de Bordeaux 4
Pour le groupe : lalina.coulange@aquitaine.iufm.fr

Résumé
Au travers d'expériences diverses conduites dans le cadre de la formation des professeurs des écoles ou de la recherche, nous nous interrogeons sur la résolution de problèmes dits « pour apprendre à chercher ».
Au fil de notre réflexion, une double question est devenue centrale : celle des savoirs ou savoir-faire en jeu, de leur institutionnalisation et de leur devenir. *Quels savoirs ou savoir-faire sont en jeu dans la résolution de problèmes « pour apprendre à chercher » ?*[1] *Quelle institutionnalisation peut être conduite autour de ces savoirs ou savoir faire ?*
Nous mettrons à l'étude deux types de matériaux de façon à illustrer ce questionnement :
- un compte rendu d'expérience de défi mathématique « les quadrillages » avec correspondance entre une classe de CP et de GS conduit par P. Urruty.
- des extraits de vidéo dans une classe de CM2 « le problème des 1 », issus d'une recherche menée dans le cadre du réseau RESEIDA par L. Coulange.

Depuis plusieurs années, la résolution de problèmes a fait l'objet de nombreux travaux de recherche, entre recherche et formation ou enseignement des mathématiques à l'école.

Ce thème s'est constitué en objet d'étude principal lors de deux récents colloques de la COPIRELEM (Bombannes 2008 et Troyes 2007) dont l'intitulé était : « L'enseignement des mathématiques, où est le problème ? »

Les membres de notre groupe de travail se sont investis dans diverses expériences autour de cette thématique de la résolution de problème : dans l'organisation et la mise en œuvre du rallye mathématique de la Gironde, d'animations type Maths en Jean's à l'école (Maths en 3 B) ou à travers l'observation de pratiques enseignantes autour de la résolution de problèmes en mathématiques.

A l'occasion de ces expériences pour une part communes a émergé un questionnement relatif aux problèmes dits « pour apprendre à chercher » en situation de classe.

Précisons que nous entendons par problème « pour apprendre à chercher » ce qu'il était dit dans les documents d'application des programmes de 2000 (extraits des document d'application des programmes Mathématiques de 2000). C'est avant tout le fait que les élèves ne puissent disposer d'une solution rapide, « déjà éprouvée » pour résoudre ces problèmes, et que « plusieurs démarches de résolution sont possibles » qui caractérise donc un « problème de recherche » : le champ des problèmes

[1] Ce qui ne sera pas sans nous renvoyer à des distinctions à opérer entre connaissances et savoirs, ou sans nous conduire à retravailler le concept d'institutionnalisation...

potentiellement concernés est dès lors très vaste et les problèmes que nous utiliserons comme exemple par la suite, peuvent d'ailleurs apparaître assez contrastés.

Le fait de parler de problèmes pour apprendre à chercher plus que de « problèmes de recherche » ou de « problèmes pour chercher » vient du fait que ce qui nous semble également caractériser les types de situations envisagées est la nature du projet d'enseignement à travers la résolution de ces problèmes et mis en avant dans ces textes officiels : c'est bien « l'activité même de résolution de problème qui est privilégiée » et que l'on vise à développer.

Des questions sur le thème de la résolution de problème « pour apprendre à chercher » en situation dite ordinaire d'enseignement ont déjà été soulevées à plusieurs reprises, notamment par Hersant et Thomas (2008) et Hersant (2008 et 2009), et orientées vers les pratiques des enseignants et des élèves à ce sujet. Elles se sont jusqu'alors beaucoup centrées sur le processus de dévolution, sa prise en charge par des professeurs des écoles, ainsi que sur ses conséquences éventuelles de ce processus au regard des enjeux des problèmes « pour apprendre à chercher ».

Les questions de Mathaqui' s'orientent quant à elles sur le processus d'institutionnalisation.

Ce n'est pas sans réinterroger la nature des savoirs ou savoir-faire en jeu dans la résolution de problèmes dits classiquement « pour apprendre à chercher » : quels savoirs ou savoir-faire sont en jeu dans la résolution de problèmes « pour apprendre à chercher » ? Quelle institutionnalisation peut être conduite autour de ces savoirs ou de ces savoir-faire ?

Nous ne sommes d'ailleurs pas les seuls, ni les premiers à faire émerger un tel questionnement. Avant nous, des chercheurs en didactique comme Mercier (2008) ou Margolinas et Laparra (2008) ont soulevé la question du processus d'institutionnalisation dans le cadre de situations d'enseignement relatives à des problèmes « pour apprendre à chercher » au sein de leurs travaux respectifs sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Houdement (2009) s'interroge également sur la nature et l'organisation des savoirs ou des savoir-faire potentiellement mis en jeu dans la résolution de ces problèmes.

Dans le cadre de cet atelier, nous avons souhaité étayer nos interrogations, les faire partager aux participants à travers l'étude de deux exemples, sur la base des matériaux suivants :

- le compte rendu d'une expérience de défi mathématique « les quatre cases » avec correspondance entre une classe de CP et de GS, conduit par Patrick Urruty.

- des extraits de vidéo autour de la résolution d'un problème « le problème des 1 » au sein d'une classe de CM2 socialement hétérogène, issus d'une recherche conduite par Lalina Coulange, dans le cadre du réseau d'équipes de recherche RESEIDA[2] (Coulange 2009).

I - LE PROBLEME DES QUATRE CASES

La première consigne donnée aux participants répartis en petits groupes était de résoudre le problème des 4 cases, dont nous leur avions préalablement donné l'énoncé (tiré de l'ouvrage de D. Valentin (2005)), avec le matériel suivant :

Matériel : un stock de supports quadrillés de type 3 cases × 3 cases, regroupés sur une feuille A4.

[2] Réseau d'équipes de recherche : REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages, co-piloté par E. Bautier et J-Y. Rochex

Trouver le plus possible de façons différentes de colorier 4 cases du quadrillage.

Précision : deux figures sont considérées identiques si elles sont superposables (en faisant tourner l'un des supports on retrouve l'autre).

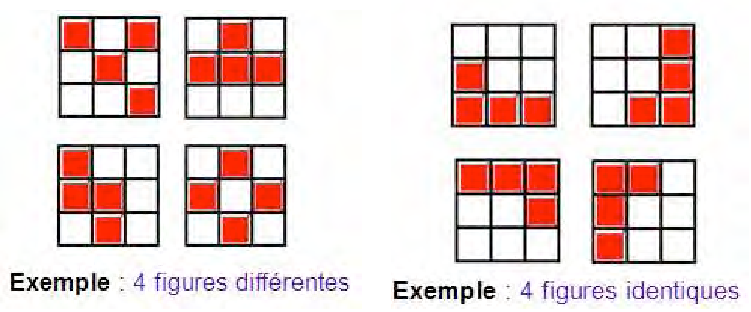


Figure 1 : figures différentes et identiques, problème des 4 cases.

Les participants avaient également à répondre à cette deuxième consigne :

Pensez-vous que ce problème est intéressant à poser en classe à des élèves de GS/CP ? Proposez des arguments pour/contre.

Les participants se sont aisément emparés du problème, même si peu d'entre eux ont effectivement trouvé toutes les solutions , 34 au total, dans le temps imparti.

L'argumentaire « pour ou contre » au sujet de la mise en œuvre autour de ce problème dans une classe de GS/CP, développé lors de la mise en commun est assez proche de celui mis en avant *a priori* par les animateurs de l'atelier.

On peut en synthétiser les principaux éléments ainsi :

+ Les arguments en faveur d'une mise œuvre sont les suivants :

Le problème est facilement communicable (tant auprès des enseignants que des enfants) et semble pouvoir engager les élèves dans une activité de recherche et ce sur la durée, de façon autonome. La recherche pour être menée à terme doit être organisée : notamment afin de repérer les figures identiques en vue d'éliminer d'éventuels doublons.

- Les arguments contre sont :

Les élèves ne peuvent disposer d'arguments mathématiques pour savoir si le problème est clos ou pas. Les notions mathématiques convoquées par la résolution du problème sont assez implicites et en dehors des connaissances visées par les programmes en vigueur (transformations dans le plan) ou d'un niveau très élémentaire (repérage sur quadrillage, reconnaissance de figures identiques sur un quadrillage) : on perçoit donc difficilement à quels savoirs explicitables, et « institutionnalisables », voire même à quelles connaissances visées, ces notions peuvent renvoyer. La recherche exhaustive des solutions ne débouche pas sur l'identification d'une méthode, d'une technique mathématique qui serait susceptible d'être réinvestie, du moins de manière directe dans la résolution d'un champ de problèmes clairement identifiable.

P. Urruty a ensuite exposé le compte rendu de l'expérience menée autour de ce problème : le déroulement d'un défi entre classes de GS et de CP (dans des classes de Maîtres Formateurs de l'école J. Cocteau, D. Lafforgue et A.-M. Denau), suivant différentes étapes :

Etape 1 : Présentation du problème (GS)

Le problème est présenté en grand groupe. Plusieurs exemples de supports préparés par l'enseignant permettent de définir deux figures identiques / deux figures différentes. Les élèves sont informés que les élèves de CP travaillent sur le même problème en parallèle.

Etape 2 : recherche et bilans successifs (GS)

En ateliers, les élèves accrochent au fur et à mesure leurs propositions, sur une affiche collective (visible depuis leur place) qu'ils tentent de compléter à l'aide de figures nouvelles.

Lors de phases de regroupement, avec l'aide de l'enseignant si nécessaire, les doublons sont repérés et éliminés, pour ne conserver qu'un exemplaire de chaque figure sur l'affiche collective.

Etape 3 : nécessité d'une aide extérieure (GS/CP)

Au fur et à mesure que l'affiche se remplit, il devient plus difficile au sein de la classe de GS de contrôler si une figure a déjà été trouvée ou pas. A l'issue de bilans collectifs, on constate que le nombre de cas différents de figures n'a que peu augmenté, voire plus du tout.

Les élèves sont orientés par le maître vers une demande d'aide aux CP. Les élèves de GS écrivent une lettre aux CP pour leur indiquer l'état de leur recherche et demander une aide pour trouver toutes les solutions (s'il leur en manque effectivement).

Etape 4 : résolution du problème

Les élèves de CP indiquent qu'ils ont eux-mêmes obtenu 34 solutions et suggèrent aux élèves de GS d'organiser la collection en différentes familles, puis de chercher à compléter chacune de ces familles :

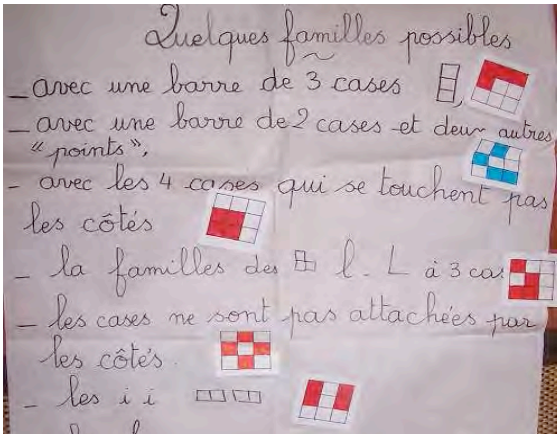


Figure 2 : Affiche résumant les suggestions des CP, problème des 4 cases.

Une fois que toutes ces « familles » ont été identifiées à partir des propositions des CP, il devient plus facile de compléter chacune d'entre elles pour obtenir le nombre total de figures différentes possibles.

L'analyse de ce déroulement permet de pointer l'ensemble des connaissances effectivement mises en fonctionnement à travers la situation d'enseignement relative à la résolution de ce problème en GS de maternelle. Les connaissances mathématiques convoquées sont pour une part des savoirs liés au repérage dans l'espace (repérer des cases dans un quadrillage) ou de façon implicite aux transformations géométriques (faire fonctionner implicitement les transformations : translation, rotation ; distinguer des figures identiques et des figures symétriques). Des savoir-faire relatifs à la résolution de problème peuvent également être cités : accepter de ne pas trouver immédiatement ou rapidement une solution à un problème, essayer et organiser ses essais, etc. On peut aussi songer à des compétences transversales relatives à la maîtrise de la langue (à l'oral : justifier la validité d'une solution ; à l'écrit : rédiger une lettre adaptée aux interlocuteurs, communiquer par écrit les résultats d'une recherche).

Au final, cette lecture de déroulement nous invite à penser que l'intérêt de la situation liée au « problème des 4 cases » (du moins ici dans le cadre d'échanges entre GS/CP) serait ici davantage dans la mise en œuvre du défi que dans la résolution du problème mathématique lui-même. En effet les savoirs mathématiques en jeu dans cette résolution paraissent soit « minimaux » (repérage sur un quadrillage 3x3) soit difficilement explicitables (les transformations géométriques) et donc peu donnés à voir aux élèves. Quand aux savoir-faire relatifs à la résolution de problèmes en mathématiques, ils restent extrêmement flous et très éloignés d'une technique ou d'une méthode mathématique transférable sur un corpus de problèmes de nature proche. Ces savoirs ou savoir faire à caractère mathématique semblent ici s'effacer derrière les compétences d'ordre plus transverse, liées à la situation de communication.

II - LE PROBLEME DES 1

La situation d'enseignement en contexte « ordinaire » mise à l'étude dans la deuxième partie de l'atelier a été filmée à l'occasion d'une recherche sur les pratiques d'enseignants dans des classes de CM2 socialement hétérogènes, conduite dans le cadre du réseau d'équipe de recherche RESEIDA.

Cette séance est la troisième d'une séquence élaborée par une maîtresse sur le thème de la résolution de problème. Les problèmes retenus par l'enseignante sont extraits de rallyes de mathématiques (sans que pour autant un véritable rallye ne soit mis en place).

Ils présentent pour une part les caractéristiques de « problèmes de recherche », décrites dans les documents d'application des cycles 2 et 3 de 2002.

L'énoncé proposé aux élèves lors de la séance observée est le suivant :

> *On forme la suite des nombres qui ne peuvent s'écrire en n'utilisant que des 1 :*
>
> *1 11 111 1111 11111 111111 etc.*
>
> *Si on additionne les 20 premiers nombres de cette suite, quel sera le chiffre des dizaines du résultat ?*

Nous avons demandé aux participants de résoudre le problème et de faire une analyse préalable de la situation relative à ce problème posé à des élèves de CM2 :

Résolvez ce problème et imaginez le déroulement d'une séance en classe de CM2, centrée sur la résolution de ce problème.

Nous livrons ci-dessous l'analyse *a priori* de la situation faite par le chercheur qui recoupe en de nombreux points celle faite par les participants de l'atelier. Nous nous sommes notamment accordés pour trouver la consigne du problème complexe pour des élèves de ce niveau. La dévolution de cette situation nécessite *a priori* une forte intervention enseignante afin d'assurer la compréhension de cette consigne et une première entrée satisfaisante dans la résolution du problème, par une majorité d'élèves. Les connaissances à mettre en jeu sont nombreuses et diverses : relevant à la fois de la numération (distinction chiffre/nombre), de la compréhension d'un algorithme récursif (ajouter un 1 pour former le nombre suivant de la suite) et de la notion de suite (former une suite, les 20 premiers nombres de la suite). Pour résoudre ce problème, les élèves peuvent mettre en œuvre une procédure de base qui consiste à poser l'addition des 20 premiers nombres de la suite, et à l'effectuer.[3] Cette procédure coûteuse est susceptible d'engendrer des erreurs liées au fait d'avoir conjointement à poser l'opération et à écrire les 20 nombres concernés (opération « posée à l'envers » du sens d'écriture). De nombreuses procédures exactes ou erronées peuvent correspondre à une recherche d'économie par rapport à cette procédure de base comme par exemple : effectuer des additions intermédiaires « par paquets » en effectuant une partie de ces additions avec la calculatrice (tant que l'affichage le permet).

La procédure que l'on peut considérer comme la plus aboutie sous-entend une posture réflexive sur l'addition des 20 premiers nombres de la suite. Il s'agit de tenir un raisonnement sur la retenue correspondant aux 2 nouvelles dizaines obtenues en additionnant les 20 unités, à ajouter aux 19 dizaines obtenues en additionnant les dizaines des 20 nombres (qui en contiennent tous une, sauf le premier nombre 1), pour en conclure que le chiffre des dizaines du résultat sera 1 (car 19+2 = 2**1**). Ce raisonnement n'est pas élémentaire car il convoque des connaissances déjà rencontrées auparavant par les élèves sur le fonctionnement de la technique opératoire de l'addition : notamment la mise en relation du principe de retenue avec des propriétés sur les nombres relevant de la numération dans une situation complexe.

A la suite d'une mise en commun qui a fait ressortir une partie des difficultés potentielles d'appropriation de la situation, des procédures de résolution du problème posé (identifiées par l'analyse préalable des participants à l'atelier) notre deuxième consigne de travail était :

Analysez les extraits filmiques de la séance.

Nous évoquons ci-dessous des éléments de l'analyse *a posteriori* de la situation observée par le chercheur. Cette analyse a été livrée et discutée avec les participants de l'atelier.

Pendant la première phase de la séance, l'enseignante évoque publiquement les difficultés envisageables dans la compréhension de l'énoncé, susceptibles de gêner une première entrée satisfaisante dans la résolution du problème posé.

Elle revient sur le principe de construction de la suite de nombres : *D'accord, on rajoute un chiffre à chaque fois, d'accord ? Et toujours le même chiffre : le chiffre un*. Elle insiste sur la distinction chiffre/nombre en demandant combien de nombres comprend la suite de cinq nombres, qu'elle a elle-même écrite au tableau : *Il y a combien de nombres dans cette, dans cette suite là, celle que j'ai faite au tableau ? Tu lèves ton doigt ! Julie ? (…) Cinq ? Cinq ? Six ? Cinq. Alors, le premier, qu'est-ce que c'est ? (en pointant du doigt les nombres correspondant au tableau) Un, voilà le premier nombre, le deuxième, le troisième, le quatrième…* Puis elle demande quel est le chiffre des dizaines du quatrième nombre de la suite. L'élève sollicitée à plusieurs reprises (pour lire l'énoncé, pour aller montrer le chiffre des dizaines du quatrième nombre de la suite) lors de ce début de séance n'est pas n'importe quelle élève. Il s'agit d'une élève qui a d'ores et déjà montré un rapport problématique, voire conflictuel à la discipline enseignée, lors des séances précédentes (la semaine d'avant, envoyée au tableau pour la correction d'un problème, elle est en

[3] Cette procédure est apparue clairement lors des échanges avec les participants, tout comme les suivantes. L'analyse *a priori* du chercheur ne complète donc que légèrement les propositions des participants de l'atelier en catégorisant les procédures et en s'attardant davantage sur l'origine potentielle des erreurs observées dans la classe.

pleurs). L'attitude de l'enseignante semble donc adaptée pour permettre la dévolution de la situation aux élèves. Les aides collectives puis individuelles dans la deuxième phase de recherche individuelle sont judicieuses et répondent aux difficultés prévisibles dans l'appropriation du problème posé, sans pour autant empiéter sur la recherche d'une solution par les élèves et sur la situation d'apprentissage qui peut en résulter.

L'énoncé du problème semble d'ailleurs compris par une majorité des enfants qui peuvent dès lors s'investir dans la recherche d'une solution.

Lors de la phase de recherche, la majorité des binômes d'élèves observés s'investit dans des stratégies relevant de la procédure de base : l'addition effective des 20 premiers nombres de la suite. Avoir à écrire les termes de la suite et à poser l'opération de façon simultanée[4] va d'ailleurs provoquer des erreurs chez certains d'entre eux : les nombres étant écrits de gauche à droite, l'opération est en quelque sorte « posée à l'envers » (l'alignement se fait suivant le chiffre le plus à gauche des nombres écrits et non suivant le chiffre le plus à droite de leur écriture). Certains élèves mettent également en œuvre des stratégies erronées pour économiser les calculs : comme additionner les 10 premiers nombres de la suite, puis multiplier le résultat par 2, pour obtenir le résultat de l'addition des 20 premiers nombres.

Une seule élève, Julie (qui travaille seule) a résolu le problème par la stratégie la plus aboutie : en raisonnant sur le principe de retenue dans l'addition des 20 premiers nombres de la suite, suivant la procédure évoquée plus haut.

Lors de la phase de mise en commun, à la demande de la maîtresse qui envoie des élèves « choisis » au tableau, tous les types de solutions apparemment envisagés dans la classe sont représentés au tableau[5] : l'enseignante a su analyser les différentes procédures mises en œuvre par ses élèves.

Le tableau ci-dessous (présenté et discuté avec les participants de l'atelier, après un extrait de film où les élèves exposent la solution 1) résume les différents types de productions rendues publiques :

Solution 1 : Procédure erronée	Solution 2 : Procédure erronée	Solution 3 : Procédure correcte Erreur dans le calcul au tableau	Solution 4 : Procédure correcte de base	Solution 5 (Julie) dévoilée après les autres : Procédure correcte
Addition des 20 premiers nombres de la suite, posée à l'envers, Etc. + 11111 + 111 + 11 + 1	Addition posée des 10 premiers nombres de la suite Multiplication du résultat par 2	Additions posées intermédiaires (à 3 ou 4 termes) puis addition des résultats de ces additions pour trouver la somme des 20 premiers nombres	Addition posée des 20 premiers nombres de la suite. Le résultat de l'opération est indiqué « dans son intégralité ».	Raisonnement sur l'addition posée : le principe de retenue dans l'addition des 20 premiers nombres de la suite.

La maîtresse gère un débat collectif sur la base de ces productions : les procédures à l'œuvre derrière les solutions proposées font l'objet de formulations, ainsi que les connaissances mises en jeu par ces procédures ; la maîtresse interroge ensuite l'ensemble des élèves de la classe sur la validité de telle ou

[4] De plus le fait que les nombres soient tous des suites de « 1 » prive sans doute les élèves de moyens de contrôle sur l'interprétation de leur écriture chiffrée : les élèves semblent avoir des difficultés à interpréter ces « 1 identiques » en tant que chiffres de rangs et donc d'ordres (des unités, des dizaines, des centaines, etc.) différents.

[5] Notons que l'écriture des solutions apparentées à la procédure de base au tableau ralentit fortement le déroulement : elle s'avère très coûteuse puisque elle sous-entend l'écriture des 20 premiers nombres de la suite.

telle solution, en apportant éventuellement des éléments qui peuvent contribuer à la preuve correspondante.

La formulation de la proposition de Julie, rendue publique à la suite de toutes les autres pose problème : les écritures mathématiques produites par cette élève au tableau pour exprimer son raisonnement ne correspondent pas à ce qui est attendu par la maîtresse et sont peu acceptables au regard des conventions d'écriture en mathématiques. Julie pose en effet les deux opérations :

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times\ \ 1 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \overset{2}{19} \\ \times\ \ 1 \\ \hline 21 \end{array}$$

La première multiplication ne lui sert qu'à exprimer le fait qu'elle additionne les vingt « 1 » unités des vingt premiers nombres de la suite. Elle utilise la deuxième pour expliquer qu'elle obtient alors deux dizaines supplémentaires (correspondant à la retenue posée) qu'elle ajoute aux dix-neuf « 1 » correspondant aux dizaines des vingt premiers nombres de la suite.

Devant l'agitation qui règne dès lors au sein de la classe (les autres élèves n'acceptant pas les traces écrites de la solution de Julie), la maîtresse intervient pour formuler le raisonnement en jeu, en rajoutant de nouveaux écrits pour accompagner ses explications orales :

> *Imaginez que vous avez un, onze, onze, onze vingt fois d'accord ? Sur le vingtième nombre, on est d'accord ? Oui ? Tu me diras que tu n'as pas compris Nicolas, tu es retourné. Combien y a-t-il de un, Nicolas, chiffre des unités (Nicolas : vingt). Il y en a vingt, donc il y en a vingt. Qu'est-ce qu'il va y avoir là au résultat de l'addition (Elèves : vingt). Si tu comptes vingt, qu'est-ce que tu mets ? C'est une addition là (Elève : zéro). Qu'est-ce que je mets là ? Je mets un zéro. Je mets un zéro, c'est ce qu'elle te dit… Zéro, elle met deux dizaines en retenue, d'accord… Ensuite, elle compte les dizaines, il y en a combien de dizaines (Elèves : dix-neuf). Il y en a ? Dix neuf dizaines donc. Dix-neuf fois un, ça fait combien ? (…) Dix-neuf dizaines, ça fait quoi ? Dix-neuf fois un (Elèves : dix-neuf !). Dix-neuf. Plus deux ? (Elèves : vingt-et-un) Vingt-et-un. Comment j'écris vingt-et-un ? J'écris un… Et j'écris le deux là mais on s'en fiche… Donc quel est le chiffre des dizaines du résultat ? (Elèves : un) Un. Alors* [en montrant les autres solutions encore apparentes au tableau], *est-ce qu'on avait besoin de s'embarquer dans des trucs comme ça ?*

$$\begin{array}{r} ② \\ 1 \\ 11 \\ 11 \\ 11 \\ \| \\ \text{20}^{\text{e}}\text{ nombre} \\ \hline 10 \end{array}$$

En résumé, la situation observée relative à la résolution de ce problème peut paraître « réussie » à bien des égards : la maîtresse permet à la majorité des élèves de comprendre la consigne, de s'engager effectivement dans la recherche d'une solution en réponse au problème posé, et gère le débat de façon relativement exemplaire en s'assurant des formulations permettant de saisir l'ensemble des procédures qui sous-tendent les solutions présentées au tableau, et le cas échéant de les invalider.

Et pourtant *quid du processus d'institutionnalisation* ? Peut-on penser que la phase de mise en commun observée tient lieu d'institutionnalisation des savoirs ou des savoir-faire relatifs aux connaissances convoquées par les élèves dans la résolution de ce problème ? Et l'institutionnalisation a-t-elle d'ailleurs lieu d'être dans la résolution d'un tel « problème pour apprendre à chercher » ?

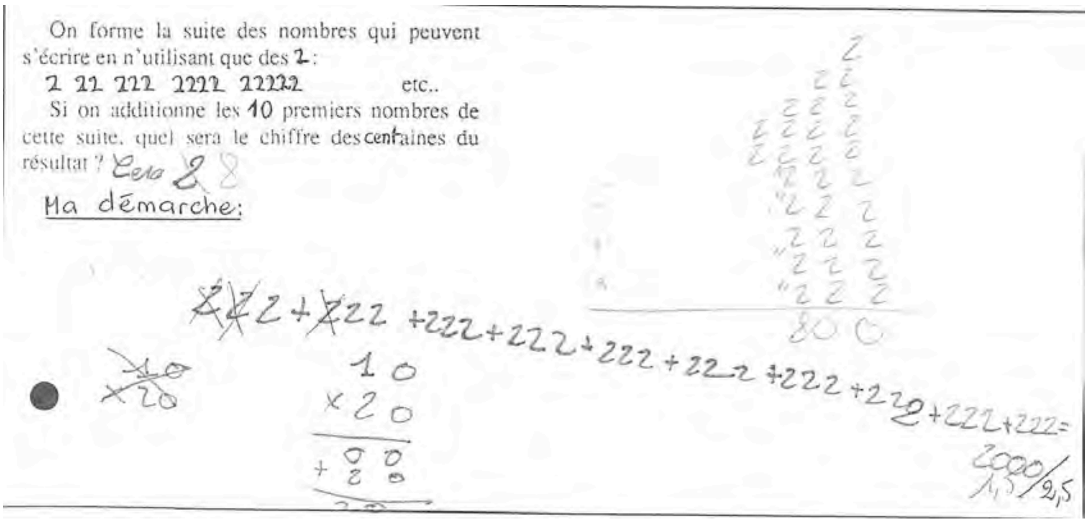
Pour répondre à cette question, il faut se reposer la question de quels savoirs mathématiques ou de quels savoir-faire éventuellement plus transversaux, pourraient faire l'objet cette institutionnalisation.

S'il s'agit de savoirs mathématiques ceux-ci seraient liés à la procédure « experte » de résolution du problème donné (correspondant à la solution de Julie) : c'est-à-dire en lien avec une prise de recul sur la technique opératoire de l'addition et sur le lien entre la numération et le principe de retenue dans une addition. Or si l'enseignante tente de reformuler le raisonnement de l'élève, ce qui n'est d'ailleurs pas chose aisée (le schéma de l'addition posée est-il clair pour les élèves ?), elle ne met pas vraiment les savoirs impliqués sur le devant de la scène didactique. Elle ne décontextualise, ni ne dépersonnalise les connaissances mises en jeu, qui restent à l'état de modèles implicites d'action et ne sont pas récupérées dans un système organisé de savoirs à enseigner. Dans ce sens on peut penser que la solution de l'élève reste au final la « manière de faire de Julie ».[6]

On peut envisager que ce qui est visé ici par la maîtresse relèverait davantage de savoir-faire plus transversaux, ou spécifiques de la résolution de problèmes, du type de ceux cités dans les directives officielles de l'époque au sujet des problèmes pour apprendre à chercher. Il n'en demeure pas moins que ces savoir-faire ne sont pas explicitement mis en avant ici : peuvent-ils d'ailleurs faire l'objet d'une explicitation qui ne verserait pas dans une « méthodologie type de résolution de problèmes » ?

Dès lors, on peut se demander quelle est la finalité didactique de la situation d'enseignement observée : sur quels savoirs mathématiques se porte l'intention d'enseigner ? Et quel peut être le futur des connaissances impliquées dans la situation d'enseignement ? En l'absence d'un processus d'institutionnalisation de ces savoirs, ces connaissances demeurant pour une part implicites peuvent paraître de fait destinées à être perdues, sans lendemain pour la plupart des élèves.

En écho à ces questions, il est intéressant de considérer un énoncé donné en évaluation par la maîtresse « calqué » sur le « problème des 1 » et la production de Julie en réponse à ce problème.



Le problème posé en évaluation n'est pas tout à fait de même nature que le problème des 1. La maîtresse a fait varier des éléments de l'énoncé correspondant à des variables didactiques, et qui affectent donc la hiérarchie des procédures mises en œuvre : le fait de n'avoir que 10 nombres à additionner rend la procédure de base (l'addition posée des 10 nombres) beaucoup moins coûteuse et *a contrario* la recherche du chiffre des centaines, et les suite des « 2 » du nouvel énoncé impliquent un saut de complexité non

[6] C'est d'ailleurs comme cela qu'elle est désignée par l'enseignante, lorsque celle-ci demande aux autres enfants d'essayer de résoudre le problème « à la manière de Julie ».

négligeable pour qui voudrait tenir un raisonnement relativement analogue à celui de Julie pour le « problème des 1 ». D'ailleurs il est intéressant de constater que Julie elle-même n'a pas réussi à tenir ce raisonnement, alors qu'elle a visiblement tenté de le faire. En deçà de la nature quelque peu différente de ce nouvel énoncé, ce n'est sans doute pas sans lien avec l'absence d'institutionnalisation et donc de visibilité des savoirs mathématiques concernés, signalée plus haut.[7]

III - EN GUISE DE CONCLUSION

L'ensemble des questions qui émergent à travers l'étude de ces deux exemples nous semblent faire écho au contenu d'un échange par courrier électronique entre G. Brousseau et M. Hersant sur la liste de l'ARDM (Association de Recherche en Didactique des Mathématiques) au sujet de la résolution de problèmes et de ses enjeux. Nous nous permettons de citer quelques extraits des propos de G. Brousseau tenus à cette occasion :

> **Les savoirs mathématiques en jeu en arrière-plan de la résolution de problèmes ?**
>
> Dans quel but faire chercher ? (…)
>
> La question est de savoir si et quand cette pratique est légitime.
>
> On doit distinguer deux cas extrêmes
>
> a) celui où l'élève résout un problème qui n'a aucun rapport avec ce qu'il doit apprendre maintenant ou plus tard comme un logigramme, une grille de Sudoku ou un problème d'échecs.
>
> b) celui où la solution quelle que soit la façon dont il la conçoit, la trouve, la formule et la justifie est une connaissance ou un savoir qui correspond à un objet d'enseignement.
>
> Le premier cas est intéressant mais malgré toutes les promesses de vertus éducatives et les illusions sur le transfert de motivation, sa légitimité est assez faible. C'est ce qu'il y a lieu d'enseigner qui est légitime et les appréciations doivent se rapporter à cette aune.
>
> Dans le second cas la légitimité va dépendre de la possibilité effective de récupération ultérieure de cette activité de recherche dans un processus d'apprentissage des connaissances convenues. (…)
>
> Une des principales sources de difficultés vient ce que le professeur identifie et confond les connaissances (modèles implicites d'action) mobilisées par les élèves avec les savoirs qu'il voudra leur enseigner plus tard. Tout ce que ses élèves « font » mais qui n'est pas assez rapidement reconnu, dit, récupéré dans un système de savoirs sera perdu. D'autant plus qu'en général, ils ne le referont pas très souvent s'il s'agit d'une « recherche »). Le professeur aura trouvé remarquable une démarche ingénieuse et opportune d'un enfant, et peu de temps après, cet enfant ne la reproduira pas dans des circonstances qui apparaîtront pourtant similaires, pire il ne se souviendra même pas l'avoir fait, car pour lui ce qui était évident dans l'action n'avait pas besoin d'être « noté », surtout si en plus il n'a pas de moyen culturel de le faire.
>
> Les connaissances implicites développées dans les « problèmes pour chercher » me paraissent condamnées à être perdues… sauf si les situations sont répétées dans un processus de type

[7] Cet épisode didactique lié à l'évaluation renvoie la question plus que délicate de l'évaluation en lien avec les problèmes pour apprendre à chercher, sur laquelle nous ne nous attardons pas ici, mais qui a elle seule mériterait un atelier, voire plusieurs dans le cadre d'un colloque COPIRELEM.

behavioriste, ou si elles commencent à court terme un processus didactique complet de « construction ».

Les connaissances implicites jouent un rôle, caché, mais très important ; mais elles sont très difficiles à gérer. Par définition elles sont attachées de façon spécifique aux situations et aux savoirs en jeu, et elles le sont beaucoup plus que les savoirs.

(Guy Brousseau, janvier 2006, en réponse à un mail de Magali Hersant)

Les propos tenus sont frappants, nous semblent-il par leur proximité avec les observations et les analyses que nous avons pu faire à l'occasion des deux expériences de formation et de recherche évoquées ci-dessus, et souhaité partager avec les participants à notre atelier.

Ils nous ont également donné l'orientation d'une réflexion qui nous semble encore à tenir sur les savoirs ou savoir faire en jeu en lien avec les problèmes pour apprendre à chercher : centrée sur la récupération des connaissances convoquées par les élèves dans la résolution de tels problèmes, qui conditionne l'institutionnalisation des savoirs ou des savoir faire en jeu.

Nous avons présenté aux participants, l'état actuel de cette réflexion.

Dans la résolution des problèmes qualifiés de problèmes pour apprendre à chercher, les connaissances potentiellement mises en fonctionnement ne sont pas de la même nature. Il nous apparaît possible, à ce jour, de proposer une première catégorisation en trois grandes classes de connaissances visées dans le cadre de situations d'enseignement centrées sur ce type de problèmes.

Classe 1 : des connaissances mathématiques, institutionnellement identifiées dans le curriculum officiel de la classe, mais dont la "formulation" est difficile d'accès.

C'est par exemple, le cas du problème des 1 dans lequel des connaissances sur la technique opératoire de l'addition sont convoquées pour soutenir un raisonnement lui-même complexe, difficilement formulable.

Classe 2 : des connaissances mathématiques, absentes du référentiel officiel de connaissances et de compétences de la classe.

Par exemple, les connaissances sur le dénombrement et la combinatoire mais « hors programmes » convoquée par le problème « construction de tours » de l'ouvrage Ermel CP

Classe 3 : des connaissances « méta-mathématiques », plutôt liées au fonctionnement des savoirs mathématiques, ou à la démarche mathématique, et non aux savoirs eux-mêmes.

Par exemple, les connaissances sur l'organisation d'une recherche, d'essais, mises en jeu dans le problème des 4 cases mais cela pourrait être aussi les connaissances sur l'argumentation et sur la validité d'une solution en mathématiques mises en jeu au moment de la mise en commun à l'occasion du problème des 1.

Cette typologie semble pouvoir nourrir notre réflexion initiale sur la question de l'institutionnalisation dans les problèmes dits "pour chercher"

Dans le cas des connaissances relevant de la classe 1, la difficulté à formuler la façon dont les connaissances mathématiques sont convoquées dans des procédures relativement complexes peut faire obstacle à l'institutionnalisation des savoirs en jeu. Notamment, du côté de l'élève, les écrits intermédiaires produits dans la phase de recherche ne correspondent pas forcément à une forme « conventionnelle » et sont dès lors difficilement communicables. Du côté de l'enseignant, s'il est capable de trouver une formulation « experte » satisfaisante au regard du contrat didactique et scolaire, cette formulation est-elle accessible pour une majorité d'élèves ?

Pour les connaissances relevant de la classe 2 mais aussi de la classe 1, nous entrevoyons une difficulté attenante à la décontextualisation. En l'absence de visibilité des savoirs en relation avec les connaissances mathématiques convoquées (soit parce qu'elles ne correspondent pas à des savoirs visés à ce niveau, soit parce qu'elles sont difficilement formulables), comment l'élève peut-il être en mesure d'identifier des « classes de problèmes » que ces connaissances permettent de résoudre ? Il en est d'ailleurs de même du point de vue du professeur qui en l'absence de projets d'enseignement des savoirs pourtant convoqués, peut d'ailleurs ne pas chercher à identifier ces classes de problèmes. Dès lors, à l'instar du problème des 4 cases, ces problèmes tendent à vivre de façon « isolée », sans futur assuré pour les connaissances mises en jeu localement.

Enfin pour les connaissances relevant de la classe 3, c'est leur statut qui nous paraît à interroger : s'agit-il de connaissances sur le fonctionnement, sur la démarche mathématiques ? Comment ces connaissances dont l'explicitation ne peut être dès lors sous-tendue des savoirs mathématiques de référence peuvent-elles donner lieu à une forme d'institutionnalisation ? Quelle place alors leur accorder dans la classe de mathématiques, dans le curriculum ?

Plus largement, c'est la question de la fréquentation de ces problèmes par les élèves qui est ici posée. Cette fréquentation a-t-elle pour objet un apprentissage déclarable ? Dans l'affirmatif, comment cette organisation est-elle orchestrée pour permettre aux élèves de redéployer ces connaissances dans des problèmes voisins ?

Nous espérons que cette classification des connaissances mises en jeu dans les problèmes « pour chercher » nous aidera à avancer sur cette difficile question de l'institutionnalisation des savoirs ou savoir-faire convoqués dans ce type de problèmes qui nous paraît en conditionner le projet d'enseignement.

Il nous paraît à cet effet intéressant de poursuivre notre réflexion au fil des projets de notre équipe encore en cours à ce sujet (Maths en Jean's et M3B 2010 et à venir) en les mettant en regard de ceux d'autres équipes dont le travail se centre également sur ce thème depuis plusieurs années (Hersant et Thomas 2008, Hersant 2009 et 2010, Ouvrier-Buffet 2006 et travaux de l'équipe Maths à Modeler).

IV - BIBLIOGRAPHIE

COULANGE L. (2009), Etude de pratiques enseignantes et de processus de différenciations dans les apprentissages scolaires au sein d'une classe de CM2, *Actes CD-ROM de la XVe Ecole d'été de recherche en didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand.

COULANGE L. (2009), Etude de pratiques enseignantes et de différenciations dans les apprentissages scolaires à l'école primaire, *Actes CD-ROM du II congrès international de didactiques 2010, L'activité de l'enseignant : Intervention, Innovation, Recherche,* Girona.

HERSANT M. (2009), Les ingénieries de développement : à la recherche de déterminants de situations, une étude de cas relative aux problèmes pour chercher, *Actes CD-ROM de la XVe Ecole d'été de recherche en didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand.

HERSANT M., THOMAS Y. (2009), Quels savoirs mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ? Le cas des problèmes d'optimisation au cycle 3, *Actes CD-ROM du XXXVème Colloque de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM pour l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole Elémentaire), Bombannes.*

HERSANT M. (2008), Problèmes pour chercher : des conduites de classes spécifiques, *Grand N*, 81, p. 57-75, IREM de Grenoble.

HOUDEMENT C. (2009), Une place pour les problèmes pour chercher, *Annales de didactique et de sciences cognitives,* 14, p. 31-59, IREM de Strasbourg.

MARGOLINAS C., LAPARRA M. (2008), Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation, Des effets de la transparence des objets de savoir, *Actes CD-ROM du colloque organisé par l'AFIRSE, l'IUFM d'Aquitaine, l'Université Bordeaux 4 et le laboratoire LACES de l'Université Bordeaux 4, Les didactiques et leurs rapports à l'enseignement et à la formation*, Bordeaux.

http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf

MERCIER A. (2008), Une question curriculaire de l'enseignement élémentaire des mathématiques : la « résolution de problèmes », *L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, Actes du séminaire national des 13 et 14 novembre 2007 à Paris,* EduSCOL.

http://media.education.gouv.fr/file/Formation_continue_enseignants/13/0/actes_maths_primaire_110130.pdf

OUVRIER-BUFFET CECILE (2006), Les Situations-Recherche pour la classe et pour la formation des enseignants, *Actes du XXXIIIème Colloque de la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM pour l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole Elémentaire)*, Dourdan.

PRÉSENTATION D'UN OUTIL MULTIMÉDIA CONCERNANT L'APPRENTISSAGE DU CONCEPT DE NOMBRE À L'ÉCOLE MATERNELLE

Muriel Fénichel
IUFM de Créteil, UPEC

Marie-Sophie Mazollier
IUFM de Créteil, UPEC

Résumé :
À travers l'analyse de quelques passages de séances filmées supports du DVD, cet atelier avait pour objectif d'illustrer deux composantes de la formation des professeurs des écoles, l'apprentissage d'un concept mathématique et sa mise en œuvre. Il s'agissait ensuite de confronter les analyses des participants aux choix des auteurs dans le but de mutualiser différents points de vue concernant le rôle de l'école maternelle dans la mise en place des apprentissages mathématiques et la manière dont on peut s'appuyer sur l'outil présenté dans la formation des professeurs des écoles.

I - LA PRÉSENTATION DE CE FUTUR OUTIL MULTIMÉDIA

La production de cet outil multimédia composé d'un DVD et d'un CDROM est réalisée dans le cadre d'une collaboration entre l'IUFM de Créteil et le CRDP de cette académie. Il sera édité par le Scéren CRDP de Créteil dans la collection « Professeur aujourd'hui » en janvier 2011. C'est le troisième volet du projet initial de production de DVD de situations didactiques en mathématiques à l'école primaire.

Le **DVD** contient des moments choisis dans des séquences d'enseignement illustrant l'approche des quantités et des nombres à l'école maternelle. Elles ont été tournées dans cinq classes du Val de Marne (une classe de PS, une classe de PS-MS, deux classes de MS et une classe de GS).

Le CD-ROM contient les outils nécessaires à l'analyse didactique et pédagogique des séances filmées (place dans la progression, descriptifs des situations, analyse didactique des séances filmées, bibliographie). Ces séances ne sont pas des modèles : elles servent de support à une analyse de pratique.

Le DVD et le CD-ROM sont deux outils complémentaires, ils ne pourront être utilisés l'un sans l'autre. Lorsque des passages du DVD ne permettent pas d'illustrer suffisamment certains aspects didactiques ou pédagogiques, ils sont signalés par un logo qui engage l'utilisateur à aller consulter le CD-ROM afin d'approfondir sa réflexion.

Dans cet outil, nous illustrons :

- Les conditions de la mise en place d'un environnement favorable pour que l'école maternelle soit un lieu d'apprentissage pour tous les élèves.
- L'approche du concept de nombre.

II - NOS RÉFÉRENCES THÉORIQUES

1 La construction des apprentissages à l'école maternelle

Nous nous sommes appuyées sur les travaux de l'équipe ESCOL[1] concernant les conditions d'une mise en place efficace des apprentissages à l'école maternelle. Nous reprenons les propos de cette équipe concernant les conditions qui permettent aux élèves de passer du « faire » à « l'apprendre ». Nous proposons des situations dont l'enjeu cognitif permet aux élèves d'être en activité intellectuelle et mentale, c'est-à-dire de mobiliser leur pensée, et qui donnent l'occasion à l'enseignant de les faire passer « du registre de l'expérience ordinaire, de l'effectuation de tâches successives, de l'apprentissage implicite et informel à travers le mouvement corporel, au registre de la réflexion intellectuelle, du mouvement de pensée, de la suspension même momentanée de l'action pour lui donner un autre sens. »[2]

En effet, bien souvent, un trop grand nombre d'élèves réalise la tâche demandée en s'attachant à ce qui est extérieur aux apprentissages en jeu (le découpage, le coloriage, le collage) sans jamais les percevoir.

Il s'agit d'essayer d'illustrer comment l'enseignant peut aider les élèves à identifier ces savoirs en jeu, à transformer un objet d'enseignement en un objet d'étude. « C'est en étant attentif au savoir visé, en ciblant ses interventions sur le savoir et non sur l'effectuation de la tâche, en mesurant l'écart entre l'objet d'enseignement et la connaissance à construire que l'enseignant permettra à l'élève de s'inscrire dans l'étude… »[3]

À partir des réflexions menées par ce groupe concernant la manière de mettre en place des apprentissages à l'école maternelle, nous nous sommes posées des questions concernant le choix de l'organisation de la classe, en particulier le rôle « des ateliers », sur les « savoirs cachés » (ceux qui entrent en jeu dans les apprentissages mentionnés dans les programmes mais qui ne sont pas cités), sur « les tâches » qui peuvent parasiter l'identification des savoirs en jeu par les élèves, sur la manière de les rendre explicites à tous.

Voici les différents aspects que nous avons choisis de développer pour illustrer les conditions qui permettent de faire de la maternelle un lieu d'apprentissage :

- Le fait que les apprentissages se construisent dans la durée : rester un temps conséquent sur une même situation et proposer différentes situations ayant un même objectif d'apprentissage.
- Le choix des variables qu'elles soient pédagogiques (matériel, supports, habillage des situations) ou didactiques (taille des collections, disposition des collections : proches ou éloignées et, si éloignées, le nombre de déplacements) doit être réfléchi.
- Le choix de différentes formes d'organisation de la classe doit être en cohérence avec les objectifs fixés. Ce n'est pas l'organisation de la classe qui dicte les objectifs à atteindre mais l'inverse. C'est parce que l'on a choisi tel objectif que l'organisation de la classe en ateliers ou que la mise en place de rituels s'avère plus pertinente. D'autre part, les élèves peuvent vivre la même activité avec une organisation en petits groupes mais avec des tâches, peut-être différentes, adaptées à leurs possibilités.

    - ❖ Le travail en groupe restreint avec la présence de l'enseignant gérant les interactions est plus favorable à l'introduction des connaissances.

    - ❖ Le travail individuel avec l'enseignant est favorable à l'évaluation des acquis ou à un travail de différenciation.

[1] Equipe ESCOL sous la direction de Bautier E. (2006) « *Apprendre à l'école, apprendre l'école* », Chronique sociale

[2] ibid p.93

[3] Ibid. p.200

- ❖ Le travail individuel « sans la présence de l'enseignant » est favorable aux situations d'entraînement et à certains types d'évaluation. Il peut alors être organisé en groupes autonomes restreints ou en groupe classe.

- ❖ Le travail en collectif est favorable à l'introduction d'une situation, aux synthèses, à la mise en lien de différentes situations pour en abstraire les connaissances en jeu (ce qui est différent, ce qui est pareil) et à l'entraînement.

- Le rôle du langage :

  - ❖ Du côté de l'enseignant : pour désigner les objets mathématiques, les connaissances en jeu, pour mettre en lien des situations dont l'habillage est différent mais dont l'objectif est le même afin d'en extraire les connaissances en jeu, pour favoriser les interactions entre les élèves.

  - ❖ Du côté des élèves : pour expliciter leur procédure, pour argumenter un résultat.

2 L'approche du concept de nombre

Dans cet outil multimédia, pour illustrer l'approche du concept de nombre, nous nous sommes appuyées sur une synthèse des réflexions concernant ce sujet.

Nous proposons des situations construites en référence à la théorie des situations de Guy Brousseau[4], à la théorie des champs conceptuels de Vergnaud[5] et aux apports de Brissiaud.[6]

Citons Vergnaud[7] : « À travers les problèmes qu'il permet de traiter, le nombre apparaît à la fois, comme une mesure des quantités discrètes et des grandeurs continues, comme un moyen d'ordonner des objets ou des ensembles, comme une relation entre mesures, et comme une transformation qui opère positivement ou négativement ; … »

La construction du nombre s'élabore donc en résolvant des problèmes dont la résolution convoque ces différents aspects.

Un de ces problèmes, qualifié de situation fondamentale par Brousseau, est celui où les élèves doivent construire une collection d'objets ayant autant d'éléments qu'une collection de référence.

Brissiaud a analysé les limites de cette situation de référence lorsque les élèves ont recours au comptage pour effectuer la tâche demandée. En effet, dans cette situation, un seul nombre est en jeu et, pour lui, on ne peut donner sens au comptage et accéder à la compréhension du nombre sans comparer ce dernier à d'autres et en particulier à ceux qui le précèdent ou le suivent.

Pour résoudre ces problèmes, plusieurs procédures sont possibles selon les variables choisies. Une de ces procédures est la procédure de comptage.

Brissiaud évoque le danger du recours précoce à la procédure de comptage et les difficultés qu'elle peut engendrer dans la compréhension du concept de nombre et dans le recours aux relations entre les nombres nécessaires dans la pratique du calcul. Il propose quelques pistes d'activités, dont nous nous sommes inspirées, permettant aux élèves l'accès à la quantité sans avoir recours, dans un premier temps, au comptage.

En tenant compte des réflexions de ces différents chercheurs, nous avons donc proposé aux élèves des situations dans lesquelles plusieurs types de tâche sont convoqués :

- Créer une collection ayant autant d'éléments qu'une collection donnée ou que la réunion de deux collections données.

---

[4] Brousseau G. (1986) « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 7.2, La Pensée sauvage

[5] Vergnaud G. (1991) « La théorie des champs conceptuels », Recherches en didactique des mathématiques, vol. 10, nos 2-3, La Pensée sauvage

[6] Brissiaud Rémi (2007), *Premiers pas vers les maths* Retz

[7] Bideaud J., Meljac Cl. Fischer J.P (1991) p. 281, *Les chemins du nombre*, Presses universitaires de Lille

- Comparer des collections du point de vue de leur taille.
- Compléter une collection pour qu'elle ait autant d'éléments qu'une collection donnée.
- Partager une collection en deux sous-collections.

III - LE CONTENU DE L'ATELIER

Nous avons choisi de travailler sur la partie qui concerne l'approche du concept de nombre. Nous avons montré quelques extraits de vidéos illustrant les différentes étapes de la construction du nombre à l'école maternelle et nous avons demandé aux participants d'échanger sur les possibilités de leur utilisation en formation.

Les étapes de la construction du nombre

- Les difficultés
- Les premières quantités
- Introduire la procédure de comptage
- Donner du sens à la procédure de comptage
- Construire des quantités à partir d'autres

1 Les difficultés

Dans le DVD, les difficultés sont classées en trois catégories :

- La construction des premières quantités

Les difficultés sont dues principalement à l'utilisation de la comptine numérique pour trouver la taille d'une collection, même peu nombreuse, sans que les élèves ne fassent encore le lien entre les éléments de la chaîne verbale et les quantités.

- L'introduction et l'utilisation de la procédure de comptage

Elles sont dues aux dysfonctionnements de la procédure de comptage lorsque cette dernière a été introduite : les élèves ont du mal à utiliser la chaîne verbale pour quantifier une collection. En effet, la procédure de comptage nécessite la coordination de deux tâches :

  - ❖ La connaissance de la comptine numérique
  - ❖ Le pointage par le doigt ou le regard de chaque élément pris tour à tour jusqu'à ce que tous aient été considérés exactement une fois (énumération).

- La construction de quantités à partir d'autres

Elles sont dues à une non prise en compte des relations entre les quantités.

Nous avons illustré cette dernière difficulté en faisant analyser un extrait de vidéo dans lequel l'enseignante demandait aux élèves de trouver un moyen pour montrer 7 avec les deux mains en imposant seulement quatre doigts levés sur une première main. Tatiana, élève de moyenne section, n'arrivait pas à proposer de lever 3 doigts de la deuxième main car elle avait figé la représentation du nombre 7 en levant 5 doigts et 2 doigts, l'index de la deuxième main représentant forcément le 7.

Tatiana a longtemps systématiquement levé ses doigts au fur et à mesure de la récitation de la comptine, même pour dénombrer des petites quantités. La procédure de comptage ne donnait pas de sens à la quantité.

2 Construire les premières quantités

Nous avions prévu de montrer et faire analyser des extraits de vidéos illustrant les deux tâches : créer une collection et comparer des collections. Nous n'avons pu travailler que sur deux extraits de situations concernant la première tâche : « Boîtes à remplir » et « Boîte nombres ». Nous n'avons fait qu'évoquer une situation de comparaison : « Dominos ».

Voici le descriptif de chacune d'entre elles accompagné de la synthèse de l'analyse effectuée par les participants.

<u>Les boîtes à remplir</u>

Objectifs **:** construire les premières quantités indépendamment du comptage et apprendre à les désigner.

Matériel : des boîtes composées d'alvéoles vides (boîte de chocolats, boîtes à œufs, …) et des objets pour remplir les boîtes (marrons, perles, jetons, …).

Variables :

- Le nombre d'alvéoles, ici entre un et trois
- La disposition des alvéoles dans la boîte
- Les objets qu'on l'on met dans les alvéoles : ils peuvent être identiques ou différents, remplir complètement ou non une alvéole.
- La disposition spatiale des objets par rapport à celle des boîtes : ils peuvent être ou non à proximité des boîtes.

Organisation de la classe : en groupes restreints.

Déroulement

<u>Séance 1</u> : <u>appropriation du matériel en autonomie</u>

Tâche : remplir les boîtes avec les objets avec la contrainte de ne mettre qu'un seul objet dans chaque alvéole.

<u>Séance 2</u> : <u>appropriation de la tâche en présence de l'enseignant</u>

Les objets sont à proximité des boîtes.

Tâche **:** Remplir une boîte donnée par l'enseignant en mettant juste ce qu'il faut d'objets pour que la boîte soit remplie.

L'enseignant nomme les quantités.

<u>Phase 1</u>

Consigne **:** « Remplissez ces boîtes. Il ne doit pas rester d'alvéole vide. »

Une fois les boîtes remplies, l'enseignant demande de montrer les boîtes contenant 1, 2 ou 3 objets.

On constate qu'une quantité ne dépend pas de la disposition spatiale des alvéoles et des objets utilisés pour les remplir.

<u>Phase 2</u>

Consigne **:** « Remplissez les boîtes qui contiennent 1 (ou 2, ou 3) objets. Il ne doit pas rester d'alvéole vide. »

<u>Séance 3</u>

Cette fois les objets sont éloignés et non visibles.

Tâche **:** Aller chercher en une seule fois juste ce qu'il faut d'objets pour remplir la boîte sans l'emporter. Les élèves disposent d'une barquette pour transporter les objets.

Consigne **:** « Vous devez aller chercher juste ce qu'il faut d'objets (de marrons, de perles…) pour que votre boîte soit remplie. Il ne doit pas rester d'alvéole vide. Il ne doit pas rester d'objets (de marrons, de perles,…) dans la barquette. »

Pour résoudre le problème, les élèves peuvent mémoriser la disposition spatiale des alvéoles, la quantité en utilisant ou non les doigts de la main comme collection témoin.

Si les élèves réussissent, on peut faire l'hypothèse qu'ils ont accès aux quantités d'objets de collections ayant jusqu'à trois éléments.

Synthèse de la réflexion

Seule la séance 3 a été filmée et analysée.

Il nous a été demandé de repréciser l'objectif de la séance. Est-ce « donner du sens à l'expression *juste assez* » ou « introduire les premiers nombres » ? Nous avons répondu qu'il s'agissait de construire les premières quantités indépendamment du comptage et d'apprendre à les désigner. C'est-à-dire que les élèves distinguent les collections selon le critère quantité, qu'ils prennent conscience de ces quantités et qu'ils apprennent à les désigner par leur nom. C'est d'abord l'enseignante qui les nomme. Parallèlement, les élèves utilisent leurs représentations avec les doigts.

Des participants ont fait remarquer qu'il était très important de bien différencier cet objectif de ceux des situations similaires, chenilles ou autobus (voir plus loin), mises en œuvre en moyenne et grande sections.

Notre objectif, en petite section, étant de construire les quantités indépendamment du comptage et de la disposition spatiale, nous avons volontairement fait travailler les élèves sur des collections comportant jusqu'à 3 éléments, voire 4 pour certains d'entre eux.

Dans la consigne, serait-il nécessaire d'ajouter « ni plus, ni moins » ? L'ensemble des participants a jugé que cela rendrait la consigne plus difficile à comprendre car trop complexe.

Cette situation avec déplacement est-elle prématurée en petite section ? Seul un déplacement impose une mémorisation et donc une possibilité de construction des premiers nombres.

Concernant le rôle de la barquette, plusieurs questions se sont posées. N'est-elle pas un parasite à la situation ? Les élèves ne pourraient-ils pas simplement rapporter les objets dans leurs mains, étant donné les petites quantités à prendre et la taille des objets (marrons) ? Ils sont bien évidemment tentés de remplir les barquettes complètement sans tenir compte de la quantité d'alvéoles. En effet tous les élèves filmés échouent au premier essai en remplissant entièrement leur barquette. Cependant, il nous semble que l'analyse par l'enseignante de cet échec permet de donner du sens à son rôle. D'ailleurs ces élèves réussissent au deuxième essai. De plus leur utilisation laisse davantage de place à la prise en compte des erreurs qui seraient peut-être moins nombreuses si les élèves ne disposaient que de leurs petites mains.

Faut-il alors introduire les barquettes avant la séance 3 ? Nous avons fait le choix de considérer le premier essai comme moment d'appropriation du rôle de la barquette. Il nous a semblé inutile de la proposer avant, en effet comment comprendre son rôle s'il n'y a pas de déplacement. N'est-il pas gratuit pour des élèves de petite section d'y mettre les objets avant de les placer dans les alvéoles si tout est à proximité ? Toutefois, l'enseignant pourrait envisager cette manière de procéder à condition de faire valider le nombre d'objets mis dans la barquette avant le remplissage de la boîte. Autant cette phase de validation nous paraît essentielle dès la moyenne section, autant elle nous semble difficile à ce moment de l'apprentissage. Certains participants ont néanmoins regretté que, dans la séance projetée, l'enseignante valide un peu vite (par des « bravos ») le contenu des barquettes rapportées.

Les élèves pourraient-ils prendre en charge, lors de la validation de leur travail, les deux contraintes de la situation ? Il semble que cette double tâche soit trop lourde, c'est à l'enseignant de demander si les boîtes sont remplies et si les barquettes sont vides.

Aucune évaluation diagnostique n'a été envisagée avant cette séquence. D'une part, c'était la première situation dans laquelle les élèves avaient à créer une collection. C'était donc une situation d'apprentissage, même si elle était éventuellement, pour certains, une situation de réinvestissement de compétences acquises par ailleurs. D'autre part, il nous semble essentiel de proposer des situations communes à tous les élèves de façon à ce qu'on puisse y faire référence dans la mise en place des apprentissages (pour abstraire les connaissances en jeu en la comparant à d'autres, à des fins de réinvestissement, etc.)

Faut-il impérativement donner aux élèves du groupe des boîtes dont le nombre d'alvéoles est le même en respectant l'ordre croissant de ce nombre (d'abord les boîtes « un », puis les boîtes « deux », etc.) ? Nous avons répondu que cela avait été un choix de l'enseignante qui permet, pour débuter, une confrontation plus aisée des réponses. Elle leur a ensuite donné des boîtes différentes et dans le désordre.

Pour conclure, nous avons réfléchi à l'utilisation de cette vidéo en formation. Il pourrait être demandé aux stagiaires d'en lister et analyser tous les paramètres : consigne, barquette, rôle du langage, ordre de proposition des boîtes, taille des objets à placer dans les alvéoles, situation de communication ou non (les élèves prennent les objets eux-mêmes ou les demandent à autrui), etc.

<u>La boîte nombres</u>

***Objectifs* :** Construire les premières quantités indépendamment du comptage en utilisant une désignation non conventionnelle.

Matériel : Pour chaque élève une boîte comprenant trois compartiments dans chacun desquels une étiquette comporte soit un point, soit deux points, soit trois points et des objets (grosses perles ou autres) pour remplir les compartiments.

Variables :

- Les objets utilisés pour remplir les compartiments : ils peuvent être identiques ou différents.
- Le contenu des étiquettes : configurations de points (constellations ou non), doigts, éventuellement écriture chiffrée.

Organisation de la classe : en groupes restreints avec la présence de l'enseignant.

Déroulement

Chaque élève est en présence d'une boîte comprenant trois compartiments.

L'enseignant fait décrire le matériel, montre les objets qui serviront à remplir les compartiments.

Les objets sont placés dans un récipient situé à proximité des boîtes à remplir.

Tâche : Remplir chaque compartiment des boîtes en prenant la quantité de perles indiquée sur l'étiquette.

Consigne : « Vous devez mettre dans chaque compartiment autant d'objets (perles…) qu'il y a de ronds sur la petite étiquette »

Synthèse de la réflexion

Pourquoi une boîte à compartiments plutôt que des boîtes séparées ? Cette question a été posée car l'enseignante de la classe filmée a fabriqué la boîte à compartiments en assemblant trois petites boîtes identiques. Nous avons choisi des compartiments solidaires pour, d'une part approcher l'ordre des nombres en plaçant les étiquettes dans l'ordre croissant à partir de la gauche, et d'autre part faciliter la gestion du matériel.

Pourquoi avoir choisi de ne pas présenter les points en constellation ? Nous avons voulu éviter de figer des représentations particulières.

Il nous a été demandé de bien exposer, dans l'accompagnement des vidéos, tout le travail annexe effectué dans la classe concernant l'apprentissage du nombre (affichage, rituels, jeux, etc.).

Y a-t-il eu un travail sur les désignations chiffrées ? Elles n'ont pas été utilisées dans cette situation dans cette classe mais à d'autres moments. Certains participants ont suggéré d'utiliser aussi les désignations chiffrées à la place des points sur les étiquettes des compartiments. Ils font l'hypothèse que ces écritures pourraient être introduites rapidement : désigner par des chiffres n'est pas plus abstrait que désigner par des mots. Souvent les écritures chiffrées apparaissent sur des affichages sans qu'il n'y ait eu un travail spécifique.

Le jeu de domino

Cette situation est une situation d'approfondissement.

***Objectifs* :** Utiliser le subitizing (capacité des élèves à énumérer de façon immédiate une collection d'objets comportant jusqu'à trois éléments) pour comparer deux collections représentées.

Matériel : Un jeu de dominos sur lesquels sont dessinés des points roses ou bleus et des lapins. Le nombre de points ou de lapins est compris entre un et trois.

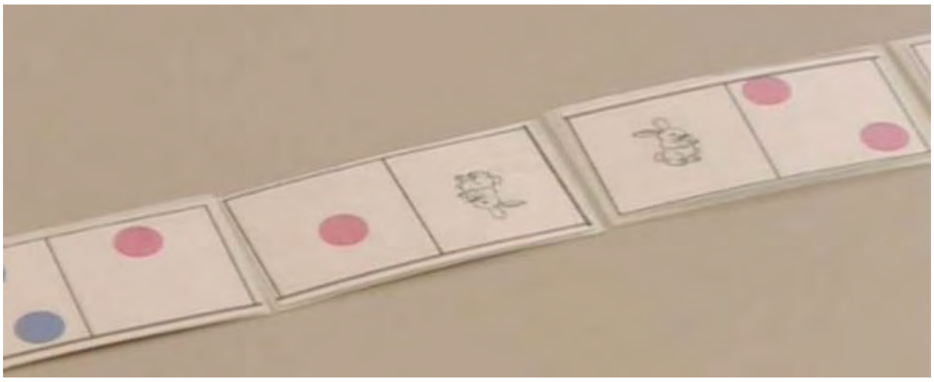
Variables :

- Le choix des dessins sur les dominos : points de la même couleur ou non sur chaque partie du domino, de la même taille ou non, utilisation d'autres dessins que les points sur une des parties du domino…
- La disposition des dessins sur les dominos : disposés ou non selon les constellations.

Organisation de la classe : en groupes restreints avec la présence de l'enseignant.

Déroulement :

Les dominos sont répartis entre les élèves. Celui qui a un domino avec un rond de chaque côté est celui qui commence. Puis chaque élève pose un domino qui convient à tour de rôle. Les dominos sont posés sur une même ligne, les uns à côté des autres. Chaque élève a deux possibilités pour placer un de ses dominos. Les autres doivent valider le travail de leur camarade. L'élève qui ne peut pas poser de domino passe son tour.



Synthèse de la réflexion

Cette situation a été vécue au mois de mai. Les élèves ont bien réussi et n'ont pas été gênés par le fait de devoir associer des points et les lapins.

Aurait-il été intéressant de faire des dominos avec rien (le zéro) ? Il ne semble pas pertinent d'introduire le zéro da cette manière-là.

3 Introduire la procédure de comptage

Nous avions prévu de montrer et de faire analyser des extraits de vidéo de deux séances, la première permettant d'introduire et d'institutionnaliser la procédure de comptage, la seconde permettant de faire le lien entre « un objet de plus dans la collection » et « un mot de plus dans la comptine ». Nous n'avons pu travailler que sur le deuxième extrait : « boîte opaque ». Nous n'avons fait qu'évoquer le premier : « sacs opaques ».

Les sacs opaques

Objectif : introduire la procédure de comptage en faisant prendre conscience aux élèves que le dernier mot énoncé désigne le nombre total d'éléments de la collection.

Les élèves savent reconnaître, grâce à leur capacité de perception immédiate, les quantités comportant entre un et quatre (voire cinq) éléments. Il s'agit maintenant d'introduire la procédure de comptage comme un autre moyen de trouver le nombre d'éléments d'une collection d'objets.

Matériel

- Des boîtes (type couvercle de boîtes de feuilles A4 utilisées pour les photocopies) contenant plusieurs sacs opaques dans chacun desquels on a placé la même quantité de bouchons (une boîte avec des sacs opaques contenant chacun un bouchon, une boîte avec des sacs opaques contenant chacun deux bouchons, etc.). Sur chacune d'entre elles est indiquée une ou plusieurs désignations connues des élèves.
- Des cartes comportant de un à quatre (voire cinq) ronds.

Organisation : en groupes restreints avec la présence de l'enseignant

Déroulement :

Les cartes sont disposées sur la table ainsi que les boîtes contenant les sacs opaques.

L'enseignant choisit une carte en ne commençant pas par la carte avec un seul point.

Un élève désigné est chargé de choisir un sac qui contient juste ce qu'il faut de bouchons pour remplir la carte. Il doit nommer la quantité choisie. L'enseignant vérifie en prenant le sac opaque correspondant : il sort les objets un à un du sac en prononçant à chaque fois un mot de la comptine numérique, comme le montre l'exemple suivant :

La carte comporte 3 points. Le sac choisi par l'élève comporte aussi 3 bouchons.

L'enseignant sort un bouchon en disant le mot « un », puis un deuxième bouchon en ne prononçant le mot « deux » que lorsque les deux bouchons sortis sont sur la table (le mot « deux » désignant l'ensemble des deux bouchons sortis et non le deuxième bouchon sorti du sac), et fait de même avec le 3ème bouchon.

Puis, il reprend en utilisant le comptage un à un des bouchons et en répétant le dernier mot énoncé pour désigner l'ensemble des jetons du geste de la main, « un – deux – trois, il y a bien trois bouchons ». Chaque mot énoncé désigne la taille de toute la collection sortie et non un objet particulier.

La vérification se fait en remplissant la carte.

Si l'élève s'est trompé de sac, les autres élèves peuvent montrer leur désaccord et l'enseignant propose alors d'utiliser le comptage comme moyen de se mettre d'accord sur le nombre d'objets à prendre et il procède de la même manière que celle énoncée ci-dessus.

Plusieurs élèves du groupe peuvent vivre cette situation.

La mise en commun fera ressortir le fait que la procédure de comptage est un moyen de connaître le nombre d'éléments d'une collection.

La procédure de comptage est alors utilisée dans d'autres situations du même type ou dans des situations de la vie de classe, par exemple, pour désigner le nombre d'absents : l'enseignant énumère les prénoms des élèves absents et au fur et à mesure lève un doigt, les élèves doivent dire le nombre d'absents et on vérifie avec une procédure de comptage.

Synthèse de la réflexion

Nous avons présenté cette situation en indiquant son objectif.

A nouveau s'est posé la question de l'évaluation diagnostique précédant cette situation et la nécessité de la faire vivre aux élèves qui savent déjà utiliser le comptage à bon escient. Là encore, il nous semble essentiel de proposer des situations communes à tous les élèves de façon à ce qu'on puisse y faire référence dans la mise en place des apprentissages. De plus certains élèves tirent profit du savoir faire des autres.

La boîte opaque

Objectifs **:**

Faire prendre conscience aux élèves que la comptine (suite des mots nombres) est un instrument de mesure de la taille des collections : quand on ajoute un élément dans une collection, on dit un mot de plus dans la comptine.

Matériel : Une boîte opaque avec un couvercle et des objets

Organisation : en groupes restreints avec la présence de l'enseignant

Déroulement :

L'enseignant montre n objets et demande aux élèves combien il y en a.

Il les met dans la boîte, repose la question et ferme la boîte.

Il rajoute un objet sans montrer le contenu de la boîte.

Il demande aux élèves combien il y en a maintenant dans la boîte.

Si les élèves donnent la bonne réponse, l'enseignant leur demande de justifier. L'argumentation doit s'appuyer sur le recours à la comptine. L'enseignant aide à faire expliciter cette argumentation.

Sinon, c'est lui qui fait le lien.

Par exemple, si 4 objets avaient été placés dans la boîte et qu'on en ajoute un, l'enseignant dit « un – deux – trois – quatre - cinq, quatre et encore un, ça fait cinq parce que le nombre qui suit quatre quand on récite la comptine, c'est cinq. »

La mise en commun permet d'institutionnaliser le fait que lorsqu'on met un objet de plus dans la boîte, on dit un mot de plus dans la comptine.

Synthèse de la réflexion

Le fait que l'enseignante fasse systématiquement réciter la comptine depuis le début a gêné certains participants. Nous avons précisé que c'était une demande de notre part car nos objectifs étaient, d'une part, de lier récitation de la comptine et procédure de comptage, et d'autre part, de faire prendre conscience aux élèves que « un objet de plus dans la collection, c'est un mot de plus dans la comptine ». Ici sont liées les définitions cardinale et ordinale du nombre.

Cependant, il est vrai, qu'à terme, les élèves ne doivent plus avoir à réciter la comptine depuis le début pour être capable de dire le mot suivant. Cela demande la mise en place d'un travail sur la maîtrise de la comptine numérique.

4 Donner du sens à la procédure de comptage

Nous avions prévu de montrer et de faire analyser des extraits de vidéos illustrant les deux tâches : créer une collection et comparer des collections. Nous n'avons pu travailler que sur un extrait de situation concernant la première tâche : « Chenilles », nous n'avons fait qu'évoquer deux autres situations : « Poules et poussins » et « Autobus ».

<u>Chenille</u> (créer une collection*)*

Objectifs : Étendre la procédure de comptage et l'utiliser pour créer une collection ayant autant d'éléments qu'une collection de référence

Matériel :

- Des chenilles composées d'anneaux sur chacun desquels on peut mettre un jeton (le nombre d'anneaux des chenilles peut être adapté aux compétences des élèves.
- Des jetons.

Organisation : en groupes restreints avec la présence de l'enseignant.

Déroulement :

Des chenilles comportant n cases sont disposées sur la table. À proximité on place une réserve de jetons (le nombre de jetons est supérieur à n).

Le nombre n est dans le champ numérique de la comptine maîtrisé par les élèves.

Tous les élèves n'ont pas nécessairement la même chenille.

Consigne : « Vous allez prendre juste ce qu'il faut de jetons pour habiller la chenille. Il faut que sur chaque anneau il y ait un jeton. Il ne doit pas rester de jetons. »

Les élèves peuvent utiliser la procédure de leur choix : la correspondance terme à terme ou le comptage des anneaux puis des jetons.

Les jetons ne seront placés sur les anneaux que lorsque l'élève pensera avoir pris ce qui lui fallait. Avant de placer les jetons, on pourra procéder au comptage des anneaux et des jetons et vérifier si l'on atteint le même nombre dans les deux cas, ainsi le comptage apparaît comme moyen de validation. Le placement des jetons sur les anneaux est une validation par correspondance terme à terme.

Cette situation peut être reprise plusieurs fois.

Synthèse de la réflexion

Les élèves ont très rapidement adopté la procédure de comptage plutôt que la correspondance terme à terme alors que le matériel le permettait. Ils n'ont pas ici à mémoriser la quantité puisqu'il n'y a pas déplacement.

Nous avons abordé le rôle de l'étape transitoire lors de laquelle les élèves doivent placer leurs jetons devant les anneaux de leur chenille. Elle permet l'utilisation d'une autre procédure que celle du terme à terme puisque les élèves ne placent pas directement les jetons sur les anneaux des chenilles. Elle permet également une validation anticipée en utilisant le comptage par rapport à la validation par le milieu, le nombre est alors utilisé pour comparer deux collections. Cette étape est à rapprocher du rôle du quai dans la situation de l'autobus (en grande section).

<u>Poules et poussins</u> (d'après « Premiers pas vers les maths, les chemins de la réussite à l'école maternelle » Rémi Brissiaud Retz)

Objectif : Faire prendre conscience aux élèves que l'on peut comparer deux collections à l'aide de l'écoute de la comptine.

Matériel : des bandes plastifiées invisibles pour tous les élèves sur chacune desquelles sont dessinées une ligne de poules et une ligne de poussins. Les nombres de poules et de poussins sont différents.

Organisation : collective

Déroulement :

L'enseignant montre rapidement les bandes, en choisit une et la retourne. Il annonce qu'il va compter les poules, puis qu'il va compter les poussins.

Consigne : « Vous allez bien écouter quand je vais compter les poules et quand je vais compter les poussins. Quand j'aurai terminé, vous direz s'il y a plus de poules ou plus de poussins. Ensuite nous retournerons la carte pour vérifier en utilisant un feutre pour relier les poules et les poussins ».

L'autobus (d'après la situation « Wagons » ERMEL GS)

Objectifs :

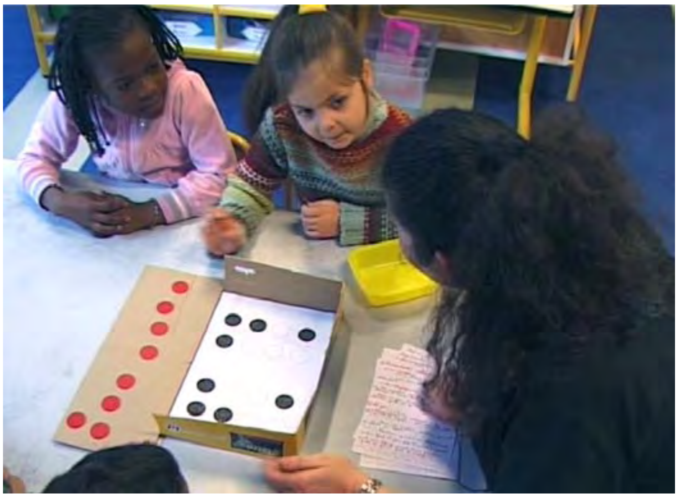
Utiliser la procédure de comptage pour construire une collection d'objets ayant autant d'éléments qu'une autre collection.

Utiliser les désignations orales des nombres pour mémoriser la taille d'une collection.

Matériel :

- Un support comprenant 2 parties : une partie libre (le quai) sur laquelle seront posés les objets rapportés avant validation et une partie sur laquelle seront dessinées des places libres ou occupées
- Pour cette partie, on peut prévoir des fiches amovibles de la taille du fond de la boîte, ainsi, d'un problème à l'autre, il suffira de changer le fond. Ce support peut être matérialisé par un couvercle de boîtes de feuilles A4 utilisées pour les photocopies.

  Ce support peut représenter un autobus qui doit transporter des voyageurs.
- Des objets (type jetons) qui matérialisent les voyageurs à placer sur les places libres.



Organisation : variable selon les séances

Déroulement :

Présentation de l'activité en collectif au coin regroupement

L'enseignant présente le matériel avec le rôle des différentes parties et la consigne.

Consigne : « Voici un autobus, un quai et des voyageurs (jetons). Dans cet autobus, certaines places sont occupées (les ronds noirs) et d'autres sont libres (les ronds blancs). Il ne peut partir que lorsqu'il a tous ses voyageurs, lorsque toutes les places sont occupées.

Vous devez aller chercher juste ce qu'il faut de voyageurs pour que l'autobus puisse partir. »

La consigne ne doit pas induire la procédure et doit être compréhensible par les élèves.

Après une phase d'appropriation du matériel, les élèves doivent aller chercher juste ce qu'il faut de voyageurs pour que l'autobus puisse partir, le nombre de voyages n'est pas imposé. Un élève est désigné pour exécuter la tâche.

Une fois que les voyageurs sont ramenés, l'élève les pose sur le quai et les autres doivent valider ou invalider le résultat.

Validations possibles : Dénombrement des voyageurs en attente sur le quai, dénombrement des places libres dans l'autobus puis comparaison. Correspondance terme à terme (voyageurs sur le quai / places libres). Placement des voyageurs sur les places libres.

Dans un deuxième temps, un seul voyage est autorisé.

5 Construire des quantités à partir d'autres

Nous n'avons eu le temps que de préciser que nous avons construit une séquence à partir de la situation « Bon panier » (D'après la situation qui porte le même nom dans : Briand J., Loubet M., Salin M-H, « CDROM Apprentissages mathématiques en maternelle », Hatier).

IV - BIBLIOGRAPHIE

BIDEAUD J., MELJAC C. & FISCHER J.P. (1991) *Les chemins du nombre*, Presses universitaires de Lille

BRIAND J., LOUBET M. & SALIN M.-H. (2004) *« CDROM Apprentissages mathématiques en maternelle »*, Hatier

BRISSIAUD R. (1989) *Comment les enfants apprennent à calculer ?* Retz

BRISSIAUD R. (2007) *Premiers pas vers les maths*, Retz

BROUSSEAU G. (1986) « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 7.2, La Pensée sauvage

ERMEL (1990) *Apprentissages numériques en GS* Hatier

FAYOL M. (1990) *L'enfant et le nombre*, Delachaux et Niestlé

VERGNAUD G. (1991) « La théorie des champs conceptuels », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 10, n° 2-3, La Pensée sauvage

EQUIPE ESCOL sous la direction de BAUTIER E. (2006) « *Apprendre à l'école, apprendre l'école* », Chronique sociale

ÉVALUATIONS BILAN FIN D'ÉCOLE ET FIN DE COLLÈGE : PRÉSENTATION DE RÉSULTATS ET ANALYSE D'ITEMS

Nathalie SAYAC
MCF, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
nathalie.sayac@creteil.iufm.fr

Nadine GRAPIN
PIUFM, IUFM de Créteil, Université Paris Est Créteil
Laboratoire de didactique André Revuz
nadine.grapin@creteil.iufm.fr

L'atelier proposé dans le cadre du 37ème colloque de la Copirelem s'est déroulé en trois parties, permettant à la fois de présenter aux participants notre travail de recherche en cours, mais aussi de les confronter aux résultats et outils mis en place pour exploiter les données issues des évaluations bilans conduites par la DEPP[1] en 2008, à la fin de l'école primaire et du collège.

La première partie a été une présentation du cadre de ces évaluations en mathématiques, la seconde partie a permis de confronter les participants à des items du domaine « grandeurs et mesures » afin qu'ils en évaluent, *a priori*, les difficultés puis, la dernière partie a été consacrée à l'application d'un outil en cours de construction dans le cadre de notre recherche à des items du domaine « décimaux ».

I – PREMIÈRE PARTIE : PRÉSENTATION DES BILANS DEPP

Pour commencer, nous avons choisi de présenter rapidement la passation de ces évaluations et une partie de leurs conceptions. Il s'agissait pour nous de faire connaître aux participants l'existence de ces évaluations et leurs enjeux.

Les évaluations sur lesquelles nous travaillons ont été menées dans le cadre du dispositif CEDRE[2] mis en place par la DEPP depuis l'année 2003. Ce cycle d'évaluations disciplinaires vise à mesurer les acquis des élèves à la fin de l'école primaire et à la fin du collège, en référence aux programmes scolaires. Chaque année, les acquis des élèves sont ainsi mesurés dans une discipline donnée (2003 : maîtrise de la langue, 2004 : langues vivantes…) avec une périodicité de 6 ans. Menée pour les mathématiques en 2008, une évaluation bilan du même type sera ainsi reconduite en 2014.

L'échantillon d'élèves passant ces évaluations est construit par la DEPP pour être représentatif de la population scolaire de France métropolitaine ; il regroupe des élèves issus d'établissements publics ou privés sous contrat. Pour cette évaluation, environ 3800 élèves de CM2 ont été concernés (soit 143 écoles - 210 classes) et environ 4400 élèves de 3ème (soit 163 collèges).

[1] Direction de l'Evaluation, de la Prospective et de la Performance.
[2] Cycle des Evaluations Disciplinaires Réalisées sur Echantillon.

Sur l'ensemble des items conçus pour l'évaluation, un élève n'en fait qu'une partie. La passation des items repose sur le principe de « cahiers tournants » : une dizaine de cahiers différents sont construits de manière à ce que, au cours de l'évaluation, tous les items soient passés et que leur place d'un cahier à l'autre soit variable.

Les items proposés ont des formes variées : QCM, question ouverte (pour laquelle l'élève doit produire lui-même la réponse) et pour l'évaluation fin de collège, un test de calcul mental a été proposé en début d'évaluation.

En plus des items de mathématiques posés aux élèves, un questionnaire de contexte visant à évaluer leur motivation, leur regard sur la discipline est placé en fin de cahier.

Parallèlement au bilan sur les acquis des élèves, une enquête est menée auprès des enseignants (professeurs des écoles en primaire et professeurs de mathématiques en collège) et auprès des directeurs d'école et des chefs d'établissements.

L'évaluation, pour répondre à son objectif, a été conçue en s'appuyant directement sur les programmes en vigueur lors de la passation. Les contenus des programmes ont été découpés en différents champs :

- 6 champs différents pour le primaire : Exploitation de données numériques ; Connaissance des nombres entiers naturels ; Fractions / Nombres décimaux ; Calcul ; Espace et géométrie ; Grandeurs et mesures.

- 4 champs pour le collège : Nombres et Calculs ; Organisation et gestion de données – Fonctions ; Géométrie ; Grandeurs et mesures.

Les items proposés portent sur l'ensemble du cursus (de l'école ou du collège) et ont des niveaux de difficulté variés. Aucune grille permettant d'analyser objectivement la complexité d'un item n'a été fournie aux concepteurs ; la difficulté des items a été principalement estimée par rapport aux connaissances et aux représentations des concepteurs. Pour l'école, dans chacun des domaines, les items sont classés selon 5 types de tâches : identifier ; exécuter ; traiter ; produire ; contrôler-valider.

Enfin, pour les deux évaluations, une expérimentation a été menée en 2007 afin de « tester » les items produits par les concepteurs pour éliminer ceux qui n'étaient pas significatifs et ne retenir que ceux qui figureraient dans l'évaluation définitive en 2008.

Nous n'avons pas abordé lors de cet atelier l'analyse globale des résultats ainsi que la conception des échelles de score, tant pour le primaire que pour le collège : ces données, ainsi que le détail du cadre et la méthodologie de ces évaluations font l'objet de deux notes d'information[3] et seront détaillés dans deux brochures produites par la DEPP : l'une pour le bilan fin de primaire et l'autre pour le bilan fin de collège[4]. Nous ne pouvons pas, dans le cadre de cet article, montrer les items que nous avons analysés car ils sont institutionnellement réservés ; certains items seront néanmoins libérés et exposés dans les brochures relatives à ces évaluations.

[3] Les compétences en mathématiques des élèves en fin d'école primaire (note d'information 10-17) ; les compétences en mathématiques des élèves en fin de collège (note d'information 10-18). Ces deux notes sont téléchargeables à l'adresse : http://maths.ac-creteil.fr/spip/IMGfile/competences_college.pdf

[4] La publication de ces brochures est prévue pour fin 2010.

II – DEUXIÈME PARTIE : ANALYSE A PRIORI DES DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES

Nous avons poursuivi notre exposé en expliquant le cadre de notre recherche en lien avec les bilans DEPP 2008 en mathématiques et les raisons qui nous ont amenées à nous engager dans une telle recherche.

Ces raisons émanent de constats que nous avons faits lors de la présentation officielle des deux bilans de l'école et du collège qui a eu lieu à l'automne 2009, mais aussi d'une volonté partagée d'aller au-delà de ces constats factuels et institutionnels.

Le premier constat est celui d'une surprenante « opposition » entre les résultats obtenus en fin de CM2 et en fin de collège concernant les items du domaine « grandeurs et mesures ». Les résultats de fin d'école primaire ne se démarquaient pas fondamentalement des résultats globaux en mathématiques dans les autres domaines alors que, pour le collège, ces résultats étaient assez « catastrophiques ». Nous nous sommes alors interrogées sur les raisons de cet écart et avons cherché en quoi ces résultats contradictoires pouvaient être des indices de dysfonctionnements de connaissances ou de pratiques d'enseignement. Nous avons parié que cela pourrait nous permettre d'analyser plus finement les résultats de ces items, au-delà de leur simple traitement statistique.

Nous avons également eu envie d'avoir une vision plus globale de ces bilans qui ont été construits de manière indépendante à l'école et au collège, par deux groupes de concepteurs différents qui ne se sont jamais croisés ou rencontrés pour articuler leurs conceptions de l'évaluation en mathématiques. Nous avons donc souhaité réparer cet état de fait en travaillant conjointement ces deux bilans auxquels nous avons toutes deux participé, l'une à l'école et l'autre au collège.

Par ailleurs, nous avons également constaté, chacune dans son niveau d'enseignement, que certains items avaient été jugés comme difficiles, ou faciles par les concepteurs (et par les personnes des groupes de cadrage) alors que la réalité des résultats les révélait non conformes à ces prévisions. Il nous a donc semblé intéressant de nous plonger plus finement dans l'analyse des tâches attachées à ces items pour essayer de comprendre le décalage entre l'appréciation de la difficulté *a priori* et la réussite effective.

Les données issues de ces bilans sont d'une valeur inestimable puisqu'ils ont été passés sur un grand nombre d'élèves, sur des échantillons représentatifs des deux niveaux d'enseignement en France métropolitaine. De plus, ce travail institutionnel extrêmement riche mené dans un cadre scientifique aboutit toujours à la production de notes diffusées dans toutes les instances officielles de l'enseignement mais qui nous paraissent, à regret, peu exploitées voire méconnues par les principaux acteurs concernés. Nous avons donc eu envie de leur donner une autre chance d'être exploitées.

Par ailleurs, étant toutes deux dans la même équipe de recherche en didactique des mathématiques[5], nous avons été curieuses de porter un regard de didacticiennes sur ces bilans institutionnels et de les confronter à différents travaux menés dans notre cadre scientifique.

Le dernier élément qui nous a encouragées à exploiter ces résultats au-delà de la conception des items, concerne notre engagement dans la formation des enseignants en mathématiques, dans le premier et le second degré. L'envie de produire, à partir de ces données, des outils pour la formation des enseignants a donc été le dernier argument qui nous a amenées à commencer une nouvelle aventure dans un autre cadre

[5] Laboratoire de Didactique André Revuz, Paris Diderot.

que celui de la DEPP. Nous menons néanmoins cette recherche en continuant de collaborer avec les chargés d'étude, au sein de la DEPP, des deux évaluations. Grâce à eux, nous avons pu présenter cet atelier lors du colloque et utiliser dans ce cadre des items issus des évaluations, alors qu'ils sont, encore à ce jour, confidentiels.

Dans un deuxième temps de l'atelier, nous avons présenté aux participants des items du domaine « grandeurs et mesures » issus du bilan fin d'école afin qu'ils en évaluent, *a priori*[6], les difficultés. Nous avons demandé aux participants, en travaillant par binôme, d'évaluer le pourcentage de réussite présumé sur chacun des items proposés, sans connaître évidemment les résultats obtenus après passation auprès des élèves. Nous souhaitions ainsi les confronter à notre constat d'écart entre l'appréciation *a priori* des concepteurs et les résultats finaux de certains items. Cela a été l'occasion de s'approprier les items proposés, d'en évaluer les difficultés présumables ou supposées au vu des consignes données, des distracteurs[7] proposés et de la complexité mathématique de la tâche.

Des constats d'écarts entre ce qui était attendu et ce qui a été réellement produit par les élèves ont été évoqués par les participants à propos des items proposés dans le cadre de l'évaluation CM2 de janvier 2010, ce qui suggère une certaine constance dans l'appréciation de ces évaluations institutionnelles.

Par la suite, nous avons présenté les résultats obtenus lors de l'évaluation pour chaque item ce qui a été l'occasion d'échanger avec les participants sur les résultats envisagés confrontés aux résultats effectifs, souvent différents et parfois étonnants. Généralement, les pourcentages de réussite proposés par les participants étaient supérieurs aux pourcentages réels, ce qui est en soi, un constat intéressant puisque les participants à notre atelier étaient des acteurs divers de la formation des enseignants (inspectrices, conseillers pédagogiques, formateurs IUFM).

III – TROISIÈME PARTIE : PRÉSENTATION D'UN OUTIL EN COURS DE CONSTRUCTION

Après les échanges avec les participants autour de la difficulté des items et de leur score de réussite, nous avons présenté l'outil que nous sommes en train de construire et qui pourrait permettre d'apporter un regard plus fin sur la difficulté des exercices proposées en évaluation.

De nombreux facteurs entrent en jeu pour déterminer la difficulté d'un item (la connaissance mathématique mise en jeu, la structure de l'énoncé en lien avec la maîtrise de la langue, certaines difficultés d'élèves récurrentes et mises en évidence à la suite de différents travaux…) : il y a ce qui est visible (habillage, forme des données, forme des réponses) et ce qui est induit (notions mathématiques et démarches, pré-requis, type de réponse à produire).

Ce constat nous a conduit à construire un outil permettant de mesurer la difficulté réelle[8] d'un item, en nous inspirant de plusieurs travaux :

- une enquête canadienne[9] sur l'alphabétisation et les compétences des adultes dans quatre domaines et notamment la « numératie » et la résolution de problèmes ;

---

[6] Comme pour les concepteurs de l'évaluation, les participants se sont basés sur leurs connaissances, qu'elles soient issues du terrain ou basées sur des travaux de recherche, mais aussi sur leurs propres représentations.

[7] Les distracteurs d'un item sont les différents résultats –autres que la bonne réponse- proposés dans le cas de QCM.

[8] Et non supposée ou pensée par les enseignants compte tenu des différents travaux réalisés autour de la notion.

[9] *Enquête internationale sur l'alphabétisation et les compétences des adultes* (EIACA) de 2003, menée auprès de plus de 23 000 Canadiens, dont 4 166 Québécois, âgés de 16 ans et plus, visait à mesurer les compétences dans quatre domaines, soit la compréhension de textes suivis, la compréhension de textes schématiques, la numératie et la résolution de problèmes.

- les travaux d'A. Bodin[10] sur l'évaluation ;
- les travaux[11] d'A. Robert sur les différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques.

Notre volonté, au-delà de la fonction de mesurer la difficulté réelle des items proposés dans le cadre de ces bilans DEPP, est aussi de produire un outil fonctionnel pour tous les acteurs de l'enseignement des mathématiques à l'école et au collège.

Nous avons donc déterminé trois facteurs de complexité d'un item qui, combinés entre eux, amènent à donner une valeur de complexité globale de 10 points, au maximum[12]. Ces trois facteurs reflètent, autant que faire se peut, les différents champs de complexité envisageables, pour un item donné. Ils se distinguent de la façon décrite ci-après.

1 Facteur de complexité 1 : langue et contexte

À travers ce facteur, nous prenons en compte tout ce qui est relatif au vocabulaire, à la formulation et au contexte de la question posée. Le type de réponse demandée est également pris en compte ainsi que la nature de l'item (QCM, VRAI-FAUX, etc.) et des distracteurs proposés, le cas échéant.

Attachés à ce facteur, nous proposons des bonus/malus qui interviennent comme facilitateur ou « difficulteur » de la tâche car il nous semble que certains choix (de distracteurs, de place de la bonne réponse, etc.) influencent dans un sens ou dans un autre, les réponses des élèves.

Nous essayons également d'évaluer si la tâche demandée dans l'item est une tâche habituellement proposée dans les classes et les manuels ou si cette tâche est plus originale du point de vue des pratiques enseignantes.

Selon la complexité de ce facteur, un coefficient de 1 à 3 sera proposé, en dehors des bonus/malus.

Nous listons ici les éléments pris en compte dans ce facteur :

- Niveau de langue de l'énoncé ;
- Forme de l'énoncé (en particulier un item demandant une production sera considéré comme plus complexe qu'un item où l'on doit choisir entre plusieurs réponses proposées en choix multiple, voire binaire) ;
- Accompagnement textuel (est-ce qu'il est nécessaire de lire et comprendre la consigne pour répondre ou bien la tâche est-elle explicite ?) ;
- Quantité d'informations à traiter et à comprendre (texte, figure, schéma…) ;
- Place de la bonne réponse parmi les différents choix proposés, dans le cas de QCM ;

Les compétences ont été évaluées selon cinq niveaux, en ordre croissant.

[10] Taxonomie des demandes cognitives pour la construction et l'analyse de tâches mathématiques – organisée par niveaux intégrés de complexité. http://ctug48.univ-fcomte.fr/evapm

[11] *« La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants »*, éditeur F Vandebrouck (2008), Chapitre 2 - Une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe par A. Robert.

[12] Plus la difficulté est grande, plus la valeur du point est élevée.

- Choix des nombres, choix des figures proposées [formes choisies pour les aires et les périmètres]…

2 Facteur de complexité 2 : niveaux de mise en fonctionnement

A. Robert distingue les tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélanges), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire : remplacement des données générales par des données particulières notamment. Elle parle alors de **mise en fonctionnement technique**.

D'autres tâches nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées : on parle de niveau de **mise en fonctionnement mobilisable**. Le travail des élèves n'est en effet pas analogue selon qu'ils doivent rechercher les connaissances à utiliser ou mettre en fonctionnement (en les adaptant) des connaissances indiquées. Si c'est à l'élève de reconnaître les connaissances à utiliser, on parle de niveau de **mise en fonctionnement disponible**.

Selon la complexité de ce facteur, un coefficient de 1 à 3 sera proposé correspondant aux différents niveaux de mise en fonctionnement.

Ainsi les éléments pris en compte dans ce facteur sont :

- Mise en fonctionnement technique ;
- Mise en fonctionnement mobilisable ;
- Mise en fonctionnement disponible.

3 Facteur de complexité 3 : niveaux de complexité de la notion mathématique

Ce facteur est directement lié à la notion mathématique convoquée. De ce point de vue, la tâche peut être simple ou plus complexe. Nous nous référons aux divers travaux effectués en didactique des mathématiques pour évaluer ce facteur de complexité[13].

Selon la complexité de ce facteur, un coefficient de 1 à 4 sera proposé.

Iς – QUATRIÈME PARTIE : UTILISATION DE L'OUTIL

Après avoir présenté cet outil de mesure de la complexité des items, nous avons repris avec les participants les items « grandeurs et mesures » sur lesquels ils avaient travaillé précédemment, et leur avons expliqué comment nous avions fait fonctionner cet outil sur les items. Ils ont pu ainsi saisir, plus efficacement, l'intérêt de son utilisation pour évaluer plus finement la complexité des items.

Nous avons ensuite voulu qu'ils évaluent, à l'aide de cet outil, la difficulté d'items portant sur les nombres décimaux. Un document récapitulatif des trois facteurs de complexité (annexe 1) leur a été distribué.

Les nombres décimaux ont fait l'objet de nombreuses recherches en didactique des mathématiques[14], d'une part parce que d'un point de vue épistémologique, c'est une connaissance assez riche et d'autre

[13] On pourra se référer aux difficultés repérées et aux variables didactiques entrant en jeu en se reportant aux annexes.
[14] Voir bibliographie en annexe.

part, parce que les élèves sont souvent confrontés à des difficultés lors de son apprentissage, et nous n'évoquons présentement pas celles des professeurs du primaire qui doivent l'enseigner.

Les participants de l'atelier, en tant que professionnels de l'enseignement, étaient tous au fait de ces difficultés et ils ont pu ainsi estimer à sa juste valeur la pertinence et les limites de notre outil.

Sa pertinence relève de la correspondance très souvent faite entre la mesure de la difficulté de la tâche des élèves évaluée à l'aide des 3 facteurs de complexité et les scores de réussite, d'échecs ou de non réponse des élèves. Cependant, la mesure de la difficulté par la notation des trois facteurs de complexité reste variable selon les personnes. Nous avions déjà pu le constater entre nous, lorsque nous avons conçu l'outil, mais cela s'est vérifié aussi lorsque les participants ont attribué les points à chacun des facteurs. Une autre limite de cet outil est celle de l'imprévisible qui régit parfois la pensée des élèves et qui ne relève pas toujours d'explications rationnelles ou cohérentes.

Des constats, faits par nous mêmes auparavant, ont émergé et ont permis des échanges fructueux et intéressants aussi bien pour les participants que pour nous, qui sommes dans le cours de notre travail de recherche :

- Il n'y a pas de « proportionnalité » entre l'échelle du facteur de complexité et le taux de réussite d'un item : un FC (Facteur de Complexité) égal à 4 peut correspondre à un score de réussite égal à 70% ou à 80% alors qu'un FC égal à 6 peut également correspondre à un score de réussite de 70% ou de 60%. Il faut prendre en compte l'item dans une certaine globalité cognitive et structurelle.

- Il y a parfois des estimations de complexité qui ne correspondent pas à la réalité des scores effectifs. Même si l'outil FC prend en compte différents éléments de difficultés, il y a toujours une part qui nous échappe et qui témoigne de la complexité de la pensée des élèves et de l'incidence d'éléments que l'on ne peut appréhender dans le cadre de la didactique des mathématiques, même élargi.

- Il convient de ne pas camper sur des certitudes scientifiques ou professionnelles car la réalité est souvent complexe et plus irrationnelle qu'elle ne paraît. Il faut toujours travailler à partir de cette réalité et non uniquement à partir de nos connaissances et représentations.

Cet outil permet donc à la fois d'affiner notre regard et nos connaissances sur les difficultés des élèves dans certains domaines et il est précieux en cela, mais il nous permet également de relativiser ces connaissances, en nous obligeant à nous centrer sans cesse sur l'élève qui est *in fine* au cœur de nos problématiques. Il nous contraint à prendre en compte une réalité scolaire que nous avons parfois du mal à appréhender en tant que formateur du fait des contraintes de notre métier qui nous oblige à n'avoir qu'un rapport indirect à la classe et aux élèves.

ς – CONCLUSION

Les échanges que nous avons eus avec les participants lors de cet atelier ont confirmé à la fois le besoin de communication autour de ces évaluations (inconnues globalement par les participants) et l'intérêt qu'elles suscitent. Développer l'outil « Facteurs de Complexité » à partir de ces évaluations peut justement permettre de les présenter tout en analysant leurs résultats. La construction de cet outil est encore en cours ; il doit être affiné, étendu à d'autres domaines que ceux cités précédemment. Il devrait également permettre d'aider à construire des évaluations plus adaptées à la réalité cognitive et psychologique des élèves.

En plus de susciter des échanges sur les difficultés des élèves et sur les pratiques enseignantes, l'utilisation en formation de cet outil doit permettre à la fois de se centrer sur le travail de l'élève, sur la tâche mathématique et sur la façon d'évaluer les élèves. Il nous paraît donc être un support intéressant de formation tant pour les professeurs stagiaires que pour les professeurs des écoles confrontés aux résultats des évaluations nationales.

Dans le cadre de la masterisation de la formation des enseignants, il y a plusieurs moments où la question de l'évaluation des élèves et des outils pour évaluer doit être posée pour permettre aux futurs enseignants, en amont de toute pratique effective de classe, de considérer cette question comme étant au cœur de l'enseignement. Comme il est difficile, en formation, de travailler la question de l'évaluation sans s'appuyer sur des progressions et des choix d'enseignement bien précis, l'outil « facteurs de complexité » pourrait être un moyen, pour les étudiants, d'accéder à des questionnements qu'ils ne pourraient avoir *ex nihilo*. Il permettrait de mettre en exergue, à la fois des questions liées aux savoirs mathématiques et à la responsabilité de l'enseignant dans l'apprentissage de ces savoirs mais aussi, de réaliser que des éléments extra-mathématiques interfèrent dans les apprentissages et qu'ils doivent être pris en compte.

ANNEXES

1 FACTEURS DE COMPLEXITÉ

Facteur de complexité 1 (3/10)

- Niveau de langue de l'énoncé,
- Forme de l'énoncé (en particulier un item demandant une production sera considéré comme plus complexe qu'un item où l'on doit choisir entre plusieurs réponses proposées en choix multiple, voire binaire),
- Accompagnement textuel (est-ce qu'il est nécessaire de lire et comprendre la consigne pour répondre ou bien la tâche est-elle explicite ?),
- Quantité d'informations à traiter et à comprendre (texte, figure, schéma…),
- Place de la bonne réponse parmi les différents choix proposés, dans le cas de QCM,
- Nature des distracteurs : aide ou piège ?

Facteur de complexité 2 (3/10)

- **mise en fonctionnement technique :** pour les tâches qui amènent à des applications immédiates des connaissances, c'est-à-dire simples (sans adaptation) et isolées (sans mélanges), où seule une connaissance précise est mise en œuvre sans aucune adaptation, mis à part la contextualisation nécessaire.
- **mise en fonctionnement mobilisable :** pour les tâches qui nécessitent des adaptations de connaissances qui sont en partie au moins indiquées.
- **mise en fonctionnement disponible :** si c'est à l'élève de reconnaître les connaissances à utiliser, sans indication.

Facteur de complexité 3 (4/10)

- Ce facteur est directement lié à la notion mathématique convoquée.
- De ce point de vue, la tâche peut être simple ou plus complexe.
- Nous nous référons aux divers travaux effectués en didactique des mathématiques pour évaluer ce facteur de complexité.

2 DIFFICULTÉS REPÉRÉES ET VARIABLES DIDACTIQUES

Pour les aires comme pour les nombres décimaux, pour repérer les difficultés et identifier certaines variables didactiques, nous nous sommes basées sur différents travaux en didactique des mathématiques ; nous avons listé ces travaux dans la bibliographie de cet article.

2.1 Pour le domaine « grandeurs et mesures » (aires et périmètres uniquement)

- Confusion aire – périmètre ;
- Confusions générées par les désignations usuelles d'aire (1cm² = aire d'un carré de 1cm et ½ cm² = aire d'un carré de ½ cm)
- Extension de la formule du calcul de l'aire du rectangle à celle du parallélogramme
- Confusion de formules
- Unités : expression de l'unité du résultat : m, m^3, … Conversions

Variables didactiques en jeu :
- Le type de quadrillage ;
- La forme de la surface ;
- Les données de l'énoncé (toutes les données numériques de l'énoncé sont-elles utiles ?)
- Position de la figure (parallélogramme sur sa base ou non)
- L'item est-il en rupture avec le contrat didactique habituel ? (par exemple, en fin de collège, on mobilise davantage des formules de calcul d'aire plutôt que du découpage-recollement)

S'ajoutent des difficultés liées :
- Au calcul lui-même : calcul avec des nombres décimaux, difficultés liées au calcul littéral au collège (remplacer une lettre par sa valeur, que représentent les lettres présentes dans la formule ?)…
- D'ordre géométrique : lecture de la figure, transformations géométriques mises en jeu (invariance de l'aire dans le découpage-recollement)

Deux paliers sont identifiés :
- Construction de l'aire en tant que grandeur autonome ;
    - 1er niveau de conceptualisation : association entre la surface et l'étendue ; estimation visuelle
    - 2ème niveau de conceptualisation : procédures de superposition et d'inclusion pour comparer ; procédure de découpage recollement
    - 3ème niveau de conceptualisation : l'aire est invariante par certaines transformations géométriques (même si l'aspect global change)
- Acquisition de la mesure d'aire.

2.2 Pour les décimaux

- présence de zéro(s) dans le nombre
- correspondance entre écriture fractionnaire et écriture décimale
- principe d'intercalation
- placement d'un nombre décimal sur un axe gradué
- multiplication et division de décimaux par 10, 100 ou 1000
- relation entre nombre décimal et mesure, conversions
- conception du nombre décimal comme juxtaposition de 2 entiers séparés par une virgule
- équivalence d'écritures
- les règles de fonctionnement des entiers ne peuvent être étendues aux décimaux : l'ordre des décimaux n'est pas le même que celui des entiers par exemple

- les décimaux sont d'abord une construction mentale et non physique (comment se représenter 1,35 par exemple ?)

Variables didactiques en jeu :

- relation entre nombre décimal et référent dans un problème (mesure de longueur, moyenne, prix…) : rôle de la pratique sociale de référence
- taille des parties entières et décimales, égales ou non.

ϛI – BIBLIOGRAPHIE AIRES

DOUADY R., PERRIN-GLORIAN M.J. (1984) Aires de surfaces planes (partie 1), *Petit x,* **6**, 5-33.

DOUADY R., PERRIN-GLORIAN M.J. (1985) Aires de surfaces planes (partie 2), *Petit x,* **8**, 5-30.

PERRIN-GLORIAN M.J. (1989) L'aire et la mesure, *Petit x,* **24**, 5-36.

COMITI C., MOREIRA BALTAR P. (1993) Difficultés rencontrées par des élèves de cinquième en ce qui concerne la dissociation aire/périmètre pour des rectangles, *Petit x*, **34**, 5-29.

MOREIRA BALTAR P. (1996) A propos de l'apprentissage du concept d'aire, *Petit x*, **43**, 43-68.

MOREIRA BALTAR P. (1998) Une étude de situations et d'invariants pour l'analyse de la construction d'aire au collège, *Petit x,* **49**, 45-78.

ϛII – BIBLIOGRAPHIE DÉCIMAUX

PERRIN-GLORIAN M.J. (1986) Représentations des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et de collège, *Petit x*, **10**, 5-29.

MERCIER A. (1988) Enseigner les décimaux ? La division comme révélateur des obstacles dans l'enseignement et l'emploi des décimaux, *Actes de l'Université d'été Didactique des mathématiques et formation des maîtres à l'école élémentaire, Olivet,* IREM de Bordeaux.

NEYRET R. (1991) Les décimaux vus par les enseignants - Leurs stratégies face aux erreurs des élèves. Deux études de cas d'enseignants de CM2, *DEA de didactique des disciplines scientifiques*, Université Grenoble 1.

BROUSSEAU G. (1980) Problèmes de l'enseignement des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques*, **1/1**, 11-60.

BROUSSEAU G. (1981) Problèmes de didactique des décimaux, *Recherches en didactique des mathématiques*, **2/1**, 37-127.

BROUSSEAU G. (1983) Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques,* **4/2**, 164-197.

BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991) Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques,* **11/2-3**.

DOUADY R. (1980) Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire, *Recherches en didactique des mathématiques,* **1/1**, 77-111.

DOUADY R., PERRIN M-J. (1986) Nombres décimaux, liaison école-collège, IREM de Paris VII.

Grand N regroupés dans le numéro spécial pour le cours moyen, tome 1, (1981) : R. Neyret (n° 17, 1979), R. Neyret et C. Comiti (n° 18, 1979), M. Coquand (n° 20 et 21, 1980), J. Bolon (n° 52, 1992-93), M. Tanner (n° 52, 1992-93).

Le nombre décimal en 6ème (1980), IREM de Grenoble.

XXXVII^{è} Colloque COPIRELEM

Des professeurs et des Formateurs de Mathématiques
Chargés de la Formation des Maîtres

L'Enseignement des Mathématiques à l'École :
L'Évaluation dans tous ses ÉTATS.

À La Grande Motte
9, 10 et 11 juin 2010

Colloque International Francophone

COMMUNICATIONS

L'ENSEIGNEMENT DE LA NUMERATION DECIMALE AU CE2 : CONTRAINTES ET LIBERTES INSTITUTIONNELLES.

Frédéric TEMPIER
IUFM DE POITIERS
LDAR, Université de Paris 7

Résumé
Dans le cadre de notre mémoire de Master, nous nous sommes intéressés à l'enseignement de la numération au CE2. Nous sommes partis du fait que le concept de numération décimale se compose de deux aspects : le lien entre les différentes unités (milliers, centaines …) et le rang dans l'écriture du nombre, que nous appellerons aspect position, et les relations entre centaines et milliers, entre dizaines et centaines, etc., que nous appellerons aspect décimal. Nous avons regardé comment ces deux aspects étaient pris en compte dans les programmes et évaluations nationales récentes ainsi que dans trois manuels. Notre étude montre que l'aspect décimal reste implicite dans les recommandations des programmes et qu'il est peu pris en compte dans deux des manuels étudiés. Il n'intervient pas dans les tâches proposées dans les évaluations nationales.
Nous concluons en essayant de voir les implications que cela peut avoir sur les pratiques des enseignants. Nous ferons part d'observations que nous avons pu faire dans deux classes de CE2. Dans les perspectives liées à ces constats, nous nous demandons comment il serait possible de faire évoluer les pratiques des enseignants vers une prise en compte des deux aspects de la numération.

I - INTRODUCTION

Notre système de numération est un objet très naturalisé chez les adultes. Son enseignement semble susciter des difficultés pour les enseignants. Cela a été rapporté par plusieurs chercheurs. Par exemple, au début des années 1980, dans une recherche québécoise de cinq années sur la numération de position au primaire, Bednarz et Janvier (1984) ont mis en évidence certaines difficultés liées à son enseignement : *« toute représentation du nombre apparaît selon un alignement reprenant l'ordre de l'écriture conventionnelle du nombre »*. Elles concluent alors qu'*« imposer prématurément une présentation ordonnée conduit nécessairement l'enfant à une interprétation de l'écriture en termes de découpage, d'ordre, de position, et écarte toute signification véritable accordée à cette position en termes de groupements »*.

On retrouve un phénomène assez proche, cette fois concernant des enseignants américains, dans le travail de Liping Ma (1999). Elle constate, lors d'entretiens, que chez beaucoup d'enseignants américains les connaissances de numération ne sont pas mobilisées par exemple pour justifier ou expliquer les techniques posées de soustraction ou de multiplication. Elle explique alors que même si ces enseignants utilisent dans leurs explications le terme « place value » (valeur des chiffres en fonction de leur position) ce n'est pas avec la même signification (nous traduisons) : ce que ces enseignants

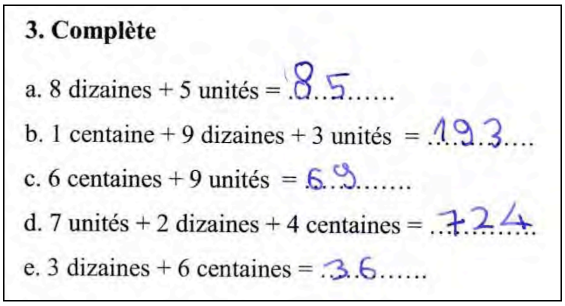
« voulaient dire par « place value » était seulement la première moitié de cette expression, « place » - la position des nombres […]. Quand des enseignants […] parlaient de la « colonne des dizaines » (« tens column ») ou de la « colonne des centaines » ils ne se concentraient pas sur la valeur des chiffres dans ces colonnes. Ils utilisaient les termes « dizaines » et « centaines » comme des étiquettes pour les colonnes ».

Dans une recherche plus récente, en France, Parouty (2005) a demandé à des enseignants ce qu'ils pensaient du problème suivant pour des élèves de CE2 : *« Pour carreler une pièce, il faut 8564 carreaux. Les carreaux sont vendus par paquets de 100. Combien de paquets faut-il commander ? »*. En grande majorité ceux-ci ont répondu « *qu'il s'agissait d'une situation d'apprentissage de la division* » et qu'il était « *impossible de demander cela à des CE2* ». Elle a ensuite cherché l'origine de ce phénomène dans les conceptions des enseignants concernant la numération et son enseignement. Cependant, il ne nous semble pas qu'une telle interprétation suffise à comprendre l'origine des caractéristiques de l'enseignement de la numération, mais que celles-ci doivent être analysées en prenant en compte les contraintes liées au contenu à enseigner proposé par les programmes et les manuels qui influencent de manière importante les pratiques des enseignants. Avant de nous engager dans cette étude nous allons rappeler les deux aspects de notre système de numération (décimal de position).

II - LES SAVOIRS DE LA NUMERATION DECIMALE DE POSITION

1 Aspect position de la numération

Commençons par regarder la production d'un élève de CE2 pour un exercice de composition de nombres. Il s'agit ici de passer d'une écriture en unités de numération (unités, dizaines, centaines, milliers) à l'écriture en chiffres.



3. Complète

a. 8 dizaines + 5 unités = 85

b. 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193

c. 6 centaines + 9 unités = 69

d. 7 unités + 2 dizaines + 4 centaines = 724

e. 3 dizaines + 6 centaines = 36

Théo, CE2

Cet élève juxtapose les chiffres dans l'ordre dans lequel ils sont donnés. Il a compris qu'il y avait un lien entre le nombre d'unités de chaque ordre et les chiffres composant le nombre mais ne sait pas comment associer les deux.

En fait, il s'agit d'associer chaque unité de numération (unités, dizaines, centaines) à un rang dans l'écriture du nombre. Le rang des unités est le 1er rang (en partant de la droite), le rang des dizaines est le 2ème rang, etc. Le savoir en jeu est donc le suivant :

Aspect position de la numération : dans l'écriture d'un nombre, la valeur des chiffres dépend de leur position.

4 137 c'est :

4 **milliers** 1 **centaine** 3 **dizaines** et 7 **unités**

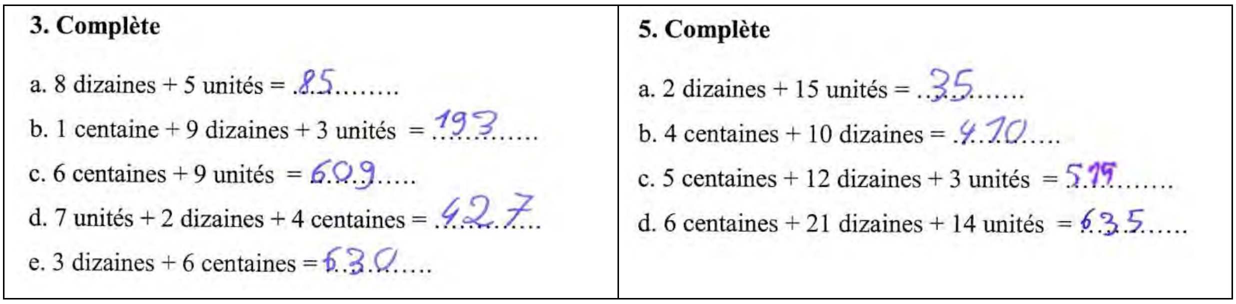
Ce qui est souvent écrit dans un tableau de numération :

M	C	D	U
4	**1**	**3**	**7**

Le chiffre 0 sert à marquer la position des positions des chiffres quand une unité est absente.

2 Aspect décimal de la numération

Voici une deuxième production d'élève avec un nouvel exercice :



3. Complète

a. 8 dizaines + 5 unités = 85

b. 1 centaine + 9 dizaines + 3 unités = 193

c. 6 centaines + 9 unités = 609

d. 7 unités + 2 dizaines + 4 centaines = 427

e. 3 dizaines + 6 centaines = 630

5. Complète

a. 2 dizaines + 15 unités = 35

b. 4 centaines + 10 dizaines = 410

c. 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = 519

d. 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = 635

Elisa, CE2

Même si l'aspect position de la numération semble acquis par Elisa (réussite à l'exercice 3), cela ne semble par suffire pour réussir l'exercice 5.

Si l'on considère, par exemple, la tâche suivante : « 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = … », pour réussir, il faut non seulement savoir associer chaque unité à son rang (aspect position de la numération) mais aussi savoir que 10 dizaines = 1 centaine, et donc que 12 dizaines = 1 centaine + 2 dizaines. Ainsi, en ajoutant cette centaine aux 5 centaines, on obtient 6 centaines + 2 dizaines + 3 unités que l'on peut écrire 623. L'autre savoir en jeu concerne donc les relations entre les unités de numération, en particulier ici 10 dizaines = 1 centaine.

Aspect décimal de la numération *(ou relations entre unités) : 10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur*

1 dizaine = 10 unités,

1 centaine = 10 dizaines, donc 1 centaine = 100 unités

1 millier = 10 centaines, donc 1 millier = 100 dizaines et 1 millier = 1000 unités

Finalement, quand on regarde l'écriture d'un nombre (en chiffres, comme par exemple 1234) on ne voit pas apparaître la notion d'unité de numération : les différentes unités ainsi que leurs liens sont invisibles dans cette écriture. Il s'agit d'une convention d'écriture qu'il s'agit de comprendre. En particulier, pour les élèves, il s'agira d'apprendre ce que cache cette écriture en chiffres. C'est la conjonction des deux aspects de la numération qui est au cœur de cet apprentissage.

Importance pour les techniques opératoires.

Ces deux aspects de la numération sont en jeu dans toutes les techniques opératoires. En particulier, l'aspect décimal intervient dans les retenues pour les techniques usuelles de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.

Dans le cas de l'addition posée, à titre d'exemple, quand on ajoute 345 à 592 (voir ci-contre), au rang des-dizaines, on obtient 13 dizaines qu'il faut ensuite convertir en 1 centaine et 3 dizaines. C'est donc la relation 10 dizaines = 1 centaine qui est ici en jeu (aspect décimal) mais aussi la position occupée par les centaines : le 3ème rang (aspect position).

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 593 \\ +\,345 \\ \hline 938 \end{array}$$

III - PROBLEMATIQUE, CADRE THEORIQUE ET METHODOLOGIE

1 La problématique

La mise en lumière de ces deux aspects de la numération nous amène à nous interroger sur la façon dont un enseignant peut les prendre en compte dans son enseignement notamment lors du travail sur les nombres à quatre chiffres. En particulier, les recherches précédemment citées (Bednarz et Janvier, Ma) semblent montrer une difficulté de prise en compte de l'aspect décimal de la numération. Afin de mieux comprendre les choix qu'un enseignant peut effectuer dans sa classe ou lors de la préparation de séances, nous allons d'abord étudier la façon dont les programmes et manuels prennent en compte l'étude de ces savoirs. En effet, nous souhaitons repérer les contraintes institutionnelles susceptibles d'influencer les pratiques des enseignants afin de dégager les marges de manœuvre que ceux-ci pourront investir.

2 Les cadres théoriques et la méthodologie

En théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999), on regarde l'activité mathématique dans le cadre d'une *Organisation Mathématique* (OM). Celle-ci s'organise autour d'un (ou plusieurs) *type(s) de tâches*. Pour effectuer un type de tâche T, on dispose d'au moins une certaine *technique* τ . Ce bloc [T, τ] constitue le *bloc des savoir-faire*. Les techniques peuvent être expliquées, justifiées et produites par l'utilisation d'un savoir (ou technologie) qui lui-même s'insère dans une théorie T. Le bloc constitué des technologies et théorie constitue le *bloc des savoirs*.

Par exemple s'il s'agit de dénombrer (type de tâche T) la collection représentée ci-contre (matériel de numération classique), une première technique τ_1 est l'utilisation d'un comptage oral de mille en mille, cent en cent, dix en dix et un en un, on obtient alors trois mille deux cent quarante-cinq, que l'on écrit ensuite 3245. Les savoirs (ou technologies) qui permettent d'expliquer et de justifier cette technique sont :

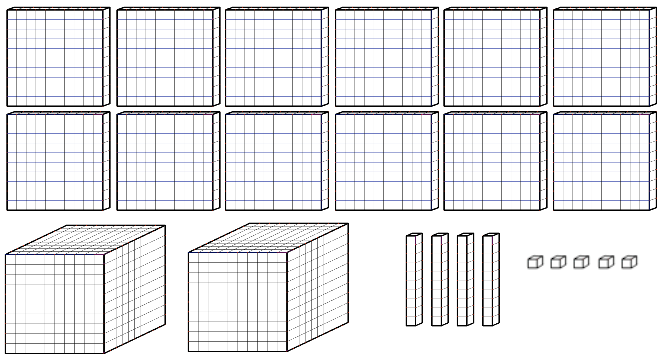


Figure 1*: collection à dénombrer*

- la suite orale des nombres de un en un, dix en dix, cent en cent, mille en mille.
- la relation entre la numération écrite et la numération parlée. Par exemple, « trois mille » c'est 3 milliers donc un 3 au 4ème rang en partant de la droite, etc. (il y a des irrégularités). Cela met, en particulier, en jeu l'aspect position de la numération.

Une deuxième technique τ_2 est le groupement de 10 centaines en 1 millier. On obtient 3 milliers, 2 centaines, 4 dizaines et 5 unités. On associe alors directement le nombre d'unités de chaque ordre à sa position dans l'écriture en chiffres, ici 3245. Les savoirs (ou technologies) en jeu sont cette fois :

- aspect décimal de la numération (pour justifier le groupement)
- aspect position de la numération (pour justifier l'association unité/position)

Les organisations mathématiques de la numération à l'école primaire ne sont pas les mêmes que celles que l'on peut rencontrer dans un traité universitaire par exemple. Le concept de transposition didactique (Chevallard, 1991) permet d'étudier les modifications que subit un objet de savoir « savant » quand il est d'abord désigné comme étant objet « à enseigner » puis quand il devient objet « enseigné ». Ces transformations se font à l'intérieur de différentes institutions, qui jouent toutes un rôle différent dans ce processus, qui est résumé par la figure suivante (Bosch et Gascon, 2005) :

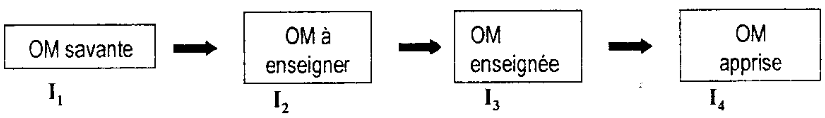


Figure 2: schéma de la transposition didactique

Bosch et Gascon précisent alors : « la TAD postule qu'il n'est pas possible d'expliquer les caractéristiques du « savoir appris » […] sans prendre en considération toutes les étapes de la transposition ». Dans le cadre de cet article, nous nous intéresserons seulement à l'OM à enseigner (celle que l'on étudie à partir des manuels et des programmes).

Dans l'étude de cette OM à enseigner, nous allons nous centrer sur les possibilités d'apparition de l'aspect décimal de la numération. Pour cela, nous allons pointer les types de tâches qui permettent de mettre en jeu ce savoir. Par souci de concision, nous ne parlerons pas des techniques. Cependant, celles-ci interviennent dans ce lien entre type de tâche et savoir comme dans l'exemple précédent du dénombrement d'une collection.

Cette centration sur l'aspect décimal de la numération, nous amènera également à ne pas trop nous attacher aux types de tâches qui concernent :

- l'ordre sur les nombres puisqu'il s'agit plutôt d'utiliser l'aspect algorithmique de la suite écrite des nombres
- l'association entre la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) des nombres (qui met en jeu la position comme nous l'avons vu dans l'exemple du dénombrement ci-dessus).

IV - ETUDE DES CONTRAINTES ET DES LIBERTES INSTITUTIONNELLES

1 Etude des programmes de 2002 et des évaluations nationales correspondantes

1.1 Les programmes de 2002

Voici les compétences des programmes de 2002 qui permettraient, a priori, de mettre en jeu l'aspect décimal de la numération décimale (dans la catégorie « désignation orale et écrite des nombres naturels ») :

- « Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position ;
- Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000, etc.
- Retrouver rapidement l'écriture chiffrée d'un nombre à partir d'une décomposition utilisant 10, 100, 1000, etc. »

Les commentaires du document d'application de ces programmes nous permettent de voir que derrière la première de ces compétences se cache le type de tâche que nous appellerons *nombre de* :

« Les mots dizaines, centaines, milliers… sont employés comme synonymes et reformulés sous la forme de «paquets» de 10, de 100, de 1000... […] Les formulations du type « Combien y a-t-il de <u>paquets de 10</u> dans 8 926? » accompagnent celles comme « Quel est le <u>nombre de</u> dizaines dans 8926? » » (c'est nous qui soulignons).

Ils montrent également une préférence donnée à l'utilisation des puissances de dix (10, 100, 1000) plutôt qu'aux unités de numération (dizaines, centaines, milliers).

Les deuxième et troisième compétences correspondent au type de tâche « décomposer/ recomposer ». Là encore, les commentaires nous éclairent un peu plus :

« Ces décompositions peuvent être du type suivant :

5324 = (5 × 1000) + (3 × 100) + (2 × 10) + 4

5324 = (53 × 100) + 24.

Mais aussi :

(3 × 100) + (5 × 1 000) + (6 × 10) = 5 360

(3 × 100) + (12 × 10) + 8 + (5 × 1000) = 5 428.

De telles égalités sont produites en référence à la valeur des chiffres en fonction de leur position. »

Dans ces exemples de décomposition/recomposition, l'aspect décimal est parfois en jeu quand il y a des groupements à effectuer : c'est le cas lorsqu'il y a plusieurs chiffres devant une unité, comme par exemple, pour 12 × 10 (qu'il faut transformer en 1 × 100 + 2 × 10 pour ajouter ensuite les 3 × 100). Cependant les différences entre ces types de décomposition (un ou deux chiffres devant une unité) ne sont pas explicitées : il n'apparaît pas que certaines mettent en jeu un autre savoir que la seule position. Ces exemples nous montrent également que ce type de tâche est uniquement associé aux écritures avec les puissances de 10. Des décompositions utilisant les unités de numération, du type 5324 = 5 milliers + 3 centaines + 2 dizaines + 4 unités n'apparaissent pas. Elles étaient pourtant largement utilisées dans l'enseignement au cours du XX$^{\text{ème}}$ siècle (voir Chambris, 2008, qui a fait une étude de l'évolution de l'enseignement de la numération au cours de ce siècle) mais il semble qu'après la réforme des mathématiques modernes elles aient quasiment disparu. Depuis cette période, les unités de numération semblent apparaître principalement pour désigner le nom des rangs dans l'écriture en chiffres d'un nombre. Cette réforme a amené l'institution à dévaloriser le mélange du registre de la langue naturelle (les mots « unités », « dizaines », …) et de celui des écritures arithmétiques (avec les signes + et =).

Cela n'est pas sans conséquence sur l'utilisation des savoirs de la numération. En effet, il semble qu'alors, l'aspect décimal soit principalement pris en charge par des règles de calcul (notamment la règle des zéros). Pour comprendre cela, considérons l'exemple donné dans les commentaires des programmes : « dans 8 926, il y a 89 paquets de 100 ». Voici deux techniques (et technologies) possibles :

- 8926 = 8900 + 26 = 89 x 100 + 26 car : <u>« multiplier par 100 revient à ajouter deux zéros à droite »</u> (règle de calcul)
- 8926 = 8 milliers + 9 centaines + 2 dizaines + 6 unités = 80 centaines + 9 centaines + 2 dizaines + 6 unités = 89 centaines + 2 dizaines + 6 unités <u>car 80 centaines = 8 millier</u> (savoirs de la numération)

Dans ce dernier cas, seul l'aspect décimal intervient (10 centaines = 1 millier). Certes, la première technique est plus rapide mais en utilisant uniquement la règle de calcul, on passe complètement à côté des savoirs de la numération décimale. Les enfants ne peuvent alors pas comprendre l'idée de groupements successifs par dix que sous-tend notre écriture des nombres.

Enfin, on peut s'étonner de voir l'absence, dans les programmes du cycle 3 de 2002, du type de tâche *dénombrer* qui apparaît pourtant dans les programmes du cycle 2 et qui permet de mettre en jeu l'aspect décimal car le dénombrement de grandes collections amène les élèves à faire ces groupements successifs par dix. Pourtant, dans les commentaires du document d'application, on peut lire : « la valeur des chiffres doit être constamment envisagée en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent. » Même si c'est de l'aspect décimal dont il est question ici, celui-ci reste implicite : les relations entre unités ne sont jamais clairement exprimées.

1.2 Les évaluations CE2 et 6ème de 2005

Il s'agit d'un moment où les programmes de 2002 sont en application à tous les niveaux de l'école. On peut lire dans les documents d'application des programmes du cycle 3 que le niveau CE2 est un moment où il est encore nécessaire de construire et de structurer le travail sur la numération dans le champ des entiers. Cependant, tout ce travail de construction est ignoré par l'évaluation de 6$^{\text{ème}}$ qui porte plutôt sur des compétences de fin de cycle sur les nombres décimaux et se limite pour les entiers à la désignation par écrit.

Cependant, on peut souligner, que même dans les évaluations CE2 (qui portent sur la fin du cycle 2 où le travail de construction de la numération est déjà bien commencé), les types de tâches qui relèvent plutôt de la construction de la numération (« dénombrer », « nombre de ») ne sont pas évalués. Cela semble en contradiction avec l'importance accordée à « la valeur des chiffres en fonction de leur position » que l'on a pu constater à travers les commentaires du document d'application du programme.

On peut donc en déduire une importance institutionnelle accordée aux types de tâche lire/écrire et comparer et par voie de conséquence uniquement à l'aspect position de la numération au niveau des savoirs. Quelle évolution dans les programmes et évaluations suivants ?

2 Etude des programmes de 2007 et 2008 et des évaluations nationales correspondantes

2.1 Les programmes de 2007

On y retrouve le même découpage qu'en 2002 : « Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels » et « Ordre sur les nombres entiers naturels » à l'intérieur de la même grande catégorie des programmes (domaine) : « connaissance des nombres entiers naturels ».

Dans la phrase d'introduction du domaine, on retrouve mot pour mot une phrase du texte de 2002 : « Ils doivent comprendre les principes de la numération décimale, en particulier que la valeur des chiffres dépend de leur position dans l'écriture des nombres, en relation avec les activités de groupements et d'échanges qui la sous-tendent ». C'est une référence aux deux aspects de la numération et en particulier à l'aspect décimal à travers les « activités de groupements et d'échanges ». On y retrouve également les mêmes types de tâches dont les formulations ont été elles aussi reprises mot pour mot à partir de celles de 2002.

Ces programmes servent à faire des ajustements pour mettre en cohérence et adapter les programmes au socle commun. Il y a ainsi une distinction qui est faite entre les « capacités » et les « connaissances » que l'on peut rapprocher de la distinction savoir-faire/savoir. On peut alors noter que le savoir « connaître la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position » qui apparaissait en 2002 comme un type de tâche fait ici partie des « connaissances ».

Connaissances et capacités travaillées et attendues en fin de cycle 3	
Connaissance des nombres entiers naturels	
CONNAISSANCES	**CAPACITÉS**
2.1 Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels - connaître la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position.	- donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000…, et retrouver l'écriture d'un nombre à partir d'une telle décomposition ; - produire des suites orales et écrites de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100, à partir de n'importe quel nombre ; - associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres) pour des nombres jusqu'à la classe des millions.

Figure 3: extrait des programmes de 2007

Cependant, on peut alors se demander ce que devient le type de tâche « nombre de » qui y était associé. Si l'on ne regarde que les capacités attendues, on peut l'interpréter comme une disparition de ce type de tâche. Cela n'est pas anodin car pour les programmes de 2002, il s'agissait du principal type de tâche pour lequel on pouvait rencontrer l'aspect décimal de la numération. Pour les décompositions/recompositions, il faudrait 2 chiffres devant une unité, comme nous l'avons vu pour les exemples du document d'application de 2002. Sans ces exemples, l'aspect décimal semble ne plus avoir de type de tâche qui permettrait de le faire émerger. On peut alors se demander comment les élèves peuvent rencontrer ces activités de « groupements et d'échanges ».

On peut également noter que seules les écritures avec les puissances de 10 apparaissent. En fait, dans les programmes précédents, les unités de numération n'apparaissaient que dans les commentaires du document d'application. Avec la disparition de ce document, on assiste donc à la disparition, dans le texte du programme, de ce type d'écriture des nombres.

2.2 Les programmes de 2008

C'est un texte qui, dans son ensemble, est nettement raccourci par rapport aux textes précédents. L'étude du système de numération se fait toujours dans le domaine intitulé « Les nombres entiers naturels ». On n'a plus le découpage en deux sous-domaines comme dans les textes précédents, ni la dissociation connaissances/capacités des programmes de 2007.

Les compétences attendues en fin de cycle sont :

- « principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ;
- désignation orale et écriture en chiffres et en lettres ;
- comparaison et rangement de nombres, repérage sur une droite graduée, utilisation des signes > et < ; »

Ce sont des compétences présentes dans les IO précédentes avec les mêmes formulations. Cependant, on ne trouve plus trace des décompositions et recompositions qui ont peut-être été intégrées à cette formulation plus globale « principes de la numération décimale de position … ». Par conséquent, n'apparaissent plus, non plus, les écritures utilisant les puissances de 10.

On peut se demander à quel type de tâche correspond désormais l'expression « valeur des chiffres en fonction de leur position ». Si on se réfère aux IO de 2002, cela pourrait faire référence au type de tâche « nombre de ». Elle pourrait également faire référence aux décompositions/ recompositions qui ont disparu ... Tout cela nous fait penser que l'aspect décimal est un savoir qui est minoré dans ces derniers programmes.

Voilà ce qu'on peut lire dans le tableau de progression qui est proposé à la fin des programmes, pour la classe de CE2 pour « *Les nombres entiers jusqu'au million » :*

	Cours élémentaire deuxième année	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
Nombres et calcul	*Les nombres entiers jusqu'au million* - Connaître, savoir écrire et nommer les nombres entiers jusqu'au million. - Comparer, ranger, encadrer ces	*Les nombres entiers jusqu'au milliard* - Connaître, savoir écrire et nommer les nombres entiers jusqu'au milliard. - Comparer, ranger, encadrer ces	*Les nombres entiers*

Figure 4: *extrait du tableau de progression par niveaux (CE2, CM1, CM2), IO 2008*

Le « principe de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres » se résume donc ici en « connaître […] les nombres entiers jusqu'au million ». On peut même se demander si « connaître » ce n'est pas finalement « savoir écrire et nommer ». D'ailleurs c'est le cas au CP ou au CE1 où l'on peut lire : « connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers ».

2.3 Les évaluations nationales CM2 de 2009

Concernant les nombres entiers, on trouve les types de tâches suivants : écrire un nombre entier en chiffres, comparer deux nombres entiers, placer un nombre entier sur une droite graduée. Pour ce dernier, l'intérêt nous semble plutôt du côté du placement des nombres décimaux (car pour les nombres entiers la taille des nombres est petite et, après avoir repéré le type de graduation, il suffit de compter les graduations).

Ce sont des types de tâches pour lesquels seul l'aspect position de la numération est en jeu. Cela confirme ce que nous avons relevé à la lecture des programmes mais ne nous dit pas ce que les programmes entendent par « connaître […] les nombres entiers » car il n'y a pas de type de tâche s'y rattachant ici.

3 Conclusion : des contraintes dans les programmes et évaluations

Nous avons affaire à des programmes de moins en moins précis à propos notamment des types de tâches de la numération. En effet, l'utilisation de l'expression « valeur des chiffres en fonction de leur position » (qui réfère aux savoirs de la numération) ne laisse pas apparaître les types de tâches qui s'y rattachent. Certains prennent une place importante dans les évaluations (lire/écrire et comparer), d'autres au contraire y sont complètement absents.

Nous avons également remarqué de moins en moins de précisions sur les types d'écritures attendues, même s'il semble que l'on accorde toujours une grande importance aux écritures utilisant les puissances de 10 et une tendance à utiliser les unités de numération plutôt pour nommer les rangs dans l'écriture en chiffres. Enfin, la disparition du type de tâche « nombre de » et l'absence du dénombrement ont pour conséquence une centration sur l'aspect position de la numération.

On peut alors s'interroger à propos de l'interprétation qu'un nouvel enseignant ne connaissant pas les programmes de 2002 pourrait faire de l'expression « valeur des chiffres en fonction de leur position » ou encore de « Connaître […] les nombres entiers jusqu'au million ». Et on peut penser que les interprétations de ces « compétences » des programmes par les auteurs de manuels pourraient influencer leurs choix.

4 Etude de trois manuels

4.1 La tribu des maths, CE2, Magnard, 2008

L'édition consultée est datée de 2008 et prend en compte ces nouveaux programmes. Trois doubles pages sont consacrées à l'étude de la numération des nombres à 4 chiffres, intitulées « les nombres jusqu'à 9 999 » :

- (1) je fais la différence entre un « chiffre » et un « nombre »
- (2) je trouve la valeur d'un chiffre grâce à sa position dans le nombre
- (3) je situe les nombre les uns par rapport aux autres

Cette dernière partie concerne l'ordre sur les nombres, nous n'en parlerons pas ici.

Dans la première partie (annexe 1), le nombre 1000 est introduit en référence à une situation de dénombrement d'abeilles dans des ruches. Le nombre 1000 correspond au nombre d'alvéoles contenues dans un cadre. Ce contexte a l'inconvénient de ne pas permettre de voir le nombre 1000 comme étant constitué de 10 centaines puisque les alvéoles des abeilles ne sont pas groupées par centaines. L'aspect décimal de la numération n'est donc pas en jeu : il s'agit ici d'associer le millier à sa position dans l'écriture en chiffres du nombre. Par exemple, pour répondre à la question « combien y a-t-il de cadres pleins si 7236 alvéoles sont remplies d'œufs ? », l'élève doit utiliser le fait que le 7 au 4ème rang (en partant de la droite) correspond au nombre de milliers. Le savoir en jeu est l'aspect position de la numération. D'ailleurs dans le guide pour l'enseignant, il est proposé de faire une synthèse pour parvenir à un tableau de numération avec milliers, centaines, dizaines et unités.

Il en est de même dans les exercices qui suivent (annexe 2), ainsi que dans la deuxième partie, qui porte bien son nom (« je trouve la valeur d'un chiffre grâce à sa position dans le nombre ») puisque c'est encore uniquement la position qui est en jeu (comparaisons, placements de nombres sur droite graduée, décompositions/recompositions et associations écriture en chiffres/écriture en lettres).

Seul l'exercice 4 de la première partie pourrait permettre de mettre en jeu l'aspect décimal :

4 Recopie et complète ce tableau.

Nombre	Chiffre des milliers	Nombre de milliers	Chiffre des centaines	Nombre de centaines	Chiffre des dizaines	Nombre de dizaines
5 423	5	5	4	54	2	542
8 764	....	....	....	....	....	....
9 070	....	....	....	....	....	....
7 301	....	....	....	....	....	....
6 845	....	....	....	....	....	....

Figure 5 : extrait du manuel La tribu des maths CE2

Cependant, tel qu'il est présenté, il nous paraît être un exercice très formel où il s'agit de faire des observations à partir de l'exemple donné dans la première ligne, sans que cela ne permette réellement d'utiliser les relations entre les unités. Voilà ce qu'en disent les auteurs dans le guide du maître :

> **4** ** : La seule difficulté repose sur la confusion chiffre / nombre.
> Vous pouvez alors utiliser du petit matériel de manipulation (type cubes) ou faire un dessin équivalent : 23 est représenté par deux barres de dix cubes et trois cubes seuls. Il y a, en tout, 23 cubes (nombre de cubes), mais trois cubes sont « seuls » (non échangés contre une dizaine) : c'est le **chiffre**.
> Procédez de même avec les centaines et les milliers et concluez en valorisant ce moyen mnémotechnique :
> Pour lire le « nombre de... », on lit le nombre constitué par tous les chiffres à gauche du rang demandé, ce rang étant inclus :
> 5 423 → 542 dizaines.

Figure 6 : extrait du guide de l'enseignant du manuel La tribu des maths CE2

Il est proposé ici d'utiliser du matériel pour effectuer les groupements par 10. L'exemple donné concerne un nombre à 2 chiffres. Pour un nombre à 4 chiffres comme 5423, il faudrait donc utiliser 5 gros cubes de 1000, 4 plaques de 100, 2 barres de 10 et 3 cubes seuls. Pour comprendre, par exemple, qu'il y a 54 centaines, il faut utiliser le fait qu'un gros cube de 1000 contient 10 plaques de 100, c'est à dire utiliser l'aspect décimal de la numération. Il y a donc un savoir nouveau et essentiel ici mais il semble être considéré comme allant de soi par les auteurs, qui signalent d'ailleurs pour finir une méthode « mnémotechnique » permettant de trouver la réponse. Cette méthode amène à contourner l'utilisation de ce savoir.

Il y a également un problème proposé dans le « Labo Maths », sous l'exercice précédent, pour lequel nous pouvons faire le même type de commentaire : même si l'aspect décimal pourrait être un savoir essentiel dans ce problème, il n'apparaît pas ainsi. Pour les auteurs, il semble que l'aspect décimal apparaisse comme un problème de « distinction entre chiffre et nombre ». Par conséquent, les relations entre centaines et milliers n'apparaissent jamais explicitement. Cela est confirmé par le contenu du « mémento » concernant les nombres où le seul savoir pointé est l'aspect position de la numération à travers un tableau de numération.

Concernant les types de tâches travaillées, hormis la recherche du « chiffre des … » ou du « nombre de … », on peut voir principalement les décompositions/recompositions, l'association entre écriture en lettres et écriture en chiffres et l'ordre sur les nombres. Ce sont les types de tâches que l'on trouvait dans les programmes de 2002.

Ce sont d'ailleurs uniquement ces types de tâches que l'on peut trouver dans les exercices proposés en bilan de période 2 et 3 (annexe 3). Aucun de ces exercices ne met en jeu l'aspect décimal de la numération. Hormis l'exercice de recomposition, on retrouve les types de tâches des évaluations nationales.

4.2 Cap Maths CE2, Hatier, 2007

L'édition consultée date de 2007, c'est à dire au moment de la mise en œuvre des programmes de 2007. La séquence sur les nombres à 4 chiffres s'étend sur une longue période de l'année (de l'unité 7 à l'unité 12). Les principaux types de tâches travaillés sont : associer l'écriture en lettres et l'écriture en chiffres (unités 7, 9, 10, 11) et comparer (unités 7, 9, 11). Les décompositions/recompositions (unités 7 et 10) et « nombre de » (unités 7 et 12) sont également travaillées mais leur poids (en termes de nombres d'activités proposées) est beaucoup plus faible que les premiers. Cela rejoint le constat fait dans l'étude des programmes et du manuel précédent.

En fait, le type de tâche « nombre de » est travaillé au début (unité 7, séance 1, voir en annexe 4) uniquement pour le nombre 1000 (combien de paquets de 10, de 100 dans mille ?). Cela permet d'amener l'aspect décimal pour le nombre 1000 mais celui-ci ne nous semble pas être utilisé par la suite. En effet, le travail est ensuite davantage centré sur la lecture/écriture et sur la comparaison (voir unité 7 séances 2 et

3 par exemple, en annexe 5) qui ne nécessite pas le recours à l'aspect décimal de la numération. Les principales traces de ce savoir que nous avons pu trouver restaient cantonnées aux relations entre les unités, dizaines et centaines.

On ne retrouve le type de tâche « nombre de » qu'en fin d'année (unité 12, séance 4, voir annexe 6) et, à ce moment-là, les élèves ayant déjà travaillé la multiplication par 10 et 100, c'est cette technique qui semble mise en avant par les auteurs, comme on le voit dans cet extrait du guide du maître pour un exercice où il s'agit de déterminer le nombres de rubans de 100 cm nécessaires pour faire une bande de 2416 cm : « 2416 = (24×100) + 16 ce qui amène à conclure qu'il y a 24 centaines dans 2416 ». Les auteurs ajoutent, tout de même, entre parenthèses : « ce qui correspond également une procédure qui a pu être utilisée ». L'utilisation de cette règle de calcul (règle des zéros) rend invisible l'aspect décimal de la numération.

Nous avons trouvé dans le « dico-maths » une expression des relations entre les unités (aspect décimal) exprimées avec les unités de la numération :

Dizaine : groupement de 10 unités	**1 dizaine = 10 unités**
Centaine : groupement de 100 unités Une centaine, c'est aussi un groupement de 10 dizaines.	**1 centaine = 100 unités** 1 centaine = 10 dizaines
Millier : groupement de 1 000 unités Un millier, c'est aussi un groupement de 100 dizaines. Un millier, c'est aussi un groupement de 10 centaines.	**1 millier = 1 000 unités** 1 millier = 100 dizaines 1 millier = 10 centaines

Figure 7 : extrait du « Dico maths » du manuel Cap Maths CE2

Mais, nous n'avons pas vu de référence à ces équivalences (en particulier celles concernant le millier) dans le manuel ou dans le guide du maître ou d'activités qui pourraient y conduire (hormis la séance 1 de l'unité 7).

Pourtant, pour les nombres à trois chiffres, dans la première partie du manuel, l'aspect décimal est un savoir essentiel qui est travaillé à travers différents problèmes de décompositions, conversions, nombre de, etc. Mais, pour le travail sur les nombres à 4 chiffres, c'est comme si nous avions affaire à une sorte de basculement : du fait de la taille des nombres, on ne justifie plus les relations entre les unités par les activités de groupement et d'échanges sous-jacentes : cela est désormais pris en charge par une généralisation des règles de multiplication par 10, 100, … aux nombres à quatre chiffres. Cela est d'ailleurs expliqué par les auteurs dans la partie introductive du guide de l'enseignant.

Finalement, même si l'aspect décimal est identifié comme un savoir de référence (dans le dico-maths), on trouve peu d'activités sur les nombres à quatre chiffres qui permettent de le mettre en jeu puisque les types de tâches valorisés sont la lecture/écriture des nombres et la comparaison (tout comme dans les programmes).

4.3 Etude du manuel « J'apprends les maths » CE2, 2003

L'édition étudiée est celle de 2003. La numération des nombres à 4 chiffres est travaillée sur 3 doubles pages : « séquences » 74, 77 et 78. Ce manuel se distingue des précédents par le choix des types de tâches principalement travaillés et la place des savoirs de la numération. En effet, tout se passe comme si l'aspect décimal était le savoir central de la progression. Ainsi, les types de tâche les plus travaillés mettent en jeu ce savoir. Ces types de tâches sont « nombre de » et « dénombrer » (on trouve aussi avancer/reculer dans la suite écrite des nombres mais nous n'en parlerons pas ici).

Les auteurs s'appuient sur le matériel représenté : des billes groupées par 10 dans des boites, elles-mêmes groupées par 10 dans des valises, elles-mêmes groupées par 10 dans des malles (ces malles n'existent matériellement pas donc les élèves n'ont jamais vu réellement ce dernier type de groupement). Ici, le millier apparaît donc comme un groupement de 10 centaines. Dans la séquence 74, par exemple, les élèves doivent coller l'étiquette d'une malle sur un dessin de 10 valises (voir en annexe 7).

Voici un exercice typique de la progression (séquence 77) où l'on retrouve les deux types de tâches travaillés principalement :

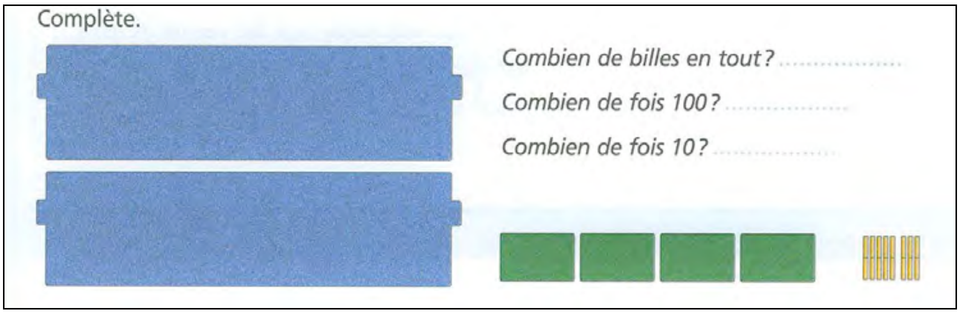


Figure 8 : extrait du manuel « J'apprends les maths » CE2, séquence 77

On peut noter l'absence des décompositions/recompositions qui est la conséquence de l'utilisation exclusive de représentations de matériel (séquences 74, 77 et 78) ou de boites de 100 trombones ou encore de billets de 100 euros (séquence 77). On ne part jamais d'une écriture en unités de numération ou avec des puissances de 10 pour chercher le nombre correspondant (ce qui correspondrait à une recomposition). On parle alors plutôt de dénombrement. Nous avons également constaté une quasi absence de lire/écrire (nous ne l'avons trouvé que dans des courts moments en début de séance où il s'agit d'écrire des nombres en chiffres sur l'ardoise) et une place insignifiante à comparer. Ce choix des types de tâche se distingue nettement de ce que nous avons pu voir dans les programmes de 2002.

Au niveau des écritures, les expressions « groupes de » 10, 100, 1000 sont privilégiées, comme le montre le fait par exemple que la formulation de l'aspect décimal se fasse de cette manière (« 1000 c'est 10 groupes de 100 … ».

Figure 9 : extrait du « j'ai appris » (séquence 74) du manuel J'apprends les maths CE2

Les unités de la numération remplacent parfois les « groupes de », comme dans l'extrait ci-dessus. Elles ne sont donc pas seulement utilisées pour nommer les rangs dans le nombre en chiffres. Par contre, il est étonnant de constater une absence totale d'écritures multiplicatives avec les puissances de 10, ce qui là encore se distingue des préconisations des programmes en vigueur pour cette édition (2002).

Dans ce manuel, l'aspect décimal est donc construit à partir du groupement par 10 des unités successives. Quand il est dit par exemple que « 1000 c'est 10 groupes de 100 » cela fait référence à ces groupements avec le matériel de numération et non à une multiplication par 10. Par contre, on ne voit pas clairement comment l'aspect position est pris en charge. On peut d'ailleurs noter que le tableau de numération n'est pas utilisé alors que, dans les autres manuels étudiés, c'est justement ce tableau qui permet de faire le lien entre les unités de numération et la position des chiffres.

4.4 Conclusion

L'étude des manuels confirme tout d'abord les contraintes que nous avions relevées à propos de l'enseignement de la numération. Cependant, cette étude nous a permis également de montrer qu'il existait des marges de manœuvre possibles pour l'enseignant. En effet, dans certains manuels nous avons trouvé une formulation des relations entre unités (aspect décimal) comme un savoir de référence (« dico-math », « j'ai appris ») ainsi que des types de tâches permettant de les mettre en jeu : dénombrer et « nombre de ». A la différence des programmes, nous avons également pu voir une utilisation des unités de numération pour des décompositions recompositions ainsi que pour la formulation de l'aspect décimal de la numération.

V - LES CONSEQUENCES POSSIBLES SUR LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS

Cette étude nous a permis de mettre en évidence des contraintes importantes pour l'enseignement de la numération des nombres à quatre chiffres. La valorisation de certains types de tâches (comparaison et lecture/écriture des nombres) montre que l'institution actuelle privilégie un seul savoir de la numération, l'aspect position. La valorisation des écritures multiplicatives avec les puissances de 10 et le peu de place accordé aux écritures utilisant les unités de la numération renforcent ce phénomène. Cependant les deux derniers manuels étudiés montrent qu'il existe des espaces de libertés pour les enseignants.

Cela pose également la question de la description des savoirs dans les guides destinés à l'enseignant. En effet, dans les deux premiers manuels que nous avons étudiés, quand nous avons vu des exercices dans lesquels l'aspect décimal pouvait être en jeu, nous avons remarqué que celui-ci restait toujours implicite dans les commentaires destinés à l'enseignant.

Précisons toutefois que notre étude, qui pourrait gagner en précision en analysant davantage de manuels, concerne des contraintes et espaces de libertés possibles dans l'institution. Mais, un enseignant donné n'a pas forcément accès, par exemple, à l'un des trois manuels étudiés, ou peut en utiliser d'autres (relevant même de programmes plus anciens). Cela signifie que son espace de liberté et les contraintes qui vont peser sur ses choix ne peuvent pas être exactement ceux qui sont présentés ici, même s'ils devraient toutefois en être assez proches.

Pour étudier des effets possibles des contraintes et libertés institutionnelles sur les pratiques des enseignants, nous sommes allés observer les séquences sur les nombres à quatre chiffres mises en œuvre par deux enseignants de CE2. Ces observations ont permis de constater le poids de ces contraintes institutionnelles. En effet, dans les deux classes les types de tâches travaillés sont : décomposer, lire/écrire, comparer, avancer/reculer (dans la suite écrite). La progression est très proche même si les enseignants n'utilisent pas le même support.

Tout d'abord, l'aspect position est un savoir central de la progression. Les deux enseignants utilisent les unités de la numération pour nommer les rangs dans l'écriture en chiffres (et aussi pour effectuer certaines décompositions). Ils écrivent m, c, d, u au-dessous ou au-dessus des chiffres, mais sans faire le tableau de numération.

Quant à l'aspect décimal, il est quasiment absent. Dans la première classe, il n'apparaît jamais dans les situations proposées. Cependant, on peut trouver dans l'évaluation finale un exercice de recomposition pour lequel les deux cas de la dernière ligne mettent en jeu cet aspect décimal :

Ecris le nombre correspondant aux écritures :

5 000 + 600 + 3 : 5609	(2 x1 000) + (5x 10) : 2050
(4 x 1 000) + 9 : 4009	67c 8d 9u : 6789
9 m 8 d : 9080	6 000 + 80 + 1 : 6081
12 centaines, 3 milliers : ~~123~~ 4200	25 dizaines, 6 centaines, 4 milliers : ~~4625~~ 4850

Figure 10 : une production d'élève, évaluation finale

Quand j'interroge l'enseignante sur les difficultés rencontrées par certains élèves dans cet exercice, elle explique les choix qu'elle a effectués ici :

« On n'avait pas forcément l'ordre à chaque fois qui était imposé. J'avais inversé parfois, j'avais d'abord mis le nombre de centaines et le nombre de milliers ou alors je n'avais pas mis de centaines ou voilà + Et là c'est là où ils se sont trompés en général, enfin y'en a une partie, on va dire la moitié, se sont trompés dans ces cas-là. Ils ne font pas attention, de suite ils écrivent le nombre par rapport à ce qui est écrit dans l'ordre en fait »

Les variables indiquées par l'enseignante ne correspondent pas à celles qui permettent de mettre en jeu l'aspect décimal (ici il s'agit du fait d'avoir des nombres à deux chiffres pour certaines unités) et les erreurs sont interprétées comme des erreurs d'inattention et non en référence aux savoirs en jeu. Nous interprétons cela comme une conséquence des contraintes institutionnelles.

Dans la deuxième classe l'aspect décimal est en jeu dans une seule situation. Les élèves ont a disposition des étiquettes $\boxed{1}$, $\boxed{10}$, $\boxed{100}$, $\boxed{1000}$ et ils doivent recomposer les nombres suivants :

8c 4d 3u = …, 32d = …, 13c = …, 12c 8d 1u = …, 14c 2u = …, 12c 11d 2u =… (les lettres c, d, u représentent les centaines, dizaines, unités).

Pour les 5 premiers cas, les élèves se contentent de juxtaposer les chiffres sans utiliser le fait que 10 centaines = 1 millier. Cependant pour le dernier cas, ce n'est plus possible car sinon on trouve 12112. Aucun élève ne trouve la solution et cela pose de réels problèmes de gestion de la mise en commun. L'utilisation des étiquettes aurait pu aider les élèves à échanger dix étiquettes 10 contre une étiquette 100, mais l'enseignant préfère amener les élèves à effectuer un comptage de cent en cent, dix en dix et un en un à l'oral. Il contourne ainsi l'utilisation de l'aspect décimal, qui, du coup, n'apparaîtra pas au cours de la séquence.

Nous avons alors fait l'hypothèse que l'aspect décimal de la numération n'est pas reconnu comme un savoir fondamental de la numération et il n'est pas disponible chez l'enseignant. Ainsi, même si celui-ci constate les difficultés rencontrées par ses élèves, il n'est pas à même d'en expliquer l'origine ni d'avoir une intervention adaptée. Nous interprétons aussi cela comme une conséquence des contraintes institutionnelles.

VI - DES PERSPECTIVES POUR LA FORMATION

La mise en évidence de l'influence de ces contraintes institutionnelles sur les deux enseignants observés permet de commencer à pointer quelques pistes de travail pour la formation des enseignants.

Tout d'abord, il semble nécessaire d'identifier explicitement les deux savoirs de la numération. En effet, les programmes ont une entrée principalement par les types de tâches et l'utilisation de l'expression « connaître la valeur des chiffres en fonction de leur position » ne suffit pas pour permettre aux enseignants d'identifier l'aspect décimal de la numération. Cette identification peut se faire à partir du repérage de difficultés d'élèves comme celles que nous avons pointées dans la première partie. Dans cette perspective, l'utilisation des unités de numération est importante car cela permet en particulier de formuler l'aspect décimal (10 centaines = 1 millier) sans substituer des règles de calcul (règle des zéros en particulier) aux savoirs de la numération.

En lien avec cette première piste de travail, il semble important d'amener les enseignants à chercher des traces possibles de l'aspect décimal dans les exercices proposés dans leurs manuels ainsi que de travailler à l'adaptation des situations proposées. Un jeu sur les variables peut souvent permettre de mettre en jeu ce savoir (comme par exemple, plutôt que de chercher une seule décomposition d'un nombre en unités, dizaines, centaines, milliers on peut en chercher plusieurs). Notons que nous avons trouvé, dans Cap Maths CE2, pour les nombres à trois chiffres, de nombreuses situations permettant de travailler l'aspect décimal. Il suffirait alors simplement de modifier la taille des chiffres.

Il est aussi important de montrer en quoi le travail sur les deux aspects de la numération est important pour la compréhension des techniques opératoires des quatre opérations. Le document d'accompagnement des programmes de 2002 sur le calcul posé peut alors être une ressource utile (on le trouve encore sur Internet).

Enfin, malgré la taille des nombres en jeu, il faut redonner une place aux problèmes de dénombrement de collections matérielles. En effet, ce type de problème permet de motiver l'étude de la numération et le dénombrement de grandes collections permet aux élèves de faire l'expérience des groupements successifs par 10 (comme dans la situation des « fourmillions » d'ERMEL CE1 par exemple). De plus, cela permet, par la suite, d'avoir un matériel disponible auquel l'enseignant peut avoir recours pour poser de nouveaux problèmes ou remédier à des difficultés dans l'utilisation des relations entre unités (comme lorsque l'on doit recomposer un nombre comme 12c 11d 2u = …, comme nous l'avons vu précédemment dans une classe). Dans les trois manuels étudiés, aucune collection matérielle n'est utilisée pour l'apprentissage de la numération des nombres à quatre chiffres. Il n'en est pas fait référence non plus dans les programmes. Nous terminerons par cette citation d'A. Mercier (1997) qui montre pourtant toute l'importance de l'appui sur les activités de groupements et d'échanges réalisées avec des collections : « *Grâce au système de numération en base, toutes les pratiques par déplacements d'objets matériels (bûchettes, cailloux, boules, jetons, etc.) sont remplacées par un travail ostensif qui peut légitimement se substituer aux pratiques matérielles (bûchettes, cailloux, boules, jetons, etc.) parce qu'il en rend compte complètement. Cela nous amène à dire que l'activité mathématique humaine consiste en une manipulation d'écritures qui rend compte des pratiques matérielles auxquelles elle se substitue* ».

VII - BIBLIOGRAPHIE (TITRE 1)

BEDNARZ N., JANVIER B. (1984). La numération : les difficultés suscitées par son apprentissage, *Grand N* **n°33,** éditions IREM de Grenoble, pp.5-31

BOSCH, M., GASCON, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In Mercier, A., Margolinas, C. (eds.), Balises pour la didactique des mathématiques. La Pensée Sauvage, Grenoble, pp.107-122.

CHAMBRIS C. (2008). Relations entre les grandeurs et les nombres dans les mathématiques de l'école primaire. Évolution de l'enseignement au cours du 20e siècle. Connaissances des élèves actuels. Thèse de l'université de Paris 7.

CHEVALLARD Y. (1991) La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné, éditions La pensée sauvage.

CHEVALLARD Y. (1999) L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique », *Recherches en didactique des mathématiques,* **vol. 19/2**, éditions La pensée sauvage, pp.221-266.

MA L. (1999) Knowing and Teaching Elementary Mathematics, éditions Lawrence Erlbaum Associates.

MERCIER A. (1997), La relation didactique et ses effets. In : Blanchard-Laville C. (sous la direction de) Variations sur une leçon de mathématiques, éditons L'harmattan, pp.259-312

TEMPIER F. (2009). L'enseignement de la numération décimale de position au CE2 : étude des relations entre contraintes et libertés institutionnelles et pratiques des enseignants, *Cahier Didirem,* **n°60**, IREM Paris 7.

Manuels scolaires :

BRISSIAUD R. J'apprends les maths CE2, livre de l'élève, Retz, 2003

BRISSIAUD R. J'apprends les maths CE2, livre du maître, Retz, 2004

CHARNAY R. Cap Maths CE2, manuel de l'élève, Hatier, 2007

CHARNAY R. Cap Maths CE2, guide de l'enseignant, Hatier, 2007

DEMAGNY C., DEMAGNY JP., DIAS T., DUPLAY JP., La tribu des maths CE2, livre de l'élève, Magnard, 2008

DEMAGNY C., DEMAGNY JP., DIAS T., DUPLAY JP., La tribu des maths CE2, Guide du maître, Magnard, 2008

Textes des programmes, documents d'applications et évaluations nationales :

Programmes de 2002 : BO Hors série n°1 du 14 février 2002

Documents d'application des programmes 2002 : Mathématiques, cycle des approfondissements (cycle 3), Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Direction de l'enseignement scolaire, CNDP, 2002.

Programmes de 2007 : BO Hors série n° 5 du 12 avril 2007

Programmes de 2008 : BO Hors série n°3 du 19 juin 2008

Evaluations nationales CE2 et sixième de 2005, Ministère de l'Éducation nationale de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, Direction de l'évaluation et de la prospective, sous direction de l'évaluation.

Evaluation nationale des acquis des élèves de CM2, 2009, Ministère de l'Éducation nationale, Direction générale de l'enseignement scolaire.

VIII - ANNEXE 1 (LA TRIBU DES MATHS CE2, MAGNARD, P.34)

9 Les nombres jusqu'à 9 999 (1)

Je fais la différence entre un « chiffre » et un « nombre »

Avant de commencer

Combien faut-il de zéros pour écrire tous les nombres de 900 à 999 ?

*Un **apiculteur** élève des abeilles.*

Recherche

Les abeilles mathématiciennes

A Une ruche est généralement composée de cadres. Dans ces cadres, les abeilles ouvrières construisent des alvéoles en cire pour stocker le miel et le pollen, ou les œufs et les larves.

Chaque ruche de l'apiculteur M. Bourdon contient 10 cadres.
Chaque cadre contient 1 000 alvéoles.
Un cadre est plein quand toutes ses alvéoles contiennent au moins un œuf.

Cadre d'une ruche.

Alvéoles.

Combien y a-t-il de cadres pleins si 7 326 alvéoles sont remplies d'œufs ?

*Un **cadre**, c'est 1 millier d'alvéoles (1 000 alvéoles).*

B Dans une ruche de M. Bourdon, cinq cadres sont pleins et un sixième cadre ne contient que quelques alvéoles remplies.

Quel peut être le nombre d'alvéoles remplies dans cette ruche ?

4 856 6 110 5 340 578

Pouvez-vous expliquer pourquoi ?

Entraînement

1 Écris le plus petit et le plus grand nombre possibles en utilisant tous les chiffres.

4 6 1 8

IX - ANNEXE 2 (LA TRIBU DES MATHS CE2, MAGNARD, P.35)

CALCUL MENTAL :
Dire le chiffre ou le nombre de dizaines, centaines, milliers...
dans un nombre

2 Écris six nombres avec ces mots :

cent(s) trois mille quatre

Tu ne dois pas dépasser 9 999 !

3 Complète les suites.

737	837	937	....	....	....	....	....	....	1 637

502	1 502	....	....	....	....	....	....	8 502

....	....	....	....	1 189	1 289	....	....	....	....

....	....	....	3 041	3 031	....	....	....	....

4 Recopie et complète ce tableau.

Nombre	Chiffre des milliers	Nombre de milliers	Chiffre des centaines	Nombre de centaines	Chiffre des dizaines	Nombre de dizaines
5 423	*5*	*5*	*4*	*54*	*2*	*542*
8 764	....	....	....	....	....	....
9 070	....	....	....	....	....	....
7 301	....	....	....	....	....	....
6 845	....	....	....	....	....	....

5 Décompose comme dans l'exemple.

2 364 = 2 milliers + 3 centaines + 6 dizaines + 4 unités

3 521 9 578 8 060

6 Décompose comme dans l'exemple.

3 541 = 3 000 + 500 + 40 + 1 = (3 × 1000) + (5 × 100) + (4 × 10) + 1

2 387 9 063 4 530

Labo Maths

L'équipe des chercheurs du Labo Maths a reçu un défi d'une classe de CE2 :
« Au jeu du mikoda, un bâton vert donne 1 point, un rouge 10 points, un bleu 100 points et un jaune 1 000 points.
Le nombre de bâtons de chaque couleur est illimité.
Notre classe a trouvé cinq possibilités pour faire 9 504 points.
Serez-vous capables de faire mieux ? »

Relevez ce défi avec l'équipe !

X - ANNEXE 3 (LA TRIBU DES MATHS CE2, MAGNARD)

Bilan de période 2

1 Décompose les nombres.

245 = 2 centaines, 4 dizaines, 5 unités

a) 687 = ...

b) 1 099 = ...

c) 808 = ...

d) 1 104 = ...

e) 1 237 = ...

2 Recompose les nombres.

2 centaines, 4 dizaines, 5 unités = 245

a) 9 centaines, 9 dizaines, 9 unités = ...

b) 1 millier, 5 centaines, 3 unités = ...

c) 1 millier, 2 centaines, 7 unités = ...

d) 1 millier, 7 dizaines, 5 unités = ...

e) 7 centaines, 8 dizaines = ...

Bilan de période 3

4 Écris en chiffres.

a) huit mille neuf cent quatre

b) mille cent quatre-vingt-dix-neuf

c) sept mille soixante et onze

5 Écris en lettres.

a) 2 159

b) 5 468

c) 8 905

6 Range les nombres dans l'ordre croissant.

7 814 5 032 9 100 8 936 9 836 9 099 7 777 3 505 7 757 9 101

XI - ANNEXE 4 (CAP MATHS CE2, HATIER, UNITE 7, SEANCE 1)

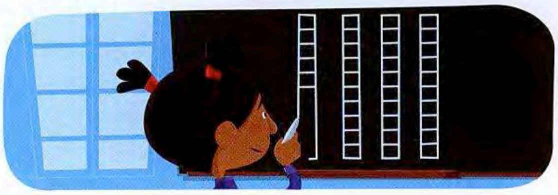
Chercher Mille

1 Écris mille en chiffres.

2 Écris en chiffres et en lettres le nombre qui vient juste avant mille.

3 Écris en chiffres et en lettres le nombre qui vient juste après mille.

4 Maïa dessine des colonnes de dix carrés.
Combien doit-elle dessiner de colonnes pour obtenir mille carrés ?



5 Sur une grande feuille, trace avec un camarade une ligne brisée de mille millimètres.

Exercices

6 Dans une école, lorsque tous les enfants lèvent tous leurs doigts, cela fait mille doigts levés.
Combien y a-t-il d'enfants dans l'école ?

7 Un siècle, c'est 100 ans.
Combien faut-il de siècles pour faire un millénaire ?

8 Dans mille :
a. combien de fois y a-t-il 200 ?
b. combien de fois y a-t-il 50 ?
c. combien de fois y a-t-il 25 ?

9 Dans une boîte, on range deux chaussures. Combien faut-il de boîtes pour emballer mille chaussures ?

10 Trouve les calculs qui ont pour résultat le nombre mille.
Avec les lettres de ces cases, écris un mot que tu connais.

A 50 x 4	C 100 x 6	M 500 x 2	L 4 x 250
T 250 x 2	E 100 x 10	V 300 x 3	I 5 x 200
B 25 x 20	E 200 x 4	N 10 x 10	P 100 x 0
O 20 x 30	F 25 x 4	L 25 x 40	R 40 x 20

XII - ANNEXE 5 (CAP MATHS CE2, HATIER, UNITE 7, SEANCE 2 ET 3)

Chercher Au-delà de 1 000

1 Fais une première partie du jeu avec 2 ou 3 de tes camarades.
Vous pourrez ensuite faire d'autres parties.

Le plus grand total

3 ou 4 joueurs

Matériel

- 1 paquet de 15 cartes de 1 point
- 1 paquet de 15 cartes de 10 points
- 1 paquet de 15 cartes de 100 points
- 1 paquet de 15 cartes de 1 000 points
- 1 paquet de 15 cartes de 10 000 points
- un dé
- une feuille de jeu par joueur

Jouer

Une partie se joue en 4 tours.
À tour de rôle, les joueurs lancent le dé et prennent dans un paquet autant de cartes qu'il y a de points sur le dé.
Attention, il faut prendre les cartes dans le même paquet.
Le joueur conserve les cartes et complète sa feuille de jeu.

Le gagnant est celui qui a le plus grand total de points.

Exercices

DICO-MATHS p. 4
Décomposer un nombre

2 Voici les feuilles de jeu de Tim et Maïa.
Combien chacun a-t-il marqué de points ? Qui a gagné la partie ?

Tim	dé	carte
1er tour	2	1 000
2e tour	4	10
3e tour	1	10 000
4e tour	6	1

Maïa	dé	carte
1er tour	3	100
2e tour	6	1 000
3e tour	5	1
4e tour	6	10

3 Anaïs a marqué 54 023 points.
Combien de cartes de chaque sorte a-t-elle gagnées ?

4 Léo a déjà 40 047 points.
Quelles cartes doit-il gagner pour avoir 43 047 points ?

Chercher Au-delà de 1 000

1 trois | quatre | vingt(s) | trente | quarante | cent(s) | mille | -

Avec ces mots, réalise chacun de ces nombres.
Écris-les en chiffres et en lettres :

a. 423
b. 3 080
c. 34 100
d. 1 334
e. 324 000
f. quatre dizaines de mille et trois centaines
g. trois dizaines de mille, quatre mille et deux dizaines
h. (4 x 1 000) + (3 x 100) + (2 x 10)
i. (3 x 100 000) + (2 x 10 000) + 4
j. (8 x 10 000) + (3 x 100) + (3 x 10)

2 Écris les 20 nombres qui suivent ceux-ci :

2 095 | 2 096 | 2 097 | ...

3 Écris les 20 nombres qui sont avant ceux-ci :

... | 6 905 | 6 906 | 6 907

Exercices

DICO-MATHS p. 2
Lire et écrire les nombres

4 Écris en chiffres :
a. mille deux cent trente-cinq
b. six mille
c. mille six cents
d. cinq mille soixante-dix
e. soixante-dix mille
f. cent mille sept cents

5 Écris en lettres :
a. 13 000
b. 6 060
c. 1 435
d. 20 002

6 Avec 0 7 5 4 9 écris :
a. le plus petit nombre possible
b. le plus grand nombre possible

XIII - ANNEXE 6 (CAP MATHS CE2, HATIER, UNITE 12, SEANCE 4)

Chercher Problèmes

Pour préparer la fête de l'école, la classe a reçu de longues bandes de tissu. Plume découpe des rubans de 2 cm de long, Maïa des rubans de 10 cm de long et Tim des rubans de 100 cm de long.

1. Anaïs donne :
   – une bande de 26 cm de long à Plume ;
   – une bande de 70 cm de long à Maïa ;
   – une bande de 200 cm de long à Tim.
   Combien chacun pourra-t-il découper de rubans dans sa bande ?

2. Anaïs donne ensuite à chacun une bande de 640 cm.
   Combien chacun pourra-t-il découper de rubans dans sa bande ?

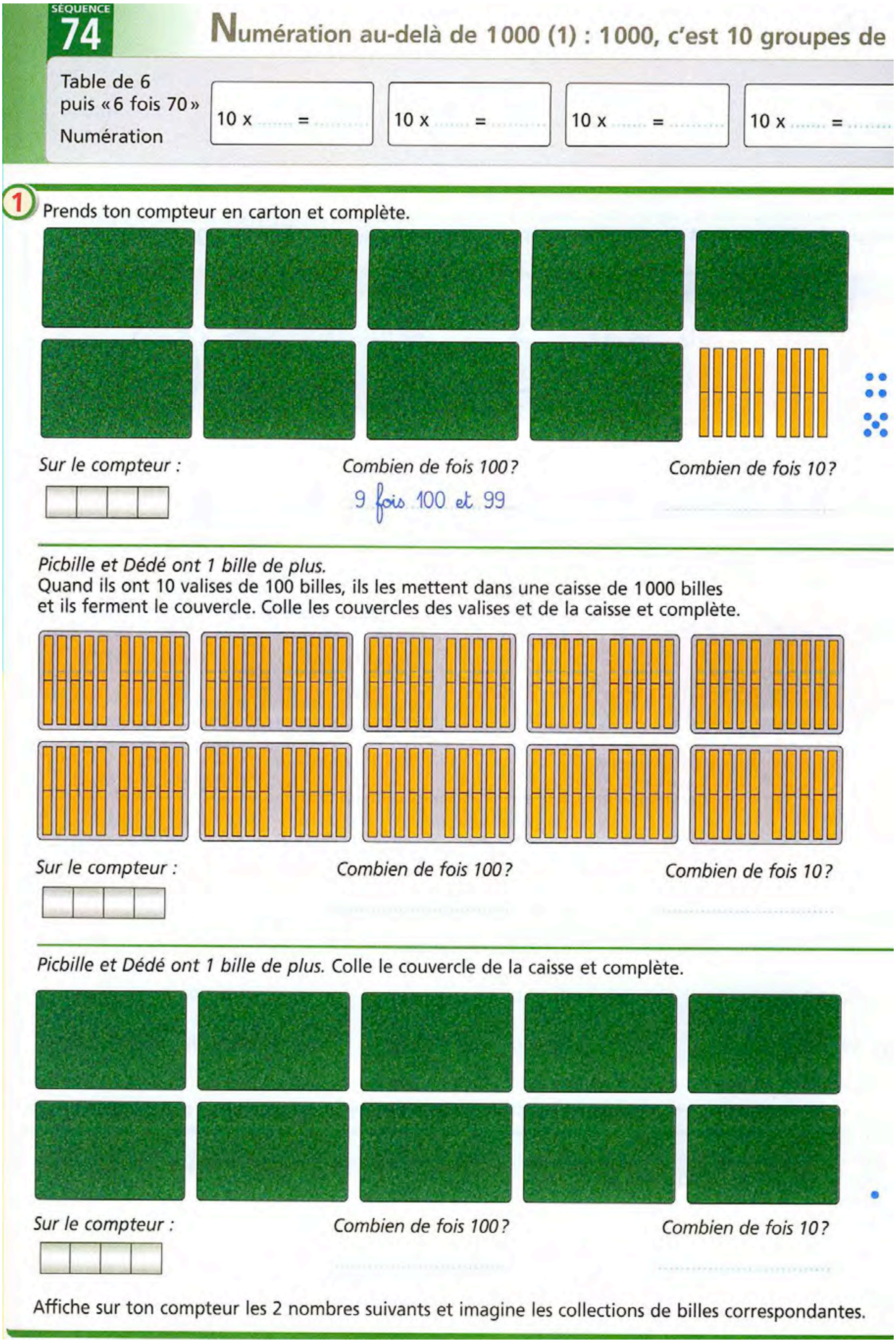
3. Si Anaïs donnait à chacun une très longue bande de 2 416 cm, combien chacun pourrait-il découper de rubans ?

Exercices

4. Maïa a une bande de 250 cm.
   Elle veut découper le plus possible de rubans de 10 cm de long.
   Combien peut-elle en découper ?

5. Dans une bande de 507 cm de long, combien peux-tu découper de rubans de 10 cm de long ?

XIV - ANNEXE 7 (J'APPRENDS LES MATHS, CE2, RETZ, SEQUENCE 74)



SÉQUENCE 74

Numération au-delà de 1000 (1) : 1000, c'est 10 groupes de

Table de 6
puis « 6 fois 70 »
Numération

10 x .... = ...	10 x .... = ...	10 x .... = ...	10 x .... = ...

1 Prends ton compteur en carton et complète.

Sur le compteur : *Combien de fois 100 ?* 9 fois 100 et 99 *Combien de fois 10 ?*

Picbille et Dédé ont 1 bille de plus.
Quand ils ont 10 valises de 100 billes, ils les mettent dans une caisse de 1 000 billes et ils ferment le couvercle. Colle les couvercles des valises et de la caisse et complète.

Sur le compteur : *Combien de fois 100 ?* *Combien de fois 10 ?*

Picbille et Dédé ont 1 bille de plus. Colle le couvercle de la caisse et complète.

Sur le compteur : *Combien de fois 100 ?* *Combien de fois 10 ?*

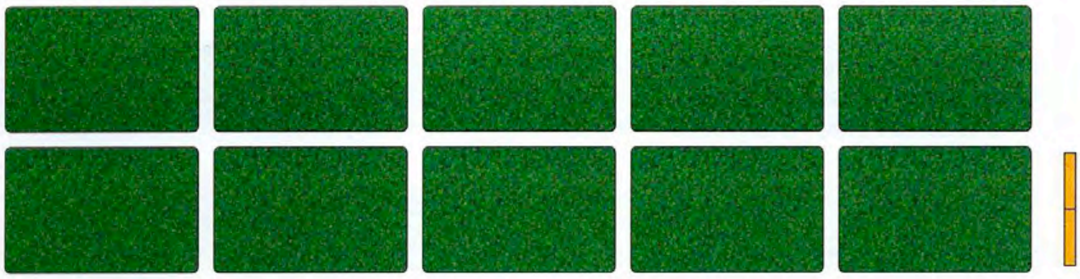
Affiche sur ton compteur les 2 nombres suivants et imagine les collections de billes correspondantes.

...u 100 groupes de 10; 1100, c'est 11 groupes de 100 ou...

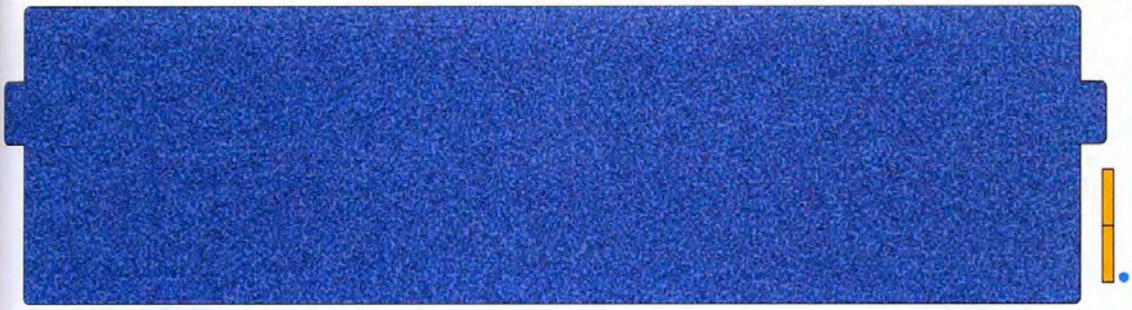
2 Imagine : *Picbille et Dédé ont maintenant 1004 billes et ils ajoutent des billes une à une...*
Écris la suite de nombres sur le compteur et décris les collections de billes.

1 0 0 4

Picbille et Dédé ont 1 bille de plus... Colle le couvercle de la caisse et complète.



Sur le compteur : *Combien de fois 100 ?* *Combien de fois 10 ?*



Sur le compteur : *Combien de fois 100 ?* *Combien de fois 10 ?*

3 *Imagine que Picbille et Dédé ont déjà 1097 billes... et qu'ils ajoutent des billes une à une.*
Pour chaque nombre, écris-le sur le compteur, décris la collection de billes
et dis combien il y a de centaines et combien de dizaines.

1 0 9 7

Fais de même en imaginant que Picbille et Dédé ont déjà 1196 billes...

1 1 9 6

Fais de même en imaginant que Picbille et Dédé ont déjà 1998 billes...

1 9 9 8

J'ai appris : Quand Picbille a 1285 billes, il ne voit plus les **12 centaines**, mais, avec les chiffres, on continue à les voir : $\underbrace{12}_{\text{centaines}}85$

Il ne voit plus les **128 dizaines**, mais... : $\underbrace{128}_{\text{dizaines}}5$

1000, c'est **10 groupes de 100**, c'est aussi **100 groupes de 10**.

ÉVALUATION EN FORMATION DE PROFESSEURS SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA MODELISATION

Richard CABASSUT
PIUFM, Université de Strasbourg, Laboratoire de Didactique André Revuz
richard.cabassut@unistra.fr

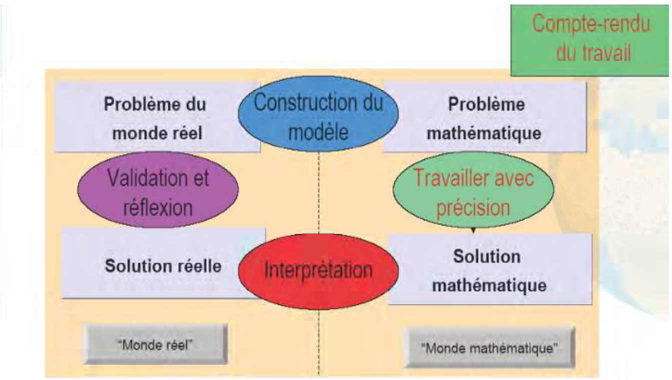
Jean-Paul VILLETTE
Maitre de conférences, Université de Strasbourg

De 2006 à 2009, une formation pour professeurs d'école a été expérimentée dans différents pays européens pour produire un cours de formation à l'enseignement de la modélisation. Différentes évaluations sont apparues dans ce projet : l'évaluation comme objet de formation des enseignants à travers un module de formation à l'évaluation, sur l'évaluation formative, l'évaluation sommative et la rétroaction ; l'évaluation des élèves à partir d'extraits de vidéos-clip de situations mises en œuvre en classe et à partir de productions écrites des élèves ; une évaluation de la formation avec le journal de l'enseignant formé, les questionnaires (avant et après formation), et des entretiens avec des enseignants formés. La communication vise à présenter ces différentes évaluations. Après avoir rappelé le contexte de cette formation, on décrira d'abord l'évaluation comme objet de formation, tout en incluant dans cette formation des exemples d'évaluation d'élèves. Ensuite on présentera les différentes modalités d'évaluation de la formation et quelques premiers résultats.

I - LE CONTEXTE : LE PROJET LEMA[1]

La formation à l'évaluation s'inscrit dans le cadre du projet européen Lema (Adjiage, Cabassut 2007) pour lequel nous rappellerons le cadre théorique adopté et le contexte.

Le cadre théorique adopté[2] est celui de PISA et définit la modélisation par le cycle de modélisation suivant :



[1] Le projet LEMA (Learning and education in and through modelling) a été cofinancé par l'Union Européenne comme action Comenius 2-1. Des informations se trouvent sur le site www.lema-project.org. Les situations présentées ici sont directement issues de la documentation proposée en ligne. Le projet a duré d'octobre 2006 à septembre 2009. Les représentants des partenaires du projet sont : Katja Maaß & Barbara Schmidt, University of Education Freiburg, Richard Cabassut, IUFM, Université de Strasbourg, Fco. Javier Garcia & Luisa Ruiz, University of Jaen, Nicholas Mousoulides, University of Cyprus, Anke Wagner, University of Education, Ludwigsburg, Geoff Wake, University of Manchester, Ödön Vancso & Gabriella Ambrus, Eötvös Lorand University, Budapest.

[2] On trouvera une description plus détaillée et discutée dans (Cabassut 2008 b)

Le projet propose un cours de formation[3] de cinq modules répartis sur une période de cinq jours de formation. Le module d'évaluation comprend trois sous-modules, évaluation formative, évaluation sommative et rétroaction, qui peuvent être répartis séparément, en des sessions d'environ deux de formation chacune. Nous allons décrire chacun de ces sous-modules.

II - L'ÉVALUATION FORMATIVE

Les objectifs sont de réfléchir à la façon d'identifier, d'évaluer et d'aider les progrès des élèves en modélisation mathématique. Des questions concernant aussi bien l'évaluation formative que sommative sont soulevées. Les idées force de l'évaluation formative sur lesquelles le module a été conçu sont introduites. Les résultats attendus en fin de module sont de développer des idées sur la façon d'aider les élèves à progresser dans l'apprentissage mathématique, de réfléchir sur la façon d'évaluer formellement la modélisation des élèves en mathématique.

Une première idée est de présenter quelques issues de la recherche sur l'évaluation formative en classe, définie comme l'évaluation qui informe l'enseignant sur les progrès réalisés par les élèves pendant leur travail et utilisés pour aider les élèves à progresser. On s'appuie ici sur le travail de (Black & al. 2002) qui analyse les résultats de plusieurs articles sur l'évaluation parus sur une période de dix ans. On peut, bien entendu, y substituer d'autres recherches. L'objectif principal de leur travail est d'utiliser l'évaluation pour améliorer l'apprentissage des élèves, les pratiques qu'ils ont examinées sont désormais connues sous le nom d'évaluation *pour* l'apprentissage. L'idée essentielle de l'évaluation pour l'apprentissage est que les apprenants comprennent bien ce qu'on leur demande d'apprendre, qu'ils sachent comment évaluer leur propre travail et qu'ils puissent utiliser leur auto-évaluation pour avancer dans leur apprentissage. C'est le but que nous avons dans le contexte de la modélisation mathématique. Il s'agit de partager les objectifs avec différentes pratiques pédagogiques : le questionnement, la rétroaction, l'évaluation par les pairs et l'auto-évaluation, l'utilisation formative de l'évaluation sommative. Présentons des activités de formation correspondantes.

La tâche du géant

La tâche suivante a été proposée à une classe de CM1 française.

Quelle est la taille approchée de la silhouette, dont on peut voir seulement un pied ?

Cette photo[4] a été prise dans un parc de loisirs.

Pour commencer, on peut demander aux participants de réfléchir à la tâche du géant avant de regarder un vidéo-clip[5] d'élèves et de leur enseignant traitant de la tâche.

Ces réflexions peuvent porter sur les caractéristiques de la tâche (authenticité, validation expérimentale impossible ...). On peut demander aux enseignants visionnant le clip d'observer si l'enseignant donne du

3 On trouvera une description détaillée de ce cours dans (Cabassut 2008a). Cette description est une proposition et chaque formateur peut organiser et modifier le cours comme il l'entend.

4 Photo publiée avec Copyright Richard Phillips 2001/2009 www.problempictures.co.uk

5 Le vidéo-clip peut être visionné sur lema-project.org dans la partie « ressources/vidéos »

temps aux élèves pour réfléchir sur le problème avant de commencer à le traiter. C'est souvent important pour les tâches de modélisation : le temps passé à réfléchir peut économiser le temps perdu à des activités ou des idées qui ne mènent à rien. On peut également réfléchir sur les objectifs à partager avec les élèves pour faciliter l'apprentissage. Ces objectifs pourraient être axés sur des aspects particuliers du cycle de modélisation ou une métaconnaissance sur la modélisation, sur des connaissances, compétences ou compréhensions liées au contenu mathématique, sur des façons de travailler – par exemple en groupes avec une évaluation par les pairs. En visionnant le vidéo-clip les enseignants peuvent essayer d'identifier un objectif dans une des catégories précédentes, par exemple : pouvoir trouver des informations utiles lors de la création d'un modèle, apprendre la proportionnalité, ou les changements d'échelle, travailler efficacement comme membre d'un groupe.

1 La rétroaction

Des études ont montré que lorsque les élèves reçoivent les corrigés, ils ne prêtent pas beaucoup d'attention aux observations. La rétroaction doit confirmer aux élèves qu'ils sont sur la bonne voie et des suggestions d'amélioration doivent servir "d'appui" pour les encourager à aller de l'avant.

Une rétroaction orale est plus efficace qu'une rétroaction écrite. On distribue aux enseignants les trois productions suivantes proposées par des élèves pour résoudre la tâche du géant. Les enseignants travaillent en groupes pour discuter des rétroactions qu'ils proposeraient. On peut demander à chaque enseignant d'écrire une note sur une rétroaction qu'il proposerait, puis soumettre sa note à un groupe d'enseignants qui la discutera.

Quelles rétroactions sur les propositions suivantes ?

Groupe 1 :

Dans une première solution, un groupe d'élèves a proposé les hypothèses et la solution suivantes.

Sur la photo, le pied du géant mesure 9cm et le pied de l'homme 1cm. Donc, sur la photo, le pied du géant est 9 fois plus grand que le pied d'un homme.

Le pied d'un homme est environ 30 cm dans la réalité, donc, dans la réalité, le pied du géant est 9 fois plus grand que celui d'un homme soit 270 cm.

Or, sur la photo, l'homme a un pied de 1 cm et sa taille fait 7cm donc il est 7 fois plus grand que son pied.

Le géant a les mêmes proportions pied / hauteur donc sa hauteur est : 7 x 270 cm = 1 890 cm.

Groupe 2 :

Dans une seconde solution proposée par un autre groupe d'élèves, *sur la photo, le pied d'un homme mesure 1 cm et le pied du géant mesure 9 cm donc le pied du géant est 9 fois plus grand que le pied de l'homme.*

On suppose que c'est la même proportion pour la hauteur.

Comme un homme mesure environ 180 cm le géant mesurera 9 fois plus soit 9x180cm = 1 620 cm

Groupe 3 :

Sur la photo, on mesure 1 cm pour le pied du bonhomme et l'homme mesure 7 fois son pied.

Dans la réalité, un pied mesure environ 30cm et une personne environ 180 cm donc dans la réalité un *homme est 6 fois plus grand que son pied.*

Comment continuer ?

On remarquera que les groupes 1 et 2 débouchent sur des solutions correctes différentes car les hypothèses de départ sont différentes.

Le groupe 3 est bloqué car il a fait des hypothèses qui ne permettent pas d'utiliser le modèle de la proportionnalité. Ses hypothèses ne sont pas incorrectes pour autant : elles sont incompatibles avec ce modèle.

En classe, les rétroactions sur ces solutions d'élèves permettent de travailler la différence entre données (imposées par l'énoncé) et hypothèses (choisies par celui qui recherche une solution). Elles montrent aussi la possible variété des modèles et des solutions et permettent une réflexion sur la validité des solutions.

2 Questionnement

Les enseignants vont maintenant réfléchir à des idées-forces sur le questionnement, particulièrement important pour mettre en valeur les stratégies de résolutions de problèmes en ne se concentrant pas uniquement sur le contenu mathématique. Les participants peuvent d'abord réfléchir à la façon dont l'enseignant du vidéo-clip a débuté la leçon en permettant à ses élèves de réfléchir à leur propre problème. On peut se concentrer sur des questions réellement utiles et éviter les questions qui n'exigent qu'un rappel de connaissance. On peut par exemple utiliser un langage qui entrouvre des possibilités : Pourquoi pensez-vous que... ? Pouvez-vous expliquer…..? Pensez-vous qu'il y ait d'autres approches ?...

Le temps d'attente – le temps entre le moment où l'enseignant pose une question et le moment où il rompt le silence si l'élève ne répond pas immédiatement – est en moyenne inférieur à une seconde. Dans (Black & al 2002) des enseignants témoignent : « le temps de pause qui suit une question est parfois insupportable ». Lorsqu'on travaille avec la classe entière (et parfois avec des petits groupes d'élèves), il est difficile de laisser de longs moments de réflexion aux élèves. Lorsqu'on travaille avec des petits groupes, une stratégie consiste à poser la question puis à s'éloigner pour aller s'occuper d'un autre groupe. Un autre témoignage d'enseignant (Ibidem) confirme l'importance du questionnement : « Ce n'est que lorsque vous avez analysé votre façon de questionner que vous réalisez combien elle est limitée. …Lorsqu'on parle à des élèves, particulièrement ceux qui éprouvent des difficultés, il est important de leur poser des questions qui les font réfléchir au thème abordé et leur permettront de passer à l'étape suivante du processus d'apprentissage. » On peut suggérer des questions encourageant la réflexion de l'élève et facilitant la discussion :

« Que pensez-vous de l'approche de Julie ? » « Quelles sont les autres hypothèses que vous devez faire ? » « Êtes-vous d'accord avec cela ? » « Pourquoi ? » ou « Pourquoi pas ? » « Thomas a dit … et Roxane a pensé … Comment peut-on joindre ces idées ? »

Une des stratégies permettant de s'assurer que le questionnement donne du temps aux élèves pour contribuer de façon significative, est d'utiliser l'approche « réfléchir-partager-discuter ». Elle permet à chaque élève d'avoir du temps pour réfléchir à sa propre réponse avant d'en discuter avec un camarade et finalement avec le groupe. On peut demander aux participants s'ils voient d'autres stratégies qu'ils pourraient utiliser pour s'assurer de donner du temps aux élèves afin de réfléchir aux questions qu'ils posent dans leurs classes. On peut à cette occasion visionner les parties du vidéo-clip montrant les élèves en train de travailler et présenter leur travail.

3 Évaluation par les pairs et auto-évaluation

L'évaluation par les pairs peut être une condition préalable à l'auto-évaluation et peut nécessiter une collaboration et une assistance. Pour aider les élèves à développer leurs aptitudes d'auto-évaluation, il est souvent utile qu'ils travaillent d'abord avec leurs camarades pour évaluer leurs travaux respectifs. Ceci leur permet de développer des aptitudes de réflexion critique sur le travail des autres élèves en leur donnant les possibilités de voir différentes réponses. Par ailleurs, les pairs font souvent très attention à ne pas donner des rétroactions critiques les uns aux autres lorsque l'enseignant leur demande. Ils sont aussi souvent très sensibles aux rétroactions critiques des autres – et peut-être davantage qu'à celles de leur enseignant !

Les critères d'évaluation des résultats de l'apprentissage doivent être transparents pour les élèves.

Les élèves ont besoin d'avoir des modèles de travail qui répondent aux critères - par exemple des travaux d'élèves (anciens ou actuels). Pour promouvoir l'évaluation par les pairs (puis l'auto-évaluation), une des stratégies à utiliser par les enseignants consiste à demander à des groupes de choisir dans le travail d'un autre groupe, l'aspect qui leur paraît le plus intéressant, d'identifier un aspect qui peut être amélioré et de suggérer comment le faire. Les participants peuvent essayer de le faire en utilisant le travail des élèves qu'ils ont déjà vu. On peut demander aux participants de suggérer d'autres stratégies et les discuter.

Le thème final de l'Évaluation pour l'apprentissage est de réfléchir à la manière d'utiliser l'évaluation sommative de façon formative. Ce thème sera travaillé dans le module sur l'évaluation sommative.

Pour terminer ce sous-module sur l'évaluation formative, une discussion plénière permet de revenir sur les objectifs et les résultats de ce sous-module pour vérifier s'ils ont été atteints.

On invite également les participants à utiliser leur journal d'enseignant pour réfléchir à cette session et pour étudier comment son enseignement reflète déjà les pratiques de l'Évaluation pour l'apprentissage et comment celles-ci sont liées en particulier aux leçons de modélisation mathématique. On notera que cette pratique d'analyse de ses pratiques professionnelles d'enseignement ou de formation par une autoréflexion à l'aide d'un journal de l'enseignant a reçu peu d'écho en France, alors qu'elle est culturellement mieux acceptée dans d'autres pays comme l'Angleterre.

Lorsque la formation à l'évaluation permet un retour en classe entre différentes sessions de formation, on invite les participants à traiter avec leurs élèves des tâches[6] de modélisation pour rassembler des travaux écrits d'élèves qui pourront être utilisés comme objets d'études dans le module sur l'évaluation sommative.

III - L'ÉVALUATION SOMMATIVE

Ce module se concentre sur la question importante de savoir comment les enseignants et les apprenants peuvent évaluer leur travail. Les enseignants sont invités à réfléchir sur la façon dont ils pourraient le faire en se référant avec précaution au cycle de modélisation.

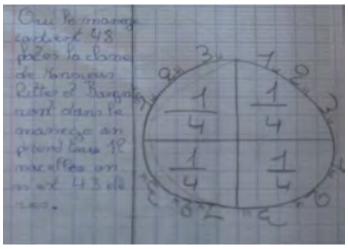
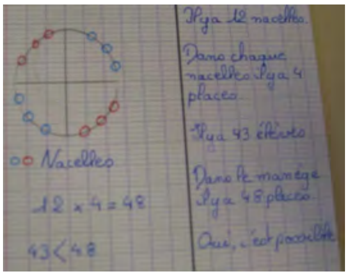
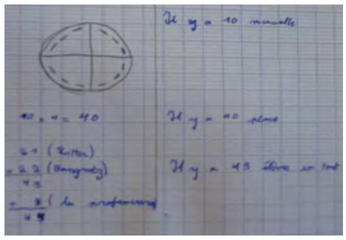
Les objectifs sont de réfléchir comment les apprenants développent leurs compétences en modélisation, évaluer la modélisation des apprenants. Les résultats attendus en fin de module sont la production d'un ensemble de critères qui permettront de juger les solutions des apprenants aux tâches de modélisation.

Il existe deux possibilités : les participants ont eu l'occasion de travailler avec des élèves sur une tâche de modélisation depuis le dernier sous-module et ont rapporté des productions écrites d'élèves, ou bien ils n'en ont pas eu la possibilité et dans ce dernier cas il faudra fournir quelques travaux d'élèves. Voici par exemple une ressource possible.

Exemple de tâche : promenade en ballon. Les deux classes de CM2 iront visiter Europapark mercredi à 14h. Tous les élèves voudraient monter en même temps dans le manège "Le vol d'Icare". Est-ce possible ? Photo capturée sur le site http://www.eprust.com	

[6] Il est possible de télécharger un livret de tâches sur lema-project.org dans la rubrique ressources/professeurs.

Voici des productions d'élèves.

Une activité de formation peut être déroulée avec les étapes suivantes.

Individuellement chaque enseignant examine les solutions des élèves en repérant les critères d'une bonne solution et d'une solution pas très bonne. Ensuite par paires, il faut ranger les solutions par ordre en commençant par les moins bonnes. Enfin en groupes, il faut établir une liste des différents aspects du travail des élèves considérés importants pour son évaluation.

Le tableau suivant illustre quelques réponses d'enseignants : les enseignants ont traité la tâche ci-dessus et deux groupes ont établi les listes de ce qu'ils considèrent important dans le travail de leurs élèves. On peut le cas échéant les utiliser pour motiver ou donner quelques idées aux participants.

Notez que les suggestions de l'équipe A sont beaucoup plus centrées sur les méthodes “traditionnelles” de travail en mathématiques alors que l'équipe B se concentre plus précisément sur le cycle de modélisation. Par conséquent, les suggestions de l'équipe B peuvent constituer un meilleur point de départ pour le développement de critères d'évaluation de la modélisation.

Equipe A	Equipe B
Instruction pour l'évaluation des tâches sous limite de durée : - ont-ils compris le problème ? - ont-ils expliqué ce qu'ils ont fait ? - ont-ils une méthode valide, appropriée aux maths ? - ont-ils précisé les hypothèses faites ? - ont-ils suivi correctement la méthode ? - ont-ils regardé de différents points de vue du problème ? - ont-ils donné une conclusion et sélectionné leurs réponses ? - ont-ils essayé d'étendre le problème ?	Critères d'évaluation : Montrer du travail. Montrer une progression logique/raisons d'un calcul. Ne pas mélanger les unités. Mettre des unités aux réponses. Essayer toutes les options ou montrer de la logique en essayant d'éviter toutes les options. Établir les conjectures/hypothèses faîtes. Écrire sa conclusion. Répondre à ma question.

Une autre activité de formation consiste à identifier parmi les critères ceux qui sont spécifiques à une tâche de modélisation et ceux qui sont transférables à n'importe quelle tâche. On peut engager une brève discussion sur la façon dont les critères généraux d'évaluation de la modélisation doivent pouvoir permettre des critères spécifiques pour certaines tâches et/ou ne pas s'appliquer à toutes les tâches. Par exemple, les élèves peuvent utiliser les TIC dans certaines tâches et pas dans d'autres : comment devons-nous en tenir compte en établissant des critères d'évaluation ?

Les participants ont peut-être déjà fait référence au cycle de modélisation en organisant leurs critères d'évaluation. Si ce n'est pas le cas, on peut suggérer de commencer à y réfléchir.

Une activité de formation consiste à développer, en groupes, des descripteurs qualité suivant les cinq sous-compétences de modélisation du cycle de modélisation : construire un modèle, travailler avec précision, interpréter, valider et réfléchir, rendre compte. Chaque sous-compétence est imaginée avec quatre niveaux de perfectionnement. Parmi les critères, on identifiera ceux qui sont liés spécifiquement à une tâche (s'ils existent) et ceux qui peuvent s'appliquer à n'importe quelle tâche. La grille d'évaluation suivante peut être utilisée partiellement pour faire comprendre la production attendue, et totalement pour la suite afin que chacun travaille sur la même grille d'évaluation.

Construction d'un modèle	Travailler avec précision	Interprétation	Validation et réflexion	Compte-rendu
Les élèves ont besoin d'aide pour simplifier la situation.	Les élèves ont besoin d'aide en mathématiques et ne travaillent pas toujours avec précision.	Les élèves éprouvent des difficultés et ont besoin de beaucoup d'aide pour interpréter la situation.	Les élèves ne réfléchissent pas à la validité de leur modèle.	Les élèves ne sont pas capables de rendre compte de leur travail de façon satisfaisante.
Les élèves peuvent trouver et utiliser les informations nécessaires pour simplifier certaines parties d'une situation complexe.	Les élèves peuvent identifier les principes mathématiques à utiliser et résoudre certaines parties du problème mais pas toujours avec précision.	L'aide apportée aux élèves (par exemple en posant les questions appropriées) leur permet d'interpréter la situation.	Les élèves sont conscients de la validité de certains aspects de leurs modèles mais pas de tous.	Avec de l'aide et des indications, les élèves sont capables d'établir un compte-rendu satisfaisant de leur travail.
Les élèves peuvent utiliser un ensemble d'informations pour simplifier une situation.	Les élèves sont capables de résoudre la tâche indépendamment en se servant correctement des mathématiques mais tous les résultats ne sont pas bons.	Les élèves peuvent interpréter la situation mais de façon superficielle.	Les élèves réfléchissent de façon critique sur de nombreux aspects de leur modèle en comprenant ses limitations.	Les élèves sont capables d'établir de façon indépendante un bon compte-rendu de leur travail.
Les élèves prennent les bonnes décisions qui leur permettent de simplifier une situation complexe.	Les élèves utilisent avec précision le langage et les symboles mathématiques.	Les élèves interprètent totalement la situation de façon approfondie.	Les élèves ont une bonne compréhension critique de la validité et des limitations de leur modèle.	Les élèves produisent un compte-rendu exhaustif de leur travail.

Une autre activité de formation consiste à utiliser une grille d'évaluation pour évaluer le travail d'un élève. On peut commencer par un travail par paire, chacun annotant un travail puis échangeant la copie annotée et finalement un accord est recherché pour une évaluation commune de la copie.

La tâche demande aux participants de travailler deux par deux pour voir si les critères d'évaluation qu'ils ont imaginés (ou ceux fournis) sont faciles ou difficiles à utiliser. Les participants doivent noter tous les aspects du cycle de modélisation et ne pas juste se concentrer sur des aspects des mathématiques liés précisément au travail. Ils doivent s'attendre à certaines différences d'opinions au départ. Il est important de noter et de rechercher ensemble des normes communes acceptées lorsque les enseignants commencent à évaluer un travail de ce type. Nous sommes habitués en mathématiques à des méthodes plus “fiables” de notation, purement basées sur le fait de savoir si les solutions des élèves sont correctes ou pas. Il faut encourager les participants à ne pas craindre d'adopter une notation qui soit plus subjective, ce qui est plus fréquemment le cas avec des enseignants du primaire.

En discussion plénière, on pourra y aborder les questions suivantes :

- Quelles questions sont apparues en évaluant le travail de modélisation des élèves ?
- Comment évaluerez-vous la modélisation des élèves dans votre classe ou école ?
- Comment donner une note ou une annotation ?
- Pouvons-nous utiliser nos grilles d'évaluation pour aider l'évaluation formative et sommative ?

La première question va probablement inviter les participants à réfléchir à leurs préoccupations concernant l'évaluation. Il est important d'encourager les participants à tenter de le faire avec leurs élèves : les élèves eux-mêmes ont l'habitude d'être notés d'une façon similaire dans d'autres matières. Peut-être que l'hésitation sera du côté de l'enseignant – pas de l'élève. La seconde question demande aux participants de réfléchir à tous les problèmes que ce type d'évaluation peut soulever pour eux dans le cadre de leur école. On peut s’appesantir sur l'avant-dernière question qui se rapporte à la manière dont nous pouvons donner des notes ou des classements. Une façon d'y parvenir est d'ajouter des notes se référant aux niveaux de compétence dans la grille d'évaluation. Plus la note est élevée, meilleur est le travail fourni. Cette utilisation des notes est souvent employée lorsque la modélisation est évaluée dans le cadre d'une évaluation externe de qualifications. La question finale nous amène à un des thèmes de l'Évaluation pour l'apprentissage – L'utilisation formative de l'évaluation sommative. Les participants pourront certainement apprécier qu'en raison de la façon dont ils ont été obtenus, les descripteurs qualité sont très utiles pour nous permettre d'aider les apprenants à améliorer leur modélisation. Voici quelques questions qu'on peut utiliser pour provoquer la discussion :

- les thèmes d'évaluation (sous-compétences) ont-ils tous une importance égale ?
- les critères d'évaluation peuvent-ils être utilisés pour évaluer un travail non écrit comme un compte-rendu de groupe réalisé au moyen d'un rétroprojecteur ?
- y a-t-il d'autres domaines à évaluer ?

Le module se termine par une discussion plénière examinant l'atteinte des objectifs, des résultats et le renseignement du journal de l'enseignant.

IV - EVALUATION PAR RETROACTION

Ce sous-module va permettre aux enseignants de réfléchir à deux questions importantes liées à leurs pratiques quotidiennes de l'évaluation en classe :

- Comment donner une rétroaction aux élèves lorsqu'on travaille sur des tâches de modélisation (ceci exige une réflexion approfondie car la modélisation est un processus beaucoup plus complexe que certaines des activités, sinon la plupart, qui se passent en classe de mathématique) ?
- Comment impliquer les élèves dans des pratiques d'auto-évaluation et d'évaluation par les pairs en modélisation ?

Ce sous-module peut comporter deux sessions, les enseignants travaillant avec leurs élèves entre les sessions.

La première session travaille sur des tâches de modélisation : la tâche de « la fête de l'école » et celle de « la course » qui seront décrites plus loin. Au cours de ce travail l'accent est mis sur la rétroaction. Des directives sommaires pour donner des rétroactions aux élèves sont produites. La seconde session vise à réfléchir sur le travail en classe et la rétroaction à donner d'une part, et à réfléchir à la manière d'impliquer les élèves dans l'évaluation de leur travail d'autre part. Les objectifs du module sont de réfléchir à la rétroaction à donner aux élèves en tant qu'enseignant, de manière formelle ou lorsqu'ils exécutent en groupes des tâches de modélisation (session 1) et de réfléchir à des stratégies qui encouragent l'apprentissage de l'auto-évaluation chez les élèves (session 2). Le résultat attendu est la production d'un ensemble de directives destinées aux enseignants leur indiquant comment donner une rétroaction aux élèves qui exécutent des tâches.

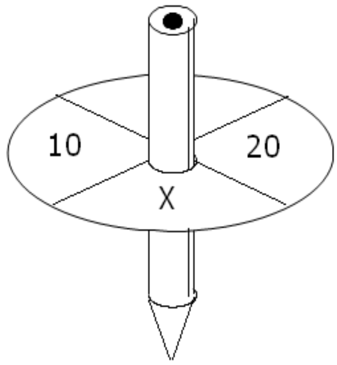
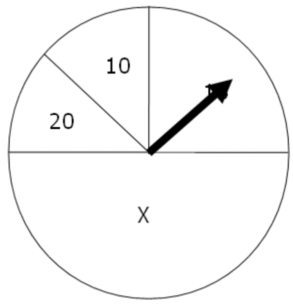
1 Rétroaction écrite

La première activité de formation rappelle que selon une étude effectuée par Butler en 1988, les élèves se concentrent uniquement sur leurs notes et ne lisent pas les observations de l'enseignant sur la façon d'améliorer leur travail. Ce sont naturellement ces observations qui donnent aux élèves les informations dont ils ont besoin pour améliorer leur modélisation mathématique. On propose aux enseignants, par paire, de reprendre le travail d'un élève qu'ils ont noté, et de réfléchir à la façon de donner une rétroaction écrite et à l'aide que peut apporter ici la grille d'évaluation. Pour cette tâche, les participants devraient apporter le travail des élèves qu'ils ont utilisé pendant le sous-module de l'évaluation sommative, sinon on utilisera quelques travaux d'élèves proposés précédemment. Au cours de cette activité, les participants réfléchissent à la rétroaction écrite qui peut être donnée pour permettre aux élèves de progresser. Il est important d'encourager les participants à bien réfléchir sur la façon de donner une rétroaction qui se concentre sur tous les aspects de la modélisation : il est utile pour ce faire d'utiliser les idées développées dans le sous-module précédent sur l'évaluation sommative. Les critères développés ici doivent servir de guide pour les étapes progressives à franchir par les élèves dans une sous-compétence donnée. On peut instaurer une discussion plénière sur les questions soulevées lorsque les participants travaillent deux par deux.

2 Rétroaction orale

Dans la partie suivante de la session, les participants vont réfléchir à la meilleure manière de donner une rétroaction verbale lorsque des groupes exécutent des tâches de modélisation. Pour cela, les participants vont travailler sur deux activités en se répartissant les rôles d'élève (apprenant), d'enseignant ou d'observateur. Ils vont discuter sur les problèmes liés à la façon de donner une rétroaction aux élèves et dresser un résumé de leurs idées (qui leur servira éventuellement pour travailler entre les sessions 1 et 2).

La tâche est la suivante.

La fête de l'école – jeux de hasard. Voici deux objets à tourner que vous pouvez utiliser pour un jeu de hasard dans une fête d'école. Si vous deviez diriger le jeu, comment pourriez-vous réaliser des gains ?		

Notez que, dans chaque diagramme, une des valeurs est partiellement obscurcie : Ceci devrait permettre aux élèves d'explorer des idées du type « et si…. » dès le début. Bien que la tâche ne soit pas destinée aux écoles primaires, elle doit être utilisée par les enseignants du primaire afin qu'ils se mettent dans la position de l'apprenant. On remarquera que les règles du jeu et la manière d'utiliser les objets tournants sont à définir au cours des échanges.

Les apprenants vont travailler sur la tâche en groupe et présenter une ou plusieurs solutions sous la forme d'un poster. Ils devront respecter les règles de base suivantes : ne parler qu'un seul à la fois ; échanger des idées et s'écouter les uns les autres ; s'assurer que les gens vous écoutent ; mettre en question les opinions mais les respecter ; construire à partir des erreurs ; essayer de s'accorder à la fin.

L'enseignant encourage les élèves à un certain moment à valider leur propre jeu (ou leurs explorations des jeux suggérés à une étape précédente). Tout au long de la tâche, il doit clarifier l'objectif de la tâche, rappeler constamment les « règles de base », écouter avant d'intervenir, participer sans juger, demander aux apprenants de décrire, expliquer et interpréter, ne pas réfléchir à la place des élèves, ne pas avoir peur de laisser les discussions sans solution. Dans chaque groupe, il y aura un enseignant spécialement désigné pour donner une rétroaction aux élèves du groupe – celui-ci devra néanmoins circuler pour voir le travail des autres groupes sans donner de rétroaction à ceux-ci. Ceci servira pour chaque groupe à simuler l'effet d'un seul enseignant travaillant dans une classe avec plusieurs groupes. Ainsi bien qu'il y ait plusieurs « enseignants » dans la salle, chaque groupe n'aura qu'un seul « enseignant », simulant la réalité aux élèves. Comme dans une vraie classe, les « enseignants » découvriront des groupes d'élèves dont la manière de travailler pourrait aider les autres groupes : ils devront décider de ce qui est à faire.

Dans chaque groupe, l'observateur doit prendre des notes sur le déroulement du traitement de la tâche par les « élèves » et sur l'interaction entre l'« enseignant » et les « élèves ». Il dirigera plus tard la discussion de son groupe. On poursuit avec une autre tâche et le même protocole en changeant de rôles (sauf pour le rôle des élèves qui sont trop nombreux pour changer tous de rôle).

Ensuite, on discute dans chaque groupe dirigé par un observateur des différentes expériences. Il est important de distinguer le point de vue de l'enseignant et celui de l'élève. Les discussions doivent être centrées sur la rétroaction et les interventions de l'enseignant. S'il le désire, le groupe peut commencer par un bref récapitulatif de ce qui s'est passé au cours d'une des tâches. On peut réfléchir au degré de réflexion mathématique des élèves – son importance et son niveau, puis à la façon dont les interventions de l'enseignant ont modifié le sens et l'objectif de l'apprentissage des élèves, à ce qu'ont ressenti les élèves, à ce qu'a ressenti l'enseignant, à sa façon de réagir aux observations des élèves. Puis on établira quelques directives destinées aux enseignants pour leur indiquer comment intervenir et donner une rétroaction lorsqu'ils travaillent avec des groupes d'élèves sur des tâches de modélisation.

Voici quelques questions pour aborder la discussion :

- Comment l'enseignant peut-il encourager la réflexion de tous les élèves en s'assurant qu'ils puissent tous contribuer au travail du groupe ?
- De quelle manière l'enseignant peut-il intervenir pour encourager le groupe à poursuivre les discussions qu'il a engagées ?

On termine la session par une discussion plénière examinant l'atteinte des objectifs, des résultats et le renseignement du journal de l'enseignant.

3 Évaluation par les pairs et auto-évaluation

La seconde session concerne l'évaluation par les pairs et l'auto-évaluation. Au cours de cette session, les participants auront la possibilité de réfléchir aux stratégies qu'ils peuvent utiliser pour impliquer les élèves à évaluer les travaux des uns des autres en modélisation et les encourager ainsi à évaluer et réfléchir de façon critique sur leur propre travail. Les objectifs consistent à réfléchir à des stratégies qui encouragent l'apprentissage de l'auto-évaluation chez les élèves. Les résultats sont l'élaboration de directives destinées aux enseignants pour leur indiquer comment ils peuvent ainsi que leurs élèves évaluer un travail et leur donner des conseils pour améliorer certains aspects de la modélisation.

On propose la tâche de la course inspirée de (Petit 2006) :

Dans la cour de récréation il y a deux arbres, un petit et un grand, et un mur. On organise une course : chaque élève part du petit arbre; il va toucher le mur; puis il doit toucher le grand arbre ; enfin il retourne toucher le petit arbre. Où toucher le mur pour être le plus rapide ?

Les participants imaginent qu'ils utilisent cette tâche en classe et discutent un petit moment sur les défis que ceci pose. Il est possible de faire l'expérience réelle de la course. Les élèves sont ainsi impliqués dans le travail pratique de collecte des données pour bien comprendre le problème. On peut s'aider du compte rendu de (Petit 2006). L'intérêt de la situation est que, sous certaines hypothèses, il est possible de montrer qu'une solution de minimum est fausse en donnant un contre-exemple. Les pairs peuvent donc demander des justifications à un raisonnement ou proposer un contre-exemple. Une discussion peut porter sur une bonne façon de procéder pour ce problème de modélisation en particulier ou en général.

On peut s'interroger de quelle manière les conclusions des participants sont liées aux critères précédemment proposés pour évaluer la compétence « construire un modèle » :

- Les élèves ont besoin d'aide pour simplifier la situation.
- Les élèves peuvent trouver et utiliser les informations nécessaires pour simplifier certaines parties d'une situation complexe.
- Les élèves peuvent utiliser un ensemble d'informations pour simplifier une situation.
- Les élèves prennent les bonnes décisions qui leur permettent de simplifier une situation complexe.

On peut suggérer aux enseignants de demander aux élèves, lorsqu'ils utiliseront la tâche en classe, de commencer à traiter le problème puis de réfléchir eux-mêmes à ces questions avec chaque groupe d'élèves en examinant pour ce faire le travail d'un autre groupe. Les enseignants peuvent demander à des groupes d'élèves de suggérer à d'autres groupes une manière d'améliorer leur travail. C'est un aspect important de la rétroaction qui, en plus d'examiner la qualité du travail, a également besoin de se focaliser sur la façon de l'améliorer. Et c'est en vérité ce à quoi les élèves doivent s'attendre. Ils ont besoin de travailler au sein d'une communauté d'entraide où chacun est concerné par la manière dont tous les membres de la classe peuvent progresser. Ceci peut être bien souligné au début de l'évaluation par les pairs. L'approche qui vient d'être suggérée, à savoir mettre l'accent sur un seul aspect de la modélisation, peut être répétée avec d'autres aspects. Les élèves, par exemple, lors des premières modélisations, éprouvent souvent des difficultés à interpréter les résultats de leur travail. De même, ils peuvent ne pas être habitués à résumer leur façon de procéder mathématique. On peut donc demander à des groupes d'élèves de proposer des conseils à d'autres groupes sur la façon d'améliorer certains aspects de leur travail.

Pour impliquer les élèves dans l'évaluation par les pairs et l'auto-évaluation, on peut demander à des groupes de participants de réaliser un poster indiquant comment les enseignants peuvent impliquer les élèves dans l'auto-évaluation et l'évaluation par les pairs. On peut les afficher et les utiliser pour générer une discussion avec l'ensemble du groupe. Certains pourront noter dans leurs journaux d'enseignant les points soulevés lors des discussions.

On termine la session par une discussion plénière examinant l'atteinte des objectifs, des résultats et le renseignement du journal de l'enseignant.

V - L'EVALUATION DE LA FORMATION.

1 Le journal de l'enseignant

Un aspect important de la conception du cours a été d'incorporer un journal de réflexion pour les enseignants. Cela leur permet de réfléchir à mesure qu'ils avancent dans le cours sur les problèmes qui surgiront. Souvent, le journal de réflexion propose un espace pour les enseignants pour examiner et planifier comment ils pourraient intégrer la modélisation dans leurs leçons ; dans ce cas, les enseignants sont encouragés à écrire quelques mots sur leurs expériences et celles résultant de leurs élèves. On peut encourager les participants à partager leurs réflexions à l'occasion. Par exemple, si les enseignants ont planifié et utilisé une approche suggérée dans un sous-module, on peut demander s'ils sont prêts à partager leurs expériences et leurs réflexions au début d'une session ultérieure. Cette analyse de ses pratiques professionnelles d'enseignement et de formation rappelle l'auto-évaluation que l'on a souhaité développer chez les élèves.

2 Questionnaires et entretiens

Pour mesurer l'effet de la formation sur les enseignants, des questionnaires ont été proposés aux enseignants en début puis en fin de formation. Trois enseignants ont participé à un entretien, six mois après la formation, pour en discuter les effets. Ces entretiens n'ont pas encore été analysés.

Les questionnaires contenaient différentes parties sur les croyances mathématiques, les croyances sur la capacité à enseigner la modélisation, l'intérêt pour la modélisation et des données biographiques.

2 Vous

2.1 Sexe	masculin	féminin
2.2 Age		années
2.3 Avez-vous étudié au niveau universitaire les mathématiques, avant la formation professionnelle de professeur ?	oui	non
2.4 A la fin de cette année scolaire, combien d'années aurez-vous enseigné?		années
2.5 Dans quel type d'école enseignez-vous (maternelle, élémentaire, collège, lycée ...)?		

3 Votre intérêt pour une formation d'enseignant à la modélisation

Votre opinion sur la participation à une formation d'enseignant à la modélisation :

Je participe régulièrement à une formation d'enseignant à la modélisation	○
Je ne suis pas intéressé pour participer à une formation d'enseignant à la modélisation	○
Je pourrais être intéressé pour participer à une formation d'enseignant à la modélisation	○
Je suis définitivement intéressé pour participer à une formation d'enseignant à la modélisation et je m'inscrirai dès que possible	○

4 Modélisation

Que vous ayez ou non déjà entendu parler de ou été formé à la modélisation mathématique, cela n'a pas d'importance ici. Nous souhaitons simplement connaître votre opinion en ce moment.

Quelles caractéristiques ont les tâches de modélisation?

Je ne peux pas citer de caractéristiques des tâches de modélisation	○
J'ai une vague idée à propos des caractéristiques des tâches de modélisation mais je ne peux en citer aucune.	○
Je connais les caractéristiques des tâches de modélisation et je vais les citer ci-dessous.	○

5 Votre représentation des mathématiques

5.1 1 Pour chacune des affirmations suivantes concernant les mathématiques *à l'école* dans vos leçons, marquez d'une croix X votre degré d'adhésion

	Mathématiques *à l'école* dans mes leçons de mon point de vue d'enseignant	Fortement pas d'accord				Fortement d'accord
5.1.1	Les mathématiques à l'école sont un ensemble de procédures et de règles qui détermine précisément comment une tâche est résolue	○	○	○	○	○
5.1.2	Les mathématiques à l'école sont très importantes pour le vie future des élèves	○	○	○	○	○
5.1.3	Les aspects centraux des mathématiques de l'école sont le formalisme parfait et la logique formelle	○	○	○	○	○
5.1.4	Les mathématiques de l'école aide à résoudre les tâches et les problèmes quotidiens	○	○	○	○	○
5.1.5	Les mathématiques de l'école sont caractérisées par la rigueur – rigueur en relation avec les définitions et une rigueur formelle de l'argumentation mathématique	○	○	○	○	○
5.1.6	Les aspects essentiels des mathématiques à l'école sont sa rigueur logique et sa précision, c'est-à-dire "la pensée objective"	○	○	○	○	○
5.1.7	Faire des mathématiques à l'école implique des pensées innovantes et des idées nouvelles	○	○	○	○	○
5.1.8	Les mathématiques sont d'une utilité générale et fondamentale pour la société	○	○	○	○	○
5.1.9	Les caractéristiques des mathématiques de l'école sont la clarté, l'exactitude et la non ambiguïté	○	○	○	○	○
5.1.10	Les mathématiques de l'école aident à comprendre des phénomènes de différents domaines de la société	○	○	○	○	○
5.1.11	Si les élèves s'attaquent à des problèmes mathématiques, ils peuvent souvent découvrir quelque chose de nouveau (liens, règles et notions)	○	○	○	○	○

7 Que pensez-vous à propos des leçons?

Les affirmations ci-dessous décrivent des situations pertinentes pour l'enseignement avec une approche par la modélisation. Pour chaque situation veuillez évaluer combien vous êtes certain de pouvoir les gérer efficacement. Évaluez votre degré de confiance en indiquant un nombre entre 0 et 100 en utilisant le barème ci-dessous:

0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	Pas confiance pour le faire				Confiance modérée pour le faire				Grande confiance pour le faire	

		Confiance (0 – 100)
71.1	Je me sens capable d'adapter les tâches et les situations des manuels pour créer des problèmes ouverts réaliste.	______
7.1.2	Je me sens capable de faire la distinction entre les tâches de modélisation et d'autres tâches basées sur la réalité	______
7.1.3	Je me sens capable de concevoir mes propres tâches de modélisation	
7.1.4	Je me sens capable de donner une rétroaction verbale efficace à des groupes et des élèves, afin de les aider à modéliser.	______
7.1.5	Je me sens capable de sélectionner des tâches convenant à une approche de modélisation dans l'enseignement.	______
7.1.6	Je me sens capable de concevoir des leçons de modélisation qui aident les étudiants à surmonter les difficultés dans toutes les étapes de modélisation (par exemple les problèmes de validation)	______
7.1.7	Je me sens capable de développer des critères détaillés (liés au processus de modélisation) pour l'évaluation et la notation des solutions des élèves aux problèmes de modélisation	______

On a procédé à une analyse exploratoire des données au moyen d'une analyse factorielle à correspondances multiples. Les réponses aux questionnaires avant formation sont les variables actives tandis que les réponses aux mêmes questionnaires après la formation sont considérées comme variables illustratives. Les variables actives permettent, à l'aide d'une classification hiérarchique ascendante ou analyse en classes, de distinguer quatre classes d'enseignants, dépendant des croyances mathématiques et du niveau de confiance dans l'enseignement de la modélisation. Après la formation, on observe un accroissement du niveau de confiance, qui ne devient plus une variable discriminante pour certaines classes. Les variables sur les croyances mathématiques ne sont plus aussi discriminantes. La formation semble donc avoir homogénéisés ou modérés les croyances et les niveaux de confiance. Pour une analyse plus fine des résultats, on renvoie à (Cabassut, Villette 2011).

VI - CONCLUSION

Les exemples précédents montrent qu'il ne faut pas limiter l'évaluation à la seule évaluation sommative et bien valoriser l'évaluation formative et la rétroaction. Il est également essentiel d'intégrer le plus possible la formation à l'évaluation dans tout dispositif de formation, ici une formation à l'enseignement de la modélisation, en distinguant ce qui est spécifique au domaine de formation, et ce qui est générique. Pour ce qui est de la modélisation, la prise en compte de critères extra-mathématiques marque une spécificité de la modélisation (Cabassut 2008b). Le développement d'activités interdisciplinaires, dont la modélisation peut être une approche, commande un renouvellement des pratiques d'évaluation centrées sur une discipline : la formation des enseignants joue alors un rôle clé dans le renouvellement des pratiques d'évaluation. L'apparition de la préoccupation de l'évaluation est également un signe de la transposition didactique de la modélisation : la modélisation devient un objet qui quitte la sphère des objets para-mathématiques pour devenir objet à enseigner, et donc à évaluer.

Nous avons également illustré l'évaluation d'une formation. Bien souvent les conditions de suivi des enseignants et la complexité des variables en jeu rendent difficiles cette évaluation. Le dispositif d'analyse exploratoire proposé essaie d'intégrer cette difficulté. Mais l'évaluation de la formation des enseignants reste une question vive pour la recherche.

VII - BIBLIOGRAPHIE

BLACK, P., HARRISON, C., MARSHALL, B. and WILIAM, D. (2002) *Working inside the Black Box: Assessment for Learning in the Classroom*. London: NFER Nelson.

Butler, R. (1988) Enhancing and undermining intrinsic motivation; the effects of task-involvingand ego-involving evaluation on interest and performance. *British journal of educational psychology* 58, 1-14.

CABASSUT R. (2006) Exemples de modélisation à l'école primaire allemande : quels enjeux pour la formation des maîtres? *Actes du 33e colloque Copirelem.* Dourdan.

ADJIAGE R., CABASSUT R. (2007) La modélisation dans une perspective de formation et d'enseignement. *Actes du 34e colloque Copirelem*, Troyes.

CABASSUT R. (2008a) Problèmes dans un exemple de formation continue à la modélisation. *Actes du 35e Colloque Copirelem*. Bombannes.

CABASSUT R. (2008b) Articulation entre réel et mathématiques : spécificité et généricité de la modélisation. *Acte du colloque Didirem "Approches plurielles en didactique des mathématiques Apprendre à faire des mathématiques du primaire au supérieur : quoi de neuf ? »*. Université Paris 7.

CABASSUT R., VILLETTE J.-P. (2011) Exploratory data analysis of an european teacher training course on modelling. Communication au *colloque Cerme 7.* Université de Rseszow, Pologne. A paraître.

LEMA site du projet Comenius www.lema-project.org

PETIT Serge (2006) Le tilleul et le marronnier. *Bulletin vert de l'APMEP* n°466, p.597

TROIS INCONTOURNABLES POUR LA FORMATION DES PE, NOTAMMENT EN ZEP : INSTALLER LA PAIX SCOLAIRE, EXERCER UNE VIGILANCE DIDACTIQUE, DEPASSER LA TENSION ENTRE DEVOLUTION ET INSTITUTIONNALISATION.

Monique CHARLES-PEZARD
Maître de Conférences à l'IUFM de Créteil
Université Paris 12, LDAR (Laboratoire de didactique André Revuz)
Université Denis Diderot Paris 7

Résumé
Cet article présente une communication faite lors du colloque COPIRELEM de La Grande Motte en juin 2010.
« L'objet de cette communication est de s'appuyer sur l'analyse de pratiques de professeurs des écoles débutants en ZEP pour mettre en évidence trois dimensions de leur activité, difficiles à acquérir mais fondamentales pour les apprentissages des élèves : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique et dépasser la tension entre dévolution et institutionnalisation. »
« La présence de ces trois dimensions dans l'activité du professeur des écoles apparaît fondamentale pour les élèves, notamment ceux issus de milieux socialement défavorisés. Leur importance plus ou moins grande s'avère cruciale dans la mesure où des manques peuvent compromettre les apprentissages. »

INTRODUCTION

Depuis une dizaine d'années, nous[1] nous intéressons aux pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP. Dans cette communication, le mot « pratiques » se rapporte à « ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas sur un temps long que ce soit avant, pendant, après les séances de classe » (Robert 2008). Cet intérêt pour les pratiques enseignantes trouve son origine dans nos recherches précédentes sur les élèves en difficulté en mathématiques, particulièrement chez ceux issus de milieux socialement défavorisés. Les ingénieries proposées s'étant révélées insuffisantes pour faire progresser les élèves en grande difficulté, nous nous sommes tournés vers les pratiques enseignantes. Notre but était, à partir de l'observation de séances de classe, de mieux comprendre les effets de ces pratiques sur les apprentissages afin de les améliorer, mais aussi d'accroître le confort au quotidien des professeurs. L'objet de cette communication est de s'appuyer sur l'analyse de pratiques de professeurs des écoles débutants en ZEP pour mettre en évidence trois dimensions de leur activité, difficiles à acquérir mais fondamentales pour les apprentissages des élèves : installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique et dépasser la tension entre dévolution et institutionnalisation. Ces professeurs des écoles nouvellement nommés en ZEP étaient soumis à un scénario de formation sous forme d'accompagnement visant à enrichir leurs pratiques en mathématiques. Nous ne décrivons pas ici ce scénario, la formation n'intervenant que comme laboratoire d'analyse des pratiques.

1 Les recherches exposées dans cette communication résultent d'un travail d'équipe avec notamment D.Butlen, P.Masselot et M.L.Peltier.

I. PRATIQUES DES ENSEIGNANTS DE ZEP EN RELATION AVEC LES ACTIVITES DES ELEVES : CADRE THEORIQUE ET PREMIERS RESULTATS

1 Une évolution des recherches sur les pratiques des enseignants de ZEP : du global au local

D'un point de vue global, nous nous sommes d'abord intéressés aux contraintes auxquelles sont soumis les professeurs de ZEP et aux marges de manœuvre qu'il leur reste. Ces contraintes sont multiples. Elles relèvent des domaines cognitif et social quand on prend en compte les difficultés d'apprentissage et de comportement des élèves. En effet, dans ces classes, ces derniers ont des rapports conflictuels avec l'école et ses attentes, ils sont difficiles à enrôler et résistent parfois très fort à entrer dans les activités proposées. Les contraintes sont aussi d'ordre institutionnel (les programmes, les horaires, le type d'école…) quand on considère l'enseignant comme élément et acteur du système éducatif. En ZEP particulièrement, il y a une certaine « course à l'innovation » amenant les professeurs à conduire des projets pédagogiques ouverts vers l'extérieur, censés motiver les élèves, mais pas toujours en rapport avec les apprentissages disciplinaires. Les contraintes sont aussi d'ordre personnel si on se réfère à la maîtrise des contenus (ici mathématiques) par le professeur, à ses ressources propres, à ses connaissances sur les élèves, à ses représentations sur les mathématiques, leur apprentissage et leur enseignement.

Ce premier point de vue global nous a amenés à mettre en évidence des contradictions vécues au quotidien par ces professeurs[2], dont la plus importante est la contradiction entre apprentissages scolaires et socialisation, ainsi que les systèmes de réponses apportés. Prenant en compte la double mission d'instruction et d'éducation[3] du professeur des écoles enseignant les mathématiques en ZEP, nous avons établi une première catégorisation des pratiques effectives en distinguant les i-genres (liés à la mission d'instruction) des e-genres (liés à la mission d'éducation) (Butlen, Peltier & Pézard 2002, Butlen 2004, Peltier 2004). Nous ne revenons pas ici sur la description des trois i-genres[4], sinon pour rappeler que le i-genre 3, minoritaire, caractérise une pratique prioritairement pilotée par les mathématiques[5].

Dans ce cadre général, d'un point de vue plus local, nous nous sommes intéressés aux activités des professeurs des écoles constitutives de leurs pratiques : activité de préparation de classe, activité en classe, activité après la classe. Nous prenons ainsi en compte les différents niveaux d'organisation des pratiques enseignantes : global, local et micro (Masselot & Robert 2007). Si les grands choix effectués par les professeurs et les stratégies qui en découlent relèvent d'un niveau global, leur mise en œuvre dans les classes se situe à un niveau local voire micro. Cela nous amène à découper l'activité du professeur en activités élémentaires comme les gestes et routines professionnels (Butlen 2004, Butlen & Masselot 2001). Chaque grand moment de cette activité, notamment les processus de dévolution, régulation et institutionnalisation correspond à des types de tâches et à des gestes permettant de les réaliser. L'étude des gestes et routines nous permet de décrire comment le professeur met en œuvre, au quotidien dans sa classe, sa stratégie globale relevant du i-genre caractéristique de sa pratique.

Les différents points de vue décrits précédemment ne sont pas indépendants et permettent d'avoir des regards à plusieurs niveaux sur l'activité des professeurs des écoles, notamment celle des débutants. Les

---

2 Pour une description des cinq contradictions, nous renvoyons le lecteur à la conférence faite à Bombannes (Butlen, Masselot, Pézard) lors du colloque de la Copirelem en 2008.

3 Instruction : transmission de connaissances, Education du citoyen.

4 Voir aussi la conférence de Bombannes en 2008

5 Il se distingue des deux autres par des scénarios basés sur des choix de problèmes consistants, engageant les élèves dans une recherche et conduisant quasi systématiquement à des phases collectives de synthèse, de bilan et à des institutionnalisations locales ou plus générales. Ces phases sont suivies de réinvestissements d'abord contextualisés puis décontextualisés. De plus, les apprentissages comme les comportements sont dans ce cas traités collectivement.

trois dimensions dont il est ici question sont liées aux grands choix effectués par le professeur en matière d'instruction et d'éducation. Par exemple, nous verrons qu'au niveau global, les modes d'installation de la paix scolaire et le degré de vigilance didactique participent de l'inscription d'une pratique dans un i-genre donné. Aux niveaux local et micro, ils sont associés à des activités du professeur constituées de gestes et routines professionnels non indépendants les uns des autres. Ils permettent ainsi de caractériser les pratiques a posteriori à la fois par rapport aux apprentissages visés et à la manière dont le professeur s'inscrit dans les contraintes.

2 Une approche ergo-didactique intégrant des éléments de sociologie

Nous étudions les pratiques enseignantes dans le cadre d'une approche utilisant des concepts issus de la didactique des mathématiques (notamment de la théorie des situations didactiques) et de l'ergonomie, ainsi que des éléments de sociologie. Il s'agit plus précisément d'une adaptation du cadre théorique de la « double approche » défini par Robert et Rogalski (Robert & Rogalski 2002, Robert 2008) prenant particulièrement en compte les contraintes sociales liées aux élèves.

Pour étudier les pratiques enseignantes, on ne peut s'en tenir à leur objectif principal qui est l'apprentissage des élèves, il faut aussi prendre en compte le fait qu'elles s'inscrivent dans un métier. La double approche didactique et ergonomique permet de considérer l'enseignant comme un adulte exerçant une profession rémunérée sur un temps long dans un cadre social et institutionnel donné. Pour recomposer les pratiques à un niveau global, nous utilisons les cinq composantes définies par Robert et Rogalski : les trois premières sont davantage liées aux mathématiques proposées aux élèves, les deux dernières à l'exercice du métier.

Pour définir les i-genres, nous avons repris de manière métaphorique le concept de « genre » de Clot (1999) en l'adaptant à notre objet d'étude pour décrire et interpréter les régularités intra et inter-personnelles identifiées dans nos observations. Si les régularités intra-personnelles relèvent plutôt d'une mémoire personnelle (le style), les secondes renvoient à l'idée d'une mémoire collective des enseignants et à la notion de genre. Cela conduit évidemment à penser que des informations diffusent au sein d'un réseau de professionnels et que les pratiques dépassent pour une part les individus.

Au niveau local, les pratiques sont constituées d'activités que nous étudions en lien avec les apprentissages des élèves mais aussi en relation avec les déterminants des pratiques, les contraintes et les ressources. Le découpage de l'activité du professeur en gestes et routines, considérés comme des schèmes professionnels (Butlen 2004), se révèle pertinent pour décrire une suite d'actions finalisées par un but ainsi que les connaissances mobilisées à cette occasion, et pour les mettre en relation avec l'activité correspondante de l'élève. Si l'installation de la paix scolaire et l'exercice d'une plus ou moins grande vigilance didactique participent de la stratégie globale de l'enseignant, leur mise en œuvre au quotidien dans la classe est associée à des gestes et routines professionnels de différents types (Butlen & Masselot 2001).

II. DEUX DIMENSIONS DE L'ACTIVITE DU PROFESSEUR DES ECOLES

1 Installer la paix scolaire

Nous définissons la paix scolaire comme le couple « paix sociale » et « adhésion au projet d'enseignement du professeur ». Cette notion a émergé dans le contexte ZEP où la contradiction fondamentale entre logique de socialisation et logique des apprentissages disciplinaires est particulièrement aiguë. Mais elle peut s'étendre aux classes ordinaires même si elle y apparaît moins sensible.

La paix sociale, premier élément du couple, se caractérise notamment par la mise en place de règles de fonctionnement de la classe acceptées par les élèves et indispensables à la relation didactique. Ces règles instaurent un certain calme, une absence de violence entre les élèves, un respect des personnes, des prises de paroles contrôlées, etc. L'adhésion des élèves au projet d'enseignement du professeur se manifeste par un climat de confiance, voire de complicité, entre les élèves et le professeur, par un enrôlement rapide, sans trop de résistance, des élèves dans les tâches. Cette adhésion est globale mais se trouve réinitialisée au niveau local dans le quotidien de la classe.

Nous distinguons la paix scolaire de la paix sociale qui ne constitue qu'une partie de la première. En tant que didacticiens, l'obtention de la paix scolaire n'est pas pour nous une fin en soi mais un moyen. Nous regardons l'activité du professeur en lien avec celle de l'élève car nous nous intéressons au couple confort de l'enseignant/efficacité en termes d'apprentissages des élèves. Le second élément du couple définit pour une part le 'topos' de chacun. Il est difficilement explicitable par le chercheur dans la mesure où il résulte d'une négociation cachée entre élèves et professeur.

L'installation de la paix scolaire participe au processus de dévolution mais relève aussi de l'ensemble de l'acte d'enseignement. Elle se différencie de la gestion générale de la classe, dont elle fait partie, étant liée aux éléments de gestion qui contribuent d'une part à installer la paix sociale, d'autre part à faire en sorte que les élèves adhérent au projet de l'enseignant. La gestion générale de la classe, liée à l'activité du professeur lors du déroulement, ne se limite pas à l'installation de la paix scolaire. Elle est beaucoup plus vaste puisqu'elle concerne entre autres l'organisation des interactions (entre professeur et élèves ou entre élèves), des aides, des différents moments (ceux où les élèves travaillent, ceux où le professeur expose), de leur durée…

2 Exercer une vigilance didactique

Nos analyses des pratiques observées nous ont permis de préciser le rôle joué par la maîtrise des contenus mathématiques à enseigner dans les grands choix effectués par les professeurs. La maîtrise des contenus, bien qu'indispensable, n'assure pas à elle seule leur transmission, le professeur pouvant rester soit dans un rapport au savoir de type élève, soit dans un rapport de type expert. D'autres connaissances en particulier de type didactique sont nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. Cela nous amène à définir ce que nous appelons « la vigilance didactique » comme un ajustement didactique permanent de la part du professeur faisant appel aux deux composantes cognitive et médiative des pratiques et s'exerçant dans les trois niveaux global, local et micro.

Exercer une certaine vigilance didactique met en jeu des connaissances mathématiques et didactiques nécessaires pour enseigner. Les connaissances mathématiques ne sont pas seulement académiques, elles doivent être finalisées pour l'enseignement. Les connaissances didactiques contribuent à une bonne perception des enjeux d'apprentissage des situations et de leur organisation en vue de l'enseignement de savoirs mathématiques. Elles peuvent être de plusieurs types. Il y a d'abord des résultats ou faits didactiques, mis en évidence par la recherche et qui ne sont plus contestés, des sortes de « petits théorèmes de didactique », par exemple les incidences de conceptions erronées des nombres décimaux sur la mise en ordre de tels nombres. Il y a ensuite des outils permettant de lire le réel, issus de la didactique des mathématiques mais transformés en vue de l'action d'enseigner. Ces outils consistent par exemple, en amont de la classe, en la mise en œuvre d'un minimum d'analyse a priori pour identifier le savoir mathématique en jeu dans la situation, les variables didactiques et leur incidence sur les procédures et les résultats des élèves. Pendant la classe, ces outils permettent le repérage des procédures, le fait de savoir identifier parmi la diversité des productions des élèves celles sur lesquelles on va pouvoir s'appuyer pour les conduire à une procédure de réussite. Ils permettent aussi une meilleure exploitation des procédures, leur hiérarchisation, la mise en œuvre d'une institutionnalisation s'appuyant sur le travail des élèves. Ces connaissances, finalisées par l'action d'enseigner sont liées aux grandes étapes du cheminement cognitif des élèves. Elles fonctionnent en actes pendant la séance, leur absence pouvant se révéler source de différenciation. Elles peuvent être de statut différent selon qu'elles sont liées à l'action, à la formulation, à la validation ou à la preuve.

Ces différentes connaissances mathématiques et didactiques s'opérationnalisent dans l'action du professeur pour réaliser des tâches. La vigilance didactique est liée aux différentes tâches d'enseignement de contenus mathématiques situées en amont de l'action en classe, pendant l'action en classe ou après la classe ainsi qu'aux différentes manières de les réaliser.

Ces différentes manières relèvent de la composante médiative et des niveaux local et micro des pratiques. Elles concernent en particulier les routines. Ce sont des routines de type 3 selon la classification établie par Butlen et al. (2001) car elles sont en relation avec les contenus mathématiques enseignés. Quand la tâche n'est pas nouvelle, car identique ou semblable à d'autres déjà rencontrées, le professeur met en œuvre une routine constituée d'activités plus élémentaires. Lorsque la tâche est vraiment nouvelle ou problématique, le professeur peut ne pas disposer de routine et la réaliser de manière improvisée.

La vigilance didactique est donc à la fois du côté du savoir mathématique, des connaissances didactiques et de leur mise en fonctionnement dans l'acte d'enseigner. Elle se distingue de la vigilance épistémologique car elle n'est pas uniquement centrée sur le contenu, mais aussi sur l'action du professeur, notamment en classe. Une « bonne » vigilance didactique assure un déroulement de classe piloté prioritairement par les mathématiques, « au plus près » des apprentissages visés.

Comme la paix scolaire, la vigilance didactique ne concerne pas uniquement l'enseignement en ZEP. La notion s'étend aux classes ordinaires. Toutefois, comme nous le verrons dans les exemples développés plus loin, il semble qu'en ZEP son insuffisance peut être plus grave, car source de différenciation.

Dans le paragraphe suivant, nous expliquons comment nous étudions dans les pratiques, l'exercice plus ou moins grand d'une vigilance didactique.

III. METHODOLOGIE

Nous avons travaillé, pendant leurs deux premières années d'exercice, avec une dizaine de professeurs des écoles débutants, volontaires, affectés dans trois écoles de ZEP très proches, accueillant des élèves de milieux sociaux particulièrement défavorisés. Selon leur objet, les différentes situations du scénario de formation ont été proposées soit au début, soit tout au long de l'accompagnement. Les professeurs concernés ont été observés par les chercheurs en moyenne huit fois sur les deux années. Des entretiens individuels, sur la base de questions préparées par les chercheurs, ont par ailleurs été réalisés. A chaque fois, ces travaux ont donné lieu à des enregistrements audio ou vidéo qui constituent notre recueil de données. Dans ce qui suit, nous expliquons comment nous analysons les séances, puis comment, à partir de là, nous dégageons une description globale des pratiques de l'enseignant selon cinq niveaux.

1 Analyses de séances en classe

Pour analyser les séances en classe, nous prenons en compte des indicateurs qui permettent de caractériser les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves. Ces mathématiques potentiellement fréquentées dépendent des grands choix stratégiques du professeur. En particulier, elles diffèrent selon la proximité de sa pratique avec tel ou tel i-genre.

Le i-genre 3 proposant des mathématiques qui nous semblent a priori plus riches, car donnant davantage de sens aux notions, que celles proposées par les autres i-genres, ces indicateurs ont été construits pour permettre de mesurer des distances aux différentes caractéristiques de cet i- genre que nous prenons comme référent. Précisons qu'il s'agit d'une référence et non d'un modèle. Prendre une référence nous a en effet paru indispensable pour situer les pratiques observées et les comparer. Ce choix parmi d'autres se justifie essentiellement selon deux critères. D'une part, comme nous l'avons dit, un enseignant dont la pratique relève du i-genre 3 propose à la fréquentation de ses élèves des problèmes plus consistants, et donc a priori meilleurs vecteurs d'apprentissages. D'autre part, ces pratiques existent, nous les avons observées, même dans des ZEP très difficiles. Elles sont donc viables.

Ces différents indicateurs nous ont permis de construire une grille d'analyse des séances observées, des entretiens réalisés et des échanges entre les différents partenaires du dispositif d'accompagnement.

2 Analyse globale des pratiques (niveaux et dimensions)

Pour analyser les pratiques, nous avons été amenés à définir, en référence au i-genre 3, une échelle comportant cinq niveaux qui, s'ils sont atteints, pourraient favoriser les apprentissages mathématiques des élèves. Rappelons qu'il s'agit d'une référence et non d'un modèle. Pour chaque niveau, nous apprécions la plus ou moins grande proximité entre la pratique étudiée et celle de référence (i-genre 3).

Le premier niveau concerne l'installation de la paix scolaire. Il est particulier dans la mesure où il est diffus dans toute l'action du professeur, notamment pendant la classe. Les quatre autres niveaux correspondent davantage à certains moments de l'activité du professeur où il exerce sa vigilance didactique.

Premier niveau : installation d'une paix scolaire

La paix scolaire doit être en partie obtenue pour atteindre et dépasser les autres niveaux. Les indicateurs de son installation sont ainsi à inclure dans ceux des autres niveaux mais réciproquement les modalités de dépassement d'un niveau donné contribuent à la paix scolaire. C'est en cela que nous pouvons dire que ce premier niveau est un peu à part par rapport aux autres dans la mesure où il est « partout dense » dans la pratique du professeur.

Deuxième niveau : proposition de problèmes consistants et aménagement de temps de recherche

Le deuxième niveau se caractérise par l'installation d'un climat de travail mathématique et éventuellement d'habitudes de communication dans la classe. Il est atteint lorsque le professeur propose aux élèves fréquemment, voire systématiquement, des problèmes mathématiques consistants, porteurs de sens, les engageant dans une réelle recherche. Notons que la détermination du caractère de consistance met en jeu de la part du chercheur une analyse du savoir mathématique correspondant. Le professeur peut adapter des situations issues de manuels mais sans remettre en cause les enjeux en termes de savoir et d'apprentissage (objectifs relatifs au contenu mathématique visé et procédures susceptibles d'être mises en œuvre). Un autre indicateur de ce deuxième niveau concerne l'existence et la gestion du temps de recherche accordé aux élèves : d'une part, ce dernier est relativement significatif, d'autre part, les aides éventuelles apportées ne s'accompagnent pas d'une réduction des exigences.

Troisième niveau : explicitation des procédures

Le troisième niveau concerne la place donnée aux élèves et à leurs productions effectives dans les moments de mise en commun des réponses, de validation de celles-ci et d'explicitation des procédures (menant ou non à la réussite). Nous disons que le professeur atteint ce niveau lorsqu'il permet aux élèves d'exposer leurs procédures au cours d'une phase collective. Ce travail d'explicitation se fait d'autant plus facilement que le professeur a instauré un climat de communication dans la classe. Les élèves ont l'habitude de revenir sur leur travail, d'expliquer leur démarche, de questionner l'enseignant ou leurs pairs sur le travail à produire ou produit, de s'exprimer par rapport aux erreurs rencontrées, etc.

Quatrième niveau : hiérarchisation des procédures et synthèse

Le quatrième niveau est atteint lorsque le professeur procède à la hiérarchisation des productions des élèves et ménage des phases de synthèse contextualisées. Notons que cette hiérarchisation peut prendre en compte, selon la situation proposée, différents facteurs : l'efficacité et la validité de la procédure, son économie en terme de temps de résolution, de coût cognitif, la nature et le degré d'expertise des savoirs mobilisés. Plusieurs élèves peuvent s'être engagés dans la même procédure sans être tous parvenus au résultat correct. L'enseignant ayant atteint ce niveau est capable de distinguer procédure, manière de la mettre en œuvre et réponse.

Cinquième niveau : institutionnalisation

Le cinquième niveau se caractérise par le fait de proposer une institutionnalisation des savoirs ou méthodes en jeu dans la situation, par une décontextualisation et une dépersonnalisation mais aussi par une réorganisation des savoirs visités, notamment en terme d'ancrage du nouveau dans l'ancien.

Nous utilisons le terme de niveau sans pour autant proposer un modèle totalement ordonné, surtout par rapport au niveau 1. Ainsi un professeur observé dont la pratique relève du i-genre 3 atteint le niveau 5 alors que l'installation de la paix scolaire reste problématique. Les niveaux 2 à 5 sont davantage hiérarchisés, mais certaines caractéristiques d'un niveau peuvent être présentes sans que le niveau qui le précède soit totalement atteint.

Comment la vigilance didactique s'exerce-t-elle par rapport à ces différents niveaux ?

Pour estimer le degré de vigilance didactique du professeur des écoles, nous définissons des indicateurs correspondant à son activité avant, pendant et après la classe. Ces indicateurs sont liés à nos cinq niveaux d'analyse des pratiques.

En amont de la classe, ces indicateurs concernent la consistance des problèmes proposés ainsi que la qualité de l'analyse a priori du professeur. Cette qualité est appréciée de plusieurs points de vue : adéquation du problème avec la (les) connaissance(s) visée(s), gestion a priori de la séance mettant en relation le choix des variables didactiques, l'anticipation des procédures et performances des élèves, la prévision des aides en cas de difficultés. Nous regardons aussi comment le professeur situe les connaissances nouvelles par rapport aux anciennes et comment il place sa séance (niveau local) dans un projet global sur le thème mathématique travaillé. En amont de la classe, la vigilance didactique intervient donc au niveau 2 mais aussi dans les trois autres niveaux (3, 4 et 5) anticipés dans les prévisions de l'enseignant.

Pendant la classe, outre un maintien de ses exigences, la vigilance didactique du professeur des écoles s'exerce dans sa capacité à décoder les cheminements cognitifs des élèves par rapport à son projet initial. Cela suppose de savoir lire et interpréter leurs productions et d'ajuster en conséquence ses décisions d'enseignant en fonction du déroulement effectif de la séance. La vigilance didactique est aussi liée à la capacité à faire expliciter les procédures, à les hiérarchiser et à en faire une synthèse. En particulier, le professeur est amené à identifier, même si elles sont très partielles, les procédures sur lesquelles il pourra s'appuyer pour conduire les élèves à la réussite. Notons que ce choix se fait en grande partie pendant le temps de recherche qui correspond au niveau 2, mais participe des niveaux 3 et 4.

La vigilance didactique s'exerce enfin dans la capacité du professeur à institutionnaliser à partir de la synthèse précédente et à dérouler le bon texte du savoir, conforme à la fois au projet d'enseignement, aux exigences institutionnelles et aux cheminements cognitifs des élèves. Nous regardons si cette institutionnalisation utilise le vocabulaire adéquat, assure l'ancrage du nouveau dans l'ancien et apporte une certaine décontextualisation. Pendant la classe, la vigilance didactique intervient donc de manière déterminante aux niveaux 3, 4 et 5.

Après la classe, elle s'exerce dans la régulation des activités proposées, dans les adaptations de la progression aux réussites ou aux difficultés des élèves, en particulier dans le choix des exercices de réinvestissement.

Notons que nous nous intéressons essentiellement à l'activité du professeur pendant la classe. Des tâches situées en amont, nous ne regardons que celles relatives au choix de la situation proposée par la suite en classe. De même, nous ne nous sommes pas vraiment intéressés aux activités du professeur après la classe, concernant les adaptations et la régulation. D'ailleurs, pour le faire, il faudrait observer le professeur sur une suite de séances relativement longue.

I - DIFFERENTES MODALITES CHEZ LES DEBUTANTS POUR INSTALLER LA PAIX SCOLAIRE

Nous donnons quelques exemples de différentes modalités possibles pour installer plus ou moins complètement la paix scolaire. Elles concernent des professeurs des écoles débutants ayant participé au dispositif d'accompagnement.

Dans sa classe de CM1 (9-10ans), Aurélie réussit à installer la paix scolaire au prix de nombreux rappels à l'ordre, mais aussi en proposant à ses élèves un environnement mathématique de qualité se caractérisant par des problèmes consistants et une gestion serrée de la classe. Cette réussite concerne la gestion des comportements des élèves (problèmes de discipline) c'est-à-dire la paix sociale mais aussi la socialisation des élèves et finalement leurs apprentissages. En effet, en proposant presque systématiquement des phases collectives de mise en commun, en incitant les élèves à expliciter leurs procédures et à écouter celles des autres, Aurélie effectue un réel travail de socialisation qui ne se fait pas au détriment des apprentissages mais au contraire contribue à les faire progresser.

Vanessa réussit à installer la paix scolaire dans sa classe de CE1/CE2 en instaurant une certaine complicité avec ses élèves. La qualité de communication à l'intérieur de sa classe est davantage liée à une valorisation importante de ces derniers, à une volonté de rester proches d'eux (notamment du point de vue des formulations) qu'à la richesse de l'environnement mathématique proposé.

Aude a installé la paix scolaire dans sa classe de CM1 sur la base d'une certaine complicité mais aussi d'une certaine théâtralité. Elle est fréquemment amenée à rappeler certains élèves par un froncement de sourcils ou un rappel à l'ordre oral ferme le plus souvent suivis d'un sourire montrant qu'elle n'est pas vraiment en colère et qu'elle « pardonne ». Les activités de calcul mental semblent des moments importants de négociation de cette paix scolaire. Elle obtient souvent une adhésion des élèves à son projet d'enseignement en signalant le degré de difficulté des exercices proposés. Cela lui permet soit de les rassurer et de maintenir un certain degré d'exigence et de performance (dans le cas où l'exercice est considéré comme facile), soit de les mobiliser (dans le second cas). Aude joue sur des mimiques, des sourires, alternant rappels collectifs et individuels de règles de travail, exigence et moments durant lesquels elle rassure les élèves (là encore sur un mode collectif ou individuel selon les cas).

Valentin ne réussit pas complètement à installer la paix scolaire. Une certaine tension perdure dans sa classe en particulier du fait d'exigences fortes de discipline qui le contraignent à de nombreux rappels à l'ordre qui, à nous observateurs, ne nous apparaissent pas toujours justifiés ou arrivant à bon escient. Notons que ces exigences sont peut-être pour lui une façon de garantir sa légitimité.

II - EXERCER UNE VIGILANCE DIDACTIQUE PLUS OU MOINS GRANDE AUX DIFFERENTS NIVEAUX : DES EXEMPLES DE DEBUTANTS

Dans ce paragraphe, nous illustrons par des exemples quelles incidences une vigilance didactique plus ou moins grande peut avoir sur les pratiques des professeurs des écoles et par conséquent sur les apprentissages des élèves. Les exemples choisis correspondent aux niveaux 3, 4 et 5 de notre typologie.

1 Exercer une vigilance didactique plus ou moins grande lors de la synthèse et de l'institutionnalisation : les exemples d'Aurélie et d'Elise (niveaux 4 et 5)

1.1 Exemple d'Aurélie : une vigilance didactique de tous les instants

La vigilance didactique dont fait preuve Aurélie est repérée par la consistance des problèmes proposés aux élèves, mais surtout par sa capacité à lire, interpréter et hiérarchiser leurs procédures même si elle n'impose pas cette hiérarchisation autoritairement. Au cours des échanges entre pairs et avec les chercheurs, Aurélie se montre consciente de sa manière de faire : commencer par interroger des élèves en échec sans trop s'attarder, regrouper des procédures semblables et exposer des procédures de la moins experte à la plus experte. Elle précise que le plus souvent elle essaie de justifier la procédure la plus experte et propose des exercices où les élèves peuvent la réinvestir.

Sa grande vigilance didactique lui permet enfin de proposer une institutionnalisation claire, suffisamment décontextualisée, qui utilise le vocabulaire mathématique adéquat et résume bien ce que les élèves doivent retenir.

1.2 Exemple d'Elise : une institutionnalisation maladroite et des exercices de réinvestissement peu adaptés faute d'une analyse a priori

Elise a fait des études plutôt scientifiques et déclare qu'en tant qu'élève, elle était plutôt bonne en mathématiques. Paradoxalement, il semble que cela lui pose problème pour comprendre les grandes difficultés de ses élèves de CM2 (10-11ans) : « il est difficile d'expliquer les évidences » déclare-t- elle.

L'insuffisance de sa vigilance didactique s'observe en particulier lors d'une séance sur la proportionnalité suivie d'exercices de réinvestissement. En effet, ces derniers s'avèrent à la fois trop simples pour mettre en place la notion nouvelle et trop compliqués car mettant en œuvre des nombres décimaux non maîtrisés par les élèves. Lors de cette séance, Elise commence par demander aux élèves de se rappeler le travail de la veille où il s'agissait de déterminer la recette d'un gâteau pour 8 et 20 personnes connaissant celle pour 4 personnes. Puis elle écrit au tableau une nouvelle recette, celle du cake au thon pour 10 personnes et demande aux élèves de chercher les proportions d'abord pour 5 personnes puis pour 50 personnes. Notons que la recette du cake au thon proposée peut être considérée comme un simple réinvestissement du travail fait la veille à partir d'une autre recette : les coefficients scalaires sont entiers, du même ordre : diviser par 2 ou multiplier par 5.

Après un temps de recherche individuelle et une correction publique (un élève est envoyé au tableau), la professeure tente une institutionnalisation en restant dans le même contexte, celui des recettes. Pour cela, elle demande le titre de la leçon d'hier. Les élèves ont du mal à prononcer le mot « proportionnalité » Après une courte discussion avec les élèves, la professeure en arrive à la formulation :

> « Donc la proportionnalité, c'est de chercher quelle opération on fait pour transformer quelque chose en autre chose »

Puis :

> « On cherche une opération et un chiffre et on l'utilise pour toute la recette ».

Elise représente au tableau un tableau de proportionnalité dont le coefficient est 2. Elle écrit l'expression « tableau de proportionnalité » et déclare :

> « Soit je vous donne l'opération et le chiffre et vous demande de remplir le tableau, soit en regardant le tableau, c'est à vous de trouver l'opération et le chiffre ».

Elle remplit le tableau de proportionnalité avec les élèves et le laisse au tableau comme référence pour la suite.

Lors de cette séance, il y a donc une véritable institutionnalisation. Mais la définition de la notion de proportionnalité est assez maladroite (« …donc la proportionnalité, c'est de chercher quelle opération on fait pour transformer quelque chose en autre chose…on cherche une opération et un chiffre et on l'utilise pour toute la recette »), quoique compréhensible par les élèves. Notons que la professeure aurait pu utiliser l'expression « opérateur multiplier par ou diviser par » à la place du mot « chiffre » dont l'emploi ici est d'ailleurs erroné.

Remarquons par ailleurs que rien n'est dit sur d'autres façons de compléter un tableau de proportionnalité, en particulier sur les propriétés de la fonction linéaire. Pourtant, cela aurait pu être utilisé par la suite, dans les exercices. Elise laisse un tableau de proportionnalité au tableau (celui proposé par le manuel dont elle s'est inspirée) pour qu'il serve de référence aux élèves. Mais le coefficient est 2 (multiplier ou diviser par 2), ce qui est sûrement trop simple pour que les élèves se fassent une bonne représentation de la notion. Cela ne garantit pas un bon réinvestissement dès que les valeurs numériques sont plus compliquées.

Elise propose ensuite une fiche d'exercices (voir Annexe), mais le choix est maladroit et révèle une vigilance didactique faible. En effet, dans le premier exercice, le premier tableau à remplir est trop facile (×2, c'est une simple redite de ce qui vient d'être fait) et le second, avec un coefficient de 2,5 (à trouver à partir du couple (60, 150)) trop difficile pour des élèves ne maîtrisant pas, voire ne connaissant pas les nombres décimaux. D'ailleurs aucun élève n'arrive à compléter le second tableau du premier exercice de la fiche qui est finalement abandonné par la professeure. Le saut entre les valeurs numériques de l'exercice proposé collectivement et celles des exercices de réinvestissement se révèle trop grand. Notons que les deux problèmes de la fiche qui suivent font aussi intervenir des nombres décimaux et que le dernier n'est pas vraiment un problème de proportionnalité puisqu'il s'agit d'une multiplication ou d'une division simple.

La séance se termine par un aide-mémoire écrit par les élèves à partir du tableau de proportionnalité laissé en référence : « pour passer de chaque nombre de la première ligne à chaque nombre de la seconde ligne, on multiplie par 2 (×2). On dit que ce tableau est un tableau de proportionnalité ».

Elise se laisse un peu piéger par les exercices qu'elle choisit dans différents manuels. Ce qui semble manquer, c'est une analyse a priori de ces exercices, permettant d'expliciter le lien avec ce qui est visé. Les professeurs d'école débutants ont souvent des faiblesses dans ce domaine et faute d'une telle analyse, ils découvrent après coup la complexité des exercices proposés ou bien le manque de relations avec la leçon précédente. Notons que ce défaut d'analyse a priori amène souvent Elise à modifier voire à abandonner certaines activités prévues.

2 Exercer une vigilance didactique sur les procédures de réussite mises a la disposition des élèves : l'exemple d'Aude (niveaux 3 et 4)

Aude a une classe de CM1 (9–10ans) de 20 élèves, qu'elle considère comme faibles, voire très faibles. C'est une classe qui semble calme a priori, mais, comme c'est souvent le cas en ZEP, on sent que l'équilibre est assez précaire.

La situation présentée est extraite de CapMaths CM1 (Hatier). C'est la seconde leçon sur la notion de multiple. Il s'agit du « jeu de la puce ». Le problème comporte trois questions. Dans la première, un personnage prétend qu'avec des sauts de 8, en partant de la case zéro, la puce peut arriver sur 430 et un autre personnage prétend que non : « la puce peut arriver avant ou après 430, mais pas sur 430 ». On demande qui a raison et dans le second cas, quels sont les deux nombres sur lesquels la puce peut arriver avant et après 430. Cette première question a été proposée et résolue lors d'une séance précédente. Les deuxième et troisième questions sont les suivantes : « La puce peut-elle arriver sur 1860 en faisant des sauts de 15 ? » puis « En faisant toujours des sauts de 15, la puce peut-elle arriver sur 1536 ? 2500 ? 3330 ? 5740 ? ». Notons la progression des valeurs numériques entre les trois questions et l'alternance de multiples et non multiples dans les nombres proposés.

Aude propose la situation en respectant les valeurs numériques et l'ordre des questions. Ses élèves travaillent par deux comme cela est suggéré par les auteurs du manuel. Elle commence par rappeler la dernière séance. Les élèves se souviennent assez bien des deux calculs faits : 53 × 8 = 424 et 54 × 8 = 432. La professeure réécrit ces deux calculs au tableau ainsi que (53 × 8) + 6 = 430 et reformule pour tout le monde « on avait dit que 430 n'est pas un multiple de 8… il n'existait pas de nombre tel que 8 fois quelque chose égale 430, donc ce n'était pas un multiple… »

Un élève lit la seconde question (cette fois la puce fait des sauts de 15. Pourra-t-elle arriver sur 1860 ?). Aude reformule pour toute la classe : « Ce qui veut dire : combien de fois peut-on mettre 15 dans 1860 ? » puis pour un élève en particulier. Avant de commencer, elle demande s'il y a des questions et suggère qu'il va falloir faire des calculs. Par groupes de deux (dix groupes), les élèves cherchent à résoudre le problème pendant vingt minutes. La professeure s'efforce de rester neutre et se contente de passer dans les groupes et de rappeler le temps restant pour la recherche. Elle incite tout de même à faire des multiplications plutôt que des additions « …pour aller plus vite ». Quatre groupes sur dix essaient d'approcher 1860 avec des multiplications par 15 en tentant d'évaluer l'écart au but, mais un seul arrive au résultat (le n°4 qui fait 15 × 100 puis évalue l'écart à 1860).

Au cours de la mise en commun qui dure quinze minutes, Aude n'interroge successivement que ces quatre groupes et laisse de côté les six autres qui témoignent pourtant d'une moindre compréhension du problème. Dans les 3 premiers cas, la professeure demande à chaque fois aux élèves comment ils ont choisi leur premier facteur (150, 135…), mais ils ne savent pas répondre et cela semble plutôt relever du hasard. Elle conclut qu'ils ont tous à peu près procédé de la même manière : « C'est à peu près ce que les autres ont fait, vous y êtes allés à tâtons, petit à petit… ». Aude demande alors une autre méthode et interroge le groupe n°4. Les élèves ne sont pas sollicités pour dire comment ils ont fait pour trouver 24 × 15 = 360, mais la professeure donne elle-même une méthode : comme 15 × 2 = 30, alors 15 × 20 = 300 et comme 15 × 4 = 60 alors il y a 20 + 4 = 24 fois 15 dans 360. Elle demande ensuite à un élève si 1860 est un multiple de 15. L'élève répond « oui, parce que ça fait 124 fois 15, 1860 ». Cela sert d'institutionnalisation sur la notion de multiple.

Pendant que les élèves cherchent la troisième question (quinze minutes), Aude écrit au tableau : « La puce peut arriver sur 1860 en faisant 124 sauts de 15. 1860 est donc un multiple de 15 puisque 124 × 15 = 1860 ». Onze minutes après le début de la recherche, elle donne une indication et rappelle que dans la question précédente, on a utilisé 15 × 100 = 1500 « … Ce serait quand même utile… inutile de perdre de l'énergie alors que le travail a été mâché déjà… » Les élèves sont maintenant fatigués. Ne les sentant plus du tout réceptifs, la professeure arrête la recherche. La troisième question n'est pas résolue.

Au cours de cette séance, Aude organise donc une mise en commun des procédures, puis une synthèse qui tient lieu d'institutionnalisation. Mais cette synthèse ne prend pas vraiment en compte les difficultés de beaucoup d'élèves. En effet, nous avons vu qu'elle n'interroge que quatre groupes, ceux qui étaient les moins éloignés de la solution. Elle écrit cette solution au tableau et conclut que 1860 est un multiple de 15 (puisque 124 × 15 = 1860) mais ne fait pas de synthèse sur la façon d'obtenir 124. Or six groupes sur dix ont posé des multiplications sans trop savoir ce qu'ils faisaient. Il semble qu'une synthèse sur comment obtenir 124 aurait été nécessaire : par exemple, l'appui sur des multiples « simples » de 15 comme 15 × 100 = 1500, 15 × 10 = 150 et l'utilisation de soustractions (1860 – 1500 = 360…). Cela était d’ailleurs signalé, mais sans insistance dans le manuel. Aude tente de le faire lorsqu’elle interroge le groupe 4, dont elle semble privilégier la stratégie, mais ce n’est pas très explicite. De plus, le passage de $15 \times 2 = 30$ à $15 \times 20 = 300$ qu’elle préconise nécessiterait sans doute une explication car les élèves ne semblent pas bien connaître la règle de multiplication par les puissances de 10 (un élève pose toute une série de multiplications par 10). D’autre part, l’appui sur des multiples de 15 de la forme 15×100 ou 15×10 est utilisé dans la méthode des soustractions successives qui sera ensuite optimisée pour arriver à la technique opératoire de la division posée. On peut donc penser qu’il aurait été judicieux ici de faire une synthèse sur l’utilisation de ces multiples particuliers, d’une part pour trouver le résultat (124), d’autre part pour préparer la mise en place de la division posée. Cela aurait pu éclairer les élèves en échec qui avaient fait toutes sortes de multiplications ne correspondant pas au problème et qui repartent ici sans avoir vraiment compris comment on pouvait arriver à 124. D’ailleurs, le réinvestissement de la procédure avec 1536 (qui aurait pu être assez direct) n’a pas lieu. Il semble qu’Aude se rende compte un peu de ces difficultés, puisque, lors de la résolution de la troisième question, elle indique aux élèves qu’il faudrait peut-être utiliser le résultat trouvé précédemment, à savoir : $15 \times 100 = 1500$.

Ici, ce n’est pas vraiment la hiérarchisation des productions qui est en jeu mais plutôt la façon de mener la synthèse pour raccrocher le plus d’élèves possible et en particulier les plus faibles. Pour cela, il ne suffit pas d’exhiber le bon résultat, il est aussi nécessaire d’expliciter les procédures susceptibles de conduire à ce résultat, en essayant dans la mesure du possible de partir du niveau où en sont les élèves. Cela est alors d’autant plus difficile que les élèves sont faibles.

IV. RETOUR SUR CES DEUX DIMENSIONS

Pour un professeur des écoles enseignant en ZEP, installer la paix scolaire constitue une réponse à des contraintes sociales et institutionnelles, qui n’est toutefois pas indépendante des trois autres composantes : personnelle, cognitive et médiative. Citons l’exemple d’Aurélie qui assure la paix scolaire essentiellement grâce à la richesse de l’environnement mathématique proposé. Par ailleurs, le travail de socialisation qu’elle réalise en amenant ses élèves à expliciter leurs procédures, à écouter celles des autres dans le respect de chacun, contribue aussi à la socialisation et donc à l’installation de la paix scolaire en faisant progresser parallèlement les apprentissages.

De façon générale, les gestes professionnels permettant d’installer un minimum de paix scolaire ne sont pas indépendants du contenu disciplinaire. Ils peuvent par exemple concerner certains domaines mathématiques comme le calcul mental ou la géométrie mais aussi le rythme de travail imposé aux élèves. En calcul mental, ils peuvent s’appuyer sur des moments rituels, comme sur des moments d’explicitation des procédures et de synthèse. L’installation de la paix scolaire est par ailleurs liée à la prise de risque mathématique que s’autorise l’enseignant dans sa classe à différents moments de son enseignement. En effet, on peut penser que si le premier niveau est atteint, le professeur aura davantage confiance dans la consistance de la situation qu’il propose, dans sa capacité à la gérer, mais aussi dans le travail des élèves, dans ce qu’ils sont capables de produire pour faire avancer les apprentissages. Si on considère l’incertitude générale que le professeur doit gérer quand il enseigne en classe, on peut penser que la réduction de celle-ci concernant les comportements des élèves va lui permettre, par une sorte de compensation, d’en accepter davantage du point de vue mathématique et donc de prendre plus de risque dans ce domaine. Il pourra alors proposer à ses élèves des problèmes non triviaux liés à une gestion de classe plus complexe, les laisser chercher sans réduire ses exigences, s’appuyer sur leurs différentes productions pour tenter une synthèse.

« Installer la paix scolaire » et « exercer une vigilance didactique » sont deux actions auxquelles il faut penser de façon permanente, particulièrement pendant la classe. Elles sont aussi complémentaires. La vigilance didactique est plutôt du côté des connaissances mathématiques et didactiques et des tâches liées à l’enseignement de contenus. Toutefois, en garantissant un enseignement au plus près des notions mathématiques visées, elle contribue à installer la paix scolaire. Mais ce n’est pas forcément suffisant et il n'y a pas de lien mécanique entre « installer la paix scolaire » et « exercer une vigilance didactique ». Le meilleur exemple est celui d'Aurélie qui a dû faire preuve d'une grande opiniâtreté pour faire adhérer ses élèves à son projet d'enseignement. Rappelons qu'au début, les rappels à l'ordre étaient très nombreux et Aurélie prête à réagir au moindre débordement. Sans cette persévérance et cette volonté qui relèvent de la composante personnelle, malgré une vigilance didactique très développée, elle n'aurait pas réussi ou tout au moins pas aussi bien à installer la paix scolaire.

Par ailleurs, « installer la paix scolaire » et « exercer une vigilance didactique » peuvent entrer en contradiction. Par exemple, des enseignants du i-genre majoritaire obtiennent la paix sociale grâce au respect rigoureux d'une certaine discipline, sans pour autant obtenir vraiment l'adhésion des élèves à leur projet d'enseignement. Si apparemment le professeur semble maîtriser l'avancée du temps didactique, c'est parce qu'il anticipe sur la lassitude des élèves en réduisant ses exigences ou en réduisant le temps des activités qu'il leur propose. Ainsi l'attention qu'il accorde au respect strict de règles de comportement induit une certaine défaillance du côté du respect des exigences relatives aux apprentissages.

D'un autre point de vue, le souci de valoriser tous les élèves, même les plus faibles, lié à la seconde contradiction entre réussite à court terme et apprentissage contribue à l'installation de la paix scolaire. Or cela peut amener le professeur à considérer avec la même attention toutes les productions des élèves, à les mettre au même niveau sans les hiérarchiser. Cette hiérarchisation est pourtant indispensable à l'avancée des apprentissages. De même, dans le souci de dédramatiser l'erreur, il peut être amené à consacrer beaucoup de temps au traitement de certaines erreurs individuelles. Enfin, pour obtenir l'adhésion des élèves à son projet d'enseignement, le professeur est amené à solliciter tous ses élèves ou presque tous à chaque séance. Cela demande du temps et peut donc freiner l'avancée du temps didactique.

Notons de plus que le fait pour le professeur de rester proche des formulations des élèves peut contribuer à installer la paix scolaire. Dans ce cas, le professeur, en se limitant à ces formulations voire en se situant en deçà de certaines, risque de restreindre les apprentissages et de réguler l'avancée du temps didactique sur les élèves les plus faibles (cf. le cas de Vanessa).

V. UNE TROISIEME DIMENSION: LA TENSION ENTRE DEVOLUTION ET INSTITUTIONNALISATION

Dans la théorie des situations, la dévolution et l'institutionnalisation sont deux processus complémentaires qui durent tout au long de la situation didactique. Le professeur dévolue une situation à l'élève dans l'intention d'enseigner. Inversement, l'élève accepte la responsabilité de se mettre au travail s'il sait que la situation est porteuse d'enjeux de savoirs. La dévolution suppose l'institutionnalisation possible.

Nos analyses de pratiques font apparaître une tension entre les processus de dévolution et d'institutionnalisation. En effet, ils correspondent à des tâches différentes, voire antagonistes du professeur et nécessitent un changement de posture de la part de ce dernier. Pour la dévolution, le professeur doit faire en sorte que le problème qu'il propose devienne celui de l'élève en créant les conditions nécessaires, notamment le milieu. L'initiative est alors laissée à l'élève qui agit, produit, construit. Le professeur en quelque sorte « disparaît ». Pour dévoluer, il doit cacher le savoir en jeu dans la situation pour permettre à l'élève de le construire. Lors de la synthèse et de l'institutionnalisation, c'est tout le contraire, le professeur reprend l'initiative. Il doit sortir du contexte de la situation en en éliminant tous les artifices, en faisant la part de « l'accessoire », pour finalement pointer l'essentiel que constitue le savoir en jeu. L'élève ne produit plus, son activité consiste surtout à écouter ce que dit le professeur afin de construire de nouvelles connaissances.

VI. CONCLUSION ET PERSPECTIVES POUR LA FORMATION

1 Des dimensions fondamentales de l'activité du professeur des écoles

Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique et dépasser les tensions entre dévolution et institutionnalisation conditionnent des déroulements de classe « les plus proches possibles » des apprentissages visés. La présence de ces trois dimensions dans l'activité du professeur des écoles apparaît fondamentale pour les élèves, notamment ceux issus de milieux socialement défavorisés. Leur importance plus ou moins grande s'avère cruciale dans la mesure où, comme nous l'avons vu dans les exemples, des manques peuvent compromettre les apprentissages. Ces trois dimensions peuvent ainsi être qualifiées de grandes questions posées à la profession dans la mesure où elles ne sont pas liées à un individu mais à l'ensemble du collectif enseignant, notamment du premier degré.

2 Perspectives pour la formation

Ces trois dimensions s'avèrent difficiles à acquérir par les professeurs des écoles débutants. Il semble incontournable que la formation s'en empare, mais comment peut-elle le faire? Quelles ingénieries construire ?

Pour préparer les futurs professeurs des écoles à installer la paix scolaire dans leur classe, suffit-il de décrire les gestes et routines appropriés, non indépendants des contenus abordés, en mettant en garde contre certains risques comme par exemple la survalorisation des élèves ? Ou faut-il obligatoirement les faire travailler dans un contexte ZEP pour une meilleure appréhension des difficultés du métier ?

Comment développer la vigilance didactique des futurs professeurs des écoles en amont de la classe, pendant et après la classe ? En amont de la classe, on peut faire l'hypothèse qu'il serait nécessaire de travailler davantage en formation l'analyse a priori des situations, en particulier pour en identifier les enjeux d'apprentissage, ainsi que le choix des variables et leur incidence sur les procédures et performances des élèves. Pendant la classe, comment leur apprendre à bien choisir, au cours de la recherche des élèves, les procédures à expliciter et par la suite à les hiérarchiser ? Comment leur apprendre à construire une synthèse à partir des productions même très partielles des élèves de façon à proposer à ceux qui n'ont pas réussi une ou plusieurs procédures menant à la réussite ?

Comment mettre en relation dès la formation initiale les processus de dévolution, régulation et institutionnalisation ? Il est important que chaque processus soit l'objet d'une intervention spécifique. Toutefois, il ne faudrait pas privilégier un de ces processus par rapport aux autres mais au contraire les mettre en relation et travailler les postures correspondantes qui, comme nous l'avons vu, peuvent être antagonistes.

Une des choses les plus difficiles en formation est de faire prendre conscience aux futurs professeurs de la dépendance entre les deux moments de préparation des séances en amont de la classe et de déroulement pendant la classe. Comment faire en sorte que ce dernier soit piloté par les mathématiques, certes en tenant compte des élèves, mais sans trop s'éloigner des apprentissages visés ? Des recherches sur la formation, sur ce qu'elle vise, sur les ingénieries à mettre en place sont nécessaires pour avancer sur toutes ces questions.

VII. BIBLIOGRAPHIE RESTREINTE

BUTLEN D., PELTIER M.L., PEZARD M. (2002) Nommé(s) en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP : cohérence et contradictions *Revue Française de Pédagogie,* n° 140, Paris, INRP, 41-52

BUTLEN D., MASSELOT P. (2001) Exemples de routines au CP : pratiques en mathématiques d'un professeur des écoles en première nomination, in *ARDM, Actes de la 11ième école d'été de didactique des mathématiques,* La Pensée Sauvage Grenoble

BUTLEN D. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des Professeurs des Ecoles*, HDR Paris, Université Paris 8, Paris

CLOT Y. (1999). *La fonction psychologique du travail,* PUF, Paris

MASSELOT P. (2000). *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs des écoles (une étude de cas),* doctorat de didactique des mathématiques, Paris, IREM Paris7, Université Paris 7, Paris

MASSELOT P., ROBERT A. (2007).Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de pratiques de professeurs enseignant les mathématiques, *Recherche et Formation,* n° 56

PASTRE P., SAMURCAY R. et BOUTHIER D. (1995). Le développement des compétences, analyse du travail et didactique professionnelle, *Education permanente,* n° 123

PELTIER M.L. (Ed) (2004) *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP,* La Pensée Sauvage, Grenoble

ROBERT A, (2001). Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en didactique des mathématiques,* vol 21/1.2, 57-80, Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble

ROBERT A. (2008) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 45–52). Octarès Paris

ROBERT A, ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *la revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies,* 2(4), Toronto, 505-528

SCHON D.A. (1994). *Le praticien réflexif. A la recherche de savoir caché dans l'agir professionnel*. Les éditions logiques, Montréal

VANDEBROUCK F. (Ed.) (2008) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* Octarès Paris

VIII. ANNEXE

POUR RÉALISER LES EXERCICES

× 2

2	3	4	5
4	6	8	10

Pour passer de chaque nombre de la première ligne à chaque nombre de la deuxième ligne, on multiplie par 2 (×2).
On dit que ce tableau est un tableau de proportionnalité.

1 Complète les tableaux de proportionnalité suivants.
Indique les coefficients multiplicatifs pour passer de la première à la deuxième ligne.

x ...

5	10	20		30	35	
		40	50			108

6		21	30	60	66	87	111
	35			150			

x ...

2 *10 kg de terreau pour le potager coûtent 4 €.*
Quel est le prix de 5 kg ? de 1 kg ? de 2 kg ?
Quelle masse de terreau puis-je acheter avec 8 € ? avec 10 € ? avec 12 € ?

3 *Une épicerie vend des bonbons au détail à 7 cents pièce.*
Combien vaudront 2 bonbons ? 5 bonbons ? 17 bonbons ? 22 bonbons ?
Combien de bonbons peut-on acheter avec 42 cents ? avec 1,40 euro ? avec 1,33 euro ?

DE NOUVEAUX OUTILS POUR FAVORISER LES ACTIVITES DE RECHERCHE ET DE PREUVE ENTRE PAIRS DANS L'ENSEIGNEMENT

Jean-Philippe Georget
IUFM Centre Val de Loire, Université d'Orléans
LDAR, Université de Paris 7
jean-philippe.georget@univ-orleans.fr

Résumé : La communication s'est appuiée sur un travail de thèse qui traite des moyens de favoriser les activités de recherche et de preuve entre pairs (activités RPP) à l'école primaire (Georget, 2009). La première partie de la communication a été consacrée à une présentation de l'approche générale utilisée pour travailler avec des enseignants. Cette approche s'appuie sur la théorie des communautés de pratique (Wenger, 1998) et sur l'ergonomie des ressources destinées aux enseignants (Georget 2009, à paraître). Elle sera illustrée ici à l'aide d'une ressource concernant le problème *Cordes* (ERMEL, 1999b). Cette illustration montrera qu'il n'est pas toujours souhaitable qu'une ressource développe tous les tenants et aboutissants d'une activité RPP donnée. La seconde partie présentera certains processus dynamiques repérés dans les séances menées par des enseignants « expérimentés » mais majoritairement novices dans la mise en œuvre des activités RPP. Ces processus, jamais ou rarement reconnus jusque là, aident à mieux appréhender la complexité des activités RPP et expliquent en partie pourquoi des enseignants peinent à en tirer profit, même s'ils sont volontaires pour les mettre en œuvre. Les deux parties de cette communication fournissent des outils simples d'utilisation et utiles à la formation des professeurs des écoles pour mieux faire face à la complexité des activités RPP.

Les situations ciblées initialement par l'étude étaient les « problèmes pour chercher » (Programmes de l'école primaire, 2002, 2007) et les « problèmes ouverts » (Arsac, 1991). Il s'avère que ces expressions sont fréquemment employées par les enseignants avec des acceptions très variées. D'autres expressions comme « situation-problème » ou « situation de recherche en classe » (Grenier et Payan, 2002) subissent, elles aussi, le même sort, non pas qu'elles soient mal définies par leurs auteurs mais plutôt parce que différents usages co-existent. Ainsi, une situation-problème peut être une situation qui pose problème aux élèves, mais ce problème peut, par exemple, être un problème de lecture. Une situation de recherche est toujours une situation où les élèves cherchent... mais c'est souvent le cas lorsqu'ils sont en milieu scolaire ! Il est possible d'attendre davantage des situations citées ici, que ce soit des moments de débats entre pairs ou des moments de synthèse basés sur les contributions des élèves.
L'expression *Activités de recherche et de preuve entre pairs* (activités RPP) vise à désigner explicitement ces différents moments de la pratique des mathématiques. La précision n'est pas uniquement terminologique car il s'agit aussi de mettre en valeur la potentialité des moments d'interaction entre pairs et des moments de preuve dans une perspective d'intégration de pratiques nouvelles dans des pratiques ordinaires d'enseignants. Le terme *activité*, qui peut être remplacé ici par *situation*, pointe notamment le fait que le problème de mathématiques au centre d'une situation donnée n'est que l'un des éléments à prendre en compte dans ces situations. Cette nouvelle expression a aussi l'intérêt de désigner un ensemble d'activités similaires à celles déjà citées, ce qui présente l'avantage de faciliter leur comparaison en les reconnaissant comme relevant d'une même catégorie de situations d'enseignement.

Parmi ces activités, certaines visent, plus que d'autres, à introduire une notion ou une technique en plus de travailler la démarche de recherche en mathématiques. Il s'agit des activités *orienté notion/technique* (activités ONT). Cette désignation apparaît comme une sorte d'option possible des activités RPP, c'est-à-dire comme une caractéristique supplémentaire qui dénote une inclusion d'une catégorie de situations dans une autre. Ceci peut contribuer à mieux les décrire et aussi à favoriser leur pratique dans les classes. En effet, en considérant qu'il s'agit d'une « option » d'une activité donnée, un enseignant peut alors décider en toute connaissance de cause de l'exploiter ou non, selon ses compétences et le contexte de mise en œuvre, et faire un choix inverse dans un autre contexte. Il y a ainsi une possibilité d'évolution qui est ouverte explicitement, ce qui est un point de vue ergonomique important.

Le problème *Cordes* peut être la source d'une activité RPP et va être utile pour illustrer la présente contribution. Il est extrait du travail de l'équipe ERMEL (1999b). Un nombre de points étant fixés sur un cercle, il faut dénombrer le nombre de cordes qu'ils permettent de tracer. Ce nombre de points est une variable didactique de la situation. Pour un petit nombre de points, un simple comptage est possible, mentalement ou sur un dessin. Si le nombre de points augmente, le comptage est rendu difficile ou impossible et il faut alors une stratégie plus efficace. Dès le cycle 3 de l'enseignement primaire, trois méthodes au moins sont possibles :

- une méthode « additive » : le premier point des n points est relié à $(n - 1)$ points, le deuxième avec $(n - 2)$, etc. L'avant dernier point n'est relié qu'au dernier point. Le nombre de cordes vaut donc $(n - 1)+(n - 2)...+1$.
- une méthode « multiplicative » : n points sont reliés chacun à $(n - 1)$ points. Chaque corde étant comptée deux fois, une fois par extrémité, le nombre de cordes vaut alors $n(n - 1)/2$.
- une méthode « par récurrence » : le nombre de cordes pour $n + 1$ points vaut le nombre de cordes pour n points auquel on ajoute n nouvelles cordes correspondant au nouveau point.

À des élèves de cycle 3 et selon le contexte, il est possible de préciser les cas à étudier successivement ou,en fin de cycle, de proposer le cas général.

1 CONTEXTE DE LA RECHERCHE

La recherche dont est issue cette contribution s'inscrit dans le contexte des programmes de l'école primaire de 2002 et de 2007. Ces derniers favorisaient explicitement les activités RPP en particulier avec l'expression *problèmes pour chercher* mais aussi des activités RPP/ONT dans les différents domaines à enseigner. Il s'agissait alors de « pratiquer des véritables problèmes de recherche où les enseignants ne devaient donner ni la démarche ni la solution » (Programmes de l'école primaire, 2002, 2007).

Des ressources destinées aux enseignants et susceptibles de les aider à pratiquer ces activités dans leur classe existaient et existent encore dans la littérature professionnelle. Parmi elles, des documents d'accompagnement des programmes de 2002 et des ouvrages qui restent d'actualité, tels ceux de l'équipe ERMEL, la revue Grand N, Hersant (2006, voir aussi le présent volume). Pour autant, les pratiques des enseignants semblaient et semblent toujours rester stables, les expérimentations antérieures de ce type d'activités ayant assez peu diffusé au-delà de contextes locaux.

Du côté des recherches en didactique des mathématiques, cette recherche s'inscrit dans une approche souhaitant se situer au plus près des pratiques existantes ou qui cherchent des nouveaux modes de collaboration entre enseignants et chercheurs. (Robert et Rogalski, 2002 ; Jaworski, 2006).

Les activités RPP sont peu présentes dans les pratiques, malgré l'existence de ressources destinées aux enseignants et malgré la pression institutionnelle, même si cette dernière a faibli depuis. En admettant que ces activités ont leur place à l'école primaire, il est pertinent de poser la question de l'écologie de ces pratiques de classe et de s'interroger sur les moyens d'action envisageables pour favoriser leur mise en œuvre.

Ce constat a amené à la formulation de trois hypothèses principales. La première est que la pratique des activités RPP est particulièrement complexe pour les enseignants si on les compare à des situations d'enseignement plus traditionnelles. La deuxième hypothèse est que les ressources liées à ces activités ne sont pas suffisamment accessibles aux enseignants, tant au niveau de leur contenu que de leur accès physique. Il est admis ici que les manuels prédominent dans les genèses documentaires des enseignants (Gueudet et Trouche, 2010) et que peu d'activités RPP y sont présentes (Coppé et Houdement, 2002).

Enfin, la troisième hypothèse est que la distance entre les pratiques traditionnelles et ces « nouvelles » pratiques, la complexité de ces dernières, font que les évolutions visées sont plus faciles pour un groupe d'enseignants que pour un enseignant isolé et qu'elles doivent être accompagnées et s'inscrire dans la durée.

Partant de ces hypothèses, la recherche a suivi deux axes de questionnement : activités RPP et travail collaboratif.

– Comment expliquer le manque de diffusion des activités RPP ? Leur complexité ? Les ressources disponibles ?
– Quelles sont les conditions écologiques pour qu'un travail collaboratif entre enseignants permette des changements de pratique ?

Le présent article détaille certaines réponses à ces questions et en présente d'autres qui ont été obtenues dans la thèse. La présentation de quelques éléments théoriques est nécessaire pour évoquer le travail mené.

2 ÉLÉMENTS THÉORIQUES

2.1 Les communautés de pratique

L'axe « collaboratif » de la recherche s'inscrit dans la théorie générale des *communautés de pratique* (Wenger, 1998). Une communauté de pratique (CoP) est un « ensemble de personnes regroupées autour d'une entreprise commune – considérée comme objet et comme processus – négociée entre elles et relative à leur pratique » (Georget, 2009). Cette communauté n'est pas qu'harmonie et il peut aussi y avoir des désaccords, des tensions, des ambiguïtés. Ses membres négocient le sens de leur pratique au travers de deux processus, celui de participation et celui de réification. Le processus de participation désigne l'ensemble des façons d'être engagé dans une pratique. Il s'agit par exemple d'exercer son métier en classe, de préparer la classe, de penser à son travail à un moment donné, etc. Il y a plusieurs niveaux de participation : noyau dur, actifs, périphériques, profanes et plusieurs types de trajectoires possibles dans la communauté. Le processus de réification est celui qui conduit à « chosifier » notre expérience à l'aide d'objets, de symboles, d'attitudes, de concepts, d'histoires, etc…Ces « choses » s'appellent aussi des réifications. Par exemple, pour un groupe d'enseignants, un énoncé de problème peut réifier leur capacité à proposer une activité RPP à des élèves, les moyens employés pour mener à bien cette expérience, les aspects qui peuvent être améliorés, etc. Le nom d'un élève peut réifier l'expérience d'enseignants ayant découvert qu'ils avaient tendance à sous-estimer les capacités des élèves, la structure d'une fiche de préparation d'un enseignant peut réifier sa façon d'aborder l'enseignement, etc.

Selon Wenger (1998), il y a une sorte d'équilibre à rechercher entre ces deux processus. La réification permet la participation des membres et la participation permet aux réifications d'exister mais une réification peut aussi freiner la participation ou ne pas la permettre si elle est trop définie ou, à l'inverse, si elle est trop peu définie. En s'appuyant sur le dernier exemple, la structure très aboutie des fiches d'un enseignant peut se révéler inadéquate s'il s'agit de mettre des ressources en commun dans un collectif d'enseignants alors qu'elle remplit parfaitement son rôle aux yeux de son auteur.

Les CoP ne vivent pas isolées les unes des autres, elles ont des liens entre elles. Les *objets frontières* sont des réifications « dénaturées » (Georget, 2009) qui passent d'une communauté à l'autre et qui permettent par exemple de transmettre de l'expérience entre deux CoP. Certains membres d'une CoP ont plus de légitimité pour introduire ces objets dans leur CoP, Wenger (1998) les appelle des *courtiers*.

2.2 L'ergonomie des ressources et le paradoxe d'incomplétude des ressources

L'usage de concepts issus de recherches sur les environnements informatiques pour l'apprentissage humain (EIAH) permet d'étudier de manière ciblée une ou des ressources destinées aux enseignants (Georget, à paraître). Cette approche permet d'évaluer si les ressources remplissent leur rôle, ce que les ergonomes appellent leur *utilité*. Elle cherche aussi à déterminer si les enseignants ont plusieurs possibilités de les utiliser, c'est l'*utilisabilité* des ressources. Il s'agit par exemple d'étudier leur prise en compte de l'expérience et de l'expertise des usagers, si elles respectent leur expérience et leurs habitudes de travail. Il s'agit aussi d'étudier si les enseignants peuvent adapter les ressources à différents contextes, c'est-à-dire de déterminer leur *adaptabilité*. Enfin, il s'agit de déterminer la valeur que les enseignants donnent à ces ressources et s'ils souhaitent les utiliser, ce que les ergonomes appellent l'*acceptabilité*. Ces différents concepts ne sont pas indépendants (Tricot, 2003). Par exemple, un enseignant, constatant qu'il n'est pas possible d'adapter une ressource à ses habitudes de travail peut décider de ne pas l'utiliser. Le manque d'utilisabilité d'une ressource peut avoir un impact sur son acceptabilité. L'enseignant peut aussi penser que, si la ressource n'est pas adaptable, elle peut néanmoins lui rendre quelques services et il décidera alors de l'utiliser.

Ces concepts permettent de préciser le *paradoxe d'incomplétude des ressources* (Georget, 2009, à paraître) que l'on peut interpréter en termes ergonomiques :

– si une ressource est « trop complète », par exemple des programmes qui rentrent trop dans les détails, les enseignants risquent de ne pas les utiliser du fait de la quantité d'informations à traiter ou des contraintes qu'elles impliquent. Leur acceptabilité est mise en défaut.

– à l'inverse, si une ressource est « trop incomplète », les enseignants risquent de peiner à en tirer profit. Son utilité et son utilisabilité sont mises en défaut.

De manière complémentaire, il est aussi possible d'interpréter ce paradoxe en termes d'équilibre participation/réification. Par exemple, les réifications constituées par des programmes scolaires détaillés ne permettent pas toujours aux enseignants de se les approprier facilement. À l'inverse, des programmes peu détaillés ne leur permettent pas de déterminer ce que l'institution attend d'eux. Dans les deux cas, leur participation à l'application des programmes risque de ne pas être favorisée.

2.3 Les potentiels d'une activité RPP

Pour étudier la validité de l'hypothèse sur les ressources existantes, il était nécessaire de faire une synthèse des expérimentations menées autour des activités RPP. Cette étude n'a pu se faire sans l'introduction d'outils théoriques spécifiques. De nouveaux concepts ont été définis pour étudier au plus près une activité RPP donnée : le *potentiel de recherche*, le *potentiel de débat*, le *potentiel de résistance*, le *potentiel de résistance dynamique* et le *potentiel didactique*.

Il y a trois raisons qui expliquent le choix d'étudier une activité RPP sous l'angle des potentiels. Tout d'abord, l'idée de potentiel permet de rendre compte de l'incertitude du déroulement de ces séances en classe. Les différents potentiels peuvent s'actualiser de façons diverses au cours d'une séance sous l'influence de facteurs divers comme l'expérience des enseignants ou celle des élèves. Ensuite, c'est une manière de donner ou de rendre une sorte de « droit » aux enseignants à faire une utilisation variée de ces activités. Cette perspective est intéressante à prendre en compte si on cherche une intégration plus ou moins progressive de ces activités dans les pratiques existantes. À une activité donnée peuvent correspondre plusieurs exploitations possibles. Ceci est propice à l'introduction de cette activité dans l'espace de travail d'un enseignant et correspond à la recherche d'un équilibre participation-réification. Enfin, ces potentiels décrivent des caractéristiques d'activités RPP qui peuvent être obtenues de différentes manières, ce qui permet de les reconnaître et de les comparer. Les potentiels sont donc particulièrement utiles pour étudier des ressources ou des expérimentations menées autour des activités RPP. Ceci a été l'objet d'une partie du travail de thèse qui n'est pas reprise ici.

Le problème et la ressource *Cordes* présentée en annexe permettent d'illustrer ce que sont les potentiels. Il ne s'agit pas d'un problème standard à l'école, les élèves ne savent pas a priori comment le résoudre. Plusieurs stratégies sont envisageables, trois méthodes de résolution sont accessibles aux élèves. Ce problème a donc un potentiel pour permettre une recherche par les élèves : c'est son potentiel de recherche. Pour un grand nombre de points, si un élève propose une solution en se basant uniquement sur la figure, les autres élèves peuvent douter de la véracité de cette solution. Plusieurs propositions différentes peuvent aussi apparaître. Ce problème a donc un potentiel pour permettre des débats entre pairs de nature mathématique, c'est son potentiel de débat. Les élèves sont susceptibles de chercher des cas simples et des cas plus résistants. Il est probable qu'ils ne trouvent pas tout de suite une solution générale correcte. Il est aussi probable qu'ils trouveront des propositions plus ou moins correctes au cours de la recherche. Ce problème a donc un certain potentiel de résistance face aux tentatives de résolution des élèves et cette résistance va varier au cours de la recherche. C'est son potentiel de résistance dynamique. Enfin, en plus d'aboutir à la solution, les élèves sont susceptibles d'apprendre des méthodes de résolution exploitables dans d'autres contextes, telles des techniques de dénombrement. Ils peuvent aussi apprendre des éléments plus transversaux liés à la démarche de recherche en mathématiques : statut des exemples, des contre-exemples, des preuves, etc. Ces exemples illustrent son potentiel didactique, c'est-à-dire ce qu'une activité basée sur ce problème peut permettre d'enseigner.

3 L'EXPÉRIMENTATION

Une étude des ressources des expérimentations menées autour des activités RPP (Georget, 2009) a montré l'intérêt d'une expérimentation suivant les principes évoqués dans la partie précédente. Pour suivre la perspective de Wenger, il s'agit bien sûr de proposer des réifications, essentiellement des artefacts, pour que les enseignants s'engagent dans l'expérimentation, mais aussi d'initier des processus sociaux. C'est ce que Wenger appelle un *design pour l'apprentissage* et qui prend ici la forme d'un *design de l'expérimentation*.

3.1 Design de l'expérimentation

L'expérimentation a consisté à proposer sur un site Web des ressources conçues de manière ergonomique, telle la ressource *Cordes,* à une dizaine d'enseignants volontaires au cours de trois années. Il était important de ne pas accumuler trop d'information dans les ressources pour ne pas risquer de donner un côté long et figé à la ressource et de présenter des manières de faire pouvant s'imposer plus ou moins implicitement aux enseignants. En d'autres termes, il s'agissait de tenir compte de l'équilibre participation/réification et du paradoxe d'incomplétude des ressources. Un choix important a notamment consisté à volontairement laisser certains « manques » dans les ressources pour favoriser la participation des enseignants. Par exemple, plutôt que de fournir un scénario d'utilisation, seules quelques options d'utilisation étaient proposées. Le but était d'une part de déclencher des discussions entre enseignants, généralement difficiles à faire émerger, et d'autre part, de profiter des discussions pour améliorer ergonomiquement les ressources dans une sorte de conception dans l'usage. La CoP d'enseignants ainsi formée a été coordonnée par le chercheur, placé ici non pas en tant qu'expert, puisque la pratique des activités RPP était un objet d'étude mais plutôt en tant que coordonnateur ayant une certaine expertise et pouvant jouer le rôle de courtier. Dans une approche « CoP », la différence est significative puisque des échanges inter-enseignants, source d'activité et de valeur d'une CoP, auraient été moins nombreux que des échanges expert-enseignants. La participation des membres aurait alors été réduite d'autant, chaque enseignant pensant que l'expert avait réponse à tout. Au contraire, il s'agissait d'engranger de l'expérience au sein de la CoP afin d'imaginer et de trouver des réponses ou des embryons de réponse aux problèmes qui se posaient.

3.2 *Retour sur la ressource* Cordes

Dans la ressource représentée en annexe, le problème *Cordes* est présenté en trois lignes avec un énoncé destiné aux enseignants. Ces derniers ont donc toute latitude pour l'adapter à leurs élèves. Une succession de cas en fonction du nombre de points est implicitement suggérée mais elle n'est pas imposé. La ressource propose aussi d'aborder directement le cas général, c'est-à-dire sans fixer le nombre de points au départ pour les élèves. Des méthodes de résolution sont données et, à partir de la deuxième année, elles sont illustrées par des animations. Une rubrique *Commentaires* est aussi ajoutée afin de donner, de manière synthétique, des éléments supplémentaires aux enseignants pour gérer au mieux cette activité en classe tout en bénéficiant d'une grande marge de liberté. Il y a par exemple un avertissement indiquant qu'une succession de type 5, 6, etc. favorise la méthode par récurrence. Globalement, la ressource laisse donc des marges de liberté aux enseignants mais elle donne aussi des éléments pouvant guider leurs choix.

3.3 Premiers résultats

Les enseignants, volontaires et bénévoles, ont globalement apprécié le dispositif proposé. La troisième année, deux nouveaux enseignants, des « novices » selon Wenger (1998), ont même rejoint la CoP initiale. Il faut remarquer que les enseignants ont participé à l'expérimentation alors que les contraintes pesant sur eux étaient relativement fortes. Exception faite d'un enseignant, la pratique d'activités RPP dans leur classe était nouvelle pour eux et peu répandue chez leurs collègues. De plus, les séances étaient observées et enregistrées à l'aide d'une caméra, ce qui ajoute encore au stress de ce type de séances. Enfin, les enseignants bénéficiaient de peu d'aide directe de la part du coordonnateur, celui-ci n'étant pas à une place d'expert et laissant d'abord émerger les échanges inter-enseignants. Devant autant de contraintes, chaque enseignant aurait pu se désengager du dispositif. Deux l'ont quitté, l'un pour cause de départ à la retraite et l'autre pour cause d'engagement dans d'autres projets professionnels. Des activités RPP ont donc été régulièrement mises en œuvre durant trois années, ce qui est un premier résultat si l'on considère la légèreté et l'économie du dispositif.

Les enseignants ont proposé assez rapidement des problèmes congruents à ceux proposés sur le site Web, c'est-à-dire sans les dénaturer. Plusieurs problèmes mis en œuvre étaient situés exclusivement dans le cadre des mathématiques, ce que les enseignants désignaient par des problèmes « abstraits » par opposition aux problèmes concrets comme par exemple ceux contextualisés dans la « vie quotidienne ». Certains enseignants pensaient initialement que leurs élèves n'étaient pas capables de traiter de tels problèmes. Il s'agit donc d'un deuxième résultat positif.

Enfin, l'expérimentation tend à valider l'hypothèse de la nécessité d'un accompagnement et d'une inscription dans la durée pour pouvoir observer une évolution des pratiques concernant les activités RPP. Elle apporte aussi des résultats concernant la gestion de ces activités.

3.4 Résultats concernant la gestion des activités RPP

Des problèmes abstraits sont adoptés alors qu'ils ne l'étaient pas toujours en début d'expérimentation mais les analyses des séances, des réunions et des comptes-rendus mettent en évidence que la pratique des activités RPP est particulièrement complexe. Le repérage de plusieurs dynamiques, dont certaines sont déjà connues, permet de mieux comprendre les difficultés rencontrées par les enseignants à différents moments des séances. Parmi elles, la contrainte de la durée habituelle d'une séance de classe explique certaines difficultés rencontrées par les enseignants pour exploiter au mieux les activités RPP. Cependant, cette contrainte se révèle insuffisante pour les expliquer toutes, notamment parce que certaines persistent lorsque l'activité est menée sur plus d'une séance. En effet, d'autres facteurs influent sur le déroulement des séances et méritent d'être relevés.

L'analyse de la présentation des problèmes, lors des 10 à 15 premières minutes de séance, montre qu'elle est régulièrement congruente avec les problèmes proposés sur le site Web de l'expérimentation mais que cette présentation pourrait être souvent améliorée de façon rentable, le potentiel de recherche pouvant être plus développé. En effet, les enseignants ne définissent pas toujours suffisamment les problèmes, ce qui cause des difficultés jusque dans les phases de conclusion. Ce phénomène est régulièrement observé et discuté lors de réunions, ce qui en fait un élément de la *composante sociale* de la pratique des enseignants (Robert et Rogalski, 2002). Par exemple, dans le problème *Cordes*, la distinction entre corde et diamètre et le fait qu'un point peut être l'extrémité de plusieurs cordes ne sont pas toujours explicités. Pour le problème *Plus grand produit* (ERMEL, 1999a), il faut trouver le plus grand produit que l'on peut obtenir à partir des différentes décompositions additives d'un nombre donné. Le fait qu'une somme peut être constituée de plus de deux termes apparaît souvent tardivement. Dans le problème *Triangles colorés* (ERMEL, 1991), il en est de même concernant la possibilité d'utiliser plusieurs fois la même couleur pour colorier un triangle décomposé en trois triangles. Fréquemment, les élèves doivent donc d'abord déterminer eux-mêmes l'espace de recherche du problème et ses subtilités, ce qui entame largement la durée des séances et laisse subsister des doutes qui relèvent davantage du contrat didactique ou de limites psychologiques que de la difficulté de résoudre les différents problèmes. Les problèmes n'étant pas suffisamment définis, les élèves peinent à les résoudre dans le temps imparti.

Autre élément de la composante sociale de la pratique des enseignants, le fait de donner des exemples équivaut souvent aux yeux des enseignants à « donner la démarche ». Il faut comprendre par là en réalité que le fait de donner des exemples est susceptible d'aider les élèves à bien comprendre le problème. Plutôt que de mieux poser le problème, les enseignants gardent alors certains renseignements cachés, ce qui leur permet en même temps de garder une certaine maîtrise sur le déroulement de la séance. En effet, ce choix leur permet de garder une réserve sur ce qu'ils peuvent dire aux élèves en conclusion et donc, d'une certaine manière, de préserver leur légitimité vis à vis des élèves : il leur reste quelque chose à apprendre aux élèves. Un enseignant ayant déjà l'expérience des activités RPP se distingue de ces collègues novices en la matière et les analyses montrent que, pour une enseignante au moins, il y a des évolutions de sa pratique qui vont dans le sens d'une meilleure explicitation du problème tôt dans la séance.

Relevant toujours de la présentation du problème, le fait de proposer un énoncé écrit au lieu d'une présentation essentiellement orale semble être caractéristique du cycle 3. L'étude de la pratique d'une enseignante tend à montrer qu'une présentation orale peut être plus efficace en termes de dévolution. Outre la barrière de l'écrit pour certains élèves, une présentation orale laisse aussi plus de place à des reformulations, que ce soit de la part de l'enseignant ou de celle des élèves. Un gain de temps a aussi été observé mais pourrait aussi être attribué à une meilleure maîtrise des problèmes par les enseignants.

Les recherches autonomes des élèves se déroulent généralement sans intervention des enseignants. Cependant, des validations individuelles préalables aux débats peuvent être observées, ce qui limite le potentiel de débat des activités. Les élèves ayant reçu un quitus de la part de l'enseignant sont en effet moins motivés pour expliciter clairement leur démarche auprès des autres élèves et les convaincre, voire même pour s'impliquer dans les débats.

Il est fréquent d'observer des enseignants fermer les débats promis par le début du déroulement d'une séance. On l'a vu, la durée des séances, si elle intervient, ne suffit pas à l'expliquer. Les consignes de dévolution des débats peuvent exister mais pas toujours, ce qui contribue à expliquer des dysfonctionnements dans le déroulement des phases de débats. Outre les problèmes liés aux validations trop précoces des enseignants, que ces validations soient individuelles ou collectives, ces derniers font finalement peu de demandes de validation ou de consensus auprès des élèves, ce qui ne leur ouvre pas la possibilité de s'impliquer dans des débats, de se risquer à prendre une position et à la défendre. Il y a aussi peu de rappels du problème en cours de traitement, ce qui ne favorise pas non plus l'implication optimale des élèves d'une classe. Autre élément limitant la participation des élèves, il arrive fréquemment que l'enseignant demande des précisions à un élève qui vient d'exposer une explication, ceci avant de solliciter d'autres élèves, par exemple pour savoir s'ils ont compris ou s'ils sont d'accord.

Une fois que l'enseignant est intervenu, les élèves peuvent interpréter cette intervention comme le fait que tout a été dit et explicité, ce qui leur laisse peu de place pour intervenir. Les consignes lors des phases qui ressemblent le plus à des phases de débats entre pairs sont fréquemment des consignes de « partage des méthodes », l'enseignant déclarant par exemple qu'il faut écouter pour pouvoir profiter des explications des pairs, ou de retour sur l'historique des recherches (consigne du type : « expliquez ce que vous avez fait, comment vous avez trouvé »). On observe alors des discours plutôt descriptifs de la part des élèves interrogés, discours suivis d'un désintérêt progressif de leurs pairs. Vient alors la consigne « quelle est la meilleure méthode ? », à laquelle une majorité d'élèves ne sont pas prêts à répondre, ceux-ci étant souvent, au mieux, dans la recherche de compréhension d'une méthode de résolution qui vient d'être exposée, et au pire, dans la compréhension du problème posé initialement.

Par ailleurs, l'exploitation des productions souffre souvent de dynamiques qui pourraient être évitées. D'une part, le tâtonnement par essais/erreurs pourrait être davantage reconnu comme une méthode valide plutôt que de souvent devoir laisser sa place à des réponses mathématiques plus « esthétiques » mais que les élèves ne sont pas prêts à découvrir. D'autre part, l'exploitation des productions, fréquemment faite dans l'ordre croissant de pertinence, a un défaut potentiel majeur, celui d'habituer les élèves à attendre les dernières productions pour voir les réponses valides. Ainsi, dès le début de l'exploitation des productions, les élèves peuvent s'attendre à ce que l'enseignant choisisse des productions erronées en premier, sans en avoir l'air... et finalement dirige les débats, réduisant ainsi la liberté des élèves d'y participer pleinement.

Il arrive aussi que les débats s'égarent loin de la résolution du problème tout en restant mathématiques. C'est par exemple le cas du rôle des parenthèses dans l'écriture d'une expression dans le problème *Golf* consistant à atteindre un nombre cible en additionnant des multiples de deux nombres donnés. Ces « égarements » laissent les enseignants et les élèves relativement insatisfaits alors qu'ils ont pu avoir des débats d'ordre mathématique.

Quand vient le temps de conclure la séance, la multiplicité des processus dynamiques en jeu contrariant un déroulement plus « idéal » fait que les enseignants ne disposent pas des éléments leur permettant de conduire une conclusion satisfaisante, sans même parler de l'implication des élèves dans ces phases de conclusion.

Il existe aussi des processus dynamiques liés aux choix des matériels ou des représentations utilisées par les enseignants, des choix que le cadrage théorique de l'étude ne permettent pas toujours de prévoir. C'est par exemple le cas des triangles colorés qui doivent être fournis de taille suffisamment grande pour être visibles lors d'une explication au tableau, découpés pour favoriser les manipulations et avec un dispositif de collage non définitif (pâte adhésive) pour faciliter les regroupements permettant de s'assurer de l'exhaustivité des solutions, etc. Il faut aussi que ce qui est exposé au tableau soit visible et audible afin de favoriser l'implication des élèves dans les différentes phases d'une activité RPP. La complexité de ces activités semble peser sur des pratiques d'ordre pédagogique que l'on peut penser évoluées chez des enseignants chevronnés, tels qu'ils l'étaient dans l'expérimentation.

Ainsi, l'analyse de l'expérimentation met en évidence de nouveaux facteurs explicatifs pour comprendre le déroulement de certaines séances. Il est aussi apparu que la complexité de ces séances peut rendre invisibles des évolutions de pratique chez les enseignants. En effet, des évolutions positives peuvent rester inefficaces car elles se heurtent à des dynamiques que les enseignants ne prennent pas en charge, soit parce qu'ils ne savent pas les gérer soit parce qu'ils ne les reconnaissent pas, ceci sans même prendre en compte les aléas des déroulements dans ce genre de séances.

Enfin, il faut noter que les dynamiques précédemment décrites sont affaiblies dans la classe de l'enseignant expert, les élèves étant habitués à un certain fonctionnement. Ainsi, les mêmes déclencheurs n'impliquent pas les mêmes dynamiques dans des classes différentes. C'est par exemple le cas des consignes au moment des phases de débats qui, même si elles n'impliquent pas explicitement des débats, jouent tout de même leur rôle étant donné les habitudes des élèves. Ceci tend, encore davantage, à valider l'hypothèse d'inscription dans la durée d'un dispositif visant à favoriser les pratiques d'activités

RPP dans les classes.

4 CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'étude menée a donc permis de valider l'hypothèse concernant la complexité des activités RPP en mettant en évidence plusieurs processus dynamiques à l'œuvre qui n'étaient pas reconnus jusque là. On comprend alors que le modèle « présentation, recherche individuelle puis collective, débats sur les productions, synthèse » promu par Arsac et al. (1991) présente des limites. Le travail de thèse a abouti à la formulation d'un projet plus réaliste : présentation, début de recherche individuelle, mise en commun visant une compréhension optimale du problème, continuation de la recherche individuelle, mise en commun mettant en évidence l'intérêt d'une recherche en groupe (pour se mettre d'accord, pour aller plus vite, pour être sûr, etc.), débats sur les solutions en reposant le problème en cours de résolution et en utilisant des consignes centrées sur la résolution du problème, synthèse, le tout étant souvent réparti sur au moins deux séances. Bien que cela reste à vérifier, il est fort probable que la communication de ce macro-modèle de gestion d'une activité RPP et des dynamiques à l'œuvre est susceptible d'apporter une aide substantielle aux enseignants qui serait complémentaire des ressources existantes.

Une partie du travail de thèse non repris ici a mis en évidence que l'ergonomie de ces ressources existantes pouvait être améliorée. L'analyse de la ressource *Cordes* a permis d'illustrer une façon de le faire. Le travail de thèse conclut aussi sur le fait que la conception des ressources destinées aux enseignants peut encore tirer profit des perspectives offertes par la théorie des CoP, tant comme outil de design que comme outil d'analyse, tant aux premiers stades de développement d'une CoP qu'aux suivants. L'exploitation des concepts d'ergonomie est, elle aussi, à poursuivre.

Des recherches complémentaires sont aussi nécessaires pour connaître les effets des activités RPP sur la pratique des enseignants et les apprentissages des élèves et notamment sur les *effets de bords* (Georget, 2009), c'est-à-dire les effets qui débordent le cadre d'une activité donnée.

Enfin, les effectifs considérés dans le travail de thèse ont limité certaines dynamiques de fonctionnement de la CoP mais aussi la validité de certains résultats, par exemple ceux concernant l'adoption de certains problèmes. Des effectifs plus importants, de l'ordre d'une quinzaine d'enseignants plutôt qu'une dizaine, semblent préférables. Pour autant, cette approche semble prometteuse comme moyen d'enclencher des dynamiques fructueuses de travail collaboratif entre enseignants telles celles que l'on trouve dans certains pays, par exemple les *Lesson Studies* au Japon (Miyakawa et Winsløw, 2009, ou celles relatées par Liping Ma (1999) en Chine.

5 RÉFÉRENCES

Arsac, G. et al. (1991). *Problème ouvert et situation problème*. Première édition 1988. IREM de Lyon.

Coppé, S. et Houdement, C. (2002). Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N* 69, p. 53–62.

ERMEL (1991). *Apprentissages numériques, CP*. Hâtier.

ERMEL (1999a). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*. Hatier.

ERMEL (1999b). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2*. Hatier.

Georget J-P. (à paraître). Apport de l'ergonomie des EIAH pour l'analyse et la conception de ressources. In *Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation, Actes du colloque international de l'Espace Mathématiques Francophone (EMF), Dakar, Sénégal, 6-10 avril 2009*.

Georget, J-P. (2009) *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants.* Thèse de doctorat en didactique des mathématiques. Université Diderot Paris 7. http://www.jpgeorget.net/drupal/these

Grenier, D. et Payan, C. (2002). Situation de recherche « en classe » : essai de caractérisation et proposition de modélisation. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Éd. par V. Durand-Guerrier et C. Tisseron. ARDM et IREM de Paris 7, p. 189–203.

Gueudet, G. et Trouche, L. (dir.) (2010). *Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Presses Universitaires de Rennes et INRP.

Hersant, M, (2006). *Des problèmes pour chercher à l'école primaire*. IREM de Nantes.

Jaworski, B. (2006). Theory and practice un mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education* 9.2, p. 187–211.

Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics, Teacher's Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Mahwah, New Jersey, London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.

Miyakawa, T. et Winsløw, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon. *Revue éducation et didactique* 3.1.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et de la technologie* 2.4, p. 505–528.

Tricot, A. et al. (2003). Utilité, utilisabilité, acceptabilité : interpréter les relations entre trois dimensions de l'évaluation des EIAH. Environnements informatiques pour l'apprentissage humain. Éd. par C. Desmoulins et al. ATIEF INRP, p. 391–402. http://hal.ccsd.cnrs.fr/docs/00/00/16/74/PDF/n036-80.pdf

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice, Learning, Meaning and Identity*. Cambridge University Press.

Annexe : la ressource *Cordes*.

Présentation

On place un certain nombre de points sur un cercle.

Est-il possible de trouver le nombre de cordes (segment joignant deux points du cercle) ?

Exemples

On peut commencer par 6 points sur un cercle disposés de façon irrégulière. On obtient 15 cordes. On peut ensuite passer à 10 points ce qui donne 45 cordes. Les élèves ont peu de chance de pouvoir les compter de façon sûre.

On peut aborder, sans obligatoirement le poser comme tel, le cas général en proposant de chercher une méthode pour trouver relativement facilement le nombre de cordes pour 32 points, 210 points, etc.

Solutions

Si on place n points sur un cercle, le nombre de cordes est égal à : $n(n-1)/2$. Par exemple, pour 6 points, le nombre de cordes est égal à $(6 \times 5)/2 = 15$.

[...]

Preuve 1

La preuve revient à calculer la somme

$(n-1) + \cdots + 3 + 2 + 1.$

On effet, on choisit un des points. Il permet d'obtenir (n − 1) cordes. En prenant un autre point, on obtient une corde de moins, c'est à dire (n − 2) et ainsi de suite jusqu'à l'avant-dernier point qui ne peut être joint qu'au dernier point, ce qui donne une seule corde.

Le calcul de la somme $(n-1) + \cdots + 3 + 2 + 1$ s'effectue de la manière suivante. On effectue :

$$\begin{array}{ccccccc} (n-1) & + & \ldots & + & 2 & + & 1 \\ 1 & + & \ldots & + & (n-2) & + & (n-1) \end{array}$$

Ce qui donne : $n + n + n + \cdots + n$ ($n - 1$ fois). Par conséquent, on a calculé que 2 fois la somme recherchée est égale à $(n-1) \times n$. Il faut donc diviser cette expression par 2 pour obtenir la somme elle-même.

Preuve 2

Il y a n points. Chaque point est relié à (n − 1) points. Mais, avec cette méthode, chaque corde est comptée 2 fois (une fois par extrémité). On obtient donc $n(n-1)/2$ cordes.

[Animations et textes d'explication dans le cas de 6 points non reproduits ici]

Éléments de débats possibles

- méthode pour être sûr de compter toutes les cordes sans en oublier ;
- moyen de communiquer sa démarche (les élèves peuvent proposer plusieurs types de codage, par exemple basés sur des couleurs) ;
- des élèves peuvent proposer la preuve basée sur la multiplication sans qu'ils soient capables de l'expliquer dans un premier temps : cette preuve ne peut être considérée comme valide sans une explication acceptée par la classe. À l'issue des débats, l'enseignant peut en proposer une.
- efficacité des différentes formules : elle dépend du nombre de points considéré.

Autres éléments de l'activité

- certains élèves risquent de confondre cordes et diamètres ;
- un nombre élevé de points oblige la recherche d'une méthode générale ;
- proposer des cas qui se succèdent (5 points, 6 points, etc.) risque d'induire la preuve par récurrence.

« PROBLEMES OUVERTS » AU CYCLE 3 : QUELQUES RESULTATS SUR LES CHOIX DE PROFESSEURS DES ECOLES.

CHOQUET Christine

IUFM Pays de La Loire

Doctorante CREN, Université de Nantes

Résumé :

Cette communication rend compte d'un travail entrepris dans le cadre de la préparation d'une thèse. Je m'intéresse à l'articulation de l'activité de l'enseignant et de l'activité de l'élève dans le cas des « problèmes ouverts » (**Arsac**, **Germain, Mante,** 1988) au cycle 3 de l'école élémentaire. Dans ce cadre, je mène une étude dans plusieurs classes ordinaires de cycle 3. Je propose de présenter les premiers résultats de ce travail concernant les choix des enseignants :
Pour quelles raisons un professeur des écoles propose-t-il à ses élèves un « problème ouvert » lors de la séance de mathématiques ?
Quels choix fait-il en ce qui concerne ce problème ? (Pourquoi celui-ci et pas celui-là ?)
Quels choix fait-il à propos de la mise en œuvre de la situation dans la classe ?
Pour ce travail, j'utilise le cadre théorique de la « double approche » (**Robert, Rogalski**, 2008) ainsi que des éléments de la théorie des situations didactiques (**Brousseau,** 1998) et du cadre de la problématisation (**Orange,** 2005**, Fabre,** 2009).

1 INTRODUCTION

Cette communication est en lien avec mon travail de recherche dans le cadre de la préparation d'une thèse. Cette recherche vise à comprendre et définir la place que les professeurs des écoles français accordent, dans leur enseignement des mathématiques, à l'étude de « problèmes ouverts » (au sens de **Arsac, Germain** & **Mante**, 1988).

Pour mémoire, la caractérisation de ces problèmes proposée par les auteurs est la suivante :

- l'énoncé est court
- l'énoncé n'induit ni la méthode, ni la solution […]
- le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Ainsi, peuvent-ils prendre facilement « possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution, des contre exemples.

Mon travail se partage en deux parties et cette communication traite principalement de la seconde.

Dans la première partie, je tente d'explorer des « problèmes ouverts », afin de mieux définir les différents savoirs (savoirs mathématiques ou savoirs méthodologiques) qu'ils permettent de développer et préciser ce qui peut être l'objet d'institutionnalisation.

Dans la seconde partie, mon objectif est d'étudier pourquoi un professeur des écoles propose des « problèmes ouverts » à sa classe, d'étudier comment il les choisit et d'étudier quels choix il fait lors de la mise en œuvre dans la classe. Je cherche à répondre aux questions suivantes :

- Quelles sont les raisons qui poussent un enseignant à proposer à sa classe un « problème ouvert », pour atteindre quels objectifs d'apprentissage ? Est-ce lié à une contrainte institutionnelle ? à une représentation personnelle de l'enseignement des mathématiques ?
- Quels problèmes propose-t-il ? En particulier, quelles ressources va-t-il utiliser ?
- Que met-il en œuvre dans la classe ? Comment gère-t-il les moments de recherche des élèves puis les moments d'institutionnalisation ?

Dans cet article, je présente brièvement le cadre théorique de la « double approche », auquel je fais référence ainsi que la méthodologie de recueil et d'analyse de données que j'ai mise en œuvre pour répondre à mes questions. Je présente ensuite les premiers résultats issus de mes analyses et propose en conclusion la suite à donner à mon étude.

2 LE CADRE THEORIQUE

Pour répondre aux questions concernant les manières de faire des enseignants et concernant les choix qu'ils doivent faire dans leur classe, je fais référence au cadre théorique de la « double approche didactique et ergonomique » élaboré par **J. Rogalski** et **A. Robert** (2008).

Je m'appuie sur le travail de **A. Robert** et **J. Rogalski** en reprenant l'idée que : « *ces analyses ont pour enjeu à la fois de nous permettre de mieux comprendre ce que l'enseignant organise en classe comme activité pour les élèves et d'apprécier ce qui est déterminé dans une pratique, ce qui est variable (les alternatives), ce qui est partagé par plusieurs enseignants et/ou ce qui est singulier.* » *(p. 59).* Je relève dans un premier temps pour chaque enseignant, les éléments qui ne changent pas, qui sont réguliers dans leur pratique des « problèmes ouverts » et ceux qui évoluent en fonction de la situation. Dans un second temps, une comparaison entre les pratiques des enseignants observés permet d'apporter des réponses aux questions posées précédemment.

Les pratiques sont liées aux objectifs d'apprentissage et sont à envisager bien évidemment comme mises en œuvre dans le but d'aboutir à des apprentissages chez les élèves. Il convient donc de tenir compte dans mon analyse, des contenus d'enseignement, des savoirs qui sont en jeu et de la manière dont l'enseignant organise son enseignement.
Cependant, ces pratiques sont également dépendantes de contraintes liées au métier d'enseignant et, dans mon étude, au métier d'enseignant du primaire, enseignant les mathématiques. L'enseignant est considéré comme un professionnel qui a une tâche à réaliser, pour atteindre des buts particuliers et utilisant des compétences professionnelles.
Ainsi, à la manière d' **A. Robert** qui tient compte non seulement de l'activité en classe mais aussi des moments de préparation, de concertation et des contraintes diverses (internes et externes à la classe) qui pèsent sur l'enseignant, je regarde tous les éléments qui constituent la pratique d'un enseignant et j'analyse ces éléments au regard des cinq « *composantes* » (cognitive, médiative, sociale, personnelle et institutionnelle) définies par le cadre théorique de la « double approche ».
Je propose une présentation rapide des cinq composantes qui me permettent de caractériser la pratique d'un enseignant.

2.1 La composante cognitive

Dans le but de mettre en place des apprentissages, l'enseignant fait des choix quant au contenu de la séance, ce contenu va s'inscrire dans une progression ; cet enseignant prévoit le déroulement, les tâches qu'il va confier aux élèves, celles qu'il se réserve. Ces choix constituent la première composante appelée « *composante cognitive* » par **A. Robert,** « *elle renseigne donc sur l'itinéraire cognitif de l'enseignant* » (ib., p. 60).

2.2 La composante médiative

Lors de la mise en œuvre dans la classe, l'enseignant respecte une partie des choix qu'il a fait tout au long de sa préparation de séance mais il improvise également. Il aide les élèves alors que ce n'était pas prévu, installe un dialogue pour faire avancer la séance. Ces choix concernent la deuxième composante, la « *composante médiative* ». « *Elle renseigne sur les cheminements organisés pour les différents élèves*» (ib., p.60) sur le type de mathématiques qui est réellement proposé dans la classe.

2.3 La composante personnelle

La « *composante personnelle* » correspond aux représentations de l'enseignant concernant l'enseignement, les mathématiques et l'enseignement des mathématiques.
Certaines recherches s'appuyant sur le cadre théorique de la « double approche », proposent des études concernant des enseignants du collège ou du lycée (**Vandebrouck**, 2008) ; dans mon étude, les enseignants travaillent dans des écoles primaires. Ces enseignants ne sont pas toujours des spécialistes des mathématiques voire ont des souvenirs personnels « douloureux » des cours de mathématiques qu'ils ont suivis. L'enseignement des mathématiques qu'ils proposent à leurs classes, tient compte de tous ces éléments. La composante personnelle prend, dans le cas de mon travail avec ces enseignants du primaire, une vraie dimension d'étude, elle permet d'expliquer donc de comprendre certains choix de l'enseignant.

2.4 La composante institutionnelle

Du point de vue institutionnel, l'enseignant n'est pas libre de tous ces choix, il doit répondre à des exigences professionnelles qui ne dépendent pas de lui et qui définissent la tâche qu'il doit accomplir. La composante « *institutionnelle* » représente les contraintes externes qui s'exercent sur l'enseignant. Il peut s'agir des injonctions officielles : les enseignements imposés par les programmes, les horaires réservés à l'enseignement des mathématiques, la place et le rôle des inspections… mais aussi des ressources disponibles.

2.5 La composante sociale

Bien évidemment l'enseignant n'est pas seul, non plus, dans sa classe et dans son école. **A. Robert** et **J. Rogalski** considèrent ce facteur en introduisant la « *composante sociale* ». Elle tient compte des élèves comme un groupe social pouvant exercer des pressions et influer sur les choix de l'enseignant (il peut s'agir du niveau scolaire des élèves mais pas seulement). Elle tient compte des exigences ainsi que des attentes de l'école, de l'équipe éducative avec laquelle il travaille, mais également du type d'établissement (centre-ville ou école rurale), des exigences et des attentes des parents d'élèves.

3 METHODOLOGIE DE RECUEIL DES DONNEES

3.1 Le choix des enseignants à observer

Je signale, tout d'abord, que beaucoup d'enseignants ont répondu positivement à ma proposition d'étude concernant les pratiques lors de la mise en œuvre en classe de « problèmes ouverts ». Je peux y voir un intérêt de la part de nombreux enseignants à travailler avec des problèmes de ce type dans le cadre de l'enseignement des mathématiques. J'ai d'ailleurs pu également le rencontrer dans mon travail de formation continue avec des enseignants non débutants. Nombre d'entre eux étant d'accord pour trouver dans ce genre de travail en classe, un réel intérêt du point de vue des apprentissages pour leurs élèves sans chercher réellement à le définir précisément. Ils disent s'interroger avant tout sur la mise en œuvre dans la classe et/ou sur la faisabilité de certains problèmes avec leurs élèves en particulier, problèmes qu'ils rencontrent dans les différentes ressources qu'ils consultent.
Un choix parmi tous les enseignants intéressés s'est donc avéré nécessaire.
Un premier critère de choix des enseignants concerne l'adhésion à l'hypothèse de départ - à savoir, les élèves apprennent en travaillant avec des « problèmes ouverts ». Avec ce premier critère, je souhaite isoler les enseignants qui proposent ces problèmes seulement ponctuellement, comme une sorte de « récréation » mathématique sans avoir un réel objectif d'apprentissage.
Pour savoir s'ils sont réellement d'accord avec l'idée de départ, un entretien préalable est organisé. Il permet en quelques questions, d'avoir une première approche sur ce que pense l'enseignant sur cette question des apprentissages. Je considère ce questionnement comme un premier accès à leur(s) représentation(s) personnelle(s) de la question des « problèmes ouverts » dans la classe et de l'enseignement des mathématiques en général. Je leur demande en particulier, ce qui se joue d'après eux, en termes d'apprentissages, lorsqu'ils proposent une séance concernant un « problème ouvert » à leurs élèves. Je fais le point également avec eux sur le type de ressources qu'ils utilisent pour préparer ces séances.
Ce premier entretien est transcrit pour les enseignants dont je me propose d'étudier la pratique, ce qui me permet lors des entretiens suivants, de déceler ou non une évolution, un changement du point de vue de l'enseignant sur la question.
Un second critère de choix est le niveau d'enseignement. Je choisis de me consacrer au cycle 3 de l'école primaire (deuxième année de cours élémentaire -CE2-, première et deuxième années de cours moyen -CM1 et CM2-). L'idée retenue est qu'au cycle 3, la variété des problèmes est plus étendue, plus vaste qu'au cycle 1 ou au cycle 2. Je souhaite ainsi obtenir un éventail assez large de « problèmes ouverts » dans l'idée que plus la diversité des « problèmes ouverts » proposés par les enseignants est grande, plus ma réflexion sur les apprentissages liés à ce type de problèmes est approfondie.
La proximité de la classe de sixième, du collège, lorsque l'enseignant travaille avec des élèves du cycle 3 (notamment avec des élèves du CM2), peut également avoir un rôle dans l'intérêt porté à ce genre de problèmes et il me semble intéressant de se demander si cette proximité influence l'enseignant dans ses choix.

3.2 Quelles données sont recueillies et comment ?

J'observe pendant une année scolaire, six enseignants (de cycle 3) qui disent proposer à leur classe des « problèmes ouverts ». J'ai choisi de centrer cette communication sur quatre d'entre eux que je nomme E1, E2, E3 et E4.
Ces quatre enseignants ne sont pas débutants, ils ont entre 35 et 45 ans. Ils travaillent depuis au moins cinq ans dans l'école et avec une classe de cycle 3.
Ces enseignants et leurs élèves sont observés de manière naturelle au sens où je n'interviens ni dans le choix des problèmes, ni dans la préparation des séances.

Les séances auxquelles j'assiste sont entièrement filmées puis transcrites. Les travaux écrits des élèves (brouillon, affiches, feuilles réponses …) sont récoltés. Ces observations et les transcriptions qui en découlent, se terminent. Elles me permettent d'alimenter les composantes cognitive et médiative et d'avoir un premier niveau d'analyse.
Des informations sont prélevées lors d'entretiens avec les enseignants (au début de notre travail de recherche puis ensuite, avant et après chaque séance observée), par échange de courriers électroniques mais également lors de discussions moins formelles avec leurs collègues (pendant les récréations par exemple). Elles me permettent de renseigner les composantes sociale, personnelle et institutionnelle.
Concernant ces entretiens, je suppose que l'enseignant me fait part réellement de ces représentations personnelles, et non de ce qu'il croit être mes attentes. Mais surtout je pense que le croisement de plusieurs entretiens, tout au long de l'année, va me permettre de les approcher au mieux. En cas de doute, un entretien en fin d'observation (en fin d'année scolaire) permettra de réajuster certains points.

4 ANALYSE ET PREMIERS RESULTATS CONCERNANT LES CHOIX DES PROFESSEURS OBSERVES (E1, E2, E3 ET E4)

4.1 Pourquoi des « problèmes ouverts » ?

4.1.1 Mes hypothèses

Pour répondre à cette question, je fais des hypothèses : certaines en étudiant les injonctions officielles puis d'autres en analysant les problèmes choisis par les enseignants que j'observe.

Des hypothèses à partir des injonctions officielles :
J'ai tenu compte des injonctions officielles de 2002 et 2003 en raison de l'âge des quatre enseignants observés, qui ont travaillé avec les programmes officiels de 2002 et les documents d'application et d'accompagnement de 2003.
Je rappelle qu'en 2002, le document d'application des programmes de l'école primaire, demande aux enseignants, sur trois colonnes dans le texte, de proposer aux élèves des « problèmes de recherche ». Il s'agit de développer des connaissances et des savoir-faire chez les élèves de cycle 3 qui vont contribuer au développement d'une pensée rationnelle, au développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver. Tout cela afin de bénéficier au mieux de l'enseignement donné au collège.
Puis en 2003 par l'intermédiaire d'un document d'accompagnement[1], il est demandé en particulier aux enseignants du primaire, de proposer à leurs élèves, dans le cadre de leurs cours de mathématiques, un nouveau type de problèmes : des « problèmes pour chercher ». Il s'agit de problèmes pour lesquels les élèves ne possèdent pas de solution dite « experte » mais qui ne concernent pas directement l'apprentissage d'une nouvelle notion (ils se distinguent en cela des « situations problèmes »). Là encore, comme indiqué dans le document d'application, ces nouveaux problèmes ont pour objectif annoncé d'apprendre aux élèves à chercher, ils se rapprochent des « problèmes ouverts » d'**Arsac, Germain, Mante,** 1988**.** En plus le document d'accompagnement donne sur trois pages, tout le déroulement en détail, d'une séance de ce type, montrant comment un enseignant peut s'y prendre pour mettre en place une telle séance avec un « problème pour chercher ».
En 2007[2], l'annonce d'un socle commun de compétences et de connaissances devant être atteint par tous

1 *Ibid.*
2 http://www.education.gouv.fr/cid2770/le-socle-commun-de-connaissances-et-de-competences.html

les élèves d'une même tranche d'âge, renforce l'idée d'un travail sur des « attitudes » à développer « à travers la pratique des mathématiques » telles que « le goût du raisonnement », « l'ouverture à la communication, au dialogue, au débat » ou encore « la curiosité et la créativité ».
En 2008[3], l'accent est toujours mis sur la résolution de problèmes, qui doit donner du sens aux apprentissages en mathématiques mais la catégorie « problèmes pour chercher » n'est plus explicitement citée. Cependant, dans le préambule aux nouveaux programmes, il est stipulé qu' « il est indispensable que tous les élèves soient […], dans toutes les disciplines, […] entraînés à mobiliser leurs connaissances et compétences dans des situations progressivement complexes pour questionner, rechercher et raisonner par eux-mêmes. ». Donc même si une place importante est réservée à l'apprentissage de techniques, d'automatismes, apprendre aux élèves à chercher, à réfléchir pour construire des solutions demeure un élément incontournable de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Il est d'ailleurs noté également l'utilité d'un recours à des situations d'exploration, de découverte ou de réflexion sur des problèmes à résoudre « pour développer le goût de la recherche, du raisonnement, l'imagination, les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. »

Des hypothèses liées à l'analyse des problèmes rencontrés :
Je fais une seconde série d'hypothèses en analysant et en classant les problèmes observés afin d'y définir des objectifs d'apprentissages possibles pour les élèves, des objectifs qui justifieraient le fait que ces enseignants proposent à leurs élèves des « problèmes ouverts ». Pour cela, au regard des travaux déjà effectués sur le sujet (**Douaire**, 1999 ; **Hersant** & **Thomas**, 2008 ; **Houdement**, 2009), lors de l'analyse *a priori* de chaque problème, je me suis demandée ce qui pouvait être objet d'institutionnalisation et ce qu'un enseignant de cycle 3 pouvait donc raisonnablement avoir comme objectif d'apprentissage.
Plusieurs objectifs d'apprentissage sont mis en relief par ces analyses :
Le premier objectif (que je vais noter O1) concerne les savoirs mathématiques curriculaires. Si l'objectif des « problèmes ouverts » n'est pas de travailler une nouvelle notion mathématique, ils peuvent être l'occasion de réutiliser des savoirs déjà étudiés par les élèves, les années précédentes (ou au début de l'année scolaire en cours), des savoirs mathématiques anciens. Il peut s'agir de réinvestir des notions telles que les quatre opérations, les fractions, les nombres décimaux, les conversions d'unités, les calculs de durées … Pour résoudre les problèmes choisis, certains savoirs peuvent être incontournables, d'autres savoirs peuvent être mobilisés par les élèves au besoin, en fonction de la procédure de résolution utilisée.
D'autres objectifs concernent des savoirs méta. Pour savoirs méta, je reprends la caractérisation de **Robert** et **Robinet** (1996), précisant que ces savoirs désignent « *des éléments d'information ou de connaissances SUR les mathématiques, sur leur fonctionnement, sur leur utilisation, sur leur apprentissage, qu'ils soient généraux ou tout à fait liés à un domaine particulier* ».
Il peut s'agir de faire comprendre aux élèves qu'ils peuvent utiliser un raisonnement expérimental, faire des essais, se tromper puis affiner ces essais pour aller vers une ou plusieurs réponses possibles. Dans le cas d'un problème nécessitant un dénombrement exhaustif, par exemple, l'élève apprend qu'une démarche rigoureuse et systématique va lui permettre à coup sûr de résoudre le problème. (je note ce deuxième objectif O2).
L'enseignant peut également avoir l'objectif d'aller plus loin que ce raisonnement expérimental pour commencer à utiliser un raisonnement déductif (O3). En mettant en relation les données de l'énoncé, l'élève va apprendre à déduire pour avancer vers une solution.
Un objectif mis en évidence également par les analyses *a priori* est d'apprendre aux élèves à vérifier leur(s) résultat(s), à valider leur(s) réponses(s), soit en cherchant à obtenir une cohérence entre les données de l'énoncé et le résultat, soit en cherchant à prouver ce résultat (O4).
Plus largement, ces problèmes peuvent contribuer au développement de l'élève en tant que citoyen. Même si on sort des savoirs directement liés aux mathématiques, la rédaction d'une explication, la présentation de sa démarche à ses pairs sont aussi des objectifs d'apprentissage à envisager dans ce type

---

3 http://www.ac-nantes.fr (espace pédagogique, rubrique mathématiques) (consulté le 10 mai 2010).

de situations (O5). Mon étude se place en effet au cycle 3, les enseignants ont la charge d'enseigner toutes les disciplines. La proposition d'un « problème ouvert » lors d'une séance de mathématiques peut être l'occasion d'avoir comme objectif d'apprentissage de développer des savoir-faire, des savoir-être plus interdisciplinaires.

4.1.2 Confirmation ou non de mes hypothèses

Pour valider (ou invalider) mes hypothèses concernant les objectifs d'apprentissage, je regarde ce qui se passe dans les classes et je questionne, avant et après les séances, les enseignants sur ce qu'ils ont prévu d'étudier dans la séance, sur ce qu'ont appris les élèves après la séance.

Suite aux différents entretiens individuels réalisés tout au long de l'année, les quatre enseignants observés, E1, E2, E3 et E4 s'accordent pour dire que, dans les nouveaux programmes (2008), l'enseignement des mathématiques est centré sur la résolution de problèmes. Travailler avec des « problèmes ouverts » est pour chacun d'entre eux, dans un premier temps, une réponse aux injonctions officielles, un « *moyen d'apprendre à résoudre des problèmes* » comme le précise E2.

En leur demandant plusieurs fois de préciser pourquoi ils proposent ces problèmes, les enseignants énoncent souvent en quelques mots, un objectif prioritaire, incontournable pour eux quel que soit le problème proposé aux élèves.
Pour E1, l'objectif est de permettre aux élèves de « *prendre du plaisir à chercher dans le cours de mathématiques* ». E4 se rapproche de E1 en donnant comme objectif de « *(re)donner envie de chercher en mathématiques* ». E3, en proposant des « problèmes ouverts » veut « *permettre aux élèves d'apprendre à chercher seuls* ». E2 a pour objectif grâce à de tels problèmes de « *confronter les élèves à la preuve* ».

C'est grâce aux séances observées et analysées (ou en cours d'analyse pour certaines) que je peux préciser les objectifs que ces quatre enseignants veulent faire atteindre à leurs élèves et les confronter à mes hypothèses.
Je constate notamment que seul E1 cherche à atteindre l'objectif O1, donc à réinvestir des savoirs anciens lors de l'étude de ces problèmes. Les problèmes proposés par E2, E3 et E4 ne font appel qu'à des savoirs mathématiques de base tels que l'addition, la soustraction et la multiplication. Ces trois derniers affirment que dans ce genre de problèmes, les élèves ne travaillent pas des savoirs curriculaires.

Pour ce qui concerne l'objectif O2, E1 et E3 cherchent en partie à l'atteindre avec leurs élèves, ils choisissent des problèmes pour que leurs élèves fassent des essais, s'engagent dans une recherche en « tâtonnant ». Cependant l'accent n'est pas toujours mis sur l'organisation de ces essais, je peux le constater lorsque j'analyse les moments d'institutionnalisation. Par exemple, dans la classe de E1, un élève fait une remarque concernant les résultats d'un groupe de camarades : « *Ah, ils ont eu de la chance, eux.* ». L'enseignant répond : « *Oui, ils ont eu de la chance, ils ont trouvé au hasard.* ». Il ne saisit pas l'occasion d'engager une discussion avec la classe pour se demander comment ce groupe s'est engagé dans la recherche, comment ils ont décidé de leurs premiers essais, comment ils ont organisé cette recherche.
Pour E4, il est important que chaque élève apprenne à s'engager, seul, dans la résolution du problème, par un raisonnement expérimental. Il choisit pour atteindre cet objectif de leur enseigner une méthode : faire (le plus souvent possible) un schéma pour mieux représenter la situation en jeu dans le problème.

E2 cherche quant à lui à atteindre l'objectif O2 et partiellement l'objectif O3. Il choisit des problèmes dans le but de mettre en œuvre une démarche expérimentale mais également dans le but de faire « rencontrer » aux élèves des raisonnements déductifs. L'idée de E2 n'est pas de rendre capables les élèves de prouver un résultat mais de découvrir lors des synthèses ce qu'est une preuve en

mathématique.
L'objectif O3 n'est pas envisagé par E1, E3 et E4. La notion de preuve n'est pas abordée lors de l'étude de ces problèmes dans leur classe.

Pour ce qui concerne l'objectif O4, les quatre enseignants demandent régulièrement à leurs élèves de « *vérifier leurs résultats* ». Cependant, E3 et E4 n'en font pas un objectif prioritaire, ils ne laissent pas assez de temps de recherche aux élèves, ils amènent rapidement une correction. Lors des moments de synthèse, les élèves ne sont pas réellement sollicités pour valider ou invalider les résultats de leurs camarades ; le plus souvent, l'enseignant s'en charge. E1 quant à lui, laisse un temps de recherche assez long aux élèves après leur avoir demandé, lors de la consigne, de « *valider leurs résultats* ». Il fait des tentatives lors des synthèses pour engager les élèves dans ces validations en leur demandant régulièrement d'expliquer pourquoi un résultat donné par un camarade semble faux.
E2 insiste lui, tout au long des séances observées, dans chaque groupe d'élèves, sur une question : « *Etes-vous sûrs de votre résultat ? Comment, pourquoi êtes-vous sûrs de ce résultat ?* ». Puis lors des synthèses, la validation de certains résultats est également reprise pour en montrer l'importance dans la résolution d'un problème mais n'est pas souvent à la charge des élèves, c'est régulièrement l'enseignant qui finit par conclure.
L'objectif O5, concernant plus particulièrement des savoir-faire interdisciplinaires est mis en avant seulement par E1 qui insiste beaucoup lors des synthèses sur la présentation orale et écrite des résultats, des explications. E2, E3 et E4 n'en tiennent pas réellement compte lors des séances observées.

4.2 Quels problèmes ouverts sont choisis et par extension, quelles ressources sont utilisées ?

4.2.1 Des hypothèses liés aux ressources raisonnablement disponibles

Les enseignants observés ont défini des objectifs à atteindre avec les « problèmes ouverts » et ils choisissent des problèmes en conséquence, pour répondre à ces objectifs.
Je fais des hypothèses quant aux ressources qu'ils peuvent raisonnablement utiliser. Il peut s'agir de manuels scolaires habituellement disponibles dans leur classe, d'ouvrages ERMEL (Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM1 et CM2), de la revue « Grand N », de brochures spécialisées éditées par les IREM mais également de sites Internet, de formations initiales et/ou continues. Je ne développe pas ici l'analyse faite de ces ressources, je précise seulement que je cherche notamment à déterminer la légitimité des auteurs dans le milieu éducatif pour expliquer pourquoi les enseignants vont vers tel ou tel type de ressources.

4.2.2 Confirmation ou non des hypothèses

J'ai suivi le travail de quatre enseignants sur une année scolaire. Ils consultent quatre types de ressources différentes pour aboutir souvent aux mêmes énoncés.
Deux remarques peuvent découler de ces observations : soit le champ des « problèmes ouverts » envisageables pour le cycle 3 n'est pas très important, soit les différentes ressources se réutilisent les unes, les autres et proposent souvent la même chose.

Le manuel scolaire habituel de la classe n'est pas utilisé par ces quatre enseignants pour trouver des « problèmes ouverts » cependant pas toujours pour les mêmes raisons.

E1 dont l'objectif principal est d'apporter du « *plaisir à chercher* », veut trouver des énoncés de problèmes plus ou moins ludiques pour ses élèves, des énoncés qui les étonnent, qui suscitent leur curiosité. Il ne les trouve pas dans les manuels scolaires, il effectue des recherches sur Internet. Grâce aux moteurs de recherche habituels, en utilisant les mots clés -problèmes pour chercher, cycle 3 - ou -problèmes mathématiques, cycle 3 -, E1 a alors accès à des sites proposant des énoncés de problèmes, souvent issus de rallyes mathématiques. Pour choisir, en plus de considérer l'aspect ludique de l'énoncé, E1 résout le problème pour s'assurer que cette résolution est à la portée des élèves, que les connaissances en jeu ne sont pas trop loin de celles de sa classe.
E3 et E4 ne sont pas contre l'idée que, dans un manuel scolaire habituel, des énoncés de « problèmes ouverts » soient proposés. Cependant ces problèmes, dans la plupart des manuels, ne sont pas clairement identifiés, E3 et E4 préfèrent alors utiliser d'autres ressources. D'une part parce qu'ils ne veulent pas passer trop de temps à la préparation de ces séances, à étudier des problèmes pour décider s'ils conviennent pour leur classe. D'autre part parce qu'ils ne se sentent pas forcément capables de décider seul si tel ou tel problème est bien un « problème ouvert » pour leurs élèves et préfèrent faire confiance à des auteurs tels que des inspecteurs de l'éducation nationale, des formateurs IUFM, des chercheurs.
Ils utilisent donc tous les deux, des ressources qui précisent proposer des « problèmes ouverts » pour le cycle 3. E3 choisit ces problèmes dans deux ressources différentes : soit dans un dossier (rédigé par un inspecteur et des enseignants du cycle 3), disponible sur Internet, qui retrace les étapes et les résultats obtenus lors d'une formation continue sur le thème des « problèmes pour chercher » ; soit dans le manuel « *Euromaths CM2* », rédigé par des formateurs IUFM, qui propose des pages intitulées « pour apprendre à chercher ».
De la même façon, E4 ayant besoin d'une aide extérieure pour se conforter dans ses choix d'énoncés de problèmes, utilise principalement les problèmes étudiés lors d'une formation continue, à laquelle elle a participée, qui était encadrée par un formateur IUFM.
E2 quant à lui, ne se pose pas la question du manuel scolaire utilisé par sa classe. Il a pour objectif de faire chercher ses élèves et de les confronter à la preuve, il pense alors que les ouvrages ERMEL peuvent l'aider à remplir cette tâche et décide de suivre les propositions des auteurs. E2 utilise également un site Internet pour trouver des énoncés de problèmes mais contrairement à E1, n'utilise pas de moteur de recherche pour faire son choix, il se dirige vers un seul site (celui du rallye mathématique transalpin[4]) cité en fin du document d'accompagnement de 2003. Là encore, c'est le fait que ces problèmes sont ou ont été l'objet de recherche en didactique des mathématiques qui guide E2 dans son choix.

4.3 Quelle mise en place dans les classes ?

4.3.1 Mes hypothèses

Ces hypothèses reposent sur la lecture des injonctions officielles et l'analyse des ressources disponibles.
Concernant la mise en œuvre dans la classe, les injonctions officielles de 2008 n'indiquent aucune modalité. Il semble que cette préoccupation soit laissée à l'enseignant. Il est noté que les enseignants disposent d'une liberté pédagogique dans le choix des méthodes, ils doivent varier les approches. C'est donc à eux de décider ce qui va être le plus pertinent pour leurs élèves. Les quatre enseignants observés ont travaillé avec le document d'accompagnement de 2003, je fais l'hypothèse qu'ils gardent en mémoire le modèle de mise en œuvre qui y est présenté et que les choix qu'ils font dans ce domaine sont inspirés de ce document.
Cependant, un autre élément peut être pris en compte également par les enseignants. Ils ont à former leurs élèves dans le but d'acquérir un socle commun de compétences et de connaissances. Dans la

[4] http://www.rmt-sr.ch/ (consulté le 10 janvier 2011).

présentation de ce socle commun, il est précisé que les élèves doivent apprendre à travailler en groupes, apprendre à débattre, à présenter une solution … L'enseignant peut alors décider lors d'une séance consacrée à l'étude d'un « problème ouvert », d'une mise en œuvre permettant de travailler tous ces aspects méthodologiques ou seulement quelques-uns d'entre eux.
Concernant une progression à adopter sur l'année, rien n'est indiqué dans les injonctions officielles de 2008, aucune information n'était donnée par celles de 2002 et 2003. Les enseignants n'ont pas de repères communs sur le rythme selon lequel ils pourraient proposer des « problèmes ouverts ». Je peux alors penser qu'ils décident seul d'une progression sur l'année, en fonction de leurs objectifs d'apprentissage ou alors qu'ils proposent des « problèmes ouverts » en fonction du temps restant disponible après avoir établie une progression pour toutes les séances de mathématiques sur l'année scolaire. Cette décision peut se prendre avec l'aide des ressources utilisées. Cependant, parmi les ressources disponibles, très peu donnent d'éléments sur une progression à adopter et sur la mise en œuvre possible dans la classe. Les ouvrages Ermel sont les seuls à vraiment proposer une aide aux enseignants sur ces points.

Pour ma part, en accord avec le travail de **Chappet-Pariès**, **Robert** et **Rogalski**, concernant la stabilité des pratiques (2009), il me semble raisonnable de supposer que lorsqu'un enseignant a réfléchi à la mise en place d'une séance concernant l'étude d'un « problème ouvert », il est probable que cette mise en œuvre ne change pas beaucoup pour chaque nouvelle séance, que le déroulement choisi reste le même pour chaque séance.

4.3.2 Une progression sur l'année

Le premier tableau donne un aperçu du nombre de « problèmes ouverts » proposés dans l'année et de la répartition sur l'année pour chaque enseignant observé :

E1	E2	E3	E4
05 déc 08 Les balances	8 oct 09 : trois nombres qui se suivent	30 nov 09 Le jeu vidéo	27 nov 09 Le plus petit, L'anniversaire
23 janv 09 Les tonneaux	15 oct 09 suite	14 déc 09 La cible olympique	21 janv 10 Le cirque
06 mars 09 Zinette	19 oct 09 suite et fin	8 mars 10 L'hémicycle	9 avril 10 Rallye n°1
27 mars 09 Les menteurs	19 nov 09 Golf	2 avril 10 Les triangles	3 mai 10 Rallye n°2
15 mai 09 La vieille horloge	26 nov 09 Golf		07 mai 10 La marmite de confitures
22 juin 09 La course d'endurance	3 déc 09 Golf		25 Juin 10 Les poules et les lapins
	11 mars 10 La plaque de voiture		
	27 mai 10 La table ronde		

Il est aisé de constater que le rythme adopté par chaque enseignant peut varier, par exemple comme entre E2 et E3. Pour l'expliquer, il faut revenir aux objectifs définis par l'enseignant en ce qui concernent les « problèmes ouverts ». Pour E3, il s'agit d'aider les élèves à apprendre à chercher. Il considère ces séances importantes pour les élèves mais se réserve le droit de ne pas travailler avec ces problèmes si, à certains moments de l'année, la progression prévue pour l'étude des savoirs curriculaires n'est pas respectée. C'est ce que je constate (et ce que E3 m'explique) pour la période du 14 décembre au 8 mars et pour la période de fin d'année scolaire.
L'objectif pour E2 est d'apprendre aux élèves à chercher et à découvrir la notion de preuve en mathématiques. C'est pourquoi, les séances concernant les deux problèmes proposés par l'équipe ERMEL sont menées sur six séances. Pour la suite de l'année, E2 se réserve le droit de proposer deux, trois ou plus de séances consacrées à des problèmes ouverts. Le choix dépend, comme pour E3, de l'avancée de la progression prévue pour les savoirs curriculaires.

4.3.3 La mise en œuvre des séances

Après avoir observé puis analysé les différentes séances dans la classe de E4, il apparaît qu'il ne s'en tient pas à une seule façon de faire. Son objectif prioritaire est de redonner envie aux élèves de chercher en mathématiques. E4 décide donc pour cela de varier la mise en œuvre, lors de chaque séance, pour ne pas lasser les élèves, pour ne pas les enfermer dans un schéma bien défini.

En revanche, l'hypothèse concernant la stabilité du déroulement est vérifiée dans les classes de E1, E2 et E3. Les trois tableaux suivants, donnent un aperçu de la mise en œuvre choisie par chacun d'eux. Tous les trois adoptent un découpage en trois phases (temps de recherche individuelle, puis en groupes et enfin temps de synthèse) ; ces phases pour un même enseignant ayant à peu près la même durée.

E1	Les balances	Les tonneaux	Zinette
Temps de recherche individuelle	1,5 à 2 min	5 min	2 à 3 min
Temps de recherche en groupe et rédaction d'une affiche	40 min	38 min	48 min
Temps de mise en commun des procédures et synthèse	12 min	15 min	18 min

E2	3 nombres qui se suivent Séance 1	La plaque de voiture	Chacun à sa place
Temps de recherche individuelle	1°) 9 min 2°) 0 min	6 à 8 min	3 à 5 min
Temps de recherche en groupe et rédaction d'une affiche	1°) 0 min 2°) 11 min	25 min	25 min
Temps de mise en commun des procédures et synthèse	1°) 16 min 2°) 35 min	20 min	15 min

E3	La console de jeu	La cible olympique	L'hémicycle
Temps de recherche individuelle	1°) 4 min 2°) 2 min	1°) 0 min 2°) 0 min	1°) 6 min 2°) 2 min
Temps de recherche en groupe et rédaction d'une affiche	1°) 0 min 2°) 13 min	1°) 8 min 2°) 12 min	1°) 0 min 2°) 14 min
Temps de mise en commun des procédures, synthèse	1°) 6 min 2°) 14 min	1°) 6 min 2°) 6 min	1°) 10 min 2°) 16 min

Des analyses fines de ces séances sont à effectuer pour poursuivre mon étude. Malgré tout, la comparaison de la mise en œuvre adoptée par chaque enseignant, donne déjà une idée plus précise, des mathématiques proposées aux élèves pendant ces séances.
Si je regarde le temps laissé à la recherche, E1 laisse un temps long à tous les groupes pour chercher et trouver une solution au problème posé. La recherche est, pour E1, un objectif important mais il souhaite aussi surtout que tous les groupes (donc une grande majorité des élèves) trouvent une solution.
E3 par contre laisse un temps de recherche individuelle ou en groupes beaucoup plus court et j'ai pu observé (dans la classe mais aussi en reprenant les brouillons des élèves) que la plupart du temps, de nombreux élèves n'ont pas terminé leur recherche, n'ont pas trouvé de résultats. Il apparaît bien ici que l'objectif de E3 est de faire chercher ses élèves, il attend d'eux qu'ils s'approchent d'une solution mais pas forcément que chaque élève résolve le problème.

Après l'analyse de la mise en commun et de la synthèse, E2 leur réserve le plus souvent, plus de temps que E1 et E3. L'analyse plus en détail de cette phase chez E2 montre que quelques minutes seulement sont consacrées à la mise en commun des procédures, l'essentiel de ce temps porte en fait sur un questionnement entre l'enseignant et la classe entière afin de valider (ou invalider) les réponses apportées, sur l'idée de prouver les résultats obtenus ; cette mise en œuvre étant justifiée par l'objectif prioritaire de E2 concernant la découverte de la preuve en mathématiques.

5 CONCLUSION ET SUITE A DONNER A MON TRAVAIL

Ces analyses me permettent d'avoir une vue d'ensemble sur ce qui peut se passer dans une classe lorsque l'enseignant décide de proposer un « problème ouvert ». Elles me donnent des résultats quant aux choix des enseignants : choix des énoncés, des ressources et choix dans la mise en œuvre de la séance. Ce travail se poursuit et les analyses sont à affiner afin de préciser les résultats obtenus.

Cette étude, concernant l'activité des enseignants, s'oriente également vers une réflexion concernant les objectifs d'apprentissage des élèves.
Une première remarque, pour l'avoir observée dans toutes les classes, est que les élèves apprécient ces séances, ils sont très actifs lorsqu'ils sont confrontés à des « problèmes ouverts ». Les élèves après chaque séance, en redemandent, quelquefois à la grande surprise de l'enseignant.
Dans les différentes classes rencontrées, les problèmes peuvent être les mêmes cependant la durée réservée à chaque phase est différente. Il est alors légitime de se demander si lorsque, dans une classe, les élèves cherchent seul ou en groupes beaucoup plus longtemps que dans une autre, ils peuvent alors prétendre aux mêmes apprentissages ?
Dans une même classe, la question de l'hétérogénéité se pose. Ce type de séances peut-il prétendre à réduire l'écart entre les élèves, une séance concernant l'étude d'un « problème ouvert » peut-elle aider les élèves les plus faibles à progresser en mathématiques ?
La recherche que j'ai entreprise dans ce domaine concerne surtout l'activité de l'enseignant, elle est donc à élargir à l'activité des élèves (que font-ils réellement en classe quand ils travaillent sur un « problème ouvert » ?) et surtout aux apprentissages réellement envisageables. Une analyse plus fine des travaux d'élèves collectés tout au long des observations me permettra d'avoir une idée plus précise de l'activité des élèves et d'étudier l'évolution sur l'année scolaire. D'autres observations, lors des années scolaires à venir, sont prévues avec les mêmes enseignants. Elles me permettront d'approfondir ces questions.

REFERENCES

Arsac G., Germain, M., Mante, M. (1988), *Problème ouvert et situation-problème*, IREM, académie de Lyon, 117 p.

Arsac G., Mante M. (2007), *Les pratiques du problème ouvert*, SCEREN, académie de Lyon, 198 p.

Brousseau G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Editions La Pensée Sauvage, 395 p.

Douaire J., Hubert C., Ermel, (1999), *Vrai ?Faux ? On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3*, INRP, 208 p.

Ermel (2005), *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM1*, Hatier, 501 p. et *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CM2*, Hatier, 579 p.

Fabre M. (2009), *Philosophie et pédagogie du problème,* Editions Vrin, Philosophie de l'éducation, 287 p.

Hersant M. (2008), « Problèmes pour chercher : des conduites de classes spécifiques », *Grand N*, 81, pp. 57-75.

Hersant M., Thomas Y. (2008), « Quels savoirs dans les problèmes pour chercher ? », Atelier au XXXVè colloque de la Copirelem, Bombannes, 2-4 juin 2008.

Houdement C. (2009), « Une place pour les problèmes pour chercher », *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, IREM de Strasbourg, vol.14, p. 31-59.

Orange C. (2005), Problèmes et problématisation dans l'enseignement scientifique, *ASTER*, 40, pp. 1-7.

Peltier M.L., Briand J., Ngono B., Vergnes D. (2009), *Euromaths CM2,* Hatier, 207 p.

Robert A. (2008), Le cadre général de nos recherches en didactiques des mathématiques, *La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants*, Octares éditions, p. 11-22,

Robert A., Robinet J. (1996), « Prise en compte du méta en didactique des mathématiques », *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 16, n°2, p. 145-176.

Rogalski J. (2008), Le cadre général de la théorie de l'activité, *La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants*, Octares éditions, p. 23-30.

Vandebrouck F. (2008), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Octares éditions, 466 p.

Vergnaud G. (2002), *Lev Vygotski, pédagogue et penseur de notre temps*, Hachette éducation, 95 p.

Vygotski L. (1985), *Pensée et langage*, rééd. 1997, La dispute, Paris, 419 p.

UN COLLOQUE SCIENTIFIQUE POUR EVALUER : DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES ET FORMATION DES ENSEIGNANTS DU PRIMAIRE GENEVOIS

Annick FLÜCKIGER
Chargée d'enseignement
EquipeDiMaGe
FPSE Faculté de Psychologie et
des Sciences de l'Education
Université de Genève
annick.fluckiger@unige.ch

Résumé
A Genève, le dispositif de formation des enseignants qui se destinent à l'école primaire comporte des unités dites « modules compacts » de didactique des mathématiques. L'organisation particulière de ces modules, pose des problèmes spécifiques d'évaluation que nous aimerions mettre en discussion.
Le cours de didactique des mathématiques, support de cette présentation, est un cours destiné aux étudiants en 3ème année de formation. Il s'agit d'un module compact articulant dans le même semestre et en alternance, des cours séminaires à l'université, des temps dits « de terrain » et des conférences. L'évaluation certificative de ce module est de la seule responsabilité du formateur universitaire.
Le dispositif d'évaluation mis en place comporte en phase finale un mini colloque scientifique permettant de rendre compte des actions d'enseignement engagées par des duos d'étudiants sur le terrain ainsi que les capacités d'analyse de cette action et ce, avec un regard outillé par les théories didactiques.
Deux champs de questions se posent relativement à cette évaluation. L'un concerne la cohérence entre le cours donné et l'évaluation mise en place, l'autre concerne la prise en compte réelle des acquis du terrain dans un dispositif où le formateur universitaire n'a aucun contact direct avec ce terrain.

I - INTRODUCTION

Cet article reprend l'exposé fait au XXXVIIe Colloque Copirelem des professeurs et des formateurs de Mathématiques chargés de la formation des maîtres, exposé qui avait pour but de discuter une pratique d'évaluation mise en place dans un cours de didactique des mathématiques destiné aux futurs enseignants de l'école primaire genevoise. Ce dispositif d'évaluation a été initié par l'équipe de Jean Brun au moment de l'universitarisation de cette formation (1996); il a bien sûr été progressivement remanié pour être en adéquation avec le cours tel qu'il est donné maintenant par mes soins depuis presque 10 ans.

Il s'agit dans ce texte, d'expliciter en quoi la pratique d'un mini colloque scientifique pour évaluer est une pratique pertinente dans le cadre d'une telle formation professionnelle à l'enseignement mais aussi d'expliciter les aspects essentiels de l'épistémologie sous-jacente. Précisons qu'il ne s'agit pas de l'évaluation de l'ensemble des cours de didactique des mathématiques donnés à Genève mais de l'évaluation d'un cours spécifique que nous caractériserons ultérieurement.

Après cette introduction, le texte sera organisé en trois parties. La première partie permettra de décrire sommairement dans son ensemble, la formation à la didactique faite pour les futurs enseignants de l'école primaire, et de situer ainsi dans le cursus général de la formation, le cours de didactique dont il est question. Nous préciserons dans la partie suivante à la fois l'organisation du cours et mettrons en rapport les intentions d'enseignement avec les caractéristiques générales de l'évaluation-colloque mise en place. Enfin, dans la troisième partie nous expliciterons les moyens que nous nous donnons pour pratiquer une telle évaluation avec nos étudiants et préciserons en quoi les caractéristiques de cette évaluation-colloque en font un moment supplémentaire de formation.

II - PLACE DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES DANS LA FORMATION A GENEVE

1 Une position épistémologique forte

Une idée forte qui charpente non seulement ce cours mais la formation didactique dans son ensemble, est l'importance donnée à la recherche en didactique des mathématiques, qu'il s'agisse d'outiller le regard des étudiants par les théories et concepts didactiques ou de leur donner accès aux textes ou aux ingénieries développées par les chercheurs.

La question du rapport entre formation professionnelle et recherche n'est pas nouvelle et donne lieu à de nombreux débats et controverses et ce, dans différents pays[1]. Une question connexe est celle de l'identité des formateurs et de leur propre rapport à la recherche. Lenoir et Vanhulle (2005) reprennent à leur compte l`affirmation selon laquelle « l'universitarisation de la formation implique, qu'on le veuille ou non, que l'identité du formateur d'enseignants se double d'une identité de chercheur dont la fonction est de produire, de critiquer et de diffuser des connaissances scientifiques » (p49). Ces débats dépassent notre propos ici mais il nous semblait important de préciser cette position épistémologique forte. Disons simplement que le rapport à la recherche est présent dans les dispositifs conjoints du cours et de l'évaluation.

Autre question génératrice de débats relativement à toute formation professionnelle, celle du rapport théorie /pratique. Durand et Plazaola Giger (2007) attirent l'attention des lecteurs sur la dichotomie classique présente dans les instituts de formation, celle qui oppose « « savoir conceptuel » et « savoir d'action ou compétence » » (p7), mettant en évidence que l'« épistémologie implicite sous-jacente à cette dichotomie […] tend à naturaliser ce qu'elle dichotomise *a priori* : par exemple savoir/action, théorie/pratique, général/singulier » etc.

Nous sommes sensibles à cette mise en garde et nous tenterons dans ce texte de montrer en quoi l'évaluation mise en place permet la construction par les étudiants d'un système d'outils d'investigation de la pratique didactique qui nous permet de dépasser l'opposition théorie/pratique.

Ces deux aspects, rapport à la recherche d'une part, articulation théorie/pratique sont explicitement ou en filigrane dans l'explicitation des caractéristiques de l'évaluation décrite dans la deuxième partie de ce texte.

2 Formation des enseignants et didactique des mathématiques

Depuis presque quinze ans, la formation des enseignants destinés à l'enseignement primaire genevois se fait à l'Université, plus précisément à la Faculté de Psychologie et des Sciences de l'Education; c'est une particularité dans la Suisse romande puisque dans les autres cantons, la formation est assurée dans une Haute Ecole Pédagogique indépendante de l'université.

Le cursus de cette formation comprend quatre années universitaires (voir schéma en annexe 1). Il ne s'agit pas ici d'entrer dans les détails de la formation dispensée, mais de repérer les lieux de rencontre

1 Nous renvoyons le lecteur intéressé par exemple au numéro spécial des Cahiers de La maison de la Recherche en Sciences Humaines (2002), numéro intitulé « Les rapports entre recherche et formation ».

obligatoires ou facultatifs des futurs enseignants avec la didactique des mathématiques. Brièvement, l'organisation générale de cette formation est la suivante[2].

La première année universitaire dite de « Tronc Commun » concerne tous les étudiants inscrits dans la section des sciences de l'éducation sans qu'une orientation spécifique n'ait encore été choisie par eux. Il s'agit donc des étudiants qui se destinent à l'enseignement primaire mais aussi de ceux qui feront une formation à la recherche, ou en éducation spéciale, ou qui se destinent à la formation des adultes… Parmi les « grands cours » communs donnés en amphi lors de cette première année (sociologie, économie de l'éducation, théories de l'apprentissage, etc.) est donné un cours d'introduction à la didactique. Un semestre est consacré à la didactique du français, l'autre (cours de 3 crédits ECTS) à la didactique des mathématiques : première rencontre donc avec cette dernière. Ces cours sont en général donnés par les professeurs responsables de chaque équipe de recherche. A l'issue de cette première année universitaire les étudiants qui ont réussi et sont intéressés par l'enseignement, participent à la sélection mise en place sur la base d'un dossier et d'un entretien. Du point de vue disciplinaire, l'accent est essentiellement mis sur le niveau de langues (le français et l'allemand et prochainement l'anglais dont l'enseignement va devenir obligatoire à l'école primaire) ; le niveau de mathématique n'est pas testé et n'intervient en rien dans la sélection. La réussite à ce concours est une acceptation à suivre la formation d'enseignant – non rémunérée- mais n'est pas une garantie d'emploi, c'est le Département de l'Instruction Publique de Genève qui, à l'issue d'une formation réussie décidera de l'employabilité ou non des étudiants diplômés par l'université.

Les étudiants sélectionnés -une centaine chaque année- commencent alors un cursus de trois années (années 2, 3 et 4). Pendant les années 2 et 3 qui sont similaires du point de vue de l'organisation, les étudiants vont suivre :

- d'une part des cours « à choix», dits filés, non spécifiques à la formation des enseignants,

- d'autre part des modules compacts obligatoires qui leur sont réservés et sont articulés avec des périodes de terrain.

Parmi les cours universitaires au choix, sont donnés des cours de didactique des mathématiques (didactique de la géométrie, séminaire de recherche…) par les différents enseignants chercheurs de l'équipe de didactique des mathématiques. Au cours des années 2 et 3, l'essentiel de la formation à l'enseignement est consacré à des modules compacts soit « transversaux », soit didactiques : module 1 transversal et module 1 didactique avec un cours de didactique des mathématiques (4 crédits) puis l'année suivante, module 2 transversal et module 2 didactique où la didactique des mathématiques est à nouveau présente (4 crédits). Ces modules sont donnés par des enseignants formateurs de l'université, formateurs appartenant de fait à l'équipe de recherche de didactique des mathématiques; ce point n'est pas sans conséquence sur le rapport à la recherche établi dans ces cours. Le cours de didactique des mathématiques dont il va être question ici, s'inscrit dans l'un des ces modules.

Pour clore cette présentation sommaire de la formation, précisons que la toute dernière année -3e année de la formation à l'enseignement et donc 4e année universitaire- est essentiellement faite :

- de stages en responsabilité qui prennent différentes formes avec une prise de responsabilité progressive et des attentes différenciées notamment en termes de travail didactique ; ces stages ne sont pas nécessairement encadrés par des formateurs didacticiens,

- de cours facultatifs spécifiques à l'enseignement, dont actuellement un cours de didactique des mathématiques de 3 crédits, centré sur les premiers degrés de l'école (école enfantine 1E 2E et degrés 1P et 2P de l'école primaire)

- d'un travail de mémoire[3] final.

---

2 A partir de la rentrée 2011 des modifications sont mises en place ; ces nouvelles dispositions n'affectent en rien ce qui fait l'objet de cet article.

3 Actuellement ce mémoire est un mémoire identique à ceux préparés par l'ensemble des étudiants de la faculté, c'est donc un mémoire axé sur la recherche. Il peut être fait avec n'importe lequel des enseignants de l'université

Pour résumer du point de vue des cours de didactique des mathématiques :

- pendant l'année de tronc commun, une introduction à la didactique des mathématiques (cours de 3 crédits ECTS)

- au cours de la deuxième puis à nouveau de la troisième année :

 - un cours-séminaires de didactique des mathématiques chacun de 4 crédits ECTS ; c'est le cours de la 3e année qui fait l'objet de la suite de cet article,

 - différents cours facultatifs de 3 crédits ECTS proposés dans le catalogue universitaire, y compris des séminaires de recherche,

- en quatrième et dernière année, outre le suivi du travail didactique en lien avec les stages en responsabilité, un cours facultatif de 3 crédits ECTS, ainsi qu'un mémoire qui, éventuellement, peut porter sur une recherche en didactique des mathématiques.

III - MODULE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES ET EVALUATION

Dans cette partie nous indiquerons d'abord, dans ses grandes lignes, l'organisation du cours donné. Ce sera notamment l'occasion de préciser les conditions du rapport théorie/pratique établies de par l'articulation « temps de terrain »/« temps de cours ». Le paragraphe suivant permettra de spécifier les caractéristiques de l'évaluation faite pour ensuite détailler d'une part ce que nous entendons par colloque scientifique et d'autre part comment nous outillons les étudiants pour qu'ils soient à même de présenter les analyses demandées pour le colloque évaluatif.

1 Organisation du cours et caractéristiques générales de l'évaluation.

Le cours de didactique des mathématiques dont il va être question maintenant est un cours de 4 crédits ECTS (soit 2h de cours effectifs hebdomadaires pendant un semestre), il prend place dans le deuxième module de didactique. Les questions de l'enseignement du numérique sont traitées dans le module 1 avec une focalisation sur l'observation et l'analyse du travail des élèves, l'analyse des erreurs, etc. Le cours qui nous occupe ici, celui du module 2, est le dernier cours obligatoire en didactique des mathématiques pour les futurs enseignants. Son contenu est essentiellement axé sur la géométrie, les grandeurs et la mesure, ainsi que les applications linéaires, thèmes non traités dans le module 1. De plus il s'attache davantage au travail de l'enseignant que le cours de l'année précédente.

Du point de vue de l'organisation, c'est un cours-séminaire hebdomadaire qui fait alterner pendant le semestre :

 - des semaines de cours en groupes de 25 étudiants environ,

 - des semaines dites « de terrain »,

et ce avec le rythme suivant pour un semestre de 13 semaines par exemple : 5s cours, 2s terrain, 2s cours, 2s terrain, et enfin 2s cours au cours desquelles le colloque scientifique d'évaluation a lieu. Il est clair que ce dispositif permet d'articuler travail théorique en cours et mise en place d'une séquence d'enseignement longue.

Quelques précisions sont nécessaires :

 - L'appellation « terrain » correspond bien évidemment au terrain scolaire. Par dyades, les étudiants se voient attribuer *pour l'année* un ensemble de deux classes dans une école, une classe dans la division élémentaire (degrés 1E à 2P), une classe dans la division moyenne 3P à 6P)[4].

choisi par l'étudiant, il ne s'agit donc pas d'un mémoire professionnel. Les nouvelles dispositions prises modifieront probablement ce point.

4 A Genève l'école enfantine comporte deux degrés 1E et 2E, l'école primaire obligatoire à partir de 6 ans comporte 6 degrés 1P à 6P ; ceci est structuré en deux divisions de 1E à 2P il s'agit de la division élémentaire, la division moyenne correspond aux degrés 3P À 6P. La scolarité obligatoire continue au cycle, enseignement secondaire comportant trois degrés (7, 8, 9).

- Il s'agit de temps de terrain et non de stage. En effet, les étudiants ne travaillent dans les classes que les disciplines enseignées dans le module correspondant ; certaines disciplines ne sont présentes que dans l'un des deux modules et ne sont donc travaillées que cette année là sous cette forme, bien sûr toutes les disciplines seront travaillées dans les stages mais il n'y aura alors plus de « cours » de didactique. Mathématiques et français, présents dans les deux modules sont travaillés sous cette forme au cours des deuxième et troisième années. En didactique des mathématiques les étudiants n'ont à intervenir que dans l'une des deux classes, classe déterminée en accord avec les deux formateurs de terrain qui les reçoivent. Ils interviennent et seront évalués en duo pendant le colloque qui aura lieu en présence de l'ensemble du groupe.

L'appellation « temps de terrain » différenciée de l'intitulé « stage » est là pour signifier un moment de formation articulé totalement avec les cours suivis. Chaque formateur universitaire choisit la forme de travail qu'il souhaite dans la discipline qu'il enseigne ; le fait de demander aux étudiants d'intervenir en duo dans une seule des deux classes pour une séquence d'enseignement suffisamment longue est un choix de ma part. Des didacticiens du même module, enseignant d'autres disciplines font des choix totalement différents quant à l'organisation de ce temps de terrain. Bien sûr le travail demandé doit prendre en compte les contraintes diverses afférentes aux classes qui accueillent les étudiants. En mathématiques chaque duo peut choisir, du point de vue du cours universitaire, le thème mathématique qu'il va travailler avec les élèves mais il est indispensable de négocier avec le formateur de terrain; l'enseignement doit se faire pendant 6 séances de classe sur le même thème, les étudiants ne peuvent donc pas « parachuter » un sujet qui leur tiendrait particulièrement à cœur. Les formateurs de terrain, enseignants titulaires des classes qui accueillent les étudiants, s'engagent chaque année sur la base d'un cahier des charges très précis, à créer les conditions pour que le travail didactique demandé aux étudiants par le formateur universitaire soit possible.

Une journée de travail rassemble à l'université les formateurs universitaires et de terrain. C'est la seule rencontre car il n'y a aucune visite de classe par les formateurs universitaires. Du point de vue de l'évaluation, si une grille d'évaluation formative relativement aux gestes professionnels est remplie par les formateurs de terrain qui reçoivent les étudiants, l'évaluation de chacun des cours de didactique du module est du seul ressort du formateur universitaire.

C'est donc dans ce contexte qu'à été mise en place, pour le cours-séminaire de didactique des mathématiques, la forme d'évaluation « colloque scientifique » que je vais présenter ci-dessous.

2 Un mini colloque scientifique pour évaluer tout en formant

Tout d'abord de quoi s'agit-il ? Quelles sont les spécificités d'un colloque scientifique et en contrepoint quelles sont celles de l'évaluation proposée ?

Par nature et selon la définition d'un dictionnaire quelconque, un colloque est une réunion de spécialistes autour d'un thème donné, connu à l'avance. La date, la forme et la durée des présentations sont fixées à l'avance et les orateurs choisissent une focalisation qui leur est propre. Ces caractéristiques se retrouvent dans l'évaluation proposée y compris dans le choix de la focalisation opérée. Le sujet commun qui rassemble le groupe est l'enseignement d'une séquence de mathématiques avec les concepts et théories didactiques comme cadre d'analyse. Tout le travail sur le terrain est fait en dyade, la présentation finale l'est également et à cet effet, un dispositif particulier d'aide à ce type de travail à deux est mis en place; il s'agit du cahier de bord, outil qui fera l'objet du point suivant.

De par les classes qui leur sont attribuées, de par le choix négocié avec le formateur de terrain du thème mathématique travaillé avec les élèves pendant les deux fois deux semaines de terrain, chaque binôme d'étudiants est devenu pour le groupe de pairs, « spécialiste » d'un sujet mathématique. Ce sujet fera donc l'objet de la présentation : par exemple proportionnalité en 6P, introduction à la grandeur longueur en 2E, formes géométriques, etc. Comme dans un colloque, il ne s'agira pas de dire tout ce qu'il est possible de dire sur le sujet choisi mais après avoir présenté brièvement l'ensemble de la séquence enseignée (6 séances), de mettre en œuvre un système d'outils d'investigation de la pratique didactique. Il faut, dans la présentation, se focaliser sur un aspect particulier ; dans notre évaluation, la focalisation souhaitée se fera par le choix d'un « événement » qui sera analysé du point de vue didactique. Nous reprendrons ce point dans le paragraphe « analyse d'un épisode pertinent ».

Deux idées forces guident mes choix relativement à l'évaluation de ce cours :

- la nécessité d'une forte cohérence entre les objectifs du cours d'une part, la forme et le contenu de l'évaluation d'autre part,

- la volonté de faire en sorte que le colloque évaluatif et le travail nécessaire pour le préparer soient encore des occasions de formation ; double fonction donc pour le colloque, évaluation et formation.

L'explicitation des différents aspects de l'évaluation mettra en évidence la cohérence recherchée. Quant au deuxième point, il est clair que les présentations suivies à la fois de questions et débats dans le groupe font partie intégrante de la formation; ces présentations sont d'ailleurs partiellement faites pendant le temps de cours, ce qui est une façon d'affirmer aux étudiants la composante formative de ces séances obligatoires d'évaluation. La certification donne lieu à l'établissement d'une grille de critères diffusée dès le début du semestre aux étudiants (un exemple d'une telle grille est donné en annexe 2). Chaque présentation est suivie de questions mathématiques et/ou didactiques posées aux orateurs, questions qui portent exclusivement sur le sujet travaillé pour l'exposé. Ces questions sont posées soit par le formateur universitaire soit par les étudiants; la qualité des réponses données fait partie de l'évaluation. Immédiatement après mais hors évaluation, il peut y avoir débat et/ou commentaires prolongeant le temps strict alloué à l'évaluation, ces compléments contribuent à la formation de l'ensemble du groupe et sont motivés par l'exposé-débat qui vient d'avoir lieu.

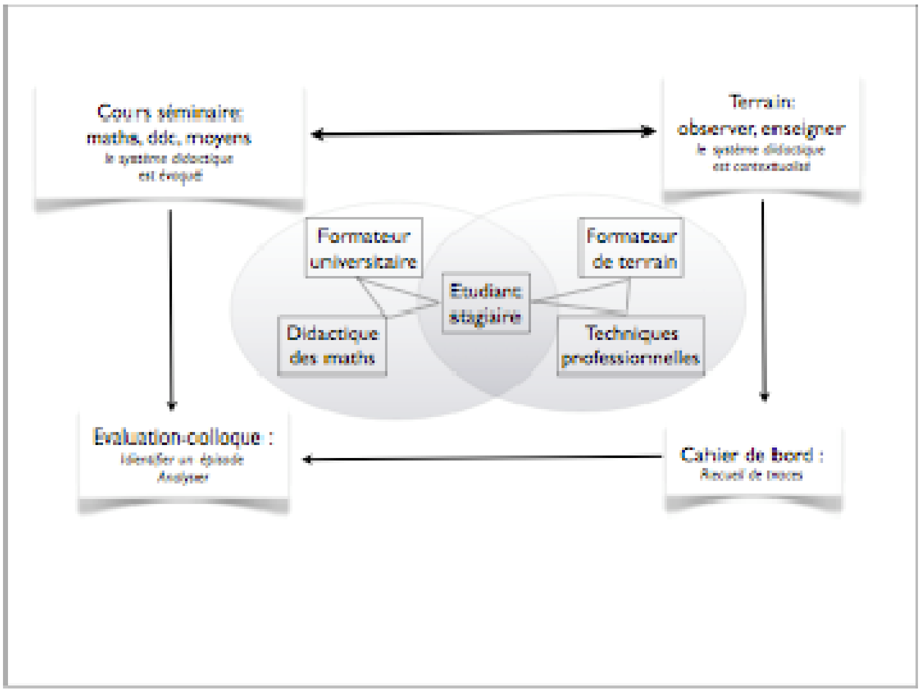
Les questions posées par le groupe et les débats suscités sont la plupart du temps très animés. En effet lorsqu'une dyade présente une activité, une observation… les autres étudiants apportent leur expérience de la conduite de la même situation ou du même thème traité à un autre degré, ils commentent le matériel utilisé, les régulations… il s'agit d'un échange de pratiques sur lequel, de par le contexte, viennent se greffer souvent de pertinentes questions didactiques. Les questions posées aux orateurs et les réponses fournies sont aussi l'occasion pour le formateur universitaire d'évaluer la qualité du regard didactique développé par les étudiants.

Les étudiants qui ont travaillé un sujet mathématique pendant leur temps de terrain sont confrontés là à d'autres thèmes et d'autres degrés ; pour amplifier cet effet l'ordre des présentations est à travailler particulièrement, il n'est pas sans effet sur l'aspect formatif de ce colloque. Faire se succéder des présentations sur la mesure de la 1E à la 6P par exemple, permet de mettre en évidence l'évolution observée dans les programmes, l'évolution des activités qui peuvent être proposées dans les classes, l'évolution des connaissances des élèves, etc. Bien sûr, compte tenu du fait que les étudiants choisissent leur thème d'enseignement en lien avec leurs formateurs de terrain, il n'est pas toujours possible d'avoir une vue d'ensemble de l'enseignement d'un thème donné.

Un autre aspect formatif et non négligeable de cette évaluation est celui d'une certaine forme de professionnalisation. J'avais été frappée il y a quelques années par le fait que les étudiants en formation d'enseignants présentaient leurs travaux (de groupe par exemple) avec des affichages ressemblant à s'y méprendre à ceux de leurs élèves. Il est clair que les moyens modernes de présentation pour lesquels d'ailleurs les étudiants sont formés, autorisent à avoir un niveau d'exigence nouveau quant à la qualité des présentations faites. Par ailleurs les enseignants ont de plus en plus à préparer des réunions avec leurs collègues, avec les parents… il semble donc nécessaire de développer chez eux la capacité de produire -comme c'est le cas dans tout colloque- un exposé calibré, soigné, minuté… et ce, en fonction des objectifs des réunions ; c'est une dimension de leur posture professionnelle.

3 Un double système didactique à gérer par les étudiants

Les étudiants en formation sont partie prenante de deux systèmes didactiques qu'ils doivent articuler selon le classique schéma ci-dessous.



Dans le système didactique universitaire, l'étudiant en formation travaille la didactique des mathématiques en cours-séminaire avec le formateur universitaire. Le savoir en jeu concerne à la fois les contenus mathématiques à enseigner, les concepts et théories didactiques, les « moyens » et injonctions officiels (en Suisse romande, les manuels, fichiers… utilisés pour l'enseignement sont des ouvrages fournis par le canton, les mêmes pour toutes les classes et non des ouvrages scolaires issus de l'édition privée choisis localement). Dans l'univers universitaire, le système didactique classe étudié n'est qu'évoqué.

Le travail à faire dans la classe de stage, nous l'avons dit, correspond à une séquence d'enseignement sur un thème mathématique unique choisi en accord avec l'enseignant, ce thème n'étant abordé pendant la période de terrain que par le duo d'étudiants en stage et non par l'enseignant de la classe. Lors des semaines de terrain et pendant les horaires déterminés par le formateur de terrain pour faire sa séquence, l'étudiant devient l'enseignant de mathématique de la classe. Le savoir en jeu pour les élèves est le savoir mathématique et l'étudiant en posture d'enseignant travaille avec son formateur de terrain les techniques et gestes professionnels adéquats : travail du savoir mathématique, préparation des séances de classe, observations et régulations, préparation d'une évaluation… L'alternance cours/terrain permet d'ancrer le discours « théorique » sur un terrain concret, contextualisé.

En plus des discussions avec le formateur de terrain titulaire de la classe, l'étudiant peut à tout moment s'entretenir avec le formateur universitaire pour préparer, analyser, modifier, « penser » son enseignement. A sa demande et sur la base de son propre questionnement, des traces recueillies, il peut se faire aider pour analyser sa pratique, organiser sa séquence. Cela fait partie de l'accompagnement offert aux étudiants par le formateur universitaire, y compris pour la préparation de la présentation finale au colloque ; il s'agit de l'aide normale qui peut être trouvée auprès d'un expert lorsqu'on travaille un sujet pour une présentation.

Les étudiants sont en dyade pendant le stage ; il s'agit au départ d'une contrainte administrative liée au nombre de places de stage ; nous transformons cette contrainte en dispositif de formation en outillant le travail de la dyade d'étudiants. Cet outil est le « cahier de bord », nous explicitons son origine et sa double fonction ci-dessous.

IV - LE COLLOQUE EVALUATIF : OUTILLAGE ET DEROULEMENT

1 Une préparation de l'évaluation accompagnée et outillée : le cahier de bord

Pendant le temps de terrain, les étudiants doivent élaborer **un cahier de bord**, un seul pour la dyade : il prendra la forme d'un cahier, d'un classeur, d'un recueil de documents informatiques ou de prises de notes… au choix de chaque dyade qui doit en faire un véritable outil de travail personnel. Différents aspects de cet outil sont présentés aux étudiants. A quoi sert-il ? Quel type d'information y faire figurer ? Quel lien avec la présentation finale lors du colloque ?

Il s'agit d'un outil d'aide au travail de l'étudiant ; cet outil a pour origine le « cahier de bord » mis en place et théorisé par Portugais (1995) suite à son travail de thèse sur la formation d'enseignants. Dans la recherche faite pour sa thèse, Portugais demandait aux étudiants en formation de tenir un tel cahier de bord, il en parle en ces termes :

« Recueil des préparations, des protocoles et des analyses « après–coup » des séquences didactiques, le cahier de bord constitue le **corpus des traces écrites du travail du formé** ». (Portugais, 1995, p96)

« Cahier » de bord et non « journal » dit Portugais, pour éviter « des dimensions plus impressionnistes et subjectives ». Ajoutons qu'il ne s'agit pas non plus d'un port folio.

Dans le cas qui nous occupe, les deux étudiants associés tiennent un seul cahier de bord qui contient, après une contextualisation du terrain ainsi qu'une analyse a priori sommaire de l'ensemble de la séquence prévue, les analyses a priori de chacune des séances (au minimum 4 séances sur le même thème constituant une séquence, le tout suivi par une séance d'évaluation et une séance de correction/remédiation ou prolongement pendant la deuxième période de terrain). Il contient également les notes d'observations faites en alternance par l'étudiant qui n'enseigne pas et qui observe son partenaire faire la leçon, les commentaires et analyses post séances faites par les deux étudiants ainsi que les remarques et apports du formateur de terrain. Ceci a pour but de conduire à des prises de décision didactiquement adéquates pour poursuivre l'enseignement. La première fonction de ce cahier de bord est donc, pendant le terrain, **un outil pour agir.**

Dans un deuxième temps, en différé, ce cahier de bord est un **outil pour l'analyse**. Portugais met en évidence, dans son travail de recherche, un double statut attaché au cahier de bord :

« outil de travail pour le formé dans sa démarche de préparations, d'analyse et dans sa recherche de majoration de son enseignement ; mais il est aussi un corpus de données pour le chercheur » (ibid. p97)

Dans notre cas c'est la dyade d'étudiants qui prend la posture de chercheur lorsque, le terrain terminé, il lui faut préparer sa présentation pour le colloque final. Le cahier de bord – avec les différentes traces recueillies, les productions d'élèves…- joue alors le rôle d'une mise en mémoire de l'enseignement fait, des événements survenus, des décisions qui ont été prises et de leur raison d'être ; c'est sur cette base que des analyses plus approfondies, plus distanciées vont pouvoir être faites avec les théories didactiques comme aide à la pensée. Il s'agit bien alors d'une posture de chercheur. Rappelons que dans la formation universitaire, est développée un certain rapport à la recherche également travaillé dans les cours de didactique des mathématiques, qu'il s'agisse de notre module ou d'autres cours suivis.

Corrélativement au rôle de mémoire évoqué, le cahier de bord va permettre de choisir, d'isoler un **événement pertinent à analyser** du point de vue didactique, analyse qui représente le noyau dur de l'évaluation en colloque. C'est ce que nous développons dans le paragraphe suivant en mettant en évidence les éléments forts de la cohérence entre objectifs du cours et évaluation mise en place.

Notons pour terminer ce paragraphe que le cahier de bord avec sa double fonction *d'outil pour agir* pendant le terrain et d'*outil pour préparer une analyse didactique* pertinente en différé, est à la fois obligatoire et non évalué en tant que tel. Il doit être fait, il doit être complet mais son contenu n'est en rien évalué ; cet aspect est bien entendu précisé dès le début du semestre. Cette condition nous semble tout à fait importante pour que le cahier de bord soit pour les étudiants un réel outil de travail, un outil personnel d'aide à la formation.

2 Séquence d'enseignement et analyse d'un épisode pertinent

Deux idées fortes guident les exigences -et donc les critères d'évaluation- relatives aux présentations faites pour le colloque et correspondent à la volonté de cohérence avec les objectifs du cours.

Le contexte genevois avec des « moyens d'enseignement » pour la plupart peu ou pas organisés temporellement, se sont présentés aux yeux des enseignants de l'école primaire comme une succession d'activités (souvent de type problème ouvert) à faire avec les élèves sans que soit toujours très claire la progression des apprentissages mathématiques[5]. Compte tenu de cette difficulté importante à penser les apprentissages et donc les leçons dans leur enchaînement, il nous a semblé indispensable que l'accent soit mis dans la formation sur cet aspect qui est donc travaillé à la fois pendant le cours-séminaire et sur le terrain.

Pendant le cours universitaire les contenus à enseigner sont travaillés dans leurs enchainements tout au long de la scolarité élémentaire et primaire et sur le terrain c'est bien en termes de séquence à propos d'un thème unique qu'il faut penser son enseignement et non en termes de fiches d'activités sur le même sujet. Ce critère est important dans l'évaluation et la présentation lors du colloque commence obligatoirement par la mise en évidence de la cohérence mathématique de la suite des séances enseignées. Il est à noter qu'une sensible diminution du temps de la présentation (qui est passé de 30min à 20min) a permis d'améliorer notablement la qualité de la présentation de la séquence enseignée. En effet, une difficulté importante pour ces étudiants non scientifiques est de synthétiser, de décrire une séquence en termes de contenus mathématiques et non en termes de déroulement événementiel ; le temps accordé au débat et aux questions permet de répondre au besoin irrépressible de faire un récit de « ce qui s'est passé » mais le critère pour l'évaluation est la cohérence mathématique des séances. Cette contrainte forte lors de la présentation est un élément qui participe à la formation des étudiants, un critère d'évaluation connu à l'avance a toutes les chances de produire un travail spécifique relativement à ce critère.

Le deuxième aspect que nous tentons de travailler dans ce dispositif de colloque évaluatif est la capacité des étudiants à exercer un œil et une réflexion didactiques. Il nous semble important de dépasser les commentaires faits en général en termes « surcharge cognitive » ou en termes de « difficulté de transfert » ou encore de « conflit cognitif », bref de sortir des généralités et poncifs usuels. Il s'agit donc de demander une analyse plus didactique, s'attachant à mettre en rapport les observations faites avec les contenus de savoir en jeu, les apprentissages des élèves. C'est difficile pour les étudiants, d'autant plus qu'il s'agit d'analyser et non pas d'évaluer ce qui s'est passé. Faire sortir les étudiants d'une forme de *mea culpa* relativement à ce qui s'est passé -mea culpa en général assorti de solutions immédiates et

5 La prise de conscience faite a donné lieu à la mise en place d'aides à la planification des activités, il est possible que la difficulté soulignée soit moins prégnante dans les années à venir.

potentiellement miraculeuses- les contraindre à avoir une palette la plus large possible d'hypothèses explicatives ; c'est ce qui nous semble le plus propice à l'engagement dans des modifications de pratique. Cela implique qu'il n'y ait pas d'évaluation de la pertinence ou de la réussite de ce qui a été fait en classe, mais uniquement **l'évaluation de l'analyse** qui en est faite ; ce n'est pas du tout la même approche et les présentations faites dans cette perspective permettent aux étudiants de mettre en évidence leurs difficultés voire ce qu'ils ressentent comme des échecs dans leur enseignement.

Pour sortir de discours généralisateurs peu productifs en termes de formation, le choix a été fait de contraindre un regard très pointu, très focalisé sur un événement précis. Ceci est tout à fait inspiré de la « méthode des incidents critiques » développée en sciences sociales et définie ainsi dans le Dictionnaire des méthodes qualitatives en sciences humaines et sociales :

« Variété de méthode de cas qui consiste à recueillir auprès des professionnels concernés des « incidents critiques » c'est-à-dire des descriptions d'événements remarquables (en bien ou en mal) qui illustrent tel ou tel problème dont on s'occupe dans la recherche. » (Mucchielli , 1996)

La consigne donnée aux étudiants est donc de rechercher un événement, un épisode pertinent à analyser didactiquement, un moment où l'enseignant, en train d'agir, se dit face à une remarque ou production d'élève « tiens tiens ! » mais n'a pas l'opportunité de s'arrêter pour comprendre. Le terme *incident* a été abandonné car trop porteur d'une connotation négative or des réponses, des questions, des productions etc. positives et surprenantes d'élèves peuvent être de bonnes candidates à une analyse didactique. Il est clair que si dans un premier temps les étudiants craignent de ne pas « trouver » un tel épisode, l'expérience montre que sur la base des observations faites et notées dans le cahier de bord, il y a pléthore de tels événements et que se pose plutôt la question du choix. Les critères donnés pour l'évaluation (voir ceux-ci dans l'annexe 2) aident à faire ce choix. Il faut pouvoir décrire précisément cet événement et donc avoir à disposition des extraits des notes d'observation de la séance dans laquelle prend place cet événement ou le relevé d'une remarque d'élève ou de stagiaire, ou bien encore des productions significatives etc. Il faut par ailleurs mettre en lien les questions que pose cet événement avec le contenu de l'enseignement fait, s'adosser à des concepts didactiques alors pertinents. Nous l'avons dit, l'idée n'est pas d'imaginer des solutions au problème mis en évidence mais d'établir une palette la plus large possible d'hypothèses explicatives et prendre l'habitude de retarder ainsi le moment de la décision de remédiation.

L'anticipation de ce travail d'analyse qui est à faire pour l'évaluation modifie le regard que les étudiants portent sur ce qui se passe en classe pendant leur enseignement. Le travail en dyade qui permet de dissocier d'une part l'action enseignante avec la pression que cela suppose du point de vue des décisions à prendre dans l'immédiateté et d'autre part l'observation avec prise de notes de ce qui se passe réellement, permet de développer une certaine acuité didactique chez les étudiants lorsqu'ils confrontent en différé leur expérience.

Un exemple relevé récemment souligne l'aspect formateur de l'enjeu représenté par le colloque. Au cours d'un travail sur la mesure des longueurs dans une classe de 3ème primaire est proposée l'activité « drôles de règles » (la fiche du maitre est reproduite en annexe 3 ainsi que trois diapositives de la présentation des étudiants[6]). Au cours d'un jeu de communication les élèves doivent produire un message permettant à lui seul au groupe récepteur de reproduire un segment de longueur identique à celui du groupe émetteur du message et ce, sans que la « drôle de règle ne soit transmise », la consigne étant la suivante

> *Par deux, vous allez recevoir un segment à mesurer à l'aide d'une drôle de règle. Une fois le segment mesuré, vous devrez <u>écrire un message pour communiquer la mesure</u> au groupe d'en face. Ceux-ci devront*

6 Il s'agit de Belblidia L. et Betend O.que je remercie de m'avoir autorisée à utiliser des extraits de leur présentation

tenter de dessiner votre segment à partir de votre message. Attention, vous n'avez pas les mêmes règles ni les mêmes segments !

L'un des groupes propose par exemple :

de 38 à 45 sur notre règle ou bien 7 cm

L'élève source de l'épisode analysé par les étudiants écrit un texte qui commence ainsi :

est-ce que à l'école on peut …

Dans un premier temps l'étudiante qui enseignait à ce moment a vu là une production fantaisiste émanant d'un élève distrait et lui a fait ce commentaire : « on n'est pas en français ». Ce n'est -selon ses dires lors du colloque évaluatif- qu'en repensant à l'injonction de s'attacher à regarder l'inattendu, l'étrange des productions des élèves en vu du colloque que l'étudiante est revenue vers cet élève avec en tête un questionnement plus didactique. Qu'est-ce qui dans les connaissances en jeu dans la leçon voire dans les leçons précédentes pouvaient susciter cette production curieuse ? Les étudiants ont finalement réalisé que cet élève produisait un message écrit de la même longueur que son segment en prenant en compte jusque et y compris le point d'interrogation final, signant ainsi un certain état de ses connaissances (voir la diapositive en annexe 3.2). Brièvement, cet élève réinvestit là ses acquis concernant la comparaison des longueurs par superposition, sans pouvoir prendre encore en compte les écarts calculables à partir des graduations données. L'analyse de cet épisode faite pendant le colloque a été tout à fait intéressante et pertinente.

De même que le travail fait pendant le cours-séminaire donne accès aux étudiants à des recherches au travers notamment des publications, le travail d'analyse d'un épisode critique identifié par les étudiants eux-mêmes à propos de leur enseignement, à propos de leurs propres données et de ce fait totalement ancré sur leur pratique, joue son rôle de formation dans la perspective d'une articulation théorie/pratique qui est l'un des objectifs clefs de la formation professionnelle. Les apports théoriques faits en cours, les lectures demandées… prennent leur sens pour outiller le regard des étudiants au moment de l'analyse de l'événement qu'ils ont choisi. Cet ancrage théorique en didactique nous semble indispensable à la fois pour que les pratiques personnelles puissent évoluer mais aussi pour fournir aux enseignants un vocabulaire théorique précis qui n'est pas celui du sens commun et qui permet des échanges professionnels didactiques, ce qui n'est pas si fréquent dans les salles de maitres où les discours psychologisants sont plus fréquents pour analyser les échecs des élèves que les commentaires didactiques. Ce travail d'analyse construit pour l'évaluation et mis en débat avec des pairs participe de l'évolution souhaitée.

V - CONCLUSION

Quelques observations pour conclure. L'accompagnement proposé consiste pour le formateur universitaire à travailler, à la demande des étudiants qui le veulent, sur leurs propres données afin de les aider à identifier à la fois des pistes de réflexion et des apports théoriques (cours ou textes) pertinents lors de la préparation de leur évaluation. Ces moments sont évidemment très formateurs pour les étudiants et d'ailleurs très intéressants pour le formateur universitaire. De ce fait les échecs à ce type d'évaluation sont peu fréquents. Il s'agit en général de déficit relativement au contenu mathématique enseigné : soit celui-ci est insuffisamment maitrisé soit l'enseignement n'est pensé qu'en terme de succession de tâches sans que soient prises en compte l'articulation des notions et leur conceptualisation.

Les étudiants ne sont évalués que sur les contenus enseignés par eux-mêmes pendant les semaines de terrain et sur les concepts nécessaires à leur analyse. Sont donc imposés sans être évalués au cours du semestre divers travaux ponctuels obligeant la prise en compte par tous des autres champs étudiés (ensemble des contenus à enseigner, situations emblématiques de telle ou telle notion, lecture de textes…).

Les étudiants plébiscitent cette évaluation-colloque ce qui n'est pas en soi un argument suffisant pour en valider la pertinence mais les raisons qu'ils donnent sont intéressantes. Ils soulignent certes tous l'important travail que représente la tenue du cahier de bord pendant les semaines de terrain mais ils en reconnaissent l'intérêt au moment de faire leur travail d'analyse. Adopter la posture de chercheur sur ses propres données, prendre ainsi de la distance avec le vécu de la classe est pour un certain nombre d'étudiants une heureuse découverte. Outre le fait de ne pas avoir à écrire « un dossier de plus », ce qui est essentiellement souligné par les étudiants est le droit à l'erreur que leur laisse cette évaluation, droit à l'erreur quant à la mise en place de leur séquence d'enseignement ; en effet nous le soulignons à nouveau, ce n'est pas sur la qualité de leur enseignement, la pertinence de l'enchainement de leurs leçons qu'ils sont évalués mais sur l'analyse qu'ils sont à même d'en faire en différé. Cela permet une prise de distance sans avoir à masquer les « faiblesses » didactiques inhérentes à leur situation, sans avoir à « dissimuler leurs erreurs » pour reprendre l'expression d'un groupe d'étudiants. C'est d'autant plus important dans le contexte de la formation genevoise que celle-ci combine l'absence de présence des formateurs universitaires dans les classes avec l'absence de formation à la didactique des formateurs de terrain. Il est souvent difficile, dans ce contexte, d'avoir des échanges didactiquement étayés pendant le temps de terrain et les remarques écrites des formateurs de terrain sont presque exclusivement centrées sur les gestes d'autorité, d'aide aux élèves en difficulté… rarement sur les contenus de savoir et leur organisation didactique.

Faire des hypothèses, poser des questions avant que d'apporter des réponses, s'appuyer sur les théories didactiques pour questionner sa pratique, favoriser la discussion avec les pairs... ces caractéristiques font de ce moment d'évaluation un 'mini' mais véritable colloque scientifique et non un simple exposé de travaux.

VI - BIBLIOGRAPHIE

DURAND, M. & PLAZAOLA GIGER, I. (eds),(2007). La formation des enseignants. Une approche centrée sur l'activité. *Revue des HEP de Suisse Romande et du Tessin n 6/2007.*

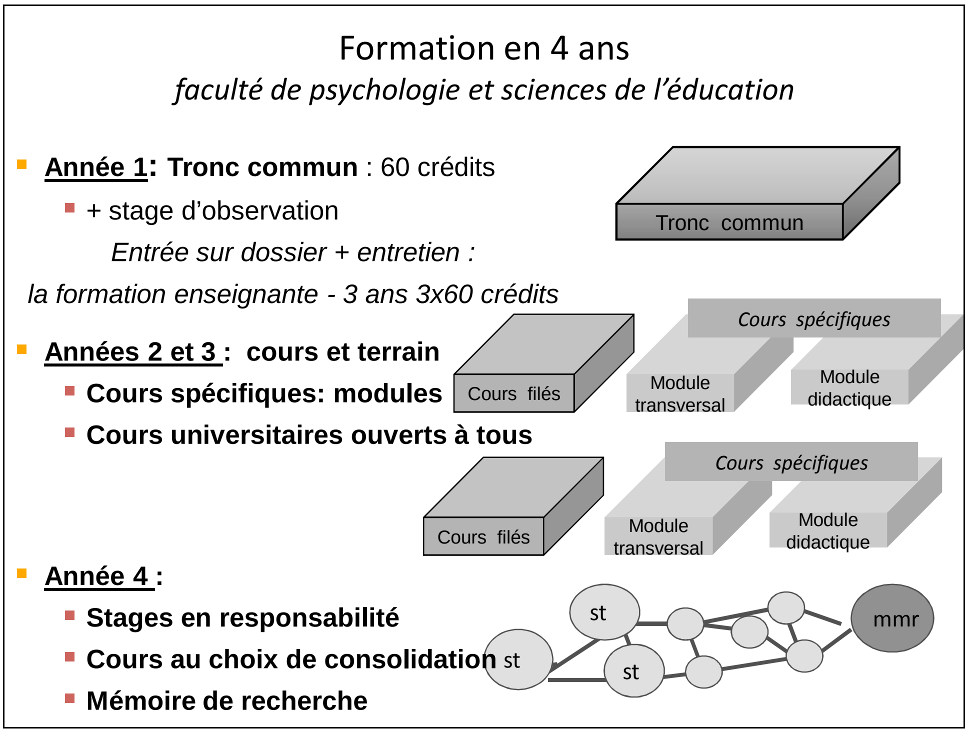
MUCCHIELLI, A. (1996). Dictionnaire des méthodes qualitatives en sciences humaines et sociales. Paris : Colin.

PORTUGAIS, J. (1995). Didactique des mathématiques et formation des enseignants. Berne: Peter Lang.

SAVATON, P (ed) (2002). Les rapports entre la recherche et la formation. *Cahiers de la Maison de la Recherche en Sciences Humaines MRSH Caen*, numéro spécial fev2002, Caen : cahiers de la MRSH.

VANHULLE, S. & LENOIR, Y. (2005). *L'état de la recherche au Québec sur la formation à l'enseignement. Sherbrooke(Québec).* Sherbrooke : Editions du CRP, Faculté d'éducation Université de Sherbrooke.

VII - ANNEXE 1 STRUCTURE GENERALE DE LA FORMATION A L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE



VIII - ANNEXE 2 CRITERES POUR L'EVALUATION

Evaluation module ddm2 09-10			
Dyade			
		pts	note
Présentation Temps 15 min		sur	
1	Données générales relatives à l'enseignement fait	4	
1.1	Présentation générale du contexte (école, caractéristiques de la classe,…)	1	
1.2	Cohérence mathématique de l'ensemble de la séquence (4 leçons)	3	
2	Episode pertinent pour une analyse didactique:	4	
2.1	Description précise de l'événement, de son contexte	1	
2.2	Eléments d'analyse a priori de la leçon concernée: organisation mathématique et didactique (intention, forme de travail, procédures attendues….)	2	
2.3	Présence de productions d'élèves et/ou extraits de notes d'observation en lien avec l'épisode analysé	1	
3	Analyse didactique	4	
3.1	Cohérence théorique et désignation précise des phénomènes décrits	3	
3.2	Présence et pertinence des références théoriques utilisées pour l'analyse (citations, définitions, …)	1	
4	Forme de la présentation :	3	
	Clarté des documents présentés, qualité génerale de la présentation		
5	Questions	1	
	Pertinence des réponses apportées aux questions posées		
	Total des points	#REF!	

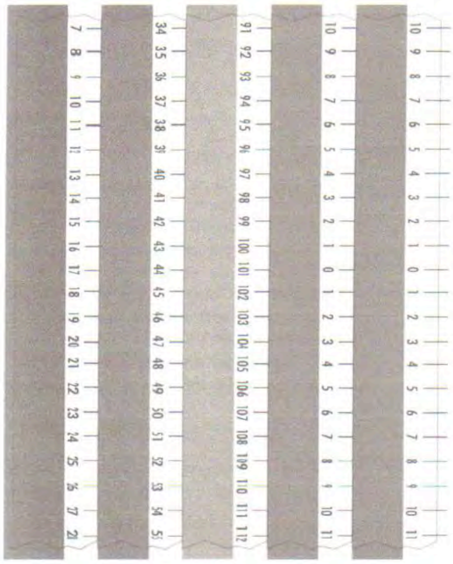
IX - ANNEXE 3 FICHIER DE L'ENSEIGNANT 3P

Drôles de règles

Tâche

- Mesurer un segment à l'aide d'un double décimètre inhabituel. Communiquer cette mesure.

Drôles de règles



Nombre d'élèves

- 4 (2 groupes)

Matériel

- Formes prédécoupées classe: **"Drôles de règles"**
- Une feuille par groupe avec 1 segment dessiné. Longueur du segment de 13 à 19 cm (en centimètres entiers). Longueur et orientation des segments variées

Consigne

- *"Mesurez le segment avec la "Drôle de règle". Puis écrivez un message qui permette à un autre groupe de tracer un segment de même longueur"*. (Voir aussi "Dispositif")

Mise en œuvre

- Cette activité se fait sans l'aide de tout autre instrument gradué. Les groupes de 2 élèves ne doivent pas avoir connaissance du type de règle utilisé par les autres groupes.
- Afin d'enrichir les échanges et les procédures, la recherche est reprise plusieurs fois:
  - en modifiant la composition des groupes de 4
  - en échangeant les "drôles de règles"
  - en échangeant les segments à mesurer

Déroulement

Dispositif

- L'enseignant remet à chaque groupe de 2 élèves:
  - une "drôle de règle";
  - un segment à mesurer;
  - une feuille pour écrire le message.

  Il donne ensuite la consigne.
- Deux groupes n'ayant pas la même "drôle de règle" échangent leur message (mais pas leur règle) et dessinent ce qui est indiqué.

Validation

- Les élèves des deux groupes comparent les segments obtenus et les segments-modèles.
- Ils comparent leurs "drôles de règles".

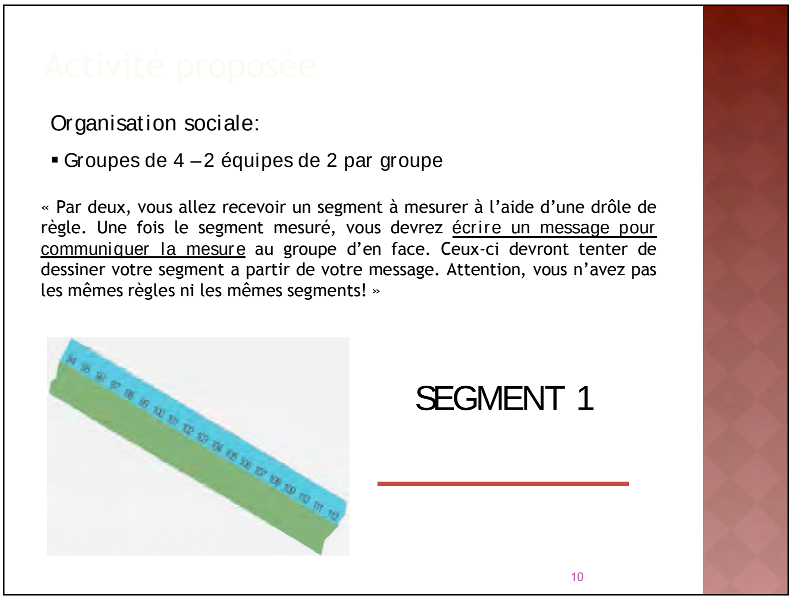
Mise en commun

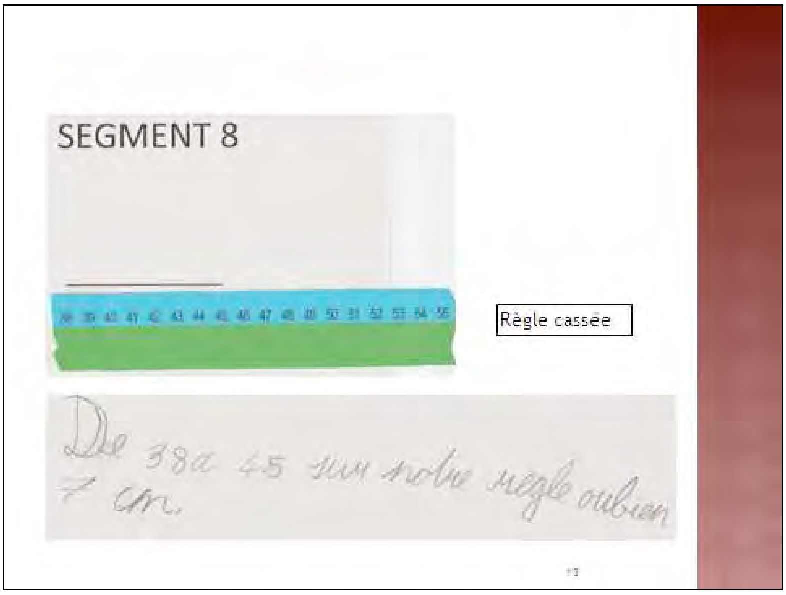
- Les élèves débattent de la rédaction et de l'interprétation des messages.
- Ils confrontent leurs démarches et examinent celles qui fonctionnent indépendamment du type de règle.

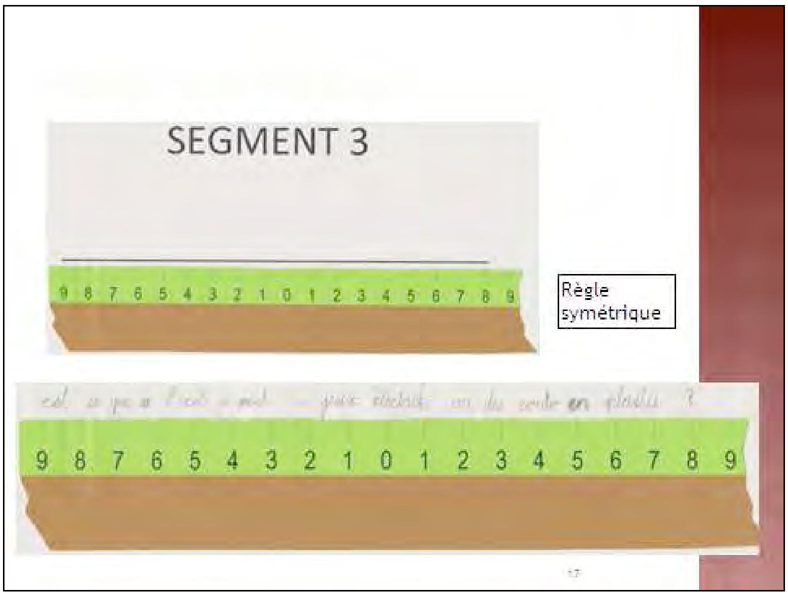
Prolongement

- **"Règle effacée"** LE p. 56

X - ANNEXE 4 DIAPOSITIVES EXTRAITES DE LA PRESENTATION DES ETUDIANTS







ET SI ON ÉVALUAIT LES DISPOSITIFS D'AIDE AUX ÉLÈVES…

Yves MATHERON
UMRP3-ADEF, Aix-Marseille Université & INRP
IREM d'Aix-Marseille
yves.matheron@free.fr

Annie NOIRFALISE
IREM de Clermont-Ferrand
ICFP Auvergne Limousin
annie.noirfalise@free.fr

Résumé
Cette communication critique sur les dispositifs d'aide aux élèves fait la présentation de dispositifs récemment mis en place à l'école primaire, au collège et au lycée et aussi du dispositif anglais des « teaching assistants ».
Les évaluations présentées montrent l'inefficacité de ces aides et même leurs effets néfastes.
Des explications sont proposées en se référant aux modèles des deux théories didactiques (TSD et TAD) et principalement en s'appuyant sur trois règles du contrat didactique.
Deux pistes pour une "véritable" aide sont esquissées.

Mots-clés
Aide ; contrat didactique ; transition didactique ; dispositif institutionnel ; évaluation.

La dernière décennie a connu un accroissement considérable des dispositifs institutionnels d'aide aux élèves, à tous les niveaux du système éducatif : aide personnalisée à l'école primaire, au travail personnel des élèves en collège de ZEP, individualisée au lycée, en seconde depuis 1999 et qui se généralisera au cycle terminal avec la nouvelle réforme sous la forme de l'accompagnement personnalisé.
Améliorent-ils la réussite des élèves auxquels ils sont destinés ? Peu de travaux existent qui évaluent leurs effets. Néanmoins, les quelques recherches menées ces dernières années, dans des pays différents et sur des dispositifs variés, concluent toutes à leur inefficacité, voire même parfois à leur impact négatif sur les élèves qu'ils devraient pourtant aider à progresser. Comment expliquer cela, peut-on envisager des dispositifs alternatifs efficaces ? Nous présenterons quelques-unes des pistes explicatives et, partant, quelques voies qui permettraient d'aller vers une amélioration de l'aide aux élèves.

I - LES DISPOSITIFS RÉCEMMENT MIS EN PLACE

La dernière réforme de l'école primaire, en vigueur depuis la rentrée 2008, s'est accompagnée de plusieurs dispositifs d'aide aux élèves : aide personnalisée, aide au travail, stages de remise à niveau. Ces différents dispositifs sont présentés rapidement dans les lignes qui suivent.

1 Aide personnalisée

Dans un communiqué de presse du 24 octobre 2008, Xavier Darcos annonce la mise en place de l'aide personnalisée en faveur des élèves en difficulté à l'école primaire pour l'année 2008-2009 :

« Chaque enseignant doit désormais consacrer deux heures par semaine, sous la forme de soutien personnalisé, pour accompagner les élèves rencontrant des difficultés scolaires **».**

Le site du ministère de l'Education Nationale fournit quelques données chiffrées relatives à la mise en œuvre du dispositif pour l'année 2008-2009 :

« Plus d'un million d'élèves connaissant des difficultés scolaires, soit 19,13 %, sont désormais pris en charge dans les écoles primaires dans ce cadre selon les modalités qui ont été proposées par le conseil des maîtres et validées par l'inspecteur de circonscription.

A l'issue des choix faits par les écoles, les dispositifs d'aide personnalisée sont organisés le midi pour 42,49 % des élèves, le soir pour 32,69 % d'entre eux et le matin pour 12,93 % ; 7,78 % bénéficient de formules mixtes. 4,11 % des élèves sont conviés à ce dispositif le mercredi matin. »

Les résultats de l'enquête ministérielle, (disponible sur le site du ministère, *www.education.gouv.fr*), sur les modalités d'organisation de l'aide personnalisée 2008-2009 durant la semaine scolaire, sur les 100 départements français, fait apparaître une très grande variété en matière de gestion horaire. Ces deux heures d'aide sont instituées en dehors des 24 heures consacrées au système didactique principal, elles sont assurées par un enseignant, pas nécessairement celui de la classe, mais aucune donnée globale ne concerne le contenu de ces aides.

2 Aide au travail

Dès la rentrée 2008, un accompagnement éducatif est proposé à tous les élèves volontaires du cours préparatoire au cours moyen 2^{e} année[1].

D'une durée indicative de deux heures, l'accompagnement éducatif est organisé quatre jours par semaine tout au long de l'année, en dehors du temps scolaire, de préférence en fin de journée après la classe, en prenant en compte l'équilibre de la journée et de la semaine des élèves. Il offre, sans être limitatif, trois domaines d'activité : l'aide au travail scolaire, la pratique sportive, la pratique artistique et culturelle. L'aide au travail scolaire est coordonnée par un enseignant volontaire et assurée par tout intervenant, enseignant ou non, jugé compétent. *« Elle permet aux élèves d'apprendre leurs leçons ou d'approfondir le travail de la classe. Elle peut comporter une aide méthodologique ou permettre d'autres activités : lecture, atelier scientifique, projet transversal, recherches documentaires, pratique des langues vivantes. »*[2]

3 Les stages de remise à niveau durant les vacances scolaires

En février 2010, une note ministérielle décide de la mise en place, pour des élèves volontaires de C.M. 1 et C.M. 2, de stages gratuits de remise à niveau pendant la période des vacances scolaires[3].

Trois sessions sont organisées pendant les vacances scolaires : une semaine au printemps, la première semaine de juillet et la dernière semaine des vacances d'été.

---

1 Accompagnement éducatif - rentrée 2008 : - mise en place dans les écoles élémentaires de l'éducation prioritaire, BO n°19 du 25 juin 2008.

2 Ibid., page IV.

3 Voir site : éducation.gouv.fr, rubrique « *Les dispositifs d'accompagnement pour les écoliers* **».**

Ces stages durent cinq jours, à raison de 3 heures d'enseignement quotidien. Ils permettent une remise à niveau en français et mathématiques des fondamentaux, tels que l'entraînement au calcul mental, au raisonnement mais aussi à la lecture et à la production d'écrits. Ils ont lieu dans les écoles. Des groupes de cinq ou six élèves sont constitués.

A la fin du stage, l'évaluation des progrès de chaque élève est transmise à l'enseignant de la classe et aux familles.

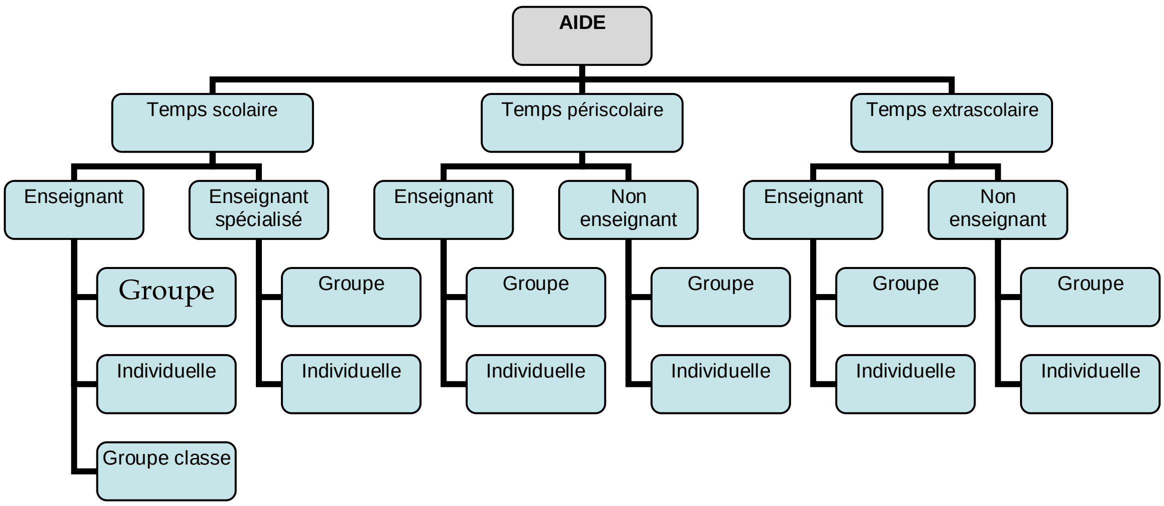
Des enseignants volontaires du premier degré animent ces stages et en définissent le contenu en fonction des besoins de chaque élève.

II - L'ÉVALUATION DES DISPOSITIFS

L'I.R.E.D.U., laboratoire CNRS de sociologie et de sciences économiques, a assuré l'évaluation de nombreux dispositifs d'aide.

Les dispositifs les plus récents, cités précédemment, n'ont pas encore été évalués ; peu d'hypothèses ont été formulées pour expliquer les résultats des évaluations des dispositifs anciens avant la mise en place de nouveaux dispositifs. De plus, les logiques auxquelles obéissent les dispositifs d'aide sont multiples : dispositifs dans le temps scolaire, périscolaire ou extrascolaire, dispositifs encadrés par des enseignants (de la classe ou non), des professionnels spécialisés, des bénévoles avec des formations variables, ...

Nous empruntons à une publication de B. Suchaut (B. Suchaut, 2009), le schéma suivant montrant une partie de la complexité des structures en matière de dispositifs d'aide :



Au-delà de la multiplicité des structures, on se heurte à la multiplicité des objectifs : on peut viser une amélioration des performances scolaires, des attitudes d'apprentissage ou des comportements sociaux.

Le travail d'évaluation conduit par les chercheurs de l'I.R.E.D.U. consiste essentiellement à comparer, pour des élèves de caractéristiques semblables, les performances scolaires de ceux qui ont bénéficié d'une aide aux performances de ceux qui n'en n'ont pas bénéficié. Le foisonnement et l'interférence des dispositifs actuels et des objectifs poursuivis posent alors de redoutables problèmes méthodologiques pour l'évaluation[4] : quelles sont les variables permettant d'expliquer les évolutions observées ?

[4] Ibid.

Cependant, afin de motiver un travail de recherche sur l'efficacité de tels dispositifs, il est intéressant de prendre connaissance de certains résultats des travaux de l'I.R.E.D.U.. Nous relaterons aussi des travaux évaluant des structures mises en place à l'étranger. L'antériorité de la mise en place de ces dispositifs et les conclusions sur les évaluations publiées offrent matière à réflexion.

1 Évaluation des G.A.P. *(*Groupes d'Aide Psychopédagogique)

Une évaluation des ***Groupes*** d'Aide Psychopédagogique, les G.A.P., créés en 1970 a été publiée en 1991, peu après leur suppression et leur remplacement par les Réseaux d'Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté, les R.A.S.E.D, en 1990. Le travail d'évaluation publié, A. Mingat et M. Richard (1991), pointe : « *des aléas importants dans l'allocation des moyens, ainsi qu'une très substantielle variété dans le fonctionnement des différents GAPP. Concernant les effets, et pour ce qui concerne les acquisitions et les carrières scolaires, on observe des résultats très décevants. En effet, les élèves qui ont bénéficié d'actions de rééducation ont des performances moindres que les élèves de caractéristiques semblables qui n'en ont pas bénéficié. Outre le fait que les actions de rééducation sont prises sur le temps scolaire, le rapport démontre l'importance des effets d'étiquetage négatif associés à l'admission en rééducation.* ». Il faut noter que les élèves bénéficiant d'aide ont été extraits du système scolaire principal pour des interventions de spécialistes de durée souvent importante.

De ces évaluations des G.A.P. on ne peut tirer aucune information quant à l'efficacité des R.A.S.E.D., les deux structures étant très différentes. Les secondes n'ont pas encore été évaluées mais sont menacées de disparition à très court terme.

2 Les C.P. à effectifs réduits

À l'initiative de Luc Ferry, des dispositifs obéissant à une autre logique ont été mis en place : des élèves ne sortent plus du système didactique principal pour bénéficier d'aide mais les effectifs des classes sont réduits de façon importante à 12 élèves par classe. Ces dispositifs s'inspirent d'expériences anglo-saxonnes citées par D. Meuret, (1994) et leur évaluation, conduite par P. Bressoux (2004), est évoquée par B. Suchaut de la manière suivante : « *L'évaluation externe de cette expérimentation fait apparaître des effets positifs, mais limités dans le temps de la forte réduction de la taille de classe sur les progressions des élèves (Bressoux, 2004). En outre, des limites sont signalées lors d'observations sur le terrain ; l'accent est mis sur le changement nécessaire des pratiques enseignantes pour qu'elles puissent s'adapter à ce contexte inhabituel (IGEN, 2004). Des formules proches existent, localement à tous les niveaux de l'école élémentaire, qui consistent à avoir plus de maîtres que de classes dans les établissements. Bien que les modalités diffèrent selon les cas, cela se traduit sur le terrain par un renforcement de l'encadrement, avec le plus fréquemment des petits groupes d'élèves (cinq élèves environ) encadrés par un enseignant de façon momentanée pour un soutien ou un approfondissement pédagogique spécifique. Une recherche ayant évalué ce type de formule montre une efficacité globale moyenne inexistante, quand on mesure les progressions des élèves sur plusieurs années, mais des différences se manifestent dans les effets (C. Piquée, B. Suchaut, 2004). Ainsi, des effets positifs apparaissent quand l'aide est dispensée de manière intensive sur plusieurs années, de même les élèves en grande difficulté semblent profiter de ce dispositif, alors que ceux qui présentent des difficultés moins ancrées progressent moins que des élèves par ailleurs comparables qui bénéficient d'un fonctionnement pédagogique classique.* »

3 Les structures d'aide en Collège et Lycée

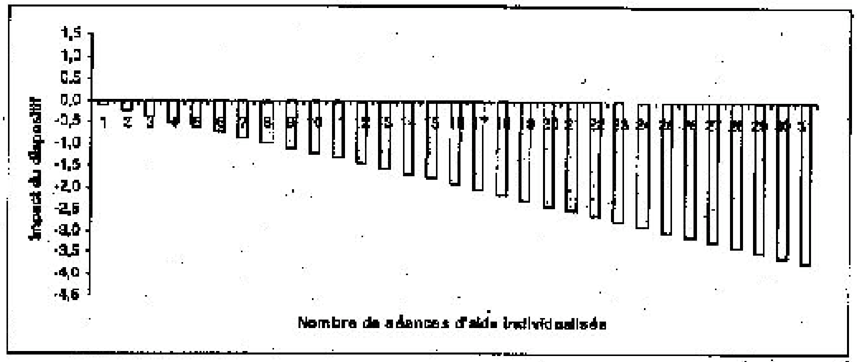
Durant les dernières décennies, de nombreuses structures visant la réussite d'un maximum d'élèves au Collège se sont succédé. Citons, au plan national : cycle d'observation en trois années, 4e et 3e technologiques, 4e d'aide et de soutien, 3e d'insertion, 6e de consolidation, ... ou encore à l'initiative de certains établissements : soutien scolaire, aide personnalisée, aide au travail personnel, tutorat, études dirigées, remise à niveau... Ces structures n'ont pas réellement bénéficié d'évaluation externe pour mesurer leur efficacité avant d'être remplacées par d'autres.

Au niveau du lycée, la réforme de 1999 s'est accompagnée de la mise en place de l'Aide Individualisée en classe de Seconde, l'A.I.S., ayant donné lieu à une évaluation nationale publiée en 2001 (Danner M., Duru-Bellat M., Le-Bastard S., Suchaut B., 2001).

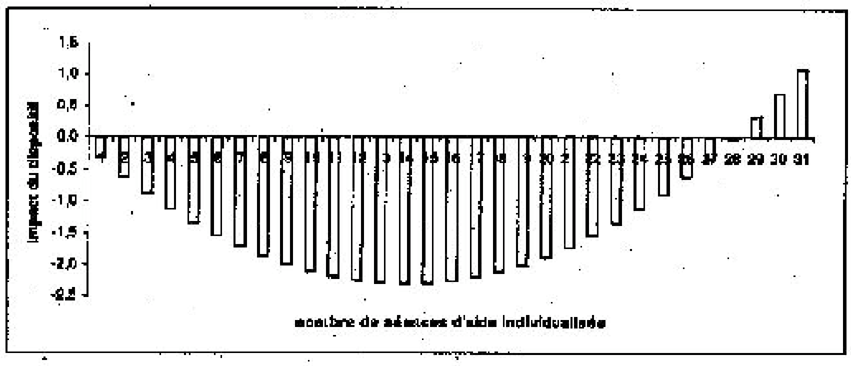
Si ces structures ne concernent pas l'enseignement primaire, leur conception est originale. L'aide est proposée à des élèves qui en éprouvent le besoin, donc en principe volontaires. Elle est apportée à raison d'une heure hebdomadaire en mathématiques et une heure hebdomadaire en français, par le professeur de la classe ou non, à un groupe de huit élèves au maximum. A ce titre, les évaluations qui en ont été faites sont intéressantes.

Les auteurs du travail d'évaluation concluent que, si les acteurs et surtout les enseignants expriment une certaine satisfaction, les résultats sont très décevants : le fait d'avoir suivi l'A.I.S. n'améliore pas les résultats scolaires des élèves ; au mieux ce dispositif ne sert à rien. La fréquentation des élèves diminuant de façon importante en cours d'année, il parait difficile d'espérer un effet significatif en matière d'apprentissage. C'est ce qui apparaît, à la lecture des graphiques suivants établis par l'IREDU en mathématiques et en français, qui indiquent l'évolution positive ou négative de niveau d'élèves de seconde fréquentant l'Aide Individualisée, en fonction du nombre de séances suivies :

Graphique 15 : Impact de l'aide en français en fonction du nombre de séances suivies



Graphique 16 : Impact de l'aide en mathématiques en fonction du nombre de séances suivies



Il est indispensable de noter, afin d'éviter les malentendus, que les résultats de l'IREDU ne portent pas sur une appréciation des apprentissages effectifs des élèves, mais sur leurs positions dans la classe repérées par les notes mises par leurs enseignants. Les auteurs concluent : *« à profil social et scolaire* *identique, l'élève qui a " bénéficié "de séances d'aide en français progresse légèrement moins bien que des élèves qui n'auraient pas suivi d'aide ; cet effet négatif est ténu, mais proportionnel au nombre de séances* ». Quant à l'aide en mathématiques, « *elle ne montre pas d'effet significatif sur les progressions* ».

4 Intervention des « teaching assistants » en Angleterre

Depuis 2003, en Angleterre, un nombre de plus en plus important de personnels, comparable aux assistants pédagogiques en France, les « teaching assistants », ont été recrutés dans les établissements scolaires. Ils ont, entre autres tâches, un rôle de répétiteur auprès des élèves en difficulté : sur instructions des professeurs, ils prennent ces élèves en petit groupe ou individuellement pendant les heures de classe pour les faire travailler.

Une enquête menée par l'Institut d'Education de l'Université de Londres, a porté sur 20 000 tests passés par 8 000 élèves dans 153 écoles primaires et secondaires d'Angleterre et du Pays de Galles. Ses conclusions sont publiées en septembre 2009 (Blatchford P., Bassett P., Brown P., Martin C., Russell A. and Webster R.) et débouchent sur des résultats surprenants : si la présence de ces assistants a amélioré l'ambiance dans les établissements et dans les classes, si deux professeurs sur trois estiment que leur stress a diminué depuis leur arrivée, elle montre que « plus un élève est suivi par un T. A. moins il progresse » !

L'explication donnée est la suivante : plus les élèves ont des résultats faibles, des difficultés d'apprentissage ou des troubles du comportement, plus ils passent du temps avec les T.A. et moins ils en passent avec leur enseignant plus « *formé et qualifié* » que les T.A. ; aussi, loin de progresser, ils régressent. À aptitudes identiques, les tests révèlent que les élèves aidés par les T.A. font moins de progrès en moyenne que ceux qui ne le sont pas, et pire, qu'en règle générale, plus ils bénéficient du soutien des T.A., moins ils font de progrès. Le professeur Blatchford et son équipe ne remettent pas en cause le travail des T.A. « *qui sont extrêmement dévoués* » mais, de façon paradoxale, « *leur déploiement systématique vers les élèves les plus dans le besoin semble être au cœur du problème* » : plus ils s'occupent des enfants « *en retard* » qui sont alors séparés du reste de la classe, plus le reste de la classe avance « *soulagé des élèves en difficulté* ». « *Malheureusement, rajoute-t-il, nous n'avons trouvé aucune preuve que leur soutien ait aidé les élèves à progresser davantage en anglais, mathématiques et sciences dans aucun des groupes d'élèves de l'année 7 que nous avons étudiés.* »[5] L'unité utilisée par les chercheurs pour mesurer l'écart entre élèves les plus et les moins aidés est le « sous niveau » : ce qui correspond à peu près aux connaissances enseignées au cours d'un trimestre. Cet écart est compris entre 1,5 et 2 en anglais, et il est de 1 en mathématiques et sciences. L'écart est toujours en défaveur des plus aidés ; les résultats obtenus en Grande-Bretagne rejoignent ceux de l'IREDU, dix ans plus tôt. Le phénomène ne dépend donc ni des particularités des systèmes éducatifs nationaux, ni de l'époque, ni des personnes qui assurent l'aide : professeurs ou aides éducateurs.

III - QUELQUES HYPOTHÈSES EXPLICATIVES DE L'INEFFICACITÉ DE L'AIDE

Les résultats des évaluations évoqués plus haut sont surprenants, voire décevants, en France comme à l'étranger ; et ceci quels que soient les modes d'organisation de l'aide, qui peuvent être très différents. En général, ces travaux, dont on ne peut remettre en cause le sérieux, rendent essentiellement compte d'un état des lieux et ne donnent pas ou peu d'éléments permettant d'expliquer la situation décrite. Il nous

5 Les années sont comptées à partir de l'entrée à l'école élémentaire obligatoire à 5 ans. L'étude porte sur les années 1, 2, 3, 6, 7, 9 et 10. Les élèves de l'année 7 ont donc environ 11 - 12 ans.

semble qu'un travail dans le cadre des théories didactiques, théorie des situations et théorie anthropologique du didactique, peut permettre d'avancer des hypothèses explicatives sur quelques points, qui seraient, bien sûr, à valider ou falsifier. Ces hypothèses peuvent permettre d'avancer quelques pistes de développement de l'aide individualisée qui soient didactiquement fondées.

1 Toute relation didactique est une relation contractuelle

Pour expliquer l'inefficacité de l'aide par rapport à ses effets escomptés, voire son impact négatif dans certains cas, il est nécessaire de garder présent à l'esprit que toute relation didactique, qu'elle soit d'enseignement d'un contenu nouveau ou d'aide à l'étude d'un contenu antérieurement enseigné, est prise dans un système d'attentes réciproques que l'on a désigné sous le terme de « contrat didactique ». Le contrat didactique est la partie de la relation liant le professeur aux élèves, qui détermine de manière explicite pour une petite part, mais surtout implicitement – ce qui explique l'ignorance de son existence par de nombreuses personnes parlant sur l'enseignement – ce que chaque partenaire a la responsabilité de gérer en ce qui concerne le savoir, en tant qu'objet de la transaction qui fonde cette relation. La notion de contrat didactique avait permis à Guy Brousseau, qui l'a découverte, d'écrire dès 1986, « *à trop vouloir aider les élèves, on risque de les faire échouer* », ou encore « *plus l'élève est assuré de la réussite par des effets indépendants de son investissement personnel et plus il échouera* ». Les travaux de Guy Brousseau concernent aussi l'identification de plusieurs phénomènes de contrat. Dans certains cas où le professeur ne parvient pas à faire rencontrer le savoir à l'élève, les effets de contrat permettent à la relation didactique de se poursuivre néanmoins, mais en portant alors sur des objets détournés de l'objectif d'enseignement au fondement initial de la relation didactique. Ainsi en est-il de l'effet Topaze, du nom de la pièce de Marcel Pagnol, au cours duquel le professeur « souffle » le savoir à l'élève, et dont la conséquence est l'absence d'apprentissage d'une vigilance à mettre des « s » aux pluriels des noms ; ou encore de l'effet Jourdain au cours duquel le professeur attribue indûment la connaissance du savoir à l'élève alors qu'il ne manifeste qu'un rapport très ténu à ce savoir : dans la pièce de Molière, demander à sa servante d'aller chercher ses pantoufles équivaut à savoir faire de la prose.

2 Quelques-unes des règles du contrat didactique

Les travaux *princeps* portant sur le contrat didactique, menés dans les années 1970 – 1980 par Guy Brousseau et Yves Chevallard, ont mis en évidence d'autres phénomènes, et certaines des règles propres à ce type de contrat particulier. Mais l'énoncé de seulement trois de ces règles permet d'appréhender les raisons de l'inefficacité constatée de ces dispositifs d'aide.

Une des premières règles, notée R_1, porte sur la responsabilité du professeur : *Le professeur est supposé créer des conditions suffisantes pour l'appropriation des connaissances par les élèves et reconnaître cette appropriation quand elle se produit*. Elle marque la responsabilité professionnelle de l'enseignant. C'est sur elle que, dans certains cas, les parents ou l'institution scolaire s'appuient pour accuser ou soupçonner l'enseignant de ne pas remplir convenablement son rôle. Il doit créer les conditions propices à l'étude du programme par les élèves, respecter ce programme, exposer ou faire rencontrer de manière efficace le savoir par un nombre suffisant d'élèves, instaurer et faire respecter une certaine discipline, communiquer aux élèves le travail qu'il attend d'eux et le vérifier, etc.

La seconde règle, notée R_2, engage la responsabilité de l'élève : *L'élève est supposé satisfaire ces conditions*. Cette règle énonce la responsabilité contractuelle de l'élève. S'il échoue, c'est qu'il ne satisfait pas aux conditions auxquelles il était contractuellement tenu ; soit qu'il n'a pas participé à l'étude du savoir en classe, qu'il ne s'est pas engagé dans le travail demandé par le professeur hors de la classe, ne s'est pas plié pas à la discipline nécessaire pour apprendre, etc.

La troisième, notée R_3, énonce que : *La relation didactique doit continuer coûte que coûte.* Cette règle stipule que, pendant le temps de vie d'une classe, R_1 et R_2 doivent être satisfaites simultanément. Lorsque ce n'est pas le cas –ce qui est évidemment fréquent comme chacun sait –, et afin que la relation didactique continue, le professeur recourt à des effets de contrat comme ceux précédemment énoncés (renégociation du contrat à un niveau beaucoup plus bas). Ou bien la relation didactique s'arrête pour laisser place à des relations dans lesquelles il n'y a plus d'enjeu de savoir : des relations au sein desquelles le professeur tente de négocier la possibilité d'enseigner (rappel à une discipline minimale, activités autres que d'enseignement, etc.)

3 Règles du contrat et échec de l'aide

Lors de la mise en place des dispositifs d'aide aux élèves, après que l'enseignement a eu lieu, la règle R_1, relative à la création par le professeur des conditions suffisantes pour l'appropriation des connaissances par les élèves, a été satisfaite : le professeur, en désignant les élèves qui doivent suivre l'aide, indique *a contrario* qu'une partie de la classe n'est pas déclarée en échec.

La non-satisfaction de la règle R_2 entre donc en vigueur pour les élèves à qui l'aide individualisée est proposée : ils ne satisfont pas aux conditions d'appropriation des connaissances auxquelles satisfait le reste de la classe. En mettant en place l'aide individualisée, l'institution crée un nouveau dispositif au sein duquel s'applique de nouveau la règle R_1, relative à la responsabilité de l'enseignant pour créer des conditions nouvelles et spécialement adaptées à ce public d'élèves, afin qu'ils s'approprient les connaissances qu'ils n'ont pu acquérir dans le cours de la classe. Il y a ainsi transfert vers le professeur de la responsabilité qui incombait jusqu'alors à l'élève.

Or, dans la plupart des cas, le professeur est démuni de techniques didactiques appropriées, pourtant supposées devoir être mises en œuvre au sein du dispositif d'aide. Soit il reproduit les formes didactiques à travers lesquelles il engage les élèves à respecter la règle R_2, mais qu'il assume alors en partie seul : c'est-à-dire essentiellement les entraîner par la recherche des exercices qu'il leur donne et corrige immédiatement pour respecter R_3. Soit, toujours pour respecter R_3, il use de divers glissements méta didactiques à l'efficacité plus que douteuse : insistance sur la lecture des consignes, enseignement de « déductogrammes » c'est-à-dire algorithmisation des démonstrations, usage de couleurs distinctes ou de divers autres artifices dont l'impact en termes d'apprentissages est loin d'être assuré.

Dans tous les cas, que les élèves soient déchargés de leur responsabilité d'étudier, ou que le professeur use de stratagèmes ou d'un outillage pédagogique éloigné de celui qui convient au savoir, les élèves ne peuvent s'engager dans l'étude : ils ne peuvent alors apprendre.

IV - PISTES DE DÉVELOPPEMENT

Il est possible d'expérimenter divers dispositifs pour une aide des élèves en difficulté, qui ne s'appuieraient pas sur une individualisation rêvée, mais de fait impossible. Les assujettissements qui construisent les personnalités des élèves sont en effet multiples – et le professeur ne saurait tout d'abord les analyser afin de déterminer ceux qui empêchent l'apprentissage visé, pour revêtir ensuite les habits du précepteur convenant adéquatement à chacun –, mais sur l'identification et le traitement des classes de difficultés inhérentes, non aux personnes mais au savoir enseigné et aux rapports à avoir antérieurement établi avec le savoir sur lequel il s'appuie, ou entre en relation. Dans les paragraphes qui suivent, nous exposons dans leurs grandes lignes les principes sur lesquels s'appuient deux dispositifs visant à aider les élèves, tout en laissant à leur charge la responsabilité d'étudier pour apprendre ; c'est-à-dire en maintenant leur engagement à suivre la règle R_2, en faisant en sorte que la relation didactique continue, sans recourir à des effets de contrat, et que le temps didactique, celui de la rencontre du savoir par la classe, avance. Autrement dit en respectant la règle R_3.

1 Les transitions didactiques

Le concept de transition didactique rencontre à la fois les notions de mémoire didactique et d'organisation mathématique, notamment celui des organisation mathématiques se situant aux niveaux du ***secteur*** et du ***domaine*** (*cf.* la notion d'organisation mathématique, par exemple dans Chevallard, 2002) ; ainsi, le chapitre relatif au théorème de Pythagore en 4e, c'est-à-dire le ***thème*** du théorème de Pythagore, prend place dans le ***secteur*** de la géométrie plane lui-même inclus dans le ***domaine*** de la géométrie, qui court sur de nombreuses années du cursus de l'enseignement obligatoire et au-delà ; disons, pour fixer les idées, du cycle 2 à la classe de 2de, voire jusqu'au cycle terminal inclus dans certaines séries. Le savoir mathématique, mais il en est de même pour les savoirs organisés selon une mise en texte, se présente généralement sous la forme d'un tout structuré à l'intérieur duquel ont été opérés des découpages permettant une séquentialisation à finalité didactique. Ainsi étudie-t-on les quatre opérations selon un découpage qui suit une progressivité calquée sur l'organisation en cycles à l'école primaire ; il en est de même de la grammaire française ou d'une langue étrangère à l'Ecole ou au Collège, ou encore des sciences physiques ou naturelles dans l'enseignement secondaire, etc.

Un tel découpage nécessite que des connaissances anciennes soient disponibles, afin de pouvoir en enseigner de nouvelles. Il est par exemple nécessaire de connaître convenablement certaines des techniques relatives à la proportionnalité simple, enseignées au Collège, afin d'équilibrer des réactions chimiques ou de calculer la masse des produits obtenus à l'issue de telles réactions, en tant que techniques enseignées au Lycée dans le cours de physique chimie. Ou encore, il est nécessaire de connaître l'addition pour effectuer des multiplications, et de connaître des soustractions pour effectuer des divisions. On peut multiplier les exemples dans des disciplines qui ne sont pas scientifiques : connaître les temps de l'indicatif avant d'enseigner d'autres modes pour les verbes, connaître l'usage du fer à souder avant d'assembler les composants permettant de fabriquer un ordinateur, savoir tenir un crayon ou un stylo avant de pouvoir rédiger une composition française, etc. L'idée d'organiser des transitions didactiques revêt donc une portée générale, au-delà des seules mathématiques.

Le dispositif organisant les transitions didactiques nécessite, à partir d'une analyse du savoir nouveau et transposé que l'on souhaite enseigner, l'identification des savoirs anciens à propos desquels la mémoire pratique des élèves (Matheron, 2002) doit tendre vers le rapport institutionnellement attendu. Si les rapports construits à partir de cette mémoire pratique ne sont pas en adéquation avec les rapport nécessaires et attendus, un dispositif de remédiation par l'étude restant à la charge des élèves, dont les lignes directrices sont définies par le professeur, permet d'engager la responsabilité des élèves selon la règle R_2. Il leur est clairement signifié qu'ils doivent, par eux-mêmes, colmater le décalage existant entre les rapports au savoir attendus au niveau du cursus où ils se trouvent, et qui sont effectivement ceux d'une partie de leur classe, et ceux qui sont les leurs. Pour cela un mini-test, visant à évaluer les rapports aux types de tâches et aux techniques fondamentales sur lesquelles s'appuiera le savoir nouveau, est passé par la classe quelques semaines avant que débute l'étude du thème. Par exemple, avant l'enseignement des équations en 4e, un mini-test ne prenant que 10 à 15 min pour sa passation, peut évaluer le rapport des élèves aux définitions algébriques de la différence et du quotient de deux nombres. Il porte ainsi sur des savoirs anciens, relevant de la classe de 5e. Sur cet exemple, les élèves dont les connaissances relatives aux équations des types $a + x = b$ et $a \times x = b$ telles qu'on les travaille en 5e, sont insuffisantes, sont invités à se mettre au niveau attendu. Pour cela, le professeur donne à ces élèves une série d'exercices portant sur ce type de tâches. A eux incombe la responsabilité de s'y exercer, en dehors du temps de la classe ; le professeur leur fournissant par la suite un corrigé qu'ils auront par eux-mêmes à étudier. La nécessité de leur engagement dans l'étude leur est donc clairement signifiée ; la responsabilité du professeur, qui a mis à leur disposition un dispositif de remédiation, est dégagée. Aux élèves de s'en emparer pour le mettre à profit. Une fois une période raisonnable laissée aux élèves en retard pour se mettre au niveau de la classe, l'enseignement du thème peut commencer. Un tel dispositif est adapté aux classes pour lesquelles des heures spécifiquement dévolues à l'aide aux élèves ne sont pas inscrites à l'emploi du temps.

2 Rencontrer par anticipation une partie d'un univers propre à un thème

Un autre dispositif peut être mis en place lorsque des heures réservées à l'aide aux élèves sont inscrites à l'emploi du temps. Il consiste, lui aussi, à stabiliser par anticipation des connaissances indispensables pour l'enseignement d'un savoir nouveau. Mais, contrairement au précédent qui portait sur le travail de savoirs anciens en tant que points d'appui pour ceux dont l'enseignement est prévu, celui-ci consiste à faire rencontrer par avance certains problèmes auxquels répond le savoir qui sera ultérieurement enseigné. Il s'agit, dans un tel cadre, de faire rencontrer par anticipation sur le temps didactique officiel, et en acte, par des élèves réputés faibles et de ce fait participant peu au travail collectif de l'étude dans la classe, un milieu pour l'étude qui vivra dans un temps ultérieur, au cours de l'enseignement délivré à tous dans la classe. Ce dispositif nécessite, lui aussi, qu'une analyse du savoir à enseigner ait été préalablement conduite.

Ainsi, par exemple, a-t-il été possible de construire de telles séances pour des élèves de 2[de], portant sur l'enseignement à venir des vecteurs, de leur somme, leur différence et leur produit par un réel. Sans devoir entrer dans l'exposé des détails du dispositif mis en place, on fait rencontrer en acte, sur papier quadrillé, la nécessité pour une première partie du groupe des élèves de communiquer à l'autre les informations nécessaires à la construction d'un triangle, translaté d'un autre dessiné sur les feuilles dont ils disposent ; puis la deuxième partie du groupe communique à la première les informations nécessaires pour translater à son tour le triangle ainsi obtenu afin d'en obtenir un troisième. De ce fait apparaît la nécessité de communiquer certaines propriétés spécifiques des vecteurs (sens, direction, norme), ainsi qu'est rencontré l'effet de la composition de deux translations successives, qui correspond à la somme de deux vecteurs, etc. ; ces notions étant par la suite enseignées à l'ensemble des élèves de la classe. A travers la remémoration postulée des souvenirs du travail mené auparavant, qui se constitue en milieu donnant du sens au savoir enseigné à tous, on tente ainsi de replacer les élèves de cette « aide anticipée » au même niveau temporel que les autres, afin que l'action d'enseignement et d'apprentissage soit menée dans le cadre d'une temporalité conjointement partagée au sein du groupe classe.

V - FORMER LES PROFESSEURS

À travers ces deux exemples transparaît la nécessité pour la profession enseignante de disposer des outils lui permettant de mener à bien les analyses, ou d'utiliser des outils tels que des ouvrages, qui restent encore à construire et à écrire, autorisant l'implantation contrôlée de dispositifs dont on peut postuler une efficacité supérieure dans l'aide aux élèves. On se heurte en ce point à une triple contrainte dont les pôles sont étroitement intriqués : celle d'une formation professionnelle enseignante qui reste insuffisante et ne permet pas à la profession de mener à bien de telles analyses et de diriger de tels dispositifs, celle des ressources manquantes en termes de médias sur lesquelles s'appuyer pour diriger ces dispositifs, celle des structures qui pilotent le système et « inventent » des dispositifs implantés dans les classes, sans donner aux enseignants les moyens de les piloter. Sur ce dernier point, la raison tient sans doute au fait qu'elles ne savent pas, elles non plus, mener à bien les analyses nécessaires au contrôle *a priori* des dispositifs qu'elles créent, comme le révèle l'examen de la forme lacunaire des directives données dans les circulaires promulguées au BOEN.

Dans ce domaine, comme dans bien d'autres, les moyens continuent de manquer pour mener à bien et évaluer l'impact des dispositifs nouveaux que nous venons d'évoquer ; quelques pistes innovantes peuvent seulement être ébauchées. Il reste à former les professeurs à leur gestion, à observer et analyser leur passation dans les classes afin d'évaluer leur efficacité.

VI - BIBLIOGRAPHIE

BLATCHFORD P., BASSETT P., BROWN P., MARTIN C., RUSSELL A. and WEBSTER R., (2009), The impact of support staff on pupils' 'positive approaches to learning' and their academic progress, in press *British Educational Research Journal.*

BRESSOUX P. (2004), *Class size reduction experiment in French first grade classes*. Conférence O.C.D.E. avril 2004, Washington D.C.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.

CHEVALLARD Y. (1988), *Sur l'analyse didactique, deux études sur les notions de contrat et de situation*. Marseille : IREM.

CHEVALLARD Y. (2002) Organiser l'étude : 1. Structures & fonctions. Cours donné à la *XI^{e} école d'été de didactique des* mathématiques (Corps, 21-30 août 2001). La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 3-32.

CHEVALLARD Y. (2002) Organiser l'étude : 3. Écologie & régulation. Cours donné à la *XI^{e} école d'été de didactique des* mathématiques (Corps, 21-30 août 2001). La Pensée Sauvage, Grenoble, pp. 41-56.

DANNER, M., DURU-BELLAT, M., LE-BASTARD, S., SUCHAUT, B., (2001), L'aide individualisée en seconde. Mise en route et premiers effets d'une innovation pédagogique, *Éducation & Formations, n°60,* pp. 55-66.

MATHERON Y. (2002), Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(3), 207 – 245

MATHERON Y. & NOIRFALISE R. (2002), L'Aide Individualisée : entre système didactique auxiliaire inutile et déficit d'analyse didactique entravant son efficacité et son développement, *Petit x n° 60*, Université Joseph Fourier et IREM de Grenoble

MEURET, D. (1994), L'efficacité de la politique des zones d'éducation prioritaire dans les collèges, *Revue française de pédagogie*, N°109, pp. 41-64.

MINGAT A., RICHARD M. (1991), *Évaluation des activités de rééducation GAPP à l'école primaire*, Cahiers de l'IREDU n°49, Université de Dijon.

PIQUEE C., SUCHAUT B. (2004), Un maître supplémentaire dans la classe : quels effets sur les progressions au cycle III ? R*evue française de pédagogie*, N°146, pp. 91-103.

SUCHAUT B. (2009), « L'aide *aux élèves : diversité des formes et des effets des dispositifs »,* Communication aux 2^{e} rencontres nationales sur l'Accompagnement, St Denis, 4 et 5 avril 2009, IREDU-CNRS et Université de Bourgogne.

« PROBLÈMES POUR CHERCHER » AU CYCLE 3 : DES DIFFICULTÉS POUR LES ENSEIGNANTS AUX APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES

Magali Hersant
MC, IUFM des Pays de la Loire, Université de Nantes
CREN, EA
magali.hersant@univ-nantes.fr

Résumé
Nos travaux nous ont permis d'identifier des savoirs qui peuvent être l'objet d'apprentissage à travers des problèmes pour chercher au cycle 3 de l'école élémentaire. Parmi eux figure l'apprentissage de la nécessité mathématique et le dépassement de l'empirisme. Avec des enseignants, nous avons développé des situations de classe ayant pour objectif de contribuer à cet apprentissage en permettant aux élèves d'apprendre que des arguments comme « c'est impossible car j'ai beaucoup cherché et je n'ai pas trouvé » ne sont pas recevables en mathématiques.
L'objet de cette communication est d'étudier les difficultés que pose la gestion de ces situations aux enseignants, notamment en termes de contrat didactique et de gestion des processus de dévolution et d'institutionnalisation pour ensuite envisager leur impact sur les apprentissages des élèves. L'analyse de ces difficultés est effectuée à partir de transcriptions de séances de classe.

L'injonction institutionnelle adressée aux enseignants de l'école primaire en 2002 à propos des « problèmes pour chercher » a suscité de nombreuses questions et recherches (on pourra par exemple consulter Houdement, 2009 ; Georget, 2009 et les actes des cinq derniers colloques de la Copirelem). Avec une équipe d'enseignants et des formateurs de l'IUFM des Pays de la Loire[1], nous avons mené de notre côté depuis 2006 des travaux avec les objectifs suivants : préciser les enjeux d'apprentissage possibles dans les situations de type « problèmes pour chercher » ; développer, en collaboration avec des enseignants, et dans une dialectique de production – analyse, des situations pour les classes ordinaires qui permettent ces apprentissages. Cette communication vise à préciser des difficultés spécifiques de la dévolution et de l'institutionnalisation dans ce type de problème (voir Hersant, 2010a pour les autres aspects de la recherche), ce qui nous permet ensuite d'en envisager d'autres, relatives aux apprentissages des élèves.

I - PROBLÉMATIQUE ET CADRE DE L'ÉTUDE

Les « problèmes pour chercher » tels qu'ils sont définis dans les documents d'accompagnement des programmes de 2002 correspondent à des « problèmes ouverts » au sens de Arsac, Germain et Mante (Arsac, Mante, 2007 ; Arsac, Germain et Mante, 1991). À ce titre, ils visent à développer chez les élèves des connaissances sur la résolution de problèmes, en particulier ce que Arsac, Germain et Mante nomment « la démarche scientifique » (Arsac, Mante, 2007, p. 22) qui consiste à « faire des essais pour produire une conjecture, tester sa conjecture en faisant d'autres essais, prouver la validité de sa conjecture ». Cet objectif concerne donc les pratiques des mathématiques et les pratiques de preuve. Ce type de problème a été développé, à l'origine, pour l'enseignement secondaire où exercent des

[1] Dans le cadre de la recherche INRP – IUFM des Pays de la Loire – IUFM de Basse Normandie – IUFM d'Aquitaine « Pratiques et mises en textes des savoirs » dirigée par C. Orange

professeurs spécialistes de la discipline. Son « adaptation » à l'enseignement primaire où les professeurs sont polyvalents et n'ont pas le plus souvent de formation universitaire en mathématiques ne va pas de soi et interroge d'emblée sur les difficultés que peut poser la réalisation de ces situations dans les écoles primaire.

1 La question des savoirs dans les « problèmes pour chercher »

« La démarche scientifique » qui est l'enjeu de ces problèmes nous questionne du point de vue de l'unicité affichée et de la signification que l'on peut donner à l'adjectif « scientifique » (voir Hersant 2010a ou Hersant, 2010b). Aussi, pour des raisons épistémologiques, nous associons préférentiellement les « problèmes pour chercher » à ce que D. Perrin, chercheur en mathématiques, nomme la « démarche expérimentale » (Perrin, 2007) :

« J'utilise systématiquement, pour résoudre des problèmes, une méthode que je n'hésite pas à qualifier d'expérimentale. J'appelle ici problème une question mathématique, en général ouverte, soit que je me la sois posée tout seul, soit qu'elle me l'ait été par un collègue ou un étudiant. [...] [Cette méthode expérimentale] comprend plusieurs étapes, à répéter éventuellement : expérience, observation de l'expérience, formulation de conjectures, tentative de preuve, contre-expérience, production éventuelle de contre-exemples, formulation de nouvelles conjectures, nouvelle tentative de preuve, etc. »

En référence au cadre théorique de la problématisation développé au CREN par M. Fabre et C. Orange (Fabre et Orange, 1997), nous disons que cette démarche articule essais, conjectures et preuve(s) au cours de la recherche/résolution d'un problème dans un dialogue permanent entre le registre des faits (empirique) et le registre des raisons (apodictique). Sa finalité est d'établir des nécessités et, si possible, des preuves. Travailler ce dialogue nous paraît extrêmement important au cycle 3 (ainsi qu'au début du collège) pour permettre l'entrée dans la rationalité mathématique et la preuve avant d'aborder la démonstration. Nous voyons plusieurs raisons à cela. D'abord, c'est un réel enjeu d'apprentissage dans la mesure où nous avons observé qu'à ce niveau les élèves s'émancipent difficilement de l'empirisme pour accéder aux raisons (Hersant, 2010a). Ensuite, dans le champ des mathématiques, la preuve ne se réduit à pas à des raisonnements hypothético-déductifs comme on le voit trop souvent en géométrie au collège, elle a aussi à voir avec le registre empirique.

Compte-tenu de cette analyse, nous avons choisi de faire travailler les élèves de cycle 3 sur la dialectique des registres empirique et rationnel en mathématiques avec l'objectif de développer des apprentissages sur la relation entre le vrai et le faux en mathématiques[2] et les registres empirique et rationnel. Nous souhaitons en particulier que les élèves apprennent que les arguments du type « c'est impossible car j'ai beaucoup cherché et je n'ai pas trouvé », régulièrement proposés par les élèves, ne sont pas acceptables contrairement à ceux du type « c'est vrai parce que je l'ai fait ». Le premier type d'argument qui relève de l'empirisme, où la connaissance provient de l'expérience, est contingente et assertorique, constitue en effet à nos yeux un obstacle pour accéder à la rationalité mathématique dans la mesure où il est extrêmement prégnant pour les élèves et relativement économique par rapport à la recherche de nécessités. Aussi il faut, nous semble t-il, que les élèves apprennent d'abord à l'aide de situations que cet argument n'est pas acceptable en mathématiques, puis qu'ils soient amenés, de façon pratiquement concomitante, à établir des preuves basées sur des nécessités, construites à l'aide de raisonnements, et non seulement des preuves par ostension (du type « c'est vrai car je l'ai fait »). Ces questions sont fortement liées aux problèmes de possible / impossible et aux problèmes de quantifications existentielle (du type « montrer qu'il existe ») et universelle (du type « montrer que quelque soit »).

Pour permettre ce travail nous avons développé dans un travail d'ingénierie didactique associant des enseignants et des formateurs des situations qui s'appuient sur des problèmes d'optimisation discrète

[2] sans oublier ce qui n'est ni vrai, ni faux à un moment donné, c'est à dire indéterminé.

(pour des exemples de tels problèmes, on peut se reporter à Hersant, Thomas, 2009). Ce domaine des mathématiques présente en effet de nombreux avantages pour travailler sur le vrai et le faux en mathématiques dans leur rapport avec les registres empirique et apodictique (Hersant, 2010a). En particulier, la délimitation de la zone où se situe la meilleure solution (l'identification de majorants et de minorants) demande d'établir des raisonnements. De plus, la preuve de l'existence d'un résultat (qui peut être amélioré ou pas) se fait par ostension, et l'ostension d'un résultat non associé à un raisonnement qui montre qu'on ne peut pas faire mieux ne permet pas de conclure le problème.

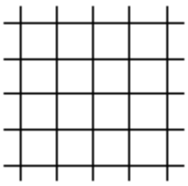
2 Le dialogue entre le registre des faits et le registre des raisons dans la recherche d'un problème d'optimisation discrète : un exemple générique

En référence aux pratiques dans le champ de l'optimisation et de la recherche opérationnelle, nous dirons que la recherche d'un problème d'optimisation discrète conduit :

- à une phase d'énumération qui correspond à la recherche de solutions sans forcément avoir idée de la solution ;
- à une phase de recherche de courts-circuits qui permet de réduire l'espace de recherche, c'est-à-dire, selon les termes utilisés dans ce domaine, l'ensemble des candidats *a priori* à la solution du problème (Hao, Galinier, Habib, 1999) ;
- à la considération de nouveaux problèmes locaux du type « est-ce que la meilleure solution est n ? » ;
- et à une nouvelle énumération pour ces problèmes qui, soit permet de conclure (on trouve à la main ou avec un algorithme une solution qui réalise la borne sup trouvée), soit ramène à la recherche de nouveaux courts-circuits.

L'énumération renvoie à l'expérience et à la formulation de conjectures, tandis que la recherche de courts-circuits renvoie plus à l'établissement de nécessités. Par ailleurs, les questions de vrai/faux et le dialogue entre les registres empirique et rationnel interviennent à différents endroits de la recherche d'un problème d'optimisation. Illustrons cela sur un exemple dont l'énoncé est le suivant :

« Placez le plus possible de points sur les intersections de cette grille sans former aucun alignement de trois points. »



La recherche du problème peut-être décrite de la façon suivante, si l'on fait référence à l'activité d'une personne qui cherche le problème.

- Expérience 1

Je place le plus possible de points sur la grille en vérifiant qu'il n'y a pas d'alignement de trois points. J'arrive à en placer 9 de plusieurs façons différentes mais pas 10.

Commentaires : Cette première expérience correspond à la phase d'énumération. Elle se situe largement dans le registre empirique. Elle génère le théorème-en-acte ou la nécessité « je ne peux pas placer plus de 2 points par ligne, sinon j'ai trois points alignés ».

- Observation de l'expérience 1

Je vérifie de nouveau que je n'ai pas trois points alignés sur mes grilles et que je ne peux pas placer un dixième point sur une de ces grilles à 9. J'acte : « on peut placer 9 points sans en aligner 3. » et je déduis que l'on peut placer 9 points ou plus sur une grille sans en aligner 3. La question qui peut se poser alors est la suivante : sur une nouvelle grille, avec une disposition différente des précédentes, est-ce que je pourrais placer plus de 9 points ?

Commentaires. La proposition « on peut placer 9 points au moins sans en aligner 3 » est prouvée par ostension (registre empirique) et constitue un résultat que nous qualifierons de faible, c'est-à-dire qu'on a bien trouvé un minorant mais on ne sait pas si c'est la meilleure solution ou pas.

- Expériences et observations 2, 3, 4. . .

Je cherche à placer le plus de points sans en aligner 3 sur d'autres grilles. Je n'y arrive pas. Ces expériences m'amènent à penser que je ne pourrai pas faire mieux que 9. D'où la formulation d'une conjecture (conjecture 1) :

« Le plus de points qu'on peut placer sans en aligner 3 sur la grille est 9. »

Commentaires. Jusqu'ici seul le registre empirique a été sollicité. Cela a permis de trouver un minorant mais il faut s'assurer que ce minorant correspond au maximum : si j'arrive à établir qu'on peut placer au plus 9 points sans en aligner 3, j'ai résolu le problème. Il s'agit donc maintenant d'abandonner la recherche empirique qui stagne pour rechercher des courts-circuits et délimiter plus précisément l'espace des candidats à la solution. Si je réussis à montrer que personne ne pourra jamais placer plus de 9 points, j'ai résolu le problème.

- Tentative de preuve

Il y a 25 points sur la grille, donc on ne peut pas placer 25 points sans en aligner 3. Par ailleurs, sur chaque ligne, je peux placer 0, 1 ou 2 points sans en aligner 3. Sans me préoccuper des autres types d'alignement, je peux donc dire que personne ne pourra jamais placer plus de 2 fois 5 c'est-à-dire 10 points sans en aligner 3. Mais je n'arrive pas à établir quelque chose de plus précis. Peut-être que, finalement, on peut faire 10.

Commentaires. Cette tentative de preuve de la conjecture 1 amène à établir deux courts-circuits à l'aide de deux raisonnements. Le premier raisonnement établit une nécessité qui permet de délimiter largement l'espace des candidats : entre 9 et 24. Le second établit une nécessité plus intéressante : la solution est comprise (au sens large) entre 9 et 10.

- Contre-expérience et preuve

Je reprends mes grilles et essaie de nouveau de placer le plus de points possibles sans en aligner 3. L'objectif est d'essayer de placer plus de 9 points. Je parviens à placer 10 points sans en aligner 3 !

Commentaires. Cette contre-expérience qui se situe dans le registre empirique permet de prouver le résultat suivant : sur la grille, on peut placer 10 points sans en aligner 3, pas plus. La preuve résulte de l'association d'un fait produit dans le registre empirique et d'une nécessité qui correspond au court-circuit établi lors de la tentative de preuve (registre des raisons).

Ainsi, la recherche / résolution d'un problème d'optimisation discrète conduit à établir trois types de preuves. Il y a d'abord des preuves de résultats faibles, c'est-à-dire des preuves que certains nombres vérifient les contraintes du problème sans que l'on sache s'ils correspondent ou pas à la solution du problème. Ces preuves sont souvent obtenues dans la phase d'énumération du problème et effectuées par ostension en référence au registre empirique. Ensuite, il y a des preuves de résultats de types courts-circuits qui permettent de réduire les possibilités dans l'autre sens et font appel à la construction de nécessités. Enfin, il y a la preuve de la solution qui mobilise à la fois l'ostension et l'apodicticité car elle constitue l'association d'un résultat faible et d'un court-circuit.

Nous souhaitons amener les élèves à produire ces trois types de preuve et, à partir de là, mettre en évidence la façon dont les registres empirique et apodictique interviennent dans la construction du vrai et du faux en mathématiques. Cela implique de réussir d'une part la dévolution de la situation, et donc le passage à un contrat didactique de preuve, et d'autre part l'institutionnalisation des savoirs, avec des formulations du type « "montrer qu'on peut placer 9 points" est une preuve que la solution du problème est au moins 9 » ou « "dire que c'est impossible de faire plus que 9 parce qu'on n'a pas réussi" n'est pas une preuve en mathématiques, rien ne dit qu'un jour il n'y aura pas une personne qui pourra placer 10 points ». Or cette réussite n'a rien d'évident.

II - CONTRAT DIDACTIQUE ET DÉVOLUTION DE LA RECHERCHE DE NÉCESSITÉS

Les situations didactiques que nous avons développées suivent toutes un scénario commun en trois phases (Hersant, Thomas, 2009) qui implique des changements de contrats didactiques.

1 Phases du scénario et contrats didactiques

Dans un premier temps, le problème est proposé aux élèves avec une consigne du type « placer le plus possible de points sur les intersections de la grille sans en aligner 3 » (consigne pour le problème « Pas trois points alignés »). Cette première consigne doit permettre à tous les élèves de s'engager dans une phase d'exploration du problème de type énumération, dans un travail individuel puis en petits groupes.

Ensuite, lorsque la recherche empirique s'épuise et que les élèves n'arrivent pas à « faire mieux », l'enseignant interrompt la recherche et demande à chaque groupe de produire une affiche qui représente une des meilleures solutions du groupe. Les élèves sont invités à vérifier scrupuleusement le respect des contraintes. Les affiches des différents groupes sont exposées, une vérification collective des propositions est effectuée et la ou les meilleures productions sont identifiées.

Il s'agit alors de faire basculer les élèves de la recherche empirique vers la recherche de courts-circuits et de preuves d'impossible. Les élèves sont invités à se positionner par rapport à ces questions et à rechercher individuellement une explication.

La phase suivante est une phase de travail et de tri (validation / invalidation) des différents arguments proposés par les élèves. Elle permet d'élaborer une conclusion au problème, compte-tenu des résultats des élèves, et donc éventuellement de conclure qu'il y a une zone d'incertitude. C'est aussi un moment privilégié d'institutionnalisation. D'une part, les différentes preuves acceptables produites au cours de la résolution (preuves de résultat faible par ostension, preuves de résultat fort) sont étiquetées comme telles : « on a prouvé avec un exemple qu'on pouvait faire... », « on a prouvé avec une preuve / avec un raisonnement qu'il est impossible de faire... ». D'autre part, les explications non valables proposées par des élèves (empirisme et autres raisonnements erronés) sont désignées. Par exemple, l'enseignant pourra préciser : « Pierre a dit que « c'est impossible, on ne peut pas faire plus car on n'a pas réussi ». Ce n'est pas une preuve mathématique. Ce n'est pas parce que personne dans la classe n'a réussi à faire mieux aujourd'hui que personne ne pourra jamais faire mieux ».

2 Difficultés associées au passage à un contrat de preuve

Le passage de la phase d'énumération à la phase de recherche de courts-circuits, même lorsque les deux temps sont clairement dissociés (par exemple, parce qu'ils se déroulent lors de deux séances différentes) est particulièrement délicat pour les enseignants. Cette évolution d'un travail dans le registre empirique à un travail dans le registre des nécessités n'est pas réductible à un changement de tâche : c'est aussi un changement de contrat didactique qui est à opérer dans la mesure où il s'agit de négocier avec les élèves la dévolution de la recherche d'une preuve.

Le discours de l'enseignant joue un rôle important pour signifier ce changement d'attentes, au-delà du changement de tâche. Or, il s'avère que ce discours peut être plus ou moins congruent avec un contrat de preuve et peut donc plus ou moins faciliter l'inscription dans un tel contrat. Voici, à titre d'exemples, deux extraits de discours d'enseignants à propos du problème « Pas trois points alignés » au moment du passage la phase d'énumération à la phase de recherche de courts-circuits :

Enseignant A : est-ce que vous pensez qu'on peut en mettre plus ? Qui pense « oui » ?

Enseignant B : est-ce qu'on est sûr que personne ne pourra faire 21, 20 ou … est-ce qu'on est sûr que personne ne pourra faire 10 ? Que personne ne pourra faire 11 ? (…) y'a des choses on est sûr que personne ne pourra les faire.

Le discours de l'enseignant A renvoie à l'opinion et ne facilite probablement pas l'inscription du travail des élèves dans le registre de la preuve. Ce n'est pas le cas du discours de l'enseignant B qui porte sur la certitude universelle dans le temps et dans l'espace (« jamais », « personne »). Il faut noter par ailleurs, que B propose lui-même une ou deux preuves simples aux élèves avant de leur en demander et démontre que le résultat est compris entre 8 et 26 (« on peut placer 8 points sur la grille, la preuve, on n'a qu'à regarder là, on a réussi » et « on ne peut pas en placer 26, forcément, il n'y a que 25 points »). De notre point de vue, ces éléments facilitent l'entrée des élèves dans un contrat de preuve dans la mesure où ils étayent cette entrée.

L'expérience mathématique des enseignants (A est un professeur des écoles qui a un baccalauréat scientifique mais n'a pas poursuivi d'études scientifiques au-delà du bac, B est un professeur de mathématique, formateur à l'IUFM) peut peut-être expliquer cette différence. Si tel est le cas, cela montre la nécessité d'une formation mathématique spécifique (dont la forme est encore à définir) pour la réalisation de ces problèmes à l'école primaire.

III - INSTITUTIONNALISATION ET MISES EN TEXTE DE CES SAVOIRS

Compte tenu des objectifs d'apprentissage visés avec ces problèmes, *a priori*, les trois types de preuve présentés dans la partie 1 devraient faire l'objet d'une « mise en texte » (Boiron et al. 2010), c'est-à-dire d'un « travail (corps à corps) d'élaboration des formes langagières jugées pertinentes pour négocier les significations » et d'une institutionnalisation en classe. Etudions à partir de l'analyse d'une séance menée par B ce qu'il en est.

La séance étudiée est réalisée en CM2 et porte sur le problème « Pas trois points alignés » précédemment présenté. Cette séance a été réalisée dans des conditions un peu particulières : une enseignante de CM2 avait en effet accepté de confier au professeur B sa classe six fois une heure entre la fin octobre et la fin janvier pour réaliser des problèmes que nous avions développés. B a donc préparé les séances à partir des échanges préalables dans le groupe, de façon relativement autonome, et a ensuite mené les six séances avec cette contrainte d'horaire.

Etant donné les objectifs d'apprentissage visés, la mise en évidence du caractère nécessaire et universel d'une proposition constitue un aspect crucial de la mise en texte des savoirs. C'est pourquoi nous y accordons une importance particulière dans l'analyse. Pour ce faire, nous identifions et classons les différents résultats intermédiaires établis au cours de la séance et étudions leur présence ou absence dans les écrits (tableaux intermédiaires, tableau final, cahiers d'élèves) de la classe.

1 Résultats établis et traces écrites

Les résultats établis dans la classe sont résumés dans la figure 1 ; ce qui est écrit au tableau au cours de la séance et à la fin, ainsi que ce qui figure dans les cahiers des élèves est repris dans la figure 2.

Résultat établis, type, par qui ?, comment ? (par ordre chronologique)
- 9 est possible, résultat faible produit par les élèves, par ostension, et reformulé par l'enseignant : « On est capable de mettre 9 points sans en aligner trois. C'est clair, la preuve, on n'a qu'à regarder là » - 8, 7 . . .1 sont possibles, résultats faibles produits par le professeur, par déduction (si on peut faire 9, on peut faire moins que 9) - 26 est impossible, court-circuit produit par le professeur, par déduction (il y a moins de 26 intersections) - 25 est impossible, court-circuit produit par le professeur, par déduction (s'il y a une croix sur chaque intersection, il y a forcément 3 points alignés) - 11 est impossible, court-circuit produit par l'élève Dimitri, par analyse (sur chaque ligne, je peux placer au plus 2 croix, donc sur cinq lignes je peux en placer au plus 10) - 12, . . . 23 sont impossibles, résultats faibles produits par le professeur, par déduction (si on ne peut pas faire 11, *a fortiori* on ne peut pas faire 12, etc.) - 10 est possible, résultat faible produit par les élèves, par ostension - 10 est la meilleure solution du problème, résultat fort formulé par le professeur, preuve par une forme d'analyse-synthèse.

Fig. 1

Au début de la séance, l'enseignant écrit au tableau le titre du problème qui résume les contraintes : « Pas trois points alignés ». Les élèves travaillent d'abord individuellement sur des grilles distribuées puis se mettent en groupe pour reproduire sur une grande grille « une des meilleures réponses » du groupe. Ces grandes grilles sont toutes affichées au tableau. Deux grilles montrent qu'on peut placer 9 points, elles sont laissées au centre du tableau alors que les autres sont sur les côtés.

Au début de la phase de recherche de courts-circuits, l'enseignant écrit en haut du tableau (pratiquement sur toute la longueur) la suite des nombres de 1 à 26 puis utilise un codage : « ce qui est entouré en vert c'est ce qu'on est capable de faire et ce qui est barré en rouge c'est ce dont on est sûr que personne ne pourra le faire ».

Au fil de l'avancée de la séance et des résultats prouvés, cette file numérique est complétée. Dans ce que l'on peut considérer comme une première étape de la résolution, les nombres de 1 à 9 sont entourés et les nombres de 11 à 26 sont barrés. Seul 10 qui est problématique n'est ni entouré ni barré. À ce moment, il a en effet été montré qu'on ne pouvait pas faire plus que 10, sans que soit produit une solution à 10. Pour aider à la compréhension de cette preuve proposée par un élève, l'enseignant trace au tableau une grille vierge et note en face de la première ligne : « Sur cette ligne, je peux mettre 0, 1 ou 2 points. »

Puis un élève trouve une solution à 10 en complétant une solution à 9, l'ajout est fait sur la grille des élèves affichée au tableau.

À la fin de la séance, le tableau final comporte à droite la meilleure solution trouvée (10 croix placées sans alignement de trois points) accompagnée du texte « on peut en placer 10 », la consigne du problème notée au centre « placer le plus possible de points sur les intersections sans en aligner 3 », des productions d'élèves à gauche et la file numérique en haut.

L'enseignant avait prévu une petite affiche à coller sur le cahier. Ainsi, sur les cahiers d'élève on trouve, par exemple :

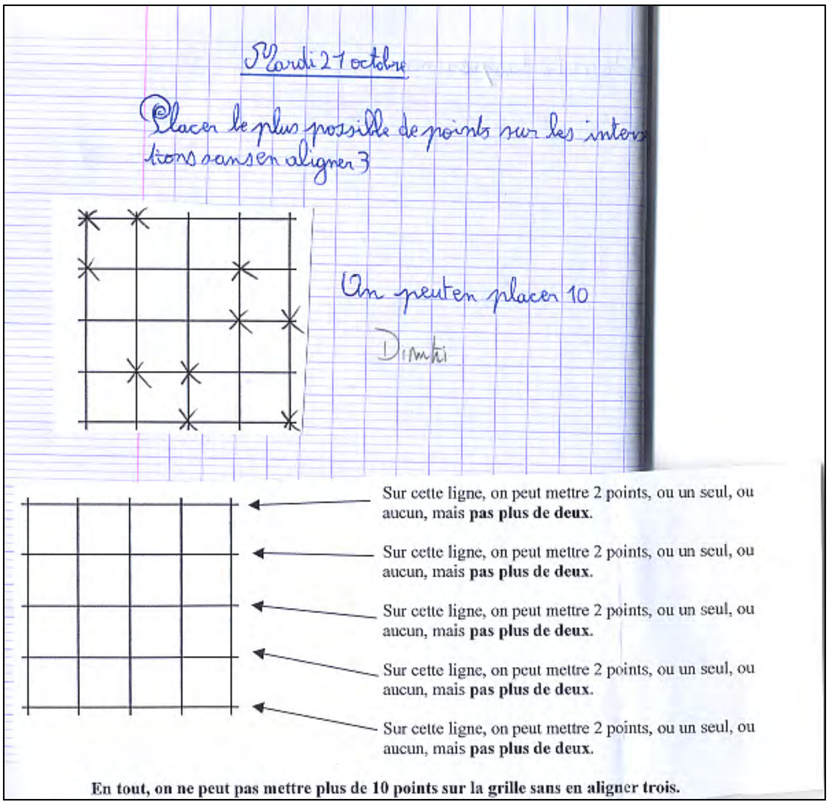


Figure 2

2 Mise en texte intermédiaire : types de résultats prouvés

La comparaison des résultats établis et des mises en textes montre que, si des petits schémas supports au raisonnement ou preuve d'existence sont utilisés tout au long de la séance, aucune preuve de résultat faible établi au cours de la séance ne fait l'objet d'une mise en texte. De même, des preuves de courts-circuits qui ne sont pas cruciaux pour la suite de la résolution du problème (26, 25) ne font pas l'objet d'une mise en texte. Certes, ces preuves ne posent pas de difficulté aux élèves au niveau de leur élaboration et les convainquent facilement. Pourtant, leur mise en texte présenterait deux intérêts. D'abord, cela permettrait de mettre en évidence à travers les différents types de preuve (preuve d'un possible par ostension où le registre des faits permet de prouver, preuve par déduction pour prouver un possible ou un impossible) comment interviennent les registres des faits et des nécessités. Ensuite, pour les preuves par ostension, cela permettrait de faire évoluer les formulations des élèves du type « on peut placer 9 points sans en aligner trois » vers des formulations du type « On est sûr qu'on peut placer 9 points sur la grille sans en aligner trois, on l'a fait » qui mettent en évidence le caractère certain de la proposition alors que le premier type évoque simplement un fait. Toutefois, dans cette séance, il y a pour ces preuves des formulations ou des reformulations proposées par l'enseignant qui montrent bien l'apodicticité, mais elles ne sont pas ni travaillées, ni écrites et on peut se demander ce que les élèves peuvent en retenir. Voici, à titre d'exemple un extrait des échanges entre l'enseignant et les élèves.

P : on est capable de mettre 9 points sans en aligner 3. C'est clair, la preuve, on n'a qu'à regarder là, on a réussi. On peut mettre aussi 8 parce que si on sait faire 9, on peut prendre un de 9 on en enlève un, on en a 8. On peut faire 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Un point sans en aligner ça c'est pas trop difficile, sans en aligner 3. Alors 2 points sans en aligner trois c'est pas trop difficile non plus. [. . .] je sais bien, je confie ça à un grand savant et je le laisse chercher pendant des années, il n'arrivera pas à en placer 26.

e : non y'a que 25 cases.

P : Forcément, il n'y a que 25 points (le professeur barre 25) et même 25, il n'y arrivera pas parce que s'il en met 25 il faut qu'il en mette sur tous les points, forcément si tous les points sont occupés, il y en aura trois alignés, bien plus que ça il y en aura 5 alignés.

Dans les cinq autres situations proposées aux élèves de cette classe, on retrouve des résultats semblables.

Tout se passe comme si l'enseignant avait décidé à l'avance de « boucler » le problème et donc d'acter les différents résultats intermédiaires pour se consacrer à la preuve de la solution optimale. Pourquoi en est-il ainsi ? Il nous semble que la file numérique joue un rôle important. Elle constitue en effet un élément de la mise en texte permanent et dynamique résumant les résultats connus sur le problème (ce dont on a la preuve que c'est possible, ce dont on a la preuve que c'est impossible) sans porter les nécessités associées à ces résultats. Cette file numérique est essentielle dans la situation car elle met en évidence, pour tous les élèves, la zone d'incertitude qui montre la nécessité de réduire l'espace des solutions. Mais nous pensons aussi qu'en facilitant le résumé des résultats connus sur le problème, elle dessert le travail sur la preuve dans la mesure où la rédaction des preuves de résultats faibles ou de courts-circuits triviaux au tableau ferait double-emploi avec cette file numérique.

3 Mise en texte finale

La mise en texte finale réalisée au tableau est assez maladroite. Elle peut laisser penser que la réponse apportée au problème est assertorique dans la mesure où, à la consigne de départ (« placer le plus possible de points. . . »), est associée une grille avec 10 points et une phrase qui décrit un fait sans les nécessités associées. Cela est dû en partie au fait que la preuve de l'impossibilité de faire 11 n'apparaît pas au tableau (elle est cependant bien présente dans les cahiers des élèves). De plus, ni sur le tableau final, ni sur le cahier des élèves n'apparaît une preuve que la meilleure solution au problème est 10, du type « On sait par un petit raisonnement qu'on ne peut pas placer 11 points sur une grille 5x5 sans en aligner trois. Par ailleurs, on sait aussi qu'on peut placer 10 points sur la grille sans en aligner trois. On peut donc conclure que le plus de points que l'on peut placer sur une grille 5x5 sans en aligner 3 est 10. » Tout se passe comme si, lorsqu'il est dans la classe, l'enseignant considère comme preuve du problème la preuve qu'on ne peut pas mettre 11 points sans en aligner 3. Il réduit donc la preuve à ce qui est, à la fois, difficile à faire émerger chez les élèves et déterminant pour réduire la zone d'incertitude.

4 Difficultés d'institutionnalisation et spécificité des savoirs

Ces résultats nous conduisent à pointer deux éléments peut-être spécifiques des mathématiques ou des problèmes proposés et importants pour les difficultés d'articulation des pratiques de construction de savoirs et de mises en texte de ces savoirs. D'abord, la résolution de ces problèmes conduit à la réalisation de nombreux petits schémas qui encapsulent nos raisonnements et les nécessités qu'ils produisent. L'écriture systématique de ces petits raisonnements prend du temps et interrompt la réflexion. Cela peut expliquer d'une part qu'au cours de la recherche, seuls les raisonnements un peu délicats sont mis en texte et d'autre part que la plupart des choses écrites au tableau au cours de la séance sont des petits schémas, sans phrase, ce qui ne garantit pas que les élèves sauront retrouver la signification de ces schémas. Ensuite, il y a un aspect cumulatif dans ces problèmes : une fois qu'un résultat est établi, il s'agit de savoir si on peut l'améliorer ou pas. De fait, les nécessités associées à certains résultats importent donc peu mais en revanche, il faut prendre acte des faits pour améliorer, autant que possible, le résultat.

IV - CONCLUSION

Les analyses précédentes mettent en évidence des éléments de tension entre ce qui devrait être, compte tenu des savoirs en jeu, et ce qui est réalisé. Ces éléments de tension correspondent à des difficultés ressenties par les enseignants au cours de la réalisation des séances et représentent aussi des sources potentielles de non apprentissage des savoirs visés par les élèves. Il nous semble en particulier que des *quiproquos* importants peuvent s'installer à propos de la preuve : manque de rupture entre preuve et opinion, risque de restriction de la conception de la preuve en mathématiques, voire développement d'une conception erronée de la preuve.

Pourtant, les enseignants considérés ici participent à l'élaboration des situations au sein du groupe de recherche et ne peuvent donc être envisagés comme des professeurs « ordinaires » du point de vue des problèmes pour chercher. Ces résultats invitent donc à poursuivre l'étude des conditions de possibilités de réalisation de « problèmes pour chercher » à l'école primaire.

V - BIBLIOGRAPHIE

ARSAC G., MANTE M. (2007) *Les pratiques du problème ouvert.* CRDP Lyon, Scéren édition

ARSAC G., GERMAIN G. et MANTE M. (1991) *Problèmes ouverts et situations-problèmes*. IREM de Lyon

BOIRON, V., JAUBERT, M., & REBIÈRE, M. (2010, Avril). Rapport intermédiaire de la recherche "Pratique et mise en texte des savoirs" à l'IUFM d'Aquitaine.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage

CHEVALLARD Y. (1985) *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné.* La Pensée Sauvage

FABRE M., ORANGE C. (1997) Construction des problèmes et franchissement d'obstacles, *Aster*, **24**, 38-57

GEORGET J.P., 2009, *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*, Thèse Université de Paris 7

HAO J.K., GALINIER P., HABIB M. (1999) Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes, *Revue d'intelligence artificielle*, **13(2)**, 283-324

HERSANT M., 2008, Problèmes pour chercher : des conduites de classes spécifiques, *Grand N*, **81**, 57-75

HERSANT M. (2010a) *Empirisme et rationalité au cycle 3, vers la preuve en mathématiques*. Mémoire d'Habilitation à Diriger des recherches, Université de Nantes

HERSANT M. (2010a) *Recherche et résolution de problèmes dans l'enseignement des mathématiques*. Actes du colloque « Les didactiques en question : état de lieux et perspective pour la recherche et la formation » www.versailles.iufm.fr/colloques/pdf/manifestations2010/Hersant.pdf

HERSANT M., THOMAS Y. (2009) Quels savoirs mathématiques dans les problèmes pour chercher à l'école élémentaire ? Le cas de problèmes d'optimisation au cycle 3, *Actes du 35è colloque de la Copirelem*, IREM DE Bordeaux

HOUDEMENT C, 2009, Une place pour les problèmes pour chercher, *Annales de didactique des mathématiques et de sciences cognitives*, **14**, 31-59

MEN. (2005) Les problèmes pour chercher, *Documents d'accompagnement des programmes - Mathématiques*, 7-14. Sceren - cndp edition

PERRIN D. (2007) L'expérimentation en mathématiques. *Actes du 33è colloque de la Copirelem*, Dourdan

PERRIN-GLORIAN, M.J., HERSANT, M. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires, *Recherches en didactique des mathématiques*, **23(2)**, 217-276

MATHÉMATIQUES ET ÉLÈVES À BESOINS SPÉCIFIQUES DANS DES CLASSES CLIS[1]

Teresa Assude, Jean-Michel Perez,
Jeannette Tambone, Aliette Vérillon
Université de Provence, UMR P3 ADEF

Résumé. *Il s'agit de présenter le projet PIMS (Pratiques inclusives en mathématiques scolaires) qui est l'un des projets de l'observatoire OPHRIS (Observatoire des pratiques sur le handicap : recherche et intervention scolaire). L'un des buts du projet PIMS est d'étudier les pratiques des enseignants dans des classes CLIS (Classes pour l'Inclusion Scolaire) et certains effets de ces pratiques sur les actions et apprentissages mathématiques des élèves en situation d'handicap. Pour étudier ces pratiques, nous avons mis en place un dispositif qui lie recherche et formation, dispositif qui permet à la fois de recueillir des données pour la recherche et de participer à la formation des enseignants. Ce dispositif concerne quatre classes CLIS et quatre enseignantes. Pour analyser nos données issues de l'observation des classes, nous utiliserons un système de descripteurs issus de la théorie de l'action conjointe.*

Mots-clés : *mathématiques, handicap, action conjointe, élèves à BEP (besoins éducatifs particuliers)*

1 INTRODUCTION

En France, il y a une volonté politique de renforcer le droit des élèves handicapés à l'éducation et à la scolarisation comme le montre la loi de février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées. L'observatoire OPHRIS (Observatoire des pratiques sur le handicap : recherche et intervention scolaire) est né dans ce contexte politique et éducatif. Cet observatoire regroupe des chercheurs qui s'intéressent à la scolarisation des élèves en situation de handicap du point de vue des disciplines et des pratiques scolaires. Deux des questions essentielles abordées sont les suivantes : quelles sont les pratiques scolaires et disciplinaires qui facilitent l'inclusion des élèves en situation de handicap ? Quelles sont les représentations et les liens entre les différents acteurs pour créer des conditions favorables à cette inclusion ?

L'observatoire OPHRIS se place dans une perspective multidimensionnelle et transdisciplinaire pour aborder le problème et développe trois axes de travail :

- l'axe de l'élève par l'élaboration des projets personnels de scolarisation, d'outils d'aide au diagnostic et d'évaluation d'outils existants ;
- l'axe des pratiques par l'observation et l'analyse des pratiques existantes, par l'élaboration conjointe de situations d'enseignement et d'apprentissage ;
- l'axe de la formation par la diffusion des éléments de recherche dans la formation initiale et continue des enseignants.

Plusieurs projets sont à l'œuvre dans le cadre de cet observatoire. Notre communication concerne l'un de ces projets : le projet PIMS (Pratiques inclusives en mathématiques scolaires). Notre objet d'étude est double.

[1] Ce texte va être aussi publié dans les Actes du colloque « Actualités de la Recherche en Education et Formation » qui a eu lieu à l'université de Genève en septembre 2010.

2 OBJET D'ÉTUDE ET DISPOSITIF

Il s'agit d'étudier :

- des pratiques d'enseignants dans des classes CLIS (Classes pour l'Inclusion Scolaire) et certains des effets de ces pratiques sur les actions et apprentissages mathématiques des élèves en situation d'handicap ;
- un dispositif de formation et les changements opérés sur les représentations et les pratiques des enseignants concernant les mathématiques.

Pour attaquer ce problème, nous avons mis en place un dispositif associant recherche et formation. Nous décrirons précisément ce dispositif qui nous permet de recueillir des données concernant l'action conjointe professeur-élèves dans quatre classes CLIS et de mettre en place une formation associant la conception de situations pour la classe, la mise en œuvre et l'observation des classes, et l'analyse de pratiques à partir des vidéos des classes. D'une manière synoptique, notre dispositif comporte sept étapes :

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
Représentations et analyse de besoins	Conception de situations	Séances filmées dans les classes	Analyse de pratiques	Conception de situations	Séances filmées dans les classes	Analyse de pratiques

Tableau 1 : Etapes du dispositif

Nous allons nous intéresser aux étapes S3 et S6, étapes considérées comme le noyau essentiel (mais non exclusif) de l'analyse de l'action conjointe des professeurs et des élèves.

3 PROBLEMATIQUE, CADRE THEORIQUE ET HYPOTHESE DE RECHERCHE

Pour étudier les pratiques dans les classes, nous allons nous placer dans le cadre de la théorie de l'action conjointe professeur-élèves (Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni 2000 ; Assude & Mercier 2007 ; Assude, Mercier & Sensevy 2007). Il s'agira de préciser le jeu effectivement joué en classe en précisant les enjeux de savoir qui déterminent le système didactique en classe. Nous nous placerons ici à deux niveaux de description de l'action tels qu'ils ont été définis par Sensevy (2007) : le niveau du jeu effectif en classe et le niveau de la construction du jeu par l'enseignant. Vu qu'il n'existe pas un curriculum officiel pour ce type de classe, le curriculum officiel de référence est celui de l'école primaire en France. Il nous semble ainsi nécessaire de partir d'une analyse des besoins mathématiques telle qu'elle est faite par les acteurs (notamment les quatre enseignantes) en tenant compte des besoins spécifiques des élèves qui sont très divers dans les classes en question. Cette analyse des besoins nous permettra de préciser certaines des contraintes qui pèsent sur l'action en classe. En outre, l'analyse du travail conjoint entre les enseignantes et les chercheurs dans la conception des situations pour les classes nous permettra de comparer les différentes manières de prendre en compte ces contraintes dans l'action in situ.
Pour préciser le jeu effectivement joué en classe, nous utiliserons un double système de descripteurs : le triplet des genèses et le quadruplet des techniques de gestion. Le triplet des genèses (mesogenèse, chronogenèse, topogenèse) nous permettra de décrire l'action en classe du point de vue :

- de la construction de la référence du jeu (mesogenèse) en classe (quels sont les objets qui sont les enjeux de savoir pour les élèves ?) ;
- des différentes temporalités dans la classe (chronogenèse) en mettant en évidence le temps didactique mais aussi le rythme dans la classe et les temps d'apprentissage ;

- des différentes positions occupées par les acteurs (topogenèse), non seulement les positions d'enseignant ou d'élève mais aussi des autres acteurs qui sont souvent présents dans ces classes (notamment les AVS, Auxiliaire de la Vie Scolaire).

Le quadruplet des techniques de gestion nous permettra d'analyser les différentes manières de gérer l'action in situ en précisant les techniques de dévolution, de régulation, d'institutionnalisation et de définition du jeu. Ces analyses seront faites en utilisant les outils sémiotiques convoqués par les acteurs en classe.

L'une de nos questions de départ est la suivante : quelles sont les pratiques qui permettent une meilleure inclusion des élèves en situation de handicap à l'école ? Cette question peut être alors problématisée à partir de nos éléments théoriques, notamment mesogénétiques : comment se construit la référence dans la classe de manière à ce que les élèves en situation de handicap puissent participer à cette co-construction ?

L'une des hypothèses sous-jacentes à notre travail est la suivante : le problème de l'inclusion scolaire des élèves en situation de handicap doit être pris en charge par les disciplines scolaires (et notamment par les mathématiques scolaires) à travers un ensemble de situations didactiques (les mêmes ou adaptées par rapport à des situations déjà connues) qui tienne compte de la nature de l'objet mathématique mais aussi des besoins spécifiques de ces élèves. Nous allons tester cette hypothèse dans le cas particulier de l'une de nos quatre classes et d'une situation qui s'appelle « Les voitures et les garages » qui a été conçue et testée par Brousseau dans le cadre de son école expérimentale (Brousseau 1998). Pour la description de cette situation, nous nous appuyons sur Briand, Loubet & Salin (2004), même si la situation n'est pas organisée de la même manière.

4 CONTEXTE ET MÉTHODOLOGIE DU TRAVAIL

Nous allons nous intéresser aux étapes S3 et S6 de notre dispositif de recherche. Nous n'aborderons pas ici la dimension formation de ce dispositif. Comme nous l'avons dit, nous avons travaillé avec quatre classes CLIS et notre dispositif concerne quatre enseignantes. Le profil des quatre enseignantes est différent : l'enseignante A est une enseignante spécialisée qui a environ quinze ans d'expérience et elle travaille avec des élèves sourds ; les enseignantes B et C sont deux enseignantes spécialisées qui ont cinq ans d'expérience ; l'enseignante D est une enseignante non spécialisée qui en est à sa deuxième année dans le métier de professeur des écoles. Les trois enseignantes B, C et D travaillent avec des élèves ayant des troubles du fonctionnement cognitif (nous ne préciserons pas plus le profil médical et psychologique des élèves). Le recueil de données lors des trois étapes est le suivant :

Première étape de travail (S1)

- le recueil de données sur les représentations et les besoins est fait par la prise de notes par l'un des chercheurs et par l'enregistrement audio (durée 3h) ;
- les représentations des enseignantes et les besoins exprimés seront décrits à partir de ces données, et en réponse à un certain nombre de questions que nous ne préciserons pas ici ; il s'agit d'un questionnaire « oral » et « interactif » repris à la fin de l'année ;
- le logiciel Alceste d'analyse de discours nous permet de préciser un certain nombre de catégories d'analyse de ces représentations ;
- il s'agit d'attraper aussi des éléments de pratiques déclarées par les enseignants qui peuvent être aussi mis en évidence par l'analyse du discours.

Deuxième étape de travail (S2 et S5)

- le recueil de données sur la conception des situations de classe est fait par la prise de notes et par l'enregistrement audio (environ 3h) ;

- le corpus est aussi constitué des situations proposées par les chercheurs, des situations de classe construites/ou choisies ensemble pendant le travail ;
- le corpus est analysé en utilisant Alceste et par une analyse a priori des enjeux de savoir, des types de tâche, des techniques possibles pour les élèves.

Troisième étape de travail (S3 et S6)

- le recueil de données est fait à partir des observations en classe par la prise de notes et l'enregistrement vidéo (son et image) : une séance par classe (entre 30min et 50min) ;
- le corpus est aussi constitué par entretien ante (environ 15min) sur le projet de l'enseignant et un entretien post (à chaud, environ 15min) sur les premières réactions de l'enseignant à ce qui s'est passé par rapport à son projet déclaré ;
- le corpus est analysé à partir des systèmes d'indicateurs que nous avons indiqués dans la partie théorique ; nous mettons en relation ces analyses avec celles établies dans les deux étapes précédentes.

5 LA SITUATION « VOITURES ET GARAGES » (SVG)

5.1 Description et analyse a priori

Cette situation a comme enjeu de savoir la construction du nombre comme mémoire de la quantité. Il s'agit de dénombrer une collection de garages pour produire une collection de voitures ayant le même cardinal que la première collection. Cette situation est organisée en trois étapes :

- Première étape : le proche. Dans cette étape, les collections des garages et des voitures sont proches spatialement. Les élèves doivent dénombrer la collection des garages et prendre autant de voitures qu'il y a de garages. Comme les collections sont proches du point de vue spatial les élèves peuvent utiliser la correspondance terme à terme pour résoudre le problème sans utiliser le nombre comme mémoire de la quantité. Dans cette étape, les élèves s'approprient les règles constitutives du jeu, notamment l'importance de la relation « autant d'éléments que » ;
- Deuxième étape : l'éloignement spatial. Dans cette étape, les deux collections sont éloignées spatialement. Les élèves doivent dénombrer la collection des garages, garder le nombre en mémoire et ensuite produire une collection de voitures ayant le même cardinal. Ici, les élèves ne peuvent pas utiliser la correspondance terme à terme mais ils doivent utiliser le nombre comme mémoire de la quantité ;
- Troisième étape : l'éloignement temporel. Dans cette étape, les deux collections sont éloignées temporellement. Il faut compter le nombre de garages et se rappeler de ce nombre pour aller chercher à un autre moment (par exemple le jour d'après) autant de voitures que de garages. Dans ce cas, il faut se donner un moyen pour garder trace : un symbole, une écriture, un dessin, soit un outil sémiotique qui soit cette trace-là. Il s'agit de travailler sur les représentations du nombre.

Cette situation permet aux élèves de valider leurs réponses car ils peuvent vérifier s'ils ont pris autant de voitures que de garages en plaçant chaque voiture sur un garage. Les élèves rencontrent trois types de tâches avec la situation SVG :

T1 : dénombrer les éléments d'une collection donnée (celle des garages) ;
T2 : produire une collection ayant un cardinal donné, celui de la collection des garages (collection des voitures) ;
T3 : représenter un nombre naturel.

Plusieurs techniques peuvent être mises en œuvre :

- Technique perceptive : reconnaitre globalement le cardinal de la collection (petites quantités) ;

- Technique du dénombrement avec pointage : associer les différents mots-nombre de la suite des nombres avec chaque élément de la collection en les pointant et en indiquant le dernier mot-nombre comme étant le cardinal de la collection ;
- Technique du dénombrement sans pointage : même technique que précédemment mais le contrôle du « déjà compté » est fait perceptivement ;
- Technique « correspondance terme à terme » : prendre le nombre de voitures en posant une à une les voitures sur les garages ;
- Technique de production « autant que » : prendre autant d'éléments (voitures) qu'il y a de garages en contrôlant la relation « autant que » en utilisant le nombre ;
- Technique de production sans contrôle de la relation « autant que » : prendre un ensemble de voitures sans tenir compte du nombre de garages ;
- Techniques de représentation du nombre : plusieurs techniques peuvent être mis en œuvre, comme faire un dessin ; utiliser les chiffres ; dire le mot-nombre ; écrire le mot-nombre ; utiliser un symbole ; etc.

Ces techniques peuvent être utilisées par les élèves même si elles sont incomplètes ou erronées, par l'absence d'un élément ou par des erreurs commises. Par exemple, la technique du dénombrement (avec ou sans pointage) utilise le comptage oral (dire la suite des mot-nombre dans l'ordre). Or ce comptage peut ne pas être fait correctement, par exemple en sautant des nombres : 1, 2, 3, 5. Les techniques correctes pour dénombrer respectent les cinq principes identifiés par Gelman & Gallistel (1978).

Nous allons nous intéresser à la classe de l'enseignante D. La classe est organisée en ateliers. L'un des ateliers est constitué par un groupe de quatre élèves (Jean-Claude, Lydia, André, Cynthia) qui travaillent sur la situation « voitures et garages » (SVG). Nous nous intéressons à deux séances de ce travail : la première en décembre 2009 et la deuxième trois mois plus tard en mars 2010.

5.2 Synopsis de la première séance (décembre 2009)

Cette séance correspond à la première étape de la situation SVG. Les quatre élèves et l'enseignante sont autour d'une table. Dans une coupelle, il y a des cartons rectangulaires qui représentent les garages, dans une autre des petites voitures de couleurs et tailles différentes. Il y a aussi un carton rectangulaire (un peu plus grand que la feuille A4) où l'enseignante pose les garages (cartons) que les élèves doivent dénombrer. Les élèves jouent à tour de rôle, et il y a trois tours.

<table>
<tr><th>Tour</th><th>Elève</th><th>Tâches</th><th>Nombre</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Premier tour</td><td>Jean-Claude</td><td rowspan="14">T1 et T2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Lydia</td><td>3</td></tr>
<tr><td>André</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Cynthia</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Deuxième tour</td><td>Jean-Claude</td><td>4</td></tr>
<tr><td>Lydia</td><td>5</td></tr>
<tr><td>André</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Cynthia</td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Troisième tour</td><td>Jean-Claude</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Lydia</td><td>5</td></tr>
<tr><td>André</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Cynthia</td><td>5</td></tr>
</table>

Tableau 2 : Première séance

5.3 Synopsis de la deuxième séance (mars 2010)

Cette séance correspond à la deuxième étape de la situation SVG. Les élèves sont ceux de la première séance. Ils sont autour d'une table. Le matériel est le même que celui de la première séance mais la boîte des voitures est posée sur une chaise un peu à l'écart de la table de l'autre côté où se trouve l'enseignante. Cette disposition est changée très vite car l'enseignante va se mettre debout à côté de la boîte des voitures. Chaque élève joue à tour de rôle et il y a deux tours. Les élèves doivent dénombrer le nombre de garages et se lever pour aller chercher le même nombre de voitures.

Tour	Elève	Tâches	Nombre
Premier tour	Lydia	T1 et T2	4
	Cynthia		5
	Jean-Claude		4
	André		5
Deuxième tour	Lydia		4
	Cynthia		3
	Jean-Claude		4
	André		3

Tableau 3 : Deuxième séance

6 ÉLÉMENTS D'ANALYSE

Nous reprenons ici la question soulevée auparavant en prenant le point de vue mesogénétique et topogénétique. Précisons trois éléments d'analyse.

6.1 Un partage topogénétique au service de tous

Les élèves ont déjà joué à ce jeu et ils connaissent les règles constitutives du jeu comme cela a été rappelé pendant la présentation générale en classe. Chaque élève doit assumer en première personne son tour en donnant une réponse, en prenant les voitures et en vérifiant. L'enseignant doit d'abord faire accepter aux élèves que chacun doit attendre son tour pour jouer. Ce qui n'est pas toujours évident notamment pour Cynthia qui, à chaque changement, dit « à moi ». Ainsi, chaque élève occupe à tour de rôle la position de celui qui doit jouer. Or si la responsabilité de la réponse est à chaque fois assumée par l'un des élèves, les autres assument un rôle d'aide qui est non négligeable. Cette position d'aide est acceptée et même encouragée par la maîtresse. Pour le dire autrement, il y a une force du collectif qui permet à l'élève soit de revenir sur une première réponse fausse soit de stimuler l'activité de chacun, comme nous pouvons le voir dans cet extrait :

Cynthia : à moi.
Lydia : à moi.
Maîtresse : C'est à Lydia après. (*Elle dispose 4 garages sur la plaque au milieu de la table*).
Maîtresse : combien il y a de garages ?
Lydia : trois.
Maîtresse (*à Cynthia*) : tu es d'accord, il y a trois garages ?

En outre, non seulement chaque élève est une aide pour les autres mais certains apprennent lors du tour de l'autre. Par exemple Lydia, lors du tour d'André, montre qu'elle sait dénombrer certaines collections :

La maîtresse dispose deux garages sur la plaque en carton.
André détourne ostensiblement le regard.
Lydia : 2 *(et montre deux avec ses doigts).*
André *(dénombre oralement avec une voix faiblement audible) :* 1, 2 *(puis dresse ses mains, doigts écartés en regardant Lydia).*

6.2 Une maîtrise technique plus importante entre les deux séances

Nous allons dégager les évolutions dans les apprentissages des élèves à travers les évolutions des techniques utilisées. Dans la première séance, pour dénombrer le nombre de garages (tâche T1), certains élèves utilisaient une technique de dénombrement sans pointage et cette technique n'était pas très stabilisée. Par exemple, Lydia lorsqu'elle dénombre et énonce la suite numérique ne suit pas l'ordre de la suite orale des nombres : elle dit « 1, 2, 4, 6 ». Lydia reconnait une certaine quantité (pas plus que 5) en utilisant une technique perceptive en lien avec les doigts car elle montre le nombre de doigts correspondant, comme nous pouvons le voir dans l'extrait suivant :

Cynthia (*en comptant*) : 1, 2, 3, 4.
Lydia (*montre sa main à la maîtresse avec 4 doigts en disant :* 8.
Maîtresse (*fait la même chose avec sa propre main en demandant*) : c'est combien ça ?
Lydia : c'est 4 (*puis regarde sa main en repliant le petit doigt, son pouce étant dressé*).

Cette technique perceptive ne permet pas de dénombrer en utilisant d'autres techniques, et cela peut même être un obstacle car Lydia n'associe pas forcément une collection donnée avec la collection des doigts d'une main. La maîtresse insiste dès la première séance sur la technique du dénombrement avec du pointage en montrant elle-même le pointage des éléments et la correspondance avec la suite orale des nombres. Elle donne ainsi des éléments techniques aux élèves pour contrôler les éléments à dénombrer et pour qu'ils puissent mettre en place cette correspondance entre chaque élément et la suite orale des nombres. Dans la deuxième séance, Lydia ne fait plus ce type d'erreur et elle énonce la suite des nombres correctement au moins jusqu'à huit, comme nous pouvons le voir dans l'épisode suivant :

La maîtresse dispose 4 garages sur la plaque et la pousse vers Lydia.
Lydia (*compte en pointant les garages du doigt et en énonçant*) : 1, 2, 3, 4.
Lydia : 4.
Elle se lève pour aller chercher des voitures dans la boîte.
Maîtresse : Combien tu dois aller chercher de voitures ?
Lydia : 4.

Voyons aussi l'exemple de Jean-Claude à partir de deux épisodes, l'un de la première séance et l'autre de la deuxième. Jean-Claude énonce la suite des nombres sans associer chaque mot-nombre à chaque garage.

Maîtresse : C'est à qui de jouer ?
Jean-Claude : à moi.
Maîtresse (*dispose 4 garages*) : Alors ? Combien tu dois prendre de voitures ?
Jean-Claude prend une voiture dans la barquette.
Maîtresse : Non, on la range d'abord on va compter combien il y a de garages
Jean-Claude (*remet la voiture dans la barquette, puis se met à compter les garages. Il dit*) : 1, 2 (*en pointant le premier garage*), 3, 4 (*en pointant le deuxième*) 5 (*en pointant sur le troisième*) et 6 (*en pointant le quatrième*).
Maîtresse : combien de garages ?
Jean-Claude : 2.

Cet exemple montre que Jean-Claude n'a pas encore acquis le principe de correspondance terme à terme (c'est-à dire le principe qui associe à chaque élément de l'ensemble à dénombrer un mot-nombre dans l'ordre) ni le principe de cardinalité (celui qui associe le dernier mot-nombre au cardinal de l'ensemble). Il montre que le geste de pointage apparaît important même s'il ne sait pas encore le faire. Cet épisode montre aussi que Jean-Claude aurait pu prendre les voitures nécessaires pour avoir autant de voitures que de garages par la correspondance terme à terme. Effectivement c'est ce qu'il commence à faire dès le départ, ce que l'enseignante arrête puisqu'elle veut que l'élève utilise le nombre.

Dans la deuxième séance, Jean-Claude utilise une technique de dénombrement avec pointage et énonce correctement le cardinal de l'ensemble, comme nous pouvons l'observer dans l'épisode suivant :

La maîtresse dispose 4 garages sur la plaque et la pousse devant Jean-Claude qui se met immédiatement à compter en pointant avec son doigt et en énonçant :
Jean-Claude : 1, 2, 3, 4.
Maîtresse : Combien en as-tu ?
Jean-Claude : 4.

Ici Jean-Claude utilise une technique de dénombrement avec pointage et les principes de cardinalité et de correspondance terme à terme sont utilisés pour donner une réponse correcte.

Par rapport à la tâche T1, nous avons pu observer une maîtrise technique plus importante avec des gestes techniques comme le pointage ou l'utilisation de principes qui indiquent que ces élèves sont en train d'apprendre le nombre et le dénombrement.

6.3 Une situation robuste adaptable aux élèves à besoins spécifiques

La situation SVG n'a pas été créée en prenant en compte les besoins spécifiques des élèves. Cette SVG a été conçue à partir d'une analyse épistémologique du savoir (qu'est-ce que le nombre ? qu'est-ce que dénombrer ?) et le milieu permet aux élèves de valider leurs réponses. Cette situation est « robuste » au sens où elle a été conçue à partir de trois éléments essentiels :

- une analyse épistémologique consistante ;
- une analyse en termes de variables didactiques ;
- un milieu a-didactique qui permet la validation.

Cette situation « robuste » est adaptable aux élèves à besoins spécifiques car elle permet, tout en gardant sa richesse conceptuelle, de jouer sur les variables didactiques pour que les élèves puissent y rentrer (les règles constitutives du jeu sont accessibles). Par exemple, le choix différent des nombres est un moyen que la maîtresse a pu utiliser pour tenir compte des besoins spécifiques des élèves. Ainsi le choix de la maîtresse pour André de commencer avec deux garages. André, élève très timide, se détourne lorsqu'il doit assumer le topos de l'élève qui joue. Il est alors aidé par Lydia et par la maîtresse pour le ramener au jeu. Il utilise la technique de la correspondance terme à terme, mais il est en mouvement vers l'apprentissage du nombre car il arrive à dire « deux », comme nous pouvons le voir dans ce passage :

Maîtresse : André, combien tu vas prendre de voitures ?
André prend une voiture, la pose sur un garage. En prend une autre, la pose sur l'autre garage.
Maîtresse : Il y a combien de voitures ?
André se détourne sans répondre.
Maîtresse : Il y a combien de voitures ?
André : Deux.

7 DISCUSSION

Le domaine des « mathématiques et des besoins spécifiques des élèves » est un domaine de recherche en didactique encore peu exploré. Il n'y a pas de revue spécifique à ce domaine, et si on regarde les revues spécialisées dans la recherche en didactique des mathématiques très peu d'articles y sont consacrés. Certes des travaux existent et des articles ont été publiés dans des revues sur l'enseignement spécialisé (ou autres) mais il nous semble toutefois que les recherches existantes sont loin d'être suffisantes. Notre travail vise à apporter une contribution à l'exploration de ce domaine. Les « questions vives » sont nombreuses, mais nous en indiquons ici seulement quelques-unes : comment se construit la référence dans la classe de manière à ce que les élèves en situation de handicap puissent participer à cette co-construction ? Comment les besoins spécifiques des élèves sont-ils pris en compte par la situation didactique elle-même ? Peut-on utiliser des situations didactiques qui ont fait leurs « preuves » avec les élèves en situation de handicap ? Quelles sont les différentes temporalités dans la classe ? Quel est le temps d'apprentissage par rapport à l'objet mathématique ? Quelles positions les différents acteurs occupent-ils par rapport à l'objet mathématique ?

8 RÉFÉRENCES

Assude, T. & Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In G. Sensevy & A. Mercier A (Ed.), *Agir ensemble. Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves* (pp.153-185). Rennes : P.U.R.

Assude, T., Mercier, A. & Sensevy, G. (2007). L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux, *Recherches en didactique des mathématiques, 27(2),* 221-252.

Briand, J., Loubet, M. & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris : Hatier, CD-Rom.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Gelman, R. & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge : Harvard Univ. Press.

Sensevy, G., Mercier A. & Schubauer-Leoni M.-L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. A propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, *20(3),* 263-304.

Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In G. Sensevy & A. Mercier (Ed.) (2007), *Agir ensemble. Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves* (pp.13-49). Rennes : P.U.R.

QUELQUES RECHERCHES RECENTES EN PSYCHOLOGIE DÉVELOPPEMENTALE QUI AIDENT À CONCEVOIR L'ÉVALUATION

Rémi Brissiaud

M. C. de psychologie cognitive à l'Université de Cergy-Pontoise (IUFM de Versailles)

Laboratoire Paragraphe (Paris 8)

remi.brissiaud@orange.fr

Dans la communication faite au colloque de La Grande Motte, j'ai présenté une recherche concernant des enfants ayant l'âge de fréquenter l'école maternelle et une autre concernant des élèves d'école élémentaire (les données sont celles de Brissiaud & Sander, 2010a mais elles sont analysées de manière différente). Cependant ces dernières données ont déjà été rapportées et mises en perspective dans un article publié dans le Bulletin Vert de l'APMEP de Mai 2010 (Brissiaud, 2010b). En conséquence, le texte ci-dessous ne concerne que l'évaluation à l'école maternelle.

1 DES ENFANTS QUI DONNENT L'ILLUSION DE SAVOIR DÉNOMBRER

Dans une des recherches récentes sur la façon dont les enfants accèdent au nombre (Sarnecka & Carey, 2008), 67 enfants (qui ont entre 2 ans 10 mois et 4 ans 3 mois) se voient proposer trois tâches numériques :

a) On teste leur comptage : ils doivent compter une collection de 10 jetons et dire combien il y en a (Connaissent-ils la suite verbale ? Savent-ils la mettre en correspondance terme à terme avec les jetons de la collection via un pointage avec le doigt ?)

b) De façon plus inhabituelle, une deuxième épreuve permet de tester si les enfants savent que le dernier mot prononcé lors d'un comptage (un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept) n'a pas le même statut que les autres mots parce que c'est lui qui donne la réponse attendue (il y a sept jetons). Cette connaissance est testée indépendamment parce que toutes les études antérieures montrent qu'elle est loin d'aller de soi.

c) Une troisième épreuve où l'on demande aux enfants de donner un nombre croissant de jetons : « *Donne-moi 3 jetons* ». Puis, après que les jetons aient été remis dans le tas initial : « *Donne-moi 4 jetons* »… (tâche : « *Donne-moi N jetons* »).

Intéressons-nous aux 53 enfants (sur les 67) dont on est tenté de dire qu'ils savent dénombrer jusqu'à 10 parce qu'ils ont une performance parfaite aux deux premières épreuves, celles où l'on demande « *Combien y a-t-il de…* »[1]. Lorsqu'on examine leurs performances à la troisième épreuve, « *Donne-moi N jetons* », on observe que :

- 6 enfants savent donner 2 jetons mais échouent avec 3 jetons, 4 jetons, 5 jetons… Ainsi, les deux

[1] Les données qui suivent sont extraites de la table 1, page 669.

premières épreuves donnent l'illusion que ces 6 enfants savent dénombrer jusqu'à 10 jetons alors qu'en réalité, ils échouent à donner 3 jetons !

- 8 autres enfants savent donner 2 ou 3 jetons mais ils échouent avec 4, 5, 6… ;
- 5 autres enfants savent donner 2, 3 ou 4 jetons mais ils échouent avec 5, 6, 7…

Ainsi, concernant le nombre 5, les deux premières épreuves donnent l'illusion que 53 enfants savent dénombrer une collection de 5 jetons puisqu'ils savent répondre à la question « *Combien y a-t-il de jetons ?* » jusqu'à 10 jetons. En réalité, 19 enfants (6 + 8 + 5), c'est-à-dire 36% d'entre eux, échouent à donner 5 jetons ou plus. On ne peut évidemment pas dire que ces enfants comprennent les nombres correspondants !

Lorsqu'un élève sait compter loin dans le contexte de la tâche « *Combien y a-t-il…* », cela n'assure d'aucune façon qu'il comprend les premiers nombres. Si on lui a montré de manière répétée que pour compter il faut pointer l'un après l'autre les éléments de la collection ; si on l'a entraîné à coordonner le pointage et la récitation ; si, enfin, on a souligné à maintes reprises que le dernier mot du comptage est la réponse à la question « *Combien…* » ; à terme, l'élève reproduira de manière scrupuleuse le comportement qu'on lui a montré ! Mais, dès que la question n'est pas du type : « *Combien y a-t-il…* », il ne pensera pas à compter parce que le comptage n'est pas pour lui un moyen d'accéder au nombre : c'est seulement un moyen de satisfaire l'attente des adultes dans le contexte bien précis de l'interrogation : « *Combien y a-t-il de…* ». Certains élèves vont évidemment comprendre que ce savoir-faire est pertinent dans d'autres contextes, dont ceux où on leur demande de donner 4 verres, 6 assiettes… et cela leur permettra de progresser. Mais tous ne feront pas ces mises en relation de manière précoce et certains donneront longtemps l'illusion de comprendre de grands nombres alors qu'ils ne comprennent même pas les 5 premiers nombres.

La recherche précédente a été menée dans un pays anglophone mais il faut être conscient que le risque d'illusion concernant les compétences numériques des enfants est plus grand chez les pédagogues francophones que chez les anglophones. Rappelons en effet quelques différences entre notre langue et l'anglais. Tout d'abord, les pluriels n'y sont pas sonorisés alors qu'en anglais, quand on dit : « two cat**s** », ou « three cat**s** », le « s » final s'entend. Par conséquent, les jeunes enfants francophones ont plus de difficultés que les anglophones à comprendre que les mots-nombres deux, trois… désignent des pluralités. Ensuite, le mot « un » est polysémique en français (il est à la fois article indéfini et adjectif numéral alors qu'en anglais, on dit : « a cat » et « one cat ») et de plus, ce mot s'accorde en genre (on dit « un » et « une » alors que l'idée d'unité est rendue par un seul mot, « one », en anglais). Ces différences rendent plus difficile l'accès à l'idée d'unité et donc à la compréhension des premiers nombres comme somme de leurs unités (« *trois, c'est un, un et encore un* », par exemple). Ainsi les pédagogues francophones doivent-ils être encore plus soupçonneux que les anglophones concernant les « vraies » compétences numériques des enfants[2].

2 ÉVITER UNE DYNAMIQUE QUI FOSSILISE LES DIFFICULTÉS DE CERTAINS ENFANTS

Malheureusement, le « mauvais exemple » vient d'en haut : en effet, le ministère a récemment (mars 2010) proposé une évaluation terminale pour l'école maternelle[3] qui conduit tout droit au phénomène

[2] Brissiaud R. (2009 a)

[3] http://media.eduscol.education.fr/file/evaluation/36/1/aide_evaluation_GS_maternelle_136361.pdf

d'illusion venant d'être décrit. La tâche la plus utilisée est celle où l'on demande aux élèves, face à une image avec 8 croix dessinées, de les compter et d'écrire combien il y a de croix. Cette tâche (« *Combien y a-t-il de…* ») semble tellement importante aux auteurs de l'évaluation qu'elle est également proposée avec 5 ronds, 13 étoiles, 16 lunes, 26 carrés et enfin 22 lettres « V ». Il s'agit d'un test de comptage dont nous venons de voir qu'il permet mal d'appréhender la compréhension des premiers nombres, mais les auteurs de l'épreuve, eux, parlent de compétence à « *dénombrer une quantité en utilisant la suite orale des nombres connus* ». Les auteurs de l'évaluation seraient-ils eux-mêmes victimes de l'illusion ?

Par ailleurs, l'évaluation retenue ne contient aucune tâche du type « *Donne-moi…* » et les autres épreuves retenues ne permettent guère d'alerter les pédagogues sur les cas de « pseudo réussite » : soit ces autres tâches ont peu de rapport avec la compréhension des premiers nombres (cas de l'épreuve de lecture de nombres donnés sous forme chiffrée), soit elles autorisent une réussite perceptive (2 des 3 tâches de comparaison proposées sont dans ce cas), soit elles sont trop complexes et un éventuel échec peut avoir bien d'autres explications que l'absence de compréhension des tout premiers nombres (cas de la troisième tâche de comparaison et de la dernière épreuve, particulièrement difficile dans le contexte d'une interrogation papier-crayon).

Il est vrai que dans l'étude de Sarnecka & Carey, les enfants sont plus jeunes que ceux auxquels l'évaluation proposée par le ministère est destinée. Mais tous les enseignants de C.P. savent que certains élèves rentrent à l'école élémentaire en étant très loin d'avoir compris les 5 premiers nombres. En se focalisant sur la tâche « *Combien y a-t-il…* », l'évaluation proposée par le ministère ne fait que cacher ce phénomène. C'est d'autant plus grave que les enfants en question sont évidemment ceux qui risquent le plus un échec grave et durable en mathématiques.

Si l'on procédait dès la fin de la MS ou à l'entrée en GS, à une évaluation comprenant à la fois les tâches « *Donne-moi N objets* » et « *Combien y a-t-il de…* », cela permettrait de repérer les enfants qui ont des performances discordantes à ces deux tâches, ce qui est un indice majeur du fait qu'ils sont très sensibles à l'aspect rituel du comptage et très peu disponibles pour accéder à ses aspects conceptuels. L'enseignant de GS disposerait ainsi du temps nécessaire pour tenter de rectifier leur trajectoire d'apprentissage. Une telle évaluation diagnostique se situant avant la fin de l'école maternelle ne serait-elle pas préférable à une évaluation terminale dont le principe même soulève bien des questions[4] ?

Mais le plus grave, dans l'évaluation terminale proposée par le ministère, c'est qu'elle risque d'orienter les pratiques pédagogiques des enseignants de maternelle (PS, MS, GS) dans une direction qui aggraverait ultérieurement l'échec scolaire à l'école élémentaire. Les auteurs de l'évaluation sont en effet très clairs concernant leur intention : « S'il s'agit bien d'un bilan de fin d'école maternelle, il est souhaitable de l'interpréter dans une perspective dynamique qui prenne en compte les progrès de l'élève sur toute sa scolarité en maternelle. ». Or, on ne peut qu'être extrêmement inquiet concernant la dynamique que l'épreuve d'évaluation proposée est susceptible d'enclencher.

En effet, lorsque des élèves échouent au comptage d'une grande collection, les auteurs de l'évaluation suggèrent aux enseignants de conduire avec eux « *une réflexion sur (…) les critères d'un bon comptage (ne rien oublier, ne pas compter 2 fois, faire correspondre les éléments au fur et à mesure du comptage)* ». Ainsi, l'enseignant rappellera-t-il une nouvelle fois aux élèves ce qu'est un « bon comptage ». Les élèves qui ont appris à compter de manière trop rituelle jusqu'à 10, se verront proposer d'apprendre au-delà de 10 de manière tout aussi rituelle. Or, cette sorte de « dynamique » est vouée à l'échec parce que ce qui fait défaut à ces élèves, très souvent, ce n'est pas qu'on leur explique une énième fois comment bien compter, c'est l'idée que le comptage est un moyen d'accéder au nombre et,

---

[4] Ce type de bilan terminal vise le plus souvent à ce que les performances des élèves atteignent une certaine norme. Or, l'usage d'une norme est dangereux à cet âge parce qu'entre des enfants nés en début et en fin d'année civile, lorsqu'ils sont en GS de maternelle, il y a 20% d'expérience de vie de différence !

vraisemblablement, l'idée de nombre elle-même. À aucun moment les auteurs de l'évaluation n'alertent les enseignants sur les faits suivants[5] :

- Il est plus facile de faire comprendre les petits nombres aux élèves que les grands.
- Pour qu'un élève comprennent les premiers nombres, il convient de lu faire comprendre l'effet de l'ajout ou du retrait d'une unité.
- Un élève n'a vraiment bien compris un nombre donné que lorsqu'il en connaît des décompositions.
- Une bonne compréhension des premiers nombres ne peut qu'aider à l'apprentissage du comptage sur un domaine numérique plus vaste.

Au lieu d'offrir la perspective d'un travail visant une meilleure compréhension des premiers nombres, le document d'évaluation du ministère recommande de rappeler « *les critères d'un bon comptage* », c'est-à-dire d'insister encore plus sur les aspects rituels du comptage. Le risque est grand que ces recommandations enclenchent une dynamique qui fossilise les difficultés de certains de ces enfants.

3 CONCLUSION

En conclusion, pour éviter que l'école maternelle ne devienne la propédeutique des difficultés futures de certains élèves, le document élaboré par la DGESCO aurait dû respecter un meilleur équilibre entre des tâches permettant d'évaluer une bonne connaissance des premiers nombres et des tâches concernant un domaine numérique plus grand. Tel qu'il est, le document mis à la disposition des enseignants n'est pas propre à enclencher une dynamique d'amélioration des pratiques pédagogiques dans le domaine numérique, il doit être à la fois adapté (transformer la situation papier-crayon de la fiche 14 en situation d'anticipation, par exemple) et complété. Mais vraisemblablement vaudrait-il mieux encore le remplacer par une évaluation diagnostique plus précoce visant notamment à repérer les enfants qui, lors d'une interrogation du type : « Combien y a-t-il de… », se comportent comme s'ils savaient dénombrer alors qu'ils méconnaissent les premiers nombres.

BIBLIOGRAPHIE

BRISSIAUD R. (2007) Premiers pas vers les maths, *Les chemins de la réussite à l'école maternelle*. Paris : Retz.

BRISSIAUD R. (2009a) Pédagogie du nombre chez les 2-3 ans et prévention de l'échec scolaire, in C. Passerieux (Ed) : *La maternelle, Première école, Premiers apprentissages*, 203-209. Lyon : Chronique Sociale.

BRISSIAUD R. (2009b) L'enseignement de l'arithmétique élémentaire et l'approche historico-culturelle en éducation. In M. Brossard & J. Fijalkow (Eds) : *Théorie historico-culturelle et recherches en éducation et en didactiques*, 181-196. Bordeaux : Presses Universitaires de Bordeaux.

BRISSIAUD R. & SANDER E. (2010a) Arithmetic word problem solving: a Situation Strategy First framework. *Developmental Science*, 13 (1), 92-107.

[5] Voir par exemple : Brissiaud (2007)

BRISSIAUD R. (2010b) La psychologie, l'étude des stratégies de résolution de problèmes et l'évaluation en mathématiques à l'école. *Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP)*, n° 488, 327-334.

SARNECKA B.W. & CAREY S. (2008) How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108(3), 662-674.

L'EVALUATION ANALYTIQUE EN MATHEMATIQUES

Dominique RAULIN
Directeur du CRDP du Centre
dominique.raulin@ac-orleans-tours.fr

Résumé
Le développement du recours aux compétences et aux capacités dans l'écriture et la définition des contenus d'enseignement (nouveaux programmes et socle commun) amène à revoir l'utilisation de la note chiffrée comme instrument de mesure.

Différents rapports de l'inspection générale se sont prononcées depuis 2005, sur la question du suivi et de la connaissance (réelle) des acquis des élèves : acquis des élèves (2005), livret de compétences (2007), vade-mecum en mathématiques et culture scientifique et technologique (Eduscol-2009). Tous affirment les insuffisances et l'inadaptation de la note chiffrée à l'évaluation des compétences/capacités.

Or celle-ci est l'un des fondements du système éducatif français à travers le principe de compensation entre les disciplines, les moyennes disciplinaires puis les moyennes entre les disciplines, le recours aux notes coefficientées dans l'attribution des diplômes…

La question de l'évaluation des capacités des élèves, puis de la validation de leurs compétences (voir à ce propos les attestations de niveaux 1 et 2 du socle commun) va devenir cruciale dans les années à venir.

Cette communication se propose de mener une réflexion sur les questions suivantes : la mémoire des acquis des élèves, le lien évaluation/apprentissage, les effets sur l'organisation des classes…

1 INTRODUCTION

Les 20 dernières années ont vu se développer les outils et les pratiques d'évaluation. Les termes pour qualifier les différentes formes d'évaluation se sont multipliés : formative, formatrice, bilan, sommative mais aussi diagnostique. Partant de l'idée que les principes d'évaluation présents dans les entreprises privées devaient aussi s'appliquer à l'éducation, on a mêlé l'évaluation des établissements, l'évaluation des élèves, l'évaluation des enseignants... en affirmant qu'il était nécessaire de développer la culture de l'évaluation. L'observateur attentif constatera qu'en dépit de ce volontarisme de façade, rien n'a véritablement changé pour les élèves : les passages de classes et les examens sont encore soumis au régime de la notation chiffrée avec son cortège d'imperfections que de nombreuses études notamment docimologiques ont mis en évidence[1].

On en arriverait presque à se poser la question de la possibilité réelle de faire autrement.

---

[1] A ce propos, on pourra se reporter avec profit à des références très variées : rapports du MEN, *Les acquis des élèves, pierre de touche de la valeur de l'école ?* Rapport conjoint IGEN et IGAENR n° 2005-079, Juillet 2005; études universitaires : Caliot, A., Chaudière, J.B., Etchart, T., Delbreil, C., Luby, Y. *Travaux docimologiques et école : une relation douloureuse,* Revue Prométhée N° 3, Juin 2009; diaporama consultable à l'adresse www.ciescentre.fr/.../Diaporama_Caroline_Giraudeau.ppt, et particulièrement les diapos 20 et suivantes ; *La docimologie ou la notation aux examens* (consultable à l'adresse suivante : http://www.pedagopsy.eu/docimologie.htm)

Ce constat d'immobilisme risque d'être largement remis en cause dans les prochaines années : en effet, l'importance donnée aux compétences et aux capacités dans les nouveaux programmes, la mise en place du socle commun des connaissances et des compétences amènent les enseignants à s'interroger sur le regard qu'ils portent sur le travail des élèves. Longtemps cantonnés à l'enseignement primaire, ces changements s'étendent aujourd'hui aux collèges et aux lycées. Cette généralisation en cours devrait avoir raison, à terme, des réticences isolées.

2 LES EXCÈS ACTUELS DE L'ÉVALUATION

Depuis les heures de gloire de la pédagogie par objectifs (à la fin des années 70), on sait que la décomposition d'une tâche complexe en une multitude de micro-objectifs n'est pas l'assurance de la réussite[2]. Or, les documents officiels définissant l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire privilégient les tâches élémentaires ou prétendument « mono-objectifs[3] » tout en gardant une référence (assez artificielle) à la notion de problème (voir les grilles de progression). Face à cette présentation très détaillée des programmes, le professeur des écoles se trouve souvent contraint de pratiquer des évaluations aussi détaillées ou ponctuelles pour s'assurer de la maîtrise de la capacité définie dans chaque item. Cela a comme conséquence un surcroît du nombre d'évaluations et un émiettement des apprentissages occultant souvent les véritables acquis qui devraient structurer ceux-ci.

3 LES CONSÉQUENCES DE TELLES PRATIQUES

Cette obsession « évaluative » a conduit à la marginalisation de l'évaluation : au lieu d'en faire un élément de la chaîne des apprentissages, on en a fait un objet à part, régi par ses règles propres. Cette tendance trouve une marque particulière dans l'obsession de l'objectivité du regard porté sur le travail des élèves. Quand on considère l'évaluation comme l'outil de régulation des apprentissages (cf. infra), l'objectivité est inutile voire parfois nuisible : en effet l'entente avec le professeur – l'archétype de la subjectivité – est située systématiquement par les élèves comme la première condition d'un apprentissage réussi et donc de la réussite scolaire. En focalisant sur l'objectivité, on a privilégié une vision « sommative » de l'évaluation, celle qui dans le système français se traduit par les décisions de redoublement. L'angélisme n'a pas à être de mise dans ce domaine : l'évaluation n'est pas toujours un outil bienveillant ou neutre, elle se révèle de plus en plus souvent comme l'instrument (prétendument scientifique) de la ségrégation et donc de l'échec et de la difficulté scolaires. Cette réalité n'est pas irrémédiable : heureusement !

4 LA FORME DE LA CONSERVATION DES RESULTATS

[2] A ce propos, voir Jonnaert, P., Barrette, J., Boufrahi, S. et Masciotra, D. (2004). *Contribution critique au développement des programmes d'études : compétences, constructivisme et interdisciplinarité*. Revue des sciences de l'éducation, 30(3), 667-696 (consultable à l'adresse suivante : http://cueep.univ-lille1.fr/pedagogie/La_PPO.htm)

[3] Extraits des grilles de progression annexées au programme publiés au BO hors série n° 3 du 18 juin 2008 – cycle des approfondissements : *Nommer les fractions simples, Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position, Reconnaître que des droites sont parallèles ; nommer les solides droits ; Lire les coordonnées d'un point.*

Dans cette optique de centrer l'évaluation sur les bilans, se pose la question de la conservation des résultats obtenus. On voit se multiplier les grilles remplies sur la base de codages plus ou moins obscurs pour beaucoup de parents d'élèves, par exemple « en cours d'acquisition » ! Quelle compétence, quelle capacité n'est pas en cours d'acquisition chez un écolier ? Ou inversement, quel écolier pourrait prétendre maitriser définitivement telle capacité ? Ce code n'est souvent simplement que la marque de l'incapacité du professeur des écoles à écrire s'il est satisfait ou non de la performance réalisée par un élève. Evidemment, avec ces grilles il n'est pas possible de faire des moyennes arithmétiques comme avec des notes : c'est donc un progrès. En revanche, des parents peu avertis peuvent décompter les « non acquis » sans se préoccuper de leur importance relative par rapport à l'ensemble des items. Ainsi, la précision de l'évaluation utile au moment d'émettre un diagnostic concernant une erreur constatée de façon récurrente, peut se révéler inutile et même improductive dans la gestion quotidienne de la classe. Dans le cadre d'une réflexion théorique sur l'évaluation, on aurait facilement tendance à oublier la réalité de la conservation des résultats : or, c'est sur la base de ces documents que sont prises les décisions dont il ne faut pas minorer l'importance en termes de réussite scolaire... Là encore, il faudrait éviter de faire de l'angélisme.

5 L'ÉVALUATION ANALYTIQUE EN MATHÉMATIQUES

La publication du CEPEC, *L'évaluation en questions*, (Delorme, 1987), propose la définition suivante du terme évaluation : mesure de l'écart entre le signal émis et le signal reçu, entre ce qui a été enseigné et ce qui a été compris. Cette définition inspirée du monde de l'entreprise justifie le recours aux notes comme outils de mesure des travaux des élèves : la note maximum est attribuée quand l'écart est nul ; la moindre imperfection constatée se traduit par la perte d'un demi-point… Ceci est sans doute utile dans le cadre d'évaluation externe, permettant à un décideur de mesurer l'efficacité de l'un de ses collaborateurs ou à un ministre l'efficacité d'un établissement scolaire. Mais en revanche, au quotidien, pour un professeur cette pratique n'a pas de sens : d'abord, parce qu'il lui est toujours possible de biaiser l'évaluation (cf. l'effet Topaze), mais surtout parce que son objectif n'est pas de dire à un élève qu'il ne sait pas faire mais bien plus de trouver ce que celui-ci peut et doit faire pour réussir à mener à son terme la tâche demandée. L'évaluation quotidienne faite par l'enseignant n'a pas à être une série d'actes, isolés des processus d'apprentissage, ils en sont une partie intégrante. Analyser la performance d'un élève – pratiquer une évaluation analytique - consiste à étudier la production d'un élève, à repérer parmi les éléments mis en jeu ceux qui sont susceptibles d'être améliorés.
Présentes dans les programmes depuis la fin des années 90 et plus encore dans les livrets scolaires de l'Ecole élémentaire, les compétences/capacités sont devenues la charpente des programmes actuels. Les programmes de 2008 et les annexes qui fixent les progressions en français et en mathématiques sont très précis à cet égard, mais ils ne présentent aucune hiérarchie entre les items : par exemple en CM2, on trouve « formule de la longueur d'un cercle » et « résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité ». La volonté de décrire le plus finement possible amène à ce type d'amalgame, l'ambigüité est d'autant plus grande que les items correspondant aux aspects les plus simples et les plus automatiques sont aussi les plus nombreux. Toutefois, les abus d'une interprétation erronée des résultats d'une évaluation ne doivent pas devenir un alibi pour ne plus évaluer les compétences des élèves ; en revanche, il serait sans doute souhaitable de travailler sur les méthodes et les outils d'évaluation. Reconnaissant que l'évaluation institutionnelle et l'évaluation bilan sont nécessaires, l'objet de cette communication porte sur l'évaluation courante que peut faire un professeur, en observant ses élèves en train de travailler.

L'évaluation analytique se décompose en trois phases successives :
Toute production d'élève comporte des symptômes : l'enseignant (en observant ses élèves en classe ou en lisant des productions écrites) va être surpris par le décalage entre ce qu'il attendait et ce qu'il

constate. Ce décalage est constitué des symptômes qui ne sont pas identifiés par rapport à une norme absolue[4]. Certains d'entre eux sont observables par les non spécialistes, d'autres sont plus insidieux.

- Le professionnalisme de l'enseignant consiste ensuite à analyser ces symptômes dans deux directions complémentaires :
  - la recherche des causes : ce qu'on peut appeler le diagnostic. A cet égard, on peut noter que l'expression évaluation diagnostique est abusive et porteuse de contresens : en aucun cas, l'évaluation ne peut faire le diagnostic. Elle permet au mieux de disposer des éléments nécessaires pour émettre un diagnostic. Une production d'élève ne comporte pas intrinsèquement le diagnostic, pas plus qu'une analyse médicale ne se substitue à l'expertise du médecin.
  - l'analyse des conséquences : tous les symptômes correspondant à des « insuffisances » n'ont pas la même importance sur la suite des apprentissages. Un symptôme ponctuel n'a pas à être traité comme un symptôme récurrent ; plus largement, l'expert pédagogue doit s'interroger sur l'utilité et la nécessité d'intervenir sur certains symptômes récurrents, signes d'une insuffisance sans gravité sur la suite des apprentissages. Derrière cette constatation, se pose la question : faut-il tout corriger ? Faut-il tendre vers une pseudo-perfection dans le travail des élèves ?
    Cette phase serait facilitée par une reconsidération de la présentation des programmes : au-delà des « détails », quels en sont les éléments structurants ? Par exemple, *en fin de CE 1, que doit savoir et savoir faire un élève ?* et en écho à cette question, *en CE2, sur quoi peut-on s'appuyer pour construire des apprentissages ?*

- Enfin, le professionnalisme de l'enseignant s'exerce dans le « choix du traitement ». En effet, sur la base d'un diagnostic correctement établi, il existe une multitude de solutions dont l'efficacité est à vérifier au cas par cas. Contrairement à une idée largement répandue, il n'appartient que marginalement au pédagogue de construire des traitements pour chaque cas. En reprenant la comparaison avec les situations médicales, le diagnostic est individualisé, mais le traitement s'appuie sur l'offre générale de médicaments. Dans le domaine scolaire, le traitement va consister en une nouvelle activité proposée qui va révéler de nouveaux symptômes, donner lieu à un nouveau diagnostic et un nouveau traitement... La chaîne est donc sans fin !

Le principal aspect de l'individualisation porte donc sur la recherche du diagnostic. Or, souvent les enseignants sautent cette phase intermédiaire et passent directement au traitement. On peut observer ce type de dérive, dans la constitution de groupes de niveau où les élèves sont affectés en fonction de la performance réalisée[5] et non pas en groupes de besoin où les élèves doivent être répartis en fonction de ce qui doit être travaillé pour améliorer la performance initiale. Un autre exemple de l'insuffisance de la prise en charge de cette phase de diagnostic se situe dans la façon de traiter les erreurs : un élève qui se trompe trop souvent en faisant des additions peut se retrouver dans la situation d'avoir à faire un nombre considérable d'additions[6] ! On imagine assez bien pourquoi ce type de traitement n'est pas toujours aussi efficace que ce que pouvait espérer le professeur. Le deuxième constat porte sur la tendance, entretenue parfois par les relais institutionnels, qu'ont les professeurs à élaborer leur propre traitement. Il serait peut-être plus sage d'utiliser les « traitements » existants plutôt que de jouer involontairement aux apprentis sorciers. Certes, comparaison n'est pas raison, mais il peut être utile de s'appuyer sur le fonctionnement d'autres secteurs d'activité, en l'occurrence encore la médecine, pour

---

[4] On peut faire un parallélisme avec les symptômes médicaux pour lesquels il n'existe pas non plus d'idéal de « bonne santé ».

[5] L'exemple le plus caricatural est celui de groupes constitués sur la base des notes obtenues : ceux qui ont 8 et plus ; ceux qui ont entre 6 et 8, etc…

[6] On peut retrouver là ce que cite Chiara Curonici et Patricia McCulloch dans leur ouvrage *Psychologues et enseignants* sous le terme « d'acharnement pédagogique » (Curonici C., Mc Culloch P. (1997), pages 138 et suivantes)

imaginer les risques encourus ou les dangers d'une recherche d'absolu[7]. Autant, il appartient au médecin généraliste d'émettre le diagnostic, autant il ne relève pas de sa responsabilité de créer pour chaque patient, un médicament spécifique : la phase de personnalisation et d'individualisation est celle du diagnostic. Il pourrait en être de même pour les enseignants dans la gestion des apprentissages des élèves : ils pourraient utiliser les très nombreuses publications sur le traitement de l'erreur, les banques d'exercices mises en ligne, les outils de suivi interactifs… Non seulement les traitements élaborés de façon « artisanale » peuvent ne pas être efficaces, mais plus gravement ils peuvent être nocifs.

6 EVALUER UNE CAPACITÉ

La séquence - production – symptôme – diagnostic - traitement - ne nécessite pas de formaliser ce qui est observé et retenu par l'enseignant. Dans cette démarche, on est bien loin de grilles où il faut cocher des cases, ou bien de notes obtenues par l'addition de notes partielles. Cette dynamique, contraignante pour le professeur, prend à revers différentes habitudes du fonctionnement des classes :

- on ne compare pas la production d'un élève à un idéal qui mérite la note maximale.
- il n'est pas nécessaire pour aider l'élève dans sa progression, de lui mettre des notes et de le confronter à ses difficultés ou à son échec.

D'ailleurs peut-on parler d'échec dans la maitrise progressive d'une compétence ou d'une capacité ? Il ne s'agit pas de faire de la démagogie en posant cette question mais simplement de remarquer que, dans la gestion de sa classe, le professeur n'a pas besoin d'outils très sophistiqués pour suivre une telle démarche.

7 LA PRATIQUE DE L'ÉVALUATION ANALYTIQUE

Un élève qui progresse dans les apprentissages a besoin de baliser son itinéraire : le professeur et les parents également. Il est donc nécessaire de faire des points périodiques sur ce qui est acquis de façon plus ou moins assuré. C'est d'autant plus utile au moment des changements de niveaux pour que le nouvel enseignant sache sur quoi s'appuyer... Ce sont sans doute ces points périodiques qui doivent être notés dans un livret de compétences, quelle que soit sa forme ! La pratique de l'évaluation analytique est beaucoup plus pragmatique et quotidienne : elle régule et accompagne les apprentissages de chaque élève. Partie intégrante des protocoles d'apprentissages, elle invite à trouver en continu les adaptations nécessaires pour éviter les ruptures et les renoncements. Le terme évaluation est donc aussi impropre ici que dans l'expression évaluation diagnostique, puisqu'il ne s'agit pas de mesurer un prétendu retard par rapport à un but non atteint !

Il serait sans doute utile de reconsidérer de fond en comble le regard que l'on porte sur le travail des élèves. La plupart des apprentissages extra scolaires ne se font pas sur la base de comparaisons incessantes à une progression préétablie ni dans sa forme, ni dans son organisation. Par exemple, les jeunes enfants apprennent à marcher de façons très différentes, peut-être même aléatoires ; il en va de même pour apprendre à parler, à nager... Il est surprenant de voir comme un système éducatif est réticent à avoir la même tolérance dans des apprentissages aussi fondamentaux que la lecture, l'écriture, la numération ou le calcul... L'importance donnée en France à l'âge normal - celui où on doit entrer au CP ou en 6ème, celui où l'on passe le brevet ou le bac… - explique ce manque de souplesse : on étudie des suivis de cohortes pour afficher le pourcentage d'élèves qui ont ou n'ont pas tels acquis… L'obsession de la norme est prégnante dans notre système dès l'école primaire avec ses conséquences pour les élèves

[7] Est-il raisonnable de chercher pour chaque élève, un traitement particulier ? Cette quête d'absolu idéal ne devient-elle pas la source de blocages finalement plus néfastes que le recours à des solutions existantes ?

qui ne sont pas conformes à cette norme. D'autres pays, comme le Danemark par exemple, n'ont pas un cadre annuel aussi rigide. Les élèves y sont peut-être plus sereins et plus heureux.

Enfin, et ce n'est pas la moindre de nos inquiétudes, plus l'évaluation sera analytique plus le risque sera grand de se trouver face à un diagnostic pour lequel on ne dispose pas de traitement. C'est une situation insupportable que le flou actuel permet de cacher et donc d'ignorer dans la plupart des cas. Cette réalité n'est pas une raison suffisante pour renoncer à s'engager dans cette voie : on ne soigne pas une maladie en cassant le thermomètre !

C'est dans ce sens qu'il faut sans doute abandonner tout ce discours pseudo volontariste visant à développer une culture de l'évaluation. Les excès constatés sont sans commune mesure avec les effets escomptés ! L'évaluation n'est qu'un des éléments indissociables des autres de la pratique pédagogique des professeurs des écoles. L'apprentissage des mathématiques ne peut pas se limiter à une forme de dressage visant la maitrise de différents automatismes. Plus l'activité proposée est complexe, plus les façons de l'aborder sont nombreuses, plus les opportunités sont grandes pour que tous les élèves puissent « faire quelque chose » : dès que cette amorce existe, l'évaluation analytique a toute sa place comme moteur et régulateur de la progression de chaque élève. Cette évolution serait facilitée par des programmes moins émiettés dont les éléments structurants seraient plus apparents.

8 BIBLIOGRAPHIE

CALIOT, A., CHAUDIERE, J.B., ETCHART, T., DELBREIL, C., LUBY, Y. (2009) Travaux docimologiques et école: une relation douloureuse, *Revue Prométhée N° 3*

CURONICI C., MC CULLOCH P. (1997) *Psychologues et enseignants, Regards systémiques sur les difficultés scolaires*, Bruxelles, De Boeck Université.

DELORME, C. (1987) L'évaluation en question, Paris, ESF, CEPEC

JONNAERT, P., BARRETTE, J., BOUFRAHI, S. ET MASCIOTRA, D. (2004) Contribution critique au développement des programmes d'études : compétences, constructivisme et interdisciplinarité. *Revue des sciences de l'éducation, 30(3), 667-696.*

Les acquis des élèves, pierre de touche de la valeur de l'école ? Rapport conjoint IGEN et IGAENR n° 2005-079, Juillet 2005