Atelier B7

UTILISATION DE L'ATELIER JEUX MATHÉMATIQUES DE L'IREM DE TOULOUSE DANS LES ÉCOLES DE L'ACADÉMIE

Jean Pierre Abadie
IREM de Toulouse
njpabadie@orange.fr

Nicole Abadie
IREM de Toulouse

Gérard Martin
IREM de Toulouse

Résumé
L'objectif de cet atelier est de présenter les jeux contenus dans une mallette utilisée par l'IREM de Toulouse lors de diverses manifestations dans l'Académie. Les jeux sont regroupés en quatre catégories :
- jeux numériques (figures magiques, …)
- pavages du plan (puzzles, grilles logiques, …)
- remplissage de l'espace (reconstitution de cubes, de pyramides, …)
- casse-tête.

Après un bref historique de la genèse de « l'atelier jeux mathématiques de l'Irem de Toulouse », les auteurs s'attachent à mettre en évidence les conditions d'utilisation de la mallette et à justifier que les activités proposées sont bien des jeux.
Par la suite, quatre jeux sont présentés en détail, chacun appartenant à une des catégories précédemment citées. Le premier consiste à disposer en triangle les nombres de 1 à 6 pour que la somme des valeurs placées sur chacun des côtés soit la même. Le second consiste à placer des pions de deux couleurs sur un quadrillage carré de façon à ce que deux pions d'une même couleur ne soient disposés sur une ligne verticale, horizontale ou oblique. Le troisième est un assemblage de billes pour reconstituer une pyramide. Enfin, le quatrième jeu est un casse tête visant à séparer des éléments constitués d'une planchette et d'une cordelette.
Outre la présentation d'un jeu, les auteurs s'attachent à décrire les comportements des enfants lors des animations et engagent quelques pistes de réflexion sur l'aide à apporter aux élèves.

1 UTILISATION DE L'ATELIER JEUX MATHEMATIQUES

1.1 Historique

L'Atelier Jeux Mathématiques a vu le jour en l'an 2000, déclarée année mondiale mathématique par l'UNESCO. La Régionale APMEP et l'IREM avaient organisé entre autres des animations grand public (Beaumont de Lomagne, place du Capitole à Toulouse) en proposant quelques jeux et casse-tête à un public très varié qui n'était pas venu pour ce genre d'activité. Vus les lieux et le public visés, le parti pris était de ne retenir que des jeux basés sur des manipulations. C'était, en quelque sorte une illustration de la pensée d'Anaxagore « l'homme pense parce qu'il a une main ». Ces manifestations ont eu un grand succès et ont appelé une suite.

Ces jeux ont été utilisés pour la première fois en milieu scolaire par Jean-François Bergeaut pour la formation des professeurs des écoles de l'Ariège et dans l'atelier maths de son collège.

Les jeux ont été et sont encore regroupés en quatre catégories :
- jeux numériques (figures magiques, …)
- pavages du plan (puzzles, grilles logiques, …)
- remplissage de l'espace (reconstitution de cubes, de pyramides, …)
- casse-tête.

Un premier intérêt pédagogique est apparu immédiatement. Certaines activités sont tirées de jeux papier crayon mais au lieu d'écrire les nombres on utilise des jetons numérotés. En écrivant, les divers essais de solution laissent des traces et peuvent donner un sentiment d'échec, tandis que déplacer un jeton donne l'impression d'améliorer une situation. Des élèves sont ainsi plus actifs sur ces jeux que sur des problèmes semblables en classe.

1.2 Utilisation

Aujourd'hui cinq exemplaires de la mallette (deux écoles, trois école-collège) existent. Au cours de ces dernières années scolaires ils ont été utilisés dans :
des animations grand public comme la Fête à Fermat à Beaumont de Lomagne, la fête de l'ail toujours à Beaumont de Lomagne, et divers festivals de jeux.
des animations en direction des établissements scolaires :
- pendant le Fête de la Science dans le Gers,
- dans le hall de l'Administration de l'Université Paul Sabatier (une semaine en janvier et une semaine en mars)
- à Rodez (invitation de Sciences en Aveyron)
- auprès des étudiants et des professeurs stagiaires de l'IUFM de Foix.

Durant ces animations, c'est surtout des classes de cycle 3 qui sont reçues. Chaque année, lors de ces manifestations, près de 200 classes sont accueillies dont plus de 120 d'écoliers pendant des plages horaires de 1 h à 1 h 30. Nous intervenons surtout pour donner éventuellement des explications sur les consignes, pour valider des réponses ou pour donner des indications pour débloquer une situation. Entre ces activités, nous observons les réactions des élèves. Les remarques qui suivent dans ce texte découlent d'observations faites lors des animations.

des prêts aux établissements scolaires pendant une semaine minimum : une quarantaine en bénéficient dont plus de la moitié d'écoles pendant l'année.

Pour répondre à la demande, nous avons créé une mallette cycle 2 utilisée surtout pour la fête de la science dans le Gers et des prêts aux écoles.

Depuis 2006, l'atelier Jeux Mathématiques est invité au Salon de la culture et des jeux mathématiques à Paris. Il est aussi connu internationalement avec son utilisation dans des camps d'été de lauréats du concours Kangourou et par une conférence atelier à un colloque de l'espace mathématique pan africain en novembre 2008 en Tunisie.

1.3 Les activités proposées sont-elles des jeux ?

Mais tout d'abord qu'est ce qu'un jeu ?

Tout en soulignant la difficulté de le définir, les auteurs qui se sont intéressés au jeu ont essayé de cerner au plus près cette activité.

Roger Caillois dans « les jeux et les hommes » définit le jeu comme une activité :
- libre (le joueur ne saurait être obligé)
- séparée (circonscrite dans des limites de temps et d'espace)

- incertaine (le résultat n'est pas acquis préalablement)
- improductive (ne créant ni bien ni richesse)
- réglée (soumise à des conventions)
- fictive.

Gilles Brougère (université Paris 13 auteur de « jeu et éducation » et de « jouer/apprendre ») ne définit pas le jeu mais donne des critères ou caractéristiques qui permettent d'analyser les situations de jeu. Ces critères sont :
- le second degré (c'est pour de faux, on fait semblant)
- la présence d'une décision (entrer dans le jeu et par la suite prendre une succession de décisions en relation avec les autres joueurs)
- la règle (préalable ou construite avec le jeu)
- la frivolité ou l'absence de conséquence de l'activité
- l'incertitude.

Pour ces deux auteurs la notion de liberté est fondamentale : on ne peut pas jouer sous la contrainte. Les activités proposées sont conformes à la plupart des critères donnés lors d'animations grand public qui est libre de participer ou pas. Par contre, on s'éloigne de ces critères lors des animations pour les établissements scolaires !!! On peut remplacer « jeu » par « activité ludique », « amusement » ou « divertissement » mais cela ne fait que déplacer le problème sans le résoudre.

Pour Michel Criton (président de la Fédération Française de Jeux Mathématiques), auteur de « les jeux mathématiques », c'est évidemment l'activité « résolution de problème » qui est prépondérante.
Il précise quelques sont les conditions pour qu'un problème soit considéré comme un jeu :
il doit être accessible au plus grand nombre, formulé dans un langage courant,
son énoncé doit surprendre, intriguer, poser un défi à celui qui le lit,
la résolution du problème doit pouvoir étonner, distraire celui qui l'entreprend.
Les jeux de l'atelier s'inspirent très largement de ces réflexions.

Qu'en pensent les utilisateurs ?
Les constatations suivantes s'appuient sur des réactions ou des remarques des utilisateurs et non sur une enquête rigoureuse. Les jeux numériques sont plutôt considérés comme mathématiques alors que les autres jeux (pavage du plan, remplissage de l'espace et surtout casse-tête) sont plutôt considérés comme des amusements.

1.4 Présentation de quatre jeux

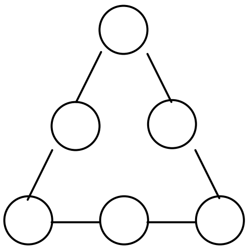
1.4.1 Jeu numérique

Voici trois jeux qui en réalité n'en font qu'un.

Rappel de la consigne :

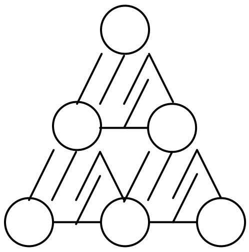
Triangle magique

Placer les nombres entiers de 1 à 6 sur les côtés du triangle de telle façon que la somme des nombres sur chacun des côtés soit la même.



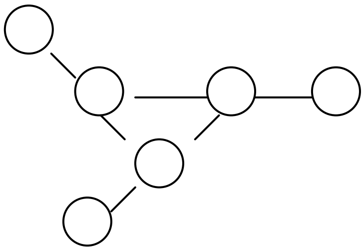
Magie dans trois triangles

Placer les nombres entiers de 1 à 6 de telle façon que la somme des nombres inscrits aux trois sommets de n'importe quel triangle hachuré soit la même.



Six nombres, trois alignements

Il s'agit de placer les nombres de 1 à 6 de sorte que les trois sommes de trois nombres sur chacun des alignements soient les mêmes.



Dans les trois cas six pions numérotés de 1 à 6 accompagnent la consigne.

Dans tous les cas on doit obtenir trois sommes égales en utilisant les nombres entiers de 1 à 6, trois d'entre eux étant utilisés deux fois. La somme 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 est égale à 21 qui est divisible par trois. La somme des trois nombres qui sont utilisés deux fois doit aussi être divisible par 3 pour que la somme totale le soit aussi.
Les nombres qui sont utilisés deux fois peuvent être 1, 2 et 3 (somme 6), 4, 5 et 6 (somme15), 1, 3 et 5 (somme 9), 2, 4 et 6 (somme 12). Par contre on arrive rapidement à une impossibilité avec 1,2 et 6 et avec 1, 5 et 6 (c'est une condition nécessaire et non suffisante).

Pour les élèves, il y a :
l'utilisation du calcul mental
la reconnaissance que les cases ne jouent pas toutes le même rôle
la nécessité de répartir les grands nombres et les petits nombres (on ne peut pas mettre 5 et 6 ou 1 et 2 côte à côte dans des cases de poids différents)
Quelles réactions des élèves ? Si c'est leur première activité de l'atelier avec des pions, il y a souvent des demandes d'explication de la consigne. Les élèves ne sont pas dans le schéma « j'apprends, j'applique ». Il n'y a aucune méthode particulière de résolution qui serait directement applicable et rencontrée au préalable en classe. Ils se rendent très vite compte qu'ils peuvent faire autant d'essais qu'ils veulent. On peut faire avec eux un travail d'analyse des essais et des erreurs que certains, peu nombreux, font naturellement.
Ces activités développent des capacités d'ordre méthodologique : élaborer une démarche, faire et gérer des essais, faire des hypothèses et éprouver leur validité.
Une solution peut-elle être trouvée par hasard ? Un calcul de probabilités simple donne une chance sur trente, ce qui n'est pas négligeable.

1.4.2 Pavage du plan

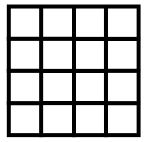


fig. 1

Rappel de la consigne :
Il s'agit de placer les quatre pions bleus et les quatre pions rouges dans les cases de telle façon qu'il n'y ait jamais deux pions de la même couleur sur une ligne horizontale, verticale ou oblique.
Quelques indications :
Pour le premier pion bleu il n'y a que trois cases possibles (fig.2).
Par diverses symétries, on en déduit les résultats pour les autres.

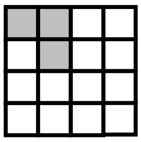


fig. 2

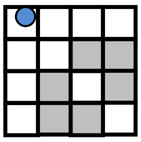



fig. 3

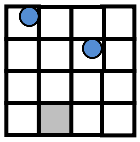



fig. 4

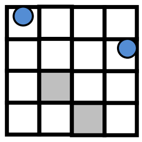



fig. 5

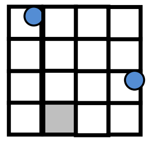



fig. 6

Si l'on place le pion bleu dans un coin, en haut à gauche par exemple, on obtient 6 cases pour placer le second pion (fig. 3). Le deuxième pion étant placé comme sur la fig. 4, il ne reste qu'une case pour 2 pions. Placé comme sur la fig. 5 il reste deux cases mais elles sont sur une même ligne oblique. Enfin placé comme dans la figure 6 il ne reste qu'une case pour deux pions. L'impossibilité pour les autres cases de la fig.3 se déduit par symétrie. On ne peut donc mettre aucun pion dans les quatre coins.

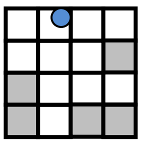


fig. 7

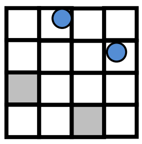



fig.8

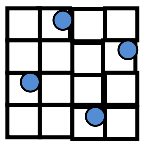



fig. 9

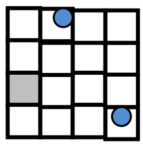



fig. 10

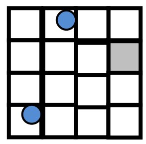
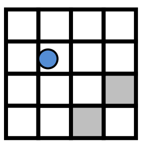
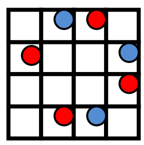



fig. 11

Si l'on place le pion bleu comme sur la fig. 7, on obtient 5 cases pour placer le second pion. Le deuxième pion étant placé comme sur la fig. 8, il ne reste que deux cases pour les deux derniers pions. Ces deux cases répondent à la question
Il ne reste qu'à examiner le cas de deux cases. Dans les deux cas il ne reste qu'une case pour deux pions (fig. 10 et fig. 11).



Il reste à examiner deux cas où l'on obtient rapidement une impossibilité (deux cases pour trois pions).
On obtient finalement la solution ci contre.



Ici la symétrie axiale est très présente. Au CE1, on doit « percevoir et reconnaître quelques relations et propriétés géométriques : …, axe de symétrie, … ». La déduction est aussi présente : cette case est occupée donc je ne peux pas utiliser telle et telle case …

Quelles aides pour les élèves ?
Les élèves commencent avec les deux couleurs en même temps, ce qui n'aide pas pour voir les cases qui conviennent. On peut leur suggérer de faire une couleur après l'autre.
Ils commencent souvent comme sur la fig. 3. Ils obtiennent des impossibilités mais ils ont du mal à remonter au pion de départ.
La recherche par tâtonnement, retour en arrière et essai-erreur est utilisée ici.

1.4.3 Remplissage de l'espace

Rappel de la consigne :

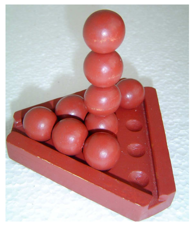
Le tas d'oranges
Il s'agit de reconstituer, avec les quatre éléments, le tas d'oranges qui a la forme d'une pyramide à base triangulaire

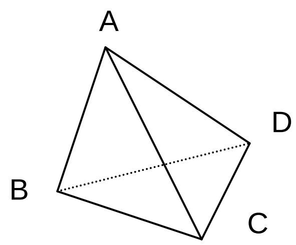
Tirer à boulets rouges
Il s'agit de reconstituer, avec les six éléments, le tas de boulets rouges qui a la forme d'une pyramide à base triangulaire

Le matériel se compose de deux barrettes de trois billes et deux barrettes de deux billes dans le premier cas, deux barrettes de quatre et quatre barrettes de trois dans le second.

Quelques indications :

Peut-on avoir la construction ci-contre ?
Dans les deux cas, la bille du sommet repose sur trois billes de l'étage en dessous et sur cet étage, il n'y a pas de bille à la verticale de la bille du sommet. Ce début de construction ne peut pas donner la solution.





Les barrettes de trois (ou de quatre) ne peuvent pas être sur des arêtes qui ont un sommet commun (la seconde barrette aurait une bille de moins). Elles sont situées sur des arêtes opposées : [AB] et [CD], [AD] et [BC], [AC] et [BD]. Dans ce dernier cas l'arête [BD] n'est pas visible sur les représentations données.

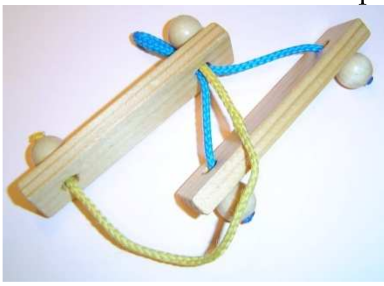
Quelle aide apporter aux élèves ?

On peut demander aux élèves d'observer ce qu'ils ont (les barrettes) et ce qu'ils veulent obtenir (les pyramides représentées dans les consignes). Dans le cas du « tas d'oranges », où sont situées les barrettes de trois sur la photo ? Une fois repérées sur la représentation, on peut leur faire placer approximativement sur la base. Enfin comment combler le vide entre les deux ?.
On peut faire la même chose avec les barrettes de quatre pour « tirer à boulets rouges ».
Nous insistons sur ce que l'on a (données de l'énoncé) et sur ce que l'on veut obtenir (question à résoudre).
D'une façon générale, nous constatons des difficultés en géométrie dans l'espace,. Il n'est pas rare de voir des élèves qui doivent reconstituer un cube faire un assemblage plat qui ressemble plus ou moins à un carré. Pourtant, dès le CE1 on doit « reconnaitre, décrire, nommer quelques solides droits : cube, pavé … »
Dans le primaire, la géométrie dans l'espace reçoit-elle le même traitement qu'en collège ou lycée où elle est souvent le parent pauvre des mathématiques ?

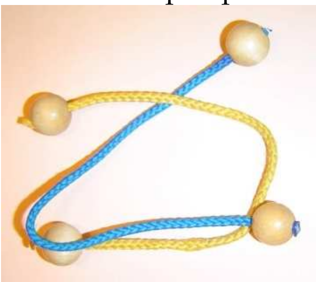
1.4.4 Casse-tête : « la séparation »

Rappel da la consigne :
il s'agit d'obtenir deux éléments séparés formés chacun d'une planchette et de sa corde comme l'indiquent les vues ci-contre. sans bien sûr couper la ficelle.

Pour séparer il est nécessaire de sortir de la boucle formée par la planchette et la ficelle jaune. Comment ?
Il faut d'abord trouver une porte de sortie qui est un trou de la planchette dans lequel passe la ficelle.



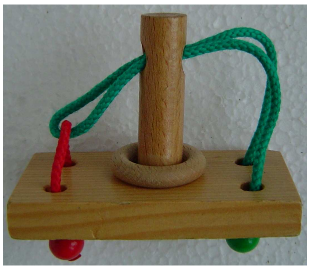
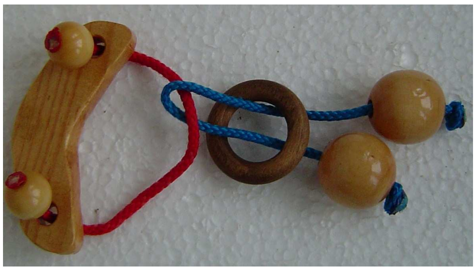
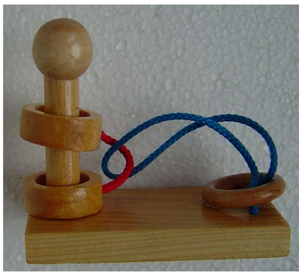
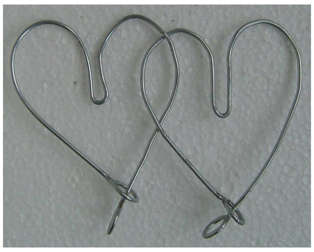
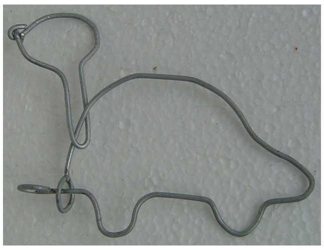
Après avoir passé la ficelle dans le trou, (figure de gauche) on se retrouve dans la situation de la figure de droite où l'on fait passer la ficelle bleue par dessus l'extrémité de la ficelle jaune c'est-à-dire la bille de bois.



Très souvent, on cherche d'abord à contourner la planchette, c'est-à-dire l'obstacle, alors qu'il faut passer à travers.

D'une façon générale, les élèves sont amenés à réinvestir un nouveau savoir ou savoir-faire dans d'autres problèmes.

On peut faire la même chose avec des casse-tête, en particulier en trouvant la solution des six ci-dessous qui sont proposés en même temps que le casse-tête précédent. Ils sont basés sur le même principe : ce que l'on croit fermé est en réalité ouvert. On y trouve une boucle de laquelle il faut sortir avec une sortie qui est un trou (par exemple l'un des deux trous de la planchette dans les deux premiers cas).


1.5 Conclusion

Les jeux de cet atelier ne sont pas destinés à introduire de nouvelles notions du cours. Les résultats mathématiques utilisés sont peu nombreux même si certaines activités sont un excellent entraînement au calcul mental pour les écoliers. Certaines énigmes proposées, sans l'habillage de l'atelier (en particulier les pions), peuvent souvent figurer dans la partie exercice d'un manuel scolaire. Cette originalité a pour but de rendre les mathématiques plus séduisantes.

Cet atelier a ses limites : comme il n'y a pas d'écrit, il est difficile d'analyser des productions d'élèves. De plus lors des animations (qui durent de 1 h à 1 h 30), il n'est pas possible de faire le point sur les méthodes utilisées comme par exemple la recherche de la solution par essais-erreurs. Mais on peut, pour certains jeux, en observant les actions des élèves, voir leur démarche. C'est surtout un outil très intéressant qui n'est, pour le moment, pas assez exploité.

Les jeux et énigmes donnent leur chance à tous et ce n'est pas forcément le meilleur en classe qui va trouver le plus rapidement. Ils évitent le blocage de l'écrit pour certains. Les élèves peuvent faire les activités par eux-mêmes, sans risque, en dehors de toute sanction notée.

La résolution d'énigmes permet de changer de cadre, de réagir devant l'inconnu. Rendre le tâtonnement systématique, c'est élaborer une méthode. Le jeu change le statut de l'erreur avec des recherches par essai-erreur. Les élèves proposent parfois des solutions, des méthodes auxquelles on n'avait pas pensé.
Les jeux font plus appel à la logique et au raisonnement qu'a des résultats du cours. Ils apportent un plus aux écoliers pour qui la recherche d'une stratégie est une difficulté, la plupart d'entre eux n'étant pas confrontée à ce genre de situation.

Ils peuvent permettre de montrer que l'apprentissage peut se faire autrement que sous la contrainte, qu'on peut prendre du plaisir à chercher et bien sûr un plaisir encore plus grand à trouver.

Et les enseignants qui accompagnent les élèves ? Nous voyons le pire comme le meilleur. Le pire : des enseignants qui ne s'intéressent pas aux énigmes proposées ou qui valident des réponses fausses. Le meilleur : des enseignants qui veulent réinvestir l'atelier dans leur classe et leur école à qui l'on envoie les fichiers des jeux. Heureusement ce sont les plus nombreux. L'exemple de Caussade est très intéressant : un conseiller pédagogique nous a contactés pour présenter l'atelier à plus de vingt collègues. L'atelier a été emprunté pendant deux mois et a circulé dans les écoles de la circonscription qui se sont réparti le travail pour copier les jeux. C'est cette forme d'utilisation qui est la plus efficace car il permet un travail plus en profondeur.

Dans l'atelier du colloque, après un exposé basé sur le texte ci-dessus, les participants ont pu découvrir les autres jeux proposés. Pour résoudre les énigmes proposées, leur tendance a été de chercher avec méthode sans forcement passer par une résolution théorique à l'aide des mathématiques, d'un papier et d'un crayon, c'est la même démarche que les élèves. La solution trouvée ils réinvestissaient leurs découvertes dans les jeux de même type. Nous avons essayé de leur faire expliciter leur démarche mais comme pour les élèves des classes visiteuses, les recherches ont été passionnantes et une fois le but atteint, une seule envie : relever un nouveau défi.

Ils ont copié sur leur clé USB les dossiers correspondant à ces jeux. C'est un des intérêts de cet atelier qui n'avait pas été mentionné plus haut. Dans des stages de formation, des visites lors d'animations et même des manifestations grand public ce sont plusieurs centaines d'enseignants (de l'Académie et hors Académie au salon de la culture et des jeux mathématiques) qui ont demandé et reçu les fichiers. Ils peuvent être demandés à l'adresse mèl donnée au début. Les trois quarts environ sont instituteurs ou professeurs des écoles. C'est sûrement une lacune mais nous ne leur demandons pas de compte rendu de leur utilisation.

2 RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ACL - Les Editions du Kangourou Les malices du Kangourou écoles

APMEP Brochures Jeux n ($n \in$ N et $1 \leq n \leq 8$)

APMEP Lorraine Objets mathématiques (tome 1 et 2)

Gilles Brougère Jeu et éducation L'Hamattan

Gilles Brougère Jouer/apprendre Economica Anthropos

Roger Caillois Les jeux et les hommes Gallimard

Michel Criton Les jeux mathématiques Que sais-je

Mathematice (dossier sur les jeux)

Site : www. Apmep.tlse.free.fr/spip/spip/php?rubrique2

Tangente Jeux mathématiques HS n° 20