Atelier B2

SITUATIONS ET ASSORTIMENTS D'EXERCICES POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES AUX ELEVES DE 5ÈME ET 6ÈME SEGPA

Marie-Hélène Salin
Université Bordeaux 2 LACES Equipe DAESL
mh.salin@sfr.fr

Résumé
Depuis quelques années, je travaille avec un enseignant de SEGPA, J.Y. Jongboët, pour préparer des suites de séances de mathématiques, relatives à un thème précis, comportant des « situations de recherche » de préférence issues de manuels du primaire, dans lesquelles les élèves puissent rentrer facilement et les plus simples possibles à gérer par l'enseignant, et des situations plus classiques, permettant la mise en fonctionnement répétée, sous forme d'exercices, des connaissances mises en œuvre dans les situations de type précédent, en vue de l'appropriation progressive de ces connaissances. L'atelier a comporté une première partie présentant les raisons de ce travail et deux exemples de «situations de recherche » sur lesquelles nous travaillons. Dans une deuxième partie, les participants ont été sollicités pour s'interroger sur les « situations intermédiaires » favorables à la mise en fonctionnement des connaissances rencontrées dans les situations présentées.

1 PREMIERE PARTIE

Assurant pendant de longues années, la formation des enseignants préparant l'option F de ce qui s'appelle maintenant le CAPASH, je m'étais rendu compte de l'absence de documents (manuels, livres pour les professeurs) les aidant dans leur enseignement. Mon projet de début de retraite était donc d'élaborer des documents utiles aux enseignants de SEGPA, tenant compte de mes acquis de chercheur en didactique des mathématiques, mais sans engager une recherche aux normes universitaires. Pour réaliser ce projet, il me fallait commencer par trouver des enseignants acceptant de mettre à l'épreuve certaines de mes propositions ainsi que ma présence dans leurs classes. Cela n'a pas été très facile et je remercie D. Houdart et J.Y. Jongboët qui ont bien voulu s'engager dans cette démarche.
L'objectif de l'atelier était double : décrire une démarche d'enseignement des mathématiques pour les classes de 6ème et 5ème de SEGPA et inciter des collègues à s'investir sur ce créneau.

1.1 Le contexte de l'enseignement des mathématiques en SEGPA

Dans un tiers environ des collèges, une SEGPA accueille les élèves, qui : « à l'issue de la scolarité élémentaire, cumulent des retards importants dans les apprentissages scolaires et des perturbations de l'efficience intellectuelle, sans toutefois présenter un retard mental. Les SEGPA ont pour objectif de permettre à ces élèves d'accéder, à l'issue de la formation en collège, à une formation professionnelle qualifiante».

L'enseignement dispensé se veut le plus proche possible de celui destiné aux autres élèves de collège : « Les finalités qui y sont poursuivies sont celles des enseignements du collège même si les programmes n'y sont pas applicables à l'identique » et plus précisément : « La classe de 6ème a pour objectif de permettre à l'élève accueilli en SEGPA de s'approprier ou se réapproprier des savoirs en re-dynamisant les apprentissages. Pour ce faire, et avec toute la souplesse requise dans une démarche d'adaptation, les

enseignants organisent leur action à partir des programmes de la classe de 6ème du collège en prenant en compte les difficultés d'apprentissage rencontrées par les élèves » (Circulaire juin 98).
Ces directives ont eu un effet bénéfique sur les attentes des enseignants vis-à-vis de leurs élèves et sur les plans d'étude, plus exigeants qu'auparavant. Mais, il y a une facette négative : il se développe dans ces classes un enseignement dont les contenus et les formes peuvent sembler proches de ceux en vigueur dans les classes ordinaires, conformément aux instructions, alors que deux caractéristiques des populations concernées (élèves et professeurs) les différencient :

- les niveaux en mathématiques des élèves, à l'entrée en 6ème, s'étendent entre celui visé à la fin du cycle 2 (et encore !) et celui de la deuxième année du cycle 3.
- les enseignants de SEGPA sont des enseignants du premier degré, dont la plupart n'ont pas de formation mathématique, même s'ils font l'essentiel de leur service dans cet enseignement.

Le divorce entre le niveau de connaissances des élèves et les objectifs assignés aux professeurs, en conduit beaucoup à privilégier un enseignement très formel, où les élèves peuvent obtenir des réussites, alors qu'ils sont incapables d'associer des connaissances aux techniques qu'on leur enseigne.

Ainsi, dans un manuel[1] de 6ème spécialement destiné à ces élèves (annexe 1), la première leçon sur les nombres décimaux comporte un premier encadré qui énumère sur quoi porte l'apprentissage des décimaux :

> « Je vais apprendre à :
> - identifier la partie entière et la partie décimale d'un nombre,
> - identifier le chiffre des dixièmes, des centièmes, des millièmes…,
> - écrire un nombre décimal compris entre deux nombres »

et propose un découpage en « technique » : l'usage du tableau de numération, et « sens » ainsi précisé : « il existe une infinité de nombres entre deux entiers ; la partie décimale permet de les exprimer ». L'enseignement consiste donc à fournir aux élèves une suite d'algorithmes leur permettant de développer quelques connaissances sur les décimaux (voir les exercices en annexe 2) mais en aucun cas, de comprendre à quels problèmes répondent ces nombres, ni comment ils sont construits.
Voici, en contrepoint, les réponses de groupes de deux élèves de 5ème dans une activité permettant de prendre des informations sur le sens que les élèves donnent aux nombres décimaux : il s'agit pour chaque groupe, d'indiquer à l'enseignant la longueur d'une bande de carton à l'aide d'une unité de papier (pliable), pour que ce dernier puisse découper une bande de même longueur que celle dont dispose le groupe.

Après un certain nombre d'échanges avec le professeur, non concluants pour la plupart, la mise en commun finale fait apparaître trois types de messages :

> « 2 u et un petit bout d'unité » (2 groupes)
> « 2,0 u, 2,2 u ou 2,3 u ou 2,5 u » (6 groupes) mais aucun élève ne sait montrer à la professeure comment construire un segment de cette longueur,
> « 2 u + ¼ u », (2 groupes, un peu aidés par l'enseignant quant à la formulation du message) qui a permis de construire une bande de la bonne taille.

Ainsi, plus de la moitié des groupes pensent bien à utiliser un nombre décimal pour indiquer une longueur comprise entre 2 entiers mais aucun ne sait attribuer un sens précis au chiffre de la partie décimale. Personne n'a parlé de dixième, la partie décimale correspond sans doute à « un petit bout en plus ».
Ces résultats sont représentatifs de l'état de savoir des élèves de SEGPA : ils disposent de connaissances « culturelles » dont ne disposent pas les élèves plus jeunes qui rencontrent pour la première fois ces notions mais ces connaissances ne sont pas efficientes.

[1] Augendre J. et Serresssèque T. (2002) *Maths 6ème*. Paris : Delagrave

On ne peut évoquer le contexte de l'enseignement en SEGPA sans aborder la question du « climat de classe ». Les problèmes sociaux de beaucoup d'élèves, les difficultés psychologiques de certains d'entre eux, contribuent à rendre difficile, et souvent imprévisible, la gestion des rapports entre les différents éléments de la classe, professeur et/ou élèves. Ces difficultés s'ajoutent à celles que rencontre le professeur d'un point de vue proprement didactique. Ceci peut expliquer pourquoi les enseignants avec lesquels j'ai travaillé choisissent un enseignement collectif (le même sujet pour tous au même moment) avec des temps de soutien différenciés quand ils en ont la possibilité. Je pense que ce choix est celui de la majorité des enseignants de SEGPA en ce qui concerne les mathématiques.

En conclusion, on peut formuler ainsi le problème didactique majeur auquel sont confrontés les enseignants : Comment travailler un domaine des mathématiques qui a déjà été enseigné, sans que les élèves aient l'impression de rabâcher, et en visant un double objectif : leur permettre de donner du sens aux concepts en jeu et les guider jusqu'à la maîtrise d'outils décontextualisés ?

1.2 Lignes directrices pour un enseignement des mathématiques en SEGPA

Les propositions faites aux enseignants s'appuient sur la théorie des situations didactiques en essayant de mettre en œuvre ses développements récents, en particulier sur les champs ouverts par la thèse de F. Genestoux.

1.2.1 Rappel : les étapes d'un processus d'enseignement

Tout processus d'enseignement d'une notion mathématique (dans le cadre de la théorie des situations didactiques) comporte une suite de « moments forts », correspondant aux situations–clés adidactiques. En général, l'entrée dans la situation « n » suppose des connaissances construites dans des situations antérieures. Ces connaissances doivent être suffisamment maîtrisées par les élèves, même si elles n'ont pas besoin de l'être complètement parce que, à terme, elles vont être remplacées par d'autres, plus simples, plus efficaces, etc. Des situations didactiques que j'appelle intermédiaires, qui permettent de retravailler certaines de ces connaissances « naissantes » sont nécessaires[2].

1.2.2 Quelques « principes » pour une adaptation aux classes de 6ème-5ème SEGPA

1) Il est nécessaire, et possible sous certaines conditions, de confronter les élèves de SEGPA à des situations, « à dimension adidactique[3] », dans lesquelles ils aient la possibilité de saisir l'enjeu des apprentissages en terme de prise de pouvoir sur le milieu, c'est-à-dire au cours desquelles ils aient la possibilité d'éprouver l'efficacité des connaissances dont ils disposent déjà ou des notions qui leur sont enseignées. Comment choisir un milieu pertinent ? Il est nécessaire de respecter la condition exigeante suivante : « *le savoir visé doit être représenté convenablement par les situations choisies* ». Ainsi, par exemple, l'entrée dans les décimaux par les problèmes de monnaie, très fréquente dans ces classes, n'est pas adéquate. J'ai choisi d'introduire les décimaux comme moyen d'exprimer une mesure sous la forme de la somme d'un nombre entier d'unités et d'une fraction décimale d'unité inférieure à 1, pour 2 raisons :
- C'est une démarche compatible avec les connaissances dont les élèves avaient fait preuve lors de la situation évoquée ci-dessus. Mais il ne s'agit pas de leur expliquer ensuite très vite que « quand ils proposent 2,2 u pour une longueur, cela veut dire qu'on a découpé l'unité en dix parties égales et qu'on en prend deux morceaux » ! Ce qui est visé est de permettre, par un processus d'enseignement s'étalant sur plusieurs séances, de découvrir le sens de cette écriture et de pouvoir l'utiliser convenablement[4].

---

[2] Voir des exemples dans Brousseau G. et N. (1987) Rationnels et décimaux

[3] Voir Mercier (1995), L'emploi de l'expression « à dimension adidactique » est justifié dans Salin (2006).

[4] Je me suis appuyée sur l'introduction des fractions de CAP MATHS CM1

- D'autre part, commencer par travailler sur des fractions non décimales permet de revenir sur le sens de moitié, demi, tiers, « ième » et de ne pas isoler les fractions décimales des autres fractions. Des situations intermédiaires plus classiques, s'appuyant sur des exercices calibrés, sont nécessaires pour la mise en fonctionnement de ces connaissances, en vue de leur appropriation progressive et de leur institutionnalisation. En SEGPA, plus encore que dans l'enseignement ordinaire, ce travail, qui contribue à la transformation des connaissances en savoirs, est essentiel mais la conception en est difficile, car il faut trouver un équilibre entre le sous et le sur-apprentissage.
Ces deux types de situations doivent être gérables à un coût pas trop élevé par les professeurs, sinon ils renoncent à les utiliser.

1.3 Quelles situations « à dimension adidactique »?

1.3.1 Les situations de « prévision »

Le problème posé concerne un milieu matériel effectif, sur lequel un « acteur » doit opérer. Il s'agit de prévoir le résultat de cette action, à partir d'un certain nombre d'informations données ou prises préalablement et non de lire le résultat, une fois l'action effectuée.
La vérification du résultat de la prévision est un moteur pour le retour sur la démarche qui a servi à la prévision.

Un exemple
Matériel : 2 bandes de longueur 7/10 u et 5/10 u ; une règle graduée en dixièmes.
Le professeur a préparé les 2 bandes qu'il montre rapidement, en indiquant leurs longueurs au tableau. Il rappelle ce que veut dire « mettre bout à bout », et le réalise derrière le tableau. Les élèves doivent prévoir la longueur totale [et découper une bande de cette longueur][5].Une fois les prévisions effectuées et, dans la mesure du possible, justifiées, la vérification effective donne l'occasion aux élèves, pour ceux qui ont réussi, d'augmenter leur confiance dans leurs raisonnements, pour ceux qui n'ont pas réussi, de revenir, avec l'aide de l'enseignant le plus souvent, sur le sens des écritures proposées et leurs transformations possibles, en l'occurrence pourquoi la longueur de la bande ne peut pas être 12/20 u (réponse fournie le plus fréquemment).

1.3.2 Les situations « retournées » (Bloch 2004)

Dans une situation d'apprentissage par adaptation, le milieu doit être facteur de déséquilibres donc d'adaptation pour l'élève. Ceci peut être mis en œuvre à travers des modifications des tâches usuelles qui correspondent à un *retournement de la situation.* La situation est organisée de façon à ce que l'élève se trouve forcé à questionner les liens existants entre un milieu matériel sur lequel réaliser une action, et un résultat à obtenir.

Un exemple[6]
Pour la première séance sur les fractions, nous avions prévu de reprendre la mesure de la longueur d'une bande par report de l'unité (tous les élèves se sont accordés sur 3u après une mise au point sur le soin à apporter au report), puis en utilisant une échelle graduée mais non numérotée. L'enseignante a ensuite demandé de numéroter les traits intermédiaires de l'échelle pour qu'on puisse mesurer très rapidement la bande : 11 élèves sur 14 ont commencé par 1 ! Quelle n'a pas été leur surprise de découvrir que la longueur de leur bande fournie par l'échelle était alors de 4 unités ! La discussion qui a suivi a permis d'expliquer le phénomène, de mettre en relation la solution avec l'attention à la position du zéro, pourtant rappelée constamment par l'enseignante dans les activités antérieures de mesurage. Il

[5] Le professeur peut ou non laisser le découpage sous la responsabilité des élèves.
[6] dont la simplicité montre l'étendue du travail à mener !

semble que ce mini-événement ait produit une espèce de choc puisque dans les exercices à faire à la maison, reprenant cet item, il y a eu très peu d'erreurs.
Si ce type de situation dite « retournée » n'est pas absent de l'enseignement destiné aux classes ordinaires, il est peu fréquent, alors que nous faisons l'hypothèse qu'il permet au professeur de diversifier les situations à proposer aux élèves pour les aider à se placer dans une position réflexive par rapport au savoir en jeu.

1.3.3 Remarques à propos de ces situations

De nombreuses questions se posent, qui n'ont pas été développées au cours de l'atelier, mais dont certaines sont abordées dans Salin (2006). Je n'explicite ici que celles liées à ce qui suit.
- Suffit-il de proposer une seule fois ces situations, en faisant le pari que la plupart des élèves auront saisi le lien entre le problème posé et la solution ébauchée par l'un d'entre eux ou proposée par l'enseignant ?
La réponse est évidemment négative, il est donc nécessaire de confronter les élèves plusieurs fois au même problème, en modifiant certaines variables.
- Mais aussitôt, se pose la question : comment alléger le dispositif matériel pour rendre l'enseignement compatible avec les contraintes de ces classes ?

1.4 La construction de situations « intermédiaires »

Ces situations sont construites autour de séries d'exercices, de manière à fonctionner comme le font le plus souvent les enseignants de ces classes. Ces exercices sont cherchés individuellement, éventuellement avec l'aide du professeur, puis corrigés ensuite au tableau, suivant un mode assez strict. C'est à cette occasion que le professeur aide à repérer les erreurs, insiste sur ce qui est important, etc.
La validation effective est réalisée au tableau tant qu'elle s'avère nécessaire. Une difficulté importante est de déterminer à quel moment les élèves n'ont plus besoin de vérification effective parce qu'ils disposent de critères de validité (Margolinas 1993) efficaces et donc combien de fois le même type de situation doit leur être proposé, et avec quelles variations sur les valeurs des variables. Dans les faits, il est nécessaire d'accepter une assez grande hétérogénéité des résultats des élèves et donc d'avancer dans le travail même si certains n'ont pas encore bien réussi.

C'est la « qualité » de ces exercices qui rend ce travail plus ou moins fructueux. Encore faut-il pouvoir définir des critères pour la qualifier. Les travaux de F. Genestoux (2000) qui, dans le cadre de la théorie des situations, a consacré une partie de sa thèse à l'étude de l'enseignement des savoirs destinés à être sus par cœur, comme la table de multiplication, paraissent susceptibles d'être étendus à l'étude d'apprentissages longs, se développant par étapes.

1.4.1 Assortiment didactique

La notion d'« assortiment didactique », qui modélise les séries d'exercices, en permet l'étude a priori. Un assortiment didactique est « une suite ordonnée de questions réunies autour d'une même intention didactique et réalisable dans une unité de temps didactique » dont on peut étudier les variables didactiques.
F. Genestoux distingue différents types d'assortiments suivant leurs finalités : pour apprendre du nouveau, pour l'entraînement du « déjà appris », pour l'évaluation. Ces trois types d'assortiments sont nécessaires pour les élèves de SEGPA, mais le travail en cours présenté ici ne porte que sur les assortiments « pour apprendre du nouveau ».

1.4.2 Caractères des assortiments pour apprendre du nouveau : (Genestoux APM)…)

- Forte redondance ;
- Pas trop de nouveauté à la fois ;

- Pas de standardisation précoce d'écriture ou de présentation. C'est la vigilance cognitive de l'élève qui doit être sollicitée ;
- Un plongement du nouveau dans du déjà connu (non problématique).

« En effet, si l'élève rencontre les nouvelles connaissances trop rarement par rapport à celles qu'il connaît déjà, il n'apprend pas. S'il les rencontre trop fréquemment (et donc si les occasions de les rattacher à ce qu'il connaît déjà se raréfient), il apprend mais ne saura pas réorganiser ses anciennes connaissances. Les apprentissages seront morcelés, indépendants et difficilement réinvestis. D'autre part, pour construire du nouveau, il faut le faire fonctionner sur du déjà familier ».

1.5 Quelques remarques en guise de conclusion

1.5.1 Concernant les élèves

Mes observations hebdomadaires m'incitent à penser que la voie que nous explorons peut permettre des avancées pour les élèves, concernant leurs connaissances et leurs rapports aux mathématiques.
- Chaque nouvelle situation leur demande un temps d'adaptation important, mais nous n'observons pas les phénomènes de découragement et de rejet, fréquents dans ces classes.
- Les « situations intermédiaires » sont particulièrement nécessaires pour que les élèves s'engagent dans l'élaboration de critères de validité pertinents.

1.5.2 Concernant les demandes du professeur

Avec le temps, la demande de l'enseignant porte de manière pressante sur la programmation en 6ème et 5ème concernant l'organisation des thèmes et leur répartition au long des deux années de 6ème et 5ème. Et je ne suis pas assurée de mes réponses. Tous les thèmes à travailler ont déjà été rencontrés par les élèves mais la plupart des connaissances ne sont pas maîtrisées. Aussi, il n'est pas concevable de vouloir toutes les retravailler de manière systématique, d'autant plus qu'il y a un effet de ras-le-bol des élèves. Le choix et l'organisation des thèmes sont plus liés aux intérêts des élèves qu'à un programme ou même qu'à la détermination de leurs besoins puisque ceux-ci sont énormes. Ainsi, en première année de SEGPA, le travail sur la durée et la lecture de l'heure, celui sur les mesures de longueur (sans les décimaux mais avec retour sur les unités, les ordres de grandeur) puis sur les mesures de poids (avec des balances Roberval) sont l'occasion de revenir aussi sur la numération décimale et d'introduire des contextes matériels, qui pourront peut-être permettre aux élèves de mieux entrer dans les contextes évoqués dans les problèmes. Ces derniers, dont les élèves ont une vision très négative, sont peu travaillés en 6ème. Les fractions ne sont abordées qu'en 5ème, un minimum de maîtrise de la numération de position et de la droite numérique étant nécessaire. Toutes ces décisions auraient besoin de s'appuyer sur des travaux précis portant sur les dépendances entre connaissances, travaux initiés depuis très longtemps par Guy Brousseau mais trop ponctuels.
Une seconde demande de l'enseignant porte sur de l'aide pour élaborer des projets. Nous avons passé beaucoup de temps l'année dernière à réfléchir au type de travail à mettre en œuvre pour la réalisation collective par la classe (en vue d'une exposition de fin d'année), d'une maquette du bâtiment principal du collège.

1.5.3 Concernant les limites de ce travail

Elles sont la conséquence d'une situation de bricolage méthodologique : je n'ai pas les moyens (ni la motivation) de recueillir les données nécessaires à un minimum de validation de la démarche présentée. Je ne peux que me fier aux observations que je réalise chaque semaine.

2 DEUXIEME PARTIE

Etant donné le peu de temps disponible, le thème travaillé a porté sur les fractions, thème abordé dans l'exposé. Il s'agit de redonner du sens et d'aider à la structuration de connaissances déjà rencontrées par certains élèves mais dont ils maîtrisent très peu l'utilisation dans des situations autres que purement formelles.
Pour les participants à l'atelier, l'objectif était de s'interroger sur les « situations intermédiaires » favorables à la mise en fonctionnement des connaissances rencontrées une première fois dans une situation « à dimension adidactique ».Après une présentation rapide des deux premières séances du thème « fractions », plusieurs groupes ont été constitués avec comme consigne : « Comment retravailler les connaissances rencontrées dans cette leçon, sous la forme d'une suite d'exercices, sans introduire de franchement nouveau, mais sans que ce soit répétitif ? ».

Une mise en commun rapide a permis de pointer les difficultés de ce travail, en particulier celle relative à la difficulté de différencier le « nouveau » du « pas nouveau ».

Ce compte-rendu comprend la fiche didactique de la deuxième séquence sur les fractions, la liste des propositions des collègues, des commentaires et quelques exercices proposés effectivement aux élèves.

3 RÉFÉRENCES CITÉES

BLOCH, I. (2005). Dimension adidactique et connaissance nécessaire : un exemple de 'retournement' d'une situation. In Salin M.H., Clanché P. & Sarrazy B. (Eds) *Sur la théorie des situations didactiques,* Grenoble : La Pensée Sauvage Editions

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des Situations Didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage

BROUSSEAU, G. & BROUSSEAU, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire,* Talence : IREM de Bordeaux.

GENESTOUX, F. (2002) Les assortiments didactiques In Dorier J. L. (Ed). *Actes de la 11e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématique.* (CD-rom Thème2-TD2) Grenoble : La Pensée Sauvage.Editions

MERCIER A. (1995). Les effets de l'intervention enseignante dans le milieu des situations adidactiques. In Margolinas (ed), *Les débats de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Editions

SALIN Marie-Hélène (2007) Situations et assortiments d'exercices pour l'enseignement des mathématiques destiné aux élèves de collège en grande difficulté scolaire in Bednarz, N., Mary, C. (dir.) (2007) "*L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés*". Actes du colloque EMF 2006 (cédérom). Sherbrooke: Éditions du CRP

4 ANNEXES

Annexe 1

Fiches de préparation des deux premières séances sur les fractions

SEGPA 5ème Fractions Extrait de la séance 1

Objectifs de la séance :

- revenir rapidement sur le mesurage des longueurs, et le vocabulaire associé : unité, report
- coder par des entiers une échelle fournie aux élèves, l'utiliser pour mesurer des longueurs de bandes et des segments
- poser le problème de la mesure d'un segment dont la longueur n'est pas égale à un nombre entier d'unités (la question est posée à la fin de la phase 3. Il s'agit seulement de conclure sur le fait qu'il ne s'agit pas d'un nombre entier).

Phase 3

Vous allez maintenant utiliser votre instrument pour mesurer des segments, tracés sur cette feuille et en tracer vous-même deux de la longueur indiquée

Correction rapide : pour les longueurs à mesurer, par mise en commun ; pour les segments à tracer à l'aide d'un calque sur lequel sont tracés les segments, réalisée par le professeur.

Pas d'erreurs notoires, la correction se fait rapidement

Que se passe-t-il pour les 2 derniers, KL et MN ? Examen des réponses proposées par les élèves.

J'ai noté à la volée : 5 et demi, ou 5, 2 ou 5,5

Conclusion : *la prochaine fois, c'est sur cette question-là que l'on va travailler : comment indiquer des longueurs plus petites que l'unité ?*

SEGPA 5ème Fractions Séance 2
Communiquer une longueur avec pliage de l'unité[7]
Objectifs :
- reposer le problème de la désignation d'une longueur qui n'est pas égale à un nombre entier d'unités (ou le poser s'il n'a pas été abordé à la séance 1)
- introduire les fractions d'unités : ½ u, ¼ u et ¾ u et l'écriture 2 u+ ½ u, etc…
- relations entre ¼ u + ¼ u, ½ u et 2/4 u
Matériel :
- des bandes de carton ayant comme longueur 2 v + ¼ v, 3 v + ½ v et v + ¾ v
- des unités papier (facilement pliables), (longueur v : 6 cm)
- « l'instrument » pour unité de 6 cm, sur transparent
- une fiche d'exercices
Déroulement
Phase 1 : Essai de formulation par quelques élèves de ce qui a été fait à la séance précédente et correction des exercices. […]
Phase 2 : Examen des réponses pour KL et MN, longueurs des segments de la séance 1. Formuler le problème, relever les réponses, montrer que tout le monde n'est pas d'accord, et introduire la suite en disant : « je ne vais pas vous dire qui a tort, qui a raison, mais nous allons faire la chose suivante : je vais vous donner par groupes de 2 une bande et vous allez m'indiquer sa longueur sur ce papier, comme si vous étiez mes clients et moi, le marchand de bandes (évoquer peut-être les magasins de bricolage). Ensuite, devant vous, je prendrai vos indications et j'essaierai de découper une bande de la même longueur que la vôtre. Pour cela, je vous donne la nouvelle unité, une bande graduée avec cette nouvelle unité, et la bande dont vous devez me donner la longueur. L'unité que je vous donne est en papier, vous pouvez la plier mais pas la découper. Nous verrons quelles sont les indications qui permettent de découper ma bande pour qu'elle soit de la même longueur que la votre. »
Phase 3 : Le professeur distribue le matériel à chaque groupe de deux.

Temps de recherche (5 min) puis temps collectif
Le professeur définit les règles du jeu : le groupe dont on examine les indications au début ne dit rien. Il regarde ce que fait et dit le professeur au tableau. Le groupe s'explique ensuite, s'il le demande.
Propositions possibles et arguments :
- 2v et cette longueur (représentée sur le papier, par exemple un petit segment) : renvoyer à l'usage social des mesures et au fait qu'il faut trouver un moyen utilisant des nombres.
- 2v et demi ou 2 et la moitié : Le professeur plie suivant les indications, cela ne va pas.
- 2v et un petit bout : Le professeur prend un petit bout différent du ¼
- 2,2v ou même 2,5v : comment est-ce que je fais pour mesurer ? avec cette unité, je n'ai pas de règle.
- 2v et quelque chose qui exprime qu'on plie en 2 et encore en 2, ou un quart, si cela apparaît : réalisation de la bande et réussite. Si aucun groupe ne l'a proposé, c'est le professeur qui le propose comme une solution au problème posé.
Moment d'introduction de l'écriture ¼ v, mise en relation avec d'autres rencontres avec ¼ si déjà faites.
La longueur de la bande est 2v + ¼ v . Commentaire sur l'écriture : pourquoi utilise-t-on le signe + ?
Phase 4 : Retour aux segments KL et MN : quelle est leur longueur (avec l'unité u) ?
On peut penser que certains vont hésiter pour 1/2. Les trois écritures peuvent être proposées pour KL : 4u + ¼ u + ¼ u ou 4 u + ½ u ou 4u + 2/4 u.
Faire écrire l'égalité : ¼ u + ¼ u = ½ u = 2/4 u

[7] Les résultats de cette séance sont évoqués dans la partie I

Annexe 2

Propositions des collègues pour une suite à cette séance (en supposant que la séance se soit relativement bien déroulée, c'est-à-dire que le professeur ait pu aller jusqu'aux conclusions énoncées) :

Groupe 1 : Créer une banque d'exercices systématiques jouant seulement sur la relation « segment, écritures de la mesure de ce segment », et ce, dans les deux sens en donnant tantôt l'un tantôt l'autre et en demandant la production du deuxième terme. Le groupe a élaboré un « outil », sous forme d'un tableau articulant différentes possibilités :

Ce qui est donné	*Ce qui est à produire*
bande	Ecriture de la longueur (langage naturel ou symbolique)
Ecriture de la longueur	Bande
Une bande et plusieurs écritures	Retrouver la ou les bonnes écritures
Une écriture	Une autre écriture de la même longueur
….	

Pour les deux derniers exemples, la mise à disposition ou non d'une échelle constitue une variable didactique.

Groupe 2 : Ensemble de propositions plus proches du travail de la séance 2 :
- reprendre le problème de la séance 2 avec une bande plus petite que l'unité, une autre plus grande ;
- faire des pièges : arriver à 16/4 u et 16 + ¼ ;
- Mettre en place un répertoire aidant les élèves à structurer leurs connaissances : répertoire d'écritures différentes possibles, nécessaire pour arriver ensuite aux équivalences ;
- Introduction de 1/8 u ;
- Construction d'instruments gradués.

Groupe 3 : Travail sur la mesure d'une bande plus petite que la bande unité, pour arriver à la notion de 1/10 u
D'abord avec une bande moitié de la bande unité, (évaluation par pliage), puis d'une bande quart de la bande unité (deuxième pliage). Usage des égalités : ½ u + ½ u = u
Puis introduction du 1/10 et de l'égalité : 1/10 u + … + 1/10 u = u
Enfin, mesurage d'une bande très longue comme 2u + 7/10 u. Ecritures différentes avec les bandes sous-unités précédentes.
Remarques sur ces propositions :
Dans un exercice artificiel comme celui proposé aux collègues, il est difficile de se limiter à des propositions pour une seule séance. Même si celles ci-dessus vont un peu au delà de ce qu'il est possible de faire dans une séance intermédiaire, les groupes ont suggéré des activités donnant l'occasion aux élèves de faire fonctionner sous leur propre responsabilité les connaissances rencontrées dans la séance, sans que le milieu soit modifié, ce qui n'avait pas été le cas l'année précédente où j'avais proposé le même travail.

Annexe 3

L'annexe 3 donne une idée des exercices proposés effectivement dans la séance suivante, chaque exercice est un prototype d'une série dont le titre indique la caractéristique.

Série 1 : refaire plusieurs fois l'activité, objet de la séance 2, comme par exemple :

1) Indique à ton voisin la longueur du segment MN avec l'unité u.

M N

2) Trace sur (D) un segment PQ de la longueur indiquée par ton voisin.
(D)

Comparez vos segments en vous aidant de la bande beige *(une bande sur laquelle les élèves peuvent repérer la longueur des segments)*

Série 2 : introduire un petit peu de nouveau

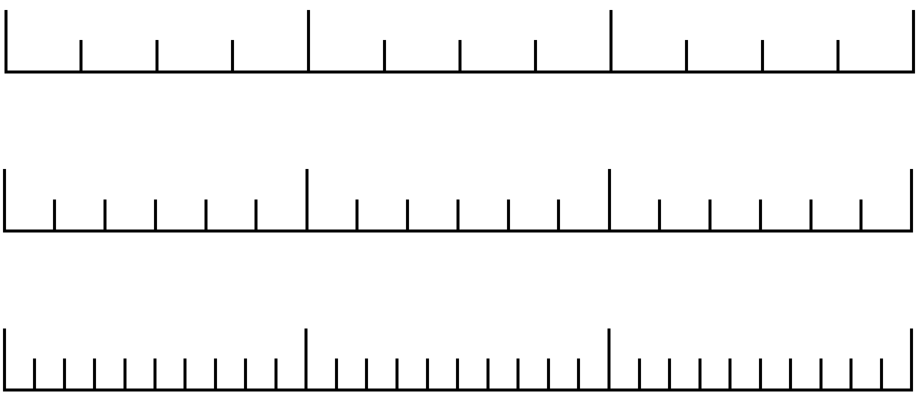
3) Plie ton unité en 2 puis encore en 2 et encore une fois en 2. Quelle est la longueur de la petite bande que tu obtiens ?

4) Comment construire un segment qui mesure 3/8 u ? Traces-en un.

Série 3 : il faut décider ![8]

Matériel :
Un matériel nouveau est proposé : des règles graduées avec des fractions de l'unité, pour pouvoir mesurer les longueurs de segments de manière rapide.

3 règles de découpages différents dont une règle décimale



Exercices :

[8] Les longueurs des segments sont exactes pour au moins une des règles, ce qui bien sûr, est artificiel !

Choisis la bonne règle pour mesurer la longueur de ces trois segments

A B

AB =

C D

CD =

E F

EF =