

MODÉLISATION ET ÉCRITS RÉFLEXIFS : DES OUTILS POUR APPRENDRE ? RÉFLEXIONS À PARTIR D'UNE EXPÉRIMENTATION EN CM2

Jean-Claude Rauscher

MCF, ER de l'IUFM d'Alsace, IREM de Strasbourg et ACODIS

Robert Adjage

MCF, IUFM-UDS, LISEC EA 2310 (ACODIS)

Tatiana Beliaeva

MCF, IUFM-UDS, IRMA-UMR 7501 et ACODIS
jc.rauscher@wanadoo.fr

Résumé

Nous avons proposé aux participants de cet atelier de réfléchir avec nous au potentiel et aux limites d'une ingénierie didactique mise à l'épreuve dans un CM2 de ZEP de la banlieue strasbourgeoise. Cette ingénierie porte sur une tâche de modélisation étayée par la production et l'utilisation par les élèves d'écrits réflexifs. Notre hypothèse majeure est que la notion de modèle et de modélisation est didactiquement pertinente à ce stade de la scolarité.

Ce qui suppose que :

- ce n'est pas une modélisation « au rabais » ;
- une séquence de modélisation a des effets spécifiques et repérables sur la construction, la déconstruction et la réorganisation de savoirs des élèves.

Les travaux dans l'atelier ont, d'une part, porté sur l'analyse a priori du problème proposé aux élèves et de ses potentialités, et, d'autre part, sur l'analyse de progressions d'élèves observées dans le cadre de l'expérimentation à partir de leurs écrits.

Nous rendrons ici compte des principales présentations, analyses et discussions qui ont émaillé son déroulement.

1 PRESENTATION DE L'ATELIER ET DE SON COMPTE-RENDU

1.1 La finalité de l'atelier

Dans le cadre de notre groupe de recherche Acodis¹, nous avons élaboré et mis à l'épreuve une ingénierie didactique portant sur une tâche de modélisation dans un CM2 de ZEP de la banlieue strasbourgeoise. L'hypothèse majeure de notre ingénierie est que la notion de modèle et de modélisation est didactiquement pertinente à ce stade de la scolarité, c'est-à-dire que ce n'est pas une modélisation « au rabais » et qu'une séquence de modélisation a des effets spécifiques et repérables sur la construction, la déconstruction et la réorganisation de savoirs des élèves. De plus, nous faisons l'hypothèse que le recours à des écrits « réflexifs » (Rauscher, 2006 a&b) : écrire pour expliciter ou programmer son travail, écrire sur les écrits de ses pairs en les commentant, reprendre et/ou finaliser la rédaction d'une solution du problème, favoriserait leur travail de modélisation. Pour mettre ces hypothèses à l'épreuve, nous avons observé une séquence de classe au cours de laquelle les élèves ont été invités à résoudre le problème du « géant » qui sera présenté plus loin.

¹ Apprentissages en Contexte didactiques. *Membres* : Robert Adjage, Tatiana Beliaeva, Marie-José Rémigy, Jean-Claude Rauscher, Virginie Deloustal, Nicolas Séchaud.

La séquence, menée par Nicolas Séchaud (PEMF) dans sa classe en mai et juin 2008, se compose de six séances plus une séance « décrochée » consacrée à des compléments sur le quotient « décimal » de deux entiers. Avec l'équipe de recherche, Nicolas Séchaud a participé à l'élaboration et à la régulation du scénario d'enseignement. Au cours de l'année 2009, notre équipe de recherche a commencé à analyser le corpus d'observations recueilli (notes d'observations prises au cours des séances, analyses par le professeur de sa conduite de classe et des adaptations et infléchissements qu'il proposait, écrits des élèves...).

L'atelier dont nous faisons ici le compte-rendu avait pour perspective de présenter notre recherche en cours et nos premières constatations, mais surtout de partager nos réflexions avec les participants sur la pertinence et les limites d'un tel projet d'enseignement.

1.2 Le canevas de l'atelier

Les participants ont été invités à travailler tantôt individuellement, tantôt en petits groupes. Ils ont successivement été amenés à analyser :

- la tâche de résolution du problème du géant,
- la faisabilité et les enjeux didactiques de cette tâche,
- des écrits de résolution produits par des élèves lors de l'expérimentation, en termes d'évolution des procédures et des apprentissages.

De leur côté, les animateurs sont intervenus notamment pour :

- préciser leur propre analyse de la tâche de résolution du problème du géant,
- préciser leur outil d'analyse des écrits de résolution et son application aux productions des élèves concernés,
- synthétiser les productions des participants,
- animer la discussion autour de la validation de l'hypothèse de l'ingénierie.

Nous allons rendre compte des présentations et des réflexions menées dans le cadre de cet atelier en deux parties principales. La première (paragraphe 2) sera consacrée à la présentation et à la résolution du problème et à l'analyse a priori de ses potentialités et de ses limites dans la perspective d'un processus de modélisation². Dans la deuxième partie (paragraphe 3), nous aborderons l'analyse de progressions d'élèves observées dans le cadre de l'expérimentation à partir de leurs écrits, non sans avoir préalablement donné des précisions sur le dispositif d'enseignement et sur l'origine des écrits soumis à examen dans le cadre de l'atelier.

2 LE PROBLÈME DU GÉANT : PRESENTATION ET ANALYSES A PRIORI

2.1 Présentation et analyse du problème

2.1.1 Un problème de Fermi

La photographie suivante est copiée de <http://www.problempictures.co.uk/>, avec l'aimable autorisation des auteurs.

² Pour la lisibilité du compte-rendu, nous avons dérogé à l'ordre chronologique du déroulement de l'atelier. En effet, l'analyse de la tâche n'a été présentée aux participants qu'après que ces derniers eurent eux-mêmes été invités à résoudre le problème.

Voici l'énoncé distribué aux élèves dès la première séance : Cette photo a été prise dans un parc d'attraction en Angleterre. On y aperçoit une partie de la jambe d'un géant. Quelle est la taille de ce géant ?



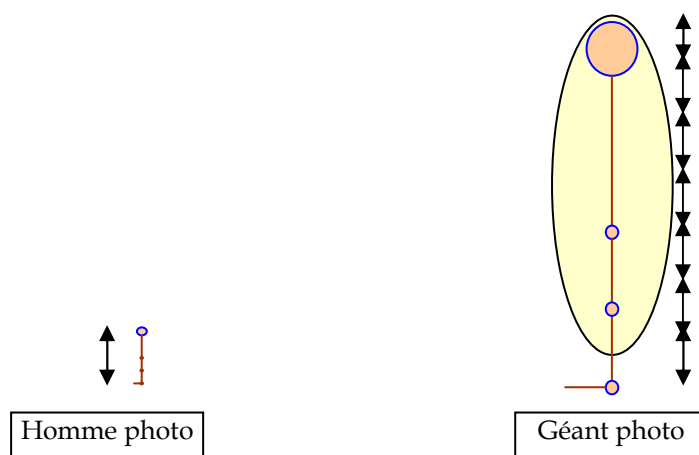
Ce problème est un problème dit de Fermi (Peter-Koop, 2004, p. 457)³. En voici les principales caractéristiques :

- aucun nombre n'est fourni dans l'énoncé ;
- résoudre ce problème nécessite de faire des hypothèses : taille d'un des hommes de la photo, proportions du géant, taille d'un pied d'homme... ;
- le problème est ouvert : la réponse dépend des hypothèses et de la précision des mesures éventuellement prises (mesure directe de la stature de l'homme, de la semelle du géant...) sur la photo ;
- personne ne connaît la « bonne » réponse, ni les élèves, ni le maître, ni les chercheurs ;
- la réponse ne peut être fournie qu'au moyen d'une estimation, par exemple sous la forme d'une fourchette.

2.1.2 L'analyse de la tâche

Nous avons, depuis deux ans, proposé de résoudre ce problème à des formateurs IUFM de toutes disciplines, des professeurs de mathématiques et des écoles, stagiaires ou en service, des élèves de cycle 3 dont ceux de la classe observée, des collégiens, des citoyens « lambda »... Trois grands types de stratégies sont apparus.

Stratégie 1.

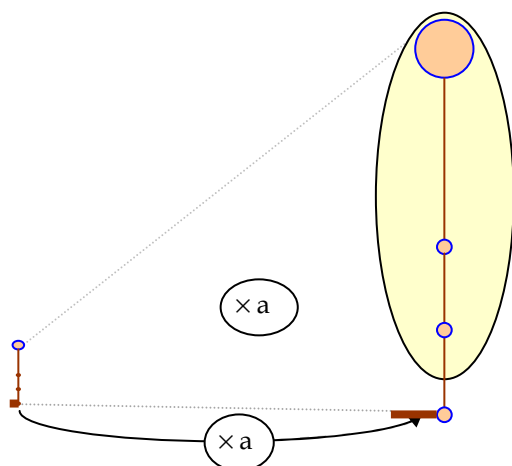


Pour mesurer la stature du géant, on a besoin d'un élément de la photo qui servira d'étalon, par exemple un des deux hommes (stature le plus souvent estimée à 1,80 m). Combien de fois peut-on reporter cet homme sur toute la hauteur du géant (supposé « raide sous la toise ») ? Comme on ne peut pas répondre directement à cette question, vu qu'une partie du géant est cachée, on doit se contenter de la seule information disponible, à savoir que l'homme arrive approximativement à hauteur du mi-mollet du géant. Estimer le rapport géant / homme revient donc à estimer le rapport du mi-mollet au corps entier. A ce stade du raisonnement, il devient nécessaire de faire une hypothèse d'homogénéité, explicitement ou implicitement : ce rapport est constant quel que soit l'individu, adulte ou enfant (soi-même, un camarade...), géant ou pas, soit, exprimé en termes mathématiques : « quels que soient les individus i et j considérés, il existe une dilatation qui fait passer de l'un à l'autre ». Il reste alors à multiplier la stature réelle de l'homme par ce rapport, (en général compris entre 6 et 7), pour obtenir un encadrement de la taille du géant. Une partie de la complexité (les différences de proportions interindividuelles) est ainsi

³ Fermi posait à ses étudiants des problèmes qui ne pouvaient être résolus qu'aux termes d'une estimation raisonnable comme : « Combien y a-t-il d'accordeurs de pianos à Chicago ? »

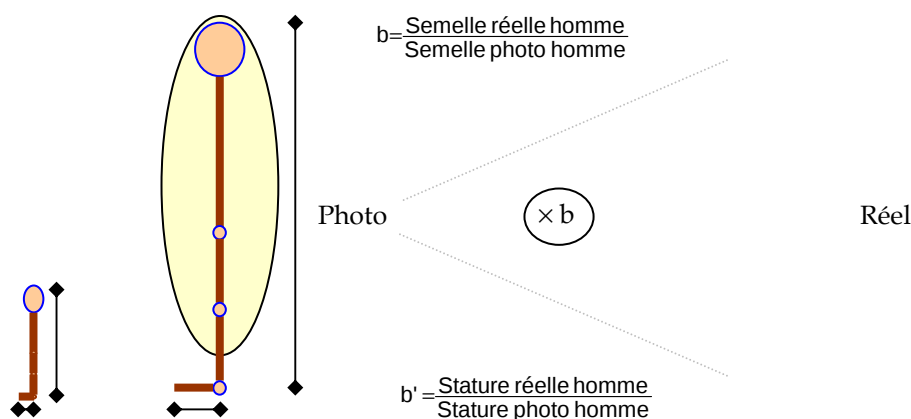
négligée, mais c'est la seule façon de proposer une réponse raisonnable. Cette stratégie a largement la faveur des élèves et des non-spécialistes de mathématiques.

Stratégie 2.



Cette stratégie repose aussi sur l'hypothèse d'homogénéité évoquée ci-dessus. Pour trouver une approximation du coefficient de dilatation de l'homme au géant, il suffit d'évaluer, par exemple par mesurage direct sur la photo, le rapport de deux segments homologues (le plus souvent le rapport des semelles ou des cous-de-pied). Il suffit alors d'appliquer ce coefficient de dilatation à la stature réelle estimée de l'homme pour obtenir une approximation de la stature réelle du géant. Cette stratégie est celle qui a la faveur des spécialistes en mathématiques, mais elle a aussi été observée auprès de « bons » élèves.

Stratégie 3.



Comme les précédentes, cette stratégie repose sur l'existence d'une dilatation de l'homme au géant, mais au lieu de calculer le rapport de dilatation (coefficient fonctionnel), elle passe par la conservation du rapport interne de deux segments du corps, le plus souvent le rapport stature / semelle. En s'appuyant sur la photo, il est possible d'évaluer ce rapport pour un des hommes d'une part, la longueur de la semelle du géant d'autre part et d'en déduire par un calcul de quatrième proportionnelle une approximation de la stature du géant-photo. Pour estimer la stature du géant réel il suffit de trouver une valeur possible pour le coefficient de la dilatation qui fait passer de la photo au réel en calculant le rapport de deux segments homologues, par exemple un des rapports b ou b' de la figure ci-dessus... et de gérer les conflits fort instructifs qui s'ensuivent lorsque des élèves constatent que b et b' diffèrent légèrement.

Cette stratégie, plus rare que les précédentes, a été observée chez des professeurs des écoles et des élèves.

Toutes les stratégies utilisées passent par la construction d'un corps humain standardisé dans ses proportions, soit d'un modèle des proportions du corps humain. Elles reposent sur trois ruptures de contrat importantes : accepter qu'une hypothèse d'homogénéité des individus soit nécessaire bien que fausse en toute rigueur (les contre-exemples abondent dans l'environnement des enfants) ; accepter

qu'une réponse puisse être un intervalle ; entrer dans une pensée relative, c'est-à-dire une pensée qui prenne en compte les proportions et non les dimensions absolues. Ce dernier point est illustré par la remarque d'un élève B. de la classe : « *Ce qui m'a surpris, oui tout ce qui m'a surpris, c'est que le prof m'a dit que N. mesure ma taille, j'étais choqué quand j'ai pris ça* ». Il faut dire que B. est le plus grand de la classe et N. la plus petite. Bien sûr, le maître n'a jamais dit que B. et N. avaient la même taille, mais que, une partie du géant étant cachée, on était amené à « *faire l'hypothèse raisonnable que le géant est fait comme nous, et donc qu'il est légitime d'évaluer le rapport Géant / botte en reportant les parties du corps correspondantes sur soi-même, qu'on soit B. ou N.* ». Pour B., les tailles absolues font obstacle à la nécessité de prendre en compte des rapports.

Remarquons pour finir qu'il existe deux procédures pour estimer la valeur des rapports nécessaires à la résolution du problème : sans numériser les grandeurs concernées, par exemple en reportant sur son propre corps ou celui d'un camarade un objet tiers de la longueur de son mi-mollet ; en numérisant a priori les grandeurs concernées : par exemple pour un enfant de cycle 3, en mesurant son mi-mollet (disons 25 cm) et sa stature (disons 160 cm), puis en effectuant le quotient de ce dernier nombre par le premier. Cette dernière procédure peut se substituer à la première mais peut aussi la suivre (pour affiner, contrôler...). Sa mobilisation au cycle 3 risque d'être entravée par trois types d'obstacles : obstacle entier / décimal (existence d'un nombre - ici 6,4 - tel que : $25 \times \dots = 160$) ; obstacle de l'interprétation de la partie décimale comme multiplicateur (25×6 est bien compris, mais quid de $25 \times 0,4$?) ; obstacle de la division euclidienne : $160 = 25 \times 6 + 10$ (les élèves comprennent que la réponse passe par « 160 divisé par 25 », mais seule la division euclidienne leur est disponible et ils sont embarrassés par le reste).

2.2 Les productions des participants et la discussion avec les animateurs

Dans la première partie de l'atelier, les participants ont été invités à résoudre ce problème puis à répondre individuellement aux questions suivantes : « *Est-il souhaitable de proposer ce problème à des élèves ? Si non pourquoi ? Si oui à quel(s) niveau(x) et dans quel(s) but(s) ?* ». Pour la mise en commun, il a été demandé de se regrouper par binômes, de discuter à l'intérieur de chaque binôme des réponses fournies par chacun avant de présenter à tout le groupe une synthèse de cette concertation.

2.2.1 La résolution du problème

Connaissant et ayant analysé les différentes façons dont divers publics ont résolu ce problème, nous étions ici curieux de savoir comment ce public de formateurs et de chercheurs de la COPIRELEM aborderait le problème à son tour dans le cadre de cet atelier. En fait, dans ce domaine, on a pu constater une assez grande homogénéité entre les participants. Voici les principales caractéristiques de leurs démarches de résolution.

Tous relèvent la nécessité de faire des hypothèses :

- le géant est un homme agrandi, ce qui permet de postuler la constance du rapport des semelles ou des cous-de-pied du géant et d'un des hommes visiteurs ;
- il est indifférent de prendre en compte des semelles de botte ou de chaussure (tennis) pour évaluer le rapport des plantes de pied ;
- la taille d'un des hommes de la photo est comprise entre 1,75 m et 1,80 m.

Ils relèvent aussi la nécessité de recourir à des approximations dues au mesurage des longueurs mobilisées (longueur de la semelle ou du cou-de-pied de l'homme ou du géant), aux erreurs de perspective ou encore à l'inaccessibilité de détails comme le bout de la botte... et en déduisent que la réponse ne peut être qu'approximative.

Une participante répond : « Je ne sais pas » (sous-entendu : en l'absence de précisions sur la plausibilité des hypothèses et des mesures, je ne peux pas répondre), mais accepte de fournir une procédure de résolution tout en précisant que le problème est ainsi idéalisé, donc différent de la réalité.

Fait à remarquer, toutes les procédures de résolution s'appuient sur le calcul du coefficient de la dilatation conjecturée d'un des hommes de la photo au géant. Elles s'apparentent donc unanimement à la deuxième des trois stratégies que nous avons précédemment présentées.

2.2.2 L'évaluation de la situation

En ce qui concerne l'évaluation a priori de la faisabilité et de l'intérêt de proposer une telle situation à des élèves de fin de cycle 3, les réponses des participants furent moins unanimes.

Deux arguments « pour » et deux arguments « contre » étaient demandés. En faveur du « pour », on relève :

- recours au modèle de la proportionnalité dans une situation qui a du sens pour les élèves (notamment, relève une des participantes, car ce sont surtout des grandeurs, et pas seulement des nombres, qui sont impliquées) ;
- nécessité de prendre des initiatives : faire des hypothèses, entreprendre des mesures ou des reports ;
- nécessité de discuter ces hypothèses, ces résultats de mesurage et leurs éventuelles contradictions expérimentales, de revenir sur les erreurs de mesurage ;
- déterminer une longueur inaccessible ;
- situation demandant de réinvestir différentes notions comme la mesure, les ordres de grandeur, certains calculs, la proportionnalité.

Les arguments « contre » sont les suivants :

- les approximations peuvent mener à des résultats contradictoires et/ou abusifs ;
- difficultés à anticiper la taille du géant ce qui réduit les possibilités de contrôle des résultats ;
- obligation de formuler des hypothèses abusives (« sommes-nous tous faits 'pareil' » ?) ;
- rôle des connaissances du monde mis en relation avec la conférence de Stéphane Bonnéry du 3 juin au même colloque ;
- quasi-impossibilité (sauf à se déplacer dans le parc d'attraction concerné) d'une validation par des rétroactions du milieu ou d'une communauté scientifique indiscutable.

2.2.3 La discussion avec les animateurs

On trouve dans les arguments « pour » bon nombre de réponses aux arguments « contre ». Modéliser peut amener à négliger certaines informations (difficiles ou impossibles à obtenir) : « ...un modèle est un moyen, pour un actant donné, de traiter un problème donné par l'usage d'un répertoire de connaissances "restreint". L'actant met en présence sciemment un "univers représenté" et un "univers représentant" » parce que « le problème posé dans l'univers représenté n'y est pas résoluble. » (Brousseau, 2003a, p. 13). L'important est que les approximations et les hypothèses soient explicitées et contrôlées, que l'utilisateur soit conscient que les résultats dépendent de ces hypothèses et approximations et qu'il se tienne prêt à renoncer ou à dépasser le modèle si une des hypothèses ou approximations se révélait intenable, soit par invalidation directe, soit parce qu'on a atteint la limite de validité du modèle.

Trois arguments défendus par les animateurs émergent de la discussion :

- La question de la taille de ce géant peut être posée par un observateur, adulte ou enfant, de la photo. Le problème n'est donc pas artificiel. Accepter de chercher une réponse à cette question, en prenant soin de respecter toutes les précautions exposées ci-dessus, nous semble participer à la valorisation des mathématiques.
- Le modèle construit est consistant dans ce sens où cette construction est extensible à nombre de problèmes de calcul de longueurs inaccessibles.
- Résoudre ce problème peut participer à la construction de connaissances du monde. Pensons à la réflexion de B. qui témoigne en creux de la nécessité dans laquelle se trouve cet élève d'entrer dans le monde des proportions en renonçant à une vision absolue des grandeurs. Cette situation nous semble donc respecter la « condition » de Dhombres (2003, p. 11) : « "Les historiettes" utiles pour l'enseignement des mathématiques... ne doivent pas conduire à oublier qu'il y a création par reconnaissance d'une inadéquation au modèle précédent. ».

Le problème de la validation est plus délicat. Il aurait sans doute été plus judicieux d'insister auprès des élèves sur le caractère prédictif de leurs réponses. Cette prédiction pourrait certes être confrontée à une mesure directe de la taille du géant (par exemple via le site Internet du parc d'attraction). Mais ce n'est pas une nécessité car nous pensons avec Duval (2005, pp. 15-16) qu'il y a trois types de preuve : par nécessité interne à des opérations discursives de la pensée (fortement présent mais non exclusif dans notre ingénierie) ; au moyen d'un dispositif expérimental ; par nécessité socio-normative (ces deux derniers types de preuve semblant avoir les faveurs d'une des participantes de l'atelier).

3 ANALYSE DE PROGRESSIONS D'ELEVES A PARTIR DE LEURS ECRITS

3.1 Des précisions sur l'utilisation de l'écriture dans le dispositif d'enseignement et sur la nature des écrits à examiner par les participants

Tout au long de la séquence, les élèves ont été sollicités pour écrire, partager et exploiter des textes pour résoudre le problème.

Pour donner une idée des activités de réflexion proposées aux élèves et basées sur leurs écrits, nous donnerons l'exemple du travail demandé aux élèves le 30 mai à partir d'une sélection de textes produits dans la première séance (23 mai). A la fin de cette séance, les élèves avaient à répondre aux questions suivantes : « *Quel est à ton avis la taille du géant ? Qu'est-ce qui te permet de dire ça ?* ». Pour la séance du 30 mai, nous avons sélectionné sept textes que le lecteur trouvera en annexe 1A, qui reflétaient la diversité d'approche initiale du problème par les élèves. Les élèves avaient à lire ces textes et à choisir individuellement une réponse qui ne leur paraissait pas claire et de dire pourquoi, de choisir une réponse qui leur permettait d'avancer dans la résolution du problème et de dire pourquoi et enfin de désigner une réponse qui leur paraissait fausse ou inutile et de dire pourquoi.

Dans l'annexe 1B le lecteur trouvera les choix justifiés d'une élève, Sophie. Ils montrent une idée qui l'intrigue (le rapport 9 dans le texte 2), une idée qu'elle retient (la considération de la partie invisible du géant sur la photo à partir du texte 5) et aussi sa conception erronée de la réponse à obtenir (texte 3 qu'elle rejette car elle n'accepte pas l'idée d'une taille approchée).

Dans le document annexe 1C, un tableau permettra au lecteur de prendre connaissance plus globalement du nombre et de la place des différents écrits demandés aux élèves au cours de la séquence.

Le recours à ce travail d'écriture visait deux effets :

- initier, partager, sélectionner des idées quant à la résolution du problème. Les écrits produits et exploités ont ici les fonctions de communication et de mémoire au service de l'heuristique ;
- développer et approfondir ces idées par les fonctions d'objectivation et de traitement qu'offre le travail de production et de reprise des écrits.

Les écrits produits par les élèves étaient donc d'une part, envisagés classiquement en tant que productions utilisables pour servir de matériau aux échanges et aux débats oraux dans la classe ou d'outils de mémoire à consulter. Mais l'activité d'expression écrite exige aussi une véritable prise de conscience et une réorganisation de la part de celui qui écrit par rapport à ce dont il peut avoir conscience en s'en tenant à la seule communication orale (Vygotski, 1934/1997). Sous ce point de vue, l'écriture comme activité spécifique d'expression était envisagée ici comme un moment essentiel dans le processus de modélisation qui amène les élèves à résoudre le problème.

L'examen des textes successifs, produits par les élèves, nous donne des indications sur la progression de ces derniers dans leur travail de résolution et le processus de modélisation qu'ils ont plus ou moins développé.

Pour partager ce travail d'analyse des progressions des élèves, nous avons proposé aux participants les écrits de quatre élèves, Christina, Anna, Dimitri et Sarah, correspondant plus précisément aux évolutions de la rédaction d'une solution du problème. Ces quatre élèves ont été choisis par les animateurs parce qu'ils représentaient bien a priori la diversité des progressions repérables dans la classe. Pour chacun de ces élèves, les participants avaient à leur disposition quatre écrits successifs correspondants au texte initial du 23/05/08 (première séance), aux deux textes intermédiaires du 06/06/08 et du 09/06/08, et enfin au texte final du 17/06/08.

Dans le cadre de l'atelier, très concrètement, chaque groupe de participants avait à étudier les parcours de deux des quatre élèves retenus en termes d'évolution des procédures et des apprentissages. Nous avons présenté ensuite l'outil d'analyse que nous avions, de notre côté, conçu pour analyser les textes, puis notre propre analyse des textes des quatre élèves.

Pour faciliter la lecture du texte présent, nous allons encore une fois modifier l'ordre chronologique du déroulement de l'atelier et commencer par présenter cet outil à partir d'un exemple. Nous appliquerons ensuite ce dernier aux textes des quatre élèves choisis et ajouterons chaque fois les éléments d'analyse apportés, de leur côté, par les participants de l'atelier.

3.2 Présentation de notre outil d'analyse

Dans le cadre de notre expérience, nous avons à notre disposition les textes des vingt-et-un élèves de la classe. Nous avons conçu et développé un outil pour les analyser et rendre compte des différences entre élèves et de leurs progressions. Cet outil a été développé à partir des raisonnements que les élèves ont majoritairement produits au long de la séquence et tout particulièrement dans la dernière séance où les productions étaient les plus complètes.

Nous présentons cet outil dans le tableau suivant dont le pivot est la deuxième colonne avec le développement des argumentations les plus complètes rencontrées.

	Raisonnement possible (celui qui est en général mis en avant par la dernière séance)	En conséquence repérage d'éléments du raisonnement indiqués ou non
Projet de report d'un étalon	1. <i>Pour avoir une estimation de la taille de la statue il faudrait savoir combien de fois je peux mettre la taille d'un homme dans la statue du géant.</i>	évocation du rapport homme/géant
	2. <i>Un homme de la photo a une taille d'à peu près 1,80 m.</i>	évocation d'une estimation de la taille d'un homme
	3. <i>Or sur la photo l'homme arrive à peu près à la mi-jambe du géant (il faudrait donc savoir combien de demi-jambes je peux reporter sur la statue du géant).</i>	évocation du rapport homme/segment de la jambe du géant
Modélisation du corps du géant par celui d'un élève	4. <i>On fait l'hypothèse qu'un géant est fait à peu près comme un élève</i>	évocation de la justification de l'identification d'un géant à un élève
	5. <i>Je prends donc un élève pour représenter le géant</i>	évocation de élève = géant
	6. <i>Comme l'homme arrive au mi-mollet du géant, je prends un objet qui correspond à peu près à une demi-jambe d'un élève</i>	évocation de objet = homme
	7. <i>Puis je regarde combien de fois je peux reporter cet objet sur l'élève</i>	évocation du rapport objet/élève
Calcul et estimation du résultat	8. <i>Calcul orienté vers la production d'un résultat pour la taille du géant et explicitation de ce résultat</i>	calcul final
	9. <i>Je fournis la réponse sous forme d'une estimation</i>	évocation de l'approximation
Schéma corps	10. <i>Mobilisation d'une évocation du schéma corporel : jusqu'à la mi-jambe du géant ça fait ... jusqu'à la taille ça fait le double et jusqu'à la tête, ça fait encore le double...</i>	évocation d'un rapport d'une partie du corps au corps

Commentaires complémentaires : il y a deux types de stratégies :

1. Celles mobilisant explicitement la modélisation du corps du géant par un corps d'élève : « On fait comme si on était le géant ». Cette stratégie débouche sur des manipulations de report d'un segment du corps (de l'élève) sur toute sa taille (Combien de fois mon mi-mollet dans toute ma hauteur ?). C'est la stratégie 1 décrite en 2.1.2.
2. Celles qui ne mobilisent qu'une intériorisation du schéma corporel qui amène à accepter, sans reports sur son corps, que des rapports simples existent dans tout corps humain et notamment dans le corps du géant : « Deux fois le mi-mollet ça fait le genou, deux fois le genou ça fait une jambe, deux fois une jambe ça fait le corps entier ». Comme la stratégie 1 de 2.1.2, cette stratégie vise à mesurer la taille du géant au moyen de l'étalon « homme » ; elle s'en différencie par les moyens d'obtenir le rapport entre la longueur à mesurer et l'étalon choisi.

La stratégie 2 a été observée lors de la première séance. Elle requiert les arguments 1, 2, 3 (projet de report d'un étalon), 10, 8 et 9 (justification par le schéma corporel et calcul d'une fourchette pour le résultat).

La stratégie 1 a été observée après la première séance. Elle requiert les arguments 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 (projet de report d'un étalon, nécessité de modéliser le corps du géant par celui d'un élève pour calculer le rapport géant/homme, calcul d'une fourchette pour le résultat).

Dans le codage des raisonnements élèves, nous codons gris ou noir les « non », bleu les « oui » ou « implicite ». Nous colorons en couleur pâle (gris ou bleu clair) le codage des arguments non requis pour un raisonnement donné ; nous colorons en couleur soutenue (noir ou bleu foncé) le codage des arguments requis.

La valeur d'un raisonnement augmente donc avec le bleu soutenu et diminue avec le noir soutenu.

Remarque : Parfois nous sommes amenés à signaler une présence « implicite » d'un élément du raisonnement lorsque la logique du texte permet de l'induire.

3.3 Analyse des progressions de Christina, Anna, Dimitri et Sarah

Le lecteur trouvera en annexe, pour chaque élève, les quatre textes qui font l'objet de la présente analyse. Avec Christina et Anna, nous aurons des exemples représentatifs d'évolutions contrastées. Christina, comme beaucoup d'élèves de la classe, intègre progressivement et efficacement les composantes d'un raisonnement complet. Ce n'est pas le cas de quelques autres élèves comme Anna qui finit néanmoins par en saisir quelques éléments disparates.

Avec Dimitri et Sarah, nous avons des exemples d'évolutions plus singulières. Ces deux élèves utilisent d'emblée et de façon pertinente la notion de proportionnalité. Dimitri persistera dans cette perspective et l'intégrera dans le raisonnement majoritairement partagé dans la classe. Sarah en revanche, après un bon départ, semblera contrariée dans sa progression en essayant d'intégrer des éléments de raisonnement extérieurs à sa perspective initiale.

Mais, quelle que soit la stratégie envisagée par les élèves pour résoudre le problème, une difficulté était de se donner des données ou estimations numériques de départ (taille d'un des hommes de la photo) sur lesquelles baser leur raisonnement. Lors de la première séance, ils étaient désarçonnés par ce problème sans nombres...

3.3.1 Le cas de Christina

Notre analyse résumée dans un tableau :

Christina	23/05/08	06/06/08	09/06/08	17/06/08
évo ⁴ . du rapport homme/ géant	Non	Non	Oui	Non
évo. taille d'un personnage	Non	Non	Non	Oui
évo. de la comp homme/ segment géant	Non	Non	Oui	Oui
évo just. de l'id. géant élève	Non	Non	Non	Implicite
évo. de élève = géant	Non	Non	Oui	Implicite
évo. de objet = homme	Non	Non	Oui	Oui
évo. du rapport objet/ élève	Non	Oui	Oui	Oui
calcul final	Oui	Oui	Oui	Oui
évo. approximation	Non	Oui	Oui	Oui
évo. rapport partie du corps au corps	Oui	Non	Non	Non

Commentaires :

Lors de la première séance (23/05/08), comme beaucoup d'élèves, Christina commence par mesurer une grandeur sur la photo distribuée. En l'occurrence elle mesure « la taille de la jambe » (9,7 cm).

⁴ Pour des raisons de place, nous avons abrégé « évocation » en « évo »

Mais que faire ensuite avec cette donnée obtenue avec la règle sur la photo ? Comment faire le lien avec l'univers réel de ce parc d'attractions ? Comme beaucoup d'élèves, Christina transforme pour cela les cm, correspondant à l'univers de la photo, en m, une unité qui semble certainement à ses yeux mieux correspondre à la réalité du parc. A ce stade, aucun recours à un élément tiers au géant n'est donc à noter.

A partir de là, comme plusieurs élèves, elle utilise cette mesure pour trouver une estimation de la taille du géant en rapportant la mesure d'une partie du corps à tout le corps, ici par doublages additifs répétés justifiés par la référence à un schéma corporel qu'on peut juger pertinent.

A priori et curieusement, lors de la deuxième séance (06/06/08), Christina, dans ce qu'elle écrit, ignore la photo. Elle ne considère que le rapport entre un tube de colle et elle-même (« *je mesure 18 colles* »). Que représente ce tube de colle ? Elle n'en dit rien. De même qu'elle ne justifie pas le fait qu'elle prend sa taille (« *et en m, 1,65 m* ») comme référence pour appliquer le rapport entre elle et le tube de colle. Il faut dire que c'est dans cette séance que l'idée qu'on pourrait se référer au rapport entre un personnage de la photo et le géant, et sa transposition dans un rapport objet/élève, a été diffusée en classe (à partir du recensement par les élèves d'idées utiles pour la résolution apparaissant dans les sept écrits sélectionnés par le maître issus de la séance du 23/05/09 annexe 1A). Visiblement Christina s'en saisit en partie mais ne restitue pas encore dans son écrit l'articulation entre la photo et la référence au réel de la classe pour justifier ce transfert.

En revanche, dans les deux derniers de ses écrits (09/06/09 et 17/06/08), Christina explicite les éléments importants d'un raisonnement complet qui l'amène à une estimation cohérente de la taille du géant avec l'hypothèse que le géant est fait comme un élève (« *géant, nous* »).

Nous voyons, à travers cette analyse, que Christina a réussi progressivement à intégrer des éléments pertinents pour développer un raisonnement cohérent et quasi complet. Cette constatation rejoint d'ailleurs le sentiment qu'elle exprime après le 17 juin à propos de cette séquence : « *Cela m'a surpris de savoir que les hommes à côté servaient à quelque chose. J'ai appris des choses car ça m'a appris comment mesurer le géant quand on ne voit pas le reste du corps* ».

3.3.2 Le cas d'Anna

Notre analyse résumée dans un tableau :

Anna	23/05/08	06/06/08	09/06/08	17/06/08
évo. du rapport homme/géant	Non	Non	Non	Oui
évo. de la. taille d'un personnage	Non	Non	Non	Oui
évo. de la comp. homme/segment géant	Non	Non	Non	Non
évo just. de l'id. géant élève	Non	Non	Non	Non
évo. de élève=géant	Non	Non	Non	Non
évo. de objet=homme	Non	Non	Non	Oui
évo. du rapport objet/élève	Non	Non	Non	Implicite
calcul final	Oui	Oui	Oui	Oui
évo. approximation	Non	Non	Non	Oui
évo. rap. partie du corps au corps	Non*.	Non	Non	Non

Commentaires :

Au départ, dans le texte du 23/05/08 tout comme Christina, Anna semble mesurer certaines longueurs de la photo (« *moitié de la jambe : 9,5 cm* »). Utilisation du double décimètre pour mesurer par exemple le

pied et la jambe. Point commun aussi avec Christina, elle passe de l'univers de la photo à l'univers réel du parc d'attractions en remplaçant les centimètres par des mètres !

Mais comment obtient-elle la longueur des éléments qui ne figurent pas sur la photo (« *bras droit : 9 cm* » ? En étant optimiste on peut imaginer que c'est par estimation par rapport aux autres parties du corps et y voir la mobilisation d'un schéma corporel implicite. Mais on peut aussi en douter car, contrairement à Christina, le traitement qu'elle applique aux données ainsi récoltées ne semble pas relever d'un schéma pertinent pour estimer la taille du géant puisqu'elle additionne les mesures des différents membres (pieds, jambes, bras).

Dans le texte du 06/06/08, seule la partie encadrée semble faire référence à sa procédure initiale. Mais cette fois c'est une multiplication des différentes parties du corps qui est évoquée sans qu'on n'en sache guère plus. Par ailleurs, cet écrit semble déconnecté de la recherche d'une procédure de calcul de la taille du géant. En fait, Anna semble reprendre à son compte une question posée par le maître au cours de cette séance : y a-t-il une variation des mesures de grandeurs en fonction de l'unité choisie ?

Dans le texte du 09/06/08, Anna fait un calcul qui applique un rapport 6 à 1,80 pour « *trouver la taille du géant* » mais sans aucune justification sur l'origine de ce rapport. Anna est donc bien loin de produire les bribes d'un raisonnement. Une hypothèse : 1,80 et 6 sont des données numériques retenues dans les débats en classe tout comme la procédure multiplicative évoquée dans l'encadré.

En revanche, beaucoup d'éléments d'un raisonnement potentiellement complet apparaissent. Anna semble en train de rassembler les pièces du puzzle dont elle a saisi des bribes. Mais il manque encore des articulations essentielles comme, par exemple, la comparaison des personnages et de la botte sur la photo.

Au cours de la séquence, Anna semble donc avoir saisi des bribes utiles pour développer un raisonnement complet, mais elle n'en est pas encore au point d'ordonner et de relier ces éléments. Cette analyse rejoint le sentiment qu'elle exprime, plus sévèrement que nous serions tenté de le faire, en disant : « *je n'ai rien appris car je n'ai pas tellement compris pourquoi on devrait faire plusieurs étapes et pas compris toutes les étapes* ».

3.3.3 Le cas de Dimitri

Notre analyse résumée dans un tableau :

Dimitri	23/05/08	06/06/08	09/06/08	17/06/08
évo. du rapport homme/géant	Oui	Oui	Implicite	Oui
évo. de la. taille d'un personnage	Oui	Oui	Oui	Oui
évo. de la comp. homme/segment géant	Non	Oui	Implicite	Implicite
évo just. de l'id. géant élève	Non	Oui	Non	Non
évo. de élève = géant	Non	Oui	Implicite	Oui
évo. de objet = homme	Non	Non	Oui	Oui
évo. du rapport objet/élève	Non	Non	Oui	Oui
calcul final	Oui	Oui	Oui	Oui
évo. approximation	Oui	Oui	Non	Non
évo. rap. partie du corps au corps	Non	Oui	Non	Non

Commentaires :

Dans le premier écrit, Dimitri semble être à la recherche d'un rapport de proportionnalité par procédures multiplicatives successives : il multiplie d'abord par 1,5 puis le résultat par 2 et dans la suite il applique un rapport 3,5. Il met en rapport deux mesures prises sur la photo : les personnages sur la

photo (7,05 cm) et le “pied du géant” (15,05 cm). Il applique ensuite le rapport 3,5 à la taille réelle estimée du personnage de la photo pour trouver la taille du géant. Il semble donc que Dimitri ait l'idée globale qu'il convient de trouver un coefficient d'agrandissement entre les personnages et le géant, mais qu'il ne sache pas comment trouver ce rapport.

Pour la deuxième séance, Dimitri a découvert le moyen de trouver le rapport entre la taille d'un personnage et la taille du géant, en se référant à un croquis représentant un homme quelconque, et en s'appuyant sur le fait qu'un personnage de la photo arrive à peu près au milieu du mollet du géant. De ce fait, il n'a pas besoin de recourir à un objet réel représentant le mi-mollet pour chercher le report sur un élève réel, ce qui ne l'empêche pas de le citer. On peut noter qu'il semble compter la semelle dans la taille du géant (sur la pointe des pieds ?).

Dans le texte du 09/06/08, Dimitri suit la procédure qui s'est répandue dans la classe, à savoir prendre un objet qui arrive au mi-mollet d'un élève et voir combien de fois on peut reporter cet objet dans l'élève. Mais il n'explicite pas les éléments qui permettent de justifier cette procédure. Ce n'est peut-être pas étonnant car il l'a fait dans le texte précédent et estime certainement qu'il n'a plus besoin de le refaire.

Dans l'écrit final, Dimitri indique tous les éléments nécessaires pour justifier sa procédure. Seul reste implicite le fait que le personnage de la photo arrive au mi-mollet. Réussite quelque part paradoxale car Dimitri « flotte » encore un peu dans les invariants : « *Le reste du géant sera certainement faux, car un géant est un homme agrandi* » ; « *7 fois ou 6 fois pour les petits* » (schéma en bas à droite).

3.3.4 Le cas de Sarah

Notre analyse résumée dans un tableau :

Sarah	23/05/08	06/06/08	09/06/08	17/06/08
évo. du rapport homme/géant	implicite	Non	Non	implicite
évo. de la. taille d'un personnage	Oui	Oui	Oui	Oui
évo. de la comp. homme-botte	implicite	Non	Non	Oui
évo just. de l'id. géant élève	Non	Non	Non	Non
évo. de élève = géant	Non	Non	Non	Non
évo. de objet = homme	Non	Non	Oui	Non
évo. du rapport objet/élève	Non	Non	Non	Non
calcul final	Oui	Oui	Oui	Oui
évo. approximation	Non	Non	Oui	Oui
évo. rap. partie du corps au corps	Oui	Non	Non	Non

Commentaires :

Contrairement à la plupart des élèves de la classe, dans son premier écrit (23/05/08), Sarah présente un projet de résolution très acceptable, même si peu d'arguments sont explicités ou justifiés. Le « environ » (feuille réponse) semble bien dire qu'elle fait une hypothèse de taille moyenne pour un homme. Sa procédure est additive : Sarah découpe le schéma corporel en segments valant une ou deux fois son étalon de 1,77 m (la taille de quelqu'un dans sa famille ?). Ses calculs sont justes et le résultat est très proche de ce que donne la procédure finale retenue par la classe à la fin de la séquence.

Dans le deuxième écrit, Sarah régresse considérablement. Elle prend la taille moyenne de l'homme retenue par la classe (1,80 m) et fait l'hypothèse que le géant fait 10 fois plus, sans aucune justification du coefficient. Dans une « étude » de cette hypothèse, elle considère simultanément la taille de sa voisine (1,60 m) et la taille d'un homme (1,80 m) et, sans le justifier, conclut que le géant « droit » mesure 18 m et que « plié » il mesure 16 m. On retrouve donc ici la question de la notion « taille du géant » soulevée par

les participants de l'atelier. On ne connaît pas la vraie raison de cette régression, cependant on peut émettre deux hypothèses.

Premièrement, il est probable qu'ayant obtenu une solution correcte (mais non validée par le maître ou les observateurs), elle ne sait plus quoi faire et essaye d'attraper les éléments de propositions qui émergent lors de la discussion en classe. La deuxième hypothèse est fondée sur l'observation de la classe, et non sur ses écrits. Visiblement, entre les deux séances, le père de Sarah a essayé de lui expliquer une solution basée sur une bonne connaissance des proportions du corps humain (avec « l'homme de Vitruve »⁵, d'après ses gestes) ce qui l'a visiblement perturbée.

Le troisième écrit est encore plus bref que le deuxième. Rien n'est expliqué, ni la taille de l'homme (moyen ? sur la photo ? autre ?), ni les multiplicateurs 6 et 7. On doit cependant remarquer qu'elle donne le résultat sous forme d'un intervalle. Sarah semble ne pas voir l'intérêt de ce que la classe est en train de faire, elle a l'air d'être lasse du problème (« Nous avons repris le problème »).

L'écrit final semble expliquer une bonne démarche, même si toutes les justifications nécessaires ne sont pas présentes. On peut noter un grand souci d'explication avéré par la présence des dessins et schémas.

En conclusion, aucun argument ne permet de dire que Sarah a bien construit un « Model of », celui de l'élève pour le géant. Elle trouve une réponse acceptable au problème du géant par des procédés qui pourraient être corrects. Mais en l'absence d'une explicitation suffisante de ses arguments, rien n'indique si sa solution est plus le produit d'une remémoration de gestes acquis pendant la phase de recherche que d'enchaînements maîtrisés.

3.3.5 Eléments d'analyse et de discussions apportés par les participants à propos des textes des élèves

Une remarque préalable : faire une analyse approfondie de ces textes dans le cadre d'un atelier en temps si limité, relevait d'une gageure ! Il faut déjà beaucoup de temps pour prendre connaissance des huit textes (quatre par élève). En particulier, certains participants n'ont souvent eu le temps d'aborder que les textes d'un seul des deux élèves. De plus, et de façon délibérée de notre part, ils ne disposaient pas, à ce moment-là, de la grille de lecture que nous n'avons présentée qu'après. Dans ce contexte difficile, les participants ont néanmoins retrouvé bon nombre d'éléments de notre propre analyse sur lesquels nous ne reviendrons donc pas. Mais sur certains points, les échanges ont apporté des points de vue et des discussions bien intéressants que nous allons essayer de restituer.

Par rapport à Christina et Anna :

- Les participants font remarquer que Christina semble déchirée entre l'utilisation d'un rapport interne à l'individu (textes du 23/05/08 et du 17/06/08) et le recours à des rapports externes (textes du 06/06/08 et du 09/06/08). Dans le texte du 06/06/08, l'égalité des rapports externes « tube de colle/taille élève » et « taille élève/taille géant » est fautive. Mais l'égalité des rapports externes utilisée dans le texte du 09/06/08 (« demi-mollet/taille élève » = « demi-mollet/taille géant » via l'égalité « demi-mollet du géant » = « taille homme ») est correcte.
- On souligne aussi l'instabilité de cette découverte et de la modélisation en cours, car le texte du 17/06/08 semble erroné. Pour notre part, nous avons en effet noté que quelques éléments du raisonnement figurant dans le texte précédent ont disparu. En particulier, on pourrait imaginer qu'un maillon essentiel du raisonnement manque vraiment avec l'ambiguïté : « on prend un objet qui fait la taille du mi-mollet de l'homme sur la photo » sans référence au-mi-mollet d'un élève. Mais à notre avis, l'examen de l'écrit précédent (09/06/08) permet une interprétation plus optimiste qui considère que l'élément manquant est implicite. Le raisonnement aurait été

⁵ Croquis *Étude des proportions du corps humain selon Vitruve* réalisé par Léonard de Vinci. On trouvera une reproduction de ce célèbre croquis à : http://fr.wikipedia.org/wiki/Homme_de_Vitruve

intériorisé et Christina n'en restitue plus tous les éléments. Ou bien aussi ce manque peut s'expliquer par un changement de destination de l'écrit : aux yeux de Christina, il s'agit peut-être d'expliquer à une autre classe « comment on fait » et non pas de « justifier ». Nous laissons au lecteur le soin, s'il le veut bien, de se faire lui aussi une opinion au sujet de cette discussion et de cette interprétation.

- En ce qui concerne une comparaison entre Christina et Anna, les participants soulignent le passage commun des centimètres aux mètres pour passer de la photo à la réalité du parc. Pour l'une des participantes, il s'agit de la preuve du « déficit de connaissances du monde ». D'autres soulignent qu'il s'agit là du seul aspect de la proportionnalité qui semble apparaître dans un premier temps pour ces élèves. Cette remarque est nuancée par d'autres participants qui font remarquer qu'on peut aussi relever de la proportionnalité dans les représentations physiques du corps même si elles sont plus ou moins cohérentes d'un élève à l'autre : Christina faisant un report correct entre une partie du corps du géant à la totalité du géant ce qui n'est pas le cas d'Anna.

Par rapport à Dimitri et Sarah :

Sarah et Dimitri sont tous les deux des élèves qui réussissent bien en mathématiques. Leur premier écrit présente des éléments très pertinents (Sarah a une procédure tout à fait acceptable, même si additive, et Dimitri est le seul de la classe à avoir identifié le problème comme relevant de proportionnalité), mais ces deux élèves évoluent de manière très différente tout au long de la séquence, comme le montrent les deux grilles d'analyse. C'est d'ailleurs une des raisons pour lesquelles nous avons proposé les travaux de ces deux élèves aux participants de l'atelier, et c'est ce qui, probablement, leur a posé problème. Aucun groupe de participants concernés n'a pu analyser la production de Dimitri et très peu de choses ont été dites sur Sarah. Tous les participants qui ont parlé de la production de Sarah ont remarqué surtout la procédure acceptable dans le premier écrit et la présence des deux réponses et de l'intervalle des possibilités.

4 UN BILAN DE L'ATELIER

La situation du « Géant » est riche et complexe. C'est une situation qui est en rupture avec ce qui se pratique habituellement dans les classes. Elle s'appuie sur un problème de Fermi : pas de nombre dans l'énoncé, problème ouvert, nécessitant de faire des hypothèses et de les valider. Enfin, elle est ancrée dans le réel.

Notre analyse des écrits des élèves a révélé la façon dont ces derniers se sont emparés de ce problème : compréhension, en tous cas pour nombre d'entre eux, de la nécessité de développer et d'utiliser un modèle des proportions du corps humain, compréhension de l'importance de la production d'un raisonnement argumenté et articulé.

Dans cet atelier, nous avons eu l'occasion de partager cette analyse avec les participants, mais aussi de relever leurs interrogations et leurs différents points de vue sur l'intérêt et les difficultés didactiques de cette situation. Cela n'est pas sans rejoindre les réflexions et débats institutionnels, nationaux et internationaux, sur les problèmes issus du monde réel, en particulier en ce qui concerne la question de la validation.

5 RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ADJIAGE R. & CABASSUT R. (2008). La modélisation dans une perspective de formation et d'enseignement, *actes du 34^{ème} Colloque de la COPIRELEM* 11-13 juin 2007, Troyes.

- ADJIAGE R. (2005), Diversité et invariants des problèmes mettant en jeu des rapports. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*. Vol. 10, pp. 95-129.
- ADJIAGE R. & PLUVINAGE F. (2007), An experiment in teaching ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 65, pp. 149-175.
- BLUM W. (2002), ICMI Study 14 : Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*. Vol. 51, N° 1-2, pp. 149-171.
<http://www.springerlink.com/content/p11244802942w921>
- BROUSSEAU G. (2003a), Quels types de savoirs mathématiques utilise-t-on dans la modélisation ? In Comité scientifique des IREM (ed), *LA MODÉLISATION, recueil des contributions* (pp. 13-17). Paris.
- BROUSSEAU G. (2003b), Pratique de la modélisation par les élèves et complexité didactique. In Comité scientifique des IREM (ed), *LA MODÉLISATION, recueil des contributions* (pp. 25-27). Paris.
- BUCHETON D. & CHABANNE J-C. (2002), Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire ; l'écrit et l'oral réflexifs. Paris : PUF Education et Formation.
- COMENIUS-LEMA (2006), Learning and Education in and through Modelling and Application
<http://www.lema-project.org>
- DHOMBRES J. (2003), Modèles, modélisations et mathématisations, en vue d'activités IREMs. In Comité scientifique des IREM (ed), *LA MODÉLISATION, recueil des contributions* (pp. 8-12). Paris.
- DUVAL R. (2005). Compréhension des démonstrations, développement de la rationalité et formation de la conscience individuelle, *actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec*, pp. 7-38, 3-4 mai 2005, Montréal.
http://www.math.uqam.ca/~tanguay_d/Pdf%20des%20articles/Actes_GDM_2005.pdf
- DUVAL R. (1998), Ecriture et compréhension : pourquoi faire écrire des textes de démonstration par les élèves ? In actes du colloque : « Produire et lire des textes de démonstration », 23-24 janvier 1998 (pp. 79-98). Rennes 1 : laboratoire de didactique des mathématiques.
- PETER-KOOP, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms: Pupils' Interactive Modelling processes. In I. Putt, R. Faragher and M. McLean (eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010. Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Townsville*, (pp. 454-461). Sydney : MERGA.
<http://www.merga.net.au/documents/RP542004.pdf>
- RAUSCHER J-C. (2006a), Écrire en mathématiques pour situer et négocier les écarts. Un outil d'évaluation partagé. In Hélot et al. (ed), *Écarts de langue, écarts de culture : à l'École de l'autre* (pp.87-102). Frankfurt am Main : Peter Lang.
- RAUSCHER J-C. (2006b), L'écriture réflexive au centre de l'activité mathématique dans la résolution de problèmes de proportions. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*. Volume 11, (pp 75-102).
- VYGOTSKI L. (1934/1997), Pensée et langage, *La Dispute*, Paris.

Annexe 1A : sélection des textes du 23 mai à examiner par les élèves dans la séance du 30 mai**Elève 1 (vendredi 23 mai)**

*Je pense que le géant mesure 100 m de long car j'ai fait 12 fois 8 = 100
J'ai trouvé ces mesures en mesurant la longueur et la largeur et j'ai fait $\times$*

Elève 2 (vendredi 23 mai)

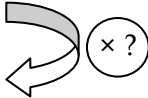
*A mon avis la taille du géant est de 144 m. Moi j'ai dit qu'il fallait faire $9 \times 1,60$ car
1,60 est la taille d'un homme et 9 ça veut dire 9 hommes.*

Elève 3 (vendredi 23 mai)

*A mon avis la taille du géant serait 26 m. En fait j'ai vu sur la photo qu'il y avait des hommes et un pied de géant alors déjà je
sais que la taille d'un homme ça peut être entre 1 m 90 et 1 m 80. Donc le pied déjà, sa taille ça doit être 1 m 90 environ et
après pour la taille du géant peut être ça serait 26 m environ.*

Elève 4 (vendredi 23 mai)

*La taille du géant fait à peu près 5,4 hm (500 m) car la taille d'un homme mesure environ 1,80 m puis je multiplie par 3,5
180*



$$180 \times 2 = 360 \times 1,5 = 540$$

$$2 + 1,5 = 3,5$$

Elève 5 (vendredi 23 mai)

*Les deux homes mesurent à peu près 1 m 80 ou 1 m 70. La chaussure mesure 2 m à peu près 2 mètres. Le géant mesure 6
mètres quand je fais $2 \times 3 = 6$ mètres.
2 car la chaussure mesure 2 mètres à peu près et qu'il manque 3 parties du corps : tête, jambes, ventre.*

Elève 6 (vendredi 23 mai)

*1) La taille du géant est de 10,43 m environ
2) Car quand on prend la taille de l'homme, on fait plusieurs fois sa taille et sa jambe fait deux fois la taille de l'homme sur le
document et ainsi de suite jusqu'à ce que je trouve la taille du géant.*

Elève 7 (vendredi 23 mai)

La taille de ce géant est 150 m. Moi j'ai mesuré tous le grande jambe et j'ai trouvé 15 cm et je les mis de 150 m.

Annexe 1B : les choix de Sophie lors de la séance du 30 mai

Choisis une réponse qui ne te paraît pas claire ? Pourquoi ?

La réponse 2 me paraît pas claire. Car je ne comprend pas d'où sont 9 hommes pourquoi pas 10 hommes?

Choisis une réponse qui te permet d'avancer dans la résolution du problème ? Pourquoi ?

La réponse 5 me paraît juste. Car les 3 parties manquantes seront utiles pour pouvoir s'avoir la taille des géants.

Choisis une réponse qui te paraît fausse ou inutile pour avancer dans la résolution du problème ? Pourquoi ?

La réponse ~~2~~ 3 me paraît inutile. Car la personne qui a trouvé ce résultat a donné la taille environ, mais il nous faut la taille exacte.

Annexe 1C : les différentes phases du travail des élèves et les écrits demandés

23 mai au pied du géant : début	Première approche : « <i>Quelle est à ton avis la taille du géant ? Qu'est-ce qui te permet de dire ça ?</i> »
27 mai	Elaboration par groupe d'un intervalle de plausibilité et débat en classe à ce sujet
30 mai	Analyse de 7 réponses d'élèves produites lors de la première séance en vue de « <i>découvrir des idées qui permettent d'avancer dans la résolution du problème</i> » puis production par groupes d'un programme d'actions à développer pour résoudre le problème
6 juin	Calcul de la taille du géant à la suite d'un débat basé sur l'analyse de quelques textes du 23 mai avec réactions correspondantes .
9 juin	Questionnement dynamique dans la classe à partir de la lecture d'un document faisant état d'observations et de questions (globales) du maître sur leurs résolutions précédentes.
17 juin au pied du géant : fin	Analyse individuelle de 4 résolutions du 9 juin puis rédaction de la résolution dans la perspective d'une transmission à une autre classe
Une semaine après	Questionnaire bilan : Surprises ? Difficultés ? Expérience à refaire ? Apprentissages réalisés ?

Annexe 2 : Les 4 textes de Christina

Texte initial 23/05/08

Le géant (1)

1. Quelle est à ton avis la taille du géant ? Qu'est-ce qui te permet dire ça ?

À mon avis le géant mesure ~~23,7m~~^{39,1m} car déjà la taille de la jambe mesure 9,7m (9,7m) donc j'ai fait $9,7m + 9,7m = 19,4m$ et sa facture d'angle entier j'ai fait $19,4 \times 2 = 38,8m$ et sa facture un coup entier

Deuxième texte 06/06/08

Je fais environ 18 colle, et je mesure 1,65m
Le géant mesure $21,70m$ car moi je mesure 18 colle
est en m 1,65m donc j'ai fait $21,70 \times 18 = 390,6m$
est, tu utilises le m et la colle.

Troisième texte 09/06/08

Il faut d'abord voir la photo est voir jusqu'à où rent les
homme sur la jambe du géant est là jusqu'au mollet
donc on imagine que qu'on est les géant est
on prend un objet qui va jusqu'à la moitié
du mollet puis après qu'en est chose un
ou objet jusqu'au demi mollet on regarde combien
de fois il rentre dans le géant (mais est sa dentie
pour tout le monde environ 6 et 4.

réponse du problème: $6 \times 1,80 = 10,80m$

le géant fait: $10,80m$

Texte final 17/06/08

On regarde la photo est on regarde jusqu'à où les homme rent et sa va jusqu'
est les homme font appeler $1,80m$ et on imagine qu'on est le mi-mollet
géant et on regarde on prend un objet qui fait la taille ~~est~~ ^{qui} ~~sa rente~~
de l'homme sur la photo est on regarde combien de fois ~~sa rente~~
demi-mollet (de l'homme sur la photo) est on regarde jusqu'à
et sa combien de fois sa rente et pour tout le monde
c'est soit 6 ou 7 fois est on fait le calcul pour cela qui font
6 fois le mi-mollet c'est: $6 \times 1,80 = 10,80$ est il fait $10,80$ ou
celle qui font 7 fois le mi-mollet c'est: $7 \times 1,80 = 12,60$ est
sa fait $12,60$.

Annexe 3 : Les 4 textes d'Anna

Texte initial 23/05/08

j'ai fait le calcul de chaque partie du corp .

$$\begin{array}{r}
 9,5 \\
 + 9,5 \\
 + 9,7 \\
 + 9,7 \\
 + 9,0 \\
 + 9,0 \\
 + 0,8 \\
 + 0,8 \\
 \hline
 72,2 \text{ m}
 \end{array}$$

moitié de la jambes : 9,5 cm
 Pieds : 8 cm
 moitié de la jambes : 9,5 cm
 autre Pieds : 8 cm
 autre moitié de la jambes : 9,7
 autre moitié de la jambes : 9,7
 bras droits : 9,0
 bras droits : 9,0

la taille du gants est de 72,2 m .

j'ai fait le calcul d'est parties du corps .

Deuxième texte 06/06/08

ce que je vais faire :

je vais prendre différentes chose comme l'équerre, une règle, une colle, etc. et je vais voir si ça fait les même mesure et je vais comparer.

une règle : 4

colle : 15,00

équerre : 8

grande règle :

je pense que le gants mesure 16 m car j'ai mesuré chaque partie du corp et j'ai multiplié.

Alors

une règle : 5

colle : 15,30

équerre : 8

grande règle :

j'ai fait avec ma main et j'ai fait avec l'équerre, la règle et la colle et j'ai comparé et comme elle est plus grande que moi je n'est pas travaillé . j'ai pris de la colle et je mesure chaque partie du corp.

Lundi, 9 juin 2008.

La méthode

je fais $6 \times 1,80 = 10,80$ j'ai fait $6 \times 1,80$ pour trouver la taille du geant. j'ai utilisé la moitié de la jante et il faut 6 fois la moitié de la jante.

pour trouver la solution on a repris les réponses des autres pour voir si il y avait tout ce qu'il faut. on a fait des calculs on a pris des éléments de la classe puis on a pris un objet pour faire les hommes on a fait des dessins des explications pour trouver la taille du geant. il faut prendre un objet puis le faire jusqu'à qu'on arrive à la tête. il faut 6 ou 7 fois l'objet pour arriver à la tête et pour trouver la taille. ex il y avait des hommes à côté du pied du geant on les a utilisés pour trouver la taille du geant. un homme mesure à peu près 1,80 m on prend 1,80 et combien de fois on a pris l'objet pour arriver à la tête. $1,80 \times 6 = 10,80$.

Le pied du géant mesure : 15,05 cm =
 L'homme mesure : 7,01 cm =

La proportion : $\frac{7,01}{15,05} \rightarrow \odot$

$701 \times 2 = 1402$
 $1402 \times 1,5 =$

$$\begin{array}{r} 1402 \\ \times 15 \\ \hline 7010 \\ + 14020 \\ \hline 21030 \end{array}$$

1. Quelle est à ton avis la taille du géant ? Qu'est-ce qui te permet dire ça ?

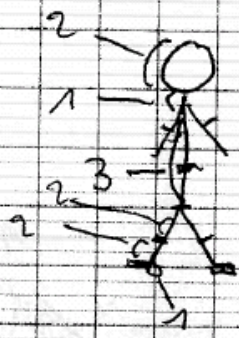
La taille du géant fait environ 5,41 m (500 m) car la taille d'un homme mesure environ 1m 80 puis je multiplie par 3,5.

$\frac{180}{500} \rightarrow \odot$

$180 \times \odot \quad 360 \times \odot = 540$
 $2 + 1,5 = 3,5$
 ~~$36 \times 5 = 1800$~~

$\begin{array}{r} 360 \\ \times 15 \\ \hline 1800 \\ + 3600 \\ \hline 5400 \end{array}$

$\begin{array}{r} 500 \\ \times 11 \\ \hline 5000 \\ + 5000 \\ \hline 5500 \end{array}$



$2 + 2 + 2 + 1 + 3 + 1 = 11$ hommes, il faut.

J'ai fait un dessin au hasard car de toute façon ça revient au même, puis je pense prendre n'importe quel homme pour essayer de voir combien ont pu en même.

$$1,80 \times 11 = 19,80 \text{ m}$$

hommes 11x
la taille d'un adulte normal.

le géant mesure 19,80 m

la taille de l'homme -

$$(7) \times (1,80) = (12,60 \text{ m})$$

le nombre de X qui y a d'homme -

la taille du géant -

Mais j'avais une bande qui m'arrivait à mi-mollet (mi-jambe) puis j'ai vu que je pourrais faire 7 x l'homme sur moi.

Texte final 17/06/08

Mais, je dois d'abord trouver la taille moyen de l'homme (adulte) = 1,80 m, puis je cherche un outil de mesure qui est égale jus qu'à mi-mollet* et j'essaie de sentir mon outil de mesure sur moi jusqu'à la tête car je représente le géant si je m'imagina le reste du géant se sera certainement faux parce que un géant est un homme aggrandit. Ensuite j'ai trouvé que je peut mettre 6 ou 7 fois l'outil de mesure (l'homme) sur moi.

la taille du géant est entre 1,80 m et 12,60 m.

$1,80 \times 6 = 10,80 \text{ m}$ $1,80 \times 7 = 12,60 \text{ m}$

* Elle va représenter un homme.

Géant
7 x faire
ou 6 pour
les petits.



1m77 + 1m77

3,54 genoux

$3,54 \times 2 =$

$3,54 \times 2,00 = 7,08$

7,08

$7,08 + 1,77 = 8,85$

8,85 ventre

$8,85 + 1m77 =$

10,62 cou

$10,62 + 1,77 =$

12,39 bouche

$12,39 + 1,77 =$

14,16 cheveux

Annexe 5 : Les 4 textes de Sarah

Texte initial 23/05/08

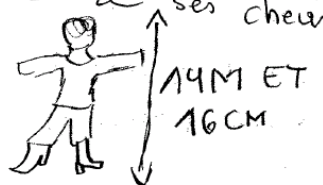
Le géant (1)

1. Quelle est à ton avis la taille du géant ? Qu'est-ce qui te permet dire ça ?

La taille du géant est de 14m,16cm

Ce qui me permet de dire ça c'est on calcule environ la taille d'un homme est de 1m77 puis on calcule

jusqu'à on arrive à ses cheveux.
ont fait plus 1m77 (+)



Deuxième texte 06/06/08

Hypothèse: Je pense que la taille du géant est de 18m car un homme mesure 1,80m nous multiplions par 10 ça fait 18m.

étude: j'ai mesuré ma sœur elle mesure 1,60m un homme fait 1,80m je le mesure $\times 10 = 18m$ si il est à la diagonale on le rapetisse ça fait 30m si il est plus il fait 16m

Troisième texte 09/06/08

Nous avons repris le problème on a trouvé le (mais) le mis mollet.

L'objet: l'homme 1,80.

calcul:

$$1,80 \times 6 = 10,80$$

$$1,80 \times 7 = 12,60$$

Le géant mesure entre 10,80 et 12,60.

Par p^{er} nous commencer il faut regarder la photo.
 Vous prenez l'homme sur le tobac il va vers
 regarder il va à son mit mallet* ceux puis
 ont le se porte normalement sa s'entre 6 à 7 fois
 dans notre corps. Si un homme de taille
 moyenne mesure 1,80m. On fait un calcul:
 $1,80 \times 6 = 10,80$
 $1,80 \times 7 = 12,60$
 ↓ ↓
 taille de l'homme combien
 sa s'entre de fois.

Reponse : Le géant mesure entre 10m,80
 et 12,60.

schéma:

