

COMMENT FAVORISER LE DÉVELOPPEMENT DU RAISONNEMENT STATISTIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE ?

Alain Kuzniak

PU, IUFM Orléans-Tours, LDAR Paris-Diderot

Catherine Taveau

IUFM de Paris, IREM Paris 7

Résumé

L'éducation statistique du citoyen est de plus en plus une priorité des systèmes d'enseignement des pays développés. Dans de nombreux pays, un enseignement des statistiques est proposé aux élèves de l'école primaire. En France, cet enseignement est encore balbutiant et mal défini.

L'atelier proposé vise à réfléchir sur ce que pourrait être un enseignement favorisant le développement du raisonnement statistique chez les élèves. Cette réflexion est menée d'une part en comparant les standards nationaux américains (NCTM) et les programmes français, et d'autre part en analysant deux activités à mener en formation.

1 POURQUOI CET ATELIER HIC ET HUNG ?

Le raisonnement statistique ne fait pas l'objet d'un enseignement à l'école primaire dans le cadre des programmes actuellement en vigueur en France de ce fait la France apparaît en retrait par rapport aux autres pays qui ont inclus une première sensibilisation à la statistique dès le début de la scolarité obligatoire. Quand il existe, à partir du collège mais surtout au lycée, cet enseignement est généralement assuré par des professeurs de mathématiques qui, de par leur cursus, ne sont, semble-t-il pas trop à l'aise avec cette discipline dont ils ignorent souvent les bases et presque toujours l'épistémologie qui est en soi bien différente des mathématiques. Il nous semble important d'éviter de mettre en place des activités renforçant des idées erronées sur la nature de la pensée statistique qui doit incorporer l'idée d'incertitude et de raisonnement de type inductif. Cet atelier visait donc à faire réfléchir sur des pistes de formation favorisant l'appropriation de la démarche statistique en anticipant sa prochaine intégration dans le curriculum de l'école primaire.

2 LES SAVOIRS DÉVELOPPÉS ET ÉVALUÉS EN STATISTIQUES DANS DIFFÉRENTS SYSTÈMES ÉDUCATIFS.

Un certain nombre de documents ont été fournis aux participants de l'atelier pour discuter de l'orientation de l'enseignement sur les statistiques en France et dans d'autres pays notamment anglo-saxon (voir Annexes) :

- deux articles issus de l'évaluation PISA sur l'incertitude et accompagnés des compétences attendues ;
- une présentation des standards dit NCTM et présentés par l'association des professeurs de mathématiques aux Etats-Unis d'Amérique.;
- les programmes français de collège concernant la gestion de données .

Les participants étaient invités à caractériser l'approche française de l'enseignement des statistiques en la mettant en regard avec celle apparaissant dans le monde anglo-saxon.

Un rapide consensus s'est dégagé sur un certain nombre de points.

À l'école primaire :

- il s'agit principalement de lire et d'interpréter des données déjà organisées ;
- de trier et d'organiser ces données en produisant des graphiques ou des tableaux ;
- ces activités sont volontairement rattachées aux mathématiques avec la notion de proportionnalité.

Il n'y a pas de proposition de production d'enquêtes ni de récolte de données ni a fortiori de discussion sur ces données.

Au collège :

Les probabilités n'apparaissent que très tardivement (en 3^e et seulement depuis 2008/2009) et il s'agit essentiellement d'effectuer des calculs sur des données en petit nombre sans passer à un réel travail statistique.

Au regard de cette approche tardive et technique des statistiques, les programmes et les objectifs avancés par les anglo-saxons (notamment dans les standards du NCTM) insistent sur l'importance des démarches d'investigation et sur la qualité de l'interprétation des données. Les principes de base de cet enseignement vont être dégagés dans les parties qui suivent.

3 QUELQUES PRINCIPES DE BASE POUR ENSEIGNER LES STATISTIQUES

Dans les études internationales comme celles lancées par la Commission internationale sur l'enseignement des mathématiques, un certain nombre de distinctions sont faites notamment pour bien marquer la différence entre *pensée mathématique* et *pensée statistique*. Puis dans le cadre des statistiques, une gradation est faite entre un premier niveau de maîtrise portant sur les principes de base et un niveau d'expertise qui permet de savoir les limites et les conditions d'usages des différents concepts. Ce dernier niveau concerne davantage le statisticien professionnel alors que le premier s'adresse à tout citoyen. Tout l'enjeu est évidemment de savoir les limites de ce savoir de base. Ceci étant dit, un certain nombre d'orientations ont pu être dégagées pour l'enseignement de cette base statistique et semblent faire l'objet d'un large accord dans les pays engagés depuis longtemps dans l'enseignement des statistiques.

- 1- Développer un enseignement de type « main à la pâte ». Il s'agit de raisonner sur de vraies données fournies en quantité importante en faisant notamment appel aux bases de données des grands organismes nationaux de statistiques. Ainsi Statistique Canada (organisme national de statistique canadien) emploie à plein temps un certain nombre de statisticiens professionnels dont le travail consiste à aider les professeurs et les élèves dans leur découverte des statistiques.
- 2- Privilégier le raisonnement sur le calcul. Cette fois, il s'agit d'assumer une rupture avec les mathématiques : la statistique existe quand l'interprétation commence et que le calcul s'arrête. L'idée est d'utiliser un maximum d'outils pour gérer le calcul et de délester ainsi l'élève de cette tâche technique. Dans le même temps, l'accent est mis sur le développement du discours interprétatif qu'il soit écrit ou oral.
- 3- Utiliser des logiciels d'aide à l'interprétation. Dans ce cas, il s'agit de faciliter l'organisation des données pour décider et cet usage ne doit pas être confondu avec la simulation. Les notions statistiques aident à l'interprétation de représentations qui permettent d'organiser les données d'où l'usage récent des diagrammes à moustache.
- 4- Changer les modalités d'évaluation. Cette dernière soit s'appuyer sur des enquêtes et des analyses de documents. La présentation de la problématique et des résultats obtenus est essentielle.
- 5- Du côté des professeurs. Dans le cas des professeurs de mathématiques, il est certain qu'il doit y avoir une double rupture à la fois épistémologique (relative à la pensée statistique) et aussi didactique avec un travail dévolu davantage aux élèves avec un usage différent des logiciels.

Cette orientation de l'enseignement doit permettre de dépasser un certain nombre d'obstacles qui ont été relevés lors de recherches effectuées sur le développement de la pensée statistique. Dans leur ouvrage de synthèse Ben Zvi et Garfield (2008) dégagent ces obstacles.

La représentativité. Les individus ont tendance à penser que quelque soit sa taille, un échantillon donné est d'autant plus probable qu'il contient les mêmes proportions que la population globale. Ainsi, pour les individus si un caractère possède une fréquence de 0.7, ils s'attendent à ce que les échantillons de cette population aient exactement la fréquence en question que la taille de l'échantillon soit 10, 100 ou 1000.

L'occurrence d'un certain événement comme un dû. Dans ce cas, il y a l'idée que les événements du passé affectent un événement futur. Ce phénomène s'observe lorsque que dans le cas d'une pièce équilibrée, il y a eu plusieurs sorties de la même face. Une autre interprétation possible de ce phénomène est celui de la dualité de la probabilité dans un contexte de prise de décision (Carranza et Kuzniak, 2006,2008). Dans ce cadre, les auteurs distinguent l'approche bayésienne qui s'appuie sur les connaissances que le sujet a des expériences et qui lui permet de décider même sur peu de cas, de l'approche fréquentiste qui mesure des phénomènes aléatoires reproductibles un nombre indéfini de fois.

S'appuyer sur le contingent plutôt que sur la statistique. Ainsi, l'on décidera de l'importance d'un phénomène comme celui du chômage ou d'une maladie non pas en fonction des données statistiques disponibles mais en fonction de son apparition dans son propre environnement. Ce sont d'abord, les cas qu'on peut évoquer qui déterminent le sentiment de fréquence ou non d'un phénomène. On retrouve ici la tension plaisamment évoquée par la phrase suivante « Quand les statistiques te disent qu'un français mange du poulet une fois par semaine, alors que tu n'en manges jamais, ne pense pas que les statistiques ont tort mais plutôt qu'un autre français en mange deux fois par semaine ».

Confusion due à l'accumulation d'événements corrélés. Ben Zvi et Garfield donnent l'exemple où des données pouvant avoir un lien sémantique ont été fournies aux étudiants.

« Gaëlle est une jeune femme brillante qui a fait des études de philosophie sur la question des inégalités en fonction du genre. Des deux affirmations suivantes qu'elle est la plus probable :

- i. Elle est chargée de la direction d'une agence bancaire.

- ii. Elle est chargée de la direction d'une agence bancaire et elle s'investit beaucoup pour la cause des femmes. »

Dans ce cas, pour conclure, ces derniers s'appuient davantage sur les connaissances données sur Gaëlle que sur le raisonnement déductif et ils donnent majoritairement comme réponse la réponse ii alors que d'un point de vue déductif la première affirmation est impliquée par la seconde donc plus probable.

D'autres obstacles sont plus liés aux compétences mathématiques dans le domaine des proportions notamment et aussi du calcul sur les nombres. Il y a aussi bien sûr tous les obstacles liés aux probabilités et à la notion de corrélation et de causalité. Pour terminer, signalons aussi cet obstacle lié encore une fois au fait que les individus utilisent les statistiques de manière pragmatiques dans la vie quotidienne. Ainsi, le fait de savoir que la météo annonce qu'il y a 20% de chance qu'il pleuve est interprété comme le fait qu'il ne va pas pleuvoir.

4 INFORMATIQUE ET STATISTIQUES : LE LOGICIEL TINKERPLOT.

Tinkerplot est un logiciel qui permet de travailler les statistiques avec l'orientation pédagogique qui vient d'être présentée précédemment. C'est un logiciel qui effectue tous les calculs et permet ainsi de s'attarder sur la résolution de problèmes en utilisant les outils des statistiques.

Tinkerplot n'est pas seulement un logiciel de calcul mais un ensemble de ressources pédagogiques pour développer le raisonnement statistique à partir de l'école primaire.

Lors de l'atelier, nous avons présenté aux participants une situation empruntée à cet ensemble de ressources et nous leur avons demandé de résoudre le problème portant sur des données concernant des chats (voir Annexes). Nous incitons le lecteur à découvrir par lui-même ce logiciel développé par le MIT (Massachusetts Institute of Technology) et dont la traduction en français bénéficie d'un contrat exclusif avec l'état de l'Ontario pour sa partie francophone. Son utilisation avec la version anglaise est assez aisée dès que la traduction de la barre d'outil est faite.

5 LA SITUATION DES SMARTIES.

L'objectif de cette phase était de présenter une activité de formation que nous avons menée avec les PLC2 et les PE. Il s'agissait de faire percevoir la richesse d'un matériau de la vie quotidienne pour aborder la notion de pensée statistique.

En faisant vivre la situation aux participants, nous souhaitons faciliter leur appropriation de la situation afin de pouvoir en discuter la pertinence en formation.

Description de la situation

« Par groupe de 3, vous disposerez chacun d'une boîte de smarties. Vous pouvez ouvrir la boîte mais évidemment ne rien manger avant la fin de l'atelier.

La consigne est la suivante : élaborer un ensemble de questions auxquelles vous essayerez de trouver une solution, à partir du matériel que nous venons de vous distribuer. »

Notre objectif étant de faire travailler aux stagiaires la compétence du NTCM : *Proposer et justifier des conclusions et des prévisions basées sur les données et concevoir des études pour poursuivre l'étude des conclusions et des prévisions.*

Nous avons ensuite fait part de notre expérience en formation des PLC2 en détaillant nos objectifs lors d'un module intitulé « statistiques et probabilités ».

Dans ce cas, il s'agissait de:

- faire vivre une situation qui déstabilise certaines représentations de l'enseignement des statistiques au collège et en seconde (au collège, c'est ne faire que des calculs et en 2nd c'est d'utiliser immédiatement la simulation) ;
- montrer que la conclusion d'une situation mathématique est différente de la conclusion d'une situation statistique car on est ici dans le domaine de l'incertitude ;
- proposer une approche statistique de la fluctuation des échantillonnages pour la classe de 2nd avant de passer par une approche par la simulation qui repose essentiellement sur les lois de probabilités.

Voici un choix de questions élaborées par les PLC2. On notera l'influence du programme et aussi le peu d'importance laissée à la pensée statistique dans ces questions qui privilégient une approche par les probabilités et par des tâches de constructions de graphiques qui permettent à ce niveau de répondre aux questions posées.

- Y a-t-il le même nombre de smarties par boîte ?*
- Quelle est la couleur de smarties la plus fréquente ? la moins fréquente ?*
- Les différentes couleurs des smarties sont-elles équiréparties dans une boîte ? dans 3 boîtes ?*
- Les boîtes de smarties sont-elles remplies couleur par couleur ou les smarties sont tous mélangés avant leur mise en boîte ?*
- Si on tire un smarties dans une boîte, quelle est la probabilité d'obtenir un smarties d'une couleur donnée.*
- On considère deux boîtes de smarties, la configuration de chacune est connue. On tire un smarties d'une boîte pour le mettre dans la seconde puis on tire un smarties de la seconde pour le mettre dans la première.*
- Quelle est la probabilité pour que les boîtes soient dans leur configuration initiale après ces échanges ?*
- Quelle est l'étendue des fréquences des couleurs sur une boîte ? sur trois boîtes ? sur un paquet ?*
- Y-a-t-il équirépartition des couleurs des smarties ou non ?*

Par la suite, nous n'avons traité avec les stagiaires que la question de l'équirépartition.

La même situation a été proposée à des PE2 en utilisant la même mise en œuvre. Nous n'avons pas obtenu les mêmes questions. Nous souhaitons ainsi comparer leurs productions avec celles des PLC2.

Voici le type de questions élaborées par les PE2 où apparaissent deux types de préoccupations, les unes ont trait aux statistiques mais les autres, au moins aussi fréquentes, essaient de se rattacher aux programmes de l'enseignement élémentaire et font la part belle aux grandeurs et à la géométrie.

Questions statistiques :

- Comment sont réparties les couleurs des smarties ?*
- Existe-t-il des boîtes de smarties où toutes les couleurs ne sont pas représentées ?*
- Quelle est la probabilité de trouver une boîte monochrome ?*
- Est-ce qu'il y a toujours le même nombre de smarties dans une boîte ?*
- Est-ce que tous les smarties ont le même poids ?*
- Pour 40 smarties, quelle est la probabilité d'avoir seulement des roses ?*
- Quel est le nombre maximum de smarties qu'il peut y avoir dans une boîte ?*
- Est-ce que le remplissage des boîtes répond à une loi de répartition des couleurs ?*

Question géométriques

- Quelle est la surface d'une boîte de smarties ?*
- Combien de smarties peuvent entrer au maximum dans une boîte sans la déchirer ?*
- Combien faut-il de smarties pour remplir un aquarium de 10 litres ?*
- Comment fabriquer une boîte de smarties ?*
- Sachant que j'ai le carton pour fabriquer une boîte de smarties, me faudra-t-il 3 fois plus de carton pour mettre tous les smarties (ceux des 3 boîtes) ?*
- Quelle forme géométrique peut-on faire avec les 3 boîtes ?*

*Quelles formes géométriques peut-on faire avec tous les smarties sortis de leur boîte ?
Combien faut-il de boîtes pour recouvrir une feuille A4, sans règle graduée, et en utilisant à chaque fois une des faces de la boîte ?
Combien doit-on empiler de boîtes de smarties au minimum pour atteindre le plafond ?*

6 PERSPECTIVES

L'atelier s'est terminé par une rapide prospective de ce qui pourrait être fait à l'avenir. Les participants de l'atelier s'accordent sur l'importance d'une approche de la statistique précoce mais leur venue à cet atelier supposait déjà un intérêt pour ce thème. Le souhait est alors exprimé de tenter de mettre en place ce type d'enseignement en classe, de manière expérimentale. Une affaire à suivre qui laisse augurer d'autres ateliers de ce type dans un futur pas trop lointain du moins nous l'espérons.

7 BIBLIOGRAPHIE

Garfield J. et Ben-Zvi D. (2008) *Developing Students' Statistical Reasoning*. Springer.

Carranza P. et Kuzniak A. (2006) Dualité de la notion de probabilité et enseignement de la statistique au Lycée en France, Actes du Colloque EMF.

Carranza P. et Kuzniak A. (2008). Duality of Probability and statistics teaching in French education ICME Study on Statistics. <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php>

ANNEXES

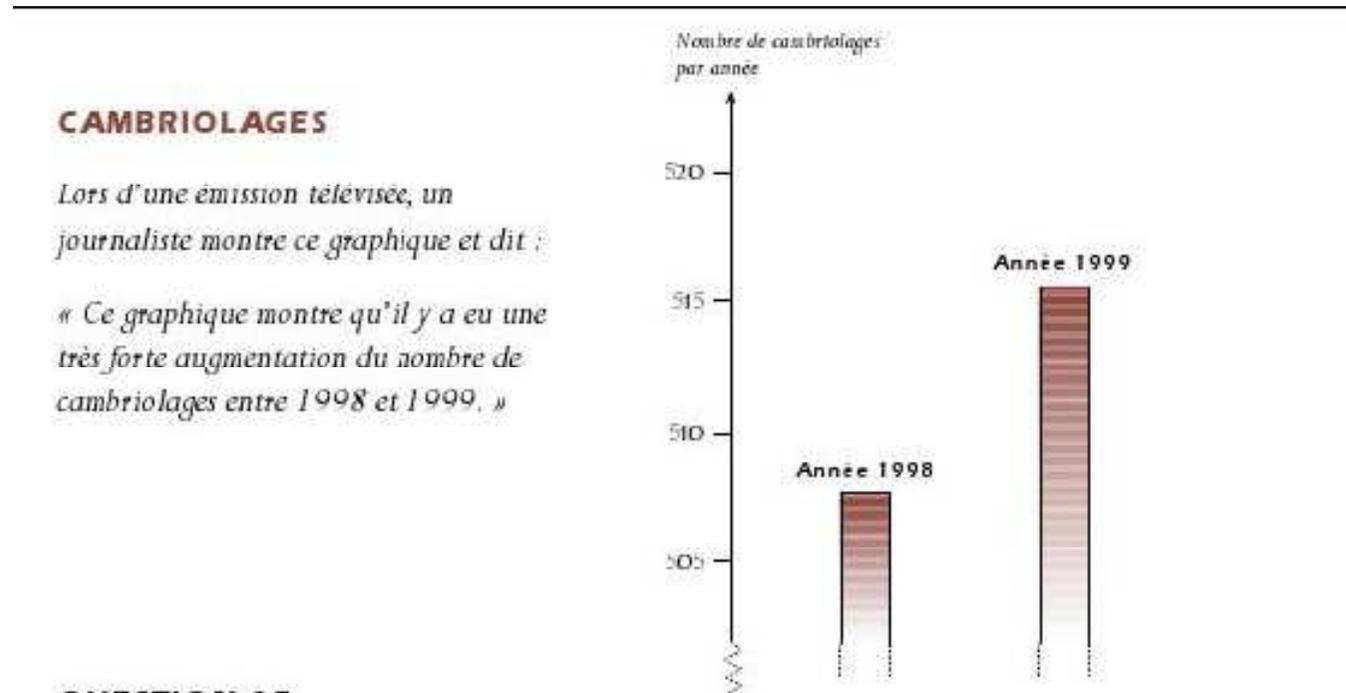
Les évaluations PISA

L'incertitude est un des thèmes essentiels de la culture mathématiques qui est évalué lors des tests PISA.

La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à identifier et à comprendre le rôle joué par les mathématiques dans le monde, à porter des jugements fondés à leur propos, et à s'engager dans des activités mathématiques, en fonction des exigences de sa vie en tant que citoyen constructif, impliqué et réfléchi.

Parmi les quatre thèmes abordés par PISA (espaces et formes, variations, quantité, incertitude), l'incertitude est décrite comme un concept qui a trait aux relations et aux phénomènes de statistiques et de probabilités qui jouent un rôle de plus en plus important dans la société de l'information. Les branches des mathématiques qui étudient ces thèmes sont les statistiques et les probabilités.

Voici un des exercices posés dans PISA 2003



Question 15

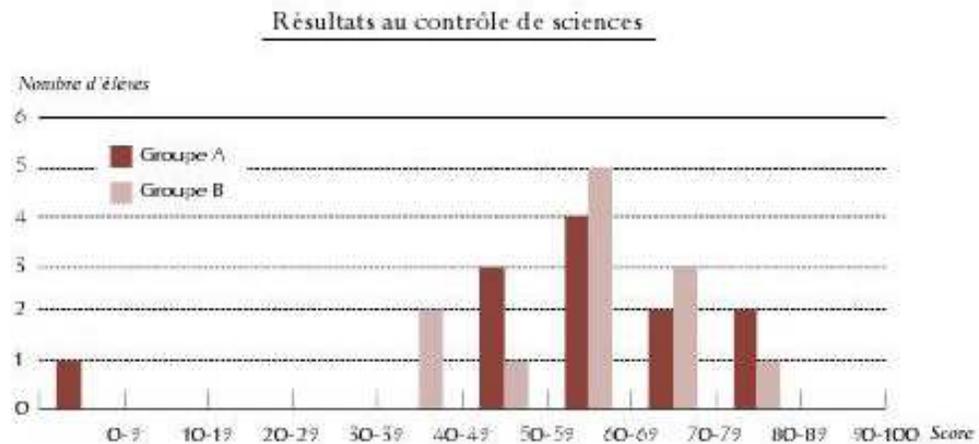
Considérez-vous que l'affirmation du journaliste est une interprétation correcte de ce graphique ? Justifiez votre réponse par une explication.

Voici un second exercice proposé dans PISA 2003

RÉSULTATS À UN CONTRÔLE

Le graphique ci-dessous montre les résultats à un contrôle de sciences obtenus par deux groupes d'élèves, désignés par « Groupe A » et « Groupe B ».

La note moyenne pour le Groupe A est de 62,0 et de 64,5 pour le Groupe B. Les élèves réussissent ce contrôle lorsque leur note est de 50 points ou davantage.



Question

Sur la base de ce graphique, le professeur conclut que le Groupe B a mieux réussi ce contrôle que le Groupe A. Les élèves du Groupe A ne sont pas d'accord avec le professeur. Ils essaient de le convaincre que le Groupe B n'a pas nécessairement mieux réussi. En vous servant du graphique, donnez un argument mathématique que les élèves du Groupe A pourraient utiliser.

Les standards pour l'analyse de données et les probabilités
(traduction des standards du NCTM (National Council of Teachers of Mathematics))

Programmes du prekindergarten (maternelle) jusqu'à la classe 12(4ème) pour rendre tous les élèves capables de:	Du prekindergarten jusqu'à la classe 2 (CE1), tous les élèves doivent être capables de:	Dans les niveaux 3(CE2) à 5(CM2) tous les élèves doivent être capables de:	Dans les niveaux 6(6ème) à 8(4ème) tous les élèves doivent être capables de:
-Formuler des questions qui peuvent être traitées avec des données et recueillir, organiser et afficher les données pertinentes pour y répondre.	-Poser des questions et recueillir des données sur eux-mêmes et leur environnement; -Trier et classer des objets selon leurs attributs et organiser les données sur ces objets; -Représenter des données en utilisant des objets, des images et des graphiques.	-Concevoir des enquêtes pour répondre à une question et examiner comment les méthodes de collecte de données influent sur la nature de l'ensemble de données; -Recueillir des données en utilisant des observations, des enquêtes et des expériences; -Représenter des données à l'aide de tableaux et de graphiques tels que la <i>line plots</i> , histogrammes et <i>line graphs</i> ; -Reconnaître les différences dans la représentation quantitative et qualitative.	-Formuler des questions, concevoir des études et recueillir des données sur une caractéristique partagée par deux populations ou sur des caractéristiques différentes dans une population; -Sélectionner, créer et utiliser des représentations graphiques appropriées de données.
-Choisir et utiliser des méthodes statistiques appropriées pour analyser les données.	-Décrire une partie des données et les données toutes entières pour déterminer ce que qu'elles montrent.	-Décrire la forme et les caractéristiques importantes d'un ensemble de données et de comparer ces ensembles de données, en mettant l'accent sur la manière dont les données sont distribuées; -Utiliser des mesures du centre, en se concentrant sur la médiane, et comprendre ce que chacune indique ou non sur l'ensemble de données; -Comparer différentes représentations des mêmes données et évaluer dans quelle mesure chaque représentation montre des aspects importants sur les données.	-Trouver, utiliser et interpréter les mesures de centre et de dispersion y compris la moyenne et l'étendue interquartile ; -Discuter et comprendre la correspondance entre les ensembles de données et leur représentation graphique, notamment les histogrammes.

Les standards pour l'analyse de données et les probabilités (suite)

<p>-Effectuer et évaluer des inférences et des prévisions basées sur des données..</p>	<p>-Discuter des événements liés à leur propre expérience comme probable ou improbable.</p>	<p>-Proposer et justifier des conclusions et des prévisions basées sur les données et concevoir des études pour poursuivre l'étude des conclusions et des prévisions.</p>	<p>-Utiliser des observations sur les différences entre deux ou plusieurs échantillons pour faire des conjectures sur les populations dont les échantillons ont été prélevés; -Faire des conjectures sur les relations possibles entre les deux caractéristiques d'un échantillon, sur la base des nuages de points des données et sur les lignes de meilleures approximations ; -Utiliser des hypothèses pour formuler de nouvelles questions et planifier de nouvelles études pour y répondre.</p>
<p>-Comprendre et appliquer les concepts de base sur la notion de probabilité.</p>		<p>-Décrire les événements comme probables ou improbables et de discuter de la probabilité en utilisant des termes tels que certain, également probable et impossible; -Prévoir la probabilité d'apparition dans des expériences simples et tester les prévisions; -Comprendre que la mesure de la probabilité d'un événement peut être représenté par un nombre de 0 à 1.</p>	<p>-Comprendre et utiliser la terminologie appropriée pour décrire des événements complémentaires ou incompatibles; -Utiliser la proportionnalité et une compréhension élémentaire de la probabilité pour émettre et tester des conjectures sur les résultats d'expériences et de simulations; -Calculer des probabilités pour de simples événements composés, en utilisant des méthodes comme des listes organisées, des arbres ou des modèles d'aires.</p>

Programmes français concernant l'enseignement des mathématiques

Programmes de l'école primaire (2002)

Exploitation des données numériques (document d'application)

À travers la résolution de problèmes appropriés, les élèves différencient progressivement les situations qui relèvent de la proportionnalité de celles qui n'en relèvent pas et les résolvent en utilisant des raisonnements personnels adéquats. Il s'agit d'une première approche de cette notion qui ne fait, au cycle 3, l'objet d'aucune étude systématique, celle-ci relevant du collège.

Les élèves sont également confrontés à la lecture, à l'interprétation et à l'utilisation de divers modes de représentation des données : diagrammes, graphiques, tableaux. L'analyse critique de l'information mise en

Organisation et représentation de données numériques

Compétences	Commentaires
<ul style="list-style-type: none">- Organiser des séries de données numériques (listes, tableaux...).- Lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques.	<p>Les situations qui conduisent à utiliser diverses représentations d'un ensemble de données (tableaux, graphiques, diagrammes) s'appuient sur des données effectives : enquêtes, mesurages en physique ou en biologie (exemple de l'évolution de la taille d'un enfant, d'un animal ou d'une plante), documents en géographie...</p> <p>Dans un premier temps, les élèves sont mis en situation de lecture et d'interprétation de ces différents types de présentation des données, puis, dans des cas simples, en situation de production (voir rubrique « Proportionnalité »). Les situations de construction de diagrammes ou graphiques se limitent à des cas simples ou ayant recours à l'outil informatique (une première initiation au tableur peut être envisagée). Quelques exemples de phénomènes aléatoires peuvent être proposés dans la perspective de faire apparaître des régularités (par exemple, lancers d'une pièce ou d'un dé, lancers de deux dés dont on fait la somme).</p>

évidence par de tels supports contribue à l'éducation civique des élèves.

Programmes de l'école primaire au cycle 3 (2008)

4. Organisation et gestion de données

Les capacités d'organisation et de gestion des données se développent par la résolution de problèmes de la vie courante ou tirés d'autres enseignements. Il s'agit d'apprendre progressivement à trier des données, à les classer, à lire ou à produire des tableaux, des graphiques et à les analyser.

La proportionnalité est abordée à partir des situations faisant intervenir les notions de pourcentage, d'échelle, de conversion, d'agrandissement ou de réduction de figures. Pour cela, plusieurs procédures en particulier celle dite de la « règle de trois » sont utilisées.

DEUXIEME PALIER POUR LA MAITRISE DU SOCLE COMMUN : COMPETENCES ATTENDUES A LA FIN DU CM2

Compétence 3 : LES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUES ET LA CULTURE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE

A) Les principaux éléments de mathématiques

L'élève est capable de :

.....

- résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, de la proportionnalité, et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, "règle de trois", figures géométriques, schémas ;
- savoir organiser des informations numériques ou géométriques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat ;
- lire, interpréter et construire quelques représentations simples : tableaux, graphiques.

B) La culture scientifique et technologique

L'élève est capable de :

- pratiquer une démarche d'investigation : savoir observer, questionner ;
- manipuler et expérimenter, formuler une hypothèse et la tester, argumenter ;
- mettre à l'essai plusieurs pistes de solutions ;

.....

Programmes de mathématiques pour le collège (2008) (introduction p.2)

L'organisation et la gestion des données sont indispensables pour comprendre un monde contemporain dans lequel l'information chiffrée est omniprésente, et pour y vivre. Il faut d'abord apprendre à lire et interpréter des tableaux, schémas, diagrammes, à réaliser ce qu'est un événement aléatoire. Puis apprendre à passer d'un mode de représentation à l'autre, à choisir le mode le plus adéquat pour organiser et gérer des données. Émerge ainsi la proportionnalité et les propriétés de linéarité qui lui sont associées. En demandant de s'interroger sur la signification des nombres utilisés, sur l'information apportée par un résumé statistique, sur les risques d'erreur d'interprétation et sur leurs conséquences possibles, y compris dans la vie courante, cette partie des mathématiques contribue à former de jeunes adultes capables de comprendre les enjeux et débats de la société où ils vivent.

Enfin, en tant que discipline d'expression, les mathématiques participent à la *maîtrise de la langue*, tant à l'écrit – rédaction, emploi et construction de figures, de schémas, de graphiques – qu'à l'oral, en particulier par le débat mathématique et la pratique de l'argumentation.

Thème de convergence

THÈME 1 : IMPORTANCE DU MODE DE PENSÉE STATISTIQUE DANS LE REGARD SCIENTIFIQUE SUR LE MONDE

L'aléatoire est présent dans de très nombreux domaines de la vie courante, privée et publique : analyse médicale qui confronte les résultats à des valeurs normales, bulletin météorologique qui mentionne des écarts par rapport aux normales saisonnières et dont les prévisions sont accompagnées d'un indice de confiance, contrôle de qualité d'un objet technique, sondage d'opinion...

Or le domaine de l'aléatoire et les démarches d'observations sont intimement liés à la pensée statistique. Il s'avère donc nécessaire, dès le collège, de former les élèves à la pensée statistique dans le regard scientifique qu'ils portent sur le monde, et de doter les élèves d'un langage et de concepts communs pour traiter l'information apportée dans chaque discipline.

Objectifs

Au collège, seule la statistique exploratoire est abordée et l'aspect descriptif constitue l'essentiel de l'apprentissage. Trois types d'outils peuvent être distingués :

- les outils de synthèse des observations : tableaux, effectifs, regroupement en classe, pourcentages, fréquence, effectifs cumulés, fréquences cumulées,
- les outils de représentation : diagrammes à barres, diagrammes circulaires ou semi-circulaires, histogrammes, graphiques divers,
- les outils de caractérisation numériques d'une série statistique : caractéristiques de position (moyenne, médiane), caractéristiques de dispersion (étendue, quartiles).

Contenus

Dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, les élèves s'initient aux rudiments de la statistique descriptive : concepts de position et de dispersion, outils de calcul (moyennes, pourcentages...) et de représentation (histogrammes, diagrammes, graphiques) et apprennent le vocabulaire afférent. Ainsi sont mis en place les premiers éléments qui vont permettre aux élèves de réfléchir et de s'exprimer à propos de situations incertaines ou de phénomènes variables, d'intégrer le langage graphique et les données quantitatives au langage usuel et d'apprendre à regarder des données à une plus grande échelle. L'utilisation de tableaux grapheurs donne la possibilité de traiter de situations réelles, présentant un grand nombre de données et de les étudier, chaque fois que c'est possible, en liaison avec l'enseignement de physique-chimie, de sciences de la vie et de la Terre et de technologie, dont les apports au mode de pensée statistique sont multiples et complémentaires. Le recueil de données en grand nombre et la variabilité de la mesure sont deux modes d'utilisation des outils de statistique descriptive qui peuvent être particulièrement mis en valeur.

Le recueil de données en grand nombre lors de la réalisation d'expériences et leur traitement

Les élèves sont amenés à récolter des données acquises à partir des manipulations ou des productions effectuées par des binômes ou des groupes ; la globalisation de ces données au niveau d'une classe conduit déjà les élèves à dépasser un premier niveau d'information individuelle.

Mais ces données recueillies à l'échelle de la classe ne suffisent pas pour passer au stade de la généralisation et il est nécessaire de confronter ces résultats à d'autres réalisés en plus grand nombre, pour valider l'hypothèse qui sous-tend l'observation ou l'expérience réalisée.

Tout particulièrement dans le domaine des sciences de la vie, de nombreux objets d'étude favorisent cette forme de mise en œuvre d'un mode de pensée statistique : la répartition des êtres vivants et les caractéristiques du milieu, la durée moyenne des règles et la période moyenne de l'ovulation, les anomalies chromosomiques ... Les résultats statistiques permettent d'élaborer des hypothèses sur une relation entre deux faits d'observation et d'en tirer une conclusion pour pouvoir effectuer une prévision sur des risques encourus, par exemple en ce qui concerne la santé.

Le problème de la variabilité de la mesure

De nombreuses activités dans les disciplines expérimentales (physique-chimie, sciences de la vie et de la Terre, technologie), basées sur des mesures, doivent intégrer la notion d'*incertitude* dans l'acte de mesurer et développer l'analyse des séries de mesures. Lors de manipulations, les élèves constatent que certaines grandeurs sont définies avec une certaine imprécision, que d'autres peuvent légèrement varier en fonction de paramètres physiques non maîtrisés.

Plusieurs mesures indépendantes d'une même grandeur permettent ainsi la mise en évidence de la *dispersion naturelle des mesures*.

Sans pour autant aborder les justifications théoriques réservées au niveau du lycée, il est indispensable de faire constater cette dispersion d'une série de mesures et d'estimer, en règle générale, la grandeur à mesurer par la moyenne de cette série.

3. Organisation des contenus

Les quatre parties des programmes des classes du collège s'organisent autour des objectifs suivants :

• organisation et gestion de données, fonctions

- maîtriser différents traitements en rapport avec la proportionnalité ;
- approcher la notion de fonction (exemples des fonctions linéaires et affines) ;
- s'initier à la lecture, à l'utilisation et à la production de représentations, de graphiques et à l'utilisation d'un tableur ;
- acquérir quelques notions fondamentales de statistique descriptive et se familiariser avec les notions de chance et de probabilité.

Présentation de l'activité de résolution de problème à partir des données sur une collection de chats, en utilisant le logiciel TinkerPlot

The screenshot shows the TinkerPlot software interface. On the left, a table lists the attributes of the 24 cats. The main window displays a scatter plot of BodyLength (inches) on the x-axis versus Gender on the y-axis. The x-axis is divided into bins: 14-15, 16-17, 18-19, 20-21, 22-23, 24-25, 26-27, and 28-29. The y-axis has categories for female and male. The plot shows that male cats tend to be longer than female cats. Below the plot, there are two questions to be answered.

Attribute	Value	Unit
Name	Ravena	
Gender	female	
Age	6	years
Weight	14	pounds
BodyLength	23	inches
TailLength	12	inches
EyeColor	yellow	
PadColor	pink and black	
FurColor	orange, black	
	<new attrib...	

Characteristics of 24 house cats

Attribute Description

Name: Cat's name
Gender: Gender of cat
Age: Age of cat
Weight: Weight of cat
BodyLength: Length of cat (not including tail)
TailLength: Length of tail
EyeColor: Color of eyes
PadColor: Color of paw pads
FurColor: Color of fur

Questions

1. Pebbles has a twin (or litter mate). Figure out who it probably is.
2. Do male cats tend to be longer than female cats? If so, by about how much?

Ici l'organisation des données proposée par le logiciel permet d'essayer de répondre à la question n°2 : *Les chats mâles ont-ils tendance à être plus longs que les chattes? Si oui, de combien environ?*