

« Il ne faut pas désarticuler un nombre »

Mise en œuvre du dispositif CESAME en primaire

Maryse Maurel, Catherine Sackur, Jean-Philippe Drouhard,

Odile Perriollat, Florence Ciaravola

GECO-IREM de NICE

Les auteurs expérimentent en cycle 3 le dispositif CESAME qu'ils utilisent habituellement au lycée ou à l'université. Ils présentent deux séances en CM1 sur la technique opératoire de la soustraction et une séance en CM2 sur l'ordre des décimaux, pour lesquelles ils ont suivi les quatre étapes du dispositif.

Une comparaison entre le travail ordinaire de la classe et les spécificités du dispositif CESAME leur permet de relever les apports positifs de ce travail.

Mots-clés

dispositif CESAME ; connaissance locale ; connaissance expérientielle ; travail sur les réponses fausses ; ordre sur les décimaux ; écart ; retenue.

Cet exposé relate et analyse des séances que nous avons menées à l'école primaire en CM1 et CM2.

Par rapport à nos travaux antérieurs, ce travail présente deux particularités.

La première concerne le cycle d'enseignement. Nous avons envie, depuis longtemps, de tester le dispositif CESAME à l'école primaire. Ce cycle 3 est pour nous un territoire inconnu, tant en ce qui concerne les sujets mathématiques et les connaissances mises en œuvre que les élèves et leur capacité à jouer le jeu d'un tel dispositif. En faisant ces expériences, nous nous sommes donc aventurées hors de notre domaine habituel, celui pour lequel le dispositif CESAME a été conçu, les années de lycée et les premières années d'université.

La deuxième différence porte sur notre présence dans les classes. Jusque là, nous expérimentions dans nos propres classes avec éventuellement l'aide d'autres membres de l'équipe comme observateurs. Nous n'avions ainsi pas besoin de former des maîtres à la théorie et à la pratique du dispositif CESAME. Nous en sommes des spécialistes, ce qui n'a pas toujours évité les erreurs, mais en minimisait les risques et la fréquence. Avec le travail en primaire, nous avons dû déléguer la mise en œuvre du dispositif à des enseignantes qui le découvraient en même temps que leurs élèves. Avec ce travail, nous avons centré notre attention sur les effets pour les élèves et leur apprentissage. Nous n'avons pas fait d'étude spécifique de l'effet sur les enseignantes.

Le dispositif CESAME

Nous exposons ici le déroulement du dispositif tel qu'il a été conçu dans le cadre de nos recherches. Nous exposerons au fur et à mesure, les difficultés que nous avons rencontrées pour sa mise en œuvre au cours moyen. Le but de ce dispositif est de faire vivre expérimentiellement aux élèves la nécessité des énoncés mathématiques en

leur faisant rencontrer la réalité mathématique. Cette réalité résiste au même titre que résiste la réalité physique. On ne peut pas modifier un énoncé mathématique et son contenu n'est jamais le résultat d'un consensus ou d'un vote. Les bases théoriques du dispositif se trouvent dans les recherches CESAME et en particulier dans le modèle des trois niveaux de connaissances tel qu'il est exposé dans l'article Sackur et al (2005).

Notre dispositif expérimental s'inspire du débat scientifique de Legrand (Legrand, 1993) avec des finalités différentes : nous souhaiterions que chaque élève, et pas seulement le groupe comme chez Legrand, ait une activité mathématique proche de l'activité d'un mathématicien. Nous essayons de travailler, non pas pour un groupe d'élèves mais pour chaque élève individuellement car nous pensons que nous avons à apprendre de la façon dont chacun pense et construit ses connaissances. C'est cela qui nous permet de travailler sur les connaissances locales, de les identifier et de pouvoir agir pour les modifier. C'est le parcours personnel de chaque élève qui nous intéresse, ce que nous appelons sa singularité.

Le débat scientifique de Legrand donne aux élèves la responsabilité des mathématiques construites dans la classe. Cela se fait sous le contrôle du professeur, bien sûr, car on ne valide jamais un résultat faux, mais tout au long du débat, ce sont les élèves qui ont en charge la détermination du vrai et du faux. Ainsi nous rejoignons Legrand sur la conviction que les mathématiques sont un lieu où chacun peut exercer sa liberté, sans soumission à une autorité extérieure.

Une autre différence avec le débat scientifique de Legrand est que nous travaillons sur des notions anciennes et non dans la construction de nouvelles connaissances.

Le dispositif expérimental est constitué de quatre étapes :

1. Un *travail personnel* assez court de 10 minutes. Cette phase de *travail individuel* permet l'activation des connaissances locales (Léonard et Sackur, 1991) et la production d'erreurs. L'un de nos principes est que les élèves ne répondent pas au hasard. Sachant qu'ils auront à défendre leur travail dans le petit groupe puis à produire un résultat commun face au grand groupe, ils ont une responsabilité personnelle. C'est ici que se mettent en place les "opinions", qui ne sont encore que des "intimes convictions". Ce temps de travail personnel est essentiel à nos yeux.
2. Un *travail en groupes de 3 ou 4 personnes* ayant donné des réponses différentes, lorsque cela est possible ; les membres du groupe doivent se mettre d'accord pour donner une seule réponse que chacun pourra défendre devant la classe complète (le grand groupe). Nous leur demandons d'arriver à une certitude solide et personnelle, qui soit la même pour les quatre personnes et qui ne soit pas seulement un accord public formel. L'obligation d'une justification mathématique de leur réponse s'impose d'elle-même, en général, à cette étape. Le petit groupe rédige un compte-rendu collectif des étapes de son travail. Ce travail permet :
 - de déterminer le résultat exact,
 - de mettre en échec les *connaissances locales* qui donnent des résultats faux,
 - de faire l'expérience de la contradiction (par l'obligation à se mettre d'accord avec un *autrui* extérieur) et de la résistance de la réalité mathématique,

- de construire une nouvelle connaissance (ou de réactiver la connaissance exacte),
- de faire l'expérience du caractère nécessaire (ou d'autres caractéristiques) de la connaissance mathématique.

C'est à cette étape que les opinions personnelles laissent la place à un savoir partagé de nature mathématique. Le professeur ne s'interdit pas d'intervenir auprès des élèves pour demander des explications et les aider à faire le point sur leur travail, mais il ne donne pas les réponses mathématiques qui restent à la charge des élèves.

3. Dans une *phase de synthèse en grand groupe*, le porte-parole de chaque groupe, choisi par le professeur, raconte ce qui s'est passé dans son groupe, l'état des choses au début du travail, les étapes de l'évolution des connaissances, la conclusion sur laquelle il y a eu accord et les raisons de cet accord ; les autres complètent éventuellement. La *séance de synthèse* en grand groupe est l'occasion pour les élèves de faire un premier retour réflexif sur leur travail. Le compte-rendu de chaque petit groupe est préparé à la fin de la phase de travail en petits groupes afin que chacun de ses membres soit en mesure de l'exposer. Cette phase permet une confrontation entre les groupes et élargit la palette des problèmes rencontrés et de leurs solutions. Elle est l'occasion de l'explicitation de certaines connaissances et de certains raisonnements, justes ou faux. Enfin elle permet au professeur de faire vivre, pour ceux qui ne les ont pas vécues dans leur petit groupe, les expériences des petits groupes qui méritent d'être partagées dans le grand groupe. Le professeur commente à partir de ce qu'il a observé et relevé sur les comptes-rendus et fait les démonstrations nécessaires si elles sont absentes.
4. La *phase d'institutionnalisation* porte sur les différentes propriétés des connaissances mathématiques : énoncé de la connaissance visée (connaissance d'ordre I), règles du jeu du travail mathématique mises en œuvre par les étudiants (connaissance d'ordre II), le fait que faire des mathématiques c'est établir des énoncés nécessaires en respectant certains principes (connaissance d'ordre III).

Pour des illustrations du dispositif à l'université ou au lycée, on peut voir Maurel (2001) ou Sackur et Maurel (2000).

La soustraction

En CM1 nous avons travaillé deux fois avec les élèves, d'abord sur la technique opératoire de la soustraction puis sur celle de la multiplication. Nous ne donnons ici que les résultats concernant la soustraction.

Le dispositif s'appuie sur les connaissances locales des élèves. Connaître des erreurs ne signifie pas connaître les connaissances locales qui conduisent à ces erreurs. Pour passer des unes aux autres un travail d'analyse est nécessaire, car il faut identifier les limites de la connaissance locale et déterminer de façon précise quelle est la connaissance mathématique qui lui a permis d'émerger. Ce travail n'a pas été fait sur les notions du primaire. Nous l'avons commencé, avec nos co-chercheurs et avons fait l'hypothèse d'une connaissance locale que nous présentons ici. Nous avons observé qu'elle était effectivement présente chez un certain nombre d'élèves.

La principale difficulté de la soustraction est la retenue. Ainsi qu'on peut le voir ci-dessous, dans le travail demandé par l'enseignante à ses élèves, les soustractions sont posées en colonnes. Dans la soustraction 939 - 721, tous les chiffres d'en haut sont plus grands que les chiffres correspondants d'en bas. Il n'y a pas de problème : colonne par colonne, les soustractions sont toujours possibles. Par contre, dans 917 - 738, il y a nécessité de faire des retenues. Nous ne savons pas comment procèdent les élèves qui se trompent.

Une connaissance locale pourrait être : on fait la soustraction dans le sens où c'est possible, en retranchant le plus petit au plus grand, quelle que soit sa place dans la soustraction posée, en haut ou en bas.

Pour 917 - 738, en appliquant la connaissance locale, on obtient 8 moins 7 ça fait 1, 3 moins 1 ça fait 2 et 9 moins 7 ça fait 2, et le résultat est 221. Un autre exemple intéressant est le suivant : 800 - 425 où la connaissance locale fait écrire 425 comme résultat. La fiche de travail présente des soustractions avec et sans retenues. Elle est conçue pour favoriser la production des connaissances locales et la dispersion des résultats dans la phase de travail personnel.

Voici les soustractions proposées aux élèves :

Résous ces opérations :

$$\begin{array}{r} (1) \quad 939 \\ - 721 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad 917 \\ - 738 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (3) \quad 35478 \\ - 12325 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (4) \quad 800 \\ - 425 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (5) \quad 500 \\ - 32 \\ \hline \dots\dots\dots \end{array}$$

Justifie tes réponses en expliquant comment tu as procédé.

Déroulement de la séance

Odile fait rappeler aux élèves qui nous sommes, pourquoi nous venons leur rendre visite, puis elle rappelle les consignes et lance le travail individuel.

Travail individuel

Nous observons les résultats des élèves de façon à constituer des groupes dans lesquels apparaissent des résultats différents pour qu'il y ait discussion.

Les soustractions 1 et 3 sont réussies par tous les élèves (au nombre de 25) sauf deux pour la première soustraction. Pour chacune des soustractions 2, 4 et 5, la réussite est de l'ordre de 50%. Le tableau ci-dessous donne les résultats précis ; la ligne "retenue" concerne des oublis de retenue pour lesquels nous n'avons pas identifié de connaissance locale. Pour le faire, il faudrait pouvoir mener des entretiens ou disposer de plus de données. La ligne "autre" correspond, le plus souvent, à une erreur de soustraction élémentaire telle que 4-3 égale 2.

Soustraction	939-721	917-738	35478-12325	800-425	500-32
Bonne Réponse	23	9	25	10	13
Connaissance locale	0	4	0	4	4
Autre erreur de retenue	0	6	0	10	7
Autre réponse	2	5	0	1	1

Sur les trois soustractions qui ont donné lieu à des erreurs, la connaissance locale représente 15% des réponses, l'oubli de retenue 30% et il y a 47% de réponses exactes. Très souvent les élèves n'inscrivent sur leur feuille qu'une partie des retenues ce qui conduit à des oublis de retenue dans une ou deux colonnes. On remarque qu'aucun élève n'a expliqué sa méthode pour faire les soustractions

Travail en petits groupes

Pour l'essentiel, pendant ce temps de travail en petits groupes, les élèves ont comparé leurs résultats et ceux qui étaient certains de ne pas s'être trompés ont expliqué aux autres comment faire. Il n'y pas eu discussion sur les erreurs mais simplement correction. C'est un travail très difficile de discuter sur les erreurs et il n'est pas étonnant que dans la première séance, des élèves aussi jeunes n'aient pas réussi à le faire. La consigne de garder trace des erreurs n'avait pas été donnée de façon suffisamment explicite par l'enseignante. C'est une autre des difficultés que nous avons rencontrées dans la mise en œuvre du dispositif.

Synthèse en grand groupe

La discussion sur les erreurs s'est faite dans la synthèse en grand groupe. Ce moment du travail a beaucoup plu aux élèves d'après les retours que nous avons eus.

Il n'y a pas eu de discussion sur la première soustraction.

Pour la deuxième, une première discussion porte sur la retenue.

Adrien passe au tableau pour 917 – 738. Il dit : « dix-sept moins huit, neuf ; il écrit une retenue de 1 à côté du 3 ; à onze on enlève quatre, sept ; et neuf moins sept, un ».

D'après lui, il faut faire une retenue parce que "7 moins 8, on ne peut pas". Nous faisons préciser ce "qu'on ne peut pas".

Marie répond : « 7 est plus petit que 8, on ne peut pas soustraire, on ne peut pas enlever plus que ce qu'on a, alors on met une retenue. Ça veut dire emprunter une dizaine ou une centaine.

7 – 8, je peux pas ; voir qui peut me prêter une dizaine ou une centaine, alors 17 – 8. Après 1 – 4, je peux pas, j'emprunte une centaine et je la rends. Je l'emprunte au 3 la dizaine ».

Une discussion s'engage, car on ne sait pas à qui on emprunte et à qui il faut rendre.

D'après Quentin, cette dizaine vient de nulle part, on ajoute au nombre 917 une dizaine sous la forme de 10 unités. Ensuite, il faut la "rendre" au 3, de façon à conserver l'écart sinon on effectuerait 927-738 au lieu de 917-738. Quentin fait intervenir l'écart qui doit être conservé si on veut que le résultat soit juste.

« La dizaine vient de nulle part, c'est pour pas changer le nombre, c'est comme 927 – 738. Après, on la rend au 3 sinon 917, ça va plus être ce nombre et on aurait plus la même différence. Si tu veux que ton résultat soit juste, il faut qu'il y ait toujours le même écart entre 917 et 738 ».

Une deuxième discussion commence à la suite de l'échange suivant :

Sébastien : la dizaine, on la prend de nulle part.

Jonathan : je sais pas pourquoi on la rend, on l'a même pas empruntée.

Bastien : pourquoi on la rendrait puisqu'elle appartient à personne.

Frédéric : c'est la méthode.

Cette dernière réponse est une réponse en conformité, or tout montre ici que plusieurs élèves ont peut-être à peu près acquis la technique opératoire mais ne savent pas du tout pourquoi on procède de la sorte. Nous ne pouvons donc nous satisfaire de cet argument d'autorité.

Catherine va au tableau et propose la connaissance locale comme une "autre méthode" que certains ont utilisé pour faire leurs soustractions. Il y a alors un certain flottement. La discussion ne peut véritablement s'engager car il est 11h30 et c'est l'heure de partir déjeuner. Catherine a été obligée de proposer cette connaissance locale car elle n'est pas apparue dans la discussion. Il peut y avoir plusieurs explications à cela : la consigne de garder trace des erreurs n'a pas été assez explicite ; les élèves ne l'ont peut-être pas identifiée lors du travail en petit groupe, ce qui n'est pas très étonnant, c'est un travail difficile ; comme nous l'avons dit, à ce moment du travail, ils se sont surtout attachés à corriger les soustractions fausses.

Certains élèves discutent avec Maryse puis avec Odile dans l'escalier en sortant de la classe.

Bastien et Jonathan : Je suis d'accord avec ce qu'a fait la dame au tableau puisqu'on peut le faire avec la multiplication et l'addition.

Odile : Qu'est-ce qu'on peut faire ?

Eux : On peut changer la place des nombres, sans changer le résultat.

Odile : Est-ce que ce qu'on peut changer dans l'addition et la multiplication, c'est ce qu'a changé la professeure ?

Bastien : Ah non ! On ne peut pas désarticuler un nombre !

La suite de la discussion en grand groupe et l'institutionnalisation

La discussion ne reprend que le lendemain, avec Odile. Catherine et Maryse ne sont pas présentes. Dans un premier temps, il y a discussion sur la conservation de l'écart. Odile rappelle à ce moment une connaissance mise à jour dans le travail sur les problèmes : « on peut prendre plusieurs chemins pour trouver le résultat, mais le résultat sera toujours le même puisque l'énoncé ne change pas et qu'on ne peut pas le transformer. Ici, c'est pareil, il ne faut pas changer l'énoncé donc il ne faut pas changer l'écart ». Pour nous cette connaissance est une connaissance d'ordre II.

Puis Bastien raconte l'échange qu'il a eu dans l'escalier avec Odile sur la non "désarticulation" d'un nombre. Utiliser la connaissance locale revient à échanger le 7 et le 8 des unités et le 1 et le 3 des dizaines.

Odile pose
$$\begin{array}{r} 917 \\ - 738 \\ \hline 221 \end{array}$$
 qui devient avec les explications de Bastien
$$\begin{array}{r} 938 \\ - 717 \\ \hline \end{array}$$

On a donc changé les nombres, on a changé l'énoncé et ce n'est pas possible de faire ça. Un nombre ne se "désarticule pas", sinon on le change. Ce n'est pas à proprement parler le nombre qui a été désarticulé, mais la soustraction dans son ensemble. Nous avons conservé ici l'expression de Bastien qui nous a paru très imagée.

L'institutionnalisation se poursuit avec le rappel de la connaissance : « on ne peut pas enlever si on n'a pas assez, donc il faut toujours que le nombre du haut soit le plus grand ».

Quelques soustractions de contrôle sont effectuées et la classe travaille ensuite sur les différentes techniques possibles pour faire la preuve que la soustraction est juste.

En résumé, les connaissances institutionnalisées sont les suivantes :

- Dans une soustraction, l'écart entre les nombres doit être conservé,
- On ne peut pas enlever plus que ce qu'on a, il faut faire des retenues,
- On ne peut pas changer l'énoncé, donc on ne peut pas changer les nombres.

Les décimaux

Le travail s'est fait dans une classe de CM2. L'ordre des décimaux est une connaissance du CM1.

Sur les décimaux nous avons identifié, lors d'un travail précédent (Léonard et Sackur 1981), deux connaissances locales, la règle 1 et la règle 2. La règle 1 découle directement de la comparaison des entiers : deux décimaux de même partie entière sont rangés dans le même ordre que leurs parties décimales considérées globalement comme des entiers. Ainsi 12,89 est plus petit que 12,143 parce que 89 est plus petit que 143. La règle 2 donne un résultat inverse : toujours pour des décimaux de même partie entière, un nombre est d'autant plus petit que sa partie décimale est longue.

Il s'agit pour nous, dans ce travail en CM2, de vérifier l'existence de ces connaissances locales, éventuellement d'en découvrir d'autres, mais c'est peu probable car nous connaissons bien la question qui a été souvent reprise par des enseignants. C'est surtout l'occasion d'expérimenter le dispositif. Nous avons affaire à une autre

institutrice, Florence, qui travaille beaucoup avec Odile et qui a suivi ses propres élèves de CM1 en CM2. Elle pratique le même genre de pédagogie active, qui laisse une très grande place à l'expression des élèves.

La fiche de travail a été préparée par Florence seule.

Range les nombres décimaux suivants par ordre croissant

- 2,17 - 2,348 - 3,1 - 2,5 - 2,096 - 10,2 - 1,97

- 11,68 - 11,898 - 11,8 - 11,75 - 17,15

- 15,5 - 15,078 - 15,349 - 15,41 - 15,36 - 15,708

- 5,125 - 4,996 - 5,02 - 5,027 - 5,2 - 5,004

- 1,414 - 1,4 - 1,05 - 1,054 - 1,504 - 1,44

Justifie tes réponses en expliquant comment tu as procédé pour ranger les nombres décimaux.

Déroulement de la séance

Travail individuel

Nous avons relevé les erreurs correspondant aux connaissances locales identifiées pour la comparaison des décimaux. Aucun élève n'a fait d'erreur sur les parties entières. Les erreurs proviennent presque toutes de l'application de la règle 1, très peu de celle de la règle 2. Ce qui frappe, dans le travail des élèves, c'est leur grande cohérence : ceux qui utilisent une règle, bonne réponse ou connaissance locale, le font dans les cinq séries de nombres à classer. Il n'y a que 9 élèves sur 25 qui donnent des réponses variables et dans certaines de ces réponses il y a l'oubli d'un nombre ou une série inachevée. 11 élèves donnent la bonne réponse partout, 6 utilisent la règle 1 et 1 utilise la règle 2.

Comme dans nos travaux précédents, nous constatons que la règle 1 fournit l'essentiel des réponses inexactes. En ce qui concerne les explications sur la façon de procéder, 18 élèves écrivent qu'ils comparent d'abord les parties entières puis les parties décimales. Parmi ces 18, 6 écrivent qu'ils comparent les dixièmes, puis les centièmes, puis les millièmes, ce qui n'est pas forcément ce qu'ils font, mais ils l'écrivent ; 3 écrivent qu'ils ajoutent des zéros (pour avoir des parties décimales de même longueur). Ces deux façons de faire donnent la bonne réponse.

Les autres ne disent pas comment ils comparent les parties décimales. Celui qui a utilisé la règle 2 sur les cinq séries, l'explique : "d'abord j'ai pris la plus petite unité parce que c'est par ordre croissant (du plus petit au plus grand). Puis j'ai regardé les chiffres après la virgule et j'ai pris le plus grand qui en fait est le plus petit".

Il y a donc près de la moitié des élèves, 10 sur 25, qui sont capables d'explicitier une façon de procéder. Ce point est important car il conditionne une partie du travail fait dans les petits groupes. Comme toujours, nous avons constitué les groupes pendant le temps de travail individuel en observant ce qu'écrivaient les élèves de façon à créer les conditions du débat. Ce travail, un peu acrobatique, a fourni ici des groupes qui permettaient la confrontation de procédures différentes.

Travail en petits groupes

Le travail en petits groupes a duré environ 25 minutes. Nous avons eu beaucoup de mal à négocier ce temps de travail. Plusieurs groupes ont refusé, par leur attitude, d'entrer dans le contrat ; dans deux groupes, les groupes 2 et 6, un élève corrigeait le travail de ses camarades, sans les laisser s'exprimer et sans donner d'explication. Il (c'était un garçon) était certain de ses résultats et ne voyait pas l'utilité de faire autre chose qu'une correction de ce qui était faux chez les autres.

En travaillant de façon très proche avec d'autres groupes, nous avons réussi à les conduire vers une attitude correspondant plus à ce que nous souhaitions. Ce fut le cas pour un groupe avec Maryse, le groupe 4, qui a bien identifié les procédures personnelles. Un groupe avec Catherine, le groupe 7 a avancé sur ce chemin. Le groupe 3 a plutôt bien travaillé tout seul. Les groupes 1 et 5 ont réussi à exprimer leur manière de faire juste sans lancer de discussion sur les procédures de chacun.

Revenons sur le travail du groupe 4 : si on regarde les fiches, deux élèves de ce groupe figurent parmi ceux qui ont le mieux exposé leur procédure par écrit.

Maryse rapporte la discussion à laquelle elle a assisté (c'est elle qui parle) :

« Ils comparent leurs résultats, ils sont très différents.

Benjamin : Plus il y en a (des chiffres) après la virgule, plus c'est petit (*règle 2*)

Caroline : Moins il y en a (des chiffres) après la virgule, plus c'est petit (*règle 1*)

Baptiste : Ni l'un, ni l'autre, il faut mettre les dixièmes, les centièmes, les millièmes, exemple pour c), $15,5=15,50$ donc $15,41<15,50$

Paul : J'ai fait comme ça aussi

Alors tous ensemble, ils reprennent les exercices et les refont, en vérifiant qu'ils sont d'accord ; je demande de rappeler la règle qu'ils utilisent pour vérifier qu'ils utilisent bien tous la même. C'est Paul qui la dit.

Paul : Je regarde d'abord avant la virgule, puis après la virgule

Benjamin : Je prends un exemple (il écrit au verso de la feuille),

18,300 et 18,34

18, 300 et 18, 340

mais j'aurais pu faire

18, 30 et 18,34

Baptiste : moi, j'aurais écrit

18,3 et 18, 34

18,30 et 18,34

Ils sont bien d'accord et reprennent ensemble tous les exercices. Baptiste et Paul avaient déjà les bons résultats. Caroline et Benjamin refont les leurs. Ils disent ce qu'ils font et Paul et Baptiste veillent pour que Caroline et Benjamin s'attendent mutuellement quand l'un distance l'autre. »

Mise en commun en grand groupe

C'était la première fois que nous mettions en œuvre le dispositif CESAME dans cette classe. Nous y avons rencontré des difficultés d'origines diverses que nous pouvons analyser ici.

Il y a eu, tout d'abord, des difficultés liées aux relations entre élèves qui n'ont rien à voir avec le dispositif ni avec les mathématiques mais qui ont fait que certains n'ont pu se mobiliser pour travailler selon un dispositif qu'ils ne connaissaient pas. Cette situation, qui est toujours susceptible de se produire, nous échappe complètement.

Ce dont nous sommes responsables, c'est de l'appropriation du dispositif par l'enseignante. Visiblement, ici, nous n'avons pas clairement explicité à Florence comment doit se passer la mise en commun en classe entière. De ce fait, elle a commencé à demander des explications et à fournir des contre exemples aux élèves avant que l'ensemble des résultats sur une série ait été posé au tableau. Elle est entrée dans un fonctionnement qui lui est familier au lieu de respecter le protocole CESAME que nous, les chercheuses, n'avons pas posé de façon assez claire. Ceci nous donne une occasion supplémentaire de constater que le dispositif a des spécificités précises qui permettent d'obtenir les résultats souhaités et qu'il ne consiste pas en un dialogue argumenté avec les élèves ou des élèves entre eux. Une très grande rigueur est nécessaire pour son application. On retrouve ici une des difficultés que nous avons anticipées pour ce travail avec des enseignantes non spécialistes du dispositif.

Le groupe 4 est venu exposer son travail au tableau et a été capable de dire quelles avaient été les erreurs observées. Par contre, ils n'ont pas énoncé, face au grand groupe, la conclusion à laquelle ils étaient arrivés dans le travail en petit groupe ; ainsi l'enseignante ne dispose de rien pour procéder à l'institutionnalisation et la séance se termine sans qu'on arrive à une quelconque conclusion sur une connaissance juste. Il faut remarquer, une fois de plus, que nous n'avons pas eu suffisamment de temps pour mener à bien les quatre temps du dispositif. La plage entre la fin de la récréation et la sortie, qui dure à peu près une heure et quart, pourrait être suffisante si les élèves étaient bien entraînés. Remarquons que les étudiants du DEUG MASS travaillaient systématiquement avec le dispositif en séance de travaux dirigés de deux heures. C'est sans doute ce vers quoi nous devons tendre si nous reprenons cette expérience en primaire, même si les deux heures sont coupées par la récréation.

Institutionnalisation

Florence a pu reprendre la mise en commun en classe entière quelques jours après cette séance, prenant prétexte de l'absence d'un élève le jour de la séance pour demander aux autres de lui raconter ce qui s'était passé.

Les trois temps du dispositif ont été bien rappelés ; deux élèves qui utilisaient la règle 1 ont pris la parole pour dire comment ils faisaient "avant", c'est à dire avant qu'il y ait confrontation dans les petits groupes ; un élève explique l'ajout des zéros et un autre expose la méthode par comparaison des dixièmes, centièmes, millièmes. À ce sujet, Florence reprend une remarque passée un peu inaperçue lors de la séance :

« Aurélie : On regarde le chiffre des dixièmes et celui qui a le plus petit est le plus petit

Alix : Et ceux là, 11,8 et 11, 898 ils ont tous les deux 8 comme chiffre des dixièmes

Alexis : 11,898 c'est presque 11,9 tandis que 11,8, c'est seulement 8 dixièmes »

Lors de la séance suivante, Alix dit que même si on rallonge 2,1969999999 il ne sera jamais plus grand que 2,5.

Plusieurs connaissances auraient pu être institutionnalisées mais nous ne savons pas si elles l'ont été.

Quelques éléments de comparaison entre le dispositif CESAME et le travail ordinaire de la classe

Florence et Odile sont deux enseignantes très à l'écoute de leurs élèves. Cela ne tient pas seulement à une disposition de leur personnalité, il s'agit de choix réfléchis. Tout leur enseignement est construit de façon que les élèves s'approprient un certain nombre de règles de fonctionnement de la classe et prennent des responsabilités dans leur mise en œuvre. Ainsi, des séances comme « ça va, ça va pas » qui ont lieu tous les soirs chez Odile permettent aux élèves un travail de retour sur ce qui s'est passé dans la journée et une mise en commun qui les oblige à une réflexion au delà de l'anecdotique. Le respect de l'autre, qui est constamment mis en avant, les habitue à s'écouter et à laisser circuler la parole tout en maintenant leur attention en éveil. De leur côté, les enseignantes sont aussi très attentives à ce que chaque enfant trouve sa place dans le groupe et soit valorisé dans ses efforts. Sur le plan purement pratique, les tâches matérielles sont réparties entre les élèves, chacun ayant un rôle précis et les responsabilités qui vont avec. Le travail en petits groupes n'est pas très fréquent. Les enseignantes lui préfèrent le travail par groupe de deux car la communication entre les élèves est plus facile lorsqu'ils sont assis côte à côte que lorsqu'ils se font face, ce qui est obligatoire quand ils sont plus de deux. D'autre part, se mettre par quatre nécessite de tourner les tables ce qui prend beaucoup de temps car elles sont lourdes. Dernière spécificité des petits groupes CESAME, ils sont construits pour permettre la confrontation ; les élèves sont susceptibles de changer de place : ceci a créé des problèmes dans la classe de Florence car certains élèves en ont profité pour fouiller dans les affaires personnelles de leurs camarades qui ont alors eu l'esprit distrait de leur travail.

Que va apporter de nouveau le dispositif CESAME à une telle classe ?

Pour les élèves, la nouveauté majeure consiste à s'occuper des réponses fausses au lieu de se contenter de rechercher et d'expliquer la bonne réponse. Il faut identifier les réponses fausses, comprendre leur origine et en garder mémoire pour les exposer à la classe entière ainsi que les raisons pour lesquelles on les rejette.

Pour l'enseignante, la nouveauté se situe aussi dans la gestion des réponses fausses, mais évidemment pas de la même façon que pour les élèves. Odile et Florence ont l'habitude de faire débattre les élèves pour réussir à identifier la réponse exacte à un exercice. Ce qu'elles ont observé, c'est que, au moins en mathématiques, elles dirigent la discussion vers cette réponse, sans toujours laisser le temps aux élèves de comprendre et de discuter des autres réponses.

Lors de la discussion en classe entière, dans le dispositif CESAME, le rôle de l'enseignante est de choisir, parmi tout ce qui est dit par les élèves, ce qu'elle garde et ce qu'elle laisse de côté pour que la solution émerge : elle coupe des branches ou choisit des briques selon la nature de métaphore que l'on préfère. Le travail en petits groupes du dispositif CESAME oblige les élèves à puiser dans les connaissances qu'ils possèdent pour résoudre le problème auquel ils font face : qu'est ce qui est juste et qu'est ce qui est faux dans ce que nous avons faits les uns et les autres ? Ils ont à mettre en commun leurs connaissances qui, avec des différences de degré, sont les mêmes puisqu'ils ont suivi le même cursus, pour résoudre les contradictions qu'ils ont amenées dans le petit groupe. C'est à partir d'un socle commun, dont ils sont sûrs, qu'ils vont pouvoir comprendre les erreurs et se mettre d'accord sur la bonne réponse. Ceci, ils l'apportent ensuite dans la mise en commun en classe entière. Ce qu'ils apportent comme connaissances pour se convaincre, chacun individuellement et tous ensemble, n'est pas forcément ce que l'enseignante aurait apporté. L'enseignante doit respecter le choix des briques et des branches pour amener le débat vers une solution ; c'est un travail difficile car il ne faut pas faire cheminer les élèves par un autre chemin que celui qu'ils ont choisi. Il faut voir, dans ce qu'ils proposent si c'est un chemin susceptible d'aboutir, mais il ne faut pas les obliger à le laisser et à en choisir un autre que l'enseignante juge plus adapté, sinon on risque de tirer à côté du but. C'est dans ce travail qu'Odile et Florence ont identifié une différence entre leur pratique habituelle et ce qu'impose le dispositif CESAME.

Citons Odile : « Quant à ma "méthode" d'enseignement, je réalise que depuis quelque temps, j'usais de "l'argument d'autorité" à savoir : « c'est comme ça, on vous l'a déjà expliqué l'an dernier, en zappant de plus en plus les étapes de décomposition et de distributivité dans la technique opératoire de la multiplication, croyant gagner du temps, pensant que ça les "embrouillait" plus qu'autre chose, n'ayant pas fait le lien entre les différentes erreurs rencontrées jeudi, et surtout en ne laissant pas vraiment la possibilité aux élèves d'expliquer leurs erreurs, de leur laisser s'en rendre compte et trouver les solutions eux mêmes. Je croyais le faire, eh bien non ! »

Ainsi, Odile a été surprise par certaines erreurs faites par ses élèves, qu'elle n'avait jamais identifiées auparavant. En cherchant à conduire ses élèves vers la bonne réponse, elle se privait de certaines informations qu'ils pouvaient lui donner. Le dispositif CESAME, en obligeant les élèves à travailler sur les différentes solutions qu'ils apportent donne ces informations et d'autre part il met en évidence les différences mathématiques entre les réponses justes et les réponses fausses. Les élèves ayant une raison mathématique de choisir la réponse juste sont dans une meilleure situation pour la comprendre et la mémoriser.

De plus, Odile nous dit qu'elle sait mieux maintenant interroger les élèves sur ce qu'ils ont ou n'ont pas compris. Il s'est trouvé qu'en parallèle du travail avec le dispositif CESAME dans sa classe, Odile a lu des articles sur l'entretien d'explicitation. Cette réflexion personnelle, en liaison avec le travail que nous avons fait ensemble, l'a conduite à modifier la façon dont elle interroge les élèves : elle remplace les questions en « pourquoi » par une interrogation qui amène les enfants à travailler sur leurs erreurs ; avec des relances telles que « qu'est-ce que tu fais quand tu fais ça ? » elle constate qu'on peut amener les élèves à dire ce qu'ils savent faire, ce qu'ils ont compris et qu'ainsi ils réfléchissent suffisamment à leurs erreurs pour trouver leur solution.

Si on s'intéresse maintenant aux acquis des élèves après les séances CESAME, on constate qu'ils sont plus solides qu'avec le travail habituel de ces enseignantes. Odile en a été enthousiasmée :

« Je leur propose d'effectuer sur l'ardoise $900 - 32$. Deux résultats sont faux. Sans désigner les enfants je dis : "Nous n'avons pas tous les mêmes résultats, tout le monde pense à tout ce qu'on vient de dire et vérifie." Tous les résultats sont corrigés sur l'ardoise. »

« Par rapport aux autres années : après la séance de « recherche redécouverte », j'avais au minimum 8 enfants à revoir en groupes de besoin. Aujourd'hui j'en ai donc 2 et encore je ne suis pas sûre qu'ils en aient vraiment besoin ; quand je reprends leurs recherches de mardi ce n'était pas aussi mauvais que ça. Résultat à confirmer lundi, après avoir fait brièvement rappeler à l'oral la technique opératoire, notamment pour les 2 élèves en « échec », avant de faire un groupe de besoin pour eux. »

Nous pouvons étudier un effet plus global du dispositif sur les élèves. D'après les observations de Florence, les enfants sont davantage enclins à confronter leurs réponses. Elle l'a constaté avec trois procédures qu'ils ont utilisées pour résoudre un problème de proportionnalité. Pour elle, auparavant, les élèves savaient dire : « je trouve pareil mais je n'ai pas fait pareil » avec une idée vague que si la méthode n'était pas celle proposée par le maître, cela ne devait pas être tout à fait juste. Elle nous dit que les élèves savent qu'on peut faire juste par différents chemins mais « qu'il y a une différence entre le fait de le dire et le fait de leur faire vivre ». Elle pointe ainsi ce que nous appelons une connaissance expérientielle. Dans la théorie CESAME, les connaissances d'ordre II sont des connaissances qu'on ne peut enseigner par un discours mais dont il faut que élèves fassent l'expérience, ce qui est exactement le cas ici.

Dans les deux classes, les élèves ont réinvesti les connaissances discutées et acquises pendant le travail avec le dispositif CESAME, dans un travail ultérieur. En CM1, la connaissance locale est réapparue lors de la soustraction avec les nombres décimaux si on soustrait un nombre à virgule d'un entier : $120 - 8,14$ donne $112,14$. En écrivant 120 comme 120,00 les élèves de CM1 ont retrouvé l'argument « il ne faut pas désarticuler un nombre » pour corriger leur erreur. En CM2, toujours pour les opérations sur les décimaux, les résultats acquis lors de la comparaison ont été rappelés et il n'y a eu que très peu d'erreurs. Ces séances CESAME servent donc de référence pour la suite des apprentissages. Les connaissances institutionnalisées à cette occasion sont des points d'ancrage pour des apprentissages futurs.

Dernière remarque sur des effets des expériences CESAME dans les classes :

Les élèves font en sorte que tout le monde écoute les explications, surtout au CM1. Ils ont, plus qu'auparavant, le sentiment que leur parole est prise en compte et ils jouent tous le jeu de l'écoute : « ils en usent et abusent ». Il s'agit pourtant d'une classe où l'écoute de la parole des élèves est particulièrement libre et où le respect mutuel est très

important. Il se peut que le dispositif CESAME ait transféré aux activités de mathématiques des modes de fonctionnement qui y étaient moins habituels et que les enseignantes aient été plus attentives à ces phénomènes.

Bibliographie

LEGRAND M. (1993), Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse, *Repères-IREM*. 10, pp 123-158.

LEONARD F. & SACKUR-GRISVARD C. (1981), Sur deux règles implicites utilisées dans la comparaison de nombres décimaux positifs, *Bulletin de l'APMEP* 327, pp 47-60.

LEONARD F. & SACKUR C. (1991), Connaissances locales et triple approche, une méthodologie de recherche. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10(2/3), pp.205-240.

MAUREL M. (2001), Derrière la droite, l'hyperplan. *Repères-IREM* 42, pp.83-114

SACKUR C., ASSUDE T., MAUREL M., DROUHARD J-P., PAQUELIER Y. (2005), L'expérience de la nécessité épistémique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 25/1 pp.57-90.

SACKUR C. & MAUREL M. (2000), Les inéquations en classe de seconde. Une tentative pour enseigner la nécessité des énoncés mathématiques. *Petit x* 53, pp. 5-26.