Communication C 1

ENTRER DANS LE CODE ECRIT : LE SYSTEME DE NUMERATION EN CYCLE 2

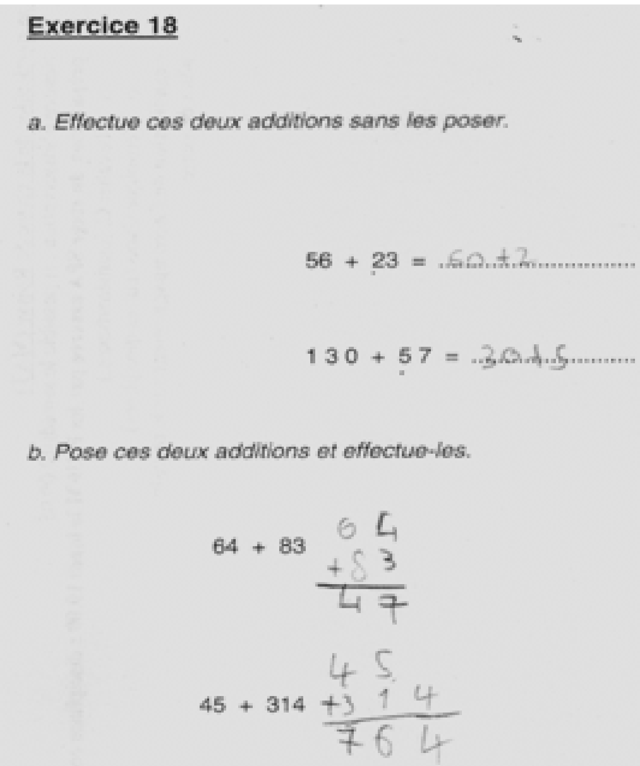
Claudine CHEVALIER,
Professeur de mathématiques
IUFM de Créteil
claudine.chevalier@creteil.iufm.fr

Comment enseigner aux élèves notre système de numération ? A quel âge peuvent–ils le mieux appréhender son fonctionnement ? Ce sont les questions envisagées ici dans le cadre d'expérimentations menées dans deux classes de CP, depuis deux ans, d'une situation adaptée de celle proposée par Bassis (texte initial 1984) en prenant appui sur les travaux de l'équipe Ermel (1991) autour des « groupements échanges » et de Briand – Salin concernant les processus de désignation (2004). Cette situation a également servi de support de formation en formation initiale et continue des Professeurs des Écoles. Des éléments de ces expérimentations et leur analyse, qui emprunte à la terminologie de Duval (2005), sont l'objet de cette communication.

1 CONTEXTE

1.1 Origine du questionnement

A l'origine de ces questions, un constat de difficultés récurrentes, voire d'échecs, constatés aux évaluations CE2, difficultés qui persistent en se prolongeant en 6^{ème} par des erreurs d'interprétation du fonctionnement des nombres décimaux. Voici un exemple issu d'une évaluation en CE2 de 2004 et deux exemples d'évaluation 6^{éme} de 1995 et 2004.



Exercice 18

a. Effectue ces deux additions sans les poser.

56 + 23 = 60+2

1 3 0 + 5 7 = 3015

b. Pose ces deux additions et effectue-les.

64 + 83
$$\begin{array}{r} 64 \\ +83 \\ \hline 47 \end{array}$$

45 + 314
$$\begin{array}{l} 45 \\ +314 \\ \hline 764 \end{array}$$

En CE2, les erreurs commises - ajout du chiffre des unités (avec une erreur de comptage) au premier nombre puis ajout du chiffre des dizaines au résultat dans le premier calcul, alignement par la gauche dans l'addition posée - dénotent un traitement incertain des chiffres d'un nombre, témoin de la non compréhension du rôle de la position des chiffres dans un nombre.

Complète convenablement les chèques ci-dessous :

TRÉSOR PUBLIC TRÉSORERIE GÉNÉRALE

48,5

Quarante-huit francs cinq centimes

Madame Leroy

95

TRÉSOR PUBLIC TRÉSORERIE GÉNÉRALE

1100,30

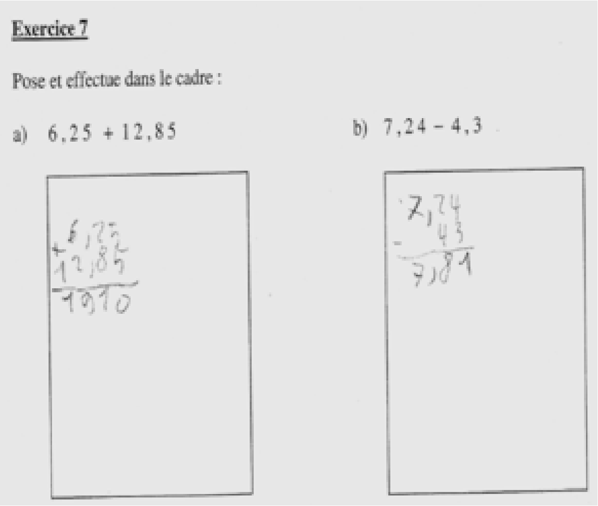
Mille douze francs trente centimes

Monsieur Durand

Caen

93

En 6ème (1995) cette évaluation témoigne d'une liaison langage oral – écrit digital défectueuse.



Exercice 7

Pose et effectue dans le cadre :

a) 6,25 + 12,85

+ 6,25
12,85
1910

b) 7,24 − 4,3

7,24
− 43
7,81

Ici (6ème, 2004), la pose de l'addition est faite sans référence à l'existence de la virgule. On pourrait supposer qu'il ne s'agit que d'une incompréhension des nombres décimaux mais un entretien avec l'élève montre qu'il n'a jamais perçu le rôle de la position des chiffres dans un nombre même entier. L'alignement des chiffres par la droite dans une addition posée relève d'un apprentissage d'automatisation sans compréhension.

Ces erreurs constatées dans les évaluations depuis toutes ces années confirment les observations très souvent effectuées par des enseignants de cycle 3.

Des erreurs fréquentes rencontrées en cycle 3

« cent trois »	traduit	1003
« mille vingt trois »	traduit	1000203

Ces difficultés de conversion entre représentations symboliques verbales et digitales sont fréquentes et posent, pour moi, la question du passage privilégié, dans l'enseignement français actuel, de l'apprentissage de la numération par l'énumération verbale. Les travaux effectués par

Briand – Salin avec des enfants d'âge maternel montrent, à mon sens, que les processus de désignation autre que verbale sont également à considérer dans l'apprentissage des notions de nombre et de numération.

1.2 Des regards sur ces difficultés spécifiques des élèves

De nombreux chercheurs et praticiens ont attiré l'attention sur les difficultés de cet enseignement.

- Le regard d'un chercheur : **Complexité du concept, Fayol (1990)**

« Les activités numériques présentent un double aspect. […] D'une part, elles renvoient à la numération comme système organisé, élaboré et mis en œuvre au sein d'une culture donnée. Il s'agit là d'un produit socio-historique extérieur à l'enfant mais qu'il doit s'approprier et intérioriser pour résoudre les problèmes. D'autre part, elles font appel à un certain nombre de notions logicomathématiques – sériation, équivalence, itération, addition, soustraction - qui structurent le système de manière sous-jacente et qui conditionnent son organisation interne. On a là affaire aux fondements logiques du nombre et de la numération. Or il va de soit que ***ces fondements ne peuvent être socialement transmis au même titre que la chaîne numérique verbale***[1]*. Ils doivent faire l'objet d'une construction de la part de l'enfant lui-même »*[2]

Cette conclusion de Fayol nous impose de nous saisir de cette difficulté d'enseignement pour tenter de la résoudre.

- Le regard de rééducatrices : **Difficulté d'apprentissage**

« Comment accepter qu'un ***enfant d'intelligence normale****, qui a su lire et écrire sans difficulté, se voit en fin de CE ou CM contraint de redoubler à cause du calcul ?* [….] *Dix années de face à* ***face avec l'échec en mathématiques*** *nous ont convaincues que quel que soient la classe, le niveau ou les points d'impact des blocages,* ***on doit revenir à la numération****. »*[3]

Le constat de ces rééducatrices, Bacquet et Gueritte-Hess (1996) à la suite de leur longue pratique, témoigne de l'importance de la compréhension du concept de numération pour toute acquisition ultérieure concernant le domaine numérique.

- Le regard de praticiennes : **Des questions en cours…**

---

[1] Souligné par moi

[2] Michel Fayol, L'enfant et le nombre, Delachaux et Niestlé, 1990, p. 185

[3] Michelle Bacquet, Bernadette Gueritte-Hess, rééducatrices en mathématiques, p. 2-3 in Le nombre et la numération, Pratique de rééducation, Isoscel, Editions du Papyrus, 1996

Déjà, en 2004, des praticiennes, Aigoin et Debourg, avaient fait part de leur questionnement sur ce sujet. La conclusion de leur article montrait que la question restait ouverte.

« Ainsi, nous pouvons nous demander ***dans quelle mesure les connaissances*** **a priori** ***des élèves sur les nombres*** *(connaissance de la comptine numérique orale sans relation avec le nombre en tant que mémoire d'une quantité, connaissance partielle du code, limitée à la connaissance des chiffres au détriment des règles d'écriture)* ***ne sont pas****, elles-mêmes,* ***un obstacle didactique à la construction de la numération et à la compréhension des fondements de notre système décimal. »***[4]

A la suite de l'ensemble de ces réflexions, de nombreuses années d'aide aux élèves en difficulté en CM et en 6ème, d'aide à des plus jeunes et de nombreuses lectures, j'ai été intéressée par une proposition de situation de Bassis (1984) qui me semblait correspondre au questionnement exprimé.

Il semble bien que la question qui se pose est celle de l'écriture du nombre qui se prononce, à la suite de « neuf » encore avec un mot nouveau, mais qui s'écrit avec un chiffre déjà utilisé et un signe qui signifie « rien »…

J'ai donc adapté et expérimenté une situation « les moutons », comme situation de référence dont je vais vous décrire tout d'abord les grandes étapes. Vous trouverez en annexe un écrit détaillé rédigé à destination d'enseignants de CP.

1.3 Présentation de la situation

Et après 9, quelle écriture ? : **« Les moutons »,** une situation de référence qui permet aux élèves l'apprentissage de la numération positionnelle, leur évite l'installation de conceptions erronées et permet aux Professeurs des Ecoles en formation la compréhension de la difficulté intrinsèque à notre numération, les oblige à une remise en question de leurs connaissances automatisées. Les étapes décrites ici sont celles de la situation telle que présentée aux élèves de CP. Quelques

---

[4] Chistine Aigoin,conseillère pédagogique et Valérie Debourg, professeur des écoles, membre du groupe d'Etudes et de Recherches à l'IREM de Montpellier in Grand N n°73, 2004 : dans leur article intitulé « Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnelle ! »

adaptations – mineures - sont nécessaires pour la présenter en situation de formation de professeur des écoles.

Les grandes étapes[5]

1.3.1 La désignation ORALE d'une quantité

Création d'un contexte imaginaire répondant au contexte d'historicité, introduisant le concept de nombre « mémoire de quantité », sans induire de procédure de dénombrement usuel.

1.3.2 La désignation ECRITE d'une quantité

Création des conditions de la compréhension de la nécessité d'un code écrit commun pour désigner une quantité et de la nécessité de réalisation de groupements**.**

1.3.3 La désignation ECRITE d'une quantité à l'aide de chiffres

Utilisation du code écrit usuel pour provoquer la prise de conscience du rôle conventionnel de la position des chiffres dans un nombre.

1.3.4 L'introduction du chiffre 0

Découverte de la nécessité de coder la place de l'absence d'un groupement (ou d'un isolé).

1.3.5 La désignation ECRITE d'une quantité à l'aide des dix chiffres disponibles

Compréhension de l'usage des groupements par dix pour permettre le codage à l'aide des chiffres disponibles.

Je vais à présent vous relater quelques éléments de ces expérimentations en formation de professeurs des écoles puis en classes de CP.

---

[5] cf. annexe 1

2 EXPERIMENTATION

2.1 En formation de Professeurs des Ecoles

Je vais, en un premier temps, vous présenter quelques productions écrites réalisées au cours des stages. Je veux toutefois vous préciser que cette situation a toujours provoqué chez les PE, devant ce tas d'objets à dénombrer, sans pouvoir compter en utilisant la suite numérique des mots appris, un premier moment de perplexité. Les très jeunes (proches de leur concours) ou les plus anciens (ayant vécu les « maths modernes ») ont ensuite en général réagi en disant : « mais ça c'est des bases », les uns cherchant à calculer après avoir compté en base dix (prisonniers de la dénomination usuelle et à la recherche de formules de traitement) puis transposant en base 4, les autres un peu perplexes puis constituant des groupes et des « groupes de groupes » et s'engageant dans des actions provoquant réflexion et échanges d'opinions…

Les trois premières étapes (après manipulation de trombones (ou jetons), écrit à l'aide de « mots », écrit à l'aide de « dessins », écrit à l'aide de « chiffres ») suffisent en général pour provoquer une discussion de fond sur les différentes facettes de notre numération décimale et les conditions de présentation aux élèves pour leur assurer une bonne compréhension de la notion de numération de position et de « système ».

La première étape orale qui permet de formuler les actions réalisées, est suivie d'une réalisation écrite avec comme objectif : « se souvenir du nombre de moutons de sa tribu ».

Voici quelques exemples de réalisations.

2.1.1 En formation initiale

Je vais, en un premier temps, vous présenter quelques productions écrites réalisées au cours des stages. Je veux toutefois vous préciser que cette situation a toujours provoqué chez les PE, devant ce tas d'objets à dénombrer, sans pouvoir compter en utilisant la suite numérique des mots appris, un premier moment de perplexité. Les très jeunes (proches de leur concours) ou les plus anciens (ayant vécu les « maths modernes ») ont ensuite en général réagi en disant : « mais ça c'est des bases », les uns cherchant à calculer après avoir compté en base dix (prisonniers de la dénomination usuelle et à la recherche de formules de traitement) puis transposant en base 4, les

autres un peu perplexes puis constituant des groupes et des « groupes de groupes » et s'engageant dans des actions provoquant réflexion et échanges d'opinions…

Les trois premières étapes (après manipulation de trombones (ou jetons), écrit à l'aide de « mots », écrit à l'aide de « dessins », écrit à l'aide de « chiffres ») suffisent en général pour provoquer une discussion de fond sur les différentes facettes de notre numération décimale et les conditions de présentation aux élèves pour leur assurer une bonne compréhension de la notion de numération de position et de « système ».

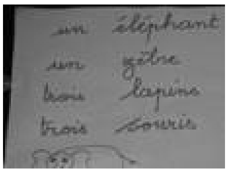
La première étape orale qui permet de formuler les actions réalisées, est suivie d'une réalisation écrite avec comme objectif : « se souvenir du nombre de moutons de sa tribu ».

Voici quelques exemples de réalisations.

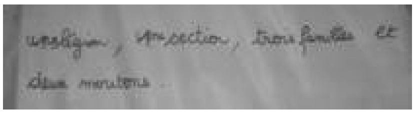
2.1.2 En formation continue

Etape 1

Groupe C Groupe D



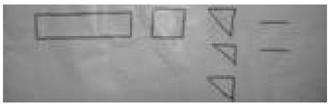
un éléphant
un zèbre
trois lapins
trois souris



une région, une section, trois familles et deux moutons

Le choix de dénomination faisant appel nettement à un imaginaire figuratif résulte-t-il des pratiques auprès d'enfants de ces enseignants expérimentés et de leur souci de se mettre à leur portée ? En tout état de cause, j'ai très fréquemment fait le constat de cette différence de symbolisation entre professeurs stagiaires et professeurs déjà expérimentés.

Etape 2



Groupe C Groupe D

Le groupe C a simplement « traduit » en dessin sa dénomination verbale et a choisi de structurer additivement ces désignations.

Le groupe D a cherché une représentation plus abstraite des groupements.

Etape 3

Groupe C Groupe D

Le groupe C a choisi de représenter les différents ordres en symbolisant le rang par une position rappelant notre notation conventionnelle sous forme de puissance, en conservant toutefois une écriture de type additif pour le groupement de premier ordre. Il est à noter que le symbole « 4 » a été choisi en rappel de la constitution de base de chacun des groupes. Le groupe D a lui choisi un codage additif, tout en gardant une présentation positionnelle mais verticale – le 1 représentant les isolés, le 2 un groupe de quatre, le 3 un groupe de quatre fois quatre, le 4 un groupe de quatre fois quatre fois quatre – (le langage utilisé ici est celui par lequel s'expriment les PE et cela d'une manière courante).

2.2 Des réalisations d'élèves en classe de CP

L'expérimentation a lieu depuis deux ans dans deux classes de CP de milieux socioprofessionnels différents (une école recrute dans un milieu plutôt favorisé, l'autre plutôt défavorisé). Le suivi des élèves en CE1 est également assuré.

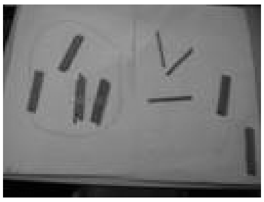
La séquence a lieu en début d'année scolaire, sur huit séances environ. Le début d'année est consacré à s'assurer que les élèves possèdent bien la notion de cardinal ainsi que l'écriture des nombres jusqu'à 9.

La phase de représentation verbale écrite n'a pas lieu, comme avec les adultes, avec des élèves de CP. La communication orale collective et le choix du vocabulaire employé a lieu après la première étape.

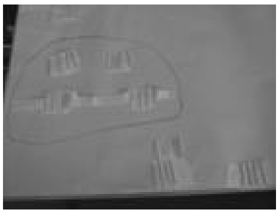
Des réalisations d'élèves :

Etape 1 : *Les groupements*

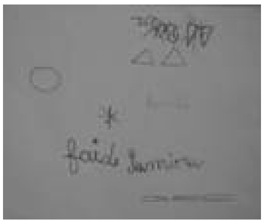
Etape 2 : *les représentations iconiques*



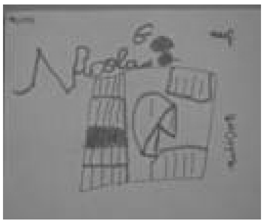
Groupe E



groupe F



groupe E

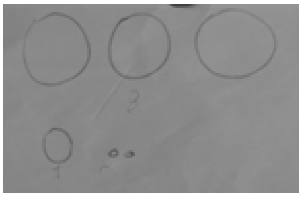


groupe F

Le passage de la réalisation matérielle à la représentation iconique s'est fait facilement. **Pour le groupe E**, ○ représente le grand groupe, △ un petit groupe, ⬭ un isolé[6]. On pourrait parler ici, à l'instar de Duval, de « pseudo-objets » qui permettent une représentation figurée de ce qui a été réalisé et est très proche de la réalité des objets dénombrés. **Pour le groupe F**, le besoin de figurer ce qui était en réalité est encore plus prégnant.

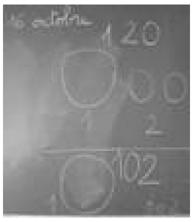
La synthèse collective a permis ensuite de choisir la représentation la moins « coûteuse » en termes de temps d'écriture et « d'encre » dépensée.

Etape 3 : *Les désignations à l'aide de chiffres*



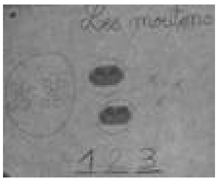
Dans la classe, dont une des représentations est extraite ci-contre, les petits, moyens et grands « ronds » ont été choisis pour symboliser respectivement les « tout seul », les « moyens groupes » et les « grands groupes ». Le groupe concerné ici, n'a pas pu en un premier temps se détacher de la proximité entre la représentation iconique et la représentation symbolique chiffrée. Il a fallu l'exigence, par la maîtresse, d'une écriture sans « dessin », sur une seule ligne, pour admettre le choix imposé par la transmission de notre code issu de cet héritage socio-historique dont parle Fayol (cf. citation ci-dessus).

Etape 4 : *La nécessité du chiffre 0*



Cette photographie témoigne de la synthèse faite le 16 octobre 2006 dans l'une des classes. Un des groupes n'avait pas de « tout seul », l'autre pas de « moyen champ » et pourtant ils avaient codé leur nombre de moutons « 12 » sans avoir le même nombre de bâtonnets. La nécessité de l'introduction d'un symbole nouveau comme marqueur de « place vide » a légitimé l'emploi du « 0 ».

Etape 5 : *Désignation écrite à l'aide des dix chiffres*



Il s'agit ici de la synthèse écrite collective finale permettant la mémorisation de la conversion entre représentation iconique et représentation symbolique digitale, cette fois dans notre système conventionnel de groupement par dix et

---

[6] La terminologie utilisée ici est celle qui a été employée dans les classes et qui a correspondu aux dénominations utilisée spontanément par les élèves.

d'écriture à l'aide des chiffres disponibles. La représentation des groupements par dix à l'aide des doigts des mains s'est imposée tout naturellement, témoignage de la liaison doigts – cerveau - pensée numérique dont parle Dehaene (2007) dans ses travaux. En aucune manière la chaîne numérique verbale n'est à ce moment concernée. « *Le passage des représentations iconiques, quelles qu'elles soient, aux systèmes de représentations symboliques* », dont parle Duval (2005) est ici directement travaillé.

3 ELEMENTS D'ANALYSE DE CETTE SITUATION

3.1 Apports pour les Professeurs d'Ecole

Récemment encore, des enseignants engagés dans un PPI[7] m'ont témoigné du grand intérêt que leur apportent le vécu et l'analyse de cette situation. Elle leur permet de comprendre concrètement les origines possibles des difficultés de leurs élèves et de les légitimer. Elle leur permet également de comprendre les différents aspects de la construction d'une réelle compréhension de la notion de numération : la nécessité de groupement régulier et optimal (manque de « mots » pour désigner le suivant - on ne peut pas « compter » -), la contrainte d'efficacité, la nécessité d'une désignation non seulement orale mais écrite à convenir en commun – le code -, la nécessité de comprendre le fonctionnement du code – la position des chiffres -.

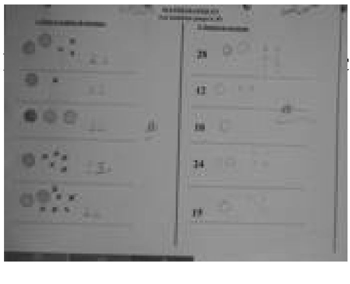
En formation initiale, cette situation permet aux stagiaires de prendre conscience de la différence entre posséder une connaissance et la transmettre. La nécessité d'une réflexion d'ordre didactique s'impose alors à eux comme préalable à l'acte d'enseigner.

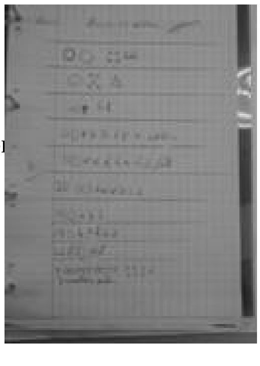
3.2 Apports pour les élèves de CP

Voici quelques éléments d'évaluation qui permettent de percevoir un apport positif de cette situation pour l'apprentissage par les élèves du système de numération.

- Un cas de « remédiation »

Mathieu est maintenu au CE1 à cause des mathématiques, les autres apprentissages





---

[7] Enseignants travaillant depuis plusieurs années dans le Plan de irco

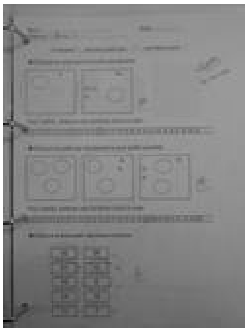
ne lui causent aucune difficulté. En janvier il ne « dépasse pas le 9 ». Sa maîtresse déclare avoir tout essayer (manipulations, groupements/échanges…). Il travaille avec elle la situation « Les moutons » qui agit sur lui comme un élément déclencheur de compréhension. En mars, il a étendu la compréhension de son champ numérique jusqu'à 69…

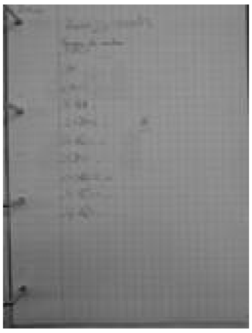
– En CP

- Une aisance rapidement acquise dans les processus de conversion des représentations symboliques en représentations iconiques et réciproquement.

Les couleurs, apparaissant ci-contre, ont été une aide à la mémorisation pour certains élèves, la compréhension du rôle différent du chiffre des dizaines et de celui des unités étant assuré par le recours régulier au rappel de la situation vécue et du « moyen champ » ou « petit groupe » réalisé avec dix « tout seul ».

- Des résultats très encourageants sur tous les exercices de comparaison de nombres en écriture symbolique digitale et cela pour une grande majorité d'élèves dès le mois de novembre.





D'autres exemples de résultats encourageants en CE1 et CE2 ont été communiqués par les enseignants ayant participé à cette expérimentation dans les deux écoles. La remédiation en CE2 a été menée par la maîtresse de CP.

– En CE1 :

Des élèves ayant travaillé « Les moutons » en CP deviennent « moteurs » pour les autres élèves grâce au rappel de cette situation « référente » qui se travaille aisément également en CE1 et devient vite une référence pour toute la classe.

– En CE2 :

Des élèves en échec dans le domaine numérique, après avoir travaillé en petits groupes de remédiation cette situation, ont pu reprendre le travail du domaine numérique avec l'ensemble de leur classe, avec succès cette fois.

Depuis plusieurs années, cette maîtresse avait déjà pris en charge des élèves présentant des difficultés similaires et jusqu'à présent ces aides, prenant appui sur les ouvrages de l'équipe Ermel, n'avaient pas produit les effets attendus.

3.3 Une réponse à des questionnements théoriques ?

Cette situation permettrait-elle de répondre à des avis de différents chercheurs qui ont déjà longuement étudié cette question ?

3.3.1 Un accord avec certaines prises de position théoriques :

- Ancrage socio-historique pour l'élève :

La situation présentée ici semble permettre cette appropriation dont parle Fayol (1990)[8] en favorisant cet ancrage dans une histoire de tribus et de troupeaux et l'expérimentation à partir d'une situation imaginaire, processus si familier aux jeunes enfants qui favorise l'apprentissage.

- Travail des notions logico-mathématiques sous-tendues :

Par les manipulations permises et la nécessité de l'invention d'un code commun, elle engage l'enfant dans la compréhension « *[….] des fondements logiques du nombre et de la numération. Or il va de soit que ces fondements ne peuvent être socialement transmis au même titre que la chaîne numérique verbale. Ils doivent faire l'objet d'une construction de la part de l'enfant lui-même.* » Fayol (1990)[9].

Par la possibilité de réaliser des groupes et des « groupes de groupes » elle lui permet de percevoir certaines notions logicomathématiques. « *D'autre part, elles font appel à un certain nombre de notions logicomathématiques – sériation, équivalence, itération, addition, soustraction - qui structurent le système de manière sous-jacente et qui conditionnent son organisation interne.* » Fayol (1990)[10].

3.3.2 Un choix différent de certains autres :

- **Dissociation comptage et langage**

---

[8] Cf. citation infra p.2 Fayol, L'enfant et le nombre, Delachaux et Niestlé, 1990, p.185.

[9] Fayol, L'enfant et le nombre, Delachaux et Niestlé, 1990, p. 185

[10] ibidem

« C'est seulement lorsque le comptage des dizaines est conçu comme un résumé de celui des unités qu'il permet lui aussi de se représenter les unités. […] On voit que la langue joue un rôle essentiel dans cet apprentissage » Brissiaud (2003)[11]

- Groupements autres que dix

« Nous avons choisi de ne faire écrire les résultats des groupements que lorsque ceux-ci se font par dix, de manière à éviter les mélanges d'écritures […]. L'expérience a montré que la majorité des enfants de six ans ne tiraient pas profit du travail effectué dans des bases autres que dix. » Ermel (1991)[12].

Il n'est pas question ici de négliger le rôle de la langue ni de faire travailler écriture ou groupements de façon systématique dans plusieurs bases[13], mais de **permettre de dissocier temporairement comptage et désignation symbolique orale d'une quantité.** Notre langue française impose la mémorisation de seize mots différents pour désigner les seize premiers nombres[14] avant de permettre la possibilité d'un appui éventuel sur le langage pour comprendre les règles de fonctionnement interne du système de désignation symbolique chiffrée. Il semble donc nécessaire d'éviter de prendre appui sur le langage pour débuter cet apprentissage. D'autre part, la compréhension du fonctionnement du système ne peut se faire sans la prise de conscience de l'existence de groupements (groupe et groupes de groupes) et leurs désignations symboliques écrites. Mais le groupement par dix, par son étendue et l'impossibilité d'estimation visuelle de la quantité dix, impose le passage par une procédure de dénombrement verbal oral et empêche donc une liaison directe quantité – désignation écrite.

Ainsi la situation décrite permet-elle d'envisager de répondre aux recherches et prises de positions d'autres chercheurs.

3.3.3 Prise en compte des points de vues ci-après.

---

[11] Brissiaud, Comment les enfants apprennent à calculer, Retz, 2003 p. 232, 233

[12] Ermel , Apprentissages numériques et résolutions de problèmes, CP, Hatier, 2005, p.271

[13] Ce n'est pas la notion de base qui est privilégiée ici mais celle de groupement (groupe et groupe de groupes) d'une dimension qui permet la manipulation de jeunes enfants et la perception visuelle de la quantité regroupée.

[14] cf. annexe 3

- **Complexité des représentations des nombres**

« Il y a la situation dans laquelle les objets étudiés sont inaccessibles en dehors de ***représentations relevant d'une activité sémiotique****, comme en mathématiques. […] Quand un enfant utilise une, voire même deux, de ces représentations devient-il pour autant capable de reconnaître les nombres dans une troisième représentation ? […] L'enjeu essentiel de l'enseignement est* ***le passage des représentations iconiques****, quelles qu'elles soient,* ***aux systèmes de représentations symboliques****. »* Duval (2005)[15]

Duval[16] classe le langage naturel, comme les représentations chiffrées parmi les représentations symboliques, représentations chiffrées dont l'emploi est nécessaire dans la désignation écrite des nombres et leur utilisation dans les calculs. Les difficultés d'apprentissage mentionnées ci-dessus engendrées par l'utilisation de la langue orale nécessitent donc de pouvoir travailler dans un autre registre plus accessible aux élèves. Or l'accès aux représentations iconiques est plus aisé car proche des activités de manipulations possibles. Dans la situation proposée, ces représentations iconiques sont à la portée (physiquement à partir de manipulations simples) des élèves et la possibilité de réaliser des groupements facilitée par le petit nombre d'objets à manipuler. Ainsi, très rapidement les représentations iconiques correspondantes réalisées par les élèves prennent sens et les représentations symboliques chiffrées amenées alors peuvent prendre appui sur la notion même de quantité isolée ou de groupement.

- **Intuitions spatiales des quantités chez le jeune enfant.**

« Cette expérience […] a permis de déterminer que ***certaines régions cérébrales répondent à l'identité des objets, et d'autres à la quantité numérique****. […] Il est remarquable de penser que le cerveau de l'enfant est déjà organisé chez des bébés de trois mois. […].* ***Il s'agit du socle sur lequel se feront les apprentissages ultérieurs. […]*** *Je crois qu'il serait particulièrement intéressant de* ***renforcer*** *dans les écoles* ***le lien entre chiffres arabes et quantités correspondantes. »*** Dehaene (2007) [17]

Dans la situation proposée, le groupement par 4 permet de se « passer de compter ». La représentation du nombre en tant que quantité est très nettement favorisée car visuellement disponible. Ainsi le *« le lien entre chiffres arabes et quantités correspondantes »* est nettement

---

[15] Duval, Actes du XXXII^{ème} colloque COPIRELEM, 2O05, p.67 ; 69

[16] cf. annexe 2

[17] Dehaene, Actes du Séminaire de mathématiques (novembre 2007), publication 14 mars 2008

renforcé. La correspondance entre chiffre arabe et groupement par quatre étant réalisée, passer du groupe de quatre au groupe de dix ne perturbe pas la compréhension du lien écriture symbolique chiffrée – quantité correspondante et dans les expériences faites, la compréhension de la nécessité du groupement par dix n'a posé aucun souci. La liaison groupement de dix – écriture symbolique chiffrée est ainsi effective.

4 CONCLUSION

Les expériences réalisées, autant en formation des maîtres qu'en classe de CP, permettent de faire l'hypothèse que la situation décrite pourrait servir de situation de référence pour l'apprentissage par les jeunes enfants de notre système de numération et la compréhension par les maîtres des difficultés de cet enseignement. Elle semble respecter les conclusions des différents travaux sur la nécessité de désignations des groupements menés par l'équipe Ermel et sur les difficultés inhérentes à notre langue française soulignées particulièrement par Brissiaud. Elle semble pouvoir apporter une réponse aux recommandations faites par Duval concernant *le passage des représentations iconiques aux systèmes de représentations symboliques* et Dehaene concernant *le renforcement dans les écoles du lien entre chiffres arabes et quantités correspondantes.* Il reste, de toute évidence, à en poursuivre l'expérimentation de façon à pouvoir apporter une conclusion plus rigoureuse de l'efficacité de sa mise en œuvre.

5 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Aigoin C., Guebourg V. (2004) *Grand N* **73,** 49-65
- Bacquet M., Gueritte-Hess B., (1996) *Le nombre et la numération,* Isoscel, *« Du dénombrement terme à terme aux groupements réguliers : un pas nécessaire vers la compréhension de notre système de numération positionnel »*
- Bassis O., (2003) *Concepts clés et situations problèmes,* Hachette Ed. 17-76
- Bideaud J., Lehalle H., (2002) d. *Le développement des activités numériques chez l'enfant,* Lavoisier

- Briand J., Salin M.H., Loubet M., *Apprentissages mathématiques en maternelle* Hatier 2004 CD.
- Brissiaud R., (2003) *Comment les enfants apprennent à calculer* Retz 232-238
- Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques* La Pensée sauvage
- Dehaene S. (2007) in *Actes du séminaire national Enseignement des mathématiques à l'école primaire* http://webtv.ac-versailles.fr 117-132
- Duval R. (2005) *Actes du XXXII colloque* Copirelem 67-89
- Ermel, (2005) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CP* Hatier 245-273
- Fayol M. (1990) *L'enfant et le nombre*, Delachaux et Niestlé, 180-190
- Fayol M. in Bideaud J., Lehalle H., (2002) d. *Le développement des activités numériques chez l'enfant,* Lavoisier 151-170
- Rouche N. (2006) *Du quotidien aux mathématiques* Ellipses 15-33

ANNEXE 1

Séquence CP ***Et après 9, quelle écriture ?***
Etapes 1 à 5 :
Connaissances : Connaître et savoir interpréter la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture décimale[18] d'un nombre.

Préambule
L'objectif principal, à ce moment de l'année, de la démarche d'apprentissage[19] exposée ici est double. Il s'agit tout d'abord de donner à l'élève, et à la classe, une situation de référence dans le domaine de la numération. Nous proposons en effet dans ce chapitre une « situation – problème », dans l'acception faible du terme, situation qui pourra également être réinvestie en CE1, favorisant ainsi la continuité des apprentissages. Il s'agit également de construire un apprentissage de la numération positionnelle ne permettant pas aux conceptions erronées des élèves de s'installer de manière pérenne. La situation des « moutons » a été conçue dans le but d'éluder les erreurs classiques connues depuis longtemps des élèves, mais aussi avec l'objectif d'appréhender la numération positionnelle dans tous ces questionnements (épistémologiques notamment). Il faudra, dans cette situation, porter attention à l'écrit et aux règles régissant celui-ci, en mathématiques.

Attention : En ce début d'année de CP, avec des élèves encore très jeunes, le plaisir de manipuler le matériel utilisé dans cette situation (des bâtonnets) peut l'emporter sur la réflexion. Il faut donc prévoir une séance de « découverte » (dévolution) du matériel, de la situation et des questions qu'elle implique.

Les moutons

1ère Etape : La désignation ORALE d'une quantité

Créer un contexte imaginaire qui réponde aux objectifs d'historicité et de communication.	Nous sommes dans un pays imaginaire, composé de tribus qui possèdent chacune un troupeau de moutons et qui, le soir, désirent trouver un moyen pour se souvenir du nombre de leurs moutons.
Contraindre le champ numérique disponible de façon à provoquer un problème de codage (oral puis écrit) sans dépasser les capacités manipulatoires de jeunes enfants.	Dans ce pays, les habitants ne savent compter que jusqu'à quatre et ….il leur arrive des choses « bizarres ».
Introduire le concept de nombre en tant que « mémoire de quantité », sans induire de procédure de dénombrement usuel de façon à ne pas interférer avec le savoir social et	Vous avez à votre disposition ces petits bâtonnets qui représentent les moutons de votre tribu. Vous devrez trouver un moyen pour savoir, la prochaine fois que vous

---

[18] L'expression « Ecriture décimale » signifie : écriture des nombres entiers à l'aide de chiffres qui prennent une valeur différente suivant la position où ils se trouvent, la base étant régulière et en groupements par dix.
[19] Démarche adaptée de celle expérimentée dans le cadre du GFEN (Groupe Français d'Education Nouvelle) - cf. Odette Bassis, Concepts Clés et situations problèmes, Hachette Education, 2005 -

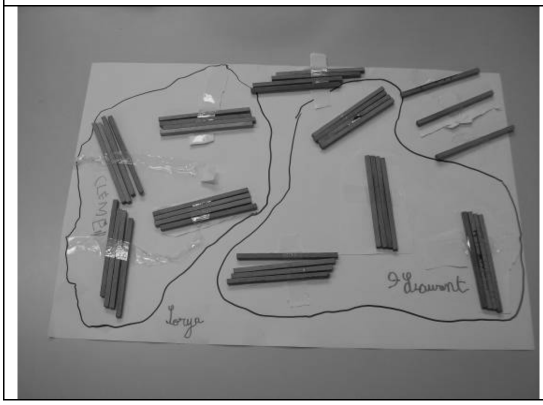
scolaire déjà acquis (comptine numérique orale usuelle).	retrouverez vos moutons, si vous n'en avez pas perdu. Attention, dans ce pays, les habitants ne savent à ce moment que « parler ».
Mettre à disposition de chaque groupe vingt-sept, trente, trente-neuf, quarante-cinq, cinquante-quatre, ou cinquante-sept bâtonnets (suivant l'aisance des élèves) de façon à obtenir des groupements de trois ordres sans avoir le même nombre de groupes de chaque ordre.[20] Le nombre de bâtonnets est une **variable didactique** de la situation : ce nombre est en effet à la disposition de l'enseignant. L'enseignant choisira différentes valeurs de cette variable en fonction : - de la familiarité des élèves avec les nombres - du questionnement relatif à la nécessité du zéro (absent à ce stade de la situation)	

DIFFICULTÉS PRÉVISIBLES, RÔLE DU MAÎTRE : *Grouper par quatre les bâtonnets est une idée qui vient assez spontanément aux élèves. Cependant le rôle du maître est essentiel pour permettre la verbalisation de ces groupements et par là - même la prise de conscience de ce qui est en train de se passer. Le vocabulaire employé le plus souvent est « le petit groupe », « le petit champ », « le petit troupeau ».*
Certains groupes d'élèves cependant ne parviennent pas immédiatement ni au groupement régulier, ni au groupement optimisé par quatre. Là encore le rôle du maître est essentiel. Il est nécessaire de rappeler les objectifs d'optimisation : « Les habitants des tribus voudraient trouver un moyen le plus efficace possible pour se souvenir du nombre de moutons qu'ils possèdent : en disant le moins de mots possible et en trouvant le système le plus astucieux possible ».
Grouper ensuite les groupes par quatre (il s'agit là de la récursivité des groupements, aspect fondamental et n'allant pas de soi, de la numération positionnelle) est souvent plus difficile à concevoir pour les élèves. Ils sont généralement surpris par le problème du nombre de groupes de quatre qu'ils ne peuvent pas compter et une deuxième séance peut être nécessair ;

Provoquer la désignation orale des groupements réalisés par la nécessité de communication à distance au grand groupe.	Vous pouvez coller (scotcher) l'organisation de vos bâtonnets de façon à pouvoir montrer aux autres tribus comment vous vous y êtes pris. Expliquez oralement aux autres votre démarche.

---

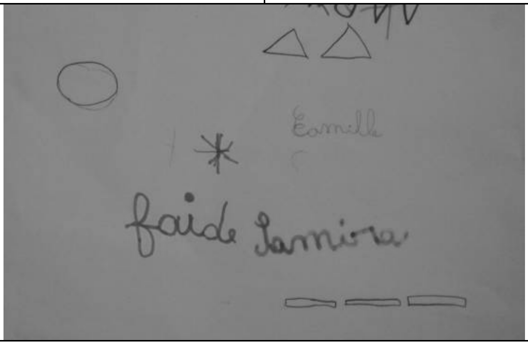
[20] Codages correspondants (à retrouver à la fin de la 3ème étape) : pour *vingt-sept bâtonnets* : 123 ; *trente* : 132 ; *trente-neuf* : 213 ; *quarante-cinq* : 231 ; *cinquante-quatre* : 312 ; *cinquante-sept* : 321.

Permettre le lien d'une séance à l'autre dans le processus d'apprentissage.	Je vais garder (ou photographier) vos réalisations de façon à ce que vous puissiez avoir une aide pour vous souvenir la prochaine fois de ce que vous avez fait.
	***Attention :*** *Bien conserver la trace des réalisations des élèves. Le support matériel est la référence pour eux pendant tout le déroulement de cette situation.*

DIFFICULTÉS PRÉVISIBLES, RÔLE DU MAÎTRE : *Si les élèves ont besoin d'une deuxième séance, il suffit alors de terminer le collage des groupements par quatre et prévoir ensuite un redécoupage des affichages pour pouvoir réorganiser ces groupes et obtenir les « groupes de groupes ». Le vocabulaire employé alors peut être « « le grand groupe », « le grand champ », « le grand troupeau ».*
Attention : *Laisser une liberté d'initiative aux élèves, ce vocabulaire n'ayant aucun caractère « officiel ». Il représente la « mémoire (locale, dans le temps et dans l'espace) de la classe » qui assurera le passage vers l'institutionnalisation de la dizaine lors du choix du groupement par dix. La seule contrainte à respecter est de retenir un vocabulaire qui image l'idée de groupement (petit et grand). Les élèves ont souvent, au moment de la mise en commun, des difficultés à faire un choix dans le vocabulaire qui leur permet de désigner les groupements qu'ils ont effectués. Là encore le rôle du maître est essentiel. Il doit les aider à choisir le vocabulaire pertinent qui deviendra la référence pour la classe. Il s'agit d'un moment d'institutionnalisation, ici uniquement orale, des référents :* « Nous avons donc décidé que, pour nous, les moutons isolés s'appelleront les « Tout Seul », les moutons groupés par quatre les « petits champs » et les « petits champs » groupés par quatre les « grands champs ».»
Attention : *Ne pas oublier de garder une certaine liberté dans le choix du vocabulaire, mais si les élèves n'en proposent pas un adéquat (cf. les contraintes ci-dessus), le professeur se doit de le proposer.*

2ème Etape : La désignation ECRITE d'une quantité et la nécessité d'un code commun

Créer les conditions de la compréhension de la nécessité de l'invention d'un code écrit pour désigner une quantité.	Toujours dans notre pays imaginaire, les habitants des tribus sont atteints d'une drôle de maladie passagère : ils ne savent plus parler, ils ne savent que dessiner. Ils vont essayer cette fois de trouver un moyen par le dessin de se souvenir du

	nombre de leurs moutons.
Provoquer la désignation écrite des groupements réalisés par la nécessité de communication à distance au grand groupe.	Vous pouvez représenter l'organisation de vos bâtonnets de façon à pouvoir montrer aux autres tribus comment vous vous y êtes pris.
Créer les conditions de la compréhension de la nécessité de l'invention d'un code écrit commun	Comparez vos représentations. Est-ce que vous pouvez savoir si votre tribu a autant de moutons que les autres tribus ?
Provoquer l'émergence de la notion d'efficacité et la compréhension du rôle d'optimisation des groupements par quatre dans la désignation écrite minimale de la quantité.	Essayez de vous mettre d'accord sur un code commun. Attention, il devra être le plus « efficace » possible (prendre le moins de temps possible pour réaliser le dessin).
	

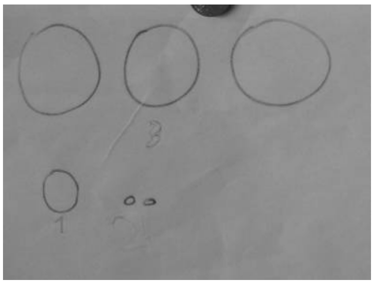
DIFFICULTÉS PRÉVISIBLES, RÔLE DU MAÎTRE : *A ce stade, il est possible qu'il soit nécessaire de recommencer, pour certains, de nouvelles manipulations (étape 1), compte tenu de la variété possible du choix de groupements (réguliers, irréguliers, optimisés ou non) et des régressions possibles dans les choix d'optimisation à cause du nouveau contexte (passage à l'écrit) ; l'objectif étant que tous les élèves parviennent à obtenir des groupements par quatre et des groupements de groupements par quatre et à les représenter avec le code écrit convenu en commun. Le maître doit alors bien insister sur :* « il [le code] devra être le plus efficace possible (prendre le moins de temps possible pour réaliser le dessin). »

3ème Etape : La désignation écrite d'une quantité à l'aide de CHIFFRES

Permettre d'utiliser la graphie du code usuel pour provoquer la prise de conscience du rôle conventionnel de la position des chiffres dans un nombre. *Soulignons ici que ce passage à un écrit « conventionnel » (celui de la communauté scientifique mais aussi celui du quotidien) renferme inévitablement une part*	Cette fois, dans notre pays imaginaire, les habitants des tribus ont rencontré un mathématicien un peu magicien : il leur a apporté, pour remplacer leur code dessin, un code écrit, « économique » : « 1 » pour désigner « une chose », « 2 » pour désigner « deux choses », « 3 » pour désigner « trois choses », « 4 » pour désigner « quatre choses ».

d'arbitraire. Cependant, la discussion collective dans la classe va permettre de faire émerger un consensus, et ainsi souligner que, parfois, il faut se mettre d'accord sur des définitions et des écrits (symboles et règles régissant ces symboles) pour ensuite parler de la même chose.	Ils vont essayer alors de représenter à l'aide de ce code un « dessin souvenir » du nombre de leurs moutons. A vous d'essayer…
Permettre, par la confrontation des écrits en grand groupe, la formulation explicite du rôle de la position de chaque chiffre dans un nombre dans notre système usuel.	Comparez vos écrits. Formulez (à l'oral) le mode d'emploi de votre code. Avez-vous tous le même ?
Créer les conditions de la compréhension de l'efficacité du code de numération usuel.	Pouvez-vous maintenant savoir si votre tribu a autant de moutons que les autres tribus ?

DIFFICULTÉS PRÉVISIBLES, RÔLE DU MAÎTRE : *Les élèves positionnent souvent leurs chiffres à côté des dessins dans une organisation non réfléchie. Le maître devra alors imposer d'écrire sur une autre feuille, c'est à ce moment que les problèmes posés par l'interprétation des significations apparaissent lors de la confrontation en grand groupe. La demande d'explicitation par le maître doit être rigoureuse :* « Comment positionnez-vous vos chiffres ? Que signifient-ils ? … »



Il est alors ensuite indispensable de bien prendre le temps de l'institutionnalisation et de faire un choix explicite dans le codage des groupements. Certains élèves peuvent avoir choisi de coder non pas le nombre de groupes, mais la nature des groupes : dans le cas ci-dessus, par exemple 4
4 4 4 désignant le « grand champ » ; 3 le « moyen champ »
3 et 1 les « tout seul »
1 1

Il n'y a donc ici aucune numération de position. Une discussion avec la classe permettra de convenir qu'il est nécessaire d' « utiliser tous le même code » *et qu'il vaut mieux* « utiliser le code qui est partagé par la communauté des adultes depuis très longtemps : on commence par écrire, sur une même ligne, le nombre de « grands champs », à côté le nombre de « moyens champs » et ensuite le nombre de « tout seul ».

Attention : *Bien prendre conscience que la convention d'écriture des nombres est inverse de ce que les élèves de CP sont en train d'apprendre concernant l'écriture du langage. A expliciter au besoin :* « Pour écrire un mot, on écrit les lettres dans l'ordre dans lequel on les entend, de gauche à droite. Pour écrire un nombre, j'écris les « tout seul », puis s'il y a « des moyens champs » isolés, j'en écris le nombre à sa gauche, puis s'il y a des « grands champs », j'en écris le nombre encore à sa gauche. »

4$^{\text{ème}}$ Etape : La nécessité de l'introduction du CHIFFRE « 0 »

Permettre de découvrir la nécessité de coder la place de l'absence d'un groupement (ou d'un isolé). *Remettre (par groupe échangeant en duo) : à l'un dix-huit bâtonnets, à l'autre vingt-quatre.* *Les codages correspondants (à retrouver à la fin de la 4$^{\text{ème}}$ étape) sont **102** pour dix-huit bâtonnets et **120** pour vingt-quatre bâtonnets.* *NB : ici encore, nous jouons sur la valeur de la variable didactique « nombre de bâtonnets »*	Cette fois, dans notre pays imaginaire, les habitants des tribus ont voulu, très fiers de savoir employer le code que leur a apporté le mathématicien, envoyer un message écrit à la tribu voisine pour comparer le nombre de leur nouveau troupeau de moutons. Vous échangerez vos messages entre deux groupes. Comparez vos écrits puis vérifiez à l'aide de vos bâtonnets votre conclusion.
Permettre la compréhension du rôle du « 0 » dans le code usuel en faisant le lien avec l'écriture connue du « 10 ».	Ne connaissez-vous pas un signe qui permette de noter cette « place vide » ?

DIFFICULTÉS PRÉVISIBLES, RÔLE DU MAÎTRE : *Les élèves sont très étonnés de trouver la même écriture codée pour leurs deux groupes (12) et un nombre de bâtonnets différents (contrôlés pour certains à l'aide de groupements, pour d'autres, plus déstabilisés, par une correspondance terme à terme). Ils pensent s'être trompés en codant. Là encore l'intervention du maître est déterminante. Il s'agit d'insister sur le fait qu'ils ne se sont pas trompés, mais qu'il s'agit* « d'un problème avec le code et qu'il faut trouver un moyen pour lever l'ambiguïté ». *La recherche en groupe ne doit pas se prolonger car il peut arriver que les élèves ne pensent pas au Zéro (0). Il est nécessaire de bien insister, lors de la confrontation collective, sur l'absence de « moyens champs » pour un groupe et l'absence de « tout seul » pour l'autre.* « Le « 0 » est situé à la place du groupement ou des isolés qui n'existent pas. »

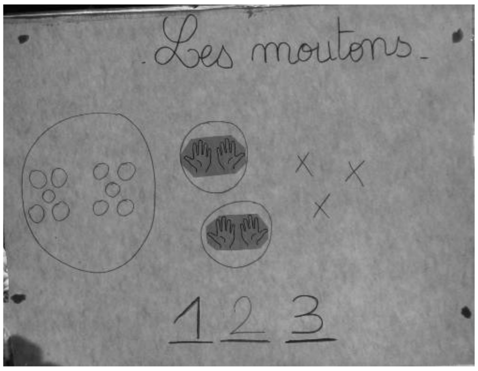
$5^{ème}$ Etape : La désignation écrite d'une quantité à l'aide des DIX CHIFFRES disponibles

Créer les conditions de la compréhension de la nécessité des groupements par dix pour permettre le codage d'une quantité supérieure à dix à l'aide des chiffres disponibles. *Contraindre le passage à l'écrit avant tout rappel de la comptine usuelle orale.* *Donner un nombre de bâtonnets en rapport avec l'aisance des élèves (au besoin par duos de groupes d'aisance équivalente) ;(dix-sept, vingt) ; (dix-huit, vingt) ; (vingt-sept, trente) ; etc.… (cent sept, cent dix)…* *Permettre la compréhension de la spécificité du code écrit utilisant les chiffres par rapport au code oral (qui deviendra code écrit en lettres petit à petit).*	Cette fois, dans notre pays imaginaire, les habitants savent compter jusqu'à dix. … Le mathématicien est alors revenu et a complété le code représenté par les chiffres : « 1 » ; « 2 » ; « 3 » ; « 4 » ; « 5 » ; « 6 » ; « 7 » ; « 8 » ; « 9 » ; et le drôle de « 0 ». « 1 » pour désigner « une chose », « 2 » pour désigner « deux choses », « 3 » pour désigner « trois choses », « 4 » pour désigner « quatre choses », etc. Mais attention, le mathématicien, un peu malicieux, les a tous rendus muets… Ecrivez à l'aide de ce code un message qui va permettre de comparer les différents troupeaux des tribus. Les habitants des tribus ont subitement retrouvé l'usage de la parole. Mettez-vous d'accord dans chaque groupe sur une façon de lire votre nombre de moutons. Ne retrouvez-vous pas la possibilité d'utiliser la comptine numérique ?

Il s'agit, à ce stade, d'assurer, pour tous, la compréhension de l'existence d'un code écrit utilisant dix chiffres, fait à partir de groupements par dix. Le « 0 » désigne l'absence d'éléments isolés (dans « 10 » ; « 20 »). La systématisation du système ne peut se faire que lorsque le nombre d'éléments à compter dépasse la centaine, pour permettre une écriture symbolique des groupements d'ordres différents et l'absence de groupements par « 0 » et sera donc un objectif d'apprentissage pour tous en CE1.

DIFFICULTÉS PRÉVISIBLES, RÔLE DU MAÎTRE : *Pour éviter le découragement éprouvé souvent par certains élèves - pourtant capables de gérer une grande quantité de bâtonnets - ou les erreurs de comptage des groupements de dix toujours possibles, il peut-être judicieux de répartir les rôles au sein des groupes en « compteurs » et « contrôleurs ». Certains élèves sont très vite à l'aise et comprennent la récursivité des groupements (au niveau de la structure qui se répète). Pour d'autres, il faudra attendre une nouvelle manipulation avec les groupements par dix (à poursuivre en CE1).*

Note : Le matériel utilisé ici peut être des trombones (réalisation facile de groupes attachés). Ce matériel peut être ensuite repris avec des groupements par dix pour aborder la centaine.



ANNEXE 2

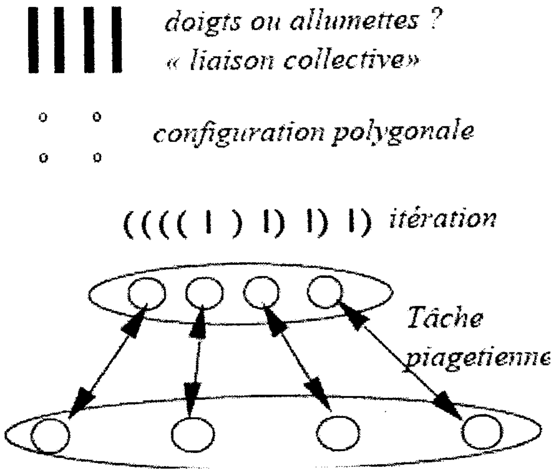
Représentations ICONIQUES Représentations « propres »	Représentations SYMBOLIQUES (chiffres ou mots)
	**4 : SYSTÈME** décimal. **100** : **SYSTÈME** binaire. Ces systèmes de position à base n impliquent ce signe par excellence, « 0 », lequel ne s'entend pas dans l'oralisation de l'écriture symbolique et ouvrent des extensions. **64/16** : écriture fractionnaire. **Quatre :** dénomination verbale dont le sens vient de sa place dans une suite de dénominations.

Figure 2 : Juxtaposition de plusieurs représentations d'un nombre.

Duval, conférence, in Actes du XXXII colloque, 2005, p. 71

REPRÉSENTATIONS SÉMIOTIQUES ET DÉMARCHES MATHÉMATIQUES 73

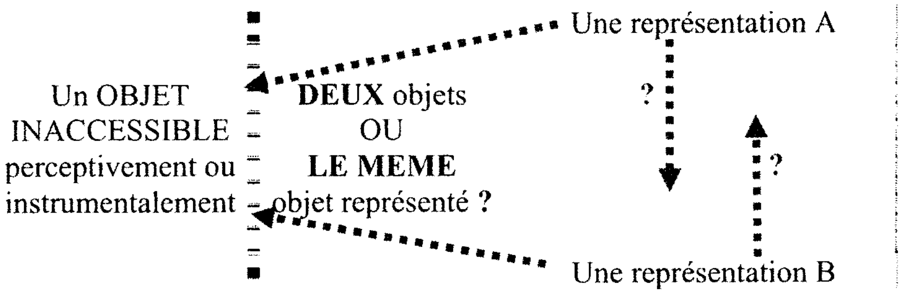


Figure 4 : Quelle reconnaissance en situation d'inaccessibilité non sémiotique ?

Duval, conférence, in Actes du XXXII colloque COPIRELEM, 2005, p. 73

ANNEXE 1

66 La multiplication (1) : produit de deux nombres

Calcul rapide
Trouver la dizaine entière la plus proche.
236 ; 123...

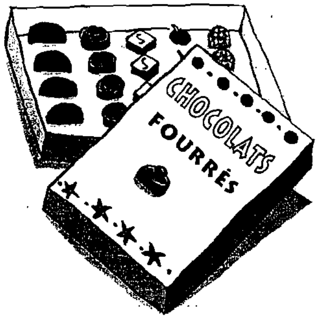
Objectifs – Construire le concept de produit. Écrire un produit sous la forme $a \times b$ et trouver sa valeur.

Date : ____________

Piste de recherche

Une boîte de chocolats

Combien de chocolats contient cette boîte ?

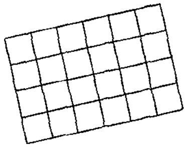
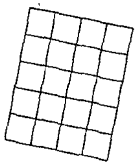
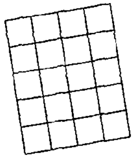
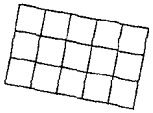
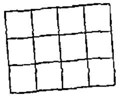


Le nombre de chocolats peut s'écrire 5 × 4 ou 4 × 5.

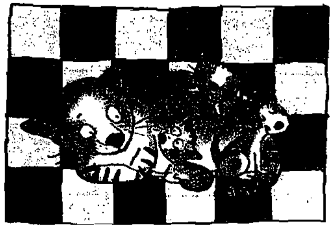
Complète : 5 × 4 = ___ × ___ = ____

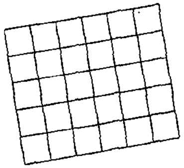
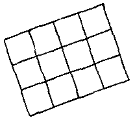
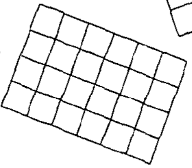
La boîte contient ____ chocolats.

- Colorie les rectangles qui permettent de calculer le nombre de chocolats.

❶ Colorie le rectangle qui permet de calculer le nombre de carreaux de ce tapis.



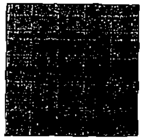
Complète : ___ × ___ = ___ × ___ = ____

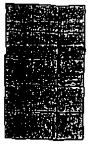
Nombre de carreaux du tapis : ____

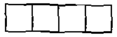
❷ Écris et calcule les produits.

___ × ___ = ___ × ___ = ____

___ × ___ = ___ × ___ = ____







___ × ___ = ___ × ___ = ____

___ × ___ = ____

___ × ___ = ___ × ___ = ____

« Pour comprendre les mathématiques », CE1, édition Hachette, 2002, fichier élève et guide pédagogique.

Objectifs – Construire le concept de produit ; écrire un produit sous la forme : a x b et trouver sa valeur.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES

Nous proposons d'introduire le concept de produit à partir de la résolution d'un problème. Le produit est alors le nom et l'écriture qui exprime la solution de ce problème. Il n'est pas introduit *a priori*, de façon abstraite, mais représente dès le départ un nombre, encore inconnu, que l'on va déterminer et calculer avec les enfants. Il ne faut pas hésiter à consacrer deux journées à cette première leçon sur les produits. Il importe en effet que les enfants mettent du sens sous la notion. La première journée peut être consacrée aux activités collectives, nous en proposons un nombre suffisant pour que l'enseignant dispose d'un choix assez large. La seconde journée porte alors sur les activités individuelles qui sont un bon moyen d'évaluer les compétences acquises par les enfants. Sur la justification de nos choix pédagogiques, se reporter à l'annexe 4 du guide, *Produit de deux nombres, la multiplication*.

CALCUL RAPIDE

Trouver la dizaine entière la plus proche.
Le maître dit : « deux cent trente-six », l'élève écrit « 240 ».
236, 124, 74, 98, 207, 844, 392, 708, 403, 329.

ACTIVITÉS COLLECTIVES

MATÉRIEL
Activité 1
– Des étiquettes blanches de 4 formes différentes ○ □ △ ◇ une vingtaine par enfant ou groupe d'enfants.
– Pour la classe : quelques boîtes rectangulaires présentant des alvéoles régulièrement espacées pour ranger les objets : boîtes de chocolats, cagettes de fruits...

✦ ACTIVITÉ 1 : COMBIEN DE LOGOS DIFFÉRENTS ?

Les enfants sont répartis en équipes de deux ou trois. Ils sont munis de leur cahier d'essais et de leurs crayons de couleur.

L'enseignant expose le problème : on veut dessiner des logos. Les formes de ceux-ci sont imposées : ce sont des carrés, des triangles, des ronds et des couronnes. Ils sont de couleurs rouge, noir, bleue, verte ou blanche. On voudrait savoir combien de logos différents on peut fabriquer et s'il y en a suffisamment pour en attribuer un à chaque enfant de la classe.

Il pose quelques questions pour s'assurer que tous les enfants ont compris la situation :

« *Que sont ces logos ? Qui peut en dessiner un au tableau ? De combien de couleurs dispose-t-on ? De combien de formes ?* »

Après quelques minutes de recherche, les enfants présentent leurs résultats. En général, les différentes équipes n'ont pas trouvé le même nombre, faute de méthode de travail rationnelle. L'enseignant organise alors la discussion. Il y a 4 formes et 5 couleurs. Ces nombres sont importants, si on les change, on ne trouvera pas le même nombre de logos. Il propose d'une part de noter le nombre inconnu de logos 4 x 5 ou 5 x 4, au choix, et induit la mise en ordre des logos : une forme et une couleur permettent de fabriquer un seul logo. On a déjà rencontré ce genre de situation : le tableau à double entrée est un bon outil pour trouver tous les logos sans oubli et sans répétition (*cf.* les leçons 32 et 33). Les enfants reprennent leur recherche. On trouve que le nombre de logos est 20. Selon l'effectif de la classe, il manquera ou non des logos. L'enseignant introduit alors le vocabulaire **produit de deux nombres**, la notation 5 x 4 = 4 x 5 et définit ce produit comme le nombre de cases d'un tableau à double entrée ayant le nombre correspondant de lignes et de colonnes.

✦ ACTIVITÉ 2 : LE BAL MASQUÉ

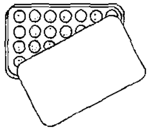
L'enseignant présente la situation-problème suivante. « *Pour Mardi gras, Lucile, Sophie, Lydia, Océane, Clément, Adrien et Julien se sont déguisés. Chaque garçon doit danser avec chaque fille et chaque couple se fait photographier. Combien de photos va-t-on obtenir ?* »

Les enfants sont répartis en groupes de sept ou huit de façon à pouvoir mimer la situation, un ou deux enfants selon l'effectif de la classe jouant le photographe. Ils doivent ensuite noter leurs découvertes. Souvent, les enfants ne prennent en compte que les photos où ils figurent, du moins dans un premier temps, certaines peuvent être comptées deux fois (Sophie-Julien et Julien-Sophie). L'enseignant leur demande de ranger leurs « photos » de façon qu'il n'y ait ni oubli ni répétition.

Au moment de la synthèse, chaque groupe vient expliquer sa démarche et les résultats auxquels il est parvenu. Si les enfants ne l'ont pas proposé, l'enseignant montre que le tableau à double entrée est l'outil adéquat : Sophie a toutes ses photos en ligne et Julien les siennes en colonne ou vice-versa. Il introduit le vocabulaire et les écritures : **le produit des nombres** 4 et 3 est le nombre de cases d'un tableau à 4 lignes et 3 colonnes ou, ce qui revient au même, de trois lignes et 4 colonnes. On note ce nombre 4 x 3 = 3 x 4.

✦ ACTIVITÉ 3 : PISTE DE RECHERCHE « UNE BOÎTE DE CHOCOLATS »

Phase 1. Les boîtes sont disposées devant les enfants, en partie cachées par leur couvercle, mais laissant voir les alvéoles sur deux côtés adjacents. Par exemple :



L'enseignant demande aux enfants combien de chocolats (ou de fruits...) la boîte peut contenir. Les enfants comptent les alvéoles sur chaque côté, ces nombres sont écrits au tableau. Les enfants verbalisent : il y a 4 rangées de 7 alvéoles ; il y a 7 rangées de 4 alvéoles. L'enseignant introduit le mot **produit**. Le nombre d'alvéoles est le produit : 4 x 7 = 7 x 4. Les enfants le calculent par la méthode de leur choix : dessin de la boîte sans son couvercle, somme réitérée 7 + 7 + 7 + 7 ou 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4.

Phase 2. Les enfants lisent le texte de la piste de recherche et observent le dessin. Ils retrouvent une situation analogue à celle que l'enseignant vient de leur proposer. Celui-ci s'assure que les enfants interprètent les quadrillages de la partie droite comme des modèles de la boîte vide et sans couvercle. Seuls les quadrillages en haut à droite et en bas à gauche sont des modèles convenables : (4 x 5 = 5 x 4). Il est facile de compter le nombre de leurs cases. Les enfants renseignent enfin leur fichier.

ANNEXE 1

« Pour comprendre les mathématiques », CE1, édition Hachette, 2002, fichier élève et guide pédagogique.

66

La multiplication (1) : produit de deux nombres

Calcul rapide
Trouver la dizaine entière la plus proche.
236 ; 123...

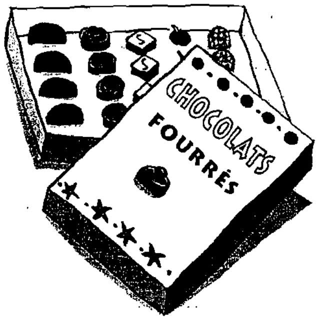
Objectifs – Construire le concept de produit. Écrire un produit sous la forme *a* × *b* et trouver sa valeur.

Date : ____________

Piste de recherche

Une boîte de chocolats

Combien de chocolats contient cette boîte ?

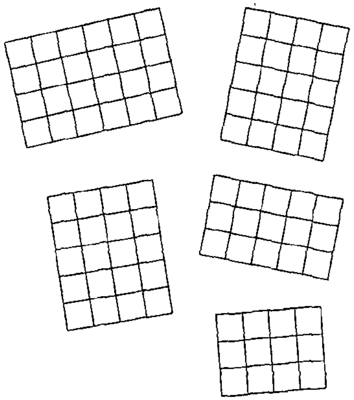


Le nombre de chocolats peut s'écrire 5 × 4 ou 4 × 5.

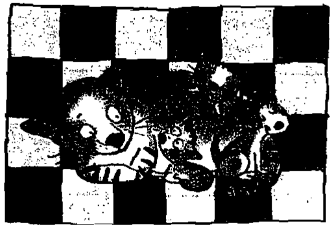
Complète : 5 × 4 = ___ × ___ = _____

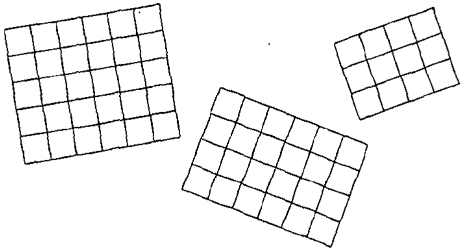
La boîte contient _____ chocolats.

- Colorie les rectangles qui permettent de calculer le nombre de chocolats.



❶ Colorie le rectangle qui permet de calculer le nombre de carreaux de ce tapis.





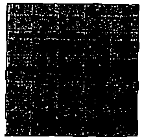
Complète : ___ × ___ = ___ × ___ = _____

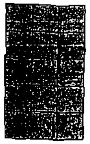
Nombre de carreaux du tapis : _____

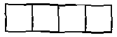
❷ Écris et calcule les produits.

___ × ___ = ___ × ___ = _____

___ × ___ = ___ × ___ = _____







___ × ___ = ___ × ___ = _____

___ × ___ = _____

___ × ___ = ___ × ___ = _____

OBJECTIFS – Construire le concept de produit ; écrire un produit sous la forme : a x b et trouver sa valeur.

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES

Nous proposons d'introduire le concept de produit à partir de la résolution d'un problème. Le produit est alors le nom et l'écriture qui exprime la solution de ce problème. Il n'est pas introduit *a priori*, de façon abstraite, mais représente dès le départ un nombre, encore inconnu, que l'on va déterminer et calculer avec les enfants. Il ne faut pas hésiter à consacrer deux journées à cette première leçon sur les produits. Il importe en effet que les enfants mettent du sens sous la notion. La première journée peut être consacrée aux activités collectives, nous en proposons un nombre suffisant pour que l'enseignant dispose d'un choix assez large. La seconde journée porte alors sur les activités individuelles qui sont un bon moyen d'évaluer les compétences acquises par les enfants. Sur la justification de nos choix pédagogiques, se reporter à l'annexe 4 du guide, *Produit de deux nombres, la multiplication*.

CALCUL RAPIDE

Trouver la dizaine entière la plus proche.

Le maître dit : « deux cent trente-six », l'élève écrit « 240 ».

236, 124, 74, 98, 207, 844, 392, 708, 403, 329.

MATÉRIEL

Activité 1

– Des étiquettes blanches de 4 formes différentes ○ □ △ ◇, une vingtaine par enfant ou groupe d'enfants.

– Pour la classe : quelques boîtes rectangulaires présentant des alvéoles régulièrement espacées pour ranger les objets : boîtes de chocolats, cagettes de fruits...

ACTIVITÉS COLLECTIVES

✦ ACTIVITÉ 1 : COMBIEN DE LOGOS DIFFÉRENTS ?

Les enfants sont répartis en équipes de deux ou trois. Ils sont munis de leur cahier d'essais et de leurs crayons de couleur.

L'enseignant expose le problème : on veut dessiner des logos. Les formes de ceux-ci sont imposées : ce sont des carrés, des triangles, des ronds et des couronnes. Ils sont de couleurs rouge, noir, bleue, verte ou blanche. On voudrait savoir combien de logos différents on peut fabriquer et s'il y en a suffisamment pour en attribuer un à chaque enfant de la classe.

Il pose quelques questions pour s'assurer que tous les enfants ont compris la situation :

« Que sont ces logos ? Qui peut en dessiner un au tableau ? De combien de couleurs dispose-t-on ? De combien de formes ? »

Après quelques minutes de recherche, les enfants présentent leurs résultats. En général, les différentes équipes n'ont pas trouvé le même nombre, faute de méthode de travail rationnelle. L'enseignant organise alors la discussion. Il y a 4 formes et 5 couleurs. Ces nombres sont importants, si on les change, on ne trouvera pas le même nombre de logos. Il propose d'une part de noter le nombre inconnu de logos 4 x 5 ou 5 x 4, au choix, et induit la mise en ordre des logos : une forme et une couleur permettent de fabriquer un seul logo. On a déjà rencontré ce genre de situation : le tableau à double entrée est un bon outil pour trouver tous les logos sans oubli et sans répétition (*cf.* les leçons 32 et 33). Les enfants reprennent leur recherche. On trouve que le nombre de logos est 20. Selon l'effectif de la classe, il manquera ou non des logos. L'enseignant introduit alors le vocabulaire **produit de deux nombres**, la notation 5 x 4 = 4 x 5 et définit ce produit comme le nombre de cases d'un tableau à double entrée ayant le nombre correspondant de lignes et de colonnes.

✦ ACTIVITÉ 2 : LE BAL MASQUÉ

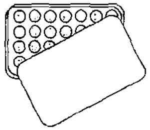
L'enseignant présente la situation-problème suivante. *« Pour Mardi gras, Lucile, Sophie, Lydia, Océane, Clément, Adrien et Julien se sont déguisés. Chaque garçon doit danser avec chaque fille et chaque couple se fait photographier. Combien de photos va-t-on obtenir ? »*

Les enfants sont répartis en groupes de sept ou huit de façon à pouvoir mimer la situation, un ou deux enfants selon l'effectif de la classe jouant le photographe. Ils doivent ensuite noter leurs découvertes. Souvent, les enfants ne prennent en compte que les photos où ils figurent, du moins dans un premier temps, certaines peuvent être comptées deux fois (Sophie-Julien et Julien-Sophie). L'enseignant leur demande de ranger leurs « photos » de façon qu'il n'y ait ni oubli ni répétition.

Au moment de la synthèse, chaque groupe vient expliquer sa démarche et les résultats auxquels il est parvenu. Si les enfants ne l'ont pas proposé, l'enseignant montre que le tableau à double entrée est l'outil adéquat : Sophie a toutes ses photos en ligne et Julien les siennes en colonne ou vice-versa. Il introduit le vocabulaire et les écritures : **le produit des nombres** 4 et 3 est le nombre de cases d'un tableau à 4 lignes et 3 colonnes ou, ce qui revient au même, de trois lignes et 4 colonnes. On note ce nombre 4 x 3 = 3 x 4.

✦ ACTIVITÉ 3 : PISTE DE RECHERCHE « UNE BOÎTE DE CHOCOLATS »

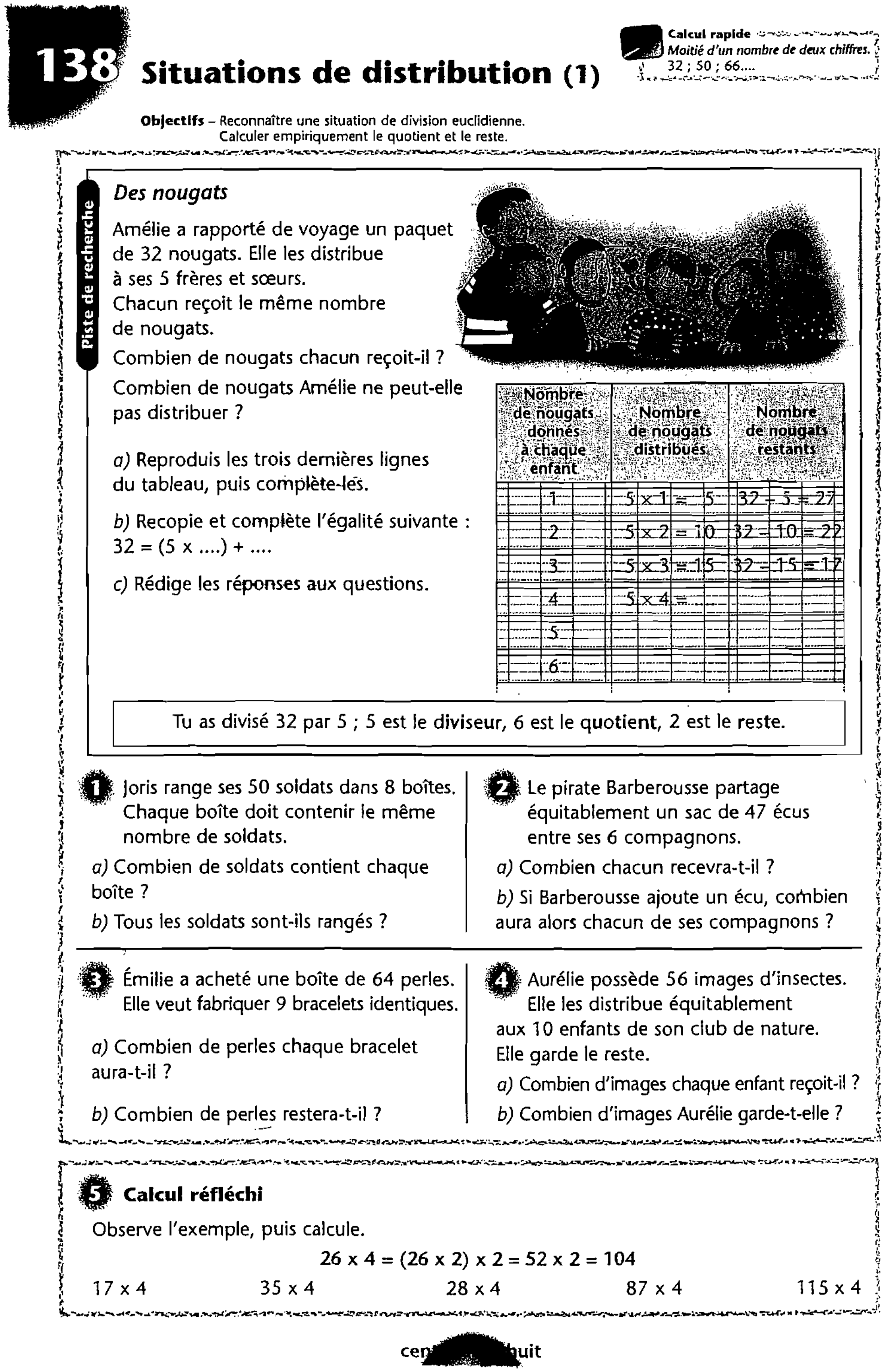
Phase 1. Les boîtes sont disposées devant les enfants, en partie cachées par leur couvercle, mais laissant voir les alvéoles sur deux côtés adjacents. Par exemple :



L'enseignant demande aux enfants combien de chocolats (ou de fruits...) la boîte peut contenir. Les enfants comptent les alvéoles sur chaque côté, ces nombres sont écrits au tableau. Les enfants verbalisent : il y a 4 rangées de 7 alvéoles ; il y a 7 rangées de 4 alvéoles. L'enseignant introduit le mot **produit**. Le nombre d'alvéoles est le produit : 4 x 7 = 7 x 4. Les enfants le calculent par la méthode de leur choix : dessin de la boîte sans son couvercle, somme réitérée 7 + 7 + 7 + 7 ou 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4.

Phase 2. Les enfants lisent le texte de la piste de recherche et observent le dessin. Ils retrouvent une situation analogue à celle que l'enseignant vient de leur proposer. Celui-ci s'assure que les enfants interprètent les quadrillages de la partie droite comme des modèles de la boîte vide et sans couvercle. Seuls les quadrillages en haut à droite et en bas à gauche sont des modèles convenables : (4 x 5 = 5 x 4). Il est facile de compter le nombre de leurs cases. Les enfants renseignent enfin leur fichier.

ANNEXE 2



138 Situations de distribution (1)

Calcul rapide *Moitié d'un nombre de deux chiffres.* 32 ; 50 ; 66....

Objectifs – Reconnaître une situation de division euclidienne.
Calculer empiriquement le quotient et le reste.

Piste de recherche

Des nougats

Amélie a rapporté de voyage un paquet de 32 nougats. Elle les distribue à ses 5 frères et sœurs. Chacun reçoit le même nombre de nougats.

Combien de nougats chacun reçoit-il ?

Combien de nougats Amélie ne peut-elle pas distribuer ?

a) Reproduis les trois dernières lignes du tableau, puis complète-les.

b) Recopie et complète l'égalité suivante : 32 = (5 x ....) + ...

c) Rédige les réponses aux questions.

Nombre de nougats donnés à chaque enfant	Nombre de nougats distribués	Nombre de nougats restants
1	5 x 1 = 5	32 – 5 = 27
2	5 x 2 = 10	32 – 10 = 22
3	5 x 3 = 15	32 – 15 = 17
4	5 x 4 = ...	
5		
6		

Tu as divisé 32 par 5 ; 5 est le **diviseur**, 6 est le **quotient**, 2 est le **reste**.

1 Joris range ses 50 soldats dans 8 boîtes. Chaque boîte doit contenir le même nombre de soldats.
a) Combien de soldats contient chaque boîte ?
b) Tous les soldats sont-ils rangés ?

2 Le pirate Barberousse partage équitablement un sac de 47 écus entre ses 6 compagnons.
a) Combien chacun recevra-t-il ?
b) Si Barberousse ajoute un écu, combien aura alors chacun de ses compagnons ?

3 Émilie a acheté une boîte de 64 perles. Elle veut fabriquer 9 bracelets identiques.
a) Combien de perles chaque bracelet aura-t-il ?
b) Combien de perles restera-t-il ?

4 Aurélie possède 56 images d'insectes. Elle les distribue équitablement aux 10 enfants de son club de nature. Elle garde le reste.
a) Combien d'images chaque enfant reçoit-il ?
b) Combien d'images Aurélie garde-t-elle ?

5 Calcul réfléchi

Observe l'exemple, puis calcule.

26 x 4 = (26 x 2) x 2 = 52 x 2 = 104

17 x 4   35 x 4   28 x 4   87 x 4   115 x 4

cen[illegible]uit

« Pour comprendre les mathématiques », CE2, édition Hachette, 2002, fichier élève et guide pédagogique.

<u>Présentation de l'organisation de la classe prévue par les auteurs, dans le guide pédagogique correspondant</u>.

Deux séances sont prévues :

1re séance

Les enfants travaillent directement sur l'activité de la piste de recherche de leur fichier : après avoir pris connaissance du texte, le maître s'assure de la bonne compréhension de l'énoncé et répartit les élèves par groupe de 4. Dans chaque groupe les enfants doivent répondre aux questions de l'énoncé, sans tenir compte du tableau de droite. Les équipes ont à leur disposition des jetons représentant les frères et sœurs d'Amélie et des bûchettes représentant les nougats. En fin de travail un représentant de chaque groupe vient au tableau présenter les résultats de son équipe.

Le tableau à droite de la piste de recherche est reproduit au tableau, collectivement il est complété en « synthèse du travail des enfants ». Individuellement les enfants répondent à la question a) et aux questions de l'énoncé de la piste de recherche. Puis collectivement l'enseignant demande de répondre à la question b) et introduit le vocabulaire « diviseur », « quotient » et « reste ».

Les exercices 1 à 5 sont traités individuellement ou en petits groupes. L'enseignant s'assure collectivement que les énoncés sont bien compris. La correction de chacun, collective, est l'occasion d'exposer les différentes méthodes de calculs utilisés. Ils peuvent utiliser un tableau comme celui de la piste de recherche, dessiner la situation ou écrire directement l'égalité de la division. Dès l'exercice 2 l'enseignant attire l'attention sur l'expression « partage équitable ».

2^{e} séance

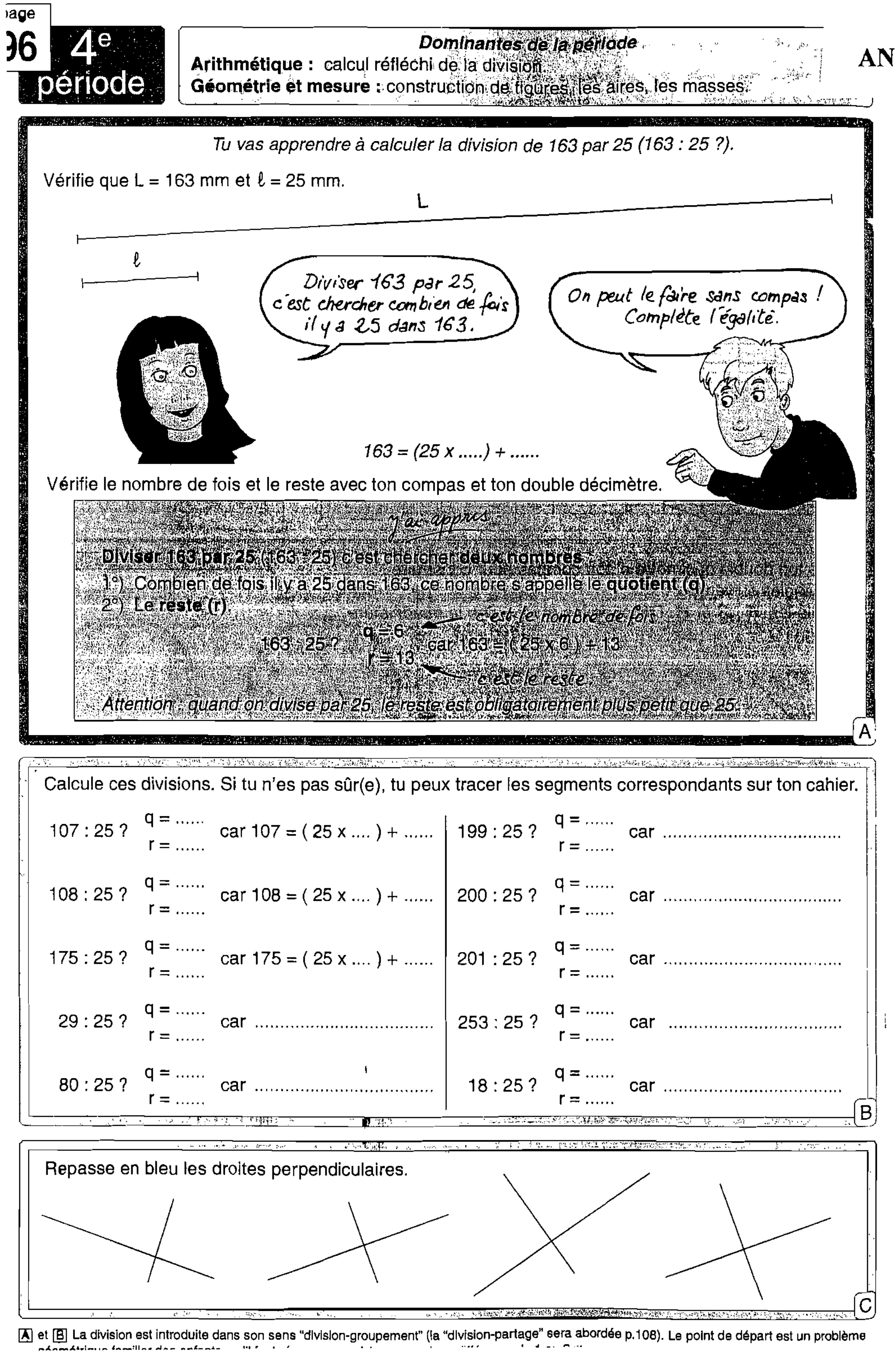
Les enfants travaillent directement sur l'activité de la piste de recherche de leur fichier : le tableau a été reproduit par le maître sur le tableau de la classe, les enfants lisent individuellement la description de la situation proposée puis une discussion collective a lieu autour de deux questions : « que peut bien vouloir dire « grand père a triché » ? » et « quel est le mot important pour comprendre la situation ? », (équitable).

L'enseignant peut faire mimer la situation en cas de difficultés. Une fois la compréhension de la situation assurée, le maître demande ce qui se passe le jeudi. La réponse attendue est : « Grand père n'a pas fait d'erreur de calcul. Il a triché en ne distribuant pas jusqu'au bout ses poires le jeudi et le samedi ».

A la suite de cela le maître précise que « le reste d'une division est toujours inférieur au diviseur ».

Individuellement ou par groupes de 3 ou 4 les élèves résolvent les exercices 1 et 2. Le maître s'assure au préalable que les énoncés sont correctement compris et la correction est collective après mise en forme des résultats.

ANNEXE 3



page 96 **4e période**

Dominantes de la période
Arithmétique : calcul réfléchi de la division.
Géométrie et mesure : construction de figures, les aires, les masses.

Tu vas apprendre à calculer la division de 163 par 25 (163 : 25 ?).

Vérifie que L = 163 mm et ℓ = 25 mm.

163 = (25 x .....) + ...

Vérifie le nombre de fois et le reste avec ton compas et ton double décimètre.

J'ai appris

Diviser 163 par 25 (163 : 25) c'est chercher **deux nombres** :
1°) Combien de fois il y a 25 dans 163, ce nombre s'appelle le **quotient (q)**.
2°) Le **reste (r)**.

163 : 25 ? q = 6 ← *c'est le nombre de fois*
r = 13 ← *c'est le reste.*
car 163 = (25 x 6) + 13

Attention : quand on divise par 25, le reste est obligatoirement plus petit que 25.

A

Calcule ces divisions. Si tu n'es pas sûr(e), tu peux tracer les segments correspondants sur ton cahier.

107 : 25 ? q = ... r = ... car 107 = (25 x ....) + ...
108 : 25 ? q = ... r = ... car 108 = (25 x ....) + ...
175 : 25 ? q = ... r = ... car 175 = (25 x ....) + ...
29 : 25 ? q = ... r = ... car ....
80 : 25 ? q = ... r = ... car ....

199 : 25 ? q = ... r = ... car ....
200 : 25 ? q = ... r = ... car ....
201 : 25 ? q = ... r = ... car ....
253 : 25 ? q = ... r = ... car ....
18 : 25 ? q = ... r = ... car ....

B

Repasse en bleu les droites perpendiculaires.

C

A et B La division est introduite dans son sens "division-groupement" (la "division-partage" sera abordée p.108). Le point de départ est un problème

« J'apprends les maths », CE2, édition Retz, 2001, fichier élève et guide pédagogique

<u>Présentation de l'organisation de la classe prévue par les auteurs, dans le livre du maître correspondant, pour travailler sur la fiche 96.</u>

Le maître débute la leçon en annonçant l'étude d'une nouvelle opération. Les auteurs proposent un discours du genre ; « Vous connaissez déjà l'addition, la soustraction, la multiplication, vous allez apprendre la division », tout en écrivant 163 ÷ 25 au tableau qu'il lit « on va calculer 163 ÷ 25 ».

La leçon se déroule en quatre phases :

1re phase (appelée « Anticipation »)

Les élèves prennent connaissance de la situation décrite dans le cadre A du fichier. D'après les auteurs, c'est une situation qui est familière aux enfants : ils savent qu'il faut chercher « combien de fois la petite longueur est contenu dans la grande ». Ici ce qui est nouveau est la donnée de longueurs L = 163 mm et l = 25 mm. Dans un débat collectif, on fait émerger qu'il n'y a pas besoin d'utiliser un compas, qu'il suffit de « chercher combien de fois il y a 25 dans 163 » ; le maître précise, si besoin est, qu'on cherche aussi « s'il reste une longueur et combien de millimètres elle mesure » puis il annonce que « quand on cherche combien de fois il y a 25 dans 163 et combien il reste, on fait la division de 163 par 25 ». On peut faire la division et vérifier que l'on trouve ce qu'on aurait trouvé avec le compas.

2e phase (appelée « Calcul et écriture du résultat »)

Au cours d'un débat collectif, les enfants trouvent qu'il y a 6 fois 25 dans 163 et qu'il reste 13. Le maître écrit 163 = (25 × 6) + 13 sous 163 ÷ 25. Cette égalité est comparée à celle qui aurait été écrite avec le compas L = (l × 6) + *r*, la valeur de *r* est discutée, on remarque que dans cette opération, contrairement aux autres opérations, on trouve deux nombres, les termes de quotient et de reste sont introduits. D'autres exemples peuvent être traités. L'encadré « J'ai appris » peut être utilisé à ce moment.

3e phase (appelée « Vérification avec compas et double décimètre »)

Le travail habituel est conduit avec le compas pour découper le grand segment et le reste est mesuré avec le double décimètre.

4e phase (appelée « Un autre problème et d'autres divisions »)

L'enseignant propose un problème analogue au précédent avec un segment d'une autre longueur, par exemple L = 191 cm et l = 25 cm. Après avoir écrit 191÷ 25 au tableau le maître demande le quotient *q* et le reste *r*. Les expressions utilisées précédemment sont reprises (on cherche combien de fois 25 dans 191 et combien il restera). Les élèves cherchent individuellement. L'écriture 191 = (25 × 7) + 16 justifie la réponse puis on vérifie au compas et au mètre au tableau.

D'autres divisions par 25 sont proposées collectivement avec des cas particuliers, comme un reste égal à 24 ou un quotient nul. Les deux premiers exercices du cadre B sont traités collectivement les autres individuellement.

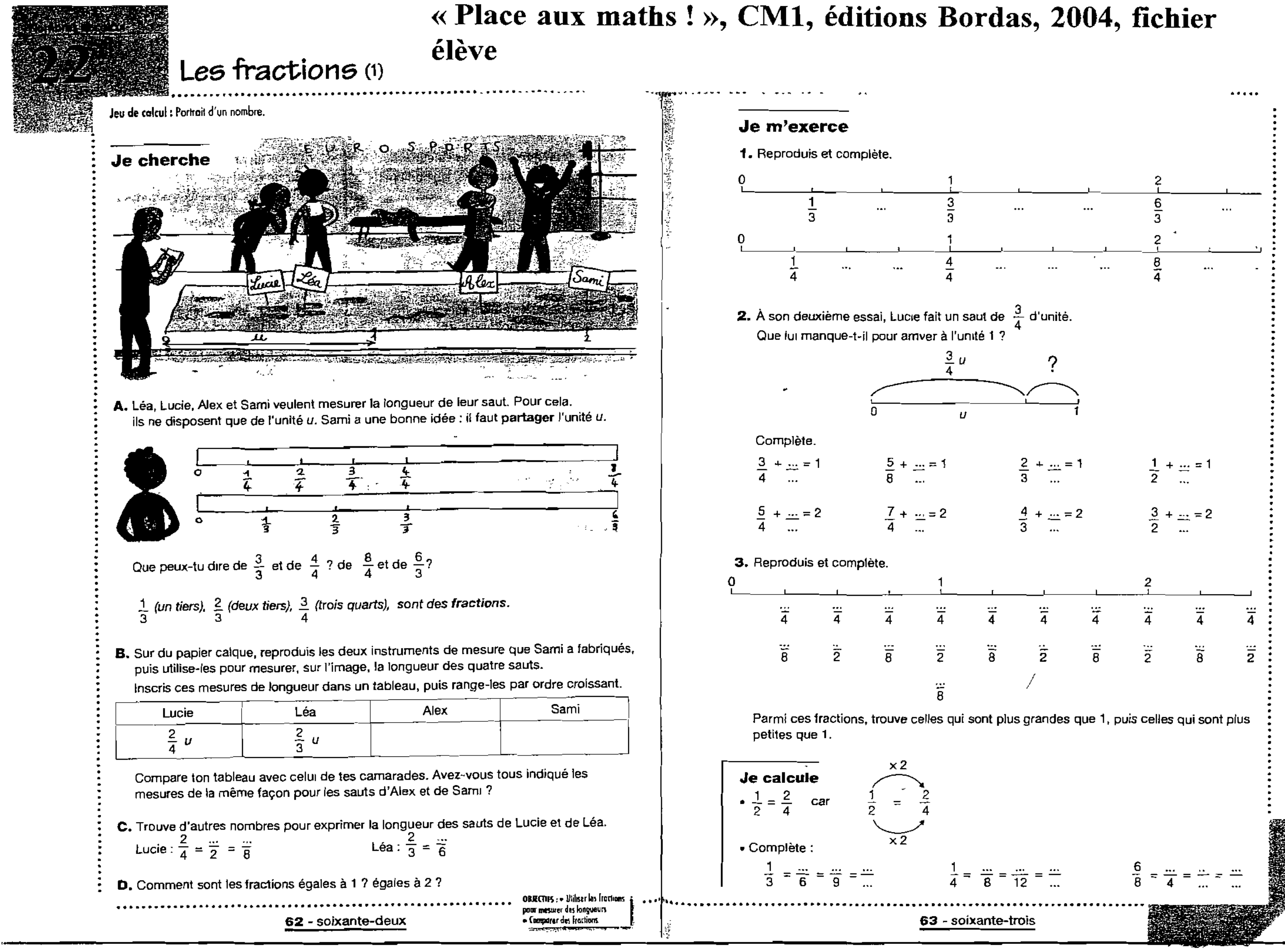
Présentation de l'organisation de la classe prévue par les auteurs, dans le livre du maître correspondant, pour travailler sur la fiche 97.

Le même schéma que dans la séance précédente est préconisé : on annonce « explicitement le but de la séance », que l'on va anticiper par le calcul et vérifier avec le compas.

Si l'erreur correspondant à un reste supérieur au diviseur se produit, on peut avoir recours au problème géométrique pour expliquer ce qui se passe.

Des divisions par 5 peuvent être proposées en prolongement, (jusqu'à 12 × 5).

« Place aux maths ! », CM1, éditions Bordas, 2004, fichier élève



22 Les fractions (1)

Jeu de calcul : Portrait d'un nombre.

Je cherche

A. Léa, Lucie, Alex et Sami veulent mesurer la longueur de leur saut. Pour cela, ils ne disposent que de l'unité *u*. Sami a une bonne idée : il faut **partager** l'unité *u*.

Que peux-tu dire de $\frac{3}{3}$ et de $\frac{4}{4}$? de $\frac{8}{4}$ et de $\frac{6}{3}$?

*$\frac{1}{3}$ (un tiers), $\frac{2}{3}$ (deux tiers), $\frac{3}{4}$ (trois quarts), sont des **fractions**.*

B. Sur du papier calque, reproduis les deux instruments de mesure que Sami a fabriqués, puis utilise-les pour mesurer, sur l'image, la longueur des quatre sauts.
Inscris ces mesures de longueur dans un tableau, puis range-les par ordre croissant.

Lucie	Léa	Alex	Sami
$\frac{2}{4}$ *u*	$\frac{2}{3}$ *u*		

Compare ton tableau avec celui de tes camarades. Avez-vous tous indiqué les mesures de la même façon pour les sauts d'Alex et de Sami ?

C. Trouve d'autres nombres pour exprimer la longueur des sauts de Lucie et de Léa.

Lucie : $\frac{2}{4} = \frac{...}{2} = \frac{...}{8}$

Léa : $\frac{2}{3} = \frac{...}{6}$

D. Comment sont les fractions égales à 1 ? égales à 2 ?

OBJECTIFS : • Utiliser les fractions pour mesurer des longueurs
• Comparer des fractions

62 - soixante-deux

Je m'exerce

1. Reproduis et complète.

2. À son deuxième essai, Lucie fait un saut de $\frac{3}{4}$ d'unité.
Que lui manque-t-il pour arriver à l'unité 1 ?

Complète.

$\frac{3}{4} + \frac{...}{...} = 1$ $\frac{5}{8} + \frac{...}{...} = 1$ $\frac{2}{3} + \frac{...}{...} = 1$ $\frac{1}{2} + \frac{...}{...} = 1$

$\frac{5}{4} + \frac{...}{...} = 2$ $\frac{7}{4} + \frac{...}{...} = 2$ $\frac{4}{3} + \frac{...}{...} = 2$ $\frac{3}{2} + \frac{...}{...} = 2$

3. Reproduis et complète.

Parmi ces fractions, trouve celles qui sont plus grandes que 1, puis celles qui sont plus petites que 1.

Je calcule

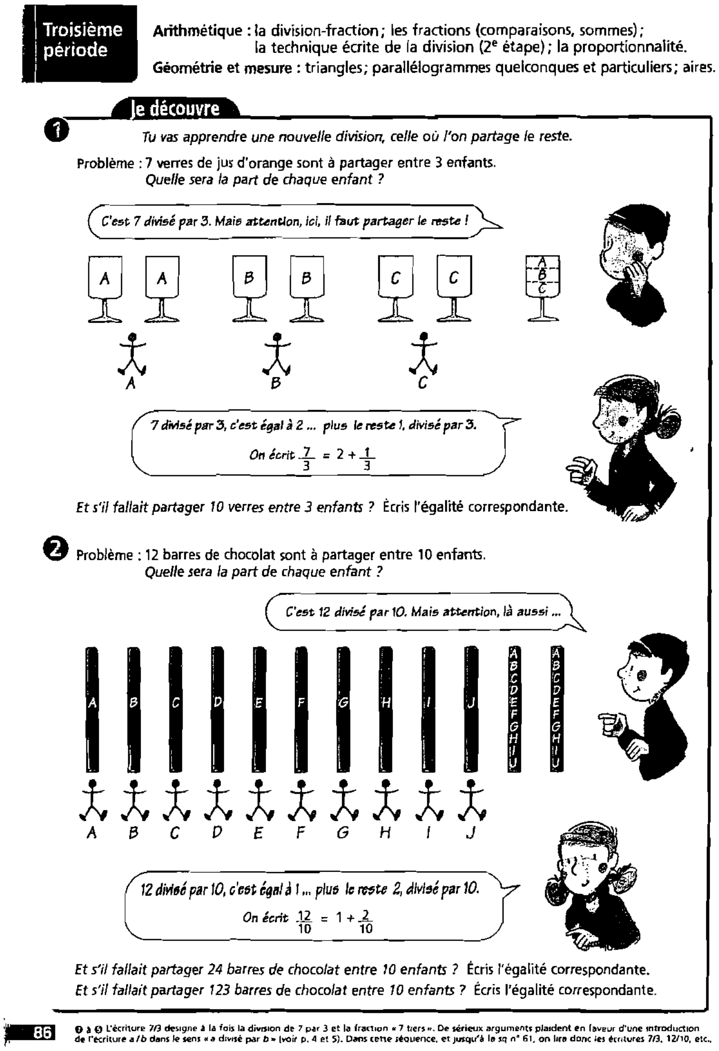
• $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ car $\frac{1}{2} \overset{\times 2}{=} \frac{2}{4}$ ($\times 2$)

• Complète :

$\frac{1}{3} = \frac{...}{6} = \frac{...}{9} = \frac{...}{...}$ $\frac{1}{4} = \frac{...}{8} = \frac{...}{12} = \frac{...}{...}$ $\frac{6}{8} = \frac{...}{4} = \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

63 - soixante-trois

ANNEXE 4



Troisième période

Arithmétique : la division-fraction ; les fractions (comparaisons, sommes) ;
la technique écrite de la division (2ᵉ étape) ; la proportionnalité.
Géométrie et mesure : triangles ; parallélogrammes quelconques et particuliers ; aires.

Je découvre

1 *Tu vas apprendre une nouvelle division, celle où l'on partage le reste.*

Problème : 7 verres de jus d'orange sont à partager entre 3 enfants.
Quelle sera la part de chaque enfant ?

C'est 7 divisé par 3. Mais attention, ici, il faut partager le reste !

7 divisé par 3, c'est égal à 2 ... plus le reste 1, divisé par 3.
On écrit $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

Et s'il fallait partager 10 verres entre 3 enfants ? Écris l'égalité correspondante.

2 Problème : 12 barres de chocolat sont à partager entre 10 enfants.
Quelle sera la part de chaque enfant ?

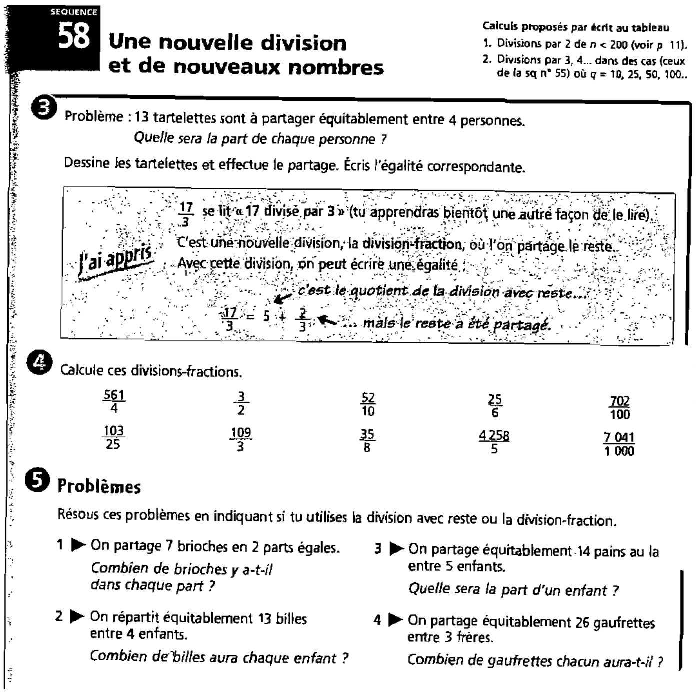
C'est 12 divisé par 10. Mais attention, là aussi ...

12 divisé par 10, c'est égal à 1 ... plus le reste 2, divisé par 10.
On écrit $\frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{10}$

Et s'il fallait partager 24 barres de chocolat entre 10 enfants ? Écris l'égalité correspondante.
Et s'il fallait partager 123 barres de chocolat entre 10 enfants ? Écris l'égalité correspondante.

86

① à ⑤ L'écriture 7/3 désigne à la fois la division de 7 par 3 et la fraction « 7 tiers ». De sérieux arguments plaident en faveur d'une introduction de l'écriture *a* / *b* dans le sens « *a* divisé par *b* » (voir p. 4 et 5). Dans cette séquence, et jusqu'à la sq n° 61, on lira donc les écritures 7/3, 12/10, etc.,



SÉQUENCE 58 Une nouvelle division et de nouveaux nombres

Calculs proposés par écrit au tableau
1. Divisions par 2 de *n* < 200 (voir p 11).
2. Divisions par 3, 4... dans des cas (ceux de la sq n° 55) où *q* = 10, 25, 50, 100..

3 Problème : 13 tartelettes sont à partager équitablement entre 4 personnes.
Quelle sera la part de chaque personne ?

Dessine les tartelettes et effectue le partage. Écris l'égalité correspondante.

J'ai appris

$\frac{17}{3}$ se lit « 17 divisé par 3 » (tu apprendras bientôt une autre façon de le lire).
C'est une nouvelle division, la **division-fraction**, où l'on partage le reste.
Avec cette division, on peut écrire une égalité :

$\frac{17}{3} = 5 + \frac{2}{3}$

5 : c'est le quotient de la division avec reste...
$\frac{2}{3}$: ... mais le reste a été partagé.

4 Calcule ces divisions-fractions.

$\frac{561}{4}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{52}{10}$ $\frac{25}{6}$ $\frac{702}{100}$

$\frac{103}{25}$ $\frac{109}{3}$ $\frac{35}{8}$ $\frac{4\,258}{5}$ $\frac{7\,041}{1\,000}$

5 Problèmes

Résous ces problèmes en indiquant si tu utilises la division avec reste ou la division-fraction.

1 ▶ On partage 7 brioches en 2 parts égales.
Combien de brioches y a-t-il dans chaque part ?

2 ▶ On répartit équitablement 13 billes entre 4 enfants.
Combien de billes aura chaque enfant ?

3 ▶ On partage équitablement 14 pains au la entre 5 enfants.
Quelle sera la part d'un enfant ?

4 ▶ On partage équitablement 26 gaufrettes entre 3 frères.
Combien de gaufrettes chacun aura-t-il ?

ANNEXE 5

« J'apprends les maths », CE2, édition Retz, 2001, fichier élève