

PENSER LA RÉGULATION D'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES, À L'ÉCOLE PRIMAIRE ET AU DÉBUT DU COLLÈGE

Florence ESMENJAUD-GENESTOUX

DAESL Université Bordeaux 2

florencegenestoux@free.fr

1 INTRODUCTION

L'atelier a été l'occasion¹ pour les participants d'exprimer certaines difficultés récurrentes du côté des élèves comme de celui des enseignants, à propos du calcul et des répertoires numériques. Ces constats de difficulté ont ensuite été reformulés pour mieux rendre compte du caractère transactionnel de la régulation didactique² : elle se négocie entre les protagonistes concernés (même dans le cas où beaucoup d'éléments demeurent implicites). De ce point de vue, les difficultés des élèves et du professeur pointent des entraves aux délégations de responsabilités programmées par l'enseignant. On peut considérer en effet, que conjointement, chacun à sa mesure et sous l'effet de son bon vouloir, le professeur et chaque élève partagent des responsabilités de nature mathématique (pour contrôler une résolution dans certaines conditions) et des responsabilités de nature didactique (pour conduire l'évolution des connaissances). Ainsi, lorsqu'un élève ne porte pas ce dont le professeur voudrait le charger (soit que l'état de ses connaissances ne le lui permette pas, soit qu'il refuse d'assumer le rôle qui est attendu de lui), le processus de transmission des savoirs butte contre une répartition non satisfaisante de ces responsabilités. Il arrive alors que l'apprentissage des mathématiques ne soit pas au rendez-vous du soutien. Il arrive aussi que la relation didactique se rompe brutalement par un rejet global sur autrui de la responsabilité de l'échec : « lacunes trop importantes », « manque de motivation », « milieu culturel inadapté », etc. ; mais aussi « ce prof est nul », « l'établissement n'est pas à la hauteur », etc. Ces critiques généralisantes sans appel, souvent injustes car seulement ponctuellement vérifiées, surgissent lorsque les difficultés persistent malgré les multiples tentatives, lorsque les moyens d'aider viennent à manquer. Approcher les difficultés d'apprentissage et d'enseignement au plus près des connaissances et plus particulièrement sous l'angle d'un partage de responsabilités (ce qui est l'objet de cette présentation), présente l'intérêt (pour l'enseignant ou pour le formateur qui constate des difficultés) d'entretenir l'espoir d'amélioration en intégrant aux perspectives d'interventions didactiques des prises d'information sur les comportements (qui d'ordinaire sont analysés indépendamment des savoirs et de manière exogène aux questions didactiques, par référence à la pédagogie, psychologie, psychanalyse, etc.).

¹ Notamment par un questionnaire reproduit en annexe.

² La dimension didactique précise d'autres éléments que la dimension relationnelle, pédagogique ou cognitive, même si elle est étroitement associée avec ces dimensions. L'interaction est didactique dans la mesure où elle est relative à la fois à des savoirs mathématiques et à une intention de modifier des connaissances mathématiques.

L'article s'organise en trois parties.

La première souligne des effets négatifs sur les pratiques d'enseignement de certaines représentations, elle propose des alternatives pour réhabiliter ce qui dans le rôle du professeur a été dénigré au fil du temps dans l'environnement professionnel et au delà.

La seconde décline une diversité de rapports au savoir, et pour chacun d'eux, remplace les difficultés les plus fréquentes en les réinterprétant comme une résistance à porter certaines responsabilités didactiques.

La dernière partie examine le rôle émancipateur des devoirs du soir, en listant plusieurs enjeux de dévolution.

2 PENSER LES REGULATIONS DIDACTIQUES

2- 1 Enseigner le sens et les routines

La mise en avant de l'apprentissage par résolution de problèmes a introduit une dissymétrie dans les discours et dans les pratiques. L'entraînement en a perdu de sa dignité, il a été dévalué par rapport au travail sur la compréhension. Perçue comme un antagonisme, la dualité sens / algorithme a négativement influé sur la répartition des rôles entre les enseignants, les élèves et les accompagnateurs de l'étude personnelle (Esmenjaud-Genestoux, 2000). Lorsque certaines interventions peuvent « s'externaliser » (hors du fonctionnement principal), les acteurs les mieux placés se préoccupent du noble ouvrage, les déclassés s'attèlent aux tâches ingrates et néanmoins indispensables (par exemple rendre les produits élémentaires très familiers). Remettre à l'honneur les performances techniques des élèves en s'appuyant tout autant sur une modalité binaire³ provoquerait un effet analogue : une dépréciation d'un autre pan du rôle du professeur. Car la transmission de l'usage des savoirs (et non seulement de leur texte), est une affaire d'équilibre.

En effet, routine et réflexion traduisent deux formes de rapport au savoir également utiles et respectables. Pour celui qui maîtrise un domaine mathématique, elles se complètent en fonction des situations rencontrées :

- l'automatisme soulage partiellement une réalisation complexe : une stricte application détachée du sens mais rapportée à des conditions générales bien identifiées, produit avec sûreté un résultat relativement prévisible;

- le raisonnement assure une utilisation vigilante dans les circonstances périlleuses, en interrogeant localement les singularités.

L'enseignement doit donc combiner des apprentissages qui ne requièrent ni la même durée, ni les mêmes aménagements, ni les mêmes arguments pour négocier les efforts des élèves. L'ignorance ou la confusion de ces différences provoquent bien des

³ En opposant par exemple, le normal / le pathologique ou le mérite / la déviance, etc.

malentendus. En revanche, en distinguant les connaissances des savoirs, il est possible de souligner les particularités, tout en resituant l'ensemble dans un même processus de transmission.

2-2 Convertir les observations de difficulté en décisions didactiques

L'idée que l'on se fait des difficultés des élèves s'est aujourd'hui considérablement enrichie : elles ne sont pas systématiquement explicables comme un manque qui se comble par supplément d'informations. La manière de concevoir les régulations s'en est trouvée complexifiée. Comment intégrer, dans le cadre d'un enseignement, la prise en considération de dispositions très personnelles (voire intimes), sans perdre en compétence et en légitimité d'intervention ? Comment penser les adhésions au changement, lorsque désirs, curiosités ou motivations sont si subtiles que ni les proches, ni les thérapeutes ne prétendent qu'il est aisé de les susciter ? Comment l'enseignant qui perçoit un malaise, des craintes, des réticences, un comportement fuyant, etc. chez les élèves peut-il coordonner ses décisions didactiques avec ce qu'il observe finement dans des registres très éloignés ?

Les convergences psychopédagogiques semblent plus accessibles à l'occasion d'une « situation pour apprendre », car des enjeux variés y imbriquent le cognitif et le conatif. L'émulation qui en résulte finira, on peut l'espérer, par gagner les timides, les introvertis ou les plus défensifs. Voilà que surgit encore une dissymétrie professionnelle: le cas de ceux qui hésitent à se lancer dans la recherche d'une solution originale a été pris en considération par la Recherche et par les praticiens, mais quelle étude de ceux qui traînent des pieds devant le travail personnel ?

2-3 Rapporter les comportements aux situations

Bien souvent, le premier travail mathématique qui est confié en autonomie à l'initiative des élèves consiste à « apprendre les tables ». Une fois que la signification des produits a été construite en classe, une fois que les résultats ont été établis et officiellement validés, une fois qu'ils ont été réordonnés et répartis dans plusieurs listes, aux élèves de prendre le relais. Il est devenu fréquent⁴ en effet de faire principalement reposer la fiabilité du répertoire multiplicatif sur des capacités individuelles de mémorisation⁵ et sur la ténacité familiale devant ce type d'effort (supposé accessible à tous, adapté aux moins instruits). En rendant la teneur mathématique de cette activité de moins en moins perceptible⁶, une large participation de l'entourage a été sollicitée. Mais

⁴ Autrefois, une grande part de l'entraînement était collectivement aménagé en classe et par le truchement d'exercices fréquents répartis sur une longue durée. Le nombre d'exercices dans les manuels anciens témoigne de cette préoccupation institutionnelle. La mise en mémoire n'était pas autant séparée de l'usage.

⁵ Les recherches pléthoriques sur la mémoire et les métaphores informatiques maintenant vulgarisées renforce cette représentation dichotomique : d'un côté des données enregistrées presque indépendamment des futures utilisations (« comme une poésie », entent-on souvent) et de l'autre une pratique de calcul qui les utiliserait en toute neutralité.

⁶ Dans les années 80, l'espoir d'une transversalité des apprentissages et d'un stockage mnésique d'informations inertes et détachables a conduit les programmes de 1985 à sortir l'apprentissage des tables

qu'est ce qui est attendu de la part des accompagnateurs domestiques de l'étude ? Faire répéter à l'identique de nombreuses fois les tables dans l'ordre ?

La table de multiplication est un bon paradigme pour aborder des questions didactiques importantes et relativement généralisables. Ce modeste répertoire de théorèmes (avec réciproque) est facilement identifiable et se trouve au cœur des négociations relatives à la scolarité obligatoire (une institution dans laquelle le professeur porte un grand nombre de responsabilités didactiques).

Les gens de métier accrochent les performances ou les attentes à des catégories d'exercices ; ils identifient ainsi plusieurs manières de bien connaître un même savoir. Des questions peuvent se regrouper parce qu'elles sollicitent toutes (pour le professeur) le même produit 5×8 , tout en ne mobilisant pas (chez les élèves) le même degré de familiarité avec la compréhension ou le maniement de cette formule :

- 8 fois 5 = ? ;

- récite la table (pour un débutant, décliner les multiples de 5 est bien plus facile que ceux de 8) ;

- « Combien de sièges dans le hall d'attente, s'il y a 5 rangées de 8 fauteuils ? » ;

- effectue 542 divisé par 5, etc.

Chaque situation diffère selon la durée qui est laissée à l'élève pour répondre, selon qu'il existe (ou non) à portée de main une calculatrice, une collection intermédiaire d'objets ou de signes tracés sur une feuille de papier, etc. Mais le recours au matériel disponible dépend aussi fortement de l'état des connaissances de l'élève (il peut ne pas établir de lien entre la question et ce qu'il pourrait établir avec ce qui est à sa disposition ; l'usage du matériel peut lui paraître une régression inutile, etc.).

Les erreurs prévisibles sont aussi différentes d'une situation à l'autre : une « erreur de 1 » dans le cas d'un dénombrement ($5 \times 8 = 41$), une « erreur de proximité » relative à une configuration en table ($5 \times 8 = 32$), etc. En cas de réponse correcte, la confiance accordée à sa production (par l'enseignant et par l'élève) dépend aussi de la situation : réciter sur commande n'est pas l'équivalent de citer à bon escient de son propre chef ; réitérer des doubles (10, 20, 40) n'est pas l'équivalent d'énoncer directement une formule ; attendre le verdict de celui qui sait n'est pas l'équivalent de vérifier soi-même par un étayage (huit fois, c'est dix fois moins deux fois) ...

2-4 Une familiarité avec le savoir qui s'intensifie

Il faut souvent plusieurs années pour construire les connaissances qui soutiennent la compréhension d'un savoir, pour l'institutionnaliser sous une forme savante et opératoire, pour rôder des techniques qui seront contrôlables par l'entendement (savoirs et connaissances s'agrègent dans un répertoire cohérent de résolution). Lorsque des difficultés apparaissent, il n'est pas aisé de conserver une vue

de multiplication du chapitre des mathématiques. De nouveaux textes officiels organisaient dans le même temps un essor rapide du secteur périscolaire (Esmenjaud-Genestoux, 2000).

d'ensemble sur un long processus de transmission au cours duquel les formes de connaissances évoluent et la familiarité de l'élève s'intensifie.

Aussi, pour penser les régulations sans cassure ni oscillation, j'ai replacé dans un continuum les intentions didactiques relatives à un savoir donné auquel j'ajoute les connaissances qui lui sont rattachées. Le lent déroulement de l'enseignement de ce savoir est alors balisé par des indicateurs didactiques qui différencient sept étapes⁷ dans la familiarité avec ce savoir. Souvent, les *niveaux de familiarité* ne seront pas tous visés durant la même année scolaire, ni même tous programmés dans un cursus scolaire (chaque filière décide d'un certain degré d'approfondissement avec les savoirs). Mais en ce qui concerne les produits élémentaires (tout comme les principaux savoirs de base), il est attendu en fin de collège un usage rapide et fiable.

3 PARTAGER DES RESPONSABILITES DIDACTIQUES AVEC LES ELEVES

En théorie des situations, le modèle de base pour analyser l'interaction entre professeur et élève comporte un *milieu* et un *contrat didactique* qui légitiment et contraignent la relation d'enseignement/apprentissage. Ce « contrat »⁸ répartit les connaissances mathématiques nécessaires à la résolution d'une question plus ou moins problématique entre les trois protagonistes conceptuels que sont les acteurs (le professeur et les élèves dans des rôles asymétriques) et ce milieu⁹. On peut considérer que lors de l'interaction effective, chaque partenaire accepte ce contrat ou « tire » dessus pour tenter de porter moins que prévu. Les difficultés des élèves, en bloquant certaines négociations du contrat initial, créent des difficultés pour l'enseignant. On peut alors penser les régulations didactiques comme des réaménagements du milieu et du contrat, en fonction de ce que l'enseignant observe et interprète des comportements des élèves.

Il semble raisonnable de présupposer¹⁰ que porter des responsabilités engage des connaissances, tout en considérant qu'une prise de responsabilité (ou une délégation)

⁷ Le modèle est construit en faisant glisser, une à une, six responsabilités didactiques des mains du professeur vers celle de l'élève. Les niveaux de familiarités sont détaillés dans Esmenjaud-Genestoux, 2000 ; les responsabilités didactiques dans Esmenjaud-Genestoux, 2008. Une liste des responsabilités figure en annexe. Les noms des différents niveaux sont à considérer comme un simple étiquetage au sein de la modélisation. Chaque terme (aptitude, exécution, etc.) ne manque pas de faire écho au langage courant ou à d'autres usages professionnels, ce qui a créé dans l'atelier quelques malentendus momentanés.

⁸ Il ne s'agit pas d'un contrat au sens habituel du terme, où les éléments seraient explicités et consignés avant acceptation mutuelle. J'adopte ici le point de vue du professeur qui suit ses objectifs et décide a priori de ce qu'il va porter et de ce qu'il va déléguer ou « dévoluer » (s'il ménage des conditions favorables à la prise de responsabilité par les élèves pour soutenir ce qui serait sinon une simple injonction, soit verbale, soit contrainte par les conditions).

⁹ En effet, tout se passe comme si l'enseignant incorporait certaines de ses connaissances mathématiques dans les conditions de la résolution, de manière à canaliser la mobilisation des connaissances des élèves.

¹⁰ Ce point de vue n'est pas universellement partagé : dans de très nombreuses interactions sociales actuelles, l'expression « prends tes responsabilités » est synonyme de « je me décharge des conséquences, c'est toi le responsable des éventuels ennuis ».

s'inscrit dans une marge de transaction. Il arrive qu'un élève refuse une responsabilité, bien qu'il dispose des connaissances permettant d'en assumer les conséquences ; il arrive aussi qu'un professeur (ou un parent) charge un élève d'une responsabilité mathématique ou didactique qu'il n'est pourtant pas en mesure de porter sans prendre de risques.

Mes modélisations cherchent à rendre compte des dépendances qui existent entre le niveau de familiarité qu'entretient un élève avec le savoir visé et sa manière de négocier le contrat didactique, autrement dit à rapprocher la manière de connaître un savoir avec les responsabilités didactiques qui sont ou non acceptables de porter relativement à l'usage et à l'étude de ce savoir. Je déclinerais ici des difficultés relativement fréquentes chez les élèves du primaire et du collège, en les plaçant par rapport aux deux modèles que sont, d'une part les 7 niveaux de familiarité et d'autre part les 6 responsabilités didactiques (jointes en annexe).

3-1 Collaboration au projet didactique (première responsabilité didactique de l'élève, niveau 2 de familiarité)

Il arrive qu'un élève se contente de résoudre dans l'immédiateté (comme dans un jeu où l'important est de participer et si possible de gagner, sans anticiper à moyen terme d'autres parties). Or le professeur a besoin de recueillir une adhésion de nature didactique. En effet, l'engagement de l'élève dans la seule dimension mathématique ne suffit pas pour négocier une étude : établir « 8 fois 5 » peut-être perçu comme un exercice qui ne constitue pas un événement à retenir (de la même manière que celui qui effectue le produit de 51 par 17 ne cherche pas en général à en conserver longtemps le résultat).

Plus difficile encore pour un professeur de déléguer un apprentissage personnel si l'élève n'envisage de la relation avec son enseignant que la dimension interindividuelle (le contenu mathématique passant au plan secondaire). Les modes d'opposition des élèves sont variés et leurs résistances plus ou moins discrètes. Une réponse à la question posée par l'enseignant peut être fournie par l'élève, mais si elle est établie par son voisin de table ou par un parent, elle ne satisfait qu'en apparence au contrat scolaire. Avec la banalisation des aides qui désinhibent la difficulté, de nouvelles stratégies d'évitement se développent. Par exemple : amadouer les adultes (ou les élèves tuteurs) en les flattant dans leur rôle et négocier une « aide générale » (un discours) pour mieux les détourner d'un objectif spécifique (une situation précise) qui les impliqueraient en tant qu'apprenant.

Il arrive qu'un élève préfère se retrancher dans un rôle de victime vulnérable¹¹. S'il devient plus facile d'afficher des troubles d'apprentissage que d'assumer ce qui a été transmis, il est alors en effet plus rentable de renforcer le diagnostic généraliste en minimisant ses petites réussites locales (sur tel ou tel savoir) qui sinon engageraient à reconduire le succès sur ces domaines. Cette forme extrême de négociation à la baisse du contrat didactique se rencontre assez fréquemment dans les dispositifs d'aide (soit à l'extérieur de l'établissement scolaire, soit en classe lors des phases de différenciation).

¹¹ Actuellement, la victimisation provoque des effets importants dans toutes sortes d'institutions, y compris dans l'univers judiciaire. L'institution scolaire n'est pas épargnée par ce large phénomène social.

Malheureusement la revendication de la victime (ou de sa famille) à l'inaptitude désarme complètement la relation didactique : celui qui est en position de réguler ne peut compter sur aucune coopération didactique de la part de son partenaire (de plus, s'il se laisse passivement porter sur le plan didactique, celui-ci est souvent dans le même temps très actif pour interagir sur d'autres plans).

3-2 Complicité didactique (2^{ème} responsabilité, niveau 3)

Il arrive qu'un élève ne conçoive son rôle que comme devant répondre à des questions non prévisibles, dont seul l'enseignant a le secret. N'anticipant pas le contenu des futures évaluations, il s'y prépare mal.

Pour fabriquer ses tours de main, l'élève gagne à se décentrer de la seule production de réponse pour s'intéresser aux conditions de résolution et reconnaître les situations qui appellent telle ou telle procédure, en particulier les questions-types. Par exemple, pour établir un produit par 5, la parité du multiplicateur renseigne sur la terminaison du résultat, car dans une somme réitérée de 5, il est commode de grouper les termes deux à deux ; 8 fois est le double d'une formule peut-être déjà connue : 4 fois. Si c'est 5 fois 8 qui est demandé, il peut donc être plus commode de penser 8 fois 5. Par contre, en référence à une procédure additive, le choix d'un petit opérateur est généralement préférable (3 fois 7, plutôt que 7 fois 3). Choisir l'ordre des facteurs peut renouveler le questionnement en faisant vivre la propriété de commutativité (c'est une variable didactique qui peut être « sentie » par un élève).

Pour l'enseignant, il est clair que s'il a déjà posé les « mêmes » questions de nombreuses fois dans la classe, c'est un indicateur de priorité pour conduire l'étude personnelle (ces questions sont importantes pour l'institution). C'est par l'intermédiaire de nombreux exercices de même catégorie¹² qu'un élève peut distinguer le variable de l'invariant, sentir des fréquences d'occurrence et esquisser des domaines d'application. Le choix des assortiments de questions¹³ est donc pour l'enseignant un levier de dévolution. Lorsque les conditions sont réunies (une familiarité avec le savoir suffisante, un intérêt pour les questions-types et un assortiment qui met en scène ce qui est identifiable par l'élève), une certaine complicité didactique peut alors s'établir entre professeur et élèves.

3-3 « Utiliser seul en présence de » (3^{ème} responsabilité, niveau 4)

Les mathématiques offrent des occasions précoces de vérifier soi-même la validité d'une réponse. Parfois les élèves ignorent ce pouvoir ; certains apprécient vivement qu'on le leur montre, d'autres semblent s'en désintéresser.

¹² Dans les manuels actuels, l'éventail des exercices peut être si large, que les élèves ne rencontrent que rarement les questions pourtant considérées comme primordiales. La sélection de ce qui est donné le soir soulève aussi des questions de priorité : par manque de temps, tout ne peut être étudié selon le même régime. Quelques fils rouges sur de moyennes durées peuvent être plus avantageux qu'un émiettement exhaustif au quotidien.

¹³ Un *assortiment didactique* est une collection de questions « semblables », réunies sous une même intention didactique, ordonnée en vue d'un effet didactique, et réalisable dans une unité de temps didactique (Esmenjaud-Genestoux, 2000).

Il arrive qu'un élève quémande activement l'approbation de celui qui sait, comme en témoigne cette réaction devant l'attitude de neutralité affichée par un enseignant : « *mais si tu me regardes comme ça, je ne peux pas savoir si j'ai juste !* ». Cette élève, rompue aux dispositifs de soutien¹⁴, s'autorise dans la révolte à apostropher l'adulte pourtant investi du pouvoir institutionnel. Mais elle ne s'aventure pas à contrôler sa réponse par elle-même, comme si elle estimait trop grand le risque de se fourvoyer. Un risque d'ailleurs tout à fait réaliste, car elle se trompe encore souvent dans une vérification (sa familiarité avec les connaissances nécessaires est encore insuffisante pour porter cette responsabilité).

Apprendre à se comporter comme si on était seul, y compris en présence d'autrui est une étape nécessaire au développement de l'autonomie¹⁵. Une plus grande familiarité avec un répertoire d'action développe localement la confiance en soi. En effet, pouvoir remplacer une résolution par une autre (généralement plus économique), ouvre à un nouveau rapport au savoir : celui de l'usage éclairé. Le gain d'efficacité apporté par la formalisation (l'usage direct du savoir comme d'un outil) se paye d'une perte de signification locale (la compréhension passe alors en arrière plan). L'application d'un théorème amenuise donc momentanément le contrôle de l'acteur sur la situation. Mais s'il dispose en outre dans son propre répertoire des moyens d'étayer ses prises de décision en cas de besoin, il dépend beaucoup moins des aléas d'une résolution.

3-4 Acceptation d'une acculturation (4^{ème} responsabilité, niveau 5)

Les exigences scolaires relatives au calcul ne sont pas toujours perçues dans la société comme légitimes. Pourquoi enseigner encore des pratiques qui peuvent être mécaniquement remplacées ou soulagées ? « *Moi j'arrive à compter très vite sur mes doigts, j'ai pas besoin d'apprendre les tables !* ». Il arrive qu'un élève rechigne à lâcher le confort d'une habitude (égrener rapidement de 5 en 5 en contrôlant des doigts le multiplicateur). Pourquoi l'astreindre à une association directe¹⁶ du nombre 40 aux produits 8×5 et 5×8 ? La tâche est longue, fastidieuse, peu gratifiante pour le professeur comme pour les élèves. Sans parler du désagrément de se frotter à nouveau au risque d'erreur (prendre ou être pris en défaut, alors qu'il existe déjà un autre moyen commode de se tirer d'affaire).

Pourtant pour se dérouler, l'enseignement a besoin d'estomper les particularités des connaissances locales (les multiples de 5, les multiples de 2, etc.) et les astuces personnelles (« *moi je connais par cœur 4 fois 8 : c'est l'âge de ma mère !* ») pour les

¹⁴ Il s'agit d'une élève de CE2, longuement suivie par les maîtres E du RASED.

¹⁵ Winicott (1975), ou Cyrulnick (2006) par exemple, ont étudié les paradoxes de l'accompagnement à l'autonomie.

¹⁶ L'ergonomie des méthodes n'est d'ailleurs pas toujours localement flagrante ; les « premières » tables de 2, 5 et 10 ne sont pas les meilleurs choix didactiques pour mettre en évidence la puissance d'une formulation directe.

remplacer officiellement par un savoir unifié. Un jour dans la classe, la Table de Pythagore devient exigible en tant que référence¹⁷ plus universelle et plus exportable.

Il arrive que ce changement de statut (c'est le savoir qui doit être désormais cité directement) soit interprété à tort par les élèves comme une demande de formulation publique un peu empesée (qui satisferait le professeur), tandis que l'établissement en privé du résultat pourrait demeurer ce qu'il a toujours été (les élèves continueront d'agiter leurs doigts, même si l'idée est intégrée qu'il faut maintenant le faire en secret). Or même pour un théorème aussi rudimentaire qu'un résultat numérique, une mise en mémoire du texte ne suffit pas pour en user en toute indépendance lors d'un raisonnement ardu ou pour exécuter un algorithme complexe. De plus, chaque équivalence doit pouvoir être pensée avec un recul conceptuel suffisant, permettant de décomposer¹⁸ 40 en un produit de 5 par 8 (même si au début du processus, la formule n'a d'abord été perçue qu'en privilégiant une seule direction de lecture).

Il arrive que des réactions de méfiance vis-à-vis de ces nouvelles exigences soient confortées hors de l'école par des déclarations prestigieuses. La psychanalyse défendait ardemment le jeu et la notion de plaisir, les neurosciences provoquent en annonçant que le cerveau humain n'est pas adapté au calcul. La tentation est donc grande de ne s'intéresser que médiocrement aux formes convenues de rédaction, a fortiori si l'on est déjà dépité comme étant d'intelligence précoce. Pourtant, la communauté savante reconnaît l'intérêt d'une standardisation pour la diffusion des mathématiques¹⁹, elle n'a pas à être confondue avec des manies professorales.

Ce ne sont pas les premières découvertes, mais l'étude approfondie des savoirs qui ouvre la voie de la spéculation intellectuelle : exploration des possibilités de l'outil, connaissance fine des frontières de validité et des cas limites (par exemple les facteurs un ou zéro). Cette étude n'a pas la même visée pratique et individuelle que l'apprentissage des connaissances nécessaires à l'action. Les savoirs ont aussi leur utilité sociale : ils sont les instruments culturels d'une plus large communication, d'une acculturation qui passe par l'acceptation individuelle d'un certain standard. Des méthodes déclarées comme expertes au sein d'un groupe rendent leur utilisation plus anonyme, ce qui facilite qu'un contrôle collectif s'exerce sur des missions endossables par des praticiens interchangeables.

¹⁷ Cette Table s'insère dans un vaste répertoire de savoirs : l'addition réitérée et le produit cartésien renvoient à une même opération qui s'appelle la multiplication ; le « fois » qui distingue multiplicateur et multiplicande peut se remplacer avantageusement par un nouveau symbole et une symétrie de facteurs garantie par la commutativité, etc.

¹⁸ Un autre choix didactique consiste à accroître au contraire le nombre de « formules à mémoriser » de manière à les simplifier (un seul sens de lecture) : tables de soustraction, identités pour développer ou pour factoriser, formules pour déterminer la vitesse ou la durée ou la distance parcourue, etc. Ce choix de la taille des répertoires de théorèmes dépend aussi du choix des méthodes de résolution qui seront enseignées (application arithmétique ou équation algébrique, algorithme de multiplication usuel ou à la russe, etc.).

¹⁹ Nordon (1993), pp 60-62.

3-5 Conquête d'une expertise (5^{ème} responsabilité, niveau 6)

L'érudit préfère parfois demeurer dans le cercle moins contraignant de l'amateurisme. La compétition ne séduit pas tout le monde. La promesse d'un plus grand pouvoir peut effrayer, jusqu'à encourager la fuite des responsabilités. Il arrive qu'un élève, tout en reconnaissant l'intérêt d'un formalisme culturellement éprouvé, ne s'astreigne pas de lui-même à la performance. Confortablement installé dans le giron didactique, il mise alors sur une bienveillance éternelle pour ses hésitations.

3-6 Entretien des connaissances (6^{ème} responsabilité, niveau 7)

La quasi-totalité des élèves sortent de la scolarité obligatoire en sachant manier la formule $2 \times 5 = 10$ (même s'il ne maîtrisent pas tout, et de loin, des significations de la multiplication). Mais un très grand nombre d'adultes instruits et parfaitement intégrés socialement hésitent pour énoncer le produit de 7 par 8. Pour l'enseignant comme pour l'élève, la présentation en tables est un instrument trompeur, car elle uniformise le contenu (tous les produits ne s'apprennent pourtant pas au même rythme) et dilue les questions sur un grand nombre de résultats²⁰. S'émanciper temporairement de l'organisation canonique permet de focaliser plus longuement les efforts sur quelques cibles à conquérir. C'est ainsi que l'enseignant peut contribuer à soulager l'étude personnelle (il partage encore avec les élèves des responsabilités didactiques). Un accompagnement spécifique, sur le long terme, sollicite régulièrement et sans relâche ce qui est le plus ardu, jusqu'à ce qu'il devienne une évidence pour les élèves.

4 LES DEVOIRS DU SOIR : DES ENJEUX D'AFFRANCHISSEMENT DIDACTIQUE

Ce que l'élève réalise ici et maintenant trouve sa finalité dans la prévision d'autres résolutions futures et potentielles qui s'effectueront en dehors de toute protection didactique. Le travail personnel est un bon instrument pour émanciper progressivement en déclinant différentes formes de contrats, encore faut-il harmoniser le contenu du devoir prescrit avec les délégations de responsabilités et le niveau de familiarité entretenu par les élèves.

Le rituel scolaire du travail du soir comporte aussi ses enjeux didactiques. Il ne s'agit pas de prolonger simplement ce qui s'est déroulé en classe sous la conduite de

²⁰ Le chapitre 7 de ma thèse (Esmenjaud-Genestoux, 2000) détaille ces différents aspects relatifs à la taille du répertoire qui joue un rôle très important dans les négociations du travail personnel. La réorganisation et la compilation apportent une aide en fin de processus, lorsque la quasi-totalité du répertoire est intégré. Dresser un inventaire de ce qui sera su un jour, présente aussi un encouragement : l'étude à venir semble fructueuse. Par contre, durant la période entre les niveaux 2 et 5 de familiarité, c'est une réduction du répertoire qui soulage l'apprenant. Dans un autre domaine, certains professeurs de collège en vue de réduire le temps de copie, fournissent aux élèves de 5^{ème} des photocopies écrites serrées, pour qu'ils disposent d'un coup de la liste exhaustive des propriétés des quadrilatères qui deviendront exigibles. L'effet d'accumulation est alors rédhibitoire pour les collégiens qui n'ont qu'une faible autonomie d'étude personnelle : ils se démobilisent par découragement et n'apprennent finalement aucune propriété (même ceux qui d'ordinaire placent tous leurs efforts dans la mémorisation).

l'enseignant²¹. L'étude personnelle rend compte d'une dimension auto-didactique qui nécessite des prises de responsabilités²².

Pour s'approprier ce qui lui a été enseigné, l'élève doit pouvoir mobiliser ses connaissances hors du contrôle direct de l'enseignant. Comme il n'est pas réaliste d'espérer une autonomie immédiate sur tout support, et pour maintenir une certaine équité sociale, les instructions officielles ont restreint ce qui pouvait être prescrit aux jeunes écoliers du primaire. Depuis 1956, la généralisation des études surveillées, puis de dispositifs de plus en plus diversifiés a créé des écarts considérables entre les directives et les pratiques effectives ; écarts bien délicats à négocier avec les familles, d'autant que les justifications fournies de part et d'autre sont souvent incompatibles.

Le plaisir est fréquemment présenté comme adjuvant de l'apprentissage²³. Il arrive que les « activités de découverte » intégrées dans les manuels en début de chapitre soient données aux collégiens au titre de préparation du cours, pour économiser le temps de face à face pédagogique et sous couvert (slogan bien polysémique) d'un « travail de recherche ». L'équilibre est délicat à trouver entre ce qui n'est faisable qu'avec l'intervention d'un professionnel et ce qui va faire progresser l'autonomie de l'élève. Les propriétés didactiques du milieu qui transite entre la classe et son domicile jouent alors un rôle essentiel.

Datant de l'époque où le calcul humain était incontournable, certains exercices d'entraînement recèlent des richesses didactiques que les pratiques enseignantes ont perdues sous l'effet de phénomènes multiples (Esmenjaud-Genestoux, 2000). Or, sur le domaine restreint du répertoire multiplicatif, une culture didactique partagée²⁴ avec les élèves et les accompagnateurs domestiques pourrait à nouveau se déployer : indépendance de chaque produit élémentaire, pratique de l'étayage mathématique, supports plus adaptés que des tables (un matériel auto-correctif permettant des tris selon plusieurs critères et des variations de taille et donc de durée), etc.

En reprenant une à une les responsabilités didactiques qu'un étudiant aguerri devra un jour porter seul, on peut lister plusieurs enjeux de l'étude personnelle (à chaque type d'enjeu correspond un type de contrat et une adaptation de milieu ; tous les enjeux ne sont pas d'emblée cumulables).

²¹ Il s'agit encore moins de le remplacer, en demandant aux élèves de terminer ailleurs ce qui n'a pas pu être fait en classe : les devoirs deviendrait alors d'autant plus lourds que les élèves sont lents ou faibles et la professionnalité du rôle du professeur n'apparaîtrait plus aux yeux des protagonistes.

²² Beaucoup d'élèves se défaussent de leurs obligations d'étude dès lors qu'ils peuvent rapporter en classe la preuve qu'ils ont « fait » l'exercice prescrit (éventuellement, « fait faire » par autrui), comme si l'enseignant n'attendait qu'une résolution de plus.

²³ Le ton des négociations est facilement enjoué, mais les conditions effectives sont plus rarement à la hauteur de ce qui était promis (Esmenjaud-Genestoux, 2000).

²⁴ (Esmenjaud-Genestoux, 2006).

4-1 Essayer de se débrouiller seul (1^{ère} responsabilité didactique)

Avoir tenté une réponse, ce n'est pas forcément « avoir juste ». Parents et enseignants rivalisent parfois pour traquer la moindre erreur dans le cahier du soir, quitte à perdre l'authenticité de l'initiative et à masquer les difficultés réelles d'apprentissage.

4-2 Devenir capable de (2^{ème} responsabilité)

L'objectif des devoirs n'est pas la réalisation supplémentaire de tel ou tel exercice, mais l'acquisition des connaissances qui permettront de résoudre désormais toute une catégorie de questions. L'élève qui fournit une réponse se sent peut-être quitte, mais l'essentiel est ailleurs (par exemple une résolution erronée pourra être plus profitable qu'une réponse juste lorsque la correction amène une prise de conscience).

L'élève qui étudie seul transporte avec lui des connaissances didactiques (d'autres connaissances didactiques plus sophistiquées seront cristallisées dans le milieu) : il a d'abord besoin de se montrer bienveillant vis-à-vis de ses premières tentatives, puis sa curiosité intellectuelle se déplacera vers l'appréciation des assortiments qui lui sont proposés, vers l'identification de « bruits » dissonants et de questions « semblables » qui sont les représentants d'une catégorie de questions.

4-3 Se sentir sûr (3^{ème} responsabilité)

A l'occasion d'abord de la correction, puis au cours de son travail personnel, les rétroactions négatives sont utilisées pour, progressivement, devenir plus exigeant avec soi-même. Une certaine mémoire didactique renseigne celui qui étudie : il identifie plusieurs types d'erreurs, il traque celles qu'il produit encore trop fréquemment bien qu'elles soient significatives de ce qui est à comprendre. Il est à remarquer que disposer de ces critères d'appréciation des réponses fabrique plus sûrement la confiance en soi qu'une suite de rétroactions positives²⁵.

4-4 Fournir la réponse standard (4^{ème} responsabilité)

Il arrive un moment où l'institution scolaire ne se contente plus d'un résultat juste : la réponse doit satisfaire aux canons officiels. L'entraînement personnel inclut alors la capacité à répondre dans les formes convenues.

4-5 Organiser son propre entraînement (5^{ème} responsabilité)

Le travail individuel présente l'avantage de s'adapter au rythme de chacun. Sous une conduite responsable, l'étude peut se prolonger si besoin au-delà de la prescription du professeur (ou la réduire dans certains cas). Encore faut-il disposer de critères d'arrêt

²⁵ Il y aurait beaucoup à dire sur le rôle que l'on fait jouer aux réussites chez les élèves stigmatisés comme étant en grande difficulté. Une méconnaissance des conditions locales (des généralisations) et l'absence de coordination entre des savoirs psychologiques et didactiques peuvent conduire, même avec la meilleure compassion du monde, à des catastrophes, car la soi-disant réparation du problème ne fait souvent qu'entretenir ce problème.

et distinguer des cibles particulières : ces connaissances font partie intégrante du répertoire de résolution.

4-6 Veiller à l'état de fonctionnement (6^{ème} responsabilité)

Bien qu'un objectif d'apprentissage à court terme soit officiellement attaché au devoir (le chapitre en cours), chaque exercice sollicite en réalité de nombreuses connaissances plus ou moins anciennes. Maintenir une fiabilité à long terme devient alors un enjeu personnel. A l'occasion d'une hésitation, un travail ciblé de révision peut se décider dans l'intimité de l'étude.

5 CONCLUSION

Dans de nombreux cas, les difficultés des enseignants et des élèves peuvent s'expliquer comme un décalage de décisions. Des décisions qui isolément sont souvent légitimes, mais qui se révèlent inadaptées aux circonstances du moment. N'est-il pas paradoxal de reprocher à un élève d'être « trop scolaire » ? L'expression désigne celui qui applique stricto sensu les consignes explicites, mais qui semble ne jamais devoir s'affranchir de sa tutelle. En s'accrochant à un « métier d'élève » figé, il conserve des attitudes qui jusqu'alors avaient fait leur preuves, alors qu'il serait temps de porter de nouvelles responsabilités didactiques (qui étaient au début du processus à la seule charge du professeur).

L'idée que l'aide aux élèves faibles et que l'organisation de l'entraînement ou du travail à la maison nécessitent moins de compétences didactiques que l'élaboration des leçons est malheureusement répandue. La mise en place d'une aide à l'étude ne rencontre pas seulement la question vive des effectifs (il n'est d'ailleurs pas si aisé d'aider un seul élève à la fois), même s'il reste vrai qu'un trop grand nombre d'élèves avec des difficultés inévitablement variées complique (voire compromet) la réalisation. Dans « l'institution » d'un soutien scolaire, l'ordre des priorités didactiques est modifié par rapport à ce qui est habituel dans le fonctionnement principal (par exemple l'erreur change totalement de statut ; une aide ponctuelle à la réponse juste ne peut se transformer en moyen d'aider l'apprentissage ; etc.). Aussi, généraliser les dispositifs de soutien sans qu'une réflexion ne soit menée sur la nature didactique de ces interventions, risque non seulement de décevoir, mais aussi de bouleverser l'équilibre précaire des négociations permettant l'enseignement ordinaire.

Bibliographie :

Brousseau G. (1985), *La multiplication au CE1*, IREM de Bordeaux.

Cyrułnick B. (2006), *De chair et d'âme*, Odile Jacob.

Esmenjaud-Genestoux F. (2000), *Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques*, thèse, Univ Bordeaux 1.

Esmenjaud-Genestoux F.(2001), Médiation entre la classe et le travail à la maison : le rôle des assortiments, in *Actes du Séminaire national de Didactique des Mathématiques*, DIDIREM.

Esmenjaud-Genestoux F. (2004), « 7 fois 8 ? $(a + b)^2$? La mémorisation des réponses relève-t-elle de la responsabilité des professeurs ? », *Le bulletin vert*, n° 454, sept-oct 2004, APMEP.

Esmenjaud-Genestoux F. (2005), "Le travail personnel au collège ou le partage des responsabilités didactiques – partie 1 : La partie " privée " du travail des élèves et de l'accompagnement aux devoirs", *Petit x*, n°69.

Esmenjaud-Genestoux F. (2006), "Le travail personnel au collège ou le partage des responsabilités didactiques – partie 2 : le professeur accompagne le travail personnel des élèves", *Petit x*, n°70.

Esmenjaud-Genestoux F. (2008), « Les responsabilités de l'élève et sa conquête de l'autonomie dans l'étude des mathématiques. Approche didactique d'un cas de rééducation mathématiques », *Les Sciences de l'éducation : Pour l'Ere Nouvelle*, vol. 41, n°1, CERSE-université de Caen.

Nordon D. (1993), *Les mathématiques pures n'existent pas*, Actes Sud.

Winnicott D.W. (1975), *Jeu et réalité*, Gallimard.

Annexes

Coopération entre professeur et élève(s) pour résoudre une situation

6 responsabilités relatives au contrôle du Milieu

- 1 Déterminer/reconnaître un « contexte » mathématique dans le milieu de l'interaction (« mathématiser » une situation).
- 2 Adapter sa décision à ces conditions : choisir dans son répertoire (parmi plusieurs possibles) une « réponse » à la « question » posée (une vacuité dans le milieu de E).
- 3 Contrôler la validité (pertinence, adéquation, degré de véracité) de sa décision à l'aide d'un raisonnement, d'une technique, etc.
- 4 Algorithmiser la production de ce type de décisions (futures, potentielles) à l'aide d'un théorème, qui étiquette en quelques sortes le triplet (conditions, décision, contrôles).
- 5 Contrôler l'emploi de ce savoir (en utilisant d'autres savoirs).
- 6 Maintenir en état de fonctionnement les moyens de convertir ce savoir en moyens de décisions dans un répertoire (qui rapproche les connaissances et savoirs entretenant entre eux des filiations ou liens logiques) qui permet de résoudre les mêmes types de problèmes.

6 responsabilités didactiques à se répartir entre professeur et élève

R1 : l'intention de modifier un/son propre répertoire

R2 : l'intérêt pour les moyens de l'étude

R3 : le contrôle de ses décisions

R4 : l'acculturation

R5 : l'usage personnel des savoirs

R6 : l'entretien du répertoire

7 niveaux de familiarité avec un savoir mathématique

- 1 niveau de l'**exécution**
- 2 niveau de la **construction**
- 3 niveau de la **production**
- 4 niveau de la **production auto-contrôlée**
- 5 niveau de l'**aptitude**
- 6 niveau de l'**expertise**
- 7 niveau de la **maîtrise**

Un savoir scolaire apparaît comme :
- la solution d'un exercice au niveau 2 ;
- une connaissance locale au niveau 3 ;
- un savoir à étudier au niveau 4 ;
- un savoir exigible au niveau 5 ;
- un savoir utilisable au niveau 6.

Questionnaire

*Quel est l'intérêt de **donner du sens** à ce qu'on utilise ? de disposer d'un **algorithme** ?*

Etre en mesure d'utiliser « dans la vie quotidienne, dans sa vie privée comme dans son travail » les produits élémentaires ;
« mémoriser les tables de multiplication » ;
« être capables de restituer et d'utiliser les tables de multiplication »
des différences de formulation significatives ?

Concernant l'apprentissage du répertoire multiplicatif :

- les difficultés rencontrées par les enseignants sont-elles de même nature pour automatiser et pour donner du sens ?
- quelles difficultés côté élèves ?
- contre quelles réactions extérieures à l'école se heurte l'enseignement ?
- qu'est ce qui peut être ou non attendu de la part des familles ?
- qu'est ce qui peut être attendu de la part d'un élève « seul » (en primaire, au collège) ?

Réactions en vrac :

l'expression « table(s) de multiplication » :

les objets « tables de multiplication », « Table de Pythagore » et autres :

l'usage des doigts :