CONFERENCE 1 (SECONDE PARTIE) « COMMENT Y DONNER DES INTERPRETATIONS DIDACTIQUES ? »

F.CONNE
Maître d'enseignement et de recherche
Université de Genève

Le compte rendu de ma conférence comporte deux parties. Dans la première partie, ci-dessous, j'expose le cadre général de ma démarche. Cette partie comporte trois sections. Dans la première, j'expose mes préoccupations. Dans la seconde, j'indique mes entrées dans l'étude de O. Keller qui sont au nombre de quatre et que j'ai intitulées : *Autonomie et caractère symbolique* ; *Formes rituelles et mythiques*, *Théorie des deux mondes* ; et *Évidences et expériences*. Je développe particulièrement cette dernière qui servira de fil rouge au développement exposé dans le document annexe. Dans la troisième section, j'expose schématiquement le raisonnement qui dirige mon interprétation de ses travaux.

Dans la seconde partie, enregistrée en annexe sur le Cd-rom associé à ces actes, j'approfondis et je développe mon propos, allant jusqu'à l'évocation de quelques unes de mes propres recherches. Par cette démarche, je tente de mettre en regard mes propres recherches avec ce que je retiens des études d'O. Keller. Je le fais sur trois plans distincts au moins, à savoir : la question de l'évidence, celle de l'autonomie des signes et enfin celle de l'analyse des productions. La première section de cette annexe s'intitule : *Autonomie des signes, théorie des deux mondes, formes rituelles et mythique.* J'y présente quelques citations extraites des livres de O. Keller marquant le cadre des liens que je fais entre son étude et ma problématique de recherche (étude de la didactique des mathématiques sur le terrain de l'enseignement spécialisé). Ces citations sont versées en appoint à la première partie, et tout particulièrement à la question du caractère symbolique des activités scolaires. La seconde section de l'annexe s'intitule *: Évidences et échanges didactiques*. J'y reprends la problématique de l'évidence esquissée dans la première partie en la rapportant à la *dynamique de l'échange didactique* et *l'exploration par expérience*. La troisième partie s'intitule : *Explorations d'un champ d'expériences géométriques dans l'enseignement spécialisé.* J'approfondis la mise en relation des études de O. Keller avec les miennes et à ce propos je donne quelques exemples de recherches effectuées sur le terrain de l'enseignement spécialisé.

Je remercie vivement J. Briand, C. Houdement et P. Masselot qui nous ont invités à faire part de nos études, ainsi qu'à O. Keller pour s'être volontiers prêté à cet exposé à deux. Ma grande reconnaissance à M.-H. Salin pour les critiques et conseils avisés qu'elle m'a fait pour cette rédaction.

I. Ce que je vais chercher et que je trouve dans l'étude de O. Keller

1. Mes préoccupations

Une part de mon travail de recherche en didactique des mathématiques est dévolue au travail théorique. La question de l'interprétation didactique et celle de l'interprétation en didactique

des mathématiques y occupent une place centrale. Ma contribution à cette conférence consiste à ouvrir la 2ème question posée dans le titre et à proposer un cadre pour y répondre (texte imprimé) ainsi qu'en indiquer quelques pistes (Cd-rom).

Il est clair que l'interprétation est une entreprise risquée, risquée pour moi tout d'abord tant le contexte des questions didactiques est éloigné des questions de préhistoire, risquée pour O. Keller ensuite puisque cela met ses résultats à l'épreuve de considérations qu'il avait pu, dans un premier temps, écarter (pp. 28-37 tome 1). Une telle entreprise pourrait aussi être perçue comme agaçante et par les didacticiens, et par les historiens, qui pour une fois se rejoindraient sur l'idée qu'il conviendrait mieux de ne pas se fourvoyer à vouloir rapprocher des domaines si séparés. Ajoutons à cela que, comme je l'ai annoncé, mon interprétation s'oriente sur la question de l'expérience. Certes il faudrait s'entendre sur l'acceptation de ce terme pour le moins polysémique et sujet à bien des confusions, malentendus voire controverses. La thèse que je défends est que pour la didactique, en la matière rien ne va de soi. Voilà qui n'est pas fait pour atténuer les réticences.

Mon intérêt pour la thématique de l'expérience ne date pas d'aujourd'hui. Une formule réunit mes préoccupations : Pour ce qui concerne leur enseignement et leur apprentissage, qu'est-ce que les mathématiques et les expériences du monde peuvent s'apporter mutuellement ? En termes peirciens, ma question est centrée sur le rôle d'interprétant que les mathématiques sont amenées à jouer, tantôt pour mieux nous les faire connaître, tantôt pour nous aider à connaître le monde. Cela dit, si les mathématiques peuvent être utiles à mieux connaître le monde, elles le peuvent de deux manières différentes encore :

> Soit en le mathématisant, en y injectant en quelque sorte les règles qui régissent les systèmes mathématiques, autrement dit en y inscrivant la marque de nos mathématiques. Par exemple lorsque, consulté par C. Lévi Strauss, A. Weil propose de « modéliser » certains systèmes de parentés par des groupes finis simples (cf. Cl. Lévi-Strauss, 1967, p. 127).
>
> Soit en nous permettant d'identifier ce qui dans l'expérience du monde est susceptible de mener à des connaissances mathématiques, autrement dit en trouvant dans le monde des logiques analogues à celles des mathématiques. Par exemple en examinant en quoi la pratique du pliage de papier est susceptible d'introduire à certaines notions géométriques, comme celles de bissectrice, de médiatrice et de symétries axiales, ou encore en étudiant en quoi le jeu de dessiner des étoiles sans lever son crayon renvoie aux relations de primalité et de divisibilité des nombres entiers.

O. Keller vise beaucoup plus, puisqu'il nous invite à une enquête sur la naissance de la géométrie. Cela dépasse mes préoccupations. Néanmoins son travail et ses propositions sont susceptibles de m'apprendre beaucoup de choses. Ainsi, par exemple, dans son analyse de l'art de la pierre taillée et son évolution, il montre comment on y voit s'opérer dans et par le travail, la différenciation des trois dimensions spatiales, et l'émergence de l'importance donnée à la ligne. C'est-à-dire la rencontre dans la logique de cette fabrication d'une part du système d'évidences posé au départ du traité d'Euclide. Notez qu'il s'agit bien de *logique de fabrication* et en aucun cas *de règles de l'art*. Et ce, quand bien même il se trouve actuellement des experts qui savent produire des objets analogues, et que, grâce à de telles simulations, il est possible d'en apprendre plus sur ces logiques elles-mêmes.

La dimension expérimentale en didactique est toute symbolique[3]. Cela ne veut pas dire pour autant qu'elle serait superflue. Toute symbolique qu'elle soit, l'expérience intervient de manière significative dans tout apprentissage. À cela s'ajoute que l'expérience nous semble non reproductible, ou plutôt que son impact et ses répercussions sur les esprits nous semblent hors de portée de la didactique. Cela étant, je me pose la question de savoir comment penser une telle reconduction nécessaire de l'expérience. Sous cette question je me demande d'une part comment on expérimente les mathématiques et de l'autre comment on mathématise ce que l'on connaît par expérience.

Si je pousse un peu plus loin l'analyse, je suis séduit par la reformulation de tout ceci en trois questions conjointes :

a) Quelle sorte d'expérience procure aux élèves et enseignants la pratique des mathématiques scolaires ? Je me demande ainsi quelle expérience c'est donc d'apprendre à calculer, à dessiner et analyser des figues comme on le fait en géométrie, à mener des raisonnements rigoureux.

b) Comment des expériences d'autres sortes que proprement mathématiques, et même peu conformes à ce que l'école préconise, pourraient contribuer à aider des élèves qui, pour une raison ou pour une autre, accusent un gros retard scolaire ? Est-ce que cela pourrait nous aider à rendre leur parcours scolaire moins obligé ?

c) Comment peut-on mathématiser des choses dont on a par ailleurs l'expérience et pourquoi le ferait-on ? Cette question se pose de manière très aigue à chaque fois que l'on demande aux élèves de travailler sur des choses qu'ils connaissent par ailleurs, dont ils sont familiers, et pour lesquelles ils ne voient pas ce que pourraient apporter les rigueurs et contraintes que se donnent les mathématiciens. Le rapport à tout ce qui semble perceptivement évident en géométrie par exemple. Notez que, à contrario, la mathématisation d'un champ d'expérience, par exemple les systèmes de parenté australiens, peut y donner accès aux personnes non introduites, comme c'est le cas pour nous qui sommes d'une toute autre culture. De très nombreux exemples sont donnés par la littérature ethnographique. Mais il en va de même chaque fois que des modèles mathématiques ont pu être développés pour expliquer telle ou telle catégorie de phénomènes. Or souvent, à l'école, ceci ne va pas au-delà d'une simple invocation. Le champ d'expérience invoqué se dissipe très vite au profit des mathématiques, plus abstraites et générales. Les exemples du pliage et des tracées d'étoiles semblent éloquents : d'un côté, la pauvre exploitation des pliages et des figures d'étoiles à l'école primaire, alors qu'on les évoque tellement volontiers dans le commentaire des premières leçons portant sur la symétrie ou les formes polygonales; de l'autre, la pauvreté des activités

[3] Ici une note très importante pour mon propos qui sera répétée dans la suite du texte! Dans cet exposé, j'entends le vocable *symbolique* en m'inspirant de la sémiotique peircienne. Quelque chose peut être signe pour des significations d'autres choses qu'elle-même, et si de telles significations « collatérales » s'imposent à notre esprit, je dirais qu'elles sont symboliques. Quelque chose est symbolique en quoi contrastent des significations obéissant à des nécessités (des logiques) différentes. Dans mes propos, l'adjectif symbolique ne rend pas compte de ce qui fait qu'une chose est un symbole mais il caractérise plutôt ce qui en résulte : ici, le terme « symbolique » caractérisera un ordre de signes, celui des symboles, et les jeux qui s'y développent. Je m'explique. Ce qui pour Peirce fait qu'un signe est symbole tient au fait que ce signe impose à notre esprit quelques interprétants, c'est ce caractère de nécessité qui constitue le critère peircien. Ma définition du terme symbolique comporte explicitement cette clause. Toute fois elle ne définit pas le terme « symbole » lui-même mais bien le sens que j'entends donner au qualificatif « symbolique ». Ici, et dans un esprit tout à fait pragmaticiste, je me situe au-delà de ce qui fait que quelque chose est un symbole pour examiner ce qui en découle.

mathématiques que l'on propose en géométrie au regard de celles que l'on pourrait proposer en leçons de travaux manuels en y enseignant quelques rudiments de l'art de l'origami ou des entrelacs. Mais de ceci même je ne suis pas fermement assuré, il se peut que je sois sujet à une illusion. Comment y voir plus clair ?

Ces questions sont pour moi sensibles et rencontrent la thématique de la transposition didactique et tout particulièrement le caractère symbolique attaché aux phénomènes de transposition didactique.

2. Quelques traits essentiels du travail de O. Keller

Aucune des entrées ci-dessous ne m'intéresse pour elle-même, mais bien le système qu'elles font ensemble. (En référence à cela, des citations des livres de O. Keller sont données au §1 de l'annexe du Cd-rom).

Autonomie et caractère symbolique
Ce que je retiens en premier des livres de O. Keller sont l'autonomie que gagnent progressivement les signes graphiques et, à un tout autre niveau, au bout de l'évolution qu'il examine, l'accès de la géométrie elle-même, en tant que science mathématique, à une d'autonomie. Il n'y a pas de lien de cause à effet entre ces deux moments d'autonomisation, ni d'autre lien direct et simple. Ce qu'il y a de commun entre les deux se réduit essentiellement au fait que leur autonomie est liée au caractère symbolique[4]. Or ce caractère est aussi essentiel pour tout ce qui concerne les réalités didactiques.

Formes rituelles et mythiques
Dans le très long processus que l'auteur cherche à retracer interviennent les dimensions rituelles et mythiques associée à la compréhension et l'explication du monde et en particulier à tout ce qui concerne les pouvoirs de transformation et d'aménagement que l'homme exerce sur le monde, parmi lesquels il faut aussi compter la compréhension et l'explication.

Théorie des deux mondes
Un des points clés de l'exposé de O. Keller dans ses ouvrages a trait à ce qu'il appelle la théorie des deux mondes, c'est-à-dire à la prise en compte par les hommes de relations entre l'environnement dans lequel l'homme se trouve et les milieux qu'il s'y aménage intentionnellement, les relations entre création du monde par les dieux et transformation du monde par l'homme.

Évidences et expériences
O. Keller a centré son exposé sur la question des évidences posées au départ des éléments d'Euclide. Afin de bien articuler mon exposé au sien je me permets ci-dessous un assez long développement. Dans sa contribution O. Keller engage son propos en citant quelques unes des premières définitions que l'on trouve dans les *Éléments* d'Euclide, et qu'il qualifie d'*évidences* :

« "Un point est ce dont il n'y a aucune partie"
"Une ligne est une longueur sans largeur"
"Les limites d'une ligne sont des points"

[4] Cf. note 1 ci-dessus.

"Une ligne droite est celle qui est placée de manière égale par rapport aux points qui sont sur elle"
"Une surface est ce qui a seulement longueur et largeur"
"Les limites d'une surface sont des lignes"
"Est solide ce qui a longueur, largeur et profondeur"
"La limite d'un solide est une surface"
"Une frontière est ce qui est limite de quelque chose"
"Une figure est ce qui est contenu par quelque ou quelques frontière(s) "

Telles sont quelques définitions données dans les *Eléments* d'Euclide (vers 300 avant J.-C.), le premier traité de mathématiques au sens actuel du terme. Prises à la lettre, elles ne signifient pas grand chose, et d'ailleurs elles n'ont aucune utilité dans le développement des *Eléments* ; elles ne sont là que pour signaler de quoi il va être question, elles *désignent* des objets évidents (point, ligne, surface, solide, figure) et plus loin des 'demandes' (postulats) énonceront les relations évidentes qui existent entre eux. »

Notons, pour ne pas l'oublier ensuite, que les définitions qu'il cite s'organisent selon une hiérarchie qu'en parler moderne on nomme dimension et que l'on numérote : 0, 1, 2 et 3. Nous avons donc affaire non pas à des évidences isolées mais bien à des *systèmes d'évidences*. Il est aussi reconnu dans notre monde moderne que l'expérience est susceptible d'établir de nouvelles évidences, et même qu'elle peut bousculer ce qui jusqu'alors avait pu passer pour des évidences. Les évidences ne sont donc pas d'immuables absolus. O. Keller avance aussi deux choses. Premièrement que le contenu des définitions présentées ne sera quasiment d'aucune utilité dans le développement des *Éléments*, secondement, que le système porte en lui dès son origine les éléments de sa remise en cause. Je cite (Conclusion générale tome 2, p. 307) en soulignant la manière dont il exprime ces idées :

« Pendant des millénaires, jusqu'aux Grecs inclus, la figure et le nombre s'étaient peu ou prou hissés au sommet, au premier rang des symboles actifs et des entités créatrices; désormais, ils ne sont plus que des anges déchus. L'évolution du sens du mot *mathématique*, en est une illustration : en Grèce, *mathema* est d'abord connaissance en général, puis connaissance particulière et subordonnée.

Le résultat est lisible dans les Éléments d'Euclide, l'être des objets est posé dans les définitions et dans les demandes (postulats), et leur développement est codifié dans les notions communes (axiomes) et (implicitement) par la logique aristotélicienne. Il s'agit donc d'un système, explicite pour la première fois, dans lequel les figures et leurs transformations doivent non seulement être *montrées*, comme à l'étape précédente, *mais également démontrées, c'est-à-dire justifiées de leur cohérence avec l'ensemble du système*.

Passer au crible de la critique les "évidences" des travaux antérieurs et faire l'effort de mettre en lumière des fondements est de nos jours une attitude scientifique normale; c'est un acquis définitif que nous devons aux Grecs. Ce fut, à l'époque, un progrès considérable que cette façon de constituer une science par un système, même si tout système est voué à la destruction, ne serait-ce que par l'explicitation de ses fondements, et par conséquent leur exposition au feu de la critique et la possibilité de leur négation. D'ailleurs, les éléments désagrégateurs du système euclidien étaient déjà à l'oeuvre au moment de leur conception. »

Étant donné que les évidences sont susceptibles d'évoluer au fil de l'histoire des idées et des sciences, il devient tout à fait légitime et naturel de se demander d'où elles viennent. La thèse de O. Keller est qu'elles sont le fruit d'une extrêmement longue élaboration. Et pour le montrer il lui faudra à la fois trouver à les identifier et les repérer sur la base de documents préhistoriques, et chercher à en saisir le lent travail d'élaboration (dont leur reformulation dans les *Éléments* d'Euclide marque un moment privilégié).

Cela dit, O. Keller pose et traite la question de l'évidence à la manière des philosophes, c'est-à-dire comme ressortissant des catégories de la connaissance. Les évidences auxquelles il se réfère dans les *Éléments* d'Euclide sont, selon ses termes, des *schématisations mathématiciennes*[5], et il ne les envisage que dans ce cadre. Je dirais surtout que ces évidences sont symboliques, c'est-à-dire qu'elles jouent leurs significations en contraste avec d'autres. Les évidences euclidiennes représentent une des facettes du contraste, et celles dont O. Keller cherche à déterminer la découverte ou l'émergence sont celles qui constituent l'autre facette. Il s'agit de retracer les secondes en se laissant guider par la première en évitant deux écueils : soit dénier aux hommes préhistoriques de telles évidences, soit, au contraire, leur attribuer la forme de nos propres évidences[6]. Pour évoquer un seul exemple, cela passe par un réexamen de certaines relations, comme celles entre traits, lignes, courbes et formes géométriques, épaisseur des traits et surfaces, etc. Ainsi, il écrit (tome 1, p. 183) :

> « Le trait, lorsqu'il s'agit d'un contour, sépare la surface de représentation en un intérieur et un extérieur, et symbolise son intérieur en créant par là une figure. La ligne est donc là comme limite d'une portion de surface, et la limite n'est pas seulement le bord, elle est l'élément visuellement créateur de cette surface, puisque l'œil qui perçoit le contour du mammouth ne s'arrête pas à la ligne, mais comprend ce à quoi celle-ci renvoie, son intérieur. De même la portion de surface (peinte par exemple) renvoie à autre chose qu'elle-même, le volume qu'elle limite, celui du corps d'un animal par exemple : elle est l'élément visuellement fondateur du volume. Ce sont là des « évidences » géométriques inventées par le graphisme et qui, une fois posées consciemment, deviendront :
>
> "Un point est ce dont il n'y a aucune partie"
>
> (…), etc. (cf. ci-dessus)
>
> La ligne, même si elle a une épaisseur parce qu'elle fut peinte, tracée au charbon de bois ou profondément gravées au burin, n'est effectivement là que comme limite évocatrice ; d'ailleurs cette épaisseur disparaît si l'intérieur est peint ou soufflé directement. »

On voit bien ici comment O. Keller reprend la question des lignes et des limites, qui est tranchée a priori dans les premières définitions des *Éléments*. Car en même temps que les évidences euclidiennes demandent que l'on fasse abstraction de certains aspects propres à leur support graphique, elles versent tout un monde dans l'oubli : ici l'épaisseur, le plein, le vide

[5] À l'expression *schématisations mathématiciennes*, je préférerais quant à moi celle d'*abstractions mathématiciennes schématisantes* : des abstractions qui ont pour action de schématiser le monde auquel on les appose. Selon mon point de vue, le système des évidences des *Éléments*, est un système d'abstractions schématisantes. Ainsi apposer à un dessin des points, des lignes, de polygones etc. schématise ce dernier en une figure. C'est par abstraction schématisante qu'opère la généralisation.

[6] La situation de l'enseignant face à un élève, surtout en difficulté, est tout à fait analogue.

l'intérieur etc. Dans sa recherche O. Keller ne retrouve donc pas des *schématisations mathématiciennes* ni abstraites, ni générales, mais des évidences et leurs liens avec certains mondes soit auxquels nous n'avions plus accès et que petit à petit les historiens découvrent, soit que nous ne savons pas considérer autrement que selon nos préjugés actuels, (p. 155 tome 1) :

> « Obnubilés par le problème de la reconnaissance des formes que nous apercevons dans les grottes préhistoriques ou sur les objets, nous avons tendance à oublier le problème de la raison de la création de formes, reconnaissables ou non. Quand nous avons reconnu un bison, nous nous considérons comme satisfaits; mais que fait là ce « bison», grossier *ersatz* de la vraie bête, même pas bon à manger? »

Sur la question des évidences le lien entre mes recherches et celle de O. Keller est donc celui-ci : comme lui je travaille sur des contrastes d'évidences, et je cherche à tirer enseignement de la manière dont il s'y prend pour le faire. Bien sûr il ne s'agit pas des mêmes contrastes de significations. (Ce point est développé au § 2 de l'annexe du Cd-rom).

3. Schéma du raisonnement auquel je vous convie.

1° Nous, nous mêmes tout autant que O. Keller, sommes installés dans un monde où les mathématiques, et la géométrie en particulier, on gagné toute leur autonomie et où on les pratique pour elles-mêmes. L'école y participe pleinement, il ne pourrait pas en être autrement.

2° Comment O. Keller rencontre-t-il la géométrie (où trouve-t-il de la géométrie) dans les documents qu'il étudie?

Je retiens trois endroits où il la trouve et l'en dégage : il la trouve incorporée dans la matière de l'objet manufacturé, il la trouve dans le graphisme et sa prise d'autonomie, liée aux instruments du rite ou aux figures du mythe, il la trouve comme science autonome dès les *Éléments*.

Très schématiquement dit et en forçant le trait :

> Le livre de O. Keller présente la gestation de la géométrie comme deux moments d'autonomisation.
>
> a) Disons, pour faire simple, que la géométrie est d'abord incorporée dans le monde aménagé.
>
> b) Puis à la faveur de la naissance du graphisme et de la pensée des deux mondes, le graphisme gagne son autonomie au point de devenir instruments de rites et figures pour les mythes. L'autonomie des signes graphiques s'accompagne de leur multiplication, de leur polysémie et de leurs polysignifications.
>
> c) De cet éclatement ne résulte pas que du désordre, un désordre d'images, mais au contraire des liens, des correspondances, des possibilités de passages d'un monde à un autre, des possibilités de traductions, des possibilités de mises en ordre, de trocs et de substitutions, … et au final des convergences dans quelque chose qui s'en dégage et qui gagne son autonomie sous la forme de la géométrie euclidienne.

Je ne soutiens pas que la géométrie serait le fruit de l'éclatement des signes utilisés dans les pratiques rituelles et mythiques. Je n'ai même pas la moindre intention de le suggérer. Comme je l'ai mentionné plus haut : il n'y a pas de lien de cause à effet entre ces deux moments d'autonomisation, ni d'autre lien direct et simple. Ce qu'il y a de commun entre les deux et qui m'intéresse ici se tient essentiellement au fait que leur autonomie est liée au caractère symbolique tel que je l'ai défini[7].

3° Les formes symboliquement rituelles et mythiques[8] de l'expérience en didactique.
Ce caractère symbolique est aussi essentiel pour tout ce qui concerne les réalités didactiques, même si il est en quelque sorte de second degré. Si dans certains cas on sait attribuer à certaines expériences quelques-uns des progrès en mathématiques, ce ne sont que des illustrations imaginées après coup et ad-hoc. Prenons pour exemple la célèbre démonstration de l'incommensurabilité de la diagonale avec le côté d'un carré. On ne fait jamais l'expérience directe de la commensurabilité. Dans la démonstration attribuée à Euclide, qui rappelons-le est une démonstration par l'absurde, elle n'est évoquée qu'en tant que révélateur de la contradiction. Par contre la démonstration en elle-même est une expérience. Elle fait découler de l'hypothèse postulée une suite infinie de réductions de fractions, ce qui la contredit. Ce développement renvoie à l'incommensurabilité si on voit dans cette régression infinie, de nature arithmétique, l'évocation de ce qui nous attendrait si on se mettait à chercher une unité de mesure commune à nos deux segments : une régression géométrique, elle aussi infinie. La démonstration se fait selon un code très strict et une technique éprouvée qui lui confèrent une forme que l'on pourra reproduire à l'envi. Je l'assimile à une forme rituelle. L'exposé de la démonstration ne donne pas pour autant toute sa signification à ce savoir. Il reste encore à dire pourquoi cette question de l'incommensurabilité est une question importante. Cela, on le fait en associant à la démonstration et à son expérience un commentaire pseudo-historique que j'assimile à une forme mythique. On trouve donc ici un schéma en trois composantes : une expérience qui sert de relais et de lien entre d'un côté la forme démonstrative et de l'autre le commentaire pseudo historique. Ce schéma est analogue à celui qui lie rite et mythe dans une pratique religieuse - cette dernière correspondant à l'expérience. Il n'est pertinent que pour autant qu'on garde à l'esprit le caractère symbolique des réalités didactiques qui les rend autonomes des pratiques auxquelles elles empruntent leurs formes. Parler ici de rite et de mythe et de pratiques symboliques n'ôte en rien leur caractère rationnel, ni leur association à des formes scientifiques.

4° Nous vivons dans un monde où les mathématiques ont gagné leur autonomie sur la base du foisonnement de signes graphiques ou autres.

Il en résulte que pour beaucoup de gens l'expérience mathématique se substitue à l'expérience du monde dont cette discipline a tiré ses savoirs (je devrais dire des mondes ou alors reparler du monde comme monde composite). De par sa fonction de transmission des savoirs, la didactique des mathématiques est directement concernée par ce phénomène de substitution de l'expérience mathématique à l'expérience du (ou des) monde(s) qu'elle nous aide à connaître. C'est en cela que consiste son caractère symbolique. Dans la diffusion des connaissances

[7] Voir note 1 supra.
[8] L'usage de ces termes n'appelle pas nécessairement des interprétations théologiques. Le caractère symbolique du didactique dont il est question ici n'est pas une relation au religieux, ni au transcendant, ni au surnaturel, et encore moins aux superstitions. Ici, les termes *rite* et *mythe* sont réduits à des significations profanes. Ils ne connotent aucune valeur mystique, pas plus qu'ils ne voudraient attirer l'attention sur quelque mystification. Par ailleurs dans le schéma que j'indique ci-dessous, la relation que je fais entre rite et mythe n'est pas univoque, sa raison n'est pas de les renvoyer l'un à l'autre, elle est ouverte sur d'autres connaissance, elle est non réservée aux initiés.

mathématiques, scolaires ou pas, la multiplicité sémiotique est mise au service de telles pratiques autonomes.

5° Ce qui pour moi était inédit au moment où j'ai lu les livres de O. Keller est ceci:

Il pouvait retracer la géométrie avant qu'elle ait conquis ce caractère d'autonomie et ce, en axant sa recherche sur le traçage des évidences : comme celle de la ligne, du plan, autant dans les instruments permettant d'agir, de transformer le monde et de l'enrichir d'artefacts, que dans les figures de l'interprétation et de l'explication du monde (et de ses phénomènes).

Pour lui comme pour nous, la géométrie telle que nous la connaissons est instrument que nous mettons au service de la connaissance de nos ancêtres, de ce qui est pour eux évidence, de leurs systèmes d'action et d'explication du monde et de la prégnance (voire de le pouvoir) des hommes sur le monde.

6° Dans ses livres, O. Keller nous dit comment il s'y prend.

En particulier j'ai dégagé ci-dessus comment en se référant aux évidences des *Éléments* il avait pu repérer les évidences géométriques dont témoignent les objets préhistoriques.

7° Je pense pouvoir m'inspirer de ce qu'il nous montre pour mes propres investigations sur la géométrie, pour mieux comprendre ce qui peut se passer dans l'enseignement.

Pour ce faire je considère que les évidences ne sont finalement que ce qu'on décide de retenir d'un système de significations tout aussi directement accessibles (tout aussi évidentes). J'assimile la relation entre les évidences ainsi détachées et leur arrière-fond à une relation symbolique telle que je l'ai définie (à la note n°1) et qui tient essentiellement en deux points :

> *1° Quelque chose peut être signe pour des significations d'autres choses qu'elle-même, et si de telles significations « externes » s'imposent à notre esprit, je dirais qu'elles sont symboliques. Quelque chose est symbolique en quoi contrastent des significations obéissant à des nécessités (des logiques) différentes*.
> *2° Dans mes propos, l'adjectif symbolique ne rend pas compte de ce qui fait qu'une chose est un symbole mais il caractérise un ordre de signes, celui des symboles, et les jeux qui s'y développent.*

Comme je l'ai établi ci-dessus en m'appuyant sur l'argumentation de O. Keller, il en découle que *les évidences des Éléments sont symboliques*. **Or on retrouve la même relation symbolique en didactique lorsqu'on s'attelle à la question des évidences : d'une part, il faudra substituer aux évidences, disons communes et intuitives des élèves, celles qui président à l'organisation du savoir, et d'autre part ce qui est évident pour les élèves ne nous apparaîtra jamais qu'en contraste avec ce que le savoir voudra considérer comme tel.** Les évidences des élèves font partie des arrières plans de connaissances sur lesquels le savoir va prendre ancrage.

Dans son étude O. Keller a su tirer parti de tels contrastes d'évidences, je pense pouvoir tirer quelques précieux enseignements concernant les processus didactiques que pour ma part j'étudie.

Toutefois, ce rapprochement que je fais entre ses travaux et les miens est lui aussi symbolique, car les significations didactiques sont fort éloignées des significations historiques, il y a donc, là aussi, jeu entre deux ordres de significations. Ainsi par exemple en didactique il faut pouvoir prendre en considération ceci qui est essentiel : L'école n'est pas un lieu de fabrication. La finalité des actions de production ne réside pas dans les produits, quels qu'ils soient. Cela ne veut pas dire, tout au contraire, qu'on fasse semblant de les produire. (Conne F., 1992, § intitulé : *L'ambivalence de la transposition didactique*, pp. 263-265). Dès lors que les productions faites en classe répondent à de toutes autres intentions que celles que recueillies par les historiens et anthropologues, leur analyse et leur interprétation seront très différentes.

Je pars du point de vue que lorsque nous tentons d'initier les élèves à la géométrie par sa pratique, nous devons construire des systèmes de significations - souvent ad-hoc - sur lesquelles nous pourrons contrôler les apprentissages. Il faudra pouvoir poser des problèmes et faire chercher des solutions qui fassent sens[9]. Nous sommes donc amenés à réutiliser, mais comme prétextes, la fabrication d'objets porteurs de géométrie, et la maîtrise de signes, graphiques, de pliages, de découpages et autres, de multiplier les expériences de micro-mondes, dont au bout du compte le liant, et l'élément explicatif sera la géométrie. La géométrie est le savoir qui lie toutes ces "expériences" faites dans tous ces "mondes"[10].

Nous sommes amenés à contrôler les significations des savoirs enseignés en ancrant l'enseignement de la géométrie tantôt dans la fabrication d'objets, dans des actions très rigoureusement réglées, aussi rigoureusement réglées que celles qu'exigent les pratiques rituelles, tantôt dans la lecture et l'analyse de figures, celles là même que les actions réglées auront déterminées. Les significations des savoirs enseignées sont prédéterminées et les expériences proposées en classe procèdent de ces explications et non pas l'inverse. Il en résulte que ces analyses de figures prennent la forme d'explications mythiques.

Je considère les médiateurs matériels et/ou graphiques entre de telles actions, codées et systématiques, et de telles explications, prédéterminées, comme des petits systèmes de signes relativement autonomes les uns des autres.

8° Mon idée est que nous avons tout à gagner à chercher à comprendre ces ancrages pour ce qu'ils sont, pour ce qu'ils proposent.

Pour ce faire, nous avons avantage à ne pas nous limiter à comprendre seulement ce qu'ils apportent à l'expérience mathématique et à la compréhension mathématique et il convient de chercher aussi à comprendre ce qu'ils apportent à la connaissance et la compréhension du (des) monde(s). Nous avons à y gagner sur deux plans :

[9] Ce sont les conditions de la dévolution. Mais l'institutionnalisation, elle aussi est une interprétation et repose par conséquent sur quelque système de signification.

[10] Ici, je reprends à mon compte une idée classique de la ddm, que en particulier Z. Diénès a mis au coeur de sa théorie, mais qu'il a traité en termes de structures logico-mathématiques et que je traite en termes de milieux sémiotisés. Mais je reprends aussi l'idée de micro-monde, etc.

a) pour rendre nos enseignements plus efficaces en tirant parti des expériences et des connaissances des élèves, mais cela nous oblige alors à prendre en compte des évidences mises entre parenthèses dans les exposés savants des mathématiques ;

b) pour arriver à mieux contrôler l'impact de l'enseignement des mathématiques auprès des élèves dans leur compréhension du monde.

9° Toutefois, il est très difficile d'arriver à le faire, à nous déprendre des intentions qui président aux pratiques scolaires, toutes marquées par l'autonomie des mathématiques.

Il est tout aussi difficile de le faire pour le psychologue, l'ethnologue, l'historien ou le préhistorien, etc. Or, ces derniers, par leur travail, mettent en place des moyens pour y parvenir, et O. Keller montre comment ces moyens peuvent être mis en oeuvre pour tracer la géométrie en gestation.

10° Voyant une analogie entre le problème de O. Keller et celui, didactique, que je viens de dire, constatant une avancée de son côté, je pense pouvoir m'inspirer de ses livres et des méthodes qu'il développe.

Je le fais résolument et en étant pleinement conscient de toute la distance qui sépare nos domaines. Cette distance n'altère en rien la source d'inspiration que de tels travaux représentent. Pour le moment je me contente de tirer des liens, de faire des rapprochements, et je cherche surtout à imaginer comment l'étude des livres de O. Keller pourrait m'aider à me diriger dans mes propres recherches.

Textes cités

François Conne, 1992, Savoir et Connaissance dans la perspective de la transposition didactique, Recherches en Didactique des Mathématiques, n°12 - 2/3, Grenoble, La pensée Sauvage.
Zoltan Diénès, 1965, Comprendre la mathématique; une étude de la transition de la phase constructive à la phase analytique de la pensée mathématique des enfants. Paris : O.C.D.L.
Olivier Keller, 2004, Aux origines de la géométrie. Le paléolithique. Le mode des chasseurs cueilleurs, Vuibert.
Olivier Keller, 2006, La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations, Vuibert.
Olivier Keller, 2008, texte d'annonce de sa conférence & texte de conférence pour ce congrès de la Copirelem.
Claude Lévi-Strauss, 1967, Les structures élémentaires de la parenté, 2ème édition, 1967, Paris, Mouton.