XXXIVème Colloque COPIRELEM

Des Professeurs et des Formateurs
de Mathématiques chargés
de la Formation des Maîtres

Expérimentation et modélisation dans l'enseignement scientifique : quelles mathématiques à l'école ?







Colloque International Francophone

Troyes 11, 12 et 13 juin 2007
Centre IUFM

photos : Office de Tourisme Troyes

Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques

IUFM Champagne Ardenne

Université de Reims Champagne-Ardenne

'PROBLEMES POUR CHERCHER', QUELLE CONTRIBUTION A LA MODELISATION?

Catherine HOUDEMENT
MC, IUFM de Haute-Normandie
DIDIREM Paris 7
catherine.houdement@rouen.iufm.fr

Résumé
Les programmes de 2002 mettent en avant les problèmes, notamment ceux dits « pour chercher » (MEN 2005). Le rapport IGEN 2006 rapporte que lors des séances de résolution de 'problèmes pour chercher', les problèmes choisis et les pratiques de classe sont très variées et d'impacts potentiels auprès des élèves très différents.
Ce texte pose des jalons pour une harmonisation des intentions d'apprentissage liées aux séances de résolution de 'problèmes pour chercher' et des critères de choix de ces problèmes.

Les programmes de 2002 mettent en avant les problèmes, notamment ceux dits « pour chercher » (MEN 2005). Certains comprennent cela comme une invitation à faire des « rallyes », à lancer des « défis », à introduire de l'extraordinaire dans la classe de mathématiques par exemple par le biais d'énigmes récoltées sans analyse critique (et parfois même sans intention mathématique) dans maint ouvrage ou sur maint site. Quand la séance fait partie de l'ordinaire de la classe, elle est parfois ponctuelle, sans véritable enjeu, comme le montre notamment le rapport de l'Inspection Générale (IGEN 2006).

Les interprétations des 'problèmes pour chercher' posent donc question : elles semblent faire la part trop faible à des apprentissages mathématiques.

C'est cette interrogation qui a suscité cet atelier, se limitant volontairement **aux problèmes numériques ou à traitement numérique.**

Les intentions du travail commun étaient donc de :

- faire prendre conscience aux formateurs de nos conceptions différentes des 'problèmes dits pour chercher';

- harmoniser ces conceptions notamment sur le point suivant : les 'problèmes pour chercher' sont des prétextes à mettre en jeu des connaissances mathématiques et contribuent à augmenter la culture mathématique de nos élèves ; à ce titre (réinvestir des connaissances mathématiques), les 'problèmes pour chercher' ont une place dans l'enseignement des mathématiques ; restent à déterminer leur spécificité et leurs apports ;

- poser les premiers éléments d'une organisation de ces problèmes (voire une praxéologie au sens de Chevallard) notamment en cherchant à regrouper les problèmes par type, à pointer les 'techniques' dont ils pourraient relever ; à préciser le discours à tenir sur ces techniques.

Remarquons cependant le caractère paradoxal de cette entreprise : il est d'usage de construire une technique pour d'un type de tâches routinier ; de quelle routinisation pourrait il s'agir concernant les problèmes pour chercher ? Nous verrons plus loin notre proposition : elle a à voir avec des types de raisonnement. Et quid de la technologie, discours sur la technique ? Nous faisons l'hypothèse que la technologie en jeu ne fournirait pas là la justification mathématique de la technique, mais plutôt le mode d'emploi de la technique (technologie pratique versus technologie théorique).

Ce texte reprend et enrichit une partie de la présentation, en y intégrant des apports des participants.

I – MOTIVER ET SITUER LA REFLEXION.

I – 1 Un objet déjà ancien dans les programmes

Les 'problèmes pour chercher' ont une place particulière dans l'enseignement français : valorisés dès les années 1980 sous le nom de *problèmes ouverts (*voire *situations-problèmes*[1]*)*, ils ont donné lieu à de multiples expérimentations dans les IREM, en particulier celui de Lyon (ARSAC 1988), se sont poursuivies notamment par les *narrations de recherche* (par exemple BONAFE ET AL. 2002), analysant le travail de l'élève du côté du processus de recherche plus que du côté de la réponse au problème, avec comme objectif annoncé de développer des « attitudes »…... L'équipe ERMEL de l'INRP a produit un certain nombre d'écrits sur ce type de problèmes, soit intégrés dans des aides pédagogiques numériques par niveau d'école primaire (ERMEL post 1991), soit plus spécifiques visant un travail des élèves sur l'argumentation (ERMEL 1999).

À l'école primaire, ils existent dans les programmes depuis 1985 mais sans nom particulier… Les programmes 2002 leur donnent un nom : *Problèmes pour chercher* et leur consacre un chapitre spécifique des *Documents d'accompagnement* (2005, pages 7 à 14) qui précise l'objectif spécifique des séances qui leur sont liées, par rapport aux autres séances qui font intervenir des problèmes : « *problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général pour ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte* » (MEN 2005 page 7). Les Programmes 2002 distinguent trois autres types de problèmes selon la fonction qu'ils ont dans le projet du professeur : construire des nouvelles connaissances (exigibles en fin de cycle), les exercer et les réinvestir, mobiliser plusieurs connaissances déjà travaillées (problèmes plus complexes).

Cette explicitation nouvelle des *Problèmes pour chercher* interpelle différents acteurs (professeurs d'école, inspecteurs, formateurs...) ou collaborateurs plus occasionnels (didacticiens, mathématiciens) de l'enseignement primaire qui en questionnent les

[1] Nous n'en dirons pas plus sur la signification de ces deux expressions : elles ont eu des sens très différents depuis 1980. C'est d'ailleurs sans doute à cause de son ambiguïté que l'expression 'situation-problème' a disparu de tous les programmes de mathématiques.

différentes interprétations (transpositions) et s'interrogent sur la légitimité de cet objet d'enseignement dans les programmes de mathématiques.

Certains questions restent cruciales : quelle place, quelle fonction ont de tels problèmes (de telles séances autour de problèmes) dans l'institution école ? Qu'apprennent –ils ? Comment doit on les organiser pour qu'ils apprennent des 'choses' aux élèves ? Quelles sont ces 'choses' ? Quel est le rôle du professeur dans cet apprentissage ?

I – 2 Un rapide regard sur les pratiques

Les sources de problèmes qui se disent « pour chercher » ou que les professeurs utilisent comme tels abondent, notamment sur la toile, sous la rubrique Défis mathématiques, Rallyes. Les dispositifs, organisant un jour par an des compétitions entre équipes d'élèves de classes différentes participent pour les professeurs au traitement de cet objet du programme (et parfois se résument à cela).

Un rapport de l'Inspection Générale de juin 2006 fait état d'ailleurs des dérives que suscite le traitement en classe de cet objet.

Il souligne fort justement la maladresse de l'expression ' problème pour chercher' qui produit un effet de brouillage, rendant cette expression synonyme de problèmes pour lesquelles la résolution n'est pas automatique, sans nécessairement y intégrer une part de connaissances mathématiques. Dans cet esprit, il conseille, pour les problèmes en général, une typologie en quatre parties : « *Problèmes à une opération, avec étapes intermédiaires explicites, avec étapes intermédiaires trouvées par l'élève, plus complexes.* ». On sait les limites d'un tel classement : par exemple Vergnaud (VERGNAUD 1990) a montré qu'à contexte identique, des problèmes ternaires (deux nombres donnés, un troisième à trouver) relevant de la même opération et des mêmes nombres, ne présentaient pas tous la même facilité de raisonnement

Le rapport souligne l'inadaptation de la gestion de classe associée à un tel objet d'enseignement. Les professeurs restent démunis face aux questions pratiques suivantes : comment exploiter de façon constructive les erreurs des élèves, relativiser des procédures lourdes, valoriser des procédures efficaces, conclure effectivement la séance dans un cadre mathématique ?

Le rapport s'interroge finalement sur les objectifs de la présence d'un tel objet d'enseignement dans les programmes de mathématiques du primaire.

I – 3 Construire une typologie ?

L'intention déclarée des programmes 2002 avec l'expression 'problèmes pour chercher' correspond à une exploitation spécifique de problèmes pour lesquels les élèves n'ont pas a priori une procédure automatique disponible : « *développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter* » (*Documents d'application des programmes* Mathématiques 2002, cycle 3, page 7). On peut d'abord constater qu'il ne s'agit pas uniquement de chercher… Ces compétences doivent être à l'oeuvre quelle que soit l'activité mathématique pratiquée par l'élève. Mais il est vrai que l'injonction (présente dans les programmes depuis 1985) de faire passer tous les enseignements de mathématiques par le filtre des problèmes est encore très mal comprise.

Il est donc nécessaire de préciser les choses et les raisons des choses…: en chercher les motivations, construire des éléments de typologie….

I – 4 Quelle motivation pour ces problèmes ?

Les problèmes pour chercher sont souvent justifiés par le fait de permettre à l'élève de mener lui-même une partie de l'activité mathématique réelle du mathématicien, celle qui consiste à tâtonner, chercher, recommencer pour avancer, sans viser l'acquisition d'une connaissance notionnelle à plus ou moins long terme, ce dont se chargent les problèmes spécifiquement pensés à ces fins et dont l'idéal théorique est les situations didactiques de la Théorie des Situations. En quelque sorte ils offriraient une liberté et une gratuité que Glaeser (GLAESER1976) avait déjà pointées.

Mais justement cette liberté et cette gratuité n'est elle pas antinomique de l'avancée des apprentissages, qui suppose qu'un savoir doit émerger explicitement (grâce à l'institutionnalisation du professeur) des situations étudiées ? Cela pose la question de l'existence dans les mathématiques des connaissances qu'il ne serait pas possible d'institutionnaliser, mais qu'il faut cependant avoir pour faire des mathématiques, et donc qu'il ne serait peut-être possible que d'apprendre par frayage, comme le souligne la production d'un des groupes de participants à l'atelier [2]

En effet ces 'problèmes pour chercher' (tels qu'ils sont ordinairement proposés, isolés, avec une question déjà donnée) n'ont pas de statut stricto sensu dans les mathématiques : non pas que les mathématiciens n'en rencontrent pas, mais s'ils les rencontrent, c'est plus pour atteindre des éléments de réponse que (au moins dans un premier temps) pour analyser le processus de recherche. Actuellement les 'problèmes pour chercher' tel que décrits dans les DA 2005 restent un 'objet d'enseignement' aux contours flous.

Pourtant dans d'autres pays, ils sont revendiqués y compris par des didacticiens justement parce qu'ils motivent, de façon externe, les apprentissages mathématiques. DaPonte dans un article à paraître sur la Résolution de Problèmes au Portugal dans la revue *Zentral Blatt der Mathematik* insiste sur le côté effectivement formateur des 'problèmes pour chercher', notamment pour la participation des élèves (et donc comme une raison d'apprendre des mathématiques) et le développement de compétences transversales (capacités d'expression, d'échange, de collaboration). Il modère cependant leur impact pour mettre en réseau des connaissances, sauf pour les élèves forts.

En résumant, il pourrait, semble-t-il, s'installer un certain accord sur les **motivations externes** (aux mathématiques) des problèmes pour chercher.

- Donner un meilleur aperçu des positions respectives du professeur et des élèves vis-à-vis des apprentissages :

---

[2] Un groupe de recherche à l'IUFM de Haute Normandie travaille sur ce thème autour de C.Castela (*Enjeux cachés d'apprentissage*).

- préciser un aspect du métier d'élève, pas seulement exécuteur, mais aussi contrôleur et initiateur ; on sait que cette conception du métier d'élève (agir, essayer, se tromper, contrôler) n'est pas dominante, notamment en cycle 3 ;

- aider aussi le professeur à être d'abord un accompagnateur dans la recherche de la vérité (de la réponse exacte), pas uniquement celui qui sanctionne la réponse ou révèle la solution.

• Initier des démarches collaboratives moyennant des dispositifs adaptés : par exemples les rallyes mathématiques des origines se contentaient de faire travailler en équipes les élèves sur une liste de problèmes déterminée ; la modification qui consiste à doter chaque problème d'un quota de points qui affecte positivement le total du groupe en cas de réussite et négativement en cas d'échec, amène les élèves à changer leur rapport à la réponse (dont le groupe doit être sûr qu'elle est correcte) et à mobiliser l'équipe pour contrôler les raisonnements produits. Bien entendu ces dispositifs de rallyes gagnent à être accompagnés de séances plus ordinaires autour de tels problèmes.

Ces motivations externes ne sont pas négligeables, mais qu'en est-il des **motivations internes** aux mathématiques ? Moyennant l'hypothèse de travail raisonnable « pour qu'il y ait apprentissage, il est nécessaire qu'il n'y ait pas seulement des tâches isolées », quelle progression prévoir, quels problèmes choisir ? Et bien sur, quelles séances mener autour de ces problèmes ?[3]

II – QUELQUES HYPOTHESES DE TRAVAIL

S'intéresser à un objet d'enseignement amène d'abord à questionner sa légitimité a priori. Sans rentrer dans une recension des divers travaux qui se sont intéressés à la question, un consensus existe sur le fait que les problèmes ont globalement deux fonctions dans l'enseignement : contribuer à construire des connaissances mathématiques dans une dynamique connaissances–savoirs, fonction particulièrement pointée par les approches didactiques (BROUSSEAU 1990, BRUN et CONNE 1992 , DOUADY 1986) et faire fréquenter une partie de l'activité du mathématicien, chercher, valider, fonction mise en avant par des mathématiciens (GLAESER 1976) épistémologues et des praticiens chercheurs (IREM de Lyon dès 1988).

Je souhaiterais compléter par deux apports. Julo (1995, 2002) insiste particulièrement sur le rôle que jouerait la mémoire des problèmes résolus dans la résolution de nouveaux problèmes. Il fait l'hypothèse qu'il existe trois types de structures en mémoire, qu'il appelle schémas. Les schémas de type 'cas' seraient formés des traces sémantiques en mémoire de problèmes particuliers ; la théorie des situations, par les situations fondamentales, viserait une installation de tels problèmes, en contrôlant la qualité de leur adaptation au savoir visé. Les schémas de type 'regroupement' fonctionneraient avec des critères de surface et de nature pragmatique (par exemple les problèmes d'achats dépenses). Enfin le troisième type, les schémas de type 'abstrait',

[3] Mais cette dernière question sera à peine traitée ici.

s'appuierait sur des analogies structurales (analogie relationnelle au sens de Vergnaud 1990 ou procédure de résolution ou outil de modélisation).

Sous ces hypothèses, les 'problèmes pour chercher' contribueraient à enrichir les schémas du premier type (par l'expérience de construction d'un raisonnement non automatique) et du troisième type. Mais comment déclencher la possibilité d'une mémorisation organisée de tels problèmes réussis ? Peut-être par une rencontre organisée avec de tels problèmes selon certains critères (ce que nous envisagerons par la suite). En l'état actuel des connaissances, nous ne pourrons aller plus loin, les recherches restent ouvertes.

Le second apport de type réflexif concerne la problématique des enjeux cachés d'apprentissage développée à l'IUFM de Haute Normandie autour de C. Castela. Prenant appui sur la croyance partagée et ressentie par des praticiens chercheurs (IREM, INRP, mais pas seulement) des bénéfices pour les élèves de séances bien pensées de 'problèmes pour chercher', réfléchir aux types de connaissances effectives déclenchées par de telles séances et lister les conditions de ces déclenchements pourrait mettre à jour des connaissances cachées, non simplement institutionnalisables[4], que possèderaient certains élèves et pas d'autres, et qui seraient très utiles pour les apprentissages mathématiques ordinaires. Autrement dit on expliciterait ainsi la niche didactique des 'problèmes pour chercher'. Là encore les recherches restent ouvertes.

III – VERS DES ELEMENTS D'ANALYSE DES PROBLEMES

III – 1 Les travaux du groupe

Pour permettre un travail commun, j'ai choisi de livrer à la sagacité de mes collègues une liste fort importante de problèmes numériques pour le cycle 3 (cf. annexe 1), récoltés dans différentes ressources (cf. annexe 2) du professeur (manuels scolaires, aides pédagogiques, site Internet…) sous les rubriques 'problèmes pour chercher', 'problèmes complexes', défis, rallyes... et de les laisser échanger sur les questions suivantes :

Quel(s) argument(s) pour choisir ou rejeter tel problème (sous-entendu comme 'problème pour chercher'?
Quel(s) fil(s) conducteur(s) pour une idée de progression?

La tâche était certes importante, le but était de faire émerger des questions cruciales comme le manque d'accord existant déjà dans la communauté des formateurs, qui pouvait laisser préjuger des variations d'interprétation dans le milieu des acteurs (professeurs et inspecteurs). Il s'agissait de souligner le caractère sensible de cet objet d'enseignement et l'effort de clarification auquel nous devons nous atteler.

Les productions en annexe montrent l'étendue des préoccupations : coller aux injonctions des programmes, s'interroger sur les savoirs potentiels accessibles, réfléchir aux critères de sélection de ces problèmes (du point de vue mathématique, du point de

[4] non référencées ni à des technologies, ni à des théories (au sens de Chevallard).

vue élèves), repenser la typologie proposée : problèmes complexes, problèmes pour chercher.

Pour information, une brochure de l'IREM de Nantes (HERSANT 2006) propose une grille d'analyse des 'problèmes de recherche' (plus exactement de séquences de problèmes pour chercher) qui regroupe ces différentes préoccupations : liaison avec les apprentissages mathématiques, compétences méthodologiques visées, compétences méthodologiques potentiellement accessibles par la mise en œuvre proposée.

III – 2 Éléments d'analyse a priori des problèmes pour cycle 3

Notre analyse repose sur l'analyse de la tâche d'un élève de la deuxième moitié du cycle 3, de façon à rendre a priori disponibles des connaissances sur les quatre opérations.

Le problème 1 est un problème non immédiat : il faut savoir reconstituer, en sélectionnant des informations, un sous problème à traitement immédiat (350 kg pour 25 tables). C'est un problème de réinvestissement (de connaissances sur la division), à une solution, qui demandera un temps de recherche aux élèves, pour déduire la première réponse (poids de la table). Il est souvent qualifié de problème complexe.

Le problème 2 est, dans la version du manuel, supporté par un dessin, ce qui peut rendre la représentation du problème (au sens de JULO 1995, 2002) plus facile. Il a une seule solution, est résoluble par essais successifs sur la valeur de la zone. Il met en jeu des connaissances arithmétiques simples.

Le problème 3 est aussi supporté par un dessin. Une démarche par essais peut s'avérer complexe. Par contre une déduction des jeux de Jo et Léa permet d'avancer sur la valeur de la zone B, comme dans le problème 1. Cette déduction peut être facilitée par les trois dessins des parties sur la cible. Le problème 3 met en jeu des connaissances arithmétiques simples.

Le problème 4 nécessite des essais limités par des déductions par exemple sur la parité… Il met en jeu des connaissances sur la numération.

Le problème 5 est un problème presque immédiat (déduction immédiate relevant de la division).

Compte tenu des différents types de déduction que nous rencontrons, essayons de les indexer ainsi : D1 déduction immédiate, D2 déduction après juxtaposition de plusieurs informations, D3 déduction après combinaison de plusieurs informations. Ainsi nous nous trouvons face aux raisonnements suivantes : pb 1 D2 ; pb2 E (essais) ; pb 3 D3 ; pb 4 E (+D3) ; pb 5 D1 .

Nous pouvons ainsi regrouper plusieurs problèmes selon les raisonnements, ce qui ne présage pas de la difficulté des reformulations… (cf. pb 12 :).

D1	D2	D3	essais	Essais+D
5 - 11	1- 7	3- 10- 12- 13- 14-17- 18- 20	2- 12- 15- 16	4- 6-

Remarquons

- que certains problèmes se résolvent quasi aussi économiquement par déduction ou essais : cependant un des buts (cachés en primaire ??) est d'activer les résolutions par déduction, souvent plus directes ;
- que d'autres problèmes engagent l'élève à mener une véritable expérience : par exemple les problèmes 8 ; 15 ; 16 ; 21 ; 22 ; 23 ; on peut considérer la résolution par essais comme une démarche expérimentale, avec tous ses critères de qualité ;
- que tous les problèmes qui évoquent un certain réel mettent en jeu des connaissances extra-mathématiques qui peuvent être sophistiquées : connaissance du fonctionnement d'un calendrier pour le pb 9 ; vocabulaire lié à l'aviation commerciale pour le pb 17…

III – MOTIVATIONS INTERNES AUX MATHEMATIQUES

L'étude précédente peut nous faire avancer sur des raisons d'être de problèmes non immédiats, notamment en pointant certaines ressemblances qui permettraient d'organiser ces listes de problèmes pour une progression. Cette progression ne prend pas en compte ici les gestions associées : type de consigne, support, variantes et variables, travail individuel ou en groupe, temps de recherche, de synthèse, conclusion, éléments à institutionnaliser.

III – 1 Connaissances mathématiques en jeu

Les problèmes complexes et 'pour chercher' doivent d'abord permettre de **réinvestir** de façon non immédiate **des connaissances mathématiques** en cours d'apprentissage. Les problèmes retenus ont donc d'abord une fonction de réinvestissement. Les pb 1, 5, 6, 7 et 11 sont d'abord des problèmes multiplicatifs, le pb 6 nécessite une connaissance des fractions. Attention cela ne signifie pas que l'outil le plus général pour résoudre le problème soit un savoir visé du niveau de classe où se donne le problème : le pb 16 relève d'un système de deux équations à deux inconnues, mais il est résoluble par une démarche expérimentale arithmétique.

III – 2 Le rapport aux raisonnements

Les différentes formes de raisonnement

Nous prenons comme synonyme de *raisonnement,* comme ERMEL 1999, toute suite organisée d'inférences conduisant à une conclusion ; l'inférence consistant en la production d'informations nouvelles à partir d'informations déjà là dans le texte et de connaissances avérées en mémoire.

A. Weil-Barais (WEIL-BARAIS 1993, p.526) recense plusieurs formes de raisonnement. Elle qualifie les uns de non canoniques (ils ne suivent pas des règles bien définies), tels le raisonnement par analogie (une conclusion est tirée par ressemblance, il s'agit souvent d'un raisonnement heuristique), le raisonnement en contexte (une sorte de reconnaissance de forme qu'appliqueraient les experts) ; elle insiste aussi sur les liens étroits entre raisonnement et processus de sémiotisation, qui est à l'œuvre dans les mathématiques, sous l'égide de règles bien établies. Nous y ajoutons le raisonnement par induction où il s'agit de tirer une loi générale de l'examen de cas particuliers. Il nous semble trouver dans cette approche bon nombre d'analogies avec la mémoire des problèmes sous forme de schémas de problèmes, pointée par Julo (JULO 2002).

Weil-Barais distingue deux types de raisonnements canoniques : le raisonnement déductif et le raisonnement expérimental ou raisonnement par test d'hypothèses.

Le raisonnement déductif est directement associé aux mathématiques (comme moyen et comme but), notamment sous les formes diverses que sont l'implication logique (contraposée et contre-exemple), le raisonnement par l'absurde, le raisonnement par disjonction des cas, le raisonnement par récurrence[5].

Le raisonnement expérimental est un raisonnement conditionnel à trois aspects : énoncé des hypothèses, recherche d'informations pour mettre à l'épreuve les hypothèses, traitement des informations.

J'y ajoute une autre forme de raisonnement canonique : celui pris en charge par les règles de fonctionnement des écritures mathématiques (ici les écritures arithmétiques voire algébriques) : par exemple 45 x 32 = 1440 nous permet de savoir que 4500 x 320 = 1440000. Je place ce raisonnement dans les raisonnements déductifs.

Quels raisonnements pour l'école ?

La résolution de problèmes devrait être une occasion de **rencontrer des modes de raisonnement** différents pour ouvrir une palette de possibles : déduction simple mais aussi plus complexe, puissance des écritures arithmétiques voire algébriques, raisonnement expérimental y compris dans les mathématiques.

Dans les propositions de problèmes dits complexes, on trouve souvent des problèmes déductifs (D2 D3). La complexité du traitement (donc le temps de recherche) peut aussi être liée au nombre d'informations : il est alors nécessaire de savoir trouver parmi toutes ces informations celles susceptibles par déduction de produire une réponse permettant d'avancer dans le problème. Ce qui est en jeu est alors la capacité simultanée à planifier (construire les questions intermédiaires) et à mobiliser la déduction ad hoc (qui se réduit souvent à une opération).

Mais les élèves d'école primaire peuvent ne pas mettre en œuvre de raisonnement déductif pourtant efficace, notamment par manque de connaissances et/ou de système symbolique efficace : les problèmes 2, 15 et 16 en sont des exemples. Là le raisonnement expérimental (ou par test d'hypothèses) peut leur permettre d'avancer. On sait bien que dans les problèmes additifs de type recherche de l'état initial d'un problème de type état-transformation-état, les élèves simulent l'action, testent des valeurs pour l'état initial, bien avant d'appliquer à l'état final la transformation inverse (mi CE2) (FAYOL 1990, p. 160).

---

[5] Ce qui ne signifie pas que toutes ces formes soient exploitables à l'école.

À tout niveau d'enseignement donné, la rencontre avec deux types nécessaires de problèmes semble nécessaire : avec ceux prétexte à un raisonnement déductif ET avec ceux qui nécessiteraient un autre raisonnement, un test d'hypothèses. Bien entendu souvent ces types de raisonnement se croisent…

III – 3 Le rapport au vrai et au faux

La résolution de tels problèmes doit engager les élèves dans un rapport à la vérité. Se pose donc légitimement la question de la validation de chacun de ces problèmes : peut-on institutionnaliser des éléments de validation de façon à conduire l'élève à prendre en charge lui-même la validation de sa réponse, ou du moins à en contrôler certains éléments ?

H.Péault (PEAULT 1992) avait déjà examiné cette question des différents types de validation, notamment pour enrichir la liste des problèmes qu'il proposait dans les rallyes mathématiques du Maine et Loire. Nous partons de sa typologie pour dégager cinq niveaux de validation que nous avons codés.

- La réponse est validable quasi immédiatement par un calcul élémentaire (reconstitution de calculs) **I**
- La réponse est à confronter à chaque élément du problème (déduction logique) **D** ou chaque contrainte (problème à plusieurs contraintes, figure avec telles caractéristiques) **C**
- Dans le cas d'une recherche exhaustive : il faut vérifier que la méthode permet de tout parcourir **E**

Quand il n'est pas possible de mettre en œuvre une validation du type de celles qui précèdent, deux cas sont à envisager :

- il faut alors argumenter, prouver en référence au problème, **sur le plan mathématique P :** il s'agit de construire une preuve ; par exemple la recherche de trois nombres qui se suivent pour une somme fixée (pb 15) est I-validable, mais le problème retourné (BLOCH 2005) , la recherche des nombres qui possèdent une telle décomposition nécessite une P-validation ;
- il faut argumenter, prouver en référence au problème **sur le plan du réel R** ou en faisant appel à des connaissances non stricto sensu à l'intérieur des mathématiques : le pb 9 relève de ce cas puisqu'il nécessite des connaissances sur les calendriers et peut être validé par un document.

Ce qui donne, pour illustrer cette grille avec notre liste de problèmes.

I	D ou C	E	P	R
15-17	1- 2 -3- 4- 5- 6- 7 -10- 11 - 12- 14- 16- 20- 21- 22	2- 16 pour unicité 21 pour multiplicité	15- 22	8- 9-24 13 -17 19 -18-19

Intéressons nous aux validations « non simples » : **P** et **R**

- La validation de type **P** est un des enjeux de la liaison école-collège : elle correspond à l'intégration systématique d'arguments textuels strictement mathématiques dans le raisonnement.

Par exemple si on propose de répartir 45 jetons dans deux boites vertes et quatre boites rouges comme dans le problème 21, le fait de ne trouver aucune réponse ne peut pas clore le problème : encore faut-il transformer ce fait en la certitude qu'il n'existe aucune solution, notamment par des considérations de parité. Idem pour le problème 15, quand il est retourné. Ainsi par certains problèmes dont il est possible de modifier les variables pour conduire à des nombres de solutions différents (une solution, aucune ou plusieurs), les élèves peuvent être engagés vers des types de validation différents, en particulier vers la construction d'une preuve élaborée.

Le problème 22 est particulièrement décrit dans ERMEL 1999, avec toutes ses variantes pour construire littéralement des théorèmes arithmétiques faisant avancer vers la réponse.

On voit là tout l'intérêt de tels problèmes… mais la gestion du groupe classe reste encore la partie immergée (et elle le restera dans ce texte).

- La référence à la réalité (validation **R**) peut être plus ou moins forte. Par exemple le problème 17 nécessite de savoir s'il est d'usage que d'autres personnes que commandant de bord et copilote soient assis dans le cockpit ; le problème 18 nécessite de porter sur la plaque les bonnes dimensions, etc.

La référence à la réalité est très plus forte dans le problème 8. Elle est aussi à l'œuvre dans le problème 24, mais ce problème ne fait pas fonctionner de contenu mathématique du cycle 3. Un tel problème devrait rester anecdotique.

Le problème 13 relève d'une démarche expérimentale au cycle 3 et doit être aussi contrôlé par la réalité évoquée ; mais ce problème n'est pas très intéressant pour le cycle 3 dans la mesure où les erreurs (mauvais film des transvasements) ne permettent pas d'avancer vers la solution.

Les quatre premières vérifications sont à mettre en parallèle avec ce que d'aucuns ont appelé **contrôle syntaxique** (organisation mathématique des informations) et la dernière R avec **contrôle sémantique** (confrontation au réel, irréfutabilité du domaine d'expérience).

Ainsi le problème 19, malgré une forme simple et une solution intuitive, nécessite une validation complexe sur les plans sémantique et syntaxique (deux fonctions linéaires en jeu pour modéliser remplissage et vidage). Cette validation n'est pas accessible à des élèves de cycle 3.

Le problème 9 fait appel à des connaissances sur le fonctionnement du calendrier. L'étude lors de la recherche d'un calendrier (d'une autre année) peut contribuer à mobiliser ou construire ces connaissances.

IV LA QUESTION DE LA MODELISATION

Dans ce paragraphe, je m'intéresse à la question de la modélisation vue sous l'angle de la fabrication de modèles ou la mobilisation de modèles. Que retenir comme définition de modèle ?

Pour ce faire je m'inspirerai de Fischbein (FISCHBEIN 1989) qui définit l'intérêt des modèles pour le raisonnement. Je me limiterai aux modèles externes (non seulement mentaux) explicites.

Un modèle serait d'abord un artefact, un signe (ou des signes), un écrit susceptible de rapprocher la situation de départ du but et portant un caractère génératif : dans ce cadre, les dessins figuratifs, supports possibles de raisonnement des jeunes élèves, seraient des pré-modèles (par leur absence de caractère génératif) ; les dessins épurés peuvent déjà être des modèles ; une écriture arithmétique est un modèle issu des mathématiques. Pour qu'un dessin devienne modèle, il est nécessaire qu'ils aient des vertus génératives.

Cette question du potentiel génératif d'un dessin est d'importance à l'école : l'enfant de CP perd beaucoup de temps à dessiner le personnage du problème avec tous ses attributs, il doit apprendre à n'en garder que les éléments liés à la question posée pour lui conférer un pouvoir génératif. Un des apprentissages de cycle 2 concernant cet aspect de la modélisation est celui d'une transformation (épuration) raisonnée du dessin en un schéma fonctionnel pour raisonner. Cet apprentissage n'est pas terminé au cycle 3 : des élèves devant dessiner des cubes colorés dans une phase heuristique s'appliquent à colorier, alors que d'autres symbolisent la couleur par une croix (dans Exemple de mise en place d'un problème pour chercher : le pavé bicolore HERSANT 2006 p.51).

Plus tard avec l'enrichissement du répertoire didactique, un modèle peut être un réseau de connaissances mathématiques (par exemple modèle additif, multiplicatif, modèle de la proportionnalité….) qu'il s'agit alors de mobiliser avec son domaine de validité.

Dans cet article, je laisse de côté la question de la genèse chez l'apprenant des modèles mathématiques (dans le domaine numérique les quatre opérations et la proportionnalité) émergeant d'un équilibre entre problèmes à résoudre, invariants opératoires et éléments sémiotiques (langage, écritures mathématiques) (VERGNAUD 1990). Je ne m'intéresse qu'à leur réinvestissement dans des problèmes.

« Petite modélisation »

Un des critères de choix des problèmes pour chercher (ou complexes) et indirectement une façon de les regrouper pourrait être leur potentialité de création de types de modèles.

- Prenons l'exemple du problème 16, une histoire de poules et de lapins (PLUVINAGE 2007- non publié), trois types de raisonnement peuvent lui être associés : un raisonnement algébrique supporté par la traduction du problème en système de deux équations à deux inconnues (non disponible en fin de primaire), un raisonnement arithmétique par test d'hypothèses, une mise en schéma de type une tête par un rond et une patte par un trait : le dessin de toutes les têtes suivi d'une distribution raisonnée des pattes (par exemple 2 pattes par tête d'abord, puis une nouvelle distribution de 2 pattes supplémentaires jusqu'à épuisement) donne la réponse : ce dernier dessin serait un modèle au sens où nous l'avons défini plus haut. Bien entendu le modèle ne sera construit comme génératif que si l'élève a l'occasion de rencontrer plusieurs fois ce type de problèmes (système de 2 équations à 2 inconnues potentiellement lié à un tel schéma).

- De même les problèmes 20 et 23 peuvent s'appuyer sur trois types de raisonnements : algébrique, arithmétique par test d'hypothèses et géométrique par l'utilisation de segments mesurés.

Il nous semble intéressant, grâce à des rencontres régulières avec des problèmes pour chercher relevant de schémas voisins, de mettre les élèves en face de raisonnements potentiellement liés à des « démarches modélisantes » (PLUVINAGE 2007 non publié).

« Grande modélisation »

Un autre type de problèmes est étudié dans des équipes de recherche : les *situations recherche* du projet *Maths à modeler* (par exemple GODOT 2006) dont nous rappelons certains caractéristiques : point de départ facilement compréhensible par l'élève, situation non formalisée en termes mathématiques (« *c'est la situation qui amène l'élève au cœur des mathématiques* ») ; méthodes de résolution non désignées ; une, plusieurs ou aucune solution.

Ces caractéristiques-là sont déjà celles de bon nombre de problèmes pour chercher (par exemple le problème 21 selon le nombre de jetons et la série de boites peut avoir plusieurs ou aucune solution). La spécificité des *situations recherche* réside dans le fait que les *variables de recherche,* qui définissent les sous-problèmes liés à la question initiale et peuvent donner lieu à des tâches très différentes, ne sont pas fixées au préalable. Certaines situations sont fondées par un jeu avec un support matériel qui joue alors le rôle d'une aide à la formulation d'hypothèses et leur validation.

Ces dispositifs présentent de grandes potentialités, ils permettent notamment de modéliser différents aspects d'un jeu pour mieux y jouer ou hiérarchiser sa complexité. Ils demandent cependant une bonne maîtrise mathématique et didactique de la part de l'enseignant qui les installe dans sa classe : dans les travaux cités, c'est d'ailleurs toujours un « matheux » qui gère la séance.

Domaine de validité d'un modèle

Mais on peut aussi s'interroger sur l'apprentissage d'un sens critique du modèle. Est-il licite d'appliquer tel modèle intuitivement mobilisé ? Quelle sensibilité au contexte développer ? Quel contrôle par le réel (sémantique) mettre en place ?

Prenons l'exemple classique suivant : « 38 personnes décident de partir en voiture ; une voiture peut transporter 5 personnes ; de combien de voitures ont-elles besoin ? ». Il est usuel que les élèves donnent comme réponse le quotient par défaut. C'est un des rares exemples dans les habitudes françaises où l'élève est amené à questionner la pertinence d'un modèle (celui du quotient par défaut). Verschaeffel qualifie cet énoncé de *problematic item* (**Pi)** par rapport au suivant : « nombre de sachets pleins si on empaquette 38 objets par paquets de 5 » qu'il qualifie de *standard item* **(Si).**

Verschaeffel (par exemple VERSCHAEFFEL 2000) étudie parallèlement les réussites à des *standard items* **Si** (validations sémantique et syntaxique en correspondance) et aux *problematic items* **Pi** (problèmes dont la validation sémantique invalide le modèle intuitif) de même contexte, tels que :

- Peter organise une fête. Il invite tous ses amis : 8 garçons et 4 filles. Combien d'amis invite–il ? **Si**
- Charles a 5 amis et Georges a 6 amis. Ils décident d'organiser une fête à deux et d'inviter tous leurs amis. Combien d'amis invitent- ils? **Pi**
- Paul a acheté 5 planches de 2 m de long chacune. Combien peut il faire de planches de 1m? **Si**
- Paul a acheté 4 planches de 2,5 m de long. Combien peut il faire de planches de 1m? **Pi**
- Chris a fait une ballade à pied : 8 km ce matin et 15 km cet après midi. Quelle distance a-t-il parcourue? **Si**
- Léo et Alice vont à la même école. Léo habite à 17 km de l'école et Alice à 8 km de l'école. À quelle distance habitent-ils l'un de l'autre? **Pi**

Il montre la difficulté qu'ont les sujets à bloquer pour les Pi l'utilisation du modèle intuitif. Verschaeffel parle même à ce sujet d'un phénomène de *suspension de sens commun*[6], résistant même aux mises en garde.

Pourtant la culture citoyenne devrait comporter aussi cette capacité à choisir ou rejeter tel modèle pour tel problème et contrôler certes syntaxiquement mais aussi sémantiquement les problèmes. Dans l'usage français, seule la validation syntaxique est prise en compte. Il nous faudrait aussi prendre en compte la dimension sémantique, de façon non anecdotique[7], dans nos enseignements.

CONCLUSION

Notre ambition était de chercher des motivations internes pour les 'problèmes pour chercher'. Nous avons en réalité étudié les problèmes autres que ceux qui engagent vers de nouvelles connaissances (problèmes d'introduction) ou les entraînent et les exercent (problèmes d'application ou exercices) et essayé de poser les jalons d'une organisation de ces problèmes.

Tout problème donné à l'école doit engager des connaissances mathématiques, soit parce qu'elles seront sous peu pointées comme savoirs (Conne) et exercées, soit parce

[6] Voir dans ces mêmes actes la communication de C.Lemonidis.

[7] On sait que le faire de façon anecdotique conduit à une rupture du contrat tacitement passé avec les élèves et reste peu significatif et peu efficace.

qu'elles sont supposées déjà là, suite au processus d'enseignement. Les problèmes dont il est question dans cette étude sont du second type.

Par exemple, en CP, un problème de commande de gommettes conditionnées par bandes de 5 gommettes pour « habiller » une fleur est déjà légitime dans la mesure où il réinvestit le nombre : il apprend aussi à distinguer les grandeurs des nombres qui les mesurent (2 bandes, c'est aussi 10 gommettes alors que 2 n'est pas 5) et contribue à l'apprentissage de la numération décimale (2 dizaines, c'est aussi 20). Il peut faire entrer dans *une démarche modélisante* en apprenant à faire des dessins épurés. Bien sûr il est nécessaire que les professeurs des écoles aient bien été informés de ces objectifs afin qu'ils l'exploitent dans ce sens.

Il nous semble important que l'élève rencontre des problèmes dans lesquels il va avoir l'occasion de réinvestir des connaissances supposées déjà là, lors de raisonnements plus complexes qu'inférer une seule déduction : combiner plusieurs déductions, combiner des informations aboutissant à des déductions licites, construire des démarches expérimentales. Ces catégories de raisonnements pourraient être une façon de décrire problèmes complexes et problèmes pour chercher.

Il nous semble important que l'élève soit confronté à l'importance des validations dans les mathématiques et à des validations diverses, notamment celles qui l'engageront dans une dynamique de preuve.

Enfin dans la perspective du socle commun scientifique, il nous semblerait raisonnable d'intégrer, aussi dans les mathématiques du cycle 3, des problèmes propices à un démarche modélisante et des problèmes 'réalistes' pour former les élèves à un apprentissage critique de la modélisation.

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC, G., GERMAIN, G., & MANTE, M. (1988). *Problème ouvert et situation problème.* Lyon: IREM de Lyon.

BONAFE F., CHEVALIER A., COMBES M.C. et alii. (2002) *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*. IREM de Montpellier.

BROUSSEAU G. (1970-1990, édition 1998) *Théorie de situations didactiques*. 25-43. Grenoble : La Pensée Sauvage

BLOCH I. (2005) Dimension adidactique et connaissance nécessaire. Un exemple de « retournement » d'une situation. *Sur la théorie de situations didactiques*. 143-152. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHAPPAZ J., MICHON F. (2003) Il était une fois la boîte du pâtissier. *Grand N* n°72. 19-32.

CHARNAY R. (2006) Rallyes mathématiques : quel intérêt ? *Grand N* **78**. 53-62.

CONNE F. et BRUN J. (1992) Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* **12/2-3**. 221-270.

COPPE S., HOUDEMENT C. (2002) Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N* **69**. 53-63.

DOUADY R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des mathématiques,* **7/2.** 5-32.

DUPUIS C., GRUGNETTI L. (2003) Le nez de Pinocchio, un problème de mathématiques «inverse». *Grand N* **72**. 33-40.

ERMEL (1977 à 1982). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire (CP au CM2).* Paris : Hatier.

ERMEL (post 1991). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes (CP au CM2).* Paris : Hatier.

ERMEL (1999) *Vrai ? Faux ?... On en débat*. Paris : INRP

FAYOL (1990) *L'enfant et le nombre*. Lausanne : Delachaux et Niestlé.

GLAESER, G. (1976). *Le livre du problème. Pédagogie de l'exercice et du problème*. Paris : Editions CEDIC (second edition).

GODOT K. (2006) La roue aux couleurs : une situation recherche pour apprendre à chercher dès le cycle 3. *Grand N* **78**. 31-52

GR IREM ELEM BESANÇON (2005) La conduite en classe d'une situation de recherche : un exercice périlleux. *Grand N* **76**. 65-74.

GRAND N (2003) N°spécial *Points de départ*. IREM de Grenoble.

GUEUDET G., LE POCHE G. (2006) Séquences de résolution de problèmes complexes. *Grand N* **77.** 35-54. Hersant M. (dir) 2006 *Des problèmes pour chercher à l'école primaire*. IUFM des Pays de la Loire et IREM de Nantes.

HERSANT M. dir (2006) des problèmes pour chercher à l'école primaire. IREM des Pays de Loire.

HOUDEMENT C. (1998) Le choix des problèmes pour la résolution de problèmes. *Grand N* **63**. 59-77.

HOUDEMENT C. (2003) La résolution de problèmes en question. *Grand N* **71**. 7-23

IGEN MENESR (juin 2006) *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*. En ligne sur http://www.education.gouv.fr/cid4172/l-enseignement-des-mathematiques-au-cycle-3-de-l-ecole-primaire.html

JULO J. (1995) *Représentation de problèmes et réussite en mathématiques*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes

JULO J. (2002) Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N* **69**. 31-52.

LEPINE L. (1996) Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche. *Grand N* **60.** 43-55

MEN (2005) Les problèmes pour chercher. *Documents d'accompagnement Mathématiques*. SCEREN CNDP

PEAULT H. (1992) Vers une pratique collective des mathématiques. *Grand N* **51**. 5-65.

THOMAS Y. (…) Gommettes et étiquettes, des problèmes pour chercher. *Grand N* (à paraître)

TOUSSAINT N., FROMENTIN J. (2006) *Fichier Evariste Ecole*. Brochure APMEP **175**

VERSCHAFFEL L., GREER B. & DE CORTE E. (2000) *Making sense of word problems*. Lisse (Netherlands) : Swets & Zeitlinger Publishers.

VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* 10/2.3, 133-170.

WEIL-BARAIS A. (1993) *L'homme cognitif*. Paris : PUF

ANNEXE 1 : LISTE DES PROBLEMES CYCLE 3 ÉTUDIES

1) Le mobilier de l'école. Une entreprise a expédié trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école. Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises. Le second contient 25 tables. Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires. Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?

2) Luc et Marc lancent chacun trois fléchettes dans une cible (dessin cible à deux zones). Luc met deux flèches au centre et une dans la couronne, il obtient 22 points. Marc obtient 17 points avec une fléchette au centre et deux dans la couronne. Quelles sont les valeurs des zones ?

3) Jo, Léa et Toto ont lancé des flèches sur la même cible (dessin de trois fois la même cible à trois zones : A centre puis couronne B puis couronne C) : Jo : 33 points 2A, 5C // Léa : 39 points 2A, 1B, 5C // Toto : 18 points 2B, 2C. Nombre de points que chaque zone permet de marquer.

4) Deux lettres différentes représentent deux chiffres différents. S vaut 2, il n'y a pas de 9, M est plus grand que T : MOI + TOI= NOUS (en colonne).

5) Neuf chercheurs dont le chef se répartissent 180g, le chef prenant une double part. Combien de grammes d'or recevra le chef ?

6) Dimitri, Thierry, Oscar comptent leurs billes à la fin de la partie. Sandrine en a presque 100. Oscar en a le quart de Sandrine. Thierry en a le tiers d'Oscar. Et Dimitri en a la moitié de Thierry. Combien en ont-ils à eux quatre ?

7) Paul a pesé ensemble deux dictionnaires identiques et trois livres de mathématiques eux aussi identiques. La balance marque 3 kg 300 g. Valérie lui a pesé cinq livres de mathématiques identiques à ceux de Paul. La balance marque 1 kg 500g. Quel est le poids d'un dictionnaire ?

8) Un sac contient 12 bonbons rouges et 8 bonbons verts. Mais ces bonbons sont enveloppés d'un papier doré si bien qu'on ne peut pas voir leur couleur en les prenant. Combien de bonbons Laurent Outan doit-il prendre au minimum pour être sûr d'en avoir deux de la même couleur ? De couleurs différentes ?

9) Nous sommes lundi 11 juin 2007. Dans 70 jours, nous serons le …. ?

10) Dans la tirelire de Juan, il n'y a que des pièces de 10 centimes, de 20 centimes et de 50 centimes. Il y a autant de pièces de chaque sorte ; en tout cela représente 8 €. Combien de pièces de chaque sorte ?

11) Pour un malabar et un croissant Fatma a payé 1 € 5 c. Pour deux croissants, Lucas a payé 1 € 60 c. Trouve combien coûte un malabar.

12) 1 sucette et 2 petites brioches coûtent 2 €. 5 sucettes et 2 petites brioches coûtent 4 €. Quel est le prix d'une sucette ? Quel est le prix d'une petite brioche ?

13) Lucie veut prendre 4 litres d'eau dans un récipient. Elle en possède que deux pots, l'un pouvant contenir 3 litres, l'autre pouvant contenir 5 litres. En utilisant seulement ces deux pots, explique comment elle peut mesurer 4 litres.

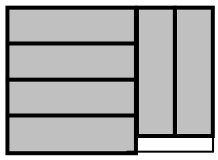
14) Dans la classe du Cours Moyen de Werner, tout le monde est sportif ! Lorsqu'on demande « qui fait de l'athlétisme ? », 16 mains se lèvent ; à la question « Qui fait du basket ? », 10 mains se lèvent. Chaque élève a levé la main au moins une fois, et quatre élèves ont levé la main deux fois. Combien la classe compte-t-elle d'élèves ?

15) Trouve trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 48 ; 87 ; 120 ; 97 ; 612… (99, 3429, 56) ET Donne des nombres qui sont la somme de trois nombres entiers consécutifs et des nombres qui ne peuvent pas être la somme de trois nombres entiers consécutifs. Justifie ta réponse.

16) Combien y a-t-il de poules et de lapins dans votre ferme ? Tu vas le trouver toi-même : lorsque je rassemble toutes les poules et les lapins de la ferme, il y a en tout 25 têtes et 64 pattes.

17) Un avion gigantesque contient 150 places assises en première classe, 400 en seconde et 4 dans le cockpit. L'équipage qui doit rester assis au décollage et à l'atterrissage, est composé d'un commandant de bord, un copilote, 8 hôtesses et 6 stewards. Combien l'avion peut-il prendre de passagers ?

18) Sur une plaque de carton rectangulaire de 8 cm sur 11 cm.
Kid a dessiné des vignettes rectangulaires toutes identiques.
Sur ce schéma on indique comment il s'y est pris.
Calcule les dimensions d'une vignette.



19) Antoine ouvre à fond le robinet et remplit la baignoire en 3 minutes. Bain pris, il la vide en 6 minutes. Cléopâtre fait alors couler son bain, mais elle laisse la vidange ouverte. Au bout de combien de temps la baignoire commence à déborder ?

20) Deux fûts contiennent ensemble 2800 litres de cidre. On a tiré 300 litres de l'un et 100 litres de l'autre. Il reste alors la même quantité dans chaque fût. Quelle est la contenance de chaque fût ?

21) Tu disposes de deux boites vertes, trois boites rouges et 50 jetons. Il faut mettre les 50 jetons dans les boites ; aucune boite ne doit être vide et il doit y avoir le même nombre de jetons dans les boîtes de la même couleur.

22) Pour le nombre 10, quel est le plus grand produit possible des termes d'une de ses décompositions additives ? Même question pour le nombre 14.

23) Le pépiniériste a vendu ce matin ce matin 420 arbres ; des poiriers, des cerisiers, et des pommiers. Il a vendu 45 poiriers de plus que de cerisiers ; 30 pommiers de plus que de cerisiers. Combien d'arbres de chaque espèce a-t-il vendus ?

24) Je dois scier un petit tronc d'arbre en six morceaux. Il me faut une minute pour le scier en deux morceaux. . Combien de temps pour le scier en six morceaux ?

ANNEXE 2 : REFERENCES DE LA LISTE DE PROBLEMES

ERMEL (post 1995) Apprentissages mathématiques et résolution de problèmes CE2, CM1, CM2. Hatier

Toussaint N., Fromentin J. (2006) *Fichier **Evariste** Ecole*. APMEP n°175

(1995) *Les **récré**ations mathématiques d'Evariste et de Sophie*. Editions Pôles

Revue **Grand N** IREM de Grenoble.

***Cap** maths* CE2 (2002) *Cap maths* CM1 (2003) *Cap maths* CM2 (2004) Editions Hatier

***Euro**maths* CE2 (2003) *Euro Maths* CM1 (2006) *Euro Maths* CM2 (2006) Editions Hatier

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ERMEL CM2 et *Grand N* 77	*Euro CM1* p198	*Cap CM1* p194	*Evariste* 61	*Evariste* 98	*Evariste* 62	*Cap CM1* p194	*Evariste* 54	*ERMEL CM* t 1 1981 p44	*Cap CM1* p178	*Cap CM1* p178	*Cap CM2* p100

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Grand N 60 p44	*Récré* p19	*Euro CM1* p161 *CM2* p194	*Cap CM1* p113	*Récré* p44	*Euro CM2* p161	*Récré* p45	*Euro CM2* p121	*Euro CM1* p198	*ERMEL CM1* p 74	*Euro CM2* p31	*Evariste* 59

ANNEXE 3 : PRODUCTIONS DES PARTICIPANTS

Groupe 1

Le problème pour chercher…

- Pourquoi on le donne ?
  - Qu'est ce qu'on fait travailler ?
  - Qu'est ce qu'on apprend ?
    - Construire une représentation du problème.
    - Construire une stratégie de résolution.
    - Rédiger et/ ou communiquer la (les) solution(s).

Groupe 2

→ Reprise des programmes
L'élève ne dispose pas de technique (solution) éprouvée et plusieurs démarches sont possibles.
En quelque sorte l'objet de savoir en jeu n'a pas été institutionnalisé (et ne fait donc pas partie de la culture de la classe).
→ l'objectif : « l'activité de recherche » ; le présupposé : « on apprend à chercher par frayage ».

Groupe 3

3 critères possibles pour retenir un problème :

- plusieurs approches possibles (tâtonnement, logique…) ;
- TENTATION : une solution qui se révèle fausse ;
- existence ou non de plusieurs solutions (0,1…).

→ conscience des connaissances et méthodes en jeu (pour le prof et pour les élèves) ?
→ problème de la constitution d'une mémoire des problèmes ?

Groupe 4

- Le texte est limpide et incitatif.
- Chaque élève doit être persuadé qu'il peut trouver (s'il cherche).
- Le problème doit être résistant aux premières tentatives amorcées.
- L'activité de recherche est nécessaire et la solution doit avoir une portée large (ne pas s'appuyer uniquement sur une astuce).

Groupe 5

Question 1
Est-ce qu'un problème dont la résolution « experte » est la résolution d'un système linéaire d'équations doit être systématiquement considéré comme étant un problème pour chercher ?
Question 2
Le problème pour chercher est-il nécessairement un problème nécessitant de faire des essais ?
Question 3
Le problème pour chercher est-il nécessairement un problème qui nécessite une représentation ?

Groupe 6

Des points de vue différents dans le groupe
Point de vue n°1 : certains problèmes (ex le n°1) de la liste donnée, bien que très difficile pour les élèves, ne nous semblent pas relever de la rubrique « problèmes pour chercher » des DA 2005 car ils correspondant à l'application d'une notion tout à fait travaillée (la division) : c'est un problème de réinvestissement.
Point de vue n°2 : le problème n°1 est un « problème pour chercher » complexe.

Le problème 22 paraît (à la majorité des participants du groupe) un problème pour chercher.

EXEMPLE D'UNE SITUATION DE FORMATION POUR ABORDER LA STRUCTURATION DE L'ESPACE AUX CYCLES 1 ET 2

Pascale MASSELOT
MCF, IUFM de VERSAILLES
DIDIREM
PMasselot@aol.com

Isabelle ZIN
PIUFM, IUFM de VERSAILLES
zinisa@free.fr

Résumé
Trop souvent, sur le terrain, le travail sur la structuration de l'espace se borne à une leçon de vocabulaire. Il nous semble particulièrement difficile de sensibiliser les enseignants à la complexité des apprentissages de certaines notions relatives à la structuration de l'espace. Nous avons donc élaboré une situation visant à atteindre cet objectif.
Nous avons proposé au cours de cet atelier, d'une part de la « mettre à l'épreuve » et d'autre part, d'en repérer les effets à travers l'analyse des comportements de différents publics.

Après avoir rappelé nos objectifs de travail, nous présentons plusieurs phases de la situation de formation ; cette description étant accompagnée d'un certain nombre de commentaires. Nous revenons ensuite sur certains points ayant fait l'objet de discussions au cours de l'atelier et avant de conclure, nous complétons par la présentation succincte de l'utilisation de cette situation et des prolongements de ce travail envisagés par des maîtres formateurs dans leur classe de PS et de GS.

I – NOS OBJECTIFS DE TRAVAIL

I – 1 Dans l'atelier

Nos objectifs de travail dans cet atelier sont d'enrichir, d'approfondir, de faire évoluer, de critiquer… une situation de formation sur un thème difficile à appréhender par les enseignants car différents registres sont à considérer et certains restent des points aveugles dans les programmes.

La narration de cette situation[1] se révèle difficile et risque de masquer certains aspects. Il nous apparaît indispensable de la vivre, mais aussi de se regarder faire, voire de

[1] Comme nous l'a confirmé la rédaction de cet article qui visait à rendre compte de ce qui s'était effectivement passé au cours de l'atelier

verbaliser ses actions et d'observer ses pairs pour repérer les prises d'indices, et prendre conscience que « l'on n'est pas tous pareils » !

Dans un premier temps, les participants ont donc vécu une partie des situations proposées en formation pour ensuite les analyser d'un point de vue mathématique (notamment en termes de modélisation) et du point de vue de la formation.

Dans un second temps, à partir de la présentation d'extraits d'enregistrements de séances effectives (avec un groupe de PE2, dans une classe de PS et une classe de GS), les participants ont été conviés à identifier des apports et des limites de ce scénario, les différentes questions qu'il fait émerger, en quoi il peut favoriser (pour le formateur) l'accès à un certain nombre de "représentations" des enseignants sur les mathématiques, sur les élèves et leurs compétences ...

I – 2 En formation

En mettant en situation les stagiaires, nous voulons essentiellement faire émerger un ensemble de questionnements liés à la structuration de l'espace : la pluralité des difficultés à reproduire une configuration proposée, les variables didactiques qui en découlent, la diversité des démarches utilisées, les difficultés à lever certaines ambiguïtés et/ou implicites dans le vocabulaire utilisé…

Dans le même temps, les stagiaires peuvent s'en inspirer pour élaborer des activités diverses à proposer en classe, en maternelle, voire au delà.

II – MISE EN SITUATION

II – 1 Description des différentes étapes de la situation de formation

Il est important de préciser que l'organisation de l'espace doit permettre aux participants d'avoir plusieurs angles de vue différents, en se trouvant autour[2] des scènes à analyser ou à reproduire.

II – 1.1 Le matériel

Des objets miniatures (issus des jeux de la marque Playmobyl®) sont ici utilisés :

- Trois personnages : un clown (en deux exemplaires), une dame à chapeau, un bonhomme à casquette

- Trois objets : un bac cylindrique faisant office de poubelle, 1 table, 1 chaise

[2] disposition en rectangle par exemple

Des accessoires complémentaires, en vraie grandeur, en relation avec ces objets, sont à prévoir : un nez de clown, un grand chapeau de dame, une casquette, ainsi qu'une chaise, une table et une poubelle.

II – 1.2 Les différentes phases du déroulement[3]

Dans chacune des phases, nous distinguons deux types de participants : les « observateurs » qui doivent repérer les différentes prises d'indices et inférer les procédures utilisées et les « acteurs » qui travaillent « en métacognition », c'est-à-dire qu'ils se « regardent » réfléchir, choisir leurs procédures …pour ensuite faire part de

[3] voir annexe 1 pour la description complète de la situation de formation

leurs procédures effectives. Il est important que chaque participant soit acteur à un moment de la séance.

Situation S1 : Prises de repères : Repère local, global, par rapport à soi, à l'autre…

Un « acteur 1 » (A1) pose le clown Playmobyl® sur sa table – pas « juste » devant lui. Il est alors demandé à un « acteur 2 » (A2) de « faire pareil » avec l'autre clown, A1 et A2 restant à leur place.

On distingue trois étapes pour cette situation qui est donc répétée trois fois en changeant d'acteurs. Au cours de la première étape, les deux acteurs sont orientés de la même façon, c'est-à-dire qu'ils « regardent dans la même direction ». Pour la deuxième, A2 est tourné d'un quart de tour par rapport à A1. Et pour la troisième étape, les deux acteurs sont face à face.

Premières observations :

Les transformations géométriques sont évoquées pour la première étape (translation). Dès la deuxième[4]étape, un débat s'engage : qu'entend-on par : « faire pareil » ?

Il est alors nécessaire de revenir sur les différents types de repères à considérer : soi-même, la table, un repère fixe dans la salle… et de lever les implicites en ayant pris conscience de tout ce que cela change. On convient alors de placer le clown par rapport à soi (au même endroit sur la table et orienté de la même façon par rapport à soi).

On remarque, en général à la deuxième étape, que A1 essaie (sans qu'on le lui ait demandé) de positionner le clown dans une certaine attitude pour que cela devienne plus difficile : un bras levé, tête tournée… Les deux dernières étapes font apparaître, au moment de la verbalisation les notions de droite et gauche (de l'acteur).

Deux grandes procédures émergent :

- s'imaginer à la place de A1 pour avoir le même point de vue sur le clown,

- analyser la position du clown par rapport à A1 (le clown est à sa droite, regarde vers l'extérieur…)

Cette première situation permet de montrer les différentes procédures utilisables et utilisées : on ne passe pas obligatoirement par le langage, une image mentale peut suffire, bien que les notions de gauche – droite, devant – derrière, près –loin, intérieur – extérieur soient évidemment en jeu.

Le choix d'un personnage articulé à la place d'un objet non articulé et/ou non orienté, n'est pas anodin : il faut à la fois prendre des indices pour repérer la place du clown sur la table, mais aussi pour reconnaître sa position (pied droit en avant, tête tournée vers A1…).

[4] La question ne se pose pas à la première étape.

Situation S2 : Visualisation globale ou locale d'une configuration

Cette situation se décompose en trois phases. Au cours de chacune d'elles, un « acteur 1 » (A1), différent à chaque fois, sort de la pièce.

<u>Première phase : Autour d'un objet orienté</u>

Une configuration du matériel Playmobyl® est proposée : les trois personnages autour de la chaise

Une chaise est placée à l'intérieur du rectangle constitué par les « observateurs ». Cette chaise (chaise ordinaire d'une salle de classe) n'est pas dans la même direction que la chaise de la « maquette ».

Trois « acteurs » reçoivent un attribut de chaque personnage : chapeau, casquette, nez rouge. Ils doivent tout d'abord se placer « de la même façon » (reproduire la configuration) que le personnage auquel ils s'identifient. La Dame à chapeau (D), le Bonhomme à casquette (B) et le Clown (C) se positionnent.

L'animateur pose la question : « Est-ce que tout le monde est d'accord ? » Quelques ajustements sont alors proposés : plus loin, plus près, B plus vers D, … Puis la validation[5] se fait en pivotant la table sur laquelle est posée la maquette pour que les deux chaises (celle de la salle de classe et celle de la maquette) soient orientées dans la même direction.

La maquette est remise dans sa position initiale et l'animateur récupère les attributs de B, C et D qui eux, restent en place. A1 est alors invité à entrer et il doit identifier les personnages en restituant à chacun son accessoire.

[5] En formation, il est demandé aux stagiaires de proposer des moyens de validation.

<u>Premières observations</u>

On remarque alors que A1 lors de ses prises d'indices utilise beaucoup son corps, pour se tourner comme les Playmobyl®, ou bien pour repérer les places de chacun en s'identifiant à eux.

Deux repères sont privilégiés :

- celui que constitue la chaise : B, C et D sont placés par rapport à la chaise

- un des personnages : celui-ci est d'abord situé par rapport à la chaise, les deux autres sont alors situés par rapport à lui.

On peut faire émerger la spécificité de la chaise qui est un objet orienté.

Deux grands types de procédures apparaissent :

- avoir une vue d'ensemble, « extérieure », de la scène

- se situer « à l'intérieur de » la scène en prenant le point de vue de l'un des personnages.

<u>Deuxième phase : Autour d'un objet non orienté dans une configuration irrégulière</u>

La même situation est proposée en remplaçant la chaise par une poubelle, l'un des personnages tournant le dos à la poubelle.

D'emblée les acteurs B, C, D s'orientent dans la salle de façon identique aux Playmobyl®. L'animateur modifie alors la position de C, les autres n'ont plus qu'à effectuer la même rotation que C autour de la poubelle. A1 qui a été observateur au cours de la phase précédente, entre.

<u>Premières observations</u>

Trois repères sont évoqués :

- le positionnement des personnages face ou dos à la poubelle

- la distance par rapport à la poubelle

- les personnages les uns par rapport aux autres

Apparaissent alors les notions d'angle, de sens de rotation (sens des aiguilles d'une montre), la poubelle induisant cette rotation. Le sens de rotation permet de positionner B, C, D les uns par rapport aux autres.

Le fait que la poubelle soit un objet « non orienté » (pas de « droite » ni de « gauche »…) oblige les participants à ne pas utiliser la poubelle comme repère de la configuration proposée.

Au lieu d'orienter différemment l'un des personnages par rapport à la poubelle, on aurait pu jouer sur la distance avec la poubelle, ou avec l'un des autres personnages.

On voit que la présence de la poubelle peut induire des procédures liées à une vue globale de la situation, ou bien liées à l'idée de rotation autour de cet objet. Sans la poubelle, des procédures liées aux repérages des personnages les uns par rapport aux autres auraient davantage émergé.

Troisième phase : Autour d'un objet non orienté dans une configuration régulière

La même situation est proposée avec au centre la poubelle, mais tous les personnages regardent maintenant la poubelle et la configuration est telle que BCD constitue un triangle équilatéral de centre de gravité P (poubelle). L'animateur place l'acteur clown C pour qu'il ne soit pas dans la même direction que celui de la configuration Playmobyl®.

Premières observations

A1 entre et échoue plusieurs fois avant de retrouver les personnages. Ainsi est mis en évidence le fait qu'il manque un repère : la poubelle ne suffit plus. Un indice supplémentaire doit être donné. Emerge alors le caractère non orienté de l'objet poubelle.

Cette rupture amène à travailler sur la notion d'objet orienté ou non, de repère s'appuyant sur les distances et les angles lorsque ceux-ci ne sont pas égaux. Ce faisant, les spécificités du triangle équilatéral peuvent émerger … Il s'agit de prendre conscience que la régularité de la configuration fait émerger des notions de repérage différentes : en excluant près-loin par exemple, on incite l'acteur à utiliser les notions de gauche-droite, devant-derrière, sans nécessairement les verbaliser.

Une réflexion s'engage également sur la nécessité de la présence de la poubelle.

Dans le cas d'une configuration faisant intervenir un triangle non équilatéral, en présence de la poubelle, les angles et les distances entre les personnages et la poubelle sont privilégiés. Ici A1 a utilisé une image mentale dans laquelle il se positionne à la place de la poubelle. D'autres se positionnent à la place d'un des personnages en positionnant les autres par rapport à eux.

Alors que l'absence de P fera émerger une prise d'indices sur les angles et les longueurs des côtés du triangle lui-même. A1 voit la configuration générale du triangle ou bien se positionne à la place de l'un des personnages.

Tous les modèles mathématiques qui permettent de gérer l'orientation sont convoqués.

Situation S3 : Parcours visualisé à reproduire

Un « acteur 1 » (A1) reçoit les éléments du matériel Playmobyl® : un personnage, une table, une chaise et une poubelle. Il les dispose devant lui puis fait effectuer dans cet environnement, un parcours à un des personnages miniatures. A1 gère ainsi un certain nombre de paramètres de la situation. Simultanément un « acteur 2 » (A2) doit effectuer le même déplacement « autour » des mêmes objets réels disposés de la même manière (les uns par rapport aux autres) mais selon une orientation globale différente.

Premières observations

La continuité du mouvement induit une prise d'indices relativement simple dès lors que le démarrage est correct, le repérage se faisant de proche en proche. Les notions de gauche, droite, entre, devant, derrière, dessus (dessous) sont travaillées sans vocabulaire. Une des variables peut être, en arrêtant le mouvement, de demander à A2 de dire où il est.

Situation S4 : Parcours visualisé à décrire – Parcours décrit à reproduire

Il s'agit de la même situation que S3 mais A2 ne voit pas le déplacement choisi par A1 et c'est un « acteur 3 » (A3) qui lui donne des instructions orales pour l'effectuer (A3 voit A1 et aussi A2).

Premières observations

Cette situation amène à percevoir « en direct », les limites du vocabulaire, puisque A2 exécute instantanément les ordres de A3. Certains termes, comme par exemple « entre », ne sont pas ambigus, mais pour d'autres, plusieurs interprétations sont pertinentes. Citons pour exemples la distinction entre « à droite de » et « à la droite de»[6] : « passe à droite de la chaise » / « passe à la droite de la chaise ». On peut attribuer à la chaise, en tant qu'objet orienté, une droite qui serait la droite de la personne assise

[6] Expressions qui selon qu'elles s'appliquent à un objet, ou une personne seront encore comprises différemment

(normalement !) sur cette chaise. De même avec « devant » : « devant » la table[7] / « le devant de » la table, qui selon l'objet mais aussi selon l'endroit d'où on le voit, peut être entendue différemment : « devant la table » / « devant l'ordinateur ». Pour une personne, se placer « devant la table », peut s'interpréter comme « se mettre dos à la table » et dépend souvent de l'endroit d'où l'on vient, alors que se placer « devant l'ordinateur » est interprété comme se placer « face à l'ordinateur »…

Apparaît alors une différence dans les difficultés du vocabulaire entre le statique et le mouvement, les implicites n'étant pas les mêmes : se placer devant le bureau dépend d'où l'on vient, ou de ce que l'on veut y faire…

De même, lorsque A3 utilise des verbes, comme « tourner », « pivoter » et constate que A2 ne se comporte pas exactement de la manière attendue, il apporte des compléments : « sur place », « d'un quart de tour » et affine ainsi sa consigne. Reste parfois des implicites (comme le sens de rotation) induits par le mouvement.

Pendant la description des actions, on observe souvent des changements de repères « passe à gauche de la chaise » / « laisse la chaise à ta droite », à l'insu de celui qui décrit, induit par la situation et la nécessité de se faire comprendre.

Cette situation permet aussi de voir apparaître des notions relatives comme « près / loin », « plus près de ».

Il s'agit ici de sensibiliser à l'ambiguïté du vocabulaire, des implicites… et de prendre conscience, de manière plus large, de la nécessité d'un effort de la part de l'enseignant qui doit dire plus de choses pour limiter les malentendus, et surtout en tenir compte lorsqu'il observe un décalage entre la tâche effective et la tâche attendue de ses élèves.

On constate que des adultes utilisent plus spontanément des repères internes aux objets ou à la configuration alors que des enfants, peu familiers avec les termes comme « gauche / droite », auront recours à des prises de repères externes (repères absolus).

Situation S5 : Configuration à décrire – Configuration décrite à reproduire

Une saynète est constituée avec les objets miniatures (personnages et objets). Un « acteur 1 » (A1) donne des indications pour qu'un groupe d'acteurs qui ne la voient pas se placent de la même manière.

<u>Premières observations</u>

De nombreux ajustements se révèlent encore nécessaires pendant la mise en place des acteurs. Ici, alors qu'en S2, seul le corps renseignait sur la procédure utilisée par celui qui cherchait sa place ou par celui qui identifiait les personnages, c'est le vocabulaire qui renseigne sur la procédure utilisée par A1.

---

[7] si cette expression est appliquée à une personne, c'est plus « clair »

Situation S6 : Ecrit de mémorisation d’un parcours : les mots, les schémas, les écrits mixtes

Deux « acteurs » (A2 et A3) sortent. Un « acteur 1 » (A1) effectue lentement un déplacement parmi les objets (table, chaise et poubelle). Les participants, présents dans la salle, sont chargés de produire « un écrit » qui permettra à quelqu’un (ici A2 ou A3) de reproduire le déplacement. Le document (choix d’un écrit de type texte d’abord, puis d’un second présentant uniquement un schéma) est ensuite utilisé successivement par chacun des acteurs A2 et A3, pour réaliser le parcours.

Premières observations

Avec cette consigne « ouverte », chacun comprend « l’écrit » de façon différente. La question de contrat est soulevée: quel type d’écrit, adressé à qui, s’appuyant sur quel registre, quel niveau … Nous obtenons trois types d’écrit : certains comportant uniquement du texte, uniquement un schéma ou des écrits mixtes mêlant les deux.

Ecrits de type texte :

Ecrit n° 1 :

Elle avance, passe à **droite** de la table, tourne à **gauche** vers la poubelle, laisse la poubelle à **droite**, va **vers** la chaise, passe **devant** la chaise, **tourne autour** de la chaise, va vers la poubelle, laisse la poubelle à gauche, va vers la table, laisse la table à sa gauche.

Ecrit n° 2 :

Passer à droite de la table puis à gauche de la poubelle, s’arrêter à gauche de la chaise, en faire le tour en passant devant, puis se diriger vers la poubelle en passant devant (la laisser sur sa gauche) – Revenir vers la table au point de départ.

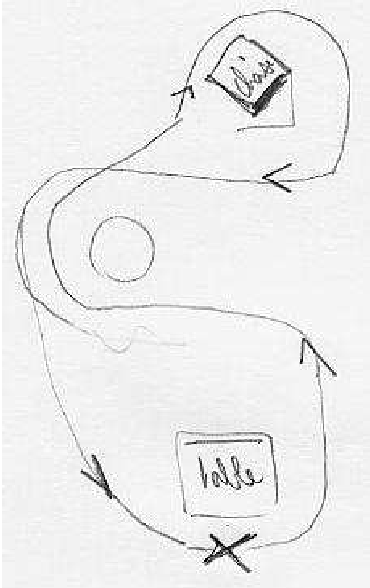
Ecrit n° 3 :

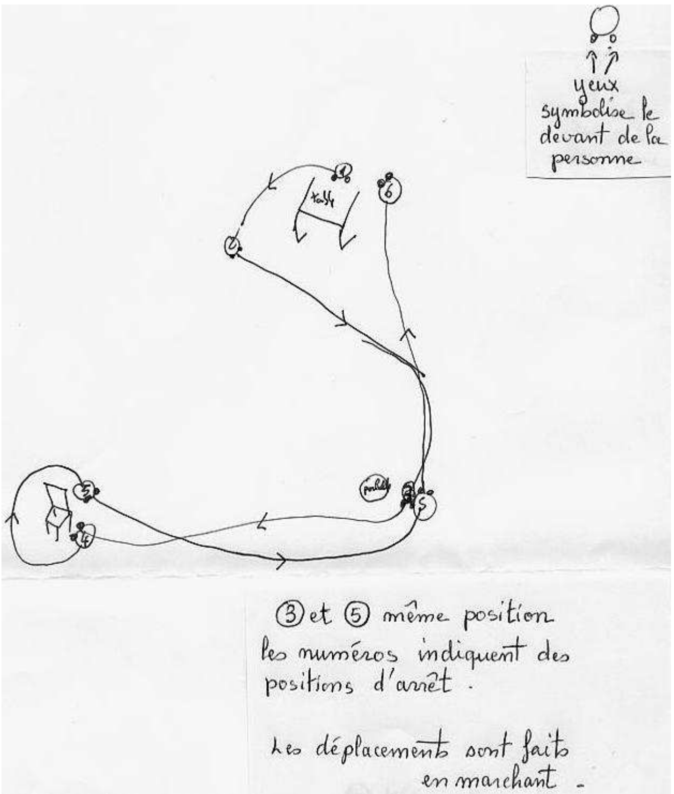
Le clown C part à gauche d’Annie. C avance, passe à la droite de la table. C tourne sur sa gauche en direction de la poubelle, passe entre table et poubelle. C tourne sur sa droite, va vers chaise. C passe à gauche de la chaise. C tourne autour de la chaise. C retourne vers la poubelle par trajet exactement inverse. C passe à gauche de la table.

Ecrit n° 4 :

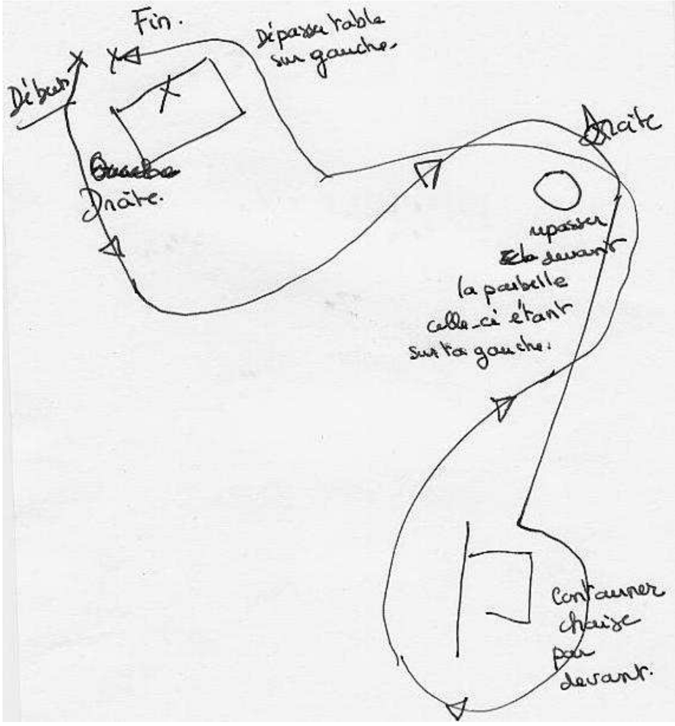
Début : derrière la table – passe à droite de la table, à gauche de la poubelle (entre poubelle et tables proches), vers la chaise, contournée par son devant, passage à droite poubelle (entre poubelle et chaises proches) vers table, passage à sa gauche (entre la table et tables proches).

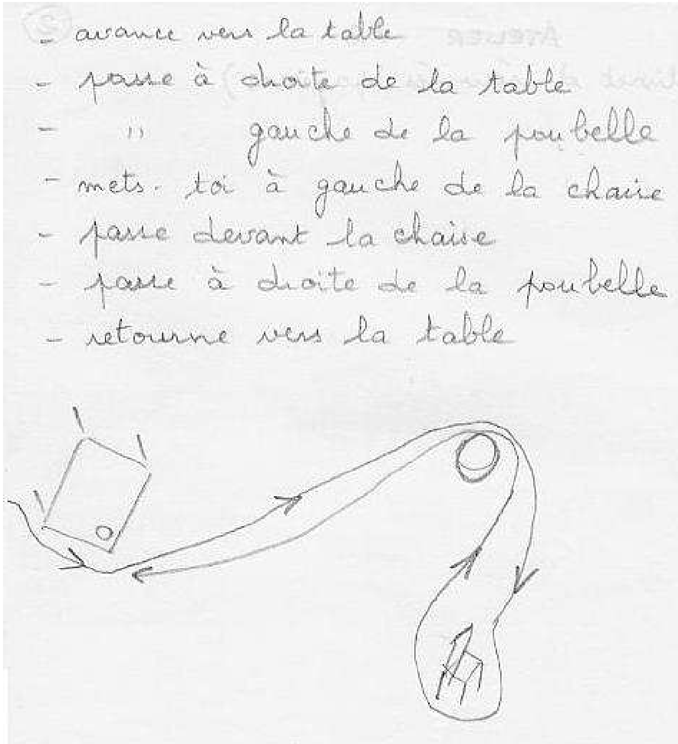
Ecrits de type schéma :





Ecrits mixtes :





Ces écrits, dessins, qui marquent ou non le « rythme » du déplacement (mode de déplacement, pauses …) sont plus ou moins performants et leur validation peut se faire en partie[8] par la reproduction du parcours par A2 et A3, mais aussi par ce que chaque observateur peut dire de ce que son propre écrit a pris en compte.

Le plus « performant » est sans doute l'écrit mixte, mélange de texte et de schéma, qui permet une grande précision, et une rapidité d'exécution.

On voit les limites du schéma, liées aux insuffisances de description de certains mouvements (tourner sur elle même, mouvement sur place, sens du mouvement), du texte insuffisamment précis et très long à rédiger.

Le propos reste axé sur le travail « direct » autour du déplacement et des différents modes de codages mais les quelques exemples d'écrits mis en annexe montrent qu'un prolongement très riche dans le cadre de la maîtrise de la langue peut s'engager[9].

[8] analogie avec les situations de communication utilisées en géométrie

[9] voir par exemple l'article de L. Leroyer dans Grand N n°75

II – 2 Présentation de la situation au cours de l'atelier et apports des participants

Les situations proposées sont extraites des propositions faites habituellement en formation, et sont ici vécues dans les mêmes conditions ; le matériel est identique.

Cependant, certaines étapes visant à faire émerger les différentes variables didactiques par les stagiaires ont été éludées pour faire ressortir uniquement les grandes phases et les ruptures dans le déroulement proposé.

Il n'est pas toujours facile d'identifier les compétences en référence aux programmes, ni de mettre directement en relation les extraits des programmes (voir annexe 2) avec chacune des situations proposées. Les programmes ne prennent pas en compte certains aspects comme les indices strictement liés au corps, pas nécessairement verbalisés, et pourtant essentiels à la compréhension et à l'apprentissage de ces notions. Le difficile travail d'explicitation, les malentendus ou les implicites liés au vocabulaire ne sont pas évoqués.

Un certain nombre de notions mathématiques intervenant dans le domaine de la structuration de l'espace sont évoquées ainsi que la complexité de certaines situations souvent proposées très tôt dans les classes : points de vue en CP/CE1 ; utilisation de photos, plan de la classe, parcours en motricité (matériel Asco® ou Gym Projet® avec les mêmes objets en miniature), … et toutes les questions de désignation, de codage … Subsistent beaucoup de questions au niveau de l'implicite mais déjà si l'enseignant en a conscience …

Des outils didactiques sont mobilisés dans les analyses : variables didactiques (notamment l'importance du choix des objets « rien n'est anodin… », des changements d'échelles) et analyse a priori, ruptures, obstacles, jeu micro-espace / méso-espace…

Un retour sur les choix globaux du formateur permet d'identifier qu'il vise d'une part, une certaine prise de conscience, en suscitant des interrogations à partir de l'exploration de ces situations, et d'autre part, un changement de regard sur les élèves, sur leurs manières d'assimiler ces notions qui ne s'appréhendent pas de la même façon pour tous[10] et dont l'apprentissage n'est pas seulement fonction du développement de l'enfant mais prend du temps et nécessite une multitude d'expériences. Il ne s'agit pas ici d'une situation d'homologie.

Pour le formateur, chaque étape mais aussi l'enchaînement, la chronologie des situations peut favoriser l'accès à un certain nombre de "représentations" des enseignants sur les mathématiques, sur les élèves et leurs compétences... et les faire évoluer.

[10] il nous semble que l'on peut ici faire un parallèle avec les situations qui proposent la réalisation de pliages par exemple.

III – DES UTILISATIONS DE CES SITUATIONS

III – 1. En formation

Cette situation est proposée à des groupes de stagiaires PE2, mais aussi en formation continue. Quelques fois une même situation peut être proposée avec davantage de variantes que nous n'en avons proposées ici, ceci lorsque le groupe a des difficultés à comprendre les enjeux. A chaque expérience et quelque soit le public, les stagiaires ont pris conscience des difficultés que l'on voulait pointer, même si parfois la réflexion reste plus en surface pour les PE2. A chaque fois, des stagiaires sont inquiets, ont peur de ne pas pouvoir résoudre le problème qui leur est proposé. Il est alors très important de les rassurer et d'axer l'ensemble de la séance sur les différentes procédures qu'ils mettent en place pour répondre aux questions posées, qu'ils soient acteurs ou observateurs. Ils voient alors la diversité des stratégies adoptées, ce qui leur permet de mieux analyser leur propre difficulté et de mieux comprendre comment on peut travailler ces points liés à la structuration de l'espace. Un temps important est pris aussi pour réfléchir à la mise en œuvre de la validation des réponses données. Ces validations sont cherchées par l'ensemble du groupe, le formateur pouvant s'appuyer sur les difficultés de certains en leur demandant si les propositions sont pertinentes, c'est-à-dire si leur mise en œuvre les convainc de façon définitive de la validité ou non des réponses. Les stagiaires ont été sensibilisés à l'importance de l'expérience du corps dans ce domaine, préalable à la mise en place du vocabulaire.

III – 2. Avec un groupe de Maîtres Formateurs

Un groupe de maîtres formateurs a travaillé avec nous sur la mise en place de situations similaires dans leurs classes (PS et GS).

A chaque fois, la mise en scène avec le clown[11] a été remplacée par trois personnages de couleurs différentes. Le plus pertinent des dispositifs a été celui où les enfants avaient des dossards de la couleur des personnages.

En PS, nous n'avons expérimenté qu'une partie du processus : 2 ou 3 adultes (ou 2 ou 3 enfants) avec leur dossard se positionnent autour d'une chaise, les groupes de 2 ou 3 enfants autour d'une autre chaise orientée dans le même sens que la chaise initiale doivent reproduire la configuration proposée.

En GS, à partir de cette même situation, la maîtresse a pu faire évoluer l'apprentissage : d'abord en changeant la chaise d'orientation, puis en proposant une configuration Playmobyl® que chaque groupe d'élèves devaient reproduire. Ensuite est venu un travail de représentation sur feuille des configurations possibles. Ce travail a permis l'émergence de code pour schématiser les personnages et la chaise. Les différentes notions travaillées ont été : sur, sous, devant, derrière, près, loin, à côté de. L'expérience a prouvé que le travail initial en salle de motricité a permis à l'ensemble des élèves d'être très à l'aise au bout de deux à trois mois : ils étaient tous capables de reproduire n'importe quelle configuration dans n'importe quelle orientation.

[11] Première phase de la situation S2

IV – CONCLUSION

Le travail engagé dans cet atelier nous a confortées dans l'intérêt, les multiples apports et les limites que nous voyions à cette situation et nous a également permis d'envisager encore d'autres variantes. Il s'agissait aussi pour nous d'engager des échanges sur ce thème sur un plus long terme et nous remercions à l'avance les participants à l'atelier qui, par manque de temps, ont trop peu évoqué leurs propres exemples de situations de formation ou de situations proposées à des élèves de cycle 1 ou 2, et les lecteurs de cet article qui voudront bien apporter leurs propres expériences et témoignages.

ANNEXE 1 : PLAN DE LA SEANCE DE FORMATION

PE2 Maternelle : Structuration de l'espace et du temps

I – Repérage dans l'espace :

La construction de l'espace n'est pas une leçon de vocabulaire

Pour chaque activité, dire quelle est la compétence travaillée :

a) Un stagiaire pose un objet à un endroit, un autre stagiaire doit poser un objet identique pour qu'il soit dans la même configuration par rapport à lui même.

→ Repérer des objets ou des déplacements dans l'espace par rapport à soi

b) Cache-tampon. On cache un objet : un stagiaire doit donner des indications spatiales pour qu'un autre retrouve l'objet.

→ Repérer des objets ou des déplacements dans l'espace par rapport à soi

c) Un stagiaire sort. Des playmobils sont positionnés les uns par rapport aux autres.

Des stagiaires sont positionnés de la même façon, mais pas dans la même orientation par rapport à la pièce. Chercher qui est le clown.

1. avec 3 ou 4 personnages et une chaise
2. avec 3 personnages dont un qui tourne le dos aux autres
3. avec 3 ou 4 personnages et une poubelle, dont un personnage qui tourne le dos à la poubelle

→ Savoir reproduire l'organisation dans l'espace d'un ensemble limité d'objets (en les manipulant, en les représentant)

d) Quatre stagiaires se placent devant le groupe. Chaque stagiaire donne le nom de son personnage. Ils se positionnent les uns par rapport aux autres. Un stagiaire doit reproduire la configuration avec les playmobils.

→ Savoir reproduire l'organisation dans l'espace d'un ensemble limité d'objets (en les manipulant, en les représentant)

e) Une configuration de playmobils est donnée, un stagiaire donne des indications pour qu'un groupe de stagiaires se positionne de la même façon.

→ Décrire des positions ou des déplacements à l'aide d'indicateurs spatiaux en se référant à des repères stables variés

f) Un parcours avec un playmobil est réalisé. Un stagiaire effectue le même parcours en regardant le déplacement du personnage. Les deux parcours n'ayant pas la même orientation par rapport à la pièce.

→ Suivre un parcours décrit oralement (pas à pas), décrire ou représenter un parcours simple

g) Même chose sauf que le stagiaire ne voit pas le déplacement, et un autre stagiaire décrit le déplacement du personnage.

→ Suivre un parcours décrit oralement (pas à pas), décrire ou représenter un parcours simple

h) Un stagiaire sort. Un stagiaire effectue un parcours, incluant une chaise (objet orienté) et une poubelle (objet non orienté) sans rien dire. Puis on fait rentrer le stagiaire, un des stagiaires présents décrit le déplacement, afin que celui qui n'a pas vu sa réalisation puisse le réaliser.

→ Suivre un parcours décrit oralement (pas à pas), décrire ou représenter un parcours simple

i) Même chose mais les stagiaires présents produisent des messages écrits et le stagiaire qui rentre réalise le parcours à partir de ce seul document (plusieurs stagiaires sortent pour comparer les différentes productions).

Mise en forme : Puces et numéros

ANNEXE 2 : EXTRAITS DES PROGRAMMES

Les nouveaux programmes de l'école primaire - Mathématiques

Document d'accompagnement

Vers les mathématiques : Quel travail en maternelle ?

Domaines d'activités

Repérage dans l'espace

L'exploration et la structuration de l'espace sont des objectifs fondamentaux de l'école maternelle. Ils conditionnent la construction de compétences utiles au développement de l'enfant, qu'il s'agisse de la construction de ses repères (spatiaux et temporels), du développement de son autonomie ou encore de ses apprentissages dans les différents domaines d'activités.

La construction des compétences liées au repérage dans l'espace se fait en lien avec le développement des aptitudes sensorielles (vue, toucher, odorat, ouïe, goût) et des facultés motrices et intellectuelles. L'expérience spontanée de l'espace, incontestablement nécessaire, ne saurait à elle seule garantir ces apprentissages. Le recours au langage et la verbalisation des actions réalisées ou des relations utilisées sont indispensables au progrès des enfants. Dans ce domaine, tout particulièrement, les activités papier-crayon ne doivent pas se substituer aux expériences effectuées dans l'espace réel.

L'identification et la connaissance des espaces communs de l'école (salle de classe, salle de jeu, couloirs, cour) permettent à l'enfant de s'y repérer. La possibilité d'explorer de « grands espaces » aménagés (école, quartier) doit également être envisagée. Ces espaces constituent les terrains privilégiés de ses expériences spatiales. L'enfant découvre et occupe ces lieux en se situant par rapport aux « objets » (ou aux personnes) et en situant les « objets » (ou les personnes) les uns par rapport aux autres. Par des déplacements contrôlés, effectués selon des règles à respecter, anticipés et exprimés verbalement avant d'être codés, par des actions finalisées (aménagements, transformations), il devient capable d'investir différents espaces : familiers, proches ou plus lointains.

L'utilisation du langage, la lecture d'images, de photos ou de dessins, leur production à partir de contraintes à respecter, la construction de maquettes (pâte à modeler, légo…), la production de dessins sont, pour l'enfant, autant d'aides à la structuration de l'espace. Ce travail est évidemment à conduire en liaison avec les activités langagières, physiques ou plastiques proposées aux enfants.

En Petite Section, l'enfant explore et agit dans l'espace qui l'entoure. L'enseignant accompagne par le langage ses découvertes et ses progrès. L'aménagement et l'utilisation des coins, les activités dans la salle de jeu, la recherche d'objets cachés ou déplacés conduisent l'enfant à investir différents espaces (la classe, la salle d'évolution, la cour, par exemple).

Les localisations d'abord données oralement par le maître, puis formulées par les enfants eux-mêmes, offrent des occasions de structurer l'espace par rapport à des repères fixes. Elles aident à comprendre et à utiliser des locutions spatiales, en particulier celles qui sont fondées sur des oppositions : proche et lointain, sur et sous (la marionnette est cachée sous la table ou est posée sur la table), dedans et dehors, à côté de et loin de, d'un côté et de l'autre côté…

La structuration de l'espace se construit également dans des parcours d'itinéraires suivant des consignes orales directionnelles (aller vers la porte, monter sur le banc…) et par le récit qui permet de situer les événements de la vie quotidienne dans l'espace et le temps (nous sommes dans la salle de classe, avant nous étions dans la salle de jeux et tout à l'heure, nous serons dans la cour).

La manipulation et la réalisation d'objets ou encore des jeux d'empilement et d'emboîtement (comme la construction de tours avec du matériel modulaire ou avec des cartons) conduisent les enfants à expérimenter l'équilibre, la gravité et à envisager une première approche de la verticalité et l'horizontalité.

Observer, reconnaître, commenter, décrire des photos et des images représentant des espaces connus permettent d'approcher de premières représentations de l'espace. Il est, par exemple, possible de demander à un enfant de se placer dans un endroit de la classe montré sur une photo.

En Moyenne Section, l'espace de l'enfant s'agrandit. Certains jeux obligent à l'expression d'un repérage par rapport à une personne (soi-même ou un camarade) ou par rapport à un objet fixe orienté (devant moi, derrière Thomas, devant la chaise), ou encore à respecter des consignes directionnelles (en avant, en arrière, en haut, en bas, monter, descendre). C'est le cas, par exemple, en motricité lors de jeux collectifs ou de danses.

La confrontation à des problèmes où l'enfant doit communiquer oralement à un autre camarade la position d'un objet caché dans un espace connu l'amène à choisir des repères (orientés ou non) et à utiliser un vocabulaire adéquat pour exprimer la localisation de l'objet par rapport aux repères choisis (près de l'arbre, à côté du banc, sous le tableau, entre les deux fenêtres…) ou pour décrire un espace de son point de vue propre (en haut, derrière le poteau, devant le tableau…). Ce type d'activité oblige à un effort de décentration pour adopter le point de vue d'une autre personne.

Certaines activités visent à initier l'enfant au repérage sur une ligne orientée : un vocabulaire temporel peut alors être utilisé : début, fin, avant, après…

Des jeux comme le Memory aident l'enfant à développer progressivement une mémoire spatiale ou à construire des organisations spatiales plus performantes.

Des activités du type " jeux de Kim visuels" contribuent à développer le recours à des organisations spatiales pour contrôler l'invariance d'une collection : par exemple, dans une configuration d'objets, il s'agit de retrouver celui qui a été déplacé par l'enseignant (sans que les enfants ne soient témoins du déplacement).

Progressivement, l'enfant est amené à reconnaître et à utiliser des représentations d'espaces connus. Par exemple, il peut être invité :

- à réaliser un parcours passant par quatre endroits de la cour qui lui sont indiqués par des photos ;

- à retrouver une cachette indiquée sur une représentation ;

- à communiquer à un camarade un emplacement sur une photo ou sur une autre représentation d'un espace réel.

En Grande Section, les activités décrites précédemment se poursuivent et s'enrichissent. Des espaces plus larges peuvent être explorés. L'enfant améliore la construction de sa latéralité, il repère progressivement sa droite et sa gauche.

Il décrit, de son point de vue, des dispositions plus complexes d'objets ou d'assemblages d'objets, par exemple en vue de leur reconnaissance ou de leur reproduction, en repérant les éléments les uns par rapports aux autres (au-dessus de, devant, à droite de, à gauche de).

Ces situations où il faut décrire des positions dans un espace sont souvent d'une grande complexité, liée à des conflits entre les différents systèmes de repère en présence, notamment celui centré sur le locuteur et celui centré sur la personne ou l'objet qui est observé. Si, sur une image représentant une poupée de face, une fleur est dans la main droite de la poupée, dira-t-on que la fleur est à droite de la poupée ou à sa gauche ? De même, les mots comme devant et derrière ont diverses significations, prenant ou non le point de vue du locuteur : “ mets-toi dans la file indienne derrière Yann ” ou “ cache-toi derrière le buisson ”… Il convient donc d'éviter dans un premier temps toute ambiguïté, génératrice de confusion de significations, en choisissant convenablement les espaces et les objets qui sont les supports des situations d'apprentissage. Ainsi, l'enseignant peut poser des questions nécessitant d'orienter l'espace par rapport à une marionnette, à une poupée, à un autre enfant, ce qui amène à comparer son point de vue propre avec celui d'un camarade dans des jeux du type Jacques a dit. Plus tard, au cours des cycles suivants, les élèves seront initiés à cette complexité et amenés à la gérer. Mais, dès la Grande Section, ils sont sensibilisés au fait qu'un même objet ou une même situation peuvent être perçus et décrits de différents points de vue, selon la position des observateurs.

Le “ pilotage ” d'objets programmables ou d'enfants jouant les robots sur un parcours fixé oblige à une décentration des systèmes de repère sur un « objet » lui aussi orienté et mobile : va en avant, tourne à droite…

Des activités peuvent être proposées dans des espaces plus vastes (cour, école, parc…) comme une course au trésor ou la mise en place d'un parcours. Par exemple, les enfants reçoivent, par écrit, des indications à propos de positions d'objets ou d'itinéraires. Celles-ci s'appuient sur des schémas (premières représentations) où sont identifiés des repères bien connus des élèves (arbres, toboggan…). Puis ils peuvent être amenés à communiquer eux-mêmes des positions ou des trajets à leurs camarades. Ces schémas pourront être par la suite confrontés à des représentations plus conventionnelles (photos, maquettes, plans). Toute première représentation doit ainsi être mise (ou construite) en relation avec l'espace vécu, en tenant compte des modifications d'orientation qui peuvent apparaître. Ainsi, les objets, les déplacements, les actions donnent lieu à des activités de codage ou de décodage lorsque la situation le nécessite : situation de communication, mise en mémoire d'un placement ou d'un déplacement en vue de sa reproduction ultérieure...

Certaines activités peuvent se dérouler dans l'espace particulier que constitue un quadrillage dessiné au sol ou sur papier : déplacements (en utilisant différents types de codage), placement d'objets par rapport à des objets déjà positionnés, reproduction de configurations. Ces activités ne doivent cependant pas constituer l'essentiel des expériences spatiales des enfants. Le codage des cases ou des nœuds du quadrillage est un objectif du cycle 2.

L'utilisation de notices de montage contribue aussi à cette lecture et à cette production de représentations conventionnelles d'actions spatiales.

Les activités dans lesquelles il est nécessaire de passer du plan horizontal au plan vertical (celui du tableau, par exemple) font l'objet d'une attention particulière :

- l'enseignant veille à faire contrôler la conservation des positions relatives, par exemple celles des objets situés sur le sol de la classe et celles de leurs représentations sur un plan dessiné au tableau ;

- cet apprentissage est conduit en lien avec l'apprentissage de l'écrit, au cours duquel les élèves ont à repérer des éléments sur le tableau et à les transposer sur la feuille de papier : les expressions comme en haut, en bas, à droite, à gauche…prennent alors une autre signification (en haut du tableau s'appuie sur la notion usuelle de verticalité, alors que en haut de la feuille se rapporte à l'orientation de la feuille dans le plan horizontal par rapport à la personne qui l'utilise).

Les activités de repérage sur une ligne orientée (avant, après…), de déplacements en suivant des directions (monter, descendre, …) ou une trajectoire (de gauche à droite…) sont également utiles à l'apprentissage de l'écrit.

Le vocabulaire spatial permet également de différencier les lignes ouvertes des lignes fermées et de préciser la notion de frontière.

En arrivant au CP, l'ensemble des compétences spatiales nécessaires aux élèves n'ont pas été construites et des différences importantes peuvent être constatées entre les élèves. Un repérage individuel de compétences doit être réalisé et de nouvelles activités d'apprentissage sont à envisager pour les deux années du cycle 2 (se reporter au programme, au document d'application et au document relatif aux apprentissages spatiaux et géométriques pour le cycle 2).

ANNEXE 3 : ELEMENTS THEORIQUES

Définitions extraites du texte : « L'étude de l'espace et de la géométrie » Guy Brousseau

Le jeu des variantes et des variables de la situation fondamentale de l'espace permet de déterminer au moins trois « conceptions » de l'espace et par conséquent trois « milieux » spatiaux correspondants : le micro-espace, le méso-espace et au moins trois macro-espaces.

Micro-espace : L'enfant construit ses premières expériences spatiales dans la manipulation de petits objets. Par le toucher avec ses mains ou avec sa bouche autant que par la vue, par les mouvements qu'il leur fait subir, il identifie leur consistance, leur forme solide, leurs positions relatives, et leurs propriétés. Le micro espace est le milieu de l'élaboration de la conception du mouvement des objets autres que l'observateur. Il s'agit de conception pas de taille objective des objets. Un pilote d'hélicoptère peut interpréter le sol à ses pieds à l'aide de sa conception micro-spatiale.

Meso-espace : Les situations où l'enfant doit concevoir ses propres déplacements dans un territoire placé sous le contrôle de sa vue, sont l'occasion de développer des représentations différentes de celles du micro-espace et qui préfigurent celles qui seront nécessaires dans le macro-espace.

Macro-espace : Les situations où un sujet doit prendre des décisions relatives à un territoire beaucoup trop grand pour qu'il puisse l'embrasser d'un regard, lui posent des problèmes, entre autres de recollement de cartes et d'incrustation. Pour identifier et retrouver un lieu, établir un trajet, déterminer la forme d'un territoire etc., il est nécessaire de développer des concepts et des moyens spécifiques.

Les formes de connaissances spatiales :

Modèles implicites

La description directe des connaissances spatiales implicites telle qu'elle se manifeste dans les situations d'action spatiale, est pour l'instant hors d'atteinte de nos investigations, malgré les progrès de la neurophysiologie. Sous le nom de vision spatiale, d'images mentales ou de représentations, nous les modélisons donc par l'espace lui-même, tel que nous le percevons et tel que la culture le représente.

Langages

La description de l'espace se manifeste d'abord dans les situations de communication d'informations spatiales. Les messages oraux, écrits ou graphiques se réfèrent à des systèmes de représentations plus ou moins analogiques ou à des langages et des syntaxes plus ou moins arbitraires. La complexité des répertoires utilisables provient de ce que les représentations étant elles-mêmes spatiales, elles se prêtent à toutes sortes de réifications. Parmi les informations spatiales et les images de toutes sortes qu'utilisent les humains, bien peu relèvent de la description géométrique, par contre les transformations que doivent subir ces images sont beaucoup plus souvent de nature géométrique.

Enoncés

Les véritables connaissances sur l'espace se manifestent dans des anticipations ou dans des inférences qui dépassent la perception, la reconnaissance ou la description de l'environnement. Ces connaissances que l'observateur représente par des énoncés peuvent se manifester dans des décisions (théorèmes en actes) ou dans des communications (de questions, d'ordres ou d'informations) mais elles apparaissent clairement au sujet lui-même dans leur fonction de justification d'une prévision qui se substitue à une vérification empirique. Ce genre d'énoncé apparaît dans des types de situations dits de validation explicite ou de preuves.

BIBLIOGRAPHIE

BERTHELOT R. – SALIN M-H. (1992) *Représentation de l'espace chez l'enfant et enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire,* thèse Université de Bordeaux I.

BOLON J. coord. par (1997) *Pourquoi pas des mathématiques à l'école maternelle ?*, Cahier IREM Paris 7, **87**.

BROUSSEAU G. (2000) *Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire : l'étude de l'espace et de la géométrie*, Conférence invitée au Séminaire de Didactique des Mathématiques du Département des Sciences de l'éducation de l'Université de Crète à Réthymon

DOCUMENTS D'ACCOMPAGNEMENT *Vers les mathématiques : Quel travail en maternelle ?*

DOCUMENTS D'ACCOMPAGNEMENT *Espace et géométrie au cycle 2*

LEROYER L. (2005) *S'approprier le vocabulaire spatial et temporel par le « faire et le dire »*, Grand N n° 75, 31-43.

LURÇAT L. (1979) *L'enfant et l'espace, le rôle du corps,* ESF.

LURÇAT L. (1985) *Espace vécu, espace connu,* ESF.

APPRENTISSAGE DES SOLIDES AU CYCLE 3: PROPOSITION ET ANALYSE DE SITUATIONS PLACE DANS LA FORMATION

Jacques DOUAIRE
PIUFM IUFM de Versailles
Equipe ERMEL, INRP
Jacques.Douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN
PIUFM, IUFM Champagne Ardenne
Equipe ERMEL
Fabien.emprin@univ-reims.fr

Claude RAJAIN
PIUFM, IUFM Champagne Ardenne
Equipe ERMEL, INRP
Claude.rajain@wanadoo.fr

Résumé
Cet atelier présente des travaux sur les solides et les relations d'incidence issus de la recherche « Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3 » menée par l'équipe ERMEL de l'INRP. La question de l'appropriation par les enseignants, des problématiques et des situations est aussi abordée.

Ces dernières années, l'équipe ERMEL (INRP), formée par des Professeurs d'IUFM et des Maîtres-Formateurs de huit académies a travaillé sur les questions posées par les apprentissages géométriques au cycle 3 de l'école primaire dans le cadre de deux recherches successives : « Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3 » (1998/2001), puis « Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3 » (2001/2004). D'autres recherches récentes, auxquelles ont participé certains des membres de l'équipe, ont eu pour buts, pour l'une, d'expliciter les questions posées par la gestion des mises en commun par les enseignants débutants, et, pour l'autre, de comparer le rôle de l'argumentation dans différentes disciplines à l'école et au collège

Nous proposons pour cet atelier une réflexion et des échanges sur des travaux menés dans les classes et en formation sur le thème des solides. Nous avons choisi de privilégier ce domaine pour cet atelier, d'une part car deux d'entre nous, Fabien Emprin et Claude Rajain y ont plus particulièrement travaillé, et d'autre part, car ces questions n'avaient pas été abordées par notre équipe dans les précédents colloques de la COPIRELEM.

Cet atelier se compose de trois moments centrés sur :

- les problématiques de la recherche ;
- des questions spécifiques sur l'apprentissage des solides ;
- une analyse d'actions de formation initiale et continue.

I – PRESENTATION DE LA RECHERCHE

I – 1 Questions à l'origine de la recherche

L'enseignement de la géométrie au cycle 3 pose la question de son articulation d'une part avec les connaissances spatiales acquises antérieurement et d'autre part avec la construction progressive d'une géométrie déductive au collège. Aussi plusieurs interrogations sont à l'origine de notre recherche :

- Pour chaque concept (objet ou relation), quels aspects peuvent être abordés et quelles propriétés peuvent être institutionnalisées ? Qu'est-ce qui relève de chacun des niveaux du cycle ?

- Quelle place donner à la résolution de problèmes dans ces apprentissages, dans la mesure où nous constations que la géométrie enseignée se réduisait parfois au vocabulaire et aux tracés?

- Comment introduire l'usage d'un instrument de géométrie (équerre,…) ? Quand recourir à tel ou tel vocabulaire géométrique ?

- A quel type de validation les élèves du cycle 3 peuvent-ils accéder ? Les méthodes de validation des productions des élèves pouvant évoluer de la vérification pratique (superposition de figures…), au recours à la mesure, mais aussi à l'élaboration de raisonnements basés sur des propriétés mathématiques.

I – 2 Objet de la recherche

L'objet de la recherche était double :

- Analyser les compétences des élèves et conduire des investigations plus précises sur le rôle de l'utilisation de l'argumentation dans la construction des connaissances.

- Élaborer des dispositifs d'enseignement pour l'ensemble du cycle 3 prenant en compte ces connaissances initiales, spatiales ou géométriques, ainsi que les significations des concepts, et recourrant à la résolution de problèmes.

I – 3 Éléments de méthodologie

Élaborer des réponses à ces questions nous a conduit à :

- Analyser le savoir géométrique, en particulier les significations des différentes notions (objets, relations et leurs propriétés) et les problèmes susceptibles de développer l'apprentissage de ces notions, en nous appuyant sur des travaux existants.

- Repérer les connaissances initiales des élèves.

- Organiser l'enseignement sur l'ensemble du cycle en privilégiant pour les deux premières années du cycle, l'étude des objets géométriques à partir de celle des relations.

- Élaborer des situations didactiques et les expérimenter dans de nombreuses classes de différentes académies et de divers milieux sociaux. Ces expérimentations qui se sont déroulées sur plusieurs années ont conduit à des modifications des situations (et des abandons…) liées aux résultats obtenus et aux questions émergentes.

- Rédaction de ces propositions pour les enseignants et les formateurs.

I – 4 Articulations avec les connaissances spatiales des élèves

Les connaissances spatiales concernent l'espace sensible ; elles permettent à l'enfant de maîtriser ses rapports usuels avec cet espace, rapports qui sont contrôlés par la perception. Liées à l'expérience, elles s'acquièrent à l'école depuis la maternelle (repérage, positions relatives d'objets, parcours…), mais aussi pour certaines d'entre elles en dehors de tout enseignement. Les connaissances géométriques portent sur des objets idéaux, mais qui ont des représentations dans l'environnement familier des élèves. La géométrie entretient donc des liens complexes avec l'espace physique qui nous entoure. Ce double aspect de la géométrie : modélisation de l'espace sensible et théorie mathématique composée d'un ensemble d'énoncés, est présent dans la géométrie enseignée au cycle 3 : les élèves peuvent élaborer ou utiliser des modélisations de situations spatiales à l'aide de dessins ou de tracés, cette modélisation pouvant ou non s'appuyer sur des relations géométriques. Cet espace sensible étant analysable en différents espaces : le micro-espace, le méso-espace, le macro-espace[1].
En outre, quand des objets théoriques sont représentés par l'élève sur sa feuille de papier, ou quand il schématise des objets du monde sensible, l'élève travaille dans un domaine bien particulier, que nous appelons le domaine spatio-graphique. Il s'agit d' un espace que l'élève contrôle, en partie du moins, par la perception et qui est constitué à la fois d'un ensemble d'objets spatiaux, d'un ensemble de représentations d'objets de l'espace sensible et d'un ensemble de représentations des objets théoriques. Dans les activités que nous proposons, nous utiliserons le domaine spatio-graphique à la fois comme domaine de représentation d'objets théoriques (sans pour autant vouloir dire que les élèves sont dans la théorie) et comme un domaine de représentations d'objets spatiaux usuels. Dans certains cas, le domaine spatio-graphique pourra être alternativement le « papier-crayon » et l'écran de l'ordinateur (ce dernier pouvant avoir des caractéristiques spécifiques).

Nous proposons un travail effectif dans l'espace sensible qui permet d'y développer des significations importantes des concepts géométriques (par exemple, le contrôle d'un alignement par la visée). Certains problèmes peuvent être résolus par une modélisation sur la feuille de papier, que cette modélisation soit à la charge de l'élève ou fournie par le maître. Les connaissances géométriques sont alors enrichies en devenant des outils

[1] En référence aux travaux de R. Berthelot et M.-H. Salin

nécessaires à la résolution de problèmes spatiaux. Toutefois nous pensons que le recours au méso-espace pour motiver l'étude d'une notion peut générer des procédures qui ne sont pas transférables dans le domaine spatio-graphique. Par conséquent, la modélisation de situations dans le méso-espace ou le macro-espace ne constitue pas pour nous, par principe, un passage obligé : les progressions dans l'étude des connaissances géométriques sont en relation avec les significations des notions étudiées et leur organisation, et pas simplement avec les expériences sensibles potentielles. Des activités sont néanmoins proposées dans l'espace usuel (de la cour ou de la classe) de façon à confronter les élèves avec les connaissances particulières se rapportant à la maîtrise de ces espaces.

I - 5 Objets et relations

Les constituants des savoirs géométriques sont notamment :

I – 5.1 Les objets

Les « objets » : un point, un segment, une droite, un rectangle, un pavé… termes qui peuvent désigner aussi bien des objets théoriques que des objets matériels existant dans l'espace sensible, ou qui peuvent être spécifiques de la théorie (segment) ou de l'espace (trait, bord). Par ailleurs, certains objets (droite) n'ont d'existence que dans la théorie.

Une simple étude d'un objet spatial ne sera pas très riche si les relations entre les éléments le composant ou entre cet objet et d'autres n'interviennent pas dans la résolution de problèmes. Par exemple, un cube peut être étudié du point de vue :

- de ses faces, de ses arêtes, de ses sommets, des relations que ces objets entretiennent entre eux dans le cube

- de ses relations avec d'autres objets, qui ne sont pas des cubes (d'autres polyèdres par rapport à leur nombre de faces), ne sont pas des polyèdres, ou sont d'autres cubes que le cube étudié (comparaison des faces, des arêtes…).

Aussi, nous avons fait le choix d'organiser les apprentissages en entrant par les relations, parce que nous estimons que c'est un moyen d'inciter les élèves à passer :

- du global à l'analytique pour la résolution de problèmes, ce que la simple description des objets perçus n'induit généralement pas ;

- du spatio-graphique au « théorique » parce que l'évidence spatiale est moins présente et que les jugements « théoriques » sont nécessaires.

I – 5.2 Les relations

Ce terme est pris dans son sens habituel en mathématiques et désigne des liens de la théorie pouvant exister entre les objets. Pour chaque relation, nous distinguons plusieurs significations qui peuvent faire appel à des propriétés du domaine théorique. Prenons l'exemple du parallélisme. Deux droites distinctes sont parallèles :

- si elles n'ont pas de point commun (incidence) ;

- si leur écart est constant (distance) ;

- si elles ont la même direction ou si elles ont la même orientation par rapport à une droite donnée (angle) ;

- si elles ont une perpendiculaire commune (perpendicularité) ;
- si l'une est l'image de l'autre par une translation ;
- si elles sont supports de côtés opposés d'un quadrilatère familier…

Nous ne pensons pas qu'il suffise de résoudre des problèmes relevant de chacune des significations d'une relation (et encore moins d'une seule !) pour en garantir l'acquisition. C'est pourquoi il nous a fallu compléter ce travail, en proposant, essentiellement au CM2, des problèmes de synthèse qui sollicitent plusieurs de ces relations ou qui sont relatifs aux propriétés des objets ; mais cet apprentissage suppose aussi de découvrir et de stabiliser, au cours de l'étude d'une relation, un vocabulaire spécifique, des propriétés, des techniques instrumentales, qui sont rencontrés ou institutionnalisés selon les situations.

Si l'ensemble des situations d'apprentissage que nous proposons est organisé autour des relations sur les deux premières années du cycle, cela ne veut pas bien sûr dire que les objets du plan sont oubliés. Les propriétés des objets sont analysées au CE2 et au CM1 dans le cadre du travail sur les relations et ils sont étudiés, pour eux-mêmes, plus systématiquement au CM2. En effet, nous pensons que les différents savoirs concernant les objets et les relations ne peuvent être appris indépendamment les uns des autres

I - 6 La question de la validation

Comme nous l'avons énoncé au début de cet atelier, les « géométries » rencontrées au cycle 3 diffèrent par le type de connaissances mais aussi par les types de validation spécifiques à chacune : la validation pratique (par exemple, plier ou déplacer deux figures pour vérifier qu'elles sont superposables), le recours à des mesures, le recours à des raisonnements et à des propriétés. La simple perception, ou le recours à une validation pratique ne remettent pas toujours en cause des procédures erronées pouvant aboutir à des productions apparemment satisfaisantes ; en effet, les élèves en restent parfois à l'évidence de la perception visuelle ou interprètent des erreurs comme n'étant que des imprécisions de mesure ou de tracé. De plus, une production erronée peut être seulement le résultat de difficultés techniques de tracés malgré un recours explicite à des connaissances appropriées,

Au cycle 3, plusieurs types de preuve vont donc coexister, parfois chez le même élève, en fonction de la situation. L'objectif ne nous semble pas tant d'éliminer les critères liés à la validation pratique que de permettre aux élèves d'appréhender les différences entre ces preuves.

Par ailleurs, les procédures de résolution réellement utilisées sont parfois difficiles à formuler par les élèves car elles s'appuient non seulement sur des techniques, en relation ou non avec des savoirs institutionnalisés dans la classe, mais aussi sur des images mentales, des actions ou des gestes fugaces dont ils n'ont pas toujours conscience. Le passage à une validation fondée sur les propriétés (la réponse à la question « Est-ce que c'est juste et pourquoi ?») ne peut pas toujours être obtenue par l'explicitation des procédures. Les élèves doivent alors recourir à un discours en partie dégagé de l'action et qui mette en évidence les relations ou les propriétés. C'est alors qu'il nous paraît nécessaire de mettre en place des débats argumentatifs entre les élèves pour discuter de la validité des réponses obtenues en différant la validation pratique.

Il nous paraît donc utile de différer la validation pratique et de commencer la phase de validation par un débat sur les productions. La fonction des « mise en commun » est de permettre aux élèves de formuler leurs résultats, et donc d'en prendre conscience, de préciser, à la demande, les termes employés, mais aussi de critiquer leurs solutions et celles des autres élèves, c'est-à-dire de juger par eux-mêmes de leur validité. La validation qui s'appuie sur l'analyse, permet donc, dans certains cas, de remettre en cause une conception ou une procédure et ainsi de développer ou réinvestir une connaissance ou une procédure.

Notre recherche nous a donc conduits à expliciter des questions posées par cette coexistence et à élucider des choix concernant la validation proposée dans les situations didactiques, en particulier relativement aux limites de la validation pratique et aux difficultés liées à la critique des procédures. Nous avons aussi expérimenté des situations rendant possible, voire pour certaines nécessaire, le recours à une validation fondée sur des raisonnements et dégagée de la mesure.

II – APPRENTISSAGE DES SOLIDES AU CYCLE 3, PROPOSITIONS ET ANALYSE DE SITUATIONS.

II – 1 Précisions concernant le 3D

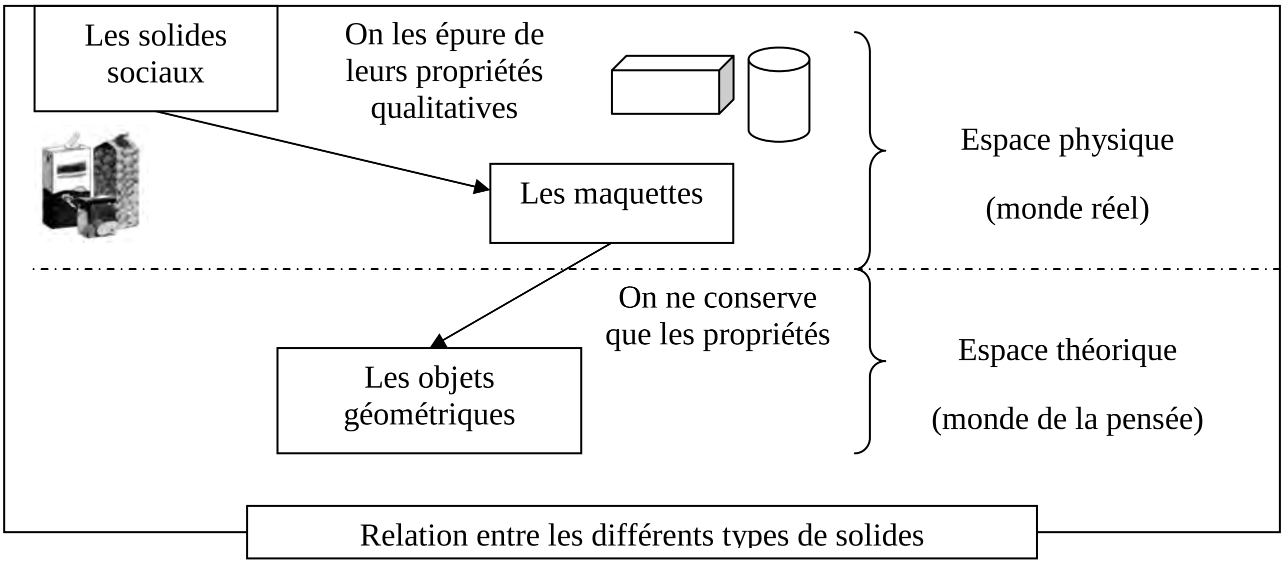
Rappelons d'abord quelques termes qui permettent d'identifier les objets sur lesquels les élèves travaillent et les obstacles qui y sont associés.

- Nous parlerons de solides, en conservant le sens physique du terme, pour décrire tous les objets matériels en trois dimensions. On peut en donner la définition suivante : au cours de tous les déplacements, la distance entre deux points quelconques d'un solide est constante ; en fait, il s'agit d'objets matériels rigides. Parmi ces solides, nous distinguerons les solides sociaux et les maquettes.

- Nous parlerons de solides sociaux pour les objets qui existent dans le monde physique environnant : les boîtes, les emballages, les meubles, les constructions, etc…

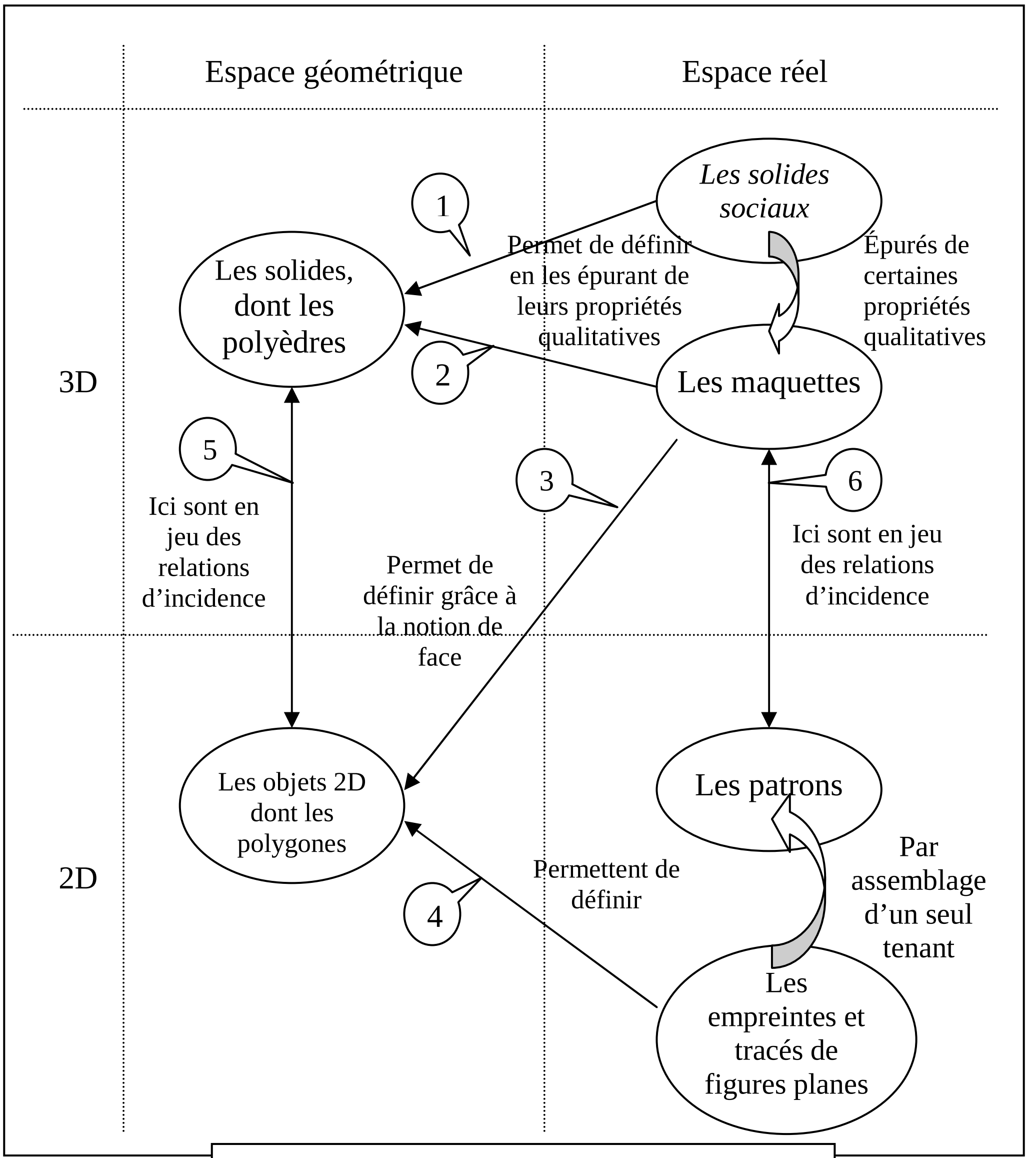
- Les maquettes peuvent être considérées comme des représentations d'objets mathématiques ou comme un solide social épuré de propriétés qualitatives. Pour élaborer ces objets, on a cherché à éliminer un certain nombre de propriétés, en particulier son usage, son contenu, etc. On demandera aux élèves de faire également abstraction de la matière et de la couleur.

- Les objets mathématiques sont des objets théoriques, ils sont définis comme une portion de l'espace géométrique ; parmi eux, nous trouverons les polyèdres, délimités par des faces polygonales tels le cube, les prismes, les parallélépipèdes, etc.



Relation entre les différents types de solides

Le schéma ci-dessous présente les relations entre les différents objets auxquels les élèves sont confrontés. Le commentaire qui suit permet de définir les apprentissages liés au travail sur les objets 3D.



Relations entre les différents objets

Les relations 1 et 2

Les élèves doivent s'abstraire des propriétés qualitatives des solides sociaux et des maquettes pour considérer les objets géométriques comme un ensemble de propriétés.

Par exemple, l'élève doit être capable de désigner par le terme « cube » tous les solides qui ont six faces carrées.

Ici, interviennent des propriétés « numériques », telles que le nombre de faces, de sommets, d'arêtes (d'ailleurs régies par la relation d'Euler $s + f - a = 2$ avec s nombre de sommets, f de faces et a nombre d'arêtes).

L'élève doit être capable de caractériser les solides aux moyens de ces propriétés numériques et de la nature des faces.

Les relations 3 et 4

Il s'agit de définir les polygones comme faces des polyèdres.

Cette approche a plusieurs avantages :

- on diminue l'émergence des phénomènes liés à la présentation exclusive dans la feuille de papier, telle que la reconnaissance de figures par leur aspect dans une certaine position.

- dans cette approche, la figure plane n'est pas vue comme un ensemble de traits. En effet, la face du polyèdre a une frontière sans épaisseur, on se rapproche de la notion de ligne d'épaisseur nulle (une dimension). Il peut y avoir deux types d'empreintes, permettant de faire le lien avec les polygones : celle qui est obtenue en imprimant de la pâte ou du sable et celle obtenue par le tracé du contour.

Les relations 5 et 6

Les relations d'incidence sont, d'une part, les relations métriques entre les différentes faces du solide et, d'autre part, les degrés des sommets (nombre d'arêtes jointes par un sommet). Pour accoler deux faces, les côtés concernés doivent être de même longueur.

L'élève doit être capable d'identifier les faces accolées dans un solide et de déterminer que pour cela les côtés concernés sont nécessairement de même longueur.

Pour réaliser un patron, l'élève peut plier et déplier mentalement le solide (effectuer des rotations axiales dans l'espace « en acte », c'est-à-dire sans l'interpréter comme tel mathématiquement) ou encore mettre en œuvre les relations d'incidence de façon théorique.

Le travail sur les solides s'appuie donc principalement sur le travail autour de l'approche des solides par leurs propriétés mathématiques et sur les relations d'incidence, donc de la notion de patron. L'approche des polyèdres par les polygones intervient dans le travail sur les patrons sans être un axe spécifique de notre travail.

Parallèlement à cette analyse sur les relations entre objets se pose également le problème de la représentation des objets.

C'est grâce aux procédures employées par les élèves que nous allons déceler si les représentations qu'ils ont des objets sont de l'ordre du spatial (carré comme ensemble de « traits ») ou de l'ordre du géométrique (carré comme ensemble des propriétés qui le définissent). Par exemple, si un élève utilise les propriétés d'une figure pour résoudre un problème lorsque la situation n'incite pas à y faire appel, on peut penser que l'élève voit cet objet par ses propriétés géométriques.

II – 2 Nos idées forces au sujet du contenu :

- Les relations « numériques » servent de passage entre les objets spatiaux et les objets idéaux.
- Le vocabulaire n'est pas une priorité, mais un outil à la communication.
- La représentation n'est pas une priorité, mais il est possible de la mettre à l'œuvre dans des situations de communication.

- Les maquettes permettent la construction « d'images mentales ».
- Le travail sur les patrons permet de proposer des problèmes intéressants (minima de papier).

II - 3 Nos idées-forces au sujet des situations:

- L'approche des concepts d'objets mathématiques en épurant les objets physiques de leurs propriétés qualitatives.
- Le travail sur les relations d'incidences et la notion de patron.
- Une approche de la représentation plane des objets 3D par la prise en charge du conflit entre le « VU » et le « SU ».(nous nous appuyons sur les travaux de F. Colmez et B. Parzysz qui proposent une analyse en fonction de deux pôles antagonistes: le « VU » et le « SU ». Le schéma ci-dessous est sensé la résumer)

Conflit cognitif

Le SU

Le percept, ce que je VOIS du solide.

La nécessaire prise de conscience, que je dois « transiger » entre des informations contradictoires…

Le VU

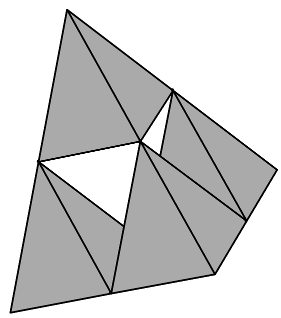
Le concept : ce que je SAIS du solide : formes géométriques des faces, symétries, etc.…

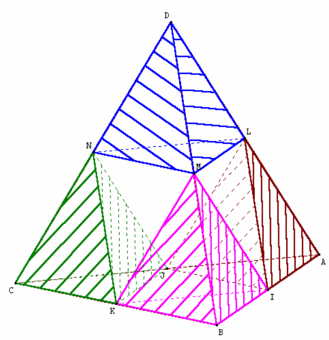
Trois types de situations:

- Des situations d'action pour résoudre des problèmes spatiaux.
- Des situations de communication ou de description.
- Des problèmes ouverts…

II - 4 Un exemple : « le grand tétra »

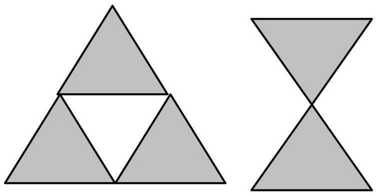
Problème : « Quatre tétraèdres posés l'un sur l'autre par les pointes, forment un grand tétraèdre avec un « trou » de forme octaédrique (cf. représentations 3D ci-contre). Il s'agit de construire le patron de ce solide « virtuel » afin de boucher le « trou ».



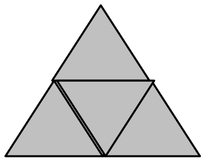


La situation se déroule en 3 temps :

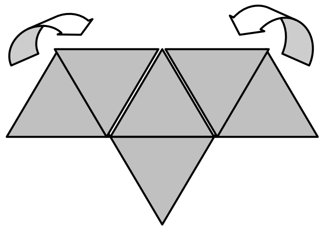
- Les élèves font un schéma du patron qu'ils souhaitent réaliser.
- La mise en commun sert à débattre de la validité des schémas proposés.
- Les élèves recopient au propre leur patron avec un gabarit et bouchent le trou.



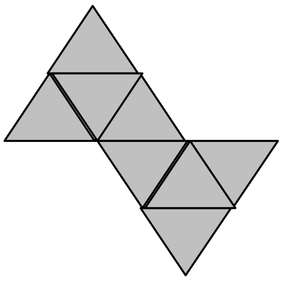
P1 -L'élève cherche à boucher les « trous » des faces



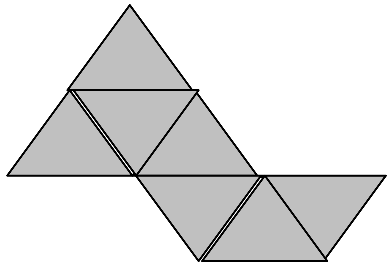
P2 Construction de tétraèdres



P3 - Il replient et bouchent les trous



P5 - Résultat correct obtenu soit par assemblage de deux patrons de tétraèdre soit par comptage des faces



P3 - Patron correct : les élèves disent nous avons oublié de compter « le fond »

La spécificité de la situation :

- Situation de synthèse autour du concept de patron,
- Mise en commun préalable à la validation,
- Utilisation du schéma pour augmenter les possibles et limiter le temps de construction.

II - 5 Les autres situations:

Devinez le solides (CE2) : Trouver un solide dans un lot ; c'est une situation de communication.

Habiller le solide (CE2) : C'est trouver les bonnes faces d'un solide ; c'est également une situation de communication.

Construire un solide (CE2) : Déterminer les bonnes faces dans un catalogue afin de construire un solide identique ; c'est encore une situation de communication,

Représenter le solide 1 (CE2) : Dessiner un solide pour le reconnaître dans un lot.

Assemblons les faces (CM1) : Construire un solide à partir d'une représentation plane. Aborder la notion de patron.

Patrons de solides (CM1) : Chercher le maximum de patrons du cube.

Cube tronqué (CM1) : A partir d'un solide non-usuel, communiquer la procédure de construction à partir d'un schéma.

Boucher le trou 1 (CM1) : Trouver le solide qui bouche un trou. Faire le schéma du patron (pyramide).

Patron de pavé (CM2): Reproduire un pavé non accessible directement à l'identique.

Boucher le trou 2 (CM2): C'est l'exemple « Grand Tétra » décrit ci-dessus.

Représenter un solide 2 (CM2): C'est une situation de communication. Il s'agit de faire le schéma d'un solide afin qu'un autre puisse le construire avec un matériel donné (cette situation est sensée commencer à gérer le conflit décrit par le schéma du paragraphe II-1).

III – REFLEXION SUR L'UTILISATION DES SITUATIONS EN FORMATION

Le champ de l'analyse des formations est encore assez peu exploré, ainsi l'enjeu de cette partie est de mener une première réflexion sur l'utilisation en formation de la programmation ERMEL concernant les objets 3D. Cette réflexion est empirique et doit servir de point de départ. Nous commençons par un exemple de situation basée sur l'homologie puis nous analysons les travaux soumis par des stagiaires pour la validation de leur formation.

III – 1 Un exemple de formation par homologie – la situation « communiquer le solide »

Nous analysons en particulier le premier module de formation des PE2 du centre IUFM de Châlons en Champagne. L'exemple choisi ici est une base pour la discussion. L'analyse qui en est faite est principalement empirique, elle n'est pas issue de travaux de recherche (en particulier, elle ne se situe pas dans le cadre du travail de l'équipe ERMEL) et doit être considérée comme une expérience de formateurs. Ainsi l'enjeu n'est ni de proposer un modèle ni même de tirer des généralités de cette expérience.

En 2006-2007, le premier module de formation en didactique des mathématiques à l'IUFM de Champagne Ardenne a pour objectif de travailler sur la situation d'apprentissage. Le ou les thèmes sur lesquels portent ce module ont été laissés au choix des formateurs de chaque centre. L'évolution de la formation des PE2 et en particulier le Stage Filé (SF) ont amené les formateurs du centre de Châlons en Champagne à choisir de faire porter ce premier module sur la géométrie. En effet, la répartition des différentes disciplines d'enseignement entre stagiaire et directeur déchargé amène les stagiaires à enseigner principalement la géométrie durant ce SF. Le fait que le centre IUFM concerné n'ait que deux classes de PE2 en formation exclut un regroupement des stagiaires par cycle, le module n'est donc pas attaché à un cycle. Enfin le choix de commencer par le travail sur le 3D est guidé par deux idées : la première est pragmatique et stratégique : plus les stagiaires sont formés tôt dans l'année plus ils ont de temps pour fabriquer et récolter le matériel nécessaire au travail dans l'espace et pour mettre en œuvre cette partie du programme souvent reléguée à la fin de l'année ; la seconde est plus didactique et lié au travail de l'équipe ERMEL, c'est l'idée que le travail sur le 2D découle du travail sur le 3D, qu'il est plus simple de passer du solide à la face du solide et enfin à la figure plane. Enfin, les formateurs ont choisi d'aborder la situation d'apprentissage en commençant par les situations de communication au sens de Brousseau (1987). Ce type de situation est apparu comme plus propice à une réflexion sur les situations d'apprentissage que les autre types de situations (action ou validation). Les caractéristiques des situations de communication semblent moins subtiles à appréhender que les autres types de situations problèmes. Il semble aux formateurs que l'a-didacticité y est plus facile à percevoir (sans pour autant que nous puissions argumenter cette idée ou l'étayer par des références théoriques).

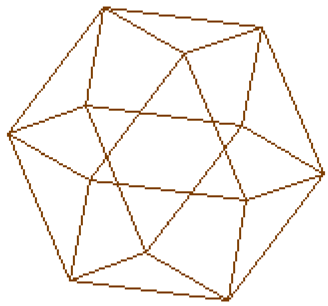
La situation de formation proposée est une situation d'homologie au sens de Houdement et Kuzniak (1996), Kuzniak (1994). Nous explicitons le processus de formation au stagiaire en développant l'idée de situations « pas de côté ». Nous les invitons à vivre une situation en tant qu'élève, c'est-à-dire à faire un pas de côté par rapport à leur statut d'enseignant. La situation peut être plus ou moins adaptée de la situation réelle se trouvant dans le travail du groupe ERMEL. Le cas échéant, la situation est une transposition de la situation « communiquer le solide » (ERMEL - 2006). Une fois le travail réalisé, les stagiaires font à nouveau un pas de côté pour revenir en position d'enseignants et analysent la situation qu'ils ont vécue, les procédures qu'ils ont mises en œuvre. Le travail se termine par l'analyse de la situation en terme d'enjeu didactique, de compétences travaillées et de type de situations d'apprentissage. Elle peut alors déboucher sur la construction de situations pour les élèves. Dans l'exemple que nous présentons, les concepts didactiques en jeu sont principalement l'opposition entre le VU et le SU tiré des travaux de Colmez et Parzysz (1993).

La situation proposée aux stagiaires en position d'élèves est la suivante : un stagiaire est derrière le tableau avec une vue en perspective d'un solide (il s'agit d'un solide archimédien obtenu par troncature du cube : le cuboctaèdre - voir dessin 1). Ce solide est choisi suffisamment complexe pour que les stagiaires n'en connaissent ni le nom, ni les caractéristiques. Les autres stagiaires sont répartis en groupes de quatre. Dans chaque groupe, deux stagiaires ont le matériel « solide avec paille »[2] de Fernand Nathan et deux autres ont le matériel « Plot »[3] de l'AMPEP d'Orlean-Tours. Les groupes doivent poser des questions fermées au stagiaire de façon à pouvoir construire le solide avec le matériel donné. Afin de mettre un enjeu supplémentaire et de limiter le nombre de questions, une contrainte supplémentaire est ajoutée : Les stagiaires ont 30 points au départ. Une question fermée coûte 1 point, une question numérique 3 points, une demande de validation 5 points, une question à laquelle il n'est pas possible de répondre soit par « oui » ou « non » ou par un nombre coûte 5 points. Il faut alors réaliser le solide en conservant le maximum de points. Les questions sont posées par écrit pour garder une trace de l'activité des stagiaires.

---

[2] Le matériel est constitué de pailles de différentes longueurs qui sont reliables par des sommets de différentes puissances (2, 3, 4 et 5).

[3] Ce matériel est constitué de faces en cartons. Les formes présentes sont un carré, un rectangle constitué de deux carrés, un triangle équilatéral de même côté que le carré, un pentagone régulier également de même côté. Ces faces ont des bords qui permettent de les attacher par un élastique. Les polyèdres dans l'espace; les dossiers du PLOT. MARS 1987. PLOT APMEP d'Orléans-Tours.



Dessin 1 : la représentation en perspective fournie au stagiaire

III – 2 Quels enjeux pour la situation de formation proposée ?

Lors des mises en œuvre de cette situation, il apparaît invariablement des erreurs dans l'appréhension de la perspective par le stagiaire derrière le tableau. Il n'envisage pas que lorsqu'il voit un rectangle sur sa feuille, il peut s'agir d'un carré dans l'espace. Il en est de même pour les triangles isocèles dessinés qui peuvent être en fait des triangles équilatéraux dans l'espace. Alors qu'avec le matériel Fernand Nathan il est possible de construire un solide avec des rectangles et des triangles isocèles, cela est impossible avec le matériel plot. Les stagiaires sont donc confrontés à une impossibilité de construction et à un blocage de la situation. Cela amène l'émetteur à modifier des réponses. Cette situation met donc en lumière l'opposition entre le VU et le SU. Le stagiaire voit que ce sont des rectangles mais sa connaissance des solides et de la perspective doit l'amener à identifier que ce peut être la représentation en perspective de carrés dans l'espace. Au travers de cette situation, les stagiaires sont amenés à réfléchir à la notion de situation de communication, au rôle des variables didactiques (ici principalement le choix du solide pour l'émetteur et la façon dont il y accède, celui du matériel pour le récepteur et le type de communication).

Cette situation peut être considérée comme un peu « brutale » dans le sens où elle met les stagiaires en difficulté, certains peuvent même penser qu'il s'agit d'un « piège ». Certains formateurs peuvent craindre que cette situation ait des effets pervers en laissant penser aux futurs enseignants que puisque eux-mêmes ont eu des difficultés, la situation est impossible à mener avec des élèves. Ces questions font apparaître un des biais de la situation d'homologie en elle-même : quand les compétences des stagiaires sont assez proches de celles des élèves (c'est le cas pour les TICE), il risque d'y avoir confusion entre les savoirs professionnels qui sont l'enjeu de la formation et les savoirs d'enseignement. Le stagiaire, ayant à gérer en même temps les deux types d'apprentissages, n'arrive pas à prendre suffisamment de distance pour analyser le processus d'enseignement-apprentissage. Dans l'exemple que nous exposons, il ne s'agit pas d'une situation à destination des élèves, elle est transposée pour les enseignants, ce qui permet de mener une réflexion, a posteriori, sur les choix de variables pour les situations d'enseignement. La situation débouche d'ailleurs sur une production par les stagiaires d'un tableau de présentation des choix possibles dans les variables de situations de communication que nous avons intitulé mille milliards de situations en faisant référence au grand nombre de possibilités de situations différentes qu'il fait apparaître. Nous donnons deux exemples de productions des stagiaires en annexe 1 (pour des stagiaires de formation continue) et 2 (pour des PE2).

Une fois le tableau construit, les stagiaires analysent la situation tirée de ERMEL nommée « communiquer le solide ». Nous nous appuyons sur des travaux d'élèves que les stagiaires classent par type de stratégie de gestion de l'opposition VU – SU : les patrons, les vues (une ou plusieurs), les parties cachées assumées et les associations de plusieurs représentations incluant par exemple le détail du matériel

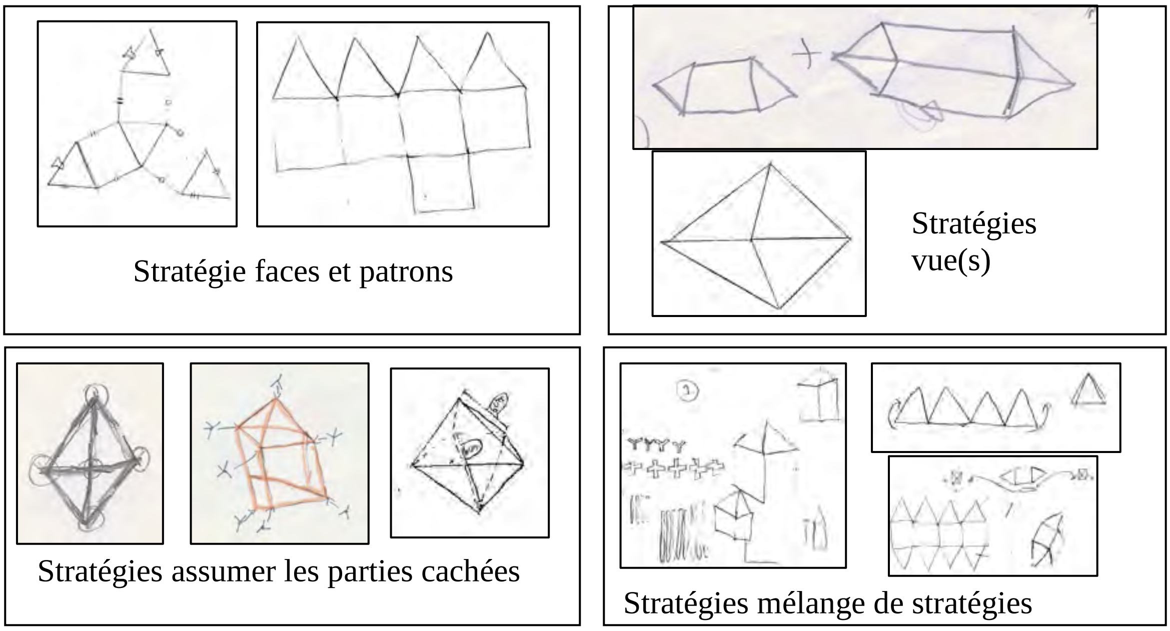


Schéma 1 : classification des stratégies de gestion de l'opposition VU – SU

Il s'agit à présent d'ébaucher une analyse de l'impact de cette formation sur les pratiques des stagiaires.

III – 3 Le travail sur le 3D dans les travaux des stagiaires

Il apparaît dans les discussions avec les stagiaires, en particulier dans le cadre des séances d'aide à la préparation des stages et dans celles d'analyse de pratique que ces derniers mettent en œuvre des situations de communication autour des solides. Les demandes de prêt de solides en témoignent également. Néanmoins, ces séances ont été assez peu utilisées comme support à la validation des compétences professionnelles et déposées dans le Carnet de Bord Informatisé (voir Communication de Lagrange et Emprin dans ces mêmes actes). Il y a 7 dépôts sur une cinquantaine environ qui concernent le 3D. Quatre travaux relèvent de l'utilisation de la grille des variables des situations de communication : deux sur le jeu du portrait en CE1 (poser des questions à un groupe d'élèves qui voient un solide de façon à le retrouver parmi un lot) et deux sur des activités de communication de solide en GS et en CP (communiquer un solide que l'on a touché dans un sac opaque de façon à ce que les autres élèves le reconnaissent parmi un lot). Deux autres travaux révèlent des difficultés à prendre du recul par rapport à l'ouvrage ERMEL. Le premier travail porte sur les patrons et le second sur une progression autour du 3D. Dans ces deux cas, les stagiaires exposent ce qui se trouve dans l'ouvrage ERMEL et éprouvent des difficultés à argumenter ces choix. Enfin un travail sur une évaluation sur les « solides » en cycle 3 est proposé. Le support, uniquement 2D, est relativement classique, les questions du formateur appelé à évaluer les compétences professionnelles montre que le stagiaire n'a pas proposé de lien entre le dispositif d'évaluation et les compétences qu'il pourrait évaluer.

PERSPECTIVES

La recherche actuelle conduite par l'équipe ERMEL porte sur deux objets en relation : les apprentissages géométriques au cycle 2, dans la continuité des problématiques et résultats de la recherche précédente menée au cycle 3 et l'analyse des apports de dispositifs s'appuyant sur des outils informatiques (logiciels de géométrie dynamique en particulier) dans les apprentissages géométriques au cycle 2 et au cycle 3.

En ce qui concerne la formation des enseignants, les travaux proposés à l'évaluation par les stagiaires sont en décalage avec notre ressenti d'une assez importante utilisation des situations de communication de solides en classe. Dans les validations, le domaine numérique est majoritairement traité. Il est difficile d'émettre des hypothèses basées sur un constat aussi limité, ainsi nous présentons quelques questions. La démarche d'homologie est-elle, comme certains le supposent, mal adaptée et induit-elle des craintes ? En particulier, le manque d'expertise souligné par la situation de formation les amène-t-ils à proposer des validations sur des domaines plus sécurisants ? L'appropriation des situations de communication est-elle malgré tout réelle pour les stagiaires ? Cela sous-entendrait que l'enjeu de la validation de l'année et la titularisation qui en découle conduisent à des stratégies de repli vers des domaines plus sécurisants mais que, toutefois, les situations de formation ont un réel impact sur les pratiques professionnelles des stagiaires. Enfin, quels dispositifs permettraient une meilleure prise de distance avec les dispositifs proposés par l'équipe ERMEL ? Nous n'avons que peu exploré le travail d'analyse de pratiques issu des travaux de Altet (2000) et Perrenoud (2002) (2003) ainsi que celui sur la formation de praticiens réflexifs en référence aux travaux de Schön (1994). Ces pistes restent donc à explorer.

ANNEXE 1 -

JEU SUR LES VARIABLES DIDACTIQUES DANS LES SITUATIONS DE COMMUNICATION DE GEOMETRIE

Stage FC

Variables de départ				type de communication		variables d'arrivée	validation
Objet choisi	Par qui est-il choisi?	Manière de prendre l'information	prise d'information	vecteur de communication	Retro control	Type de production	
Les solides sont sociaux CII	Maître	**TOUCHER**	Voir pendant la description	**MIMER**	oui	Réaliser un patron	Par reprise des critères.
des maquettes	élève	Voir Dessin	Ne pas voir pendant la description	Dessiner	non	Choisir parmi un lot de patrons plusieurs choix possibles	Comparaison avec le modèle.
3 vues (dessin industriel) + tard		Voir Solide	un référent qui va prendre des informations	Construire		Dessiner	
des représentations Schéma		mesurer	une personne qui décrit pour tous : l'enseignant	**MODELER**		Réaliser partir d'un patron (carton ou papier)	
des représentations Perspective			une personne qui décrit pour tous : un élève	Patrons		Réaliser : Fernand Nathan Travail la notion d'arête et de puissance de sommet	
Taille de l'objet, matière				Mécanos		Réaliser : Plot, Clixi et Polydron Travail sur la nature des faces et les relations entre les faces	
				Assembler des solides		**REALISER : MODELER**	
				Questions fermées			

EN MAJUSCULE : PLUTOT C2 MAIS RIEN N'EMPECHE DE LE FAIRE EN C3 SURTOUT AU CE2

En grisé : a priori non pris en charge par l'école élémentaire

ANNEXE 2

Tableau de synthèse : les variables didactiques des situations de communication

Groupe PE2 –B2 2006-2007

Objet	Emetteur			Vecteur	Rétroaction	Temps	Récepteur		Validation
	Nombre	Modalité	Prise d'informations				Nombre	action	par
3D • sociaux • complexes • maquettes • déformables *dessin* • perspectives • vues Description • Écrite • orale	• seul • à 2	• choix • ou non	• vue + toucher • vue • toucher	- Parler - Mimer Questions fermée - Chaîne - Dessin - Mots limités ~~- Ecrire~~ - Limiter questions (nb, points) - Modelage	• oui • non	• limité • non	• seul • plusieurs	• dessine • modèle • construit • (légo, clixi, plot…) • programme de construction • choisir dans un lot	• émetteur • enseignant • comparaison • prise d'informations

BIBLIOGRAPHIE

Altet M., 2000, L'analyse de pratiques : une démarche de formation professionnalisante ?, *Recherche et Formation*, n° 35, pp. 25-41

Agaud Henri-Claude.,1998, *Problèmes et milieux a-didactiques, pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier -crayon et Cabri-géomètre* Thèse, Université Joseph Fourier (Grenoble-I).

Brousseau G., 1987, « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol 7 / 2, La Pensée Sauvage.

Colmez F. et Parzysz B., 1993, Le VU et le SU dans l'évolution de dessins de pyramides du CE2 à la seconde, in Espaces graphiques et graphismes d'espace, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, coordonné par Annie BESSOT et Pierre VERILLON, La Pensée Sauvage.

Equipe ERMEL, 2006, *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3* (609 p. Hatier).

Houdement C. et Kuzniak A., 1996, Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 16/3, La Pensée Sauvage.

Kuzniak A., 1994, Paradigmes et espaces de travail géométriques, Thèse de doctorat, Université Paris VII - Denis Diderot.

Parzysz B, 1989, Le vu et le su , *Bulletin APMEP*, n°364.

Perrenoud P., 2002, Adosser la pratique réflexive aux sciences sociales, condition de la professionnalisation, *Conférence d'ouverture École d'été des IUFM du Pôle Grand Est* Arras, 3-5 juillet 2002, Accessible en ligne : http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/textes.html lien vérifié le 07/09/07

Perrenoud P., 2003, L'analyse de pratiques en questions, *In Cahiers Pédagogiques*, n° 416, Accessible en ligne : http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/textes.html lien vérifié le 07/09/07

Porcheron J.-L., 2005, Comparaison d'objets géométriques au cycle 3 de l'école élémentaire, *Repères IREM* n°58.

Schön D.-A., 1994, *le praticien réflexif*, traduit par Heynemand J. et Gagnon D les éditions logique. traduit de «the reflexive practitionner », (1983), basic book inc. U.S.A.

PLIAGES ET CONSTRUCTIONS A LA REGLE ET AU COMPAS

Françoise JORE
Maître de conférences, UNIVERSITE CATHOLIQUE DE L'OUEST, ANGERS.
Didirem Paris 7 & Cream UCO
jore@uco.fr

Résumé
La proposition qui est faite ici consiste à exploiter un travail autour de deux types d'activités : d'une part des pliages, nécessitant la mise en œuvre consciente de propriétés géométriques, d'autre part des constructions à la règle et au compas avec la rédaction et la justification des scénarios de construction correspondants. Ces activités sont l'occasion avec les PE1 de revoir bon nombre de théorèmes de géométrie en acte, c'est-à-dire en les utilisant pour effectuer une construction. Ce type d'activité, non habituel, permet à tous les étudiants de s'investir dans la tâche proposée, quel que soit leur niveau de compétences, souvent très hétérogène.

Dans le cadre du concours de recrutement de professeurs des écoles, les étudiants doivent être capables d'effectuer des démonstrations simples, qui relèvent du collège. Cela nécessite entre autre de maîtriser un minimum de théorèmes de géométrie euclidienne de fait peu mobilisables, voire parfois non disponibles, souvent non opérationnels pour les PE1. Par ailleurs, de nombreux sujets de concours demandent aux candidats d'effectuer des constructions à la règle et au compas. Dans certains cas, la rédaction d'un scénario de construction est également demandée. Indépendamment du concours, « rédiger un scénario de construction » fait partie des compétences travaillées au cycle 3, et par conséquent doit être maîtrisé par les futurs enseignants. Or le temps de formation est toujours limité. Il s'agit donc de profiter au mieux du faible temps dont le formateur dispose pour mettre en place toutes ces compétences.

I – PLIAGES

Avant de travailler sur les scénarios de construction et donc en particulier sur le langage géométrique, un premier travail est proposé aux PE1 en début de formation en géométrie autour des pliages. Les objectifs de cette activité sont multiples :

- permettre aux PE1 de revoir définitions et propriétés de quelques objets du plan (triangles particuliers, quadrilatères, …) ;
- proposer une tâche qui n'est pas routinisée, et qui donc oblige les étudiants à réfléchir. La solution du problème ne consiste pas en l'application d'une technique rodée : ils n'ont en général jamais rencontré cette tâche ;
- faire en sorte que les propriétés des objets soient un outil incontournable pour accomplir la tâche proposée. Il ne s'agit pas seulement d'énoncer des propriétés, mais surtout de les utiliser comme outil pour effectuer la construction demandée ;

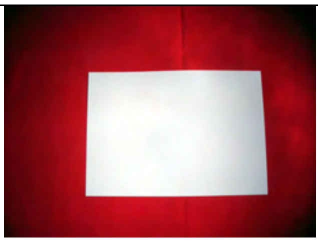
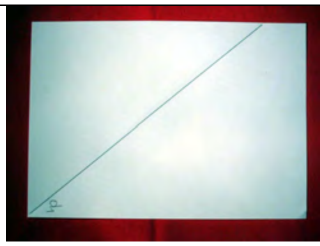
- donner l'occasion aux étudiants en difficulté en mathématiques de rentrer dans une activité de démonstration s'en vraiment s'en apercevoir ;

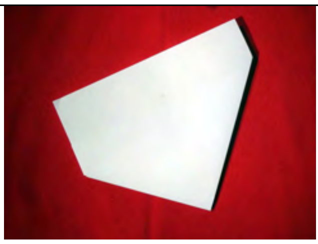
- mettre les étudiants scientifiques dans une situation qui les déstabilise un peu, qui les oblige à réfléchir, qui ne leur permette pas de reproduire trop rapidement un discours par ailleurs bien assimilé. Il faut qu'eux aussi aient quelque chose à apprendre, une compétence à développer.

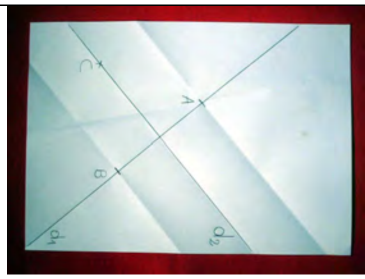
La consigne proposée est ainsi la suivante : « Prendre une feuille de papier. Par pliage, sans utiliser les habituels instruments de géométrie, obtenir un triangle rectangle, puis un triangle isocèle. »

Ces deux constructions n'ont pour but que de s'approprier la consigne et le fonctionnement de cette activité. Elle est réalisée sans difficulté par tous les étudiants. Il est ensuite demandé aux étudiants de construire de la même manière un triangle équilatéral. Un élément est alors ajouté : « Préciser les définitions ou propriétés utilisées qui permettent de justifier la construction ».

Une démarche possible est la suivante :

		
Prendre une feuille	Plier en deux	On obtient une droite d_1

		
Plier à nouveau en deux afin d'obtenir une perpendiculaire à d_1	La droite d_2 est perpendiculaire à d_1	Replier à nouveau pour déterminer deux points sur d_1 équidistants de d_2

		
A et B sont deux points de d_1 équidistants de d_2	Plier en A de sorte d'amener B sur d_2	On a ainsi déterminé sur d_2 un point C équidistant de A et B.

La définition seule du triangle équilatéral (triangle avec des côtés isométriques) ne suffit pas pour effectuer la construction par pliage. Dans la construction ci-dessus proposée, une propriété est utilisée : le troisième sommet du triangle équilatéral est sur la médiatrice du segment constitué par les deux premiers. Cette propriété est ainsi un outil pour accomplir la tâche.

Une autre procédure est souvent proposée par quelques étudiants : « Plier la feuille en deux. On obtient un angle plat. Partager cet angle plat en trois angles superposables. Ces angles de sommet O mesurent alors 60°. Plier à nouveau pour obtenir la bissectrice d'un des angles obtenu et placer deux points A et B équidistants de O sur les côtés de l'angle ». Le triangle AOB est isocèle avec un angle de 60° : il est donc équilatéral. Cette fois, une autre propriété est utilisée : un triangle isocèle avec un angle de 60° est un triangle équilatéral.

D'autres pliages peuvent être proposés : obtenir un triangle isocèle et rectangle, des angles de 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90 °, la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle, la hauteur d'un triangle, un carré, un losange, un parallélogramme, un cerf-volant, un hexagone, deux droites parallèles, une droite parallèle à une droite donnée passant par un point donné, etc.

II – CONSTRUCTIONS A LA REGLE ET AU COMPAS

Après cette première activité, une autre consigne, plus habituelle, est proposée aux étudiants : il s'agit d'effectuer des constructions à la règle et au compas. Cette fois, non seulement les étudiants doivent faire, mais ils doivent également être capables de décrire ce qu'ils ont fait. Un scénario de leur construction leur est en effet demandé. Par ailleurs, comme dans l'activité précédente, après avoir effectué la construction, les étudiants doivent la justifier. Il s'agit donc de repérer les éléments construits, les hypothèses liées à la construction choisie, puis appliquer définitions, propriétés, théorèmes pour démontrer que l'objet construit a bien les propriétés annoncées.

II – 1.1 première étape : construction, rédaction du scénario puis justification

La première construction proposée aux étudiants est celle d'un triangle rectangle. La mise en commun des procédures utilisées est alors mise en place avec le dispositif suivant :

d1. Un étudiant dicte au formateur un scénario de construction.

d2. Le formateur effectue au fur et à mesure la construction avec Cabri-géomètre, en faisant dans certains cas reformuler la consigne.

d3. L'étudiant, éventuellement aidé du groupe, explicite les propriétés qui justifient la construction effectuée.

Les objectifs, explicites ou implicites, sont multiples.

Les éléments d1 et d2 permettent explicitement de travailler la rédaction d'un scénario de construction. Celui-ci doit avoir plusieurs caractéristiques :

- Il doit être donné dans l'ordre. Si cet aspect pose parfois problème aux enfants, il ne pose en général pas de difficultés aux étudiants.

- Il ne doit pas être trop synthétique. Des expressions comme « tracer la médiatrice du segment [AB] » sont dans un premier temps refusées, et remplacées par la liste des actions élémentaires qui doivent être exécutées. Lorsqu'une procédure pour tracer une médiatrice à la règle et au compas par exemple est bien détaillée et justifiée, elle peut dans un second temps être utilisée comme une macro-construction. Au fur et à mesure que de nouvelles constructions sont explicitées et justifiées, elles viennent allonger la liste des objets constructibles directement.

- Il faut surtout que ce scénario soit complet, sans ambiguïté et sans redondance, ce qui est beaucoup plus difficile pour les étudiants. Je mets alors en évidence que la plupart du temps, ils ne disent pas tout parce qu'ils anticipent implicitement sur le tracé qu'ils veulent obtenir. Par exemple, le plus souvent, des arcs de cercle sont effectués. Mais il est difficile de décrire correctement un arc de cercle si on veut que son intersection par exemple avec un autre arc de cercle soit non vide ! Si les arcs de cercles sont correctement tracés, ce n'est pas grâce à la précision du scénario de construction, mais parce que les étudiants savent ce qu'ils doivent obtenir et anticipent grâce à l'image mentale qu'ils ont de la construction avant même que celle-ci ne soit effectuée. Il est donc proposé de tracer systématiquement le cercle complet, même si concrètement seul un arc « bien placé » suffit.

- Par ailleurs, le langage utilisé dans le scénario doit être un langage qui décrit les objets géométriques créés, et non les actions et instruments utilisés pour les construire. On cherche par exemple à remplacer : « Je trace un segment [DC]. Avec mon compas, je pose ma pointe sur D et je fais un écartement plus grand que la moitié de mon segment. Je trace mon arc » par « Tracer un segment [DC]. Tracer un cercle de centre D et de rayon supérieur à la moitié de la longueur DC ».

Ce travail est explicitement mis en place pour faire évoluer la compétence de rédaction d'un scénario de construction. Les étudiants se rendent compte qu'ils sont capables d'effectuer une construction, mais qu'ils ont de réelles difficultés pour la décrire. L'accent est mis sur le fait qu'ils doivent maîtriser cette compétence dans le cadre de l'épreuve de mathématiques du concours de recrutement des professeurs des écoles, mais également que cette compétence peut (-doit-) être travaillée au cycle 3[1], et qu'ils doivent donc la développer pour eux-mêmes en formation pour aider les élèves à la développer lorsqu'ils seront en classe. Du point de vue des élèves de cycle 3, les étudiants qui ont effectué des suppléances ont l'impression que les élèves connaissent bien les objets du plan qui sont explicitement au programme : carré, rectangle, cercle par exemple. Ils considèrent que les élèves savent les nommer et les tracer, ce qui est pour eux l'essentiel. Ils prennent soudain conscience que si eux-mêmes n'utilisent pas spontanément les mots *cercle*, *centre*, *rayon*, dans une telle activité, il en va probablement de même pour les élèves. Ils constatent alors tout l'intérêt de l'activité de rédaction d'un scénario de construction, et s'aperçoivent que bien souvent ils n'en ont jamais fait faire à leurs élèves.

Implicitement, ce travail permet également de préparer les étudiants à se situer dans le cadre de la géométrie déductive. En effet, tant que le langage n'est pas géométrique, que les objets géométriques créés et utilisés ne sont pas clairement identifiés, il est difficile de s'intéresser à leurs propriétés.

Dans un second temps, en d3, les justifications sont détaillées, dans le but implicite de travailler la démonstration. Elles sont au départ souvent incomplètes : « on a tracé une médiatrice, donc le triangle est rectangle ». Mais si on leur demande pourquoi il s'agit bien d'une médiatrice, les habituels arguments sont : « parce qu'elle est perpendiculaire au segment et qu'elle passe par son milieu ». Petit à petit, il s'agit de mettre en place une méthodologie :

Méthodologie	Mise en œuvre dans la construction de la médiatrice à la règle non graduée et au compas
Repérage des caractéristiques de la construction	le compas permet de tracer des points à une distance constante du centre du cercle
	les intersections de deux cercles de même rayon donnent des points équidistants des centres de ces cercles
Repérage de l'objet géométrique construit, à partir de sa définition ou d'une propriété caractéristique	deux points équidistants des extrémités d'un segment définissent la médiatrice de ce segment
Repérage du théorème utilisé pour conclure	une propriété de la médiatrice est qu'elle est perpendiculaire au segment, ce qui permet de conclure que le triangle est rectangle

[1] On peut lire par exemple dans le programme de l'école primaire (BO n°5 du 12 avril 2007, page 129) : « décrire une figure en vue de l'identifier dans un lot de figures ou de la faire reproduire sans équivoque ».

Les propriétés des objets ne sont pas lues sur le dessin, mais obtenues par un raisonnement hypothético-déductif basé sur :

- la traduction de l’utilisation des instruments en propriétés des objets géométriques construits : le compas permet d’obtenir des points vérifiant une relation de distance avec le centre, la règle non graduée d’obtenir tous les points alignés avec deux points donnés ;

- les définitions et théorèmes de la géométrie euclidienne.

La seule différence avec le travail habituel de démonstration est la manière d’obtenir les hypothèses permettant d’initier le raisonnement : elles ne sont pas données dans un texte ou codées sur un dessin mais obtenues par cette traduction de l’utilisation des instruments. Il s’agit donc d’une première étape dans l’apprentissage de la démonstration. Dans le travail ultérieur sur la démonstration, les données initiales de l’énoncé remplaceront le repérage des caractéristiques de la construction.

Le repérage des caractéristiques de la construction, des définitions et théorèmes utilisés, est parfois difficile pour les étudiants, et souvent des informations sont seulement lues sur le dessin. Il s’agit alors à chaque fois d’expliciter que la caractéristique donnée n’est pas issue de la construction, mais de la lecture du dessin. Chaque prise d’information sur le dessin est ainsi repérée. Il s’agit notamment de montrer que, même dans une démarche a priori consciemment déductive, il est facile de se faire « piéger » par le dessin et d’y lire des informations. C’est ce que Parzysz nomme la « contamination du su par le perçu » [Parzysz. 2002]. Il est indispensable que le formateur soit très vigilant pour que le travail se situe bien toujours dans le cadre de la géométrie déductive, et non dans celui de la géométrie perceptive à un moment ou à un autre.

L’accent est mis auprès des étudiants sur le fait que :

- Les procédures qu’ils utilisent de manière plus ou moins automatisée pour effectuer des constructions doivent avoir une justification mathématique ;

- Les propriétés utilisées sont mobilisables pour tous mais le plus souvent non disponibles spontanément pour bon nombre d’étudiants ;

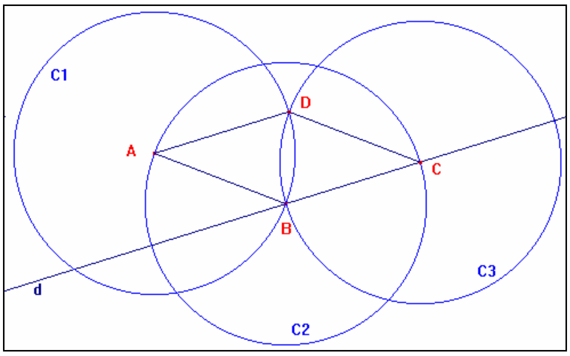
- Le travail essentiel à effectuer n’est pas d’emmagasiner des connaissances nouvelles (ils sont généralement capables de citer, voire même d’énoncer, pratiquement tous les théorèmes classiques de géométrie plane), mais de développer leur raisonnement géométrique en créant des liens entre les constructions qu’ils savent effectuer et les propriétés sous-jacentes.

La même démarche est reprise pour les autres procédures proposées par les étudiants, puis d’autres constructions sont traitées suivant le même dispositif : tracer une hauteur dans un triangle quelconque, tracer une bissectrice, tracer un carré, tracer un hexagone, un octogone, etc.

II – 1.2 deuxième étape : choix de la propriété avant d'effectuer la construction

Une nouvelle contrainte est alors apportée dans la consigne. Il ne s'agit plus d'effectuer une construction, mais autant de constructions différentes que possible pour un même objet. Considérons par exemple la consigne : « soit une droite d et un point A n'appartenant pas à d. Tracer la droite perpendiculaire à d passant par A. Trouver le plus de constructions différentes possibles »[2]. Cette fois, les constructions possibles sont très nombreuses[3]. Comme à la séance précédente, l'accent est mis sur la formulation des scénarios de construction, puis sur leur justification. Les hypothèses liées à la construction sont mises en évidence, puis les définitions et propriétés utilisées sont explicitées.

Considérons par exemple la construction suivante.



Scénario	Justification
Tracer un cercle C_1 de centre A, coupant la droite d. Soit B un des deux points d'intersection de C_1 et d.	
Tracer un cercle C_2 de centre B passant par A. Soit C un des deux points d'intersection de C_2 et de d.	On a donc : $BC = AB$
Tracer un cercle C_3 de centre C passant par B. Soit D le second point d'intersection de C_1 et C_3.	$CD = BC = AD$
	ABCD a quatre côtés de même longueur AB. C'est donc un losange. Ses côtés opposés sont donc parallèles. Or B et C sont sur d. Donc la

[2] Dans la cadre de l'atelier, la consigne est proposée sous forme de jeu : des groupes de 4 ou 5 sont formés et l'équipe qui gagne est celle qui a le plus de constructions différentes, avec les justifications correspondantes correctes.

[3] Le lecteur trouvera de nombreuses constructions détaillées dans [Jore, 2006, pages 389-397], disponible sur le net : http://www.ima.uco.fr/jore/

	droite (AD) est parallèle à d et passe par A.

Pour cette procédure, on met en évidence que :

- la construction est basée sur la définition du losange comme quadrilatère avec quatre côtés isométriques ;

- une propriété du losange permet ensuite de conclure que les côtés sont parallèles.

D'autres constructions sont proposées par les étudiants, et chaque fois le contrat pour le groupe est d'essayer d'établir leur justification.

En analysant les constructions proposées, on s'aperçoit que certaines ont été obtenues un peu par hasard, et le défi consiste alors à les justifier pour s'assurer que « ça marche toujours ». D'autres procédures au contraire ont manifestement été mises en place en cherchant à appliquer une propriété ou un théorème particuliers. La règle du jeu change alors pour devenir :

« Choisissez une situation dans laquelle vous savez qu'il y a des parallèles : une figure particulière ou un théorème de géométrie qui permet de conclure que sous telles hypothèses, deux droites sont parallèles, **puis** mettez en œuvre une construction dont vous avez ainsi à l'avance la justification ».

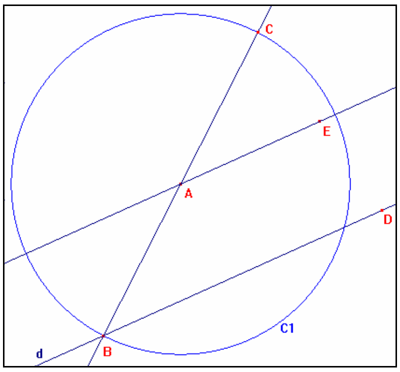
C'est le fait de demander des constructions différentes nombreuses qui amène à mettre en place cette nouvelle démarche.

A ce stade du dispositif, l'entrée par les figures, notamment les quadrilatères particuliers[4], a déjà été abondamment utilisée et c'est souvent plutôt l'entrée par les théorèmes qui est alors exploitée. Autrement dit, il s'agit de choisir un théorème qui permette une justification, puis de mettre en scène ce théorème pour élaborer une construction.

L'exemple est pris avec le théorème de la « droite des milieux ». Les étudiants sont invités à expliciter ce théorème - la « récitation » fonctionne en général très bien -, puis à l'**utiliser** pour construire deux droites parallèles, puis une droite parallèle à d passant par A. On obtient par exemple la procédure suivante :

---

[4] Si on trace un carré, un rectangle, un losange, un parallélogramme, on sait que l'on a des droites parallèles.



Scénario	Justification
Tracer un cercle de centre A qui coupe d en deux points. Soit B un de ces points.	B ∈ d
Tracer la droite (AB).	
Placer le point C à l'autre intersection de (AB) et du cercle.	A est donc le milieu de [BC]
Placer un point D sur d	D ∈ d
Placer le milieu E de [DC] (on peut utiliser une construction de la médiatrice à la règle et au compas).	E est le milieu de [DC]
Tracer la droite (AE).	(AE) est la droite qui joint les milieux des côtés [BC] et [CD] du triangle BCD. Elle est donc parallèle au côté [BD]. C'est donc une droite parallèle à d passant par A.

Cette mise en situation permet aux étudiants de s'approprier ainsi les propriétés et théorèmes énoncés. De nombreux théorèmes sont ainsi revus et utilisés pour inventer et justifier des constructions. Petit à petit, les étudiants effectuent des démonstrations. L'accent est mis sur le fait que pour être valable, la justification ne doit pas prendre des arguments sur le dessin, mais dans le scénario, qui est ici une manière de formuler les hypothèses.

Cette étape permet donc de développer plusieurs compétences :

- rédiger un scénario de construction ;
- repérer des hypothèses et établir une démonstration ;
- utiliser un théorème pour mettre en place une construction.

Ces activités sont ainsi l'occasion de raviver des connaissances et des compétences immédiatement utiles pour le concours. Les définitions et propriétés sont des outils pour résoudre le problème posé.

III – DEBAT DANS L'ATELIER

Plusieurs questions ont été soulevées par les participants lors de l'atelier et ont parfois entraîné un débat, en particulier autour du langage. La question fondamentale est celle de l'exigence que le formateur doit avoir sur les formulations des étudiants.

La première question concerne la verbalisation lors des pliages. Quelle place faut-il donner à cette verbalisation ? Quelles exigences faut-il avoir dans la rigueur de la description du pliage ? Deux points de vue se présentent :

- il faut profiter de toutes les occasions qui se présentent pour amener les étudiants à affiner leur langage, en particulier à utiliser le vocabulaire géométrique adapté à la situation ;

- les manipulations de pliage effectuées ne sont pas très habituelles et il ne suffit pas toujours de nommer l'objet construit ou ses propriétés pour savoir comment effectuer le pliage, il faut parfois décrire l'action qui est effectuée. Mais le langage spécifique des pliages n'est pas familier et l'énergie qu'il faudrait déployer pour le mettre en place ne se justifie peut-être pas dans le cadre de la préparation au CRPE.

Une seconde question concerne la rédaction des scénarios de construction pour les constructions à la règle et au compas. J'ai présenté lors de l'atelier quelques résultats de ma thèse, où je montre le langage utilisé par les PE1 dans ces activités. Le tableau ci-dessous montre le pourcentage d'étudiants qui utilisent tel mot dans tel scénario (l'analyse est faite sur 103 PE1) :

	Triangle rectangle	Droite parallèle
Cercle	35	46
Centre	22	47
Rayon	10	42
Intersection	23	37
Arc de cercle	27	20
Compas	66	50
Écartement, écart, ouverture	25	28
Pointe du compas, pointer	23	29
Reporter	13	28
Croisement, rencontre, se rejoindre	6	7
Joindre, rejoindre, relier, prolonger	10	15
En partant de, à partir de	10	25

Ce tableau montre que les étudiants utilisent beaucoup un vocabulaire qui décrit non pas l'objet géométrique tracé, mais le geste effectué et l'instrument utilisé pour obtenir ce tracé. Mon objectif est alors de remplacer un discours comme celui-ci :

Je trace une droite d. Je prends 2 points sur cette droite que j'appelle D et E. Je prends mon compas je choisi un écartement quelconque. Je pointe le compas en D et je trace un arc de cercle de part et d'autre de la droite d, je garde le même écartement, je pointe en E et je fais un arc de cercle de part et d'autre de d. De part et d'autre de d les arcs de cercle se recoupe en F et en G. Je trace la droite passant par G et F, je l'appelle d'. des droites d et d' se coupent en B. Je choisi un point C sur d, puis un point A sur d'. Je relie ABC.

par :

Soit une droite d. Soit D et E deux points de cette droite. Soient deux cercles de centres respectifs D et E et de même rayon, ayant deux points d'intersection F et G. Soit B l'intersection des droites d et (FG). Soit C un point de d et A un point de (FG), distincts de B. ABC est un triangle rectangle.

Il s'agit d'utiliser le vocabulaire mathématique pour être plus efficace, plus concis. Mais surtout, l'utilisation de ce langage est une première étape pour accéder aux concepts géométriques qui se cachent derrière les mots.

Une autre position est alors défendue : pourquoi une telle exigence dans la rédaction d'un scénario dès lors que celui-ci est compréhensible et fourni l'objet attendu ? Dans le cadre de la correction du CRPE, « si on aboutit à la bonne figure, on met les points ».

CONCLUSION

Cet atelier a été l'occasion de présenter des activités qui permettent simultanément de raviver des connaissances et des compétences géométriques variées immédiatement utiles pour le concours (définitions, propriétés, théorèmes, procédures de construction à la règle et au compas) mais aussi sur le terrain (rédaction de scénarios de construction). Ces définitions, propriétés, théorèmes sont des outils pour résoudre les problèmes posés, ce qui doit permettre une meilleure appropriation de la part des étudiants. D'autres pistes sont à explorer pour améliorer la rédaction des scénarios de construction, en particulier l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique fournissant des scénarios de construction.

BIBLIOGRAPHIE

JORE F. (2006) *Paradigmes géométriques et formation initiale des professeurs des écoles, en environnements papier-crayon et informatique*. Thèse de doctorat de l'Université Paris 7.

PARZYSZ B. (2002) Articulation entre perception et déduction dans une démarche géométrique en PE1, 99-110, in *Actes du XXVIII[e] colloque COPIRELEM*, Ed Presses Universitaires d'Orléans.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2007) *Programmes de l'école primaire*. BOEN hors série n°5. Paris : CNDP.

LE FICHIER « ÉVARISTE-ÉCOLE »

Nicole TOUSSAINT
nicoletoussaint@wanadoo.fr

Résumé
Le fichier « Evariste-Ecole » est un recueil de problèmes issus de différentes compétitions mathématiques et il constitue, à ce titre, une réserve de problèmes destinés à des élèves de cycle 2 et de cycle 3. Ces problèmes entrent tout à fait dans la rubrique des « Problèmes pour chercher » du document d'accompagnement des programmes de 2002 de l'école primaire.

Les documents d'application des programmes de mathématiques de l'École (cycle 2 et cycle 3) insistent sur l'importance et la nécessité de la résolution de problèmes à l'École.

1°) Problèmes pour apprendre :

- problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance,
- problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer,
- problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances.

2°) Problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher ; en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte.

C'est sur ce dernier type de problèmes qu'a porté l'atelier avec le rappel des points essentiels du document d'accompagnement des programmes de l'École « *Les problèmes pour chercher* » et la présentation du fichier « *Évariste – École* »

Le document d'accompagnement de ces programmes, « *Les problèmes pour chercher* », explicite les objectifs et les modalités de mise en œuvre de ce type de problèmes et montre ce que pourrait être le déroulement d'une séance de résolution de tels problèmes à partir d'un exemple traité : « Un épisode de recherche, en actes ».

Rappelons ici :

1°) les objectifs visés :

- développer des capacités à faire face à des situations inédites ;
- prendre conscience de la puissance de ses connaissances ;
- valoriser des comportements et des méthodes essentiels (initiative, esprit critique, organisation, méthode, communication) ;

- argumenter pour convaincre, valider ou réfuter ; la raison l'emporte sur la passion ou sur la « loi du plus fort ou du plus grand nombre » ;

- développer la citoyenneté : travail de groupe, entraide, échange d'idées, écoute et respect de l'autre.

2°) les différentes tâches que les élèves sont amenés à assurer dans le cadre de la résolution de tels problèmes :

- faire des hypothèses, les tester ;
- élaborer une démarche pertinente afin de produire une solution personnelle ;
- vérifier par soi-même les résultats obtenus ;
- formuler une réponse dans les termes du problème ;
- expliquer ses méthodes, les mettre en débat, argumenter.

I – PRÉSENTATION DE LA STRUCTURE DU FICHIER

Le fichier « *Évariste – École* » que nous avons réalisé à partir de différentes compétitions mathématiques, comporte 60 problèmes pour le cycle 2 et 120 problèmes pour le cycle 3. Les fiches-problèmes peuvent être photocopiées sur des feuilles cartonnées et massicotées pour réaliser un fichier. Le recto des fiches comporte le texte du problème et les dessins éventuels liés au problème ; le verso, destiné aux enseignants, contient la solution, des coups de pouces à donner éventuellement aux élèves et des idées d'exploitation et de prolongements du problème.

Un livret de huit pages contient, outre des extraits des documents d'accompagnement précités et des explications sur une utilisation possible du fichier, deux index :

- un index par thèmes, les thèmes ayant été choisis au plus près de la typologie des rubriques des problèmes dans les programmes officiels : numérique, mesure, géométrie, espace, pavage, dénombrement, logique et recherche, ce dernier thème regroupant plutôt des problèmes inclassables dans les thèmes précédents. Ils sont repérés sur chaque fiche par un logo spécifique ; le thème « Numérique » se taille bien sûr la part du lion !
- un index par notions (notions abordées dans la résolution du problème).

Parmi tous les problèmes que les différentes compétitions mathématiques nous ont proposés, nous avons choisi ceux qui nous paraissaient les plus riches, en recouvrant au mieux l'ensemble des thèmes et en veillant à la variété des situations dans un même thème. Les apports mathématiques permis au niveau de l'exploitation du problème et les possibilités de prolongements intéressants ont prévalu aussi au choix des problèmes.

II – MISE EN SITUATION DE RECHERCHE DES PARTICIPANTS

Les participants ont ensuite été invités à rechercher eux-mêmes quelques problèmes afin de se mettre dans la situation d'élèves de l'école primaire. Il s'agit donc de trouver des procédures **non expertes** pour résoudre ces problèmes.

Le problème des « croquettes » est un des exemples cités dans le document d'accompagnement du ministère. La procédure experte serait la résolution d'un système de 5 équations à 5 inconnues, ce qui dépasse largement les compétences mêmes des élèves du collège. C'est parfois pour cette raison que des enseignants refusent de donner de tels problèmes à leurs élèves.

Croquettes

100 croquettes ont été réparties dans 5 assiettes.

Dans la 1re et la 2e assiettes, ensemble, il y a 52 croquettes.

Dans la 2e et la 3e assiettes, ensemble, il y a 43 croquettes.

Dans la 3e et la 4e assiettes, ensemble, il y a 34 croquettes.

Dans la 4e et la 5e assiettes, ensemble, il y a 30 croquettes.

Combien de croquettes y a-t-il dans chaque assiette ?

2ème rallye mathématique romand – 1994 (fin de cycle 2, cycle 3)

Ce problème est très riche : les procédures vont des essais et ajustements aux raisonnements. En voici quelques-unes.

Procédure par essais et ajustements :

L'élève décide par exemple que la première assiette contient 25 croquettes. Il en déduit que la deuxième assiette contient 52 – 25 = 27 croquettes, et de proche en proche, la troisième 16, la quatrième 18 et la dernière 12. En faisant le total, il trouve 98 croquettes. Voyant qu'il manque deux croquettes au total il peut, a priori, penser qu'en ajoutant deux croquettes à la première assiette, il obtiendra le nombre voulu. Il doit donc vérifier son hypothèse en recommençant le calcul avec 27 croquettes dans la première assiette. Les calculs successifs donnent 27, 25, 18, 16 et 14, ce qui donne bien un total de 100.

On le voit, dans cette procédure, l'élève doit prendre des initiatives, faire des hypothèses, respecter les consignes et vérifier les résultats obtenus.

L'exploitation de cette solution avec toute la classe est l'occasion de justifier que la règle: « *Il me manque deux croquettes au total, donc j'en ajoute deux dans la première assiette* » est tout à fait correcte. Pour cela, le maître peut proposer aux élèves un autre ajout, une croquette seulement, par exemple, et leur demander de voir si la règle édictée se vérifie encore. Un troisième essai peut conforter la règle ; mais est-on sûr qu'elle est toujours vraie ?

Il ne s'agit pas ici de faire un calcul algébrique pour la justifier ; mais une observation des calculs intermédiaires avec une présentation comme celle ci-contre permet d'en être convaincu. Quelle que soit la valeur attribuée à A, la situation fait que la somme A + B + C + D reste constante et égale à 86. **Si, donc, on ajoute une croquette au contenu de A**, B en a une de moins, C en a une de plus, D en a une de moins et **E en a donc une de plus** puisque D + E est constant et égal à 30.

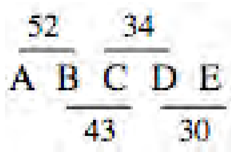
On suppose :	A = 26	52
donc	B = 26	
	C = 17	34
	D = 17	
	E = 13	
Total :	99	

Procédures par raisonnement

Pour des besoins de concision dans ce qui suit, nous désignerons, comme précédemment, par A, B, C, D et E les contenus des cinq assiettes de la première à la cinquième. Les élèves, bien sûr, n'ont pas à utiliser nécessairement de telles représentations, ni à formuler leur solution comme cela est fait ici.

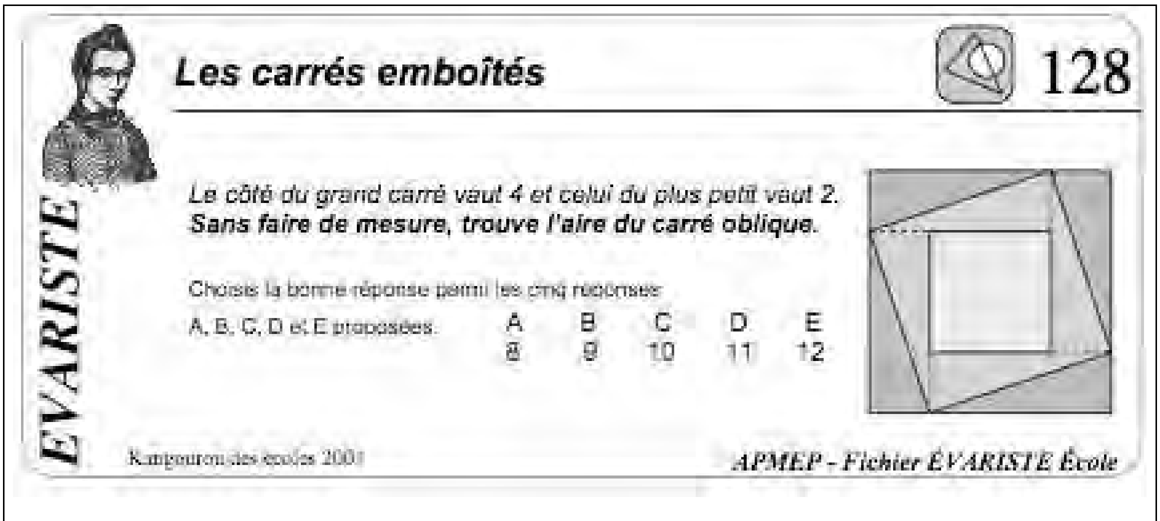
1°) En effectuant la somme des quantités données, 52 + 43 + 34 + 30 = 159, on compte deux fois les contenus des deuxième, troisième et quatrième assiettes. Ainsi, B + C + D = 159 – 100 = 59. Or on sait que B + C = 43. On en déduit que D = 16 et, de proche en proche les autres contenus.

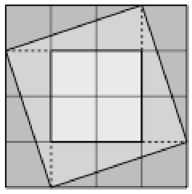
2°) Un petit schéma, comme celui ci-contre, représentant les assiettes et leurs contenus deux par deux, donne l'idée d'effecteur les sommes suivantes : (A + B) + (C + D) = 52 + 34 = 86. Donc E = 100 – 86 = 14. De proche en proche, on obtient alors les contenus des autres assiettes.



À la suite de cette recherche et de l'exploitation précédente, un prolongement possible pourrait être le problème suivant : « Et s'il y avait 6 assiettes ? ». Le maître propose alors, par exemple cette nouvelle situation : 100 croquettes réparties dans 6 assiettes, les contenus de deux en deux étant 32, 33, 32, 30 et 36. Les élèves sont alors confrontés au fait que, contrairement à la situation précédente, les essais qu'ils peuvent faire conviennent, ce qu'ils peuvent expliquer à la suite de l'exploitation du problème précédent. Les élèves ou le maître peuvent alors se poser la question : quels sont les nombres de croquettes possibles dans la première assiette ?

Les problèmes suivants proposés aussi dans cet atelier sont extraits de la partie cycle 3 de la brochure « *Évariste-École* » et pris dans différents thèmes.





Le logo (à gauche du numéro) indique qu'il s'agit d'un problème de géométrie. Là aussi, plusieurs stratégies de résolution sont apparues :

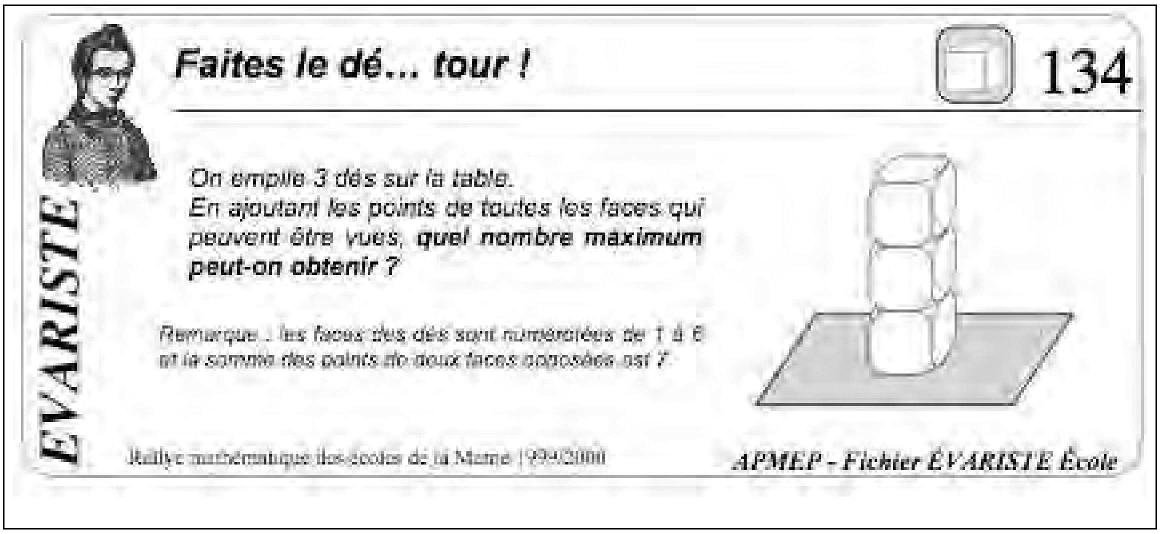
1°) Utilisation d'un quadrillage ; en regroupant les triangles rectangles gris moyen deux par deux, on observe que leur aire est celle de deux rectangles de trois carreaux chacun, soit 6 carreaux. L'aire du carré oblique est donc de 10 carreaux

2°) L'aire du grand carré étant de 16 carreaux et celle du petit de 4 carreaux, l'aire de la couronne est donc de 12 carreaux. Or les contours du carré oblique partagent cette couronne en deux zones d'aires égales, aire de 6 carreaux. L'aire du carré oblique est donc celle du carré central plus 6 ou celle du grand carré moins 6.

3°) Une autre stratégie consiste à déterminer les longueurs des côtés des triangles rectangles et, comme précédemment, à regrouper ces triangles rectangles par deux pour calculer l'aire des rectangles obtenus.

Le débat a aussi porté sur le fait que ce problème est présenté sous la forme d'un QCM. Il apparaît qu'il ne faut pas en abuser, mais pas non plus les proscrire. En effet, la nature du QCM permet de développer d'autres stratégies, en particulier celle par analyse des réponses proposées et élimination de celles qui ne conviennent pas. Par exemple, dans la situation proposée, les élèves pourraient peut-être faire appel à la parité pour éliminer les réponses B et D.

L'exploitation de ce problème avec toute la classe réside surtout dans l'explicitation par les élèves des démarches utilisées. La projection du dessin au tableau avec un rétroprojecteur facilite ici grandement les échanges.



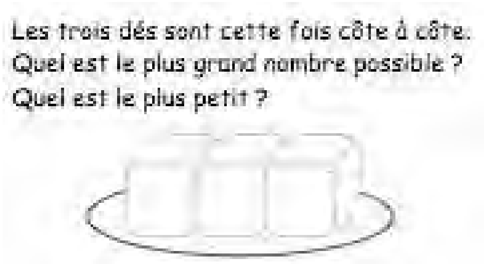
Problème de géométrie dans l'espace : certains participants ont discuté pour savoir s'il fallait prendre en compte toutes les faces du solide formé par les trois dés ou non. Après une lecture attentive de l'énoncé, il est apparu aux yeux de tous qu'il n'y avait aucune confusion possible et que, par conséquent, ces problèmes constituent aussi l'occasion de pratiquer une lecture beaucoup plus fine que celle d'un roman.

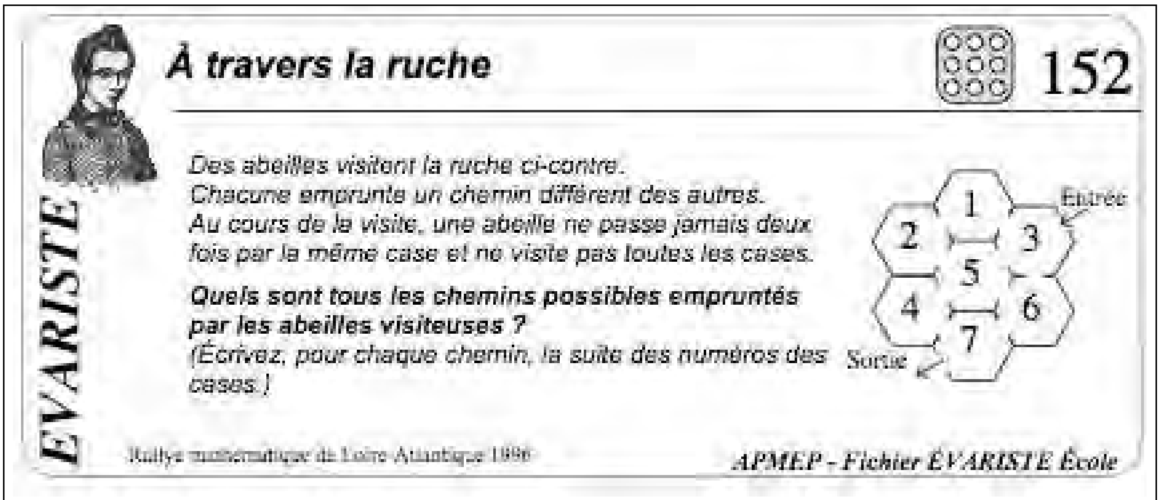
En ce qui concerne les procédures, il apparaît que l'information : « *La somme des points de deux faces opposées est égale à 7* » n'est pas complètement exploitée. Les élèves éprouvent en effet le besoin de choisir des points sur les faces visibles et de déterminer ceux des faces opposées.

La solution qu'on peut qualifier d'experte, mais accessible tout de même à des élèves de cycle 3, réside dans l'observation de six paires de faces opposées qui donnent donc 6 x 7 = 42 points quels que soient les points qui sont sur les faces et de choisir le maximum de points (6) sur la face du dessus, ce qui donne un total de 48 points.

En exploitation de ce problème, on peut demander aux élèves le nombre minimum qu'on peut obtenir, nombre qui est donc 43.

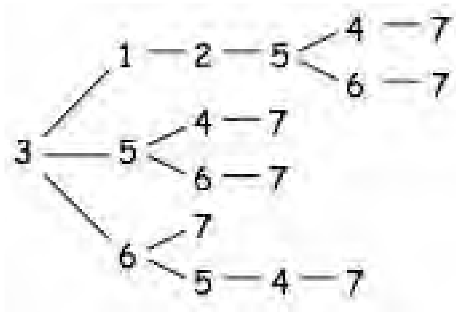
Le prolongement donné dans le fichier « Évariste-École » propose le problème ci-contre. La recherche faite sur le problème précédent rend plus aisée la résolution de celui-ci. Les trois paires de faces opposées donnent obligatoirement 21, quelles qu'elles soient. Il faut donc mettre le maximum ou le minimum de points sur les faces du dessus et des extrémités : trois 6 et deux 5 pour le maximum et trois 1 et deux 2 pour le minimum.



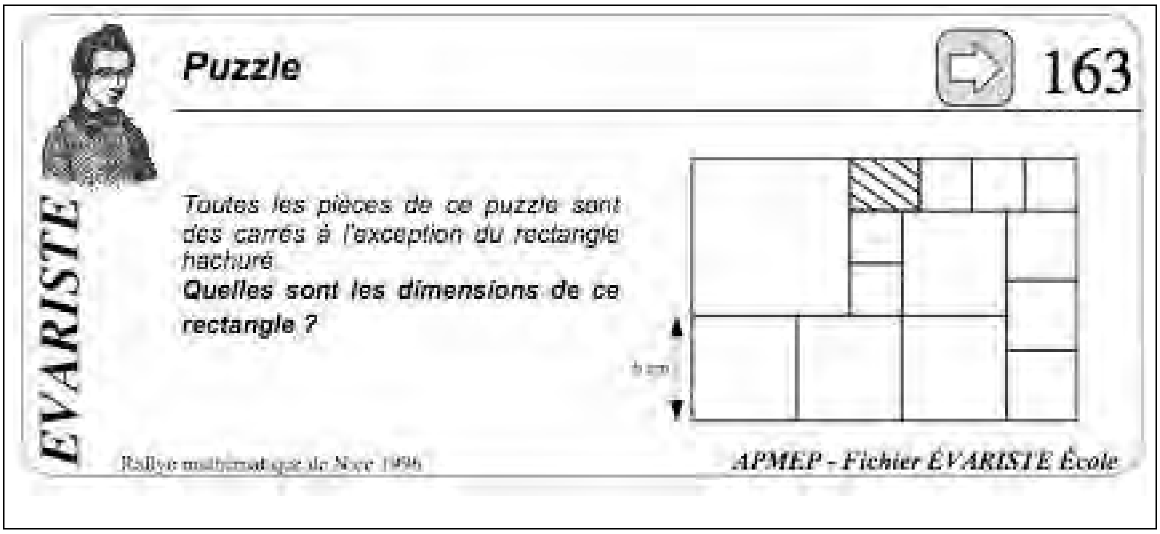


Ce logo est celui du thème « dénombrement ». Une fiche annexe à photocopier aux élèves et qui comporte plusieurs exemplaires de la ruche leur permet de dessiner les différents chemins qu'ils trouvent et de les comparer entre eux.

Le problème essentiel que les élèves doivent résoudre est de savoir s'ils ont obtenu tous les chemins. L'exploitation de ce problème peut alors consister à leur montrer comment on peut construire un « arbre » pour résoudre ce problème.



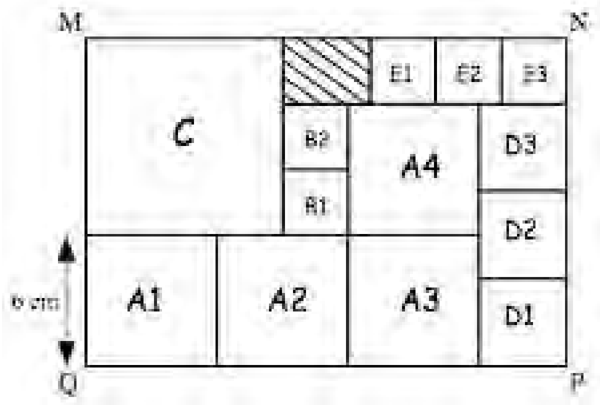
Quelles sont les possibilités au départ de la case 3 ? Puis à partir des cases 1, 5 et 6 ? La structure d'arbre est une aide à la recherche exhaustive de toutes les possibilités. L'arbre ci-contre donne les six chemins possibles.



Ce logo signale les problèmes classés dans le thème « Logique ». Même si tous les problèmes font appel au raisonnement, certains requièrent plus que d'autres une démarche déductive. Celui-ci en fait partie.

Le dessin est conforme aux dimensions réelles (à l'échelle), ce qui facilite la recherche des élèves. Mais il pourrait très bien être fait à main levée, les propriétés données suffisant à sa résolution. C'est donc bien un problème qui fait complètement appel au raisonnement.

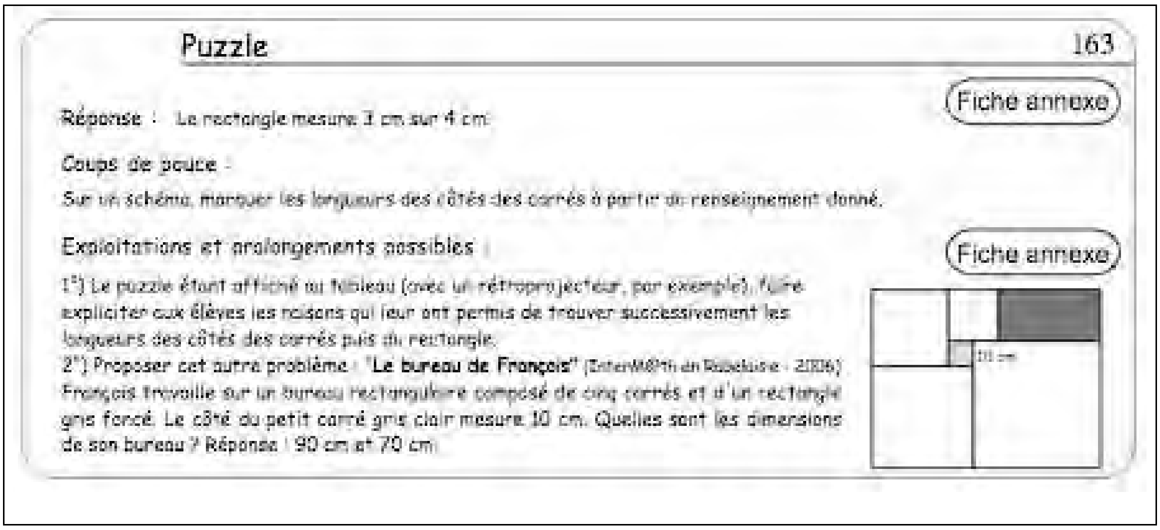
1°) Le premier résultat obtenu est que les côtés des carrés A mesurent 6 cm. En comparant le côté du carré A4 avec ceux des carrés B, on en déduit que les côtés des carrés B mesurent 3 cm. Le côté du carré C mesure donc 12 cm – 3 cm = 9 cm. D'où MQ = 15 cm. On en déduit que le petit côté du rectangle hachuré mesure 15 cm – 12 cm = 3 cm, ce qui est aussi la mesure des côtés des carrés E.



2°) En comparant les côtés des carrés A3 et A4 avec les côtés des carrés D, on en déduit que les côtés des carrés D mesurent 4 cm et donc que QP = 3 x 6 cm + 4 cm = 22 cm. Le deuxième côté du rectangle hachuré mesure donc 22 cm – 9 cm – 3 x 3 cm = 4 cm. **Les dimensions du rectangle hachuré sont donc 3 cm et 4 cm**.

D'autres cheminements sont possibles. En présentant à toute la classe leurs solutions, les élèves sont amenés à argumenter, en particulier à la demande de leurs camarades. En effet, les différents résultats de la solution précédente ont été annoncés de façon succincte et nécessitent davantage d'explications de la part des élèves.

En prolongement de ce problème, le verso de la fiche propose le problème ci-dessous.



Puzzle 163

Fiche annexe

Réponse : Le rectangle mesure 3 cm sur 4 cm.

Coups de pouce :

Sur un schéma, marquer les longueurs des côtés des carrés à partir du renseignement donné.

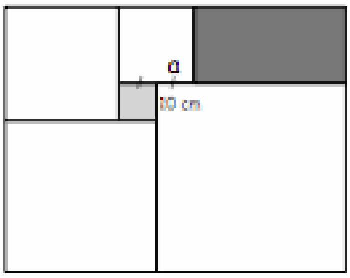
Exploitations et prolongements possibles :

Fiche annexe

1°) Le puzzle étant affiché au tableau (avec un rétroprojecteur, par exemple), faire expliciter aux élèves les raisons qui leur ont permis de trouver successivement les longueurs des côtés des carrés puis du rectangle.
2°) Proposer cet autre problème : **"Le bureau de François"** (EnterM@th en Rabelaisie - 2006)
François travaille sur un bureau rectangulaire composé de cinq carrés et d'un rectangle gris foncé. Le côté du petit carré gris clair mesure 10 cm. Quelles sont les dimensions de son bureau ? Réponse : 90 cm et 70 cm.

Les participants à l'atelier ont vite remarqué qu'il n'y a pas qu'une solution à ce problème, par suite d'un oubli de codage d'égalité de longueurs de deux segments ! Mais les élèves se poseraient sans doute moins de questions, ce qui n'excuse en rien notre oubli puisque nous leur expliquons qu'ils ne doivent pas prendre des données qui ne seraient pas écrites dans les énoncés !

Voici le dessin tel qu'il aurait dû être. Nous y faisons figurer cependant la lettre a qui désigne la mesure inconnue du dessin sans le codage. Avec cette inconnue, les dimensions du rectangle sont 50 + 2a et 70 + 2a. Si donc a = 10 cm, les dimensions du rectangle sont celles attendues : 70 cm et 90 cm.



Les problèmes du fichier « Évariste-École » tirés de différents rallyes et compétitions mathématiques font tout à fait partie de la catégorie des « Problèmes pour chercher ». Bien sûr, comme nous l'avons vu, le rôle du maître est primordial.

Il se situe au niveau du choix du problème dans la progression car, même si l'objectif est la recherche de la solution, ces problèmes font tout de même appel à des notions mathématiques.

Il se situe aussi au niveau de ses interventions dans la phase de recherche où, involontairement, il risque d'aiguiller les élèves vers une procédure connue alors que les élèves nous étonnent souvent avec des procédures inattendues correctes. Même si nous proposons pour chaque problème des coups de pouce, les meilleurs sont ceux que le maître apporte en fonction de la recherche des élèves, comme nous le rappelons dans le document d'accompagnement.

Il se situe enfin au niveau de l'exploitation du problème au cours de la mise en commun des solutions en gérant les échanges entre les élèves, en les amenant à analyser les difficulté rencontrées et à repérer les procédures intéressantes qui pourront être réinvesties au niveau des prolongements au problème traité.

Pour ce dernier point, nous ne pouvons que conseiller d'aller lire « **Les modalités de mise en œuvre du problème pour chercher** » de la partie « ***Les problèmes pour chercher*** » du document d'accompagnement des programmes du primaire.

BIBLIOGRAPHIE

DOCUMENTS D'APPLICATION DES PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES DU CYCLE 2 ET DU CYCLE 3 — COLLECTION ECOLE, scérÉn

DOCUMENTS D'ACCOMPAGNEMENT DES PROGRAMMES DE MATHEMATIQUES DU PRIMAIRE : *Les problèmes pour chercher.*

BAREIL H. (2006) *Présentation du fichier « Evariste- Ecole »*, Bulletin Vert de l'APMEP, **467**, 876-879.

CHARNAY R. (2007) *Rubrique « A signaler »*, Grand N, IREM de Grenoble, **79**, 113-115.

UN RALLYE INTERNET SUR LE CALCUL MENTAL

Sébastien HACHE
Professeur de Mathématiques, fondateur de Sésamath
Collège Villars à Denain (59)
Sebastien.hache@sesamath.net

Katia HACHE
Professeur de Mathématiques, membre de Sésamath
Collège Voltaire à Lourches (59)
Katia.hache@sesamath.net

Résumé
L'Inspection Académique du Nord, en partenariat avec l'association Sésamath, a organisé un rallye sur le calcul mental (CM1, CM2, 6ème) entièrement réalisé sur Internet (les réponses des élèves étant directement saisies en ligne) du 10 au 19 mai 2007. L'intégralité de ce Rallye est sous licence libre et à ce titre réutilisable par quiconque.
L’article suit la chronologie du déroulement de l’atelier. Au cours de la première partie, nous revenons sur la genèse d'un tel rallye : équipes mises en jeu, scénarisation des exercices, choix didactiques, contraintes liées à l'informatique... mais aussi retombées attendues avant, pendant et après ce Rallye (concernant en particulier l'utilisation des outils autonomes dérivés des épreuves du Rallye). Dans la deuxième, nous présentons quelques exercices issus des épreuves du Rallye. Les troisième et quatrième paragraphes reprennent, en partie, les échanges avec les participants, visant en particulier à :
* éclairer les apports, limites... d'un tel outil (différents usages possibles en classe...) ;
* explorer les pistes liées à la paramétrisation des outils autonomes associés (en particulier le lien entre paramètre informatique et variable didactique) ;
* confronter les idées des uns et des autres pour la création d'outils complémentaires.

I – PRESENTATION DU RALLYE

I – 1 Mise en place du projet : objectifs et moyens

En juin 2006, les missions « mathématiques » et « TICE » de l’IA 59, respectivement menées par les IEN J-J. Calmelet et D. Meurot, décident la création d’un Rallye de calcul mental entièrement réalisé et passé sur Internet. Cette idée part d’un double constat :

- la pratique du calcul (et plus généralement des mathématiques) est problématique dans le département comme en témoignent les résultats des évaluations en mathématiques à l’entrée de 6ème.

- les mathématiques sont très peu utilisées dans les environnements TICE.

Le Rallye a donc pour vocation de créer une appétence pour l’utilisation de l’outil informatique pour le calcul mental, puis de fournir les outils logiciels pour que cette pratique puisse aisément se développer. En particulier, c’est cette orientation qui a déterminé le choix d’une licence libre pour de tels logiciels.

Pour réaliser ces développements, deux professeurs de collège (Laurent Hennequart et Sébastien Hache) sont déchargés 4 h par semaine. Par ailleurs, Bruno Meunier, conseiller TICE départemental (dont le rôle est d'aider à la coordination des conseillers TICE qui interviennent dans chaque circonscription du département), s'occupe de l'aspect réseau. De cette façon, l'équipe de développement est également un lieu de réflexion inter-cycles.

Le choix des exercices, leurs tests et évolutions successives, ont été menés de façon coopérative avec l'appui d'une plate-forme collaborative. Une quarantaine de personnes ont participé activement à ces réflexions : des conseillers pédagogiques, des conseillers TICE, ainsi que des formateurs en mathématiques de l'IUFM de Lille. Il y a d'abord eu une première phase de propositions et d'échanges, suite à une première réunion en présentiel. Chacun était invité à puiser dans son expérience, ses pratiques pour proposer des scenarii d'exercices. Ces scenarii étaient ensuite déposés sur un site Internet et discutés (certains demandant des précisions, d'autres proposant des améliorations…). Le développeur informatique intervenait également (par rapport à la faisabilité technique) et commençait aussi à développer les exercices qui semblaient faire l'unanimité. Dans une seconde phase, une journée entière, en présentiel, a été consacrée aux tests réels des exercices en salle informatique. Le matin, chacun testait les différents exercices proposés et était invité à remplir une feuille avec ses commentaires : intérêt pédagogique, ergonomie, choix des variables (taille des nombres…), intérêt par rapport à la problématique du calcul (et en particulier sur les formes de calculs attendues). Comme le Rallye s'adresse à des élèves depuis le CM1 jusqu'à la 6ème, la question des prérequis nécessaires était aussi abordée. Chacun pouvait choisir (parmi une vingtaine) les trois exercices qui lui semblaient être à garder absolument et les trois, au contraire, qu'il lui semblait pertinent d'écarter. L'après-midi, une synthèse collective a permis de proposer des améliorations et de confronter les impressions des uns et des autres. La troisième phase a été le test réel avec les élèves. Les conseillers pédagogiques volontaires ont chacun fait tester une situation particulière dans une classe de leur circonscription, en jouant les observateurs et en faisant remonter les impressions du professeur et des élèves. La dernière phase, en comité plus réduit (la petite équipe organisatrice), a permis de finaliser une sélection à la fois sur les exercices retenus mais aussi et surtout sur leur paramétrisation. Les critères retenus pour ce choix étaient liés à trois facteurs essentiels : les remarques des testeurs, la durée globale du Rallye, le bon équilibre entre les différentes formes de calculs. Autrement dit, cette étape consistait davantage à appréhender la cohérence complète du Rallye.

I – 2 Déroulement du Rallye : conditions d'inscription et de réalisation des épreuves

Le rallye s'est déroulé du 9 au 19 mai 2007.

La période d'inscription des classes en ligne s'est étalée de février à mai. Pouvaient s'inscrire des classes de CM1, de CM2 ou des classes de 6ème, à condition pour ces dernières d'être en binôme avec une classe de CM2. De cette façon, l'accent a été mis sur la liaison école/collège.

12 000 élèves se sont inscrits et 10 000 ont effectivement participé au Rallye, ce qui correspond à 394 classes.

Le Rallye tout entier s’est déroulé sur Internet, depuis la phase d’inscription jusqu’à la passation du Rallye. Les exercices, scores… ont été stockés sur un serveur départemental de l’IA 59. Autrement dit, une fois l’inscription effectuée, les enseignants n’avaient pas besoin d’installer quoi que ce soit sur les ordinateurs. Il suffisait de disposer d’un navigateur et d’une connexion Internet. Dans les faits, beaucoup de Rallyes se sont déroulés dans les salles informatiques des collèges (dans le cadre de liaisons CM2 / 6ème).

Au moment d’inscrire sa classe, chaque professeur a indiqué le nombre de binômes d’élèves qui allaient passer le Rallye. Pour chacun de ces binômes, un mot de passe était délivré à l’enseignant. Il lui revenait ensuite de constituer les binômes et d’affecter les mots de passe. Autrement dit, les scores n’étaient pas enregistrés nominativement sur le serveur départemental : seul le professeur responsable de la classe savait exactement les scores de ses élèves.

Le choix de faire travailler les élèves en binôme a été fait afin de favoriser les discussions entre eux sur les stratégies employées. Dans les faits, tous les observateurs ont noté que les binômes ont beaucoup échangé pendant le Rallye, créant une saine animation dans les salles informatiques.

Chaque exercice était doté de son propre « chronomètre ». Ainsi, passé une certaine durée, il n’était plus possible de poursuivre un exercice et il fallait passer au suivant. De cette façon, le temps de passage du Rallye ne pouvait pas excéder 45 minutes. Mais ce temps pouvait éventuellement être fractionné. Un Rallye débuté le lundi pouvait être repris et terminé le mardi (dans la période de 10 jours du Rallye) ; le serveur gardant la mémoire de l’avancement de chaque élève.

Les résultats par exercice et par niveau de classe (traduits par des notes sur 10) sont annexés à cet article. Chaque exercice a son propre mode d’évaluation. Il dépend de la forme de l’exercice. Tout ramener à une note sur 10 (par de savants calculs parfois) permet de fournir un bilan facile à appréhender à la fois pour le maître mais aussi pour chaque élève. En effet, à la fin du Rallye, les binômes d’élèves pouvaient regarder leurs résultats visualisés par des barres de couleurs pour chaque exercice. Quant au professeur, il avait un accès sur le serveur gardant en mémoire les résultats de sa classe, binôme par binôme, qu’il pouvait donc consulter tout à loisir (et même depuis chez lui avec un accès Internet).

II – PRESENTATION DE QUELQUES EXERCICES DU RALLYE

L’ensemble des épreuves du Rallye est accessible sur le site HYPERLINK http://www.calculatice.net. Il est fortement conseillé de lire ce qui suit en suivant en parallèle les exercices directement en ligne afin de mieux les visualiser :

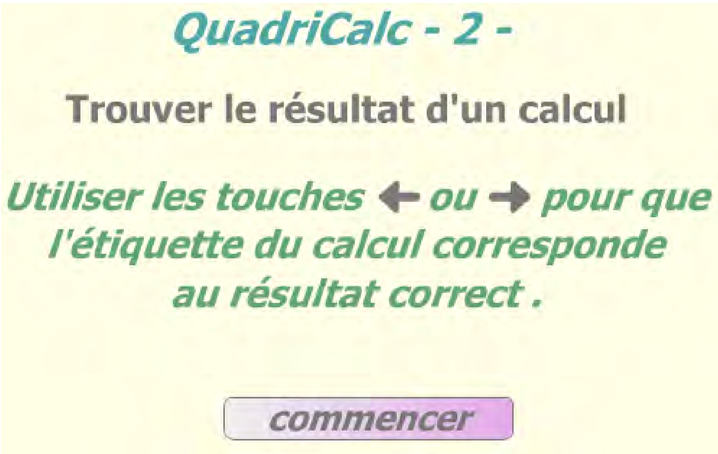
http://netia59a.ac-lille.fr/calculatice/spip.php?page=sommaireexercicesenligne

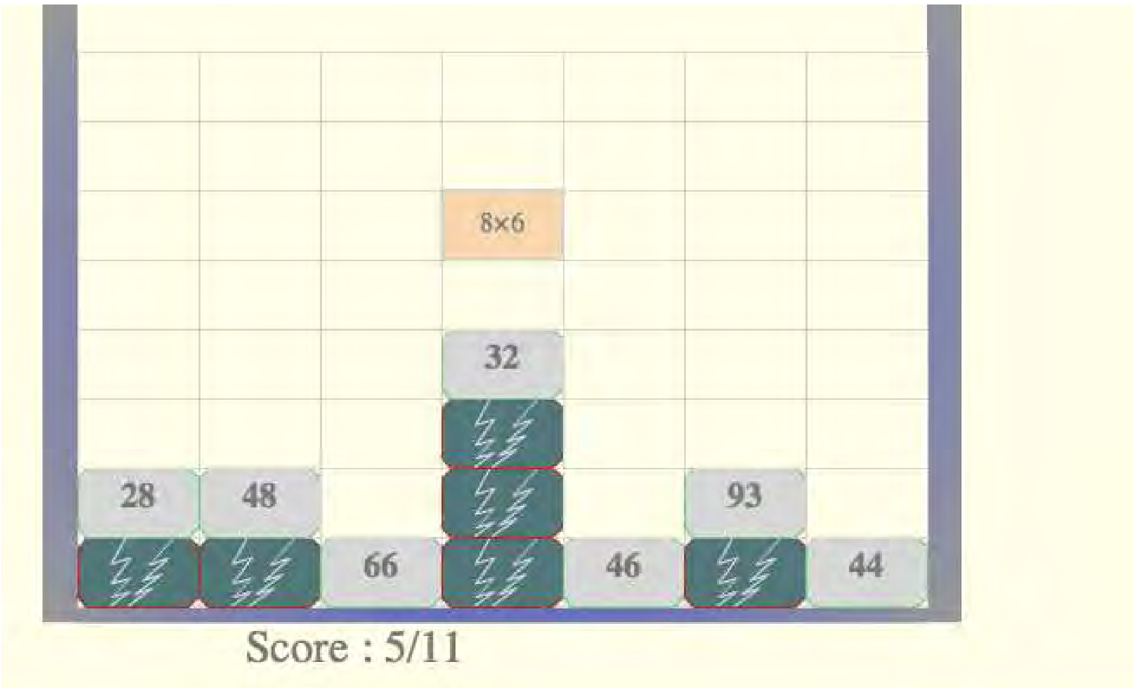
Dans cette version, chaque exercice est utilisable individuellement et indépendamment des autres. Pour ceux qui veulent se mettre dans les conditions du Rallye (avec ordre imposé et chronomètre), c’est à cette adresse : http://netia59a.ac-lille.fr/calculatice/spip.php?page=rejouerlerallye

Parmi les 17 exercices proposés dans le Rallye, certains n'ont été que les variantes d'une même matrice (avec des paramètres différents). Ainsi le quadricalc est présent dès l'exercice 1 sous une forme additive (favorisant l'appropriation de l'exercice spécifique du Rallye) puis au 4ème sous sa forme multiplicative (les tables de multiplication), au 12ème avec des soustractions et enfin, sous une autre forme, comme exercice final. De cette façon, l'élève peut mieux appréhender l'ergonomie (maniabilité, mode d'emploi…) dans un contexte mathématique plus facile, permettant ensuite de passer à des situations plus compliquées d'un point de vue mathématique.

Les exercices ci-dessous illustrent deux de ces matrices d'exercices (quadricalc et calculatrice cassée) ainsi que d'autres exercices (les rectangles, les cubes et la règle cassée) touchant des champs connexes au calcul : grandeurs et mesures / perception et visualisation dans l'espace.

Ex 1, 4, 12 et 17 : Quadricalc (Tetris)

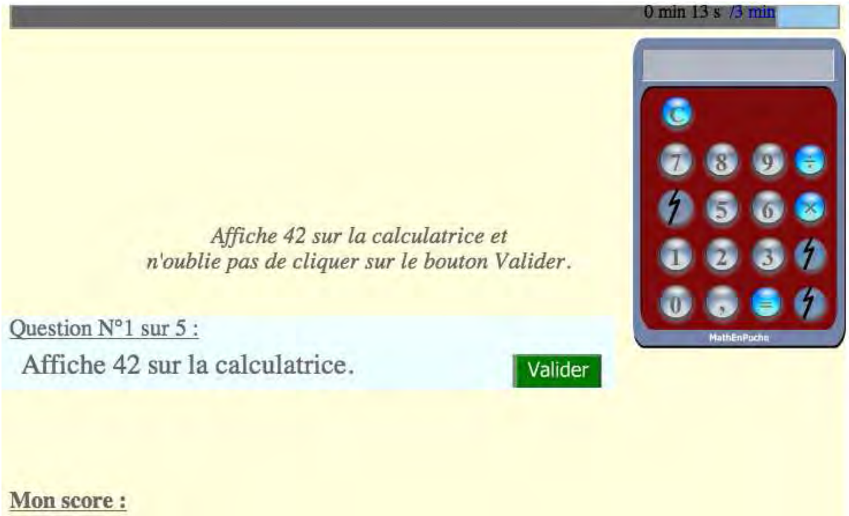




Dans cet exercice, le principe du jeu est celui, bien connu, du « Tetris ». A l'aide des flèches, l'élève doit guider la « caisse » qui tombe (et son calcul) vers le bon résultat à choisir parmi 7 nombres.

En cas d'erreur, le même calcul est proposé jusqu'à ce que l'élève arrive à la bonne solution. La réponse exacte est demandée. Le choix des six mauvaises réponses est aléatoire. Il y a 20 tentatives et chaque mauvaise réponse correspond à une case noircie (voir aussi la seconde partie de cet article). Pour l'exercice 17, le jeu s'accélère progressivement et il s'arrête quand l'élève n'arrive plus à manœuvrer entre toutes les cases noircies.

Ex 7, 8 et 14 : La calculatrice cassée

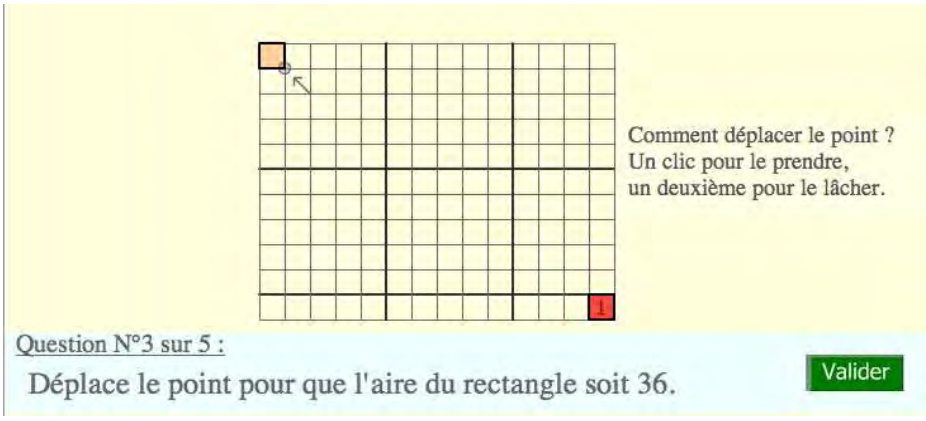


Il s'agit d'un exercice de calcul réfléchi proposé dans un cadre instrumenté, avec des contraintes inhabituelles. Les touches en panne de la calculatrice proposée impliquent des stratégies d'anticipation (détour par le calcul réfléchi) pour parvenir au nombre cible.

Suivant les exercices et les configurations, les stratégies de calcul attendues ne sont pas les mêmes. Par exemple, passage par une décomposition multiplicative du nombre en deux ou plusieurs facteurs compris entre 2 et 9 excepté le 4 comme dans l'exemple ci-dessus (21 x 2 ou 6 x 7 ou 2 x 3 x 7 …) ou bien, ce qui est possible mais moins probable, passage par la division (126 : 3 ou 210 : 5 …).

Dans d'autres cas, le fait de demander d'afficher un nombre décimal (non entier) alors que la touche « virgule » est supprimée, oblige à utiliser la division (traduisant l'écriture sous forme de fraction décimale). Par exemple, afficher 2,3 peut être obtenu en faisant 23 : 10.

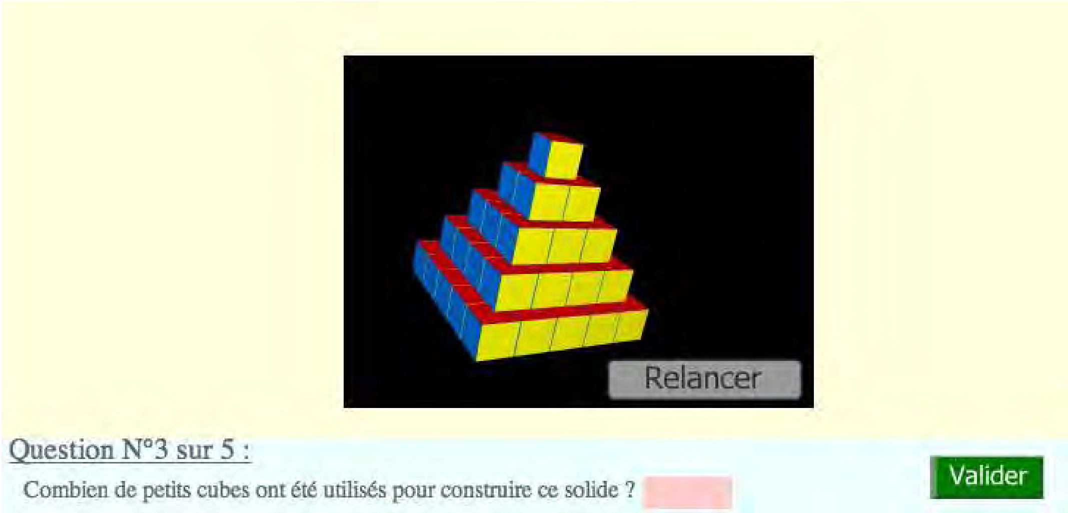
Ex 2 : Les rectangles



L'objectif de cet exercice est de travailler sur les tables de multiplication « à l'envers » ; en particulier pour faire apparaître une décomposition d'un nombre sous forme d'un produit de deux facteurs. Dans cet exercice contenant cinq questions, les quatre premières demandaient la décomposition d'un résultat de la table de Pythagore. A chaque fois, il y avait plusieurs solutions possibles (ne serait-ce que par symétrie du rectangle). La dernière question (avec 84 pour résultat) était volontairement d'une autre difficulté et cette fois-ci avec une seule possibilité en raison des contraintes liées aux dimensions du cadre.

Certains élèves, peu familiarisés avec ce support se rapportant à un sens à l'écriture multiplicative (utilisation de la multiplication pour dénombrer le nombre de cases d'une grille), n'ont pas fait le lien immédiatement avec les tables de multiplications et se sont contentés d'un dénombrement des carreaux (qui devient de plus en plus compliqué parce que les nombres sont de plus en plus grands au fur et à mesure que les questions avancent) ou ont fait le lien tardivement dans l'exercice (certains professeurs ont dit que beaucoup d'élèves l'ont manifesté avant la fin de l'exercice, se rendant compte de l'intérêt des tables). A noter que le trait plus fort tous les 5 carreaux (facilitant le dénombrement des carreaux dans une ligne ou dans une colonne) a été une des améliorations demandées lors des phases de tests et constitue une variable possible pour l'exercice.

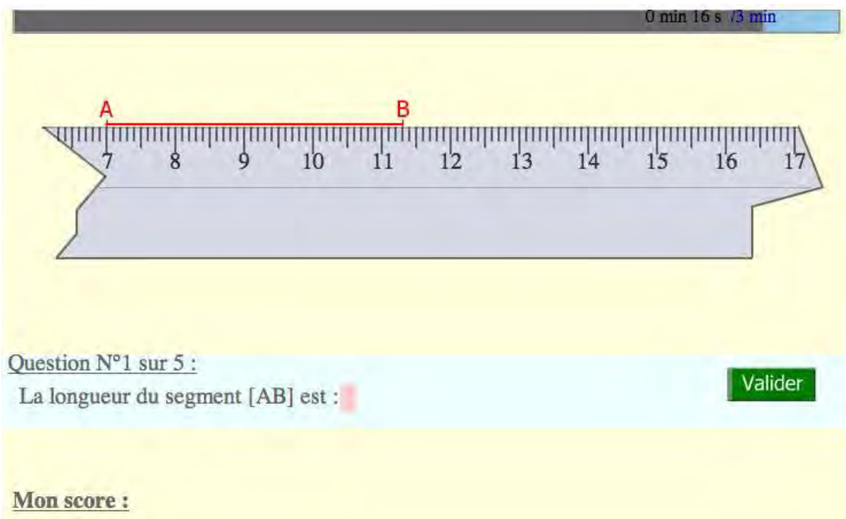
Ex 11 : Les cubes



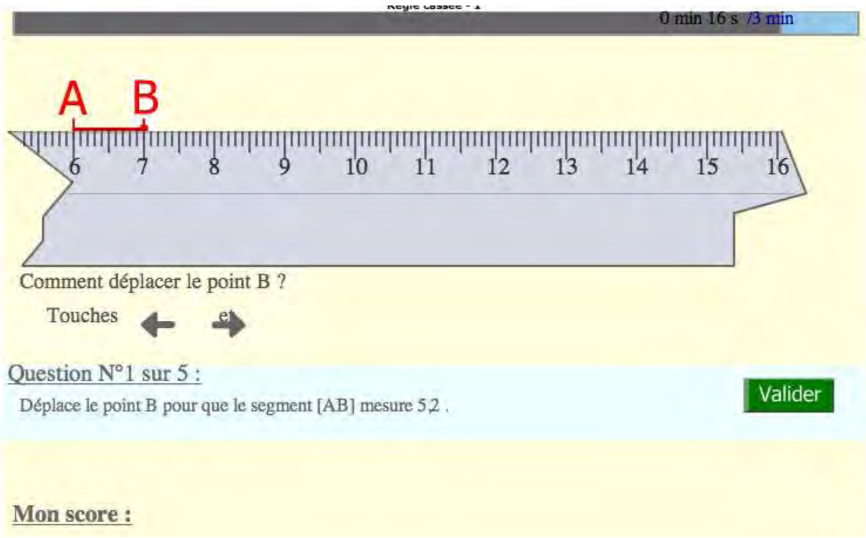
Dans cet exercice, chaque question présente un assemblage de cubes différent, de plus en plus compliqué. Ce solide est présenté en mouvement afin de le voir sous tous les angles. L'élève peut relancer l'animation et la figer quand il le souhaite.

Sur le cas précis de la pyramide ci-dessus, plusieurs procédures sont envisageables : la décomposition de la pyramide en cinq étages est fortement suggérée, on peut donc dénombrer le nombre de cubes de chaque étage en utilisant le comptage un à un ou une somme ou un produit, puis sommer les cinq nombres obtenus en regroupant 9 et 1, 16 et 4... Le fait de dénombrer des cubes invisibles *(ici ceux qui sont à « l'intérieur » de la pyramide)* est un élément non négligeable de cette démarche et on peut s'attendre à ce que certains élèves ne considèrent que les cubes visibles (9 + 7 + 5 + 3 + 1). Cet exercice a été très difficile à réaliser pour les élèves (voir les scores en annexe). Le Rallye n'a pas été conçu initialement pour retenir les réponses erronées des élèves afin de les analyser. Techniquement, ce traitement est pourtant tout à fait possible et pourrait être intégré dans les versions futures.

Ex 3 et 15 : Les règles cassées



Règle cassée - 1



Règle cassée - 2

Dans le contexte des mesures de longueur, c'est le calcul de l'écart entre deux nombres (un nombre entier et un nombre décimal ou deux nombres décimaux lus sur la droite graduée) qui est demandé dans le premier exemple. Dans le second cas, une des extrémités du segment (sur une graduation entière ou non) et sa longueur sont imposées, et l'élève doit déplacer l'autre extrémité pour que le segment réponde aux contraintes données (l'agrandissement ou la réduction de la longueur d'un segment intervient sur sa mesure). Il s'agit alors de calculer la somme de deux nombres (l'un étant lu sur la graduation) et de trouver le point de la graduation correspondant. A noter que ces deux exercices sont complémentaires l'un de l'autre et que les stratégies de calcul induites sont différentes…suivant la mesure demandée et le début de la graduation.

Par exemple, pour la règle cassée 1, les deux premières questions sont de la forme : 7 ; 9,6. Le calcul peut se faire par soustraction directe (9,6 – 7) ou par recherche du complément (de 7 à 9 puis de 9 à 9,6). Pour les deux questions suivantes, de la forme : 7,8 ; 10 ; la soustraction directe (10 – 7,8) peut sembler plus complexe que la procédure basée sur la recherche du complément : de 7,8 à 8 puis de 8 à 10 … La dernière question : 4,8 ; 7,3 peut amener à différentes stratégies suivant les nombres décimaux en jeu.

III – REMARQUES ET SUGGESTIONS DES PARTICIPANTS LORS DE L'ATELIER

III – 1 Test du Rallye lors de l'atelier

Pour des raisons de maintenance informatique du serveur de l'IA, les tests du Rallye ont été effectués en local dans la salle informatique du centre IUFM de Troyes permettant ainsi de montrer qu'une fois téléchargées, les épreuves du Rallye peuvent se passer d'Internet.

Les collègues ont découvert et testé chacun des exercices dans les conditions de passation du Rallye (à l'époque de l'atelier, il n'était pas encore possible de rejouer le Rallye intégralement avec ordre et chronomètre mais seulement de consulter les exercices un à un), en prenant des notes pour chacun d'entre eux. Beaucoup ont visiblement pris plaisir à tester ce rallye, en écho au plaisir des enfants tels que beaucoup de maîtres et professeurs l'ont rapporté.

III – 2 Suggestions des participants

Les participants ont proposé des modifications relatives à la forme des exercices, aux supports présentés aux élèves (présentation, couleurs, formulations utilisées…) et à l'utilisation des ressources proposées par le matériel informatique. Nous spécifions ici sur quelques uns des exercices la nature des remarques.

Pour l'exercice sur le calcul différé (qui n'est pas détaillé dans cet article) : l'idée est de proposer à l'élève un calcul additif et/ou soustractif de trois nombres entiers ou décimaux avec des associations évidentes, (par exemple 3 + 280 + 97) en l'affichant pendant quelques secondes puis en l'effaçant au moment où l'élève peut donner la réponse. Il est suggéré d'ajouter des couleurs pour marquer les associations ,au moins pour les premières questions, au moment de l'explicitation de la stratégie employée.

Pour la calculatrice cassée, la possibilité d'afficher les séquences de touches permettrait de mieux visualiser a posteriori (pour l'élève et l'enseignant) la stratégie de l'élève. Par ailleurs, le nombre de manipulations pourrait être limité pour forcer les élèves à avoir des stratégies amenant plus directement au résultat. Par exemple, en limitant à trois manipulations, on pourrait favoriser une stratégie multiplicative sur une stratégie d'addition itérée.

De plus, les participants suggèrent de modifier une formule du type « Regarde bien la correction. » par exemple par « Regarde bien la réponse ».

Pour l'exercice des rectangles, si le point mobile s'incrémentait sur un nombre entier de carreaux, cela pourrait éviter que certains élèves ne soient tentés d'ajouter des parties de carreaux (plutôt que de raisonner sur un nombre entier de carreaux). Par ailleurs, s'il était possible de « démarrer » son rectangle à partir de n'importe quel point (actuellement celui-ci est fixé en haut à gauche), cela donnerait plus de liberté à l'élève pour construire le rectangle de son choix.

Les échanges ont amené le groupe à se poser la question d'identifier ce qui, dans le Rallye, est réellement intrinsèque au calcul mental et ce qui relève plutôt d'autres champs des mathématiques. Par exemple, pour le dénombrement des cubes dans les pyramides, n'y a-t-il pas interférence avec la visualisation des objets dans l'espace ? Pour la règle graduée, ne s'agit-il pas plutôt de comptage (visuel) plutôt que de calcul ?

Des participants ont signalé des travaux existants. A Toulouse, un Rallye se fait en plusieurs moments distincts avec des séances de travail intermédiaires. Ne pourrait-on s'en inspirer pour le rallye calcul mental Internet ? Sur le serveur académique d'Orléans-Tours, se trouvent d'intéressantes progressions de calcul mental (concernant le collège et le lycée) qui pourraient peut-être servir de bases à des adaptations informatiques.

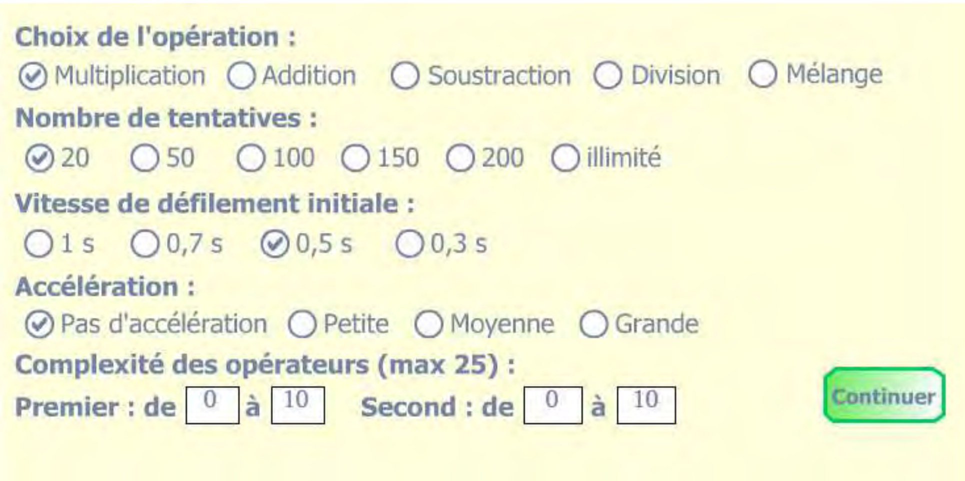
IV – PROLONGEMENTS

IV – 1 Vers l'utilisation en séance ordinaire

Les participants à l'atelier ont souligné quasi unanimement la qualité du Rallye, mais se posent des questions sur son prolongement dans la classe dans le cadre de séances ordinaires. En effet, les outils du Rallye ont besoin d'adaptation pour resservir dans des situations plus usuelles.

Trois outils ainsi adaptés et paramétrés ont été présentés : la calculatrice cassée paramétrable, le quadricalc paramétrable et la visionneuse de « volumes en cubes ». Il a été noté que souvent les paramètres informatiques correspondaient à des variables didactiques, comme les contraintes sur le choix des nombres, le temps de réponse accordé ou la durée de l'affichage…

Voici par exemple une copie d'écran montrant la paramétrisation du Quadricalc :



Dans cette version paramétrable du Quadricalc (Tetris), on peut visualiser le choix des paramètres.

A noter que le choix des sept nombres, affichés tout en bas et comprenant forcément la bonne réponse (la barre des solutions), pourrait aussi être paramétrable, par exemple en y mettant systématiquement des erreurs classiques. La paramétrisation pourrait aussi être étendue à d'autres opérations, en dehors des tables. En particulier, en dehors de toutes les variables liées au temps et à la présentation de l'exercice, le choix des opérations et surtout de la palette des réponses proposées constituent des variables didactiques importantes. Par exemple, on pourrait imaginer des opérations du type 4 x 30 (utilisation d'un résultat de la table de Pythagore et multiplication par 10) et des réponses de type 12, 120, 1200… Le moteur pour paramétrer de tels calculs reste à construire, y compris dans son ergonomie afin que le professeur qui choisit les paramètres puisse le faire facilement et en ayant conscience des variables didactiques sous-jacentes.

Le travail consistant à créer l'interface pour tous ces exercices paramétrables reste à faire. C'est un des projets de l'IA 59 pour l'année scolaire 2007-2008.

IV – 2 D’autres outils…

A la fin de l’atelier, à la demande des participants, deux autres outils mis au point par l’association Sésamath ont été visionnés :

* l’outil de géométrie « Instrumenpoche » (HYPERLINK "http://www.instrumenpoche.net" www.instrumenpoche.net)

* un outil en construction permettant de faire passer sur un ordinateur l’évaluation 6$^{\text{ème}}$ en mathématiques.

Des échanges ont eu lieu sur la pertinence de ces deux outils, mais le temps a manqué… Pour un autre colloque, peut-être…

ANNEXE : RESULTATS OBTENUS AU RALLYE CALCUL@TICE DANS LE DEPARTEMENT DU NORD

N° exercice	Titre de l'exercice	Toutes classes(394)	CM1(73)	CM1-CM2(73)	CM2(125)	CM2/6ème (123)
Ex1	Quadricalc additif	7,5	6,6	7,66	7,98	7,45
Ex2	Les rectangles	4,02	3,29	4,31	4,49	3,79
Ex3	La règle cassée 1	4,82	3,85	4,88	5,15	5,06
Ex4	Quadricalc multiplicatif	5,56	4,87	5,65	5,85	5,63
Ex5	Calcul approché 1 (addition)	6,06	5,7	6,06	6,29	6,04
Ex6	Calcul approché 2 (soustractions)	3,96	3,24	3,97	4,41	3,92
Ex7	Calculatrice cassée 1	5,72	4,82	5,74	6,32	5,64
Ex8	Calculatrice cassée 2	7,01	6,06	7,15	7,57	6,92
Ex9	Calcul différé 1 (additions)	4,77	3,82	4,79	5,49	4,58
Ex10	Calcul différé 2 (additions et soustractions)	2,39	1,97	2,74	2,7	2,09

Ex11	Les cubes	1,81	1,72	2,14	1,98	1,48
Ex12	Quadricalc soustractif	5,03	4,41	5,1	5,31	5,06
Ex13	Calcul approché (multiplications)	3,17	2,59	3,44	3,52	2,99
Ex14	Calculatrice cassée 3 (nombres décimaux)	2,77	1,96	3,05	3,17	2,65
Ex15	Règle cassée 2	4,74	3,87	4,83	5,06	4,89
Ex16	Calcul différé 3 (décimaux)	3,99	2,68	4,2	4,82	3,76
Ex17	Quadricalc « Diablo »	4,96	4,51	5,02	5,18	4,95

BIBLIOGRAPHIE

TEXTES ACCOMPAGNEMENT DES PROGRAMMES CYCLE 3 (« CALCUL MENTAL » http://www.eduscol.education.fr/D0048/calcul_mental.pdf ET « CALCULATRICE » http://www.eduscol.education.fr/D0048/calculatrice.pdf)

RAPPORT DE L'IG SUR LES MATHEMATIQUES EN PRIMAIRE : http://www.education.gouv.fr/cid4172/l-enseignement-des-mathematiques-au-cycle-3-de-l-ecole-primaire.html

SITE DU RALLYE : HYPERLINK http://www.calculatice.net

ARTICLE SUR LES CALCULATRICES VIRTUELLES :

HYPERLINK http://revue.sesamath.net/spip.php?article12

SITE MATHENPOCHE : www.mathenpoche.net

ARTICLE SUR CALCUL@TICE DANS LA REVUE MATHEMATICE : http://revue.sesamath.net/spip.php?article102

UTILISATION DE RESSOURCES NUMERIQUES CONCUES POUR LA FORMATION

Laurence MAGENDIE
Professeur de mathématiques, IUFM d'Aquitaine
laurence.magendie@aquitaine.iufm.fr

Claire WINDER
Professeur de mathématiques, IUFM de Nice
claire.winder@free.fr

Résumé
Cet article est le compte-rendu d'un atelier proposé lors du colloque COPIRELEM de Troyes en juin 2007. L'objectif de cet atelier était de présenter et de questionner quelques-uns des dispositifs de formation initiale et continue de Professeurs des Ecoles que les deux formatrices mettent en œuvre autour de ressources numériques.
Les supports à la réflexion sont trois DVD récemment sortis :
- « Chacun son chemin. Un problème de partage. Apprentissages numériques au cycle 2 », J. Bolon (coord), 2004.
- « Apprentissages mathématiques en maternelle », J. Briand, M. Loubet, M.H. Salin, 2004.
- « Enseigner les mathématiques au cycle 2. Deux situations d'apprentissage en images. Combien de bûchettes ? Le petit moulin », M. Fenichel, C. Taveau, 2005.

L'utilisation de vidéos pour la formation des enseignants n'est pas nouvelle ; son intérêt, ses modalités, ses limites, … ont déjà été souvent travaillées, notamment lors des précédents colloques de la Copirelem. La demande d'images est telle que, dans la plupart des IUFM, des séances de classe sont filmées et exploitées par les formateurs, mais ces ressources sont généralement réservées à un usage local.

On trouve cependant de plus en plus d'outils numériques largement diffusés (dans le commerce ou sur Internet), dont certains sont explicitement conçus pour la formation des professeurs des écoles en mathématiques : à des extraits vidéos de séances de classe, ils ajoutent des entretiens avec les enseignants, des fiches de préparation, des outils d'analyse didactique, etc. Il serait dommage de ne pas les exploiter, mais la multiplicité d'utilisations que leur richesse permet d'envisager doit néanmoins être interrogée : quels contenus de formation permettent-ils d'aborder ? avec quels dispositifs ? pour quels objectifs ? et quelle pertinence ?

L'objectif de cet atelier était de présenter et de questionner quelques-uns des dispositifs de formation initiale et continue que nous mettons en œuvre autour de ces ressources numériques.

Dans un premier temps, les participants ont été placés dans une situation de formation initialement conçue pour la formation continue des PE, puis, après l'analyse collective de cette situation, d'autres supports numériques ainsi que des dispositifs de formation qui les intègrent, ont été présentés.

Le plan de cet article reprend cette chronologie qui correspond en outre à la présentation successive des trois outils numériques :

- le DVD de C. Taveau et M. Fénichel « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* »[1] ;
- le DVD coordonné par J. Bolon *« Chacun son chemin. Un problème de partage. Apprentissages numériques au cycle 2 »*[2] ;
- le cédérom conçu par J. Briand, M. Loubet et M.H. Salin *« Apprentissages mathématiques en maternelle »*[3].

I - « COMBIEN DE BUCHETTES… ? »

I - 1 Une séance de formation continue

Pendant la première partie de l'atelier, nous avons fait vivre aux participants une partie d'une séance de formation initialement conçue pour des enseignants de cycle 2 et mise en œuvre lors d'un stage de formation continue. La séance de référence avait duré trois heures : nous l'avons réduite de moitié en diminuant la durée des travaux de groupe et en supprimant la dernière partie. Mais nous en avons conservé le dispositif principal dont, notamment, les consignes et le mode d'animation.

Cette situation de formation s'appuie sur l'activité « Combien de bûchettes ? » issue du DVD « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* »[4].

Les extraits vidéos contenus dans le DVD montrent des moments de trois séances incluses dans une séquence mise en place en CP-CE1 au mois de mars à partir de l'activité des « Fourmillions »[5], ainsi que les entretiens avec l'enseignante de la classe à l'issue de ces séances. L'atelier n'a porté que sur les deux premières séances (menées uniquement avec les élèves du CP).

---

[1] « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* » de Muriel Fénichel et Catherine Taveau, SCEREN – CRDP Créteil, 2006.

[2] *« Chacun son chemin. Un problème de partage. Apprentissages numériques au cycle 2 »* coordonné par Jeanne Bolon, SCEREN – CRDP Académie de Versailles, 2004.

[3] « Apprentissages mathématiques en maternelle » de Joël Briand, Martine Loubet et Marie-Hélène Salin, Hatier, 2004.

[4] « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* » de Muriel Fénichel et Catherine Taveau, SCEREN – CRDP Créteil, 2006.

[5] « Les fourmillions » in « *Apprentissages numériques – CP* » ; équipe ERMEL chez Hatier Pédagogie ; 1991 ; pp 319 – 324.

I – 1.1 La présentation de la situation et la séance 1

Avant le visionnement d'extraits de la vidéo, les participants ont été invités à prendre connaissance de la fiche de préparation de la séance 1 (voir annexe 1) qui suit un travail sur le « Jeu du château »[6]. Après quelques précisions sur les connaissances antérieures des élèves, nous leur avons demandé de repérer les différences entre le déroulement prévu (d'après la fiche de préparation) et le déroulement effectif présenté dans la vidéo.

À ce moment de l'année, les élèves de CP sont capables de lire et écrire les nombres jusqu'à 100, ils connaissent l'existence des nombres au-delà de 100 (c'est une classe à double niveau CP – CE1) mais c'est l'enseignante qui prendra en charge leur écriture. Le problème posé lors de cette activité est de dénombrer une collection importante de bûchettes (entre 500 et 600 dans la situation présentée).

Le DVD propose un montage en trois parties d'extraits de la séance (qui avait initialement duré 1h15). Chacune de ces parties correspond à une « phase » de la fiche de préparation (voir annexe 1). Nous avons choisi de réduire encore les extraits présentés :

- Partie 1 - « Combien de bûchettes » : en entier (*5min32*)
- Partie 2 - « Grouper les bûchettes » : explicitation de la tâche (*jusqu'à 1'13*) puis mise en commun et synthèse (*de 3'40 jusqu'à la fin).*
- Partie 3 - « Grouper les paquets » : retour sur l'enjeu *(jusqu'à 1' puis de 2' à 2'13)*

En effet, pour permettre une attention soutenue lors du visionnage et parce que nous sommes contraints par la durée des séances de formation, il nous paraît important de limiter la durée des vidéos projetées. Nous essayons alors d'en choisir des extraits adaptés à nos objectifs d'analyse et aux connaissances (connues ou supposées) des observateurs.

Il s'agissait ici d'analyser la séance selon trois axes principaux :

- la pertinence de l'activité en fonction des objectifs d'apprentissage annoncés ;
- la dévolution du problème ;
- la progression du savoir institutionnalisé dans la classe.

Nous avons donc éliminé les extraits qui montrent les procédures, difficultés et erreurs des élèves lors des travaux de groupe, pour privilégier les moments collectifs de consigne et de bilan.

À la suite du visionnement des extraits choisis, une discussion s'est engagée entre les participants à l'atelier. Initiée par la consigne donnée auparavant : « quelles différences voyez-vous entre le déroulement prévu et le déroulement effectif ? », elle a très vite dévié et s'est portée essentiellement sur trois points :

- l'intérêt de l'estimation du nombre de bûchettes en lancement de l'activité ;
- la façon dont l'enseignante impose les groupements par 10 ;
- l'objectif réel de la situation (numération ou dénombrement ?).

---

[6] « Le jeu du château » in « *Apprentissages numériques – CP* » ; équipe ERMEL chez Hatier Pédagogie ; 1991 ; pp 281 – 296.

Le débat a ainsi permis de travailler à la fois sur la situation en elle-même[7] et sur sa gestion par l'enseignante. Il a mis en évidence :

- la distinction entre le but pour les élèves et l'objectif de l'enseignante ;
- la distinction entre l'objectif d'une séance et celui d'une séquence ;
- les choix faits par l'enseignante pour laisser de la place aux propositions des élèves tout en contrôlant l'avancée de l'activité ;
- la nature approximative des arguments donnés aux élèves pour justifier des situations de classe souvent artificielles[8].

I – 1.2 La séance 1bis et la séance 2

Dans les documents fournis avec le DVD « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* », on nous indique que, lors d'une séance 1bis non filmée, l'enseignante a demandé à ses élèves de CP de raconter par écrit ce qu'ils avaient fait pendant la séance précédente[9]. Elle a ensuite utilisé leurs productions pour débuter la séance 2[10].

Les participants à l'atelier, répartis par groupes de 3, ont reçu les productions des élèves et la consigne : « L'enseignante fait le choix de commencer la deuxième séance en affichant et en commentant successivement ces productions. Dans quel ordre les présenteriez-vous ? Pourquoi ? ».

En formation continue, un tel travail permet d'évoquer les différentes représentations qu'ont les élèves de l'objectif d'une activité de classe, et de parler des spécificités des mathématiques.

Lors de l'atelier, tous les groupes ont choisi d'ordonner les productions des élèves pour illustrer le récit chronologique du déroulement de la séance 1. L'un d'eux a de plus proposé de limiter la présentation à quatre productions :

- « *Jeudi, on a compté les allumettes parce qu'on n'arrivait pas à savoir combien il y en avait.* » Garlonn.
- « *Il y avait plein d'allumettes et on a compté de plusieurs façons. On a compté de 10 en 10.* » Flavien
- « *On a compté 10 allumettes mais c'était un peu dur pour savoir le nombre. Et on a mis un élastique.* » Warren.
- « *On a compté de 10 en 10 avec des allumettes et après on les a mises dans des sachets. Combien il y avait d'allumettes ?* » Alboury.

Pour ce groupe, il serait intéressant de demander aux élèves d'expliciter les différences entre ces productions, et de mettre en évidence la nature du travail mathématique.

---

[7] Une telle situation qui relie les groupements par 10 et l'écriture d'un nombre, est généralement considérée comme fondamentale pour l'apprentissage de la numération.

[8] Ici, le groupement par 10 est justifié par « pour aller plus vite … comme au jeu du château... ».

[9] Les objectifs de cette séance 1bis étaient :
« Faire émerger chez les élèves les connaissances mathématiques qu'ils sont en train de construire ; Amener les élèves à améliorer la syntaxe et le lexique. »

[10] Ces productions sont en annexe 2.

L'examen des productions d'élèves a provoqué d'autres remarques :

- L'importance du nombre 10, cité par une majorité d'élèves, est en cohérence avec l'objectif de la séquence qui est d'introduire le système de numération décimale.
- Les élèves disent « compter de 10 en 10 » alors qu'il ne s'agissait que de « paquets de 10 ». On peut penser que le travail fait précédemment sur les nombres les a influencés.
- L'étape suivante de la séquence pourrait consister à remplacer les mots « élastiques » et « sachets » par « dizaines » et « centaines ».

Nous avons ensuite visionné, sans consigne particulière, des extraits de la séance 2 :

- Partie 1 - « Retour sur la séance précédente » : *jusqu'à 4'07*
- Partie 2 - « Traduire le contenu d'un sachet » : consigne (*jusqu'à 0'19*), puis mise en commun (*de 1' à 2'50).*
- Partie 3 – « Nombre total de bûchettes » : *arrêt à 4'48.*

Le premier extrait montre le début de la séance où l'enseignante revient sur ce qui a été travaillé lors de la séance 1. Le regarder lors de l'atelier (ou d'une formation) permet :

- de comparer la présentation effective des écrits des élèves (séance 1 bis) avec les propositions des participants ;
- de voir comment l'enseignante justifie le choix des groupements par 10 (convention culturelle) tout en reconnaissant la pertinence de la proposition « On pourrait les mettre par 20 ».

Il donne ainsi des réponses à la plupart des questions concernant la prise en compte des paroles d'élèves soulevées auparavant par les participants.

Les deux extraits suivants présentent les consignes relatives aux nouvelles tâches des élèves et les bilans collectifs des recherches[11]. Ils permettent de voir rapidement les étapes suivantes de la situation avant de revenir sur ses objectifs et sa pertinence pour la découverte du système de numération décimale.

À l'issue de ce visionnement, la discussion a effectivement porté sur l'analyse de la situation, l'intérêt de travailler avec de si grands nombres avec les CP, la prise en charge de leur écriture par l'enseignante, etc.[12]

I – 1.3 La séance 3

Cette troisième séance, où les élèves réinvestissent ce qui vient d'être vu, concerne simultanément les élèves de CP et de CE1 mais dans des tâches différenciées. Utilisée en formation continue, elle permet de voir un exemple de traitement et d'exploitation de l'hétérogénéité d'une classe à double niveau.

Par manque de temps, nous ne l'avons pas montrée pendant l'atelier.

---

[11] « Combien de bûchettes dans un sachet ? » et « Combien de bûchettes au total ? »

[12] Les entretiens post-séance avec l'enseignante enrichissent les réponses à l'ensemble de ces questions.

Nous avons présenté une utilisation différente de ce support numérique dans un autre contexte : la formation des PE2.

I – 2 Une utilisation en PE2

Les textes et vidéos issus du support « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* » ont été utilisés pour la formation des PE2. Ils sont intégrés au déroulement d'une séance de travaux dirigés de trois heures intitulée : « Du nombre à la numération ».

I – 2.1 Plan de la séance

1. Mise en situation : « Les fourmillions » d'après ERMEL CP[13].
2. Le statut du nombre dans les programmes.
3. Comprendre la numération à partir du CP.
- Compétences de l'entrée au CP à la fin du cycle 2.
- Compréhension de l'aspect algorithmique de la suite des nombres.
- De l'aspect groupement - échange vers l'aspect positionnel.
- Progression au cycle 2 .

4. La numération au cycle 3 (progression) .

La vidéo « Combien de bûchettes ? » est utilisée dans la troisième partie de ce TD au moment de l'étude du lien entre les groupements - échanges et l'écriture des nombres. Elle est directement reliée à la situation « Les fourmillions » qui, au début de la séance, est présentée « en homologie » par 3 stagiaires à l'ensemble du groupe puis analysée « à chaud » .

I – 2.2 Utilisation de la vidéo des bûchettes

Les PE2 sont tout d'abord invités à visionner une grande partie de la séance 1 avec la consigne : *« Repérer comment se déroule l'appropriation du problème. »*.[14]

En ce qui concerne la séance 2, les PE2 doivent « *repérer le rôle de l'enseignante au cours des différentes phases.* ». Les extraits vidéos présentés sont alors :
- Partie 1 - « Retour sur la séance précédente» : en entier (*5 min 36*) ;
- « Eclairages sur…la mise en commun »[15] en entier (*4 min 55*);
- Partie 3 - « Nombre total de bûchettes» : en entier (*5 min 57*).

Ces vidéos permettent d'illustrer différents points d'ordre pédagogique et didactique sur lesquels les PE2 se posent des questions (apparues généralement lors de la mise en œuvre de la séance des « fourmillions ») :

- Concernant la gestion de la classe :
  - comment aborder une activité ou la relancer ?

---

[13] « *Apprentissages numériques – CP* », ERMEL, Hatier Pédagogie, 1991, pp 319 – 324.

[14] Les extraits visionnés sont les mêmes que pour la formation continue, voir paragraphe I – 1.1

[15] On évoque auparavant la tâche de la partie 2 « Traduire le contenu d'un sachet ».

- comment se déroule l'appropriation de ce problème ?
- quelles activités annexes et de réinvestissement ?

➢ Concernant la partie didactique de la situation :
- comment le savoir en jeu est-il construit[16] ?
- quelles sont les différentes procédures qui apparaissent dans la construction de ce savoir ?
- quel est le rôle de l'écrit ?

➢ Concernant le champ des nombres et de la numération :
- quelle(s) progression(s) prévoir sur l'ensemble du cycle ?
- quelles autres activités peut-on proposer et présenter ?

Pour illustrer ces propos, on visionne également l'entretien « Pour aller plus loin » de la séance 2, ainsi que la partie 1 de la séance 3- « Désignation d'une quantité » *(5 min 39)*.

II - « CHACUN SON CHEMIN »

Le document numérique coordonné par J. Bolon *« Chacun son chemin. Un problème de partage. Apprentissages numériques au cycle 2 »* est paru il y a déjà plusieurs années. Nous l'avons utilisé plusieurs fois, de façons diverses, tant en formation initiale que continue.

Ce DVD présente la mise en œuvre de « problèmes de partage » dans trois classes de cycle 2, de niveaux différents (GS, CP et CE1). Les problèmes proposés sont issus des manuels ERMEL[17]. Dans les trois classes filmées, des dispositifs de différentiation permettent la prise en compte de l'hétérogénéité des élèves. Les extraits vidéos des séances montrent la gestion de ces dispositifs par les enseignants, les procédures utilisées par les élèves pour résoudre les problèmes et leurs difficultés. Des entretiens filmés avec les enseignants complètent le document.

En formation continue, selon les stages, ces vidéos peuvent être un point de départ pour une réflexion concernant, par exemple :
- les problèmes de partage, leur progression sur le cycle 2 ;
- la place de la manipulation dans les activités mathématiques ;
- la gestion de la différenciation.

On peut aussi travailler de façon plus générale sur la résolution de problèmes au cycle 2 (quels problèmes ? quelle mise en œuvre ?) ainsi que sur les écarts entre le CP et le CE1.

---

[16] Rappel : le savoir travaillé ici est le lien entre les groupements par 10 et la numération décimale. Ce ne sera qu'avec l'activité « Carrelages » (in « *Apprentissages numériques – CP* » ; équipe ERMEL chez Hatier Pédagogie ; 1991 ; pp 325 – 329) que les enfants réaliseront vraiment que l'écriture chiffrée d'un nombre à deux chiffres donne des informations sur le nombre de paquets de 10 qu'il contient.

[17] « Les caisses » in « Apprentissages numériques - GS » pp 129 - 131; « Partages inéquitables : les enveloppes » in « Apprentissages numériques – CP » pp 101 – 105 ; « Partages» in « Apprentissages numériques – CE1 » pp 86 – 88 ; équipe ERMEL ; Hatier Pédagogie.

En formation initiale (PE2), ces vidéos sont aussi pour nous un support pour l'observation d'un enseignant en classe au cours d'une activité de résolution de problème. Notre objectif est alors de faire apparaître les différents points d'ordre pédagogique et didactique à prendre en compte lors d'une observation de classe :

- les postures de l'enseignant (prise de parole, gestuelle, voix, …) ;
- les supports du travail des élèves (fiches, matériel,…) ;
- les techniques de travail (individuel, par deux, par groupe,…) ;
- la gestion des moments de mise en commun ;
- l'utilisation des écrits des élèves (en ce qui concerne les séances de CP et CE1) ;
- la gestion de la différenciation ;
- la passation de la consigne et le temps d'appropriation du problème ;
- le découpage de la séance (démarrage, enchaînements, interactions, fin de la séance…).

Ces observations peuvent alors déboucher sur la mise en évidence des éléments incontournables de la préparation d'une séance en mathématique. La vidéo « Partages » filmée en CE1 nous permet d'illustrer la préparation d'une séance à l'école élémentaire. Pour le travail en maternelle, nous utilisons la vidéo « Les caisses », filmée en GS.

III. « APPRENTISSAGES MATHEMATIQUES EN MATERNELLE »

Ce cédérom a été conçu dans le cadre d'une recherche soutenue par l'IUFM d'Aquitaine par J. Briand, M. Loubet et M.H. Salin. C'est l'un des premiers supports numériques commercialisés. Il rassemble un ensemble de documents (textes, photographies et vidéos) présentant des situations d'apprentissage par adaptation en maternelle sur :

- le concept de collection et la classification ;
- la désignation ;
- l'énumération ;
- le rangement et la notion d'ordre ;
- le dénombrement ;
- la comparaison de grandeurs.

Les situations d'apprentissage présentées sont issues de travaux de recherche en didactique des mathématiques. Leur description détaillée (matériel, déroulement, organisation, consignes,…) est illustrée par des photographies et de petites séquences vidéo. Une analyse didactique est proposée pour chaque situation et mise en relation avec les programmes.

Les séquences vidéos sont extraites de séances ayant fait l'objet d'un enregistrement sur supports magnétiques (cassettes) mises en vente dans les années 1980 au CRDP.

En formation continue, nous utilisons le cédérom comme une ressource de situations par adaptation, tel un « livre interactif ». Précèdent la navigation libre des stagiaires dans le cédérom :

- le visionnement puis l'analyse de séances entièrement filmées (sur cassettes),
- le travail sur les caractéristiques des situations par adaptation,
- la réflexion concernant les différents domaines abordés (notamment la désignation, le « pré-numérique » et la construction du nombre).

En début d'année de formation initiale, les PE2 élaborent puis mettent en œuvre lors du stage de pratique accompagnée, des séances de résolution de problèmes en s'aidant des descriptions des situations ainsi que de leurs analyses didactiques. Les petits extraits vidéos du cédérom sont utilisés pour illustrer certaines parties délicates (consigne, organisation, matériel,…) des situations proposées.

RESSOURCES NUMERIQUES PRESENTEES

BOLON J. (2004), *Chacun son chemin. Un problème de partage. Apprentissages numériques au cycle 2*, SCEREN-CRDP Versailles.

BRIAND J., LOUBET M., SALIN M.H., (2004), *Apprentissages mathématiques en maternelle*, Hatier Pédagogie.

FENICHEL M., TAVEAU C. (2005), *Enseigner les mathématiques au cycle 2. Deux situations d'apprentissages en images : Combien de bûchettes ? Le petit moulin,* SCEREN-CRDP Créteil.

BIBLIOGRAPHIE

ERMEL (1990), *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, GS*, Hatier Pédagogie.

ERMEL (1991), *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CP*, Hatier Pédagogie.

ERMEL (1995), *Apprentissages numériques et résolution de problèmes, CE1*, Hatier Pédagogie.

FENICHEL M., TAVEAU C. (2005), Construire des outils en didactique des mathématiques pour le formateur de des professeurs d'école, *Actes du 31ème colloque Copirelem, , Foix 2004,* IREM de Toulouse

FENICHEL M., TAVEAU C. (2006), Utilisation en formation des PE du DVD « Enseigner les mathématiques au cycle 2. Deux situations d'apprentissage en images. » , *Actes du 32ème colloque Copirelem, Strasbourg 2005,* IREM d'Alsace.

GIRMENS Y. (2003), Usage de la vidéo en formation, *Actes du 29ème colloque Copirelem, la Roche sur Yon 2002,* IREM des pays de la Loire, pp 265-269

RODITI E. (2006) Les analyses de vidéos : outils de recherche et moyens de formation, *Actes du 32ème colloque Copirelem, Strasbourg 2005,* IREM de Strasbourg

TOURNIER G (2005), Activités de formation à partir d'un support vidéo, *Actes du 31ème colloque Copirelem, Foix 2004,* IREM de Toulouse

ANNEXE 1 (FICHE DE PREPARATION DE LA SEANCE 1)[18]

Objectifs de l'enseignant :
• Faire prendre conscience aux élèves que pour dénombrer une grande collection d'objets, il est nécessaire d'abandonner les procédures de comptage de un en un ou de deux en deux au profit de procédures de groupement.
• Faire prendre conscience aux élèves que pour que l'on puisse se mettre d'accord sur la désignation du nombre d'éléments d'une collection, il est nécessaire de choisir la même règle de groupement.
• Introduire le groupement par dix.

Tâches des élèves
• Prévoir le nombre n d'éléments d'une grande collection d'objets ($500 < n < 1000$).
• Dénombrer une grande collection d'objets.

Matériel
• Une collection de bûchettes dont le nombre est compris entre 500 et 600 éléments.
• Des élastiques.
• Des sacs en plastique transparent.
• Des boîtes.

Organisation
• Alternance entre travail collectif et travail par groupe de trois élèves.

Déroulement

Phase 1 (collective) : présentation de la situation
La situation est présentée comme un défi : la collection de bûchettes est étalée sur une table devant l'ensemble des élèves.

<u>Consigne 1</u> *: « J'ai un certain nombre de bûchettes. Mon problème est de savoir combien il y en a exactement. À votre avis combien y a-t-il de bûchettes sur la table ? »*
Chaque élève propose une réponse qui est notée sur une partie du tableau. Les réponses seront certainement différentes.

<u>Consigne 2</u> *: « Pas un d'entre vous ne m'a proposé la même réponse et je voudrais savoir combien il y a exactement de bûchettes. Que proposez-vous ? Comment peut-on faire pour savoir combien il y a exactement de bûchettes ? »*
On s'attend à ce que les élèves proposent diverses procédures de comptage de la collection de bûchettes :
• comptage de un en un ;
• comptage de deux en deux ;
• comptage de cinq en cinq ;
• éventuellement comptage de dix en dix ;
• autres procédures de comptages (de n en n avec $n \neq 1, 2, 5, 10$) ;
• réalisation de tas réguliers.

Chacune des procédures proposées par les élèves est mise à l'épreuve. Si les élèves proposent de faire des tas de dix bûchettes ou de compter les bûchettes de dix en dix, on leur demande de justifier ces propositions.

---

[18] Extrait du cédérom fourni avec le DVD « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* » de Muriel Fénichel et Catherine Taveau, paru au Scéren – CRDP de Créteil en 2006.

Conclusion :
Si les élèves proposent de compter les bûchettes de n en n (n ≠ 10) ou de faire des tas de n bûchettes, on propose de choisir n = 10 (en référence à une procédure de comptage que les élèves ont déjà utilisée avec pour support le tableau des nombres) pour que l'on puisse tous se mettre d'accord.
Si le comptage de dix en dix est proposé, on entérine la procédure en s'appuyant sur la justification de ce choix par les élèves.

Phase 2 (par groupe de trois) : structuration d'une collection de bûchettes en utilisant le groupement par dix.

Organisation :
Les élèves sont groupés par trois : un capitaine et deux aides. La répartition des groupes a été prévue et écrite au tableau et le nom de chaque capitaine a été souligné. Le capitaine est plutôt un élève en difficulté. La collection initiale de bûchettes est répartie entre chaque groupe : le capitaine de chaque équipe reçoit une boîte comportant un certain nombre de bûchettes et des élastiques.

Tâche de chacun des élèves du groupe :
Le capitaine doit extraire dix bûchettes de la collection contenue dans la boîte. Lorsqu'il a compté dix bûchettes, il donne le tas à un des aides qui vérifie. Après vérification, ce dernier donne le tas à un autre aide qui doit entourer le paquet de dix bûchettes avec un élastique.

Difficultés prévues : la gestion des élastiques.

Aides : utiliser les habiletés des élèves en changeant le rôle de chacun dans les groupes. Diminuer le nombre de bûchettes des groupes les plus lents pour réguler la durée de la phase.

Conclusion :
L'enseignante réunit tous les paquets de dix bûchettes réalisés par les groupes ainsi que les bûchettes qui n'ont pu être regroupées.

Consigne : « Que peut-on faire avec ces bûchettes ? »

Réponse attendue : s'il y en a dix ou plus, on peut encore faire un paquet de dix bûchettes. La collection de bûchettes ainsi organisée est à nouveau placée sur une table devant l'ensemble des élèves. Introduction des mots « dizaine » et « unité ».

Phase 3 (collective) : retour sur les prévisions du nombre de bûchettes de la collection

Les prévisions faites par les élèves concernant le nombre de bûchettes lors de la phase 1 sont reprises.

Consigne 1 : « Gardez-vous la même idée ? Changez-vous d'idée ? Pourquoi ? » Chaque élève est amené à proposer une réponse qui, si elle change, est inscrite à côté de la première.

Modification possible : certains élèves peuvent proposer un nombre de bûchettes dont le chiffre des unités traduit le nombre de bûchettes isolées.
Les réponses sont à nouveau analysées.
On attend à nouveau des réponses différentes.

Consigne 2 : « À nouveau, pas un d'entre vous ne m'a proposé la même réponse. Comment faire pour savoir combien il y a exactement de bûchettes ? Comment faire pour continuer à compter les bûchettes ? »

On écoute les différentes propositions. En particulier, on attend des élèves qu'ils proposent de grouper par dix les tas de dix bûchettes. Si cette proposition n'apparaît pas, on la propose aux élèves.
Les élèves sont alors répartis par trois comme lors de la phase précédente. La collection de bûchettes est à nouveau répartie entre les groupes qui disposent de sacs transparents dans lesquels ils doivent mettre dix tas de dix bûchettes.
Introduction du mot « centaine ».
À l'issue de ce travail, toutes les bûchettes ainsi organisées sont réunies.
On propose aux élèves de réfléchir à la manière dont on va écrire le nombre de bûchettes de la collection pour la séance suivante.

ANNEXE 2 (LES PRODUCTIONS DES ELEVES DE CP A L'ISSUE DE LA SEANCE 1BIS)[19]

Réponses à la question : « Qu'avons-nous fait lors de la dernière séance ? »

« *On a compté de 10 en 10 avec des allumettes et après on les a mises dans des sachets. Combien il y avait d'allumettes ?* » Alboury.

« *Il y avait plein d'allumettes et on a compté de plusieurs façons. On a compté de 10 en 10.* » Flavien

« *Catherine a dit qu'il y a beaucoup d'allumettes. Alors, que peut-on faire ? Oui, Julien, on peut compter de 10 en 10.* » Ophélie

« *Jeudi, Catherine nous a fait voir des allumettes. Il fallait les compter. On les a comptées de 10 en 10 et on les a attachées.* » Chloé.

« *On a compté 10 allumettes mais c'était un peu dur pour savoir le nombre. Et on a mis un élastique.* » Warren.

« *On a fait les mathématiques avec des allumettes. On a compté de dix en dix.* » Gaëlle

« *On a fait des mathématiques avec des allumettes. Catherine nous a demandé de compter les allumettes. On a compté de dix en dix.* » Marine.

« *Jeudi, on a compté les allumettes parce qu'on n'arrivait pas à savoir combien il y en avait.* » Garlonn.

---

[19] Extrait du cédérom fourni avec le DVD « *Enseigner les mathématiques au cycle 2 - Deux situations d'apprentissage en images* » de Muriel Fénichel et Catherine Taveau, paru au Scéren – CRDP de Créteil en 2006.

LA MODELISATION DANS UNE PERSPECTIVE DE FORMATION ET D'ENSEIGNEMENT

Robert ADJIAGE
MCF, IUFM d'Alsace
LISEC EA 2310
robert.adjiage@alsace.iufm.fr

Richard CABASSUT
PIUFM, IUFM d'Alsace
Didirem Paris 7
richard.cabassut@alsace.iufm.fr

Résumé
Le thème traité portera sur des tâches de modélisation et sur leur scénarisation dans un cursus d'enseignement à l'école primaire et de formation des professeurs des écoles.
Dans un premier temps, on introduira les principaux concepts et enjeux des tâches de modélisation dans une perspective d'enseignement, de formation et d'apprentissage (Blum, 2004). On rappellera le contexte institutionnel (PISA, recommandations du parlement européen, socle commun...) qui a contribué à mettre au premier plan les tâches de modélisation. On apportera enfin quelques commentaires personnels. Dans un deuxième temps, les participants seront invités à analyser, en groupes, différentes tâches de modélisation. Enfin, dans un troisième temps, les différentes productions seront discutées collectivement. Pour conclure, on invitera les participants à préciser les incontournables d'un scénario de formation continue à la modélisation.

Après un exposé théorique sur le sujet, les participants à cet atelier sont invités à résoudre des problèmes de modélisation puis à s'interroger sur leur pertinence à figurer dans un cursus d'enseignement à l'école primaire et de formation, initiale et continuée, des professeurs des écoles. Au-delà de l'analyse de ces tâches et de leur scénarisation, les participants sont amenés à préciser leur conception de la modélisation et sa place dans l'enseignement à l'école et en formation.

I – CONCEPTS ET ENJEUX DES TACHES DE MODELISATION

Cette première partie est menée sous forme d'exposé interactif. Un cadre conceptuel, essentiellement issu des travaux d'ICMI 2004, est présenté aux participants. Ce cadre constitue une base de discussion avec l'ensemble du groupe. Les travaux personnels des animateurs, engagés dans un projet européen sur le sujet (COMENIUS LEMA), ainsi que les remarques et analyses des participants, relativisent les conceptions issues d'ICMI. La chaîne de valorisation de la modélisation comme moyen privilégié de « faire » des mathématiques et d'évaluer les acquisitions est précisé à travers les recommandations européennes et PISA.

I – 1 Les sources

Les documents auxquels se réfèrent les animateurs sont brièvement présentés et commentés. Quatre sources sont examinées.

- Discussion Document ICMI (International Commission on Mathematical Instruction).
- Ressources COMENIUS LEMA (Learning and Education in and through Modelling and Applications), projet européen visant à développer un cours de formation des maîtres à la modélisation.
- Sites officiels (OCDE-PISA, Parlement Européen, MEN…).
- Publications et travaux personnels des animateurs.

I – 2 Premières définitions (ICMI 2004)

- La modélisation s’appuie plutôt sur un processus menant de la réalité aux mathématiques.
- L’application s’appuie plutôt sur un processus menant des mathématiques à la réalité.

I – 3 Chaîne de valorisation

La modélisation est un sujet d’importance, pris en compte et étudié par de nombreux didacticiens, et présent dans diverses conférences internationales depuis plusieurs décennies. Citons par exemple : Freudenthal (années 70) ; Niss, 1987 ; Blum et al.1989 ; Galbraith et al., 1990 ; Lesh et al., 2002 ; Comité scientifique des IREM, 2003. On assiste néanmoins à sa promotion accélérée au cours des dernières années. Que s’est-il passé ? On trouve au départ de ce processus une demande du ministère de l’Education danois (projet KOM, 2002) de réorganisation des curricula scolaires. Le projet KOM a été piloté par M. Niss. Il s’appuie sur deux idées directrices :

- Dans une société de plus en plus dépendante de modèles mathématiques, donner aux élèves les moyens mathématiques de comprendre le monde pour développer leur esprit citoyen. D’où le centrage sur l’acquisition de compétences plus que sur la transmission de connaissances
- Pédagogie du projet : enseigner les mathématiques comme réponse à un besoin issu des exigences du monde.

Suite à une demande de l'OCDE, M. Niss pilotera la partie mathématique du projet PISA d’évaluations internationales. Sa conception de l’enseignement des mathématiques a été déterminante dans les choix qui ont présidé à la sélection des items de cette évaluation. Ainsi, la compétence mathématique de base mise au premier plan par PISA (OCDE, 2006, p. 73) est « la capacité d’un individu à identifier, comprendre, le rôle que les mathématiques jouent dans le monde… d’utiliser les mathématiques… en tant que citoyen constructif, concerné et réflexif. ». Le parlement européen (2006, Annexe p.7) a repris cette option à son compte en émettant des recommandations parmi lesquelles on trouve en bonne place : « La compétence mathématique est l'aptitude à développer et appliquer un raisonnement mathématique en vue de résoudre divers problèmes de la vie quotidienne ». Les résultats obtenus par leurs élèves à PISA, jugés insatisfaisants par certaines nations européennes majeures, pourraient avoir eu un effet non négligeable sur la teneur de ces recommandations. Enfin, en France, le socle commun dont le préambule mentionne qu’il « se réfère… aux évaluations internationales, notamment… PISA. », précise (2006, pp. 9-10) : « La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité. ». La modélisation apparaît donc comme un sujet d’étude didactique sérieuse, que la conjoncture a néanmoins propulsé sur le devant de la scène. L’impact de PISA, qui n’est qu’une mesure parmi d’autres de la performance des élèves, semble avoir été déterminant dans cette promotion.

I – 4 Processus de modélisation

Le « *discussion document* » d’ICMI 2004 précise les différentes phases du processus de modélisation que nous déclinons ci-dessous :

- Point de départ, une situation du monde réel ;
- On l’épure, on la structure, on la précise ;
- Formulation d’un modèle qui est toujours ancré dans le monde réel ;
- Mathématisation :
  - Soit saisie d’un modèle mathématique disponible ;
  - Soir élaboration d’un modèle mathématique adéquat ;
- Traitement mathématique avec production de résultats ;
- Interprétation des résultats en fonction de la situation réelle d’origine ;
- Validation du modèle par la pertinence des résultats ;
- Le cas échéant, reprise de tout le processus avec un modèle rectifié ou tout à fait différent ;
- Le problème d’origine est reformulé et communiqué.

Nous y retrouvons le solide ancrage dans le monde réel préconisé par la chaîne de valorisation. Ce qui est un choix, et non une nécessité de la définition d’un processus de modélisation. Rappelons que des acceptions plus larges ont été proposées, notamment au colloque de la COPIRELEM 2007 (voir par exemple Duperret ou Orange), que nous pourrions synthétiser par : modéliser, c’est substituer des choses (objets ou relations) à d’autres choses dans un but explicatif et/ou prédictif. « Les mathématiques ont-elles pour objet de « décrire » la réalité, ou ne se contentent-elles pas d’une action intellectuelle sur une réalité déjà abstraite ? » (Duperret, COPIRELEM, 2007).

I – 5 Thèmes d'étude

Le « discussion document » d'ICMI 2004 propose ensuite de délimiter le champ de recherche sur la modélisation. Il propose pour cela la définition générale d'un thème d'étude (« *issue* ») comme surface d'un espace à deux dimensions : niveau scolaire x domaine (Figure 1), puis quatre perspectives (Figure 2) d'où il est possible d'examiner un thème d'étude, et enfin un cadre pour la formulation d'un thème d'étude décliné en un défi et un questionnement.

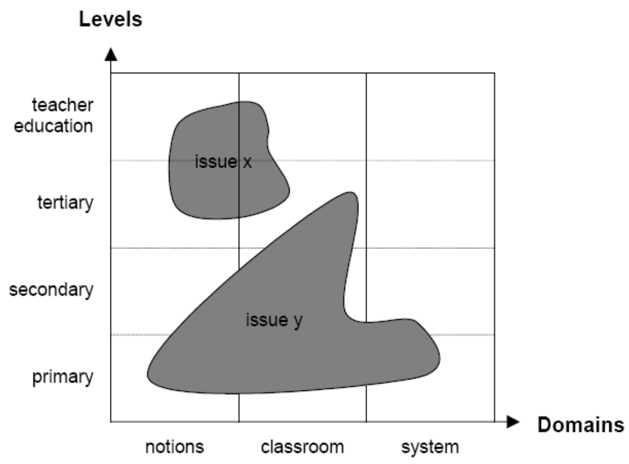


Figure 1: The "reality" of applications and modelling

Figure 1 (extraite de Blum, 2004)

Figure 2 (extraite de Blum, 2004)

Par exemple, le thème 1, épistémologie, se décline comme suit :

- **Défi** : caractériser l'activité d'applications/modélisation en termes de fondements, de ruptures, de continuités, d'obstacles...

- **Questionnement (extraits)**

  - Quelles sont les composantes du processus de modélisation ?
  - Quelles parties des mathématiques sont les moins susceptibles d'être représentées dans le champ de la modélisation et inversement ?

- Y a-t-il des caractéristiques communes aux champs de la modélisation et de la preuve ?
- Qu'est-ce que la généralisation et le transfert dans un travail inter-contextes ?

D'autres thèmes d'étude sont proposés parmi lesquels on trouve : Authenticité et familiarité, Redresser l'image des mathématiques, Curricula existants et à venir, Evaluations spécifiques des compétences et des programmes du champ de la modélisation.

Dans la partie II de l'atelier, les participants seront invités à rattacher les tâches de modélisation qui leur seront soumises à un des thèmes d'étude ci-dessus, à situer ces tâches dans l'espace de la Figure 1, et enfin à adopter successivement, dans leur analyse de tâche, le point de vue d'un enseignant du primaire puis d'un formateur de professeurs d'école.

I – 6 Quelques commentaires

La modélisation a été mise sur le devant de la scène au terme d'un processus de valorisation que nous avons rappelé en I-3. Une conséquence fâcheuse de ce processus est la tentation de définir des programmes d'enseignement à partir des standards de réussite à PISA. Dans ce schéma, l'enseignement ne vise plus l'acquisition de savoirs et savoir-faire structurés par l'épistémologie d'une discipline. Il vise l'acquisition de compétences destinées à rendre les élèves performants à PISA. Quant aux savoirs, ils risquent de se réduire à des moyens occasionnels d'acquérir de la compétence ! L'évaluation est alors au centre du processus d'enseignement au lieu d'en être à la sortie. La modélisation quant à elle, vue comme processus de mathématisation du réel, risque d'apparaître comme un simple maillon de ce dispositif.

Pour nous, un curriculum doit s'appuyer sur la cohérence et la cohésion mathématique de paliers qui structurent l'apprentissage en termes d'obstacles, de continuités et de ruptures. Dans le domaine numérique, on distingue ainsi quatre champs de connaissances/compétences qui ont été étudiés et continuent à l'être par les didacticiens.

- Etude des entiers : substitution des nombres aux quantités et opérations sur les nombres, formation de mots et de phrases mathématiques le long d'une ligne d'écriture.

- Etude des nombres rationnels comme rapports de **deux** entiers : nécessité de briser en **deux** la ligne d'écriture pour la formation des mots et des phrases mathématiques.

- Etude de l'algèbre : redésignation par des variables de quantités exprimées dans des registres numériques, verbaux, schématiques, autres… ; réduction du lexique par élimination de variables « redondantes » (expression de variables en fonction d'autres variables) ; formation et traitement d'expressions différentes mais référentiellement équivalentes (si $4x - 1 = 3 + x$, alors $3x = 4$).

- Etude des fonctions : introduction des objets-fonctions, apparition de nouvelles opérations (composition des fonctions) et de nouveaux traitements (limite, dérivation…) des phrases mathématiques.

Notre projet de formateurs est de regarder la modélisation comme un moyen parmi d'autres d'acquérir des connaissances/compétences dans un de ces quatre champs. Notre projet de chercheur est d'étudier les effets de l'introduction substantielle de tâches de modélisation dans l'enseignement.

Nous avons étudié toutes sortes de tâches de modélisation, pour la plupart élaborées et expérimentées par des chercheurs et formateurs européens. Ces tâches ont pour caractéristique principale d'être très ouvertes (pas ou très peu de données numériques) et toutes ancrées dans le monde réel. Elles débouchent donc sur un recueil de données qu'il s'agit de traiter en mobilisant un modèle mathématique éprouvé, le plus fréquent étant celui de la proportionnalité. Très peu de tâches nécessitent l'élaboration d'un modèle mathématique pas encore abordé.

Nous avons proposé à des élèves de différents niveaux de l'école élémentaire ces tâches de modélisation. Nos premières conclusions sont que :

- elles dynamisent les classes ;

- elles fonctionnent à tout le moins comme d'excellents révélateurs de déficit d'apprentissage et facilitent les remédiations en offrant des références contextuelles ;

- elles déstabilisent l'enseignant et tendent à augmenter son interventionnisme, parfois de façon intempestive, ce qui est le contraire du but recherché ! D'où la nécessité d'une formation à la modélisation ;

- pour fonctionner comme moyen d'acquérir des connaissances / compétences, ces tâches devraient déboucher sur l'élaboration d'un modèle mathématique et pas seulement sur l'application d'un modèle déjà disponible. D'où la nécessité de concevoir de nouvelles tâches de modélisation intégrant cette contrainte.

La partie II « travaux pratiques » de l'atelier sollicite la contribution du groupe pour prolonger l'analyse de tâches de modélisation expérimentées et évaluer leur pertinence à être intégrées à un enseignement ou une formation.

II – ANALYSE PAR GROUPES DE TACHES DE MODELISATION ET DISCUSSION

II – 1 Tâches de modélisation à analyser

Différentes tâches sont proposées à l'analyse que l'on pourra relier aux thèmes d'étude abordés dans la partie précédente, et notamment l'authenticité, la faisabilité à un niveau donné, la validation des résultats des élèves, les compétences sollicitées et de leur évaluation, la nécessité pour les élèves d'élaborer un modèle mathématique ou de saisir un modèle disponible, l'épistémologie, l'intention de « redresser » l'image des maths, les principes pédagogiques adéquats à un enseignement des applications ou de la modélisation. On pourra adopter successivement le point de vue d'un enseignant du primaire puis d'un formateur de professeurs d'école.

II – 1.1 Le géant

Quelle est la taille approchée de la silhouette, dont on peut voir seulement un pied?

Cette photo a été prise dans un parc de loisirs.

II – 1.2 Le bouchon

Sur l'autoroute, à l'entrée de Strasbourg, il y a un accident juste avant la sortie Baggersee. La circulation est bloquée entre La Vigie et Baggersee. Combien de véhicules sont bloqués?

II – 1.3 La course

Dans la cour de récréation il y a deux arbres, un petit et un grand, et un mur. On organise une course : chaque élève part du petit arbre; il va toucher le mur; puis il doit toucher le grand arbre ; enfin il retourne toucher le petit arbre. Où toucher le mur pour être le plus rapide?

II – 1.4 Les Berliner

Anne est en vacances dans la Forêt Noire. Elle trouve une offre spéciale pour un type de pâtisserie appelée « Berliner » comme vous pouvez le voir sur la photo. Le boulanger propose le gâteau à 0,80€ l'unité. Si vous étiez le boulanger, auriez-vous proposé les mêmes prix sur l'affiche?

II – 1.4 Le rebond

A quelle hauteur rebondit une balle de tennis, si on la lâche d'une hauteur de 10 mètres?

II – 2 Analyse des tâches et discussion

Voici un rapide résumé des échanges qui ont eu lieu dans l'atelier, concernant l'analyse des tâches de modélisation des exemples précédents.

Pour la tâche du géant, le support semble authentique. En revanche, la question posée représente-t-elle un « vrai » problème, en comparaison par exemple avec la situation du puzzle de Brousseau ? Différentes compétences semblent sollicitées relatives à la proportionnalité ou aux approximations. La mise en œuvre paraît possible au CM1. Mais cette situation est-elle un bon outil pour l'apprentissage de la proportionnalité ? N'est-elle pas trop riche ? Le risque n'est-il pas de la prendre comme situation d'apprentissage ?

Pour cette tâche, le but principal n'est pas la résolution de problème ou l'apprentissage d'une notion, mais prioritairement apprendre à modéliser le réel. Mais peut-on enseigner la modélisation ? La modélisation est-elle un but en soi ou n'est-elle qu'un moyen de savoir ?

Pour la tâche des Berliner, l'authenticité dépend du niveau des élèves, du contexte social, de la mise en situation pour l'enseignement, de la formulation de l'énoncé. Ici selon qu'on se place du point de vue du boulanger ou de celui du client, l'approche est différente. Pour réaliser cette tâche, il faut combiner un savoir mathématique (par exemple sur la proportionnalité) et un savoir de la vie quotidienne (le prix payé est en général proportionnel à la quantité achetée). Cependant le modèle de la proportionnalité n'est pas toujours le modèle dominant dans la vie quotidienne. Ici le boulanger a peut-être appliqué des lois du commerce qui indiquent qu'il y a des seuils psychologiques de prix qui attirent plus le client que les règles de proportionnalité sur le prix payé.

L'enseignant doit scénariser l'articulation des savoirs mathématiques et de la vie quotidienne. Mais il peut y avoir différentes conceptualisations de la réalité et les mathématiques ne se construisent pas uniquement en confrontant les élèves à des situations « authentiques ».

Dans la tâche du rebond, la validation du modèle de la proportionnalité rappelle celle des sciences expérimentales. On observe deux sortes de modèles : un modèle mathématique à chercher dans le répertoire des modèles mathématiques, et un modèle explicatif de cette situation, construit pour résoudre le problème. On observe que la vérification, possible dans la tâche du rebond, n'est pas possible dans la tâche du géant. Cependant former à la modélisation, ce n'est pas enseigner le syncrétisme physique-réalité.

Pour la tâche de la course, on remarque qu'elle est dangereuse à faire réaliser par des élèves qui doivent courir en direction d'un mur. La vitesse est un élément perturbateur. Les connaissances mathématiques en jeu sont relatives à la symétrie axiale et à l'inégalité triangulaire. Au niveau du cycle 3, est-il souhaitable de poser ce problème qui paraît difficile à comprendre? La situation apparaît bien lourde au niveau heuristique. Quel modèle mathématique permet de comprendre la notion de plus courte distance à l'école primaire? N'est-ce pas une situation pseudo-réelle, bien dans la tradition française ? Un des intérêts est de pouvoir invalider des faux modèles.

III – CONCLUSION

Le temps manquant, il n'a pas été possible de développer le projet Lema et l'atelier s'est conclu sur le questionnement suivant : Quels sont les incontournables d'un scénario de formation continue à la modélisation ?

Différentes propositions ont été discutées. Nous en donnons un bref aperçu ci-dessous.

- Pour proposer un scénario de formation, il convient que le formateur ait choisi sa définition de la modélisation et qu'il s'y tienne.

- Pour un problème donné, il convient que formateur et formé aient conscience que plusieurs modélisations sont possibles et que tout processus de traitement du problème passe par un choix entre ces possibles.

- Les formés doivent traiter eux-mêmes les problèmes de modélisation qu'ils proposeront à leurs élèves.

- Un formé doit percevoir qu'un objet mathématique peut être considéré tantôt comme indépendant de la réalité, tantôt comme susceptible d'interpréter la réalité.

- Il convient que l'élève dispose d'une base de modèles mathématiques pouvant avoir été acquis à travers des activités de modélisation fonctionnant comme situation-problème.

- Un modèle peut être vu comme la forme opérationnelle d'objets mathématiques et des traitements associés. Cette définition ne préjuge en rien de l'ancrage de ces derniers : réel tangible, domaine mathématique …

Bibliographie

BLUM W. (2004) ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion document. Educational Studies in Mathematics. Volume 51, N° 1-2. http://www.springerlink.com/content/p1l244802942w921/

BOEN (2006) Socle commun de connaissances et de compétences, *bulletin officiel de l'éducation nationale* n° 29 du 20 juillet 2006.

CABASSUT R. (2006) Exemples de modélisation à l'école primaire allemande : quels enjeux pour la formation des maîtres? in *Actes su 24e colloque Copirelem*, Dourdan, 119-120

KUZNIAK A. (2006) Diversité des mathématiques enseignées « ici et ailleurs » , in *Actes du 23e colloque Copirelem*, Strasbourg, 47-66.

LEMA **L**earning and **E**ducation in and through **M**odelling and **A**pplication http://www.lema-project.org

MAASS K. (2005) “Barriers and Opportunities for the Integration of modelling in Mathematics Classes- Results of an Empirical Study”.*Teaching Mathematics and its Applications* Vol 24 61-74.

OCDE (2006), *Assessing scientific, reading, and mathematical literacy*, http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/63/35/37464175.pdf

PARLEMENT EUROPÉEN (2006) *Compétences clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie*, http://www.europarl.europa.eu/sides/getDoc.do?pubRef=-//EP//NONSGML+TA+P6-TA-2006-0365+0+DOC+PDF+V0//FR

PETER-KOOP A. (2002). Real-world problem solving in small Groups : Interaction patterns of third and fourth graders. In B.Barton, C. Irwin, M. Pfannkuch, & M. O. J. Thomas (Eds.), *Mathematics education in the South Pacific* (Proceedings of the 25th annual conference of the Mathematics Research Group of Australasia, Auckland, pp. 559- 566). Sydney: MERGA.

MINISTERE de l'EDUCATION (2006) *Le socle commun des connaissances et des compétences*, Direction Générale de l'enseignement scolaire, http://media.education.gouv.fr/file/51/3/3513.pdf

SITUATIONS DE FORMATION EN PE1 POUR ABORDER LA MODÉLISATION DE NOTIONS MATHÉMATIQUES

Michel Jaffrot
Formateur à l'IUFM des Pays de la Loire
Catherine Taveau
Formatrice à l'IUFM de Paris

Résumé :

A partir d'une situation proposée en PE1, la modélisation de savoirs mathématiques en formation a été questionnée. Après avoir analysé la situation des poignées de mains, les participants de l'atelier ont échangé autour des différents modèles proposés par les étudiants et, de fait, se sont interrogés sur la notion de modélisation.

Nous avons aussi recherché des situations potentielles de formation qui amèneraient, elles aussi, à une démarche de modélisation de savoirs mathématiques.

NOS OBJECTIFS DE TRAVAIL DANS L'ATELIER

Lors de cet atelier, notre intention a été de questionner la notion de modélisation dans le cadre de la formation en mathématiques des étudiants PE1. Nous nous sommes demandés si nous proposions des situations didactiques qui nécessitaient une modélisation ? Si oui, lesquelles ? Est-ce qu'elles étaient réellement des situations de modélisation ? Puis de quelle modélisation parlions nous ?

Ces questions nous ont donné l'occasion de débattre, entre nous formateurs, sur nos propres représentations de la « modélisation » et par conséquent de notre façon de la faire vivre en formation avec les étudiants PE1.

En d'autres termes, nous avons été amenés à nous interroger sur des questions fondamentales comme « c'est quoi les mathématiques pour moi ?» ou « c'est quoi enseigner les mathématiques ? » ou encore « c'est quoi former à l'enseignement des mathématiques ? ».

Cet atelier a été essentiellement un lieu de réflexion et d'échanges dans lequel quelques pistes de mise en œuvre ont été proposées mais où tout est encore à débattre, et ceci dans le cadre de la plus grande place donnée aux mathématiques dans le concours de recrutement des professeurs des écoles.

Ce compte rendu ne peut pas refléter la richesse des débats mais nous présentons les phases essentielles du travail mené.

MISE EN SITUATION

Pour illustrer notre réflexion, nous avons présenté une situation que nous avons fait vivre déjà plusieurs fois dans nos groupes PE1, la situation des poignées de mains, et que nous pensons être une situation de modélisation. Chaque fois, cette situation est proposée lors de la première séance de l'année avec nos étudiants.

Au sein de l'atelier, nous souhaitons aborder les questions suivantes : en quoi cette situation permet-elle de mobiliser un modèle déjà disponible pour résoudre le problème ou en quoi permet-elle de se placer dans un processus de modélisation ? Que signifie pour nous le terme de modélisation ? Quel est l'intérêt de faire vivre cette situation à des PE1 ? Quelle démarche de formation mettre en œuvre pour aborder ces notions ?

Présentation de la situation de formation

Cette situation intitulée *les poignées de mains* a été initiée par Michel Jaffrot.

Lors de la première séance de formation avec son groupe de PE1, le formateur, sans rien dire de plus, propose à chacun de se lever (le formateur y compris). Les " 35 " PE1 sont répartis en deux groupes bien séparés dans la salle et le formateur propose que dans chaque groupe "*on se dise bonjour*" de telle sorte que chacun échange une poignée de mains avec chacun (suivant les moments, le formateur donne aussi des poignées de mains, il montre ou il ne montre pas).
Ensuite chacun retourne à sa place et le formateur annonce qu'il va poser plusieurs questions qu'il notera au tableau, qu'il y aura d'abord un moment de travail individuel (5 à 10 minutes), puis un travail par petits groupes de quatre PE1 (environ de 30 minutes) qui devra aboutir à l'élaboration d'une affiche permettant de comprendre les réponses et les démarches. Ces affiches seront analysées avec l'ensemble des PE1 après la pause.
Voici les questions :

- *Combien de poignées de mains ont été échangées dans votre groupe ?*
- *Combien de poignées de mains auraient été échangées pour la salle entière (les 35 PE1) ?*
- *Combien de poignées de mains auraient été échangées si nous avions été le double de personnes ?*
- *Combien de poignées de mains auraient été échangées si nous avions été tous les PE1 du site (400 PE1 pour IUFM de Paris) ?*
- *Et peut-on aussi le savoir quelque soit le nombre de personnes dans le groupe ?*

Suite à l'exposition des affiches de chaque groupe, une présentation en est faite par les auteurs et des questions ou demandes d'explications sont exprimées. Le formateur organise le débat, facilite le questionnement, fait formuler les accords ou désaccords ainsi que les validations.

Puis le formateur valide et institutionnalise le savoir mathématique en jeu. Pour la séance suivante, il propose une série d'exercices (Annexe 3), posés dans un contexte différent, faisant appel, pour les résoudre, à cette nouvelle connaissance.

Dans un premier temps, nous avons proposé aux participants de l'atelier de faire une analyse a priori de la situation des poignées de mains en explorant différentes dimensions :

- du côté du vécu des PE1 ;
- du côté des mathématiques en jeu ;
- du côté des productions possibles ;
- et bien sûr, du côté de la modélisation.

Ces analyses ont été retranscrites sur des affiches (Annexe 1) et ont donné lieu à des échanges. Puis dans un second temps, nous avons présenté un choix d'affiches réalisées par nos PE1 (Annexe 2) et y avons apporté quelques éléments du vécu des mises en œuvre de cette situation dans nos groupes.

Voici une synthèse de ces deux moments de travail.

Analyse a priori

Concernant l'analyse a priori, plusieurs questions concernant la situation elle-même, proposée en première séance de formation PE1 ont alimenté le débat :

- Quels sont les objectifs visés, en termes de démarches et de contenus mathématiques, mais aussi pour la formation didactique (l'établissement du contrat avec le formateur) ?

- Quelle gestion des affiches produites par les groupes de PE1, et des nécessaires liens entre les différentes affiches ?

- Comment travailler le réinvestissement et le transfert ?

- La présentation de la situation peut-elle influencer les procédures ?

- Est-ce une situation d'homologie ?

- Peut-on transposer cette situation dans une classe de primaire (partie didactique du concours) ?

- Comment « gérer » les PE1 « faibles » en mathématiques, voire en souffrance ?

Il ressort des échanges, la certitude que cette situation permet d'aborder à la fois des contenus mathématiques et des notions de didactique. D'autre part, c'est une situation où les étudiants ne disposent pas généralement de technique connue et mettent en œuvre seulement des procédures personnelles très variées utilisant des registres de représentation différents.

Analyse des productions de PE1

Concernant la présentation des affiches produites par les PE1, voici quelques questions :

- Quelle exploitation en faire ? Faut-il les organiser en les classant ?

- Quelle est la réponse attendue ? La démarche ? Les résultats ? La formule ou les formules plus ou moins réduites ?

- Qui valide les productions ?

- Comment montrer le lien entre les différentes procédures, sachant qu'elles sont exprimées dans des registres de représentations différentes :

  • registre utilisant la langue naturelle (souvent utilisé par des PE1 ayant des difficultés en mathématiques mais étant à l'aise avec les mots pour « dire des choses »);

  • registre schématique (en diagramme cartésien ou graphe, en arbre) ;

  • registre symbolique (utilisation des expressions mathématiques, des formules…).

Donc comment aider les PE1 à passer d'un registre à l'autre ?

D'autres questions ont porté sur la gestion des affiches comportant des erreurs, sachant que certaines peuvent permettre de réfléchir sur le statut de la démonstration.

Enfin, comment éviter la déperdition des procédures entre la production de chaque individu et l'affiche du groupe ?

Nous rappelons que cette situation est proposée lors de notre première séance avec les PE1, car elle nous semble pouvoir illustrer deux idées :

C'est quoi faire des mathématiques ? Nous pensons que la richesse des procédures utilisées par les PE1 permet de modifier leurs représentations de la discipline et ainsi de se lancer plus confiants dans la formation que nous leur proposerons pour la préparation du concours.

Notre positionnement de formateur à l'IUFM. Nous sommes dans la pré-professionnalisation c'est-à-dire dans une démarche de revisite des savoirs mathématiques pour en donner du sens dans un objectif d'enseignement.

LA PLACE DE LA MODÉLISATION

Face à la situation des *poignées de mains*, nous avons recueilli des résolutions très différentes les unes des autres (Annexe 2) mais les formateurs, que nous sommes, souhaitent institutionnaliser aussi un savoir : un savoir mathématique et/ou un savoir méthodologique.

Finalement cette situation est-elle une situation adaptée à nos objectifs de formation ? Est-ce une occasion pour l'étudiant de remobiliser des connaissances en appliquant un modèle déjà disponible, ou est-ce une occasion de mettre en œuvre une démarche créant un nouveau modèle qui sera ensuite éprouvé et qui s'avérera pertinent ?

Que souhaitons-nous institutionnaliser à travers cette situation ? Une démarche de construction de modèles ou des savoirs mathématiques ?

Différentes démarches

Regardons ce que font les étudiants PE1. Nous avons recensé deux démarches différentes, en excluant les rares d'entre eux qui reconnaissent d'emblée un problème de dénombrement.

La première démarche consiste à dénombrer les poignées de mains. Ce peut être en augmentant un à un le nombre d'individus dans le groupe : 1 poignée de mains pour 2 individus, (1+2) poignées de mains si une 3$^{\text{ème}}$ personne entre dans le groupe, (1+2+3) pour une 4$^{\text{ème}}$ personne, etc. Cette démarche aboutit, pour *n* personnes, à la réponse suivante : *1 + 2 + 3 + 4 +………+ (n-1).* Ce peut être en ordonnant les individus du groupe de *n* personnes : le 1$^{\text{er}}$ échange (*n-1*) poignées de mains, (*n-2*) pour le 2$^{\text{ème}}$, etc jusqu'à 1 pour l'avant-dernier et 0 pour le dernier. Cette démarche aboutit à la réponse suivante : *(n-1) + (n-2) + … + 3 + 2 + 1.*

La deuxième démarche consiste à dénombrer les gestes effectués par chaque individu du groupe de *n* personnes. Chaque individu va tendre le bras à (*n-1)* autres personnes, soit pour *n* personnes, on obtient *n x (n-1)* bras tendus. Comme une poignée de mains correspond à deux bras tendus, le résultat s'obtient en prenant la moitié du résultat précédent $\frac{n(n-1)}{2}$.

Nous avons ici la mise en œuvre de la construction de deux modèles différents.

Par la combinatoire, il s'agit de trouver le nombre de combinaisons possibles de *deux* mains (une poignée) parmi *n* mains : $C_2^n = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2}$.

On peut donc penser que chaque méthode de résolution est en elle-même l'aboutissement d'une modélisation de la situation ou l'application d'un modèle pour les étudiants « matheux ». En ce sens nous avons, par les procédures développées par les PE1 (Annexe 2), une illustration des propos tenus par Guy Brousseau dans la brochure de l'ADIREM concernant le thème de la modélisation[1].

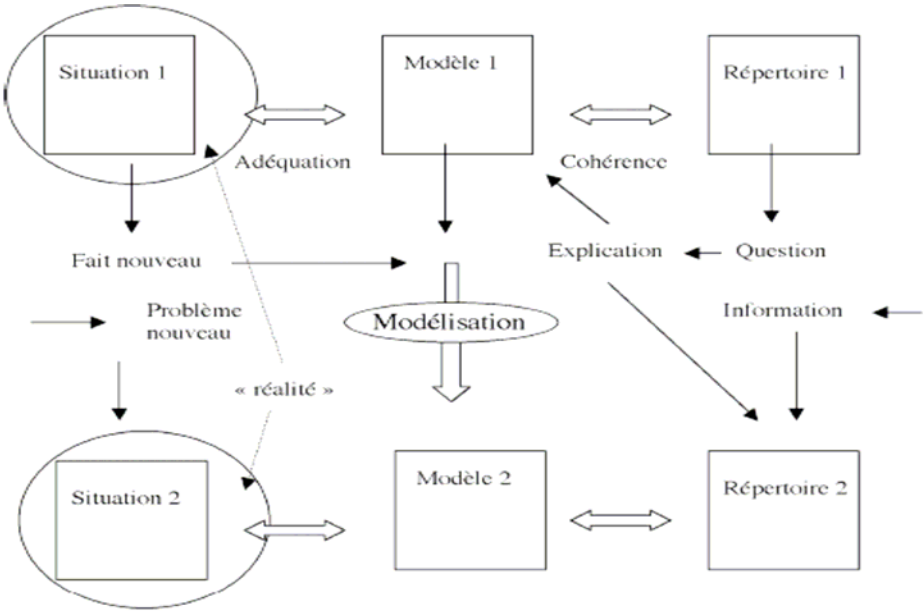
[1] Guy Brousseau, (2003), *Quel type de savoirs mathématiques utilise-t-on dans la modélisation ?* dans la brochure éditée par le Comité Scientifique des IREM *La modélisation*, p.19.

Dynamique des modèles, modélisation (Guy Brousseau)

En élargissant l'étude des modèles aux situations en justifient l'usage, nous facilitons l'étude des processus qui en amènent l'apparition ou l'évolution.

Un modèle est avancé par un actant pour répondre à une question ou à un problème, à l'aide de son répertoire de connaissances. Conformément à notre approche, la question et la réponse sont conditionnées par ce répertoire. Le meilleur modèle dans un répertoire peut ne pas l'être dans un autre ou même s'y avérer faux. Le fait pour un modèle d'être incorrect dans un répertoire et une situation donnée n'est pas contradictoire avec le fait qu'il soit « correct » dans une situation très voisine avec un répertoire différent.

Nous avons ainsi le schéma de la modélisation suivant :



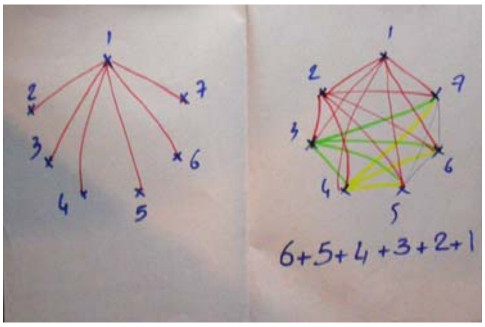
La résolution d'une situation S1 a appelé la construction d'un modèle M1 grâce à un répertoire R1. M1 est cohérent avec R1 et adéquat à S1. Survient alors une perturbation qui remet en cause le système S1, M1, R1 : l'agrégation d'un fait nouveau à S1 (passage de S1 à S'), l'adjonction d'une connaissance ou d'une question nouvelle (passage d'un répertoire R1 à un répertoire R'). Alors se repose l'examen de l'adéquation et de la consistance de M1. La confrontation aboutit parfois à la création d'un nouveau modèle M2 et parfois aussi à la création de R2, et parfois à une extension ou une réduction de S1 à S2. Nous appelons création aussi bien la modification que le remplacement.

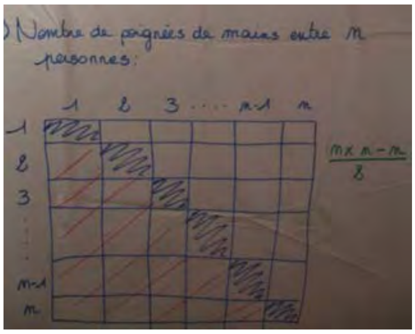
Ainsi la modélisation, en tant que fait " historique " est, pour un actant, le passage de la conception ou de l'usage d'un système S1, M1, R1 à un système S2, M2, R2, d'un candidat-modèle ou d'un modèle à un modèle différent.

Ainsi pour une situation $S_{1,}$ l'étudiant va élaborer une représentation R_1 qui sera considérée comme un « petit » modèle. Pour cette même situation, un autre étudiant élaborera une représentation R_2 qui sera aussi considérée comme un « petit » modèle, différent du précédent. Mais chacun de ces « petits » modèles se réfère à un modèle générique $\mathfrak{M}$.

Modélisation dans la situation des poignées de mains

Concernant la situation des *poignées de mains* si nous prenons la représentation sous la forme du tableau cartésien, la modélisation de la situation n'est pas du tout semblable à celle utilisant, par exemple, un graphe.





Le savoir mathématique construit n'est, de fait, pas de même nature dans chacune de ces modélisations même si cette situation se réfère à un modèle mathématique générateur.

Comme les affiches l'attestent, la spécificité de cette situation est qu'elle va générer globalement deux types de modélisations : celle qui amène à la solution de $\frac{n(n-1)}{2}$ en lien avec les productions n°1, 2, 4, 6, 7, 8 et 9 (Annexe 2), et celle qui amène à la solution *1 + 2 + 3 + 4 +………+ (n-1)* en lien avec les productions n°3, 5 et 10 (Annexe 2). Le lien d'une modélisation à l'autre n'est qu'une affaire d'astuce de calculs.

Institutionnalisation et transfert

Notre souci est donc de déterminer ce que nous souhaitons institutionnaliser : un savoir ou des savoirs mathématiques, une démarche d'investigation, différentes représentations ? Le débat au sein de l'atelier a montré que nous n'avions pas de réponse unique et collective à ces réponses.

D'autre part, l'analyse décrite ci-dessus, nous permet de comprendre pourquoi, contrairement à ce que nous pourrions penser, les PE1 n'effectuent pas de transfert immédiat pour résoudre les problèmes posés en Annexe 3.

Même s'ils ont pour objectif de réinvestir les savoirs institutionnalisés dans la situation des *poignées de mains,* et même s'ils se résolvent finalement tous par le calcul d'une formule proche de celle élaborée $\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)$, ces problèmes ne sont pas tous congruents et ne se réfèrent pas au même modèle mathématique.

Ainsi certains étudiants repèreront le même modèle pour ce qui est du *nombre de diagonales dans un polygone* ou *le nombre de droites passant par deux points*, comme étant le nombre de combinaisons possibles de deux points parmi n points, s'ils ont utilisé ce modèle pour résoudre la situation des *poignées de mains*. En revanche, le nombre de marches de l'escalier sera pour eux un nouveau problème, dont la conjecture amènera la résolution par la somme des n premiers nombres entiers.

De même, les étudiants ayant abouti à la solution arithmétique (*1 + 2 + 3 +……+ n*) n'appliqueront pas la formule pour résoudre les problèmes de l'Annexe 3.

Il est intéressant de constater que le recours à la connaissance mathématique construite dans la situation des *poignées de mains* est souvent proposée dans les sujets de mathématiques du CERPE alors qu'elle ne fait pas partie des savoirs enseignés au collège. Les auteurs pensent l'éprouver à partir d'une démarche de conjecture et la connaissance arithmétique de l'égalité suivante :

1 + 2 + 3 + 4 +………+ (n-1)= $\frac{n(n-1)}{2}$ qui ne favorisera que les « matheux ».

D'AUTRES SITUATIONS…

Après l'étude de la situation des *poignées de mains,* le groupe a essayé de chercher d'autres situations de formation qui favoriseraient des conditions de modélisation mathématique.

Voici une liste non exhaustive proposée par les participants, soit de savoirs à construire, soit de situations existantes qui peuvent permettre à chacun d'entre nous d'aller explorer la pertinence du terme « modélisation » et de vérifier la transférabilité des savoirs construits dans d'autres problèmes posés.

- *Si les shadoks m'étaient comptés…*Mathilde Lahaye-Hitier, plot n°11, ed APMEP, 2005

- *Le pays de quatre,* O. Bassis, in Concepts clés et situations problèmes, Hachette éducation, 2003

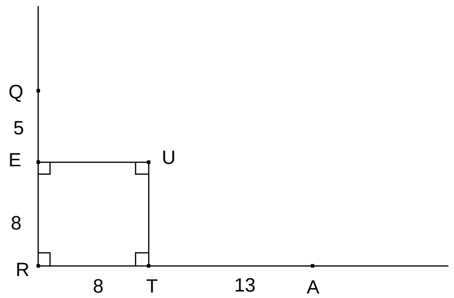
Deux situations autour de la numération de position

- *Concertum, la division en formation initiale*, H.Péault, in *Concertum, dix ans de formation des professeurs d'école en mathématiques,* Tome 2, Ed Arpeme,

- *La course à 20,* G. Brousseau in La théorie des situations didactiques, La pensée sauvage, Grenoble, 1998 ;

- Problème de l'alignement des points issus d'un sujet du CERPE de Bordeaux 94 ;

Les points Q, U et A sont-ils alignés ?



- Recherche du nombre de diviseurs d'un nombre ;

- Mise en équations et système d'équations avec sa résolution ;

- Finir les cercles à partir seulement d'arcs de cercle.

CONCLUSION

En guise de conclusion, nous voulions apporter notre témoignage sur l'impact du vécu de cette première séance avec nos PE1.

Nous pensons que la situation des *poignées de mains* reste, pour un très grand nombre des étudiants, une situation de référence de formation. Mais pour quelles raisons ? Pour la démarche de formation proposée ? Pour la surprise occasionnée chez ces étudiants ayant une autre représentation de l'enseignement des mathématiques ? Pour les savoirs abordés dans cette situation ? Pour le premier contact avec leur formateur de mathématiques (poids important dans l'admissibilité au CERPE) ?

En tout cas cette situation les marque tellement, qu'ils nous demandent les années suivantes si nous avons fait les *poignées de mains* avec nos PE1 de l'année.

Annexe 1 : les 4 affiches produites par les groupes

affiche 1

I – **Situation**
- énoncé simple, facilement compréhensible ;
- mise en situation réelle : expérimentation facile ;
- validation possible sur des petits nombres.

II – **Variables didactiques**
- taille des groupes ;
- expérimentation avant résolution ? oui /non
- outils à disposition : calculatrice – tableur.

III – **Techniques**
- dénombrement par expérience ;
- essais de formules de combinatoire (pour les matheux) ;
- utilisation de tableaux (genre Pythagore) ;
- représentations dessinées.

IV – **Objectifs**
- faire vivre une situation de recherche sans procédure experte .

V – **Modélisation**
- situation modélisable ;
- différence entre modélisation et représentation.

***affiche 2* – analyse a priori**

I – L**e savoir savant** :
- dénombrement (suite, combinaison, formule directe) ;
- représentation de données.

II **– Procédures**
- de la plus personnelle aux expertes (graphiques, dessins, manipulations…)

III – **Objectifs visés**
- créer une dynamique de groupe (1ère séance) ;
- présenter la modalité de formation par homologie (ici, la résolution de problème) ;
- mettre en évidence que les notions mathématiques sont des outils de résolution de problèmes concrets ;
- acquérir des compétences mathématiques et professionnelles.

affiche 3 – intentions du formateur

I – présenter l'année de préparation tout en bousculant leurs représentations sur l'enseignement des mathématiques.

II – **Objectifs**
- mettre en place le contrat didactique ;
- présenter une « nouvelle » notion mathématique.

III – **Analyse a priori**
- différentes procédures possibles (mimer, dessiner, calculer…) ;
- difficultés prévisibles (recherche individuelle difficile, travail de groupe, difficultés à modéliser…).

IV – P**erspectives**
- retour et analyse sur la situation vécue ;
- transposition dans une classe ;
- présentation du concours (volet didactique et volet mathématique).

affiche 4 – ce qu'on peut en « tirer » (PE1 / PE2 / FC) → institutionnalisation

I – M**athématiques** (en PE1)
- intérêt de l'inconnue ;
- modèle mathématique ;
- contre-exemple pour invalider une formule.

II – **Didactique**

- « casser » les conceptions initiales sur les mathématiques :

→ place de la résolution de problèmes dans les programmes ;
- diversité des procédures (menant à la réussite ou non) (en PE2 ou FC) :

  → classer les procédures selon différents niveaux de procédures ;

  → hiérarchisation par rapport à la mise en œuvre ;
- rôle des schémas (en PE2 ou FC) ;
- situation de référence pour les problèmes de dénombrement ;
- changement de cadre (en PE2 ou FC)

  → physique / arithmétique
- intérêt du travail individuel suivi d'un travail de groupes (en PE2 ou FC) ;
- situation de réinvestissement (en PE1)

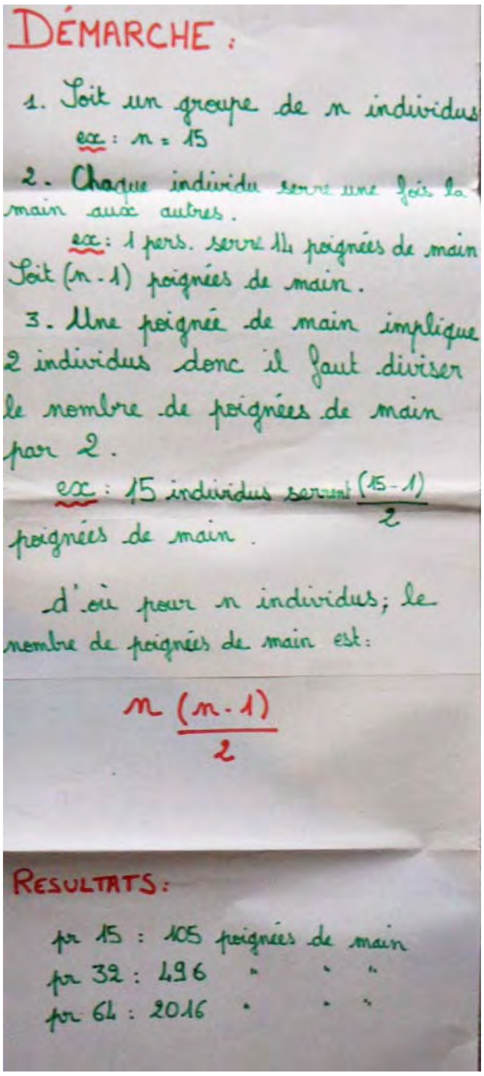
  → nombre de matchs disputés entre n équipes (formule championnat) ;

  → nombre de cordes à partir du nombre de points sur un cercle ;

  → nombre de diagonales d'un polygone à n côtés ;

Annexe 2
Choix de quelques affiches produites par des PE1

N°1



DÉMARCHE :

1. Soit un groupe de n individus
ex : $n = 15$

2. Chaque individu serre une fois la main aux autres.
ex : 1 pers. serre 14 poignées de main
Soit $(n-1)$ poignées de main.

3. Une poignée de main implique 2 individus donc il faut diviser le nombre de poignées de main par 2.
ex : 15 individus serrent $\frac{(15-1)}{2}$ poignées de main.

d'où pour n individus ; le nombre de poignées de main est :

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

RESULTATS :

pr 15 : 105 poignées de main
pr 32 : 496 " "
pr 64 : 2016 " "

N°2

Nombre de poignées de main échangées dans un groupe de n personnes

Cette situation se répète n fois

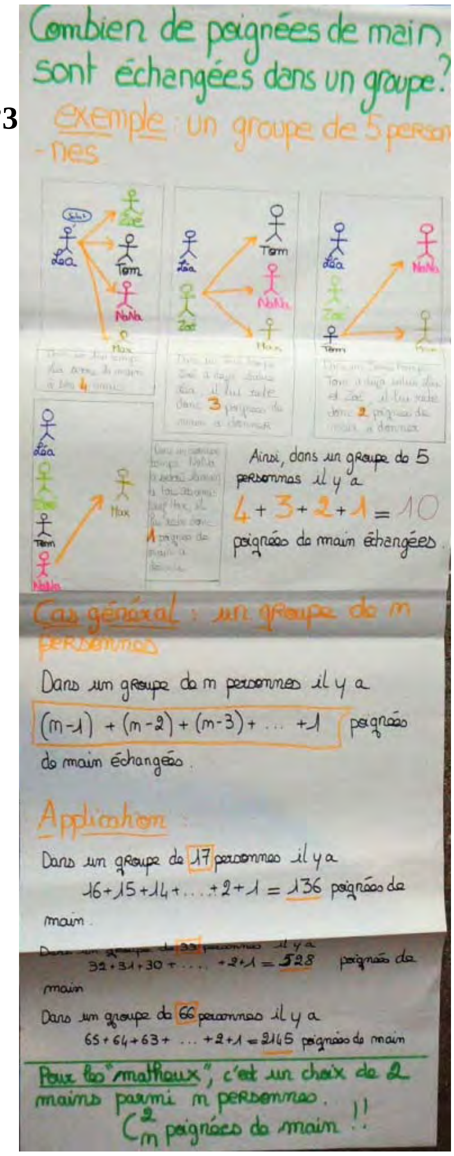
$\times n$

$n = \sum m_i$ avec m : nb de personnes du groupe

2 personnes : 1 poignée de main
→ 1 personne : ½ poignée de main

$$\boxed{\frac{n \times (n-1)}{2}}$$

N°3



Combien de poignées de main sont échangées dans un groupe ?

exemple : un groupe de 5 personnes

Ainsi, dans un groupe de 5 personnes il y a $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ poignées de main échangées.

Cas général : un groupe de m personnes

Dans un groupe de m personnes il y a $\boxed{(m-1) + (m-2) + (m-3) + \ldots + 1}$ poignées de main échangées.

Application :

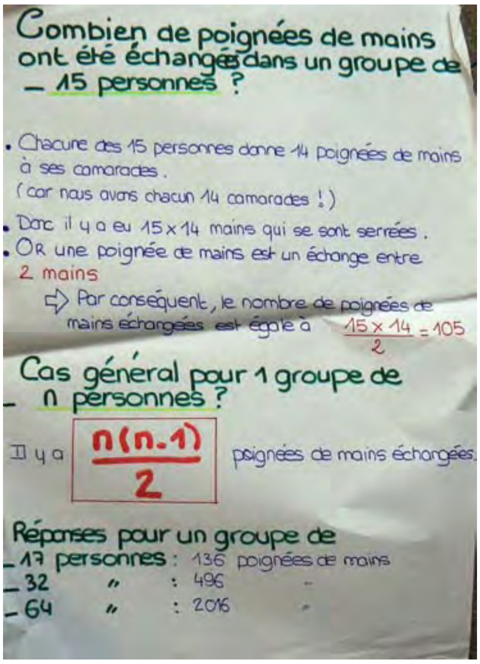
Dans un groupe de 17 personnes il y a $16+15+14+\ldots+2+1 = 136$ poignées de main.

Dans un groupe de 33 personnes il y a $32+31+30+\ldots+2+1 = 528$ poignées de main

Dans un groupe de 66 personnes il y a $65+64+63+\ldots+2+1 = 2145$ poignées de main

Pour les "matheux", c'est un choix de 2 mains parmi m personnes. C_m^2 poignées de main !!

N°4



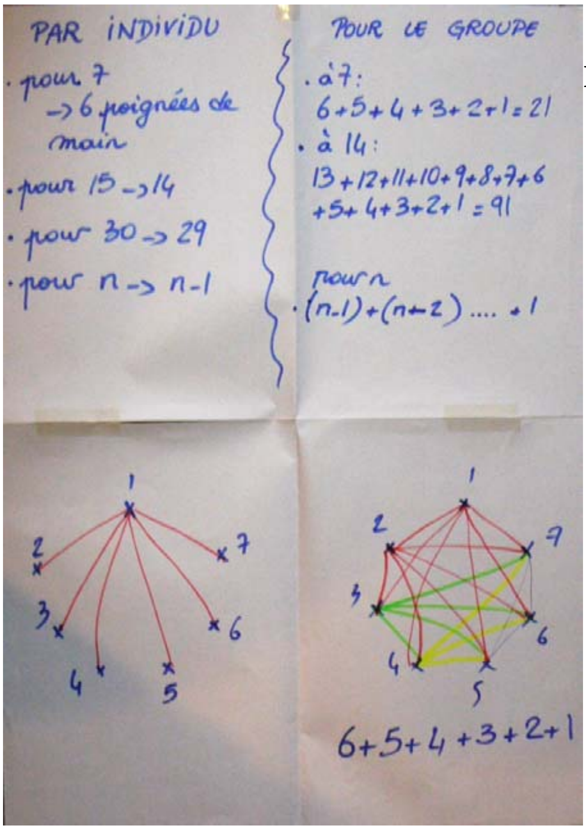
Combien de poignées de mains ont été échangées dans un groupe de 15 personnes ?

- Chacune des 15 personnes donne 14 poignées de mains à ses camarades. (car nous avons chacun 14 camarades !)
- Donc il y a eu 15×14 mains qui se sont serrées.
- Or une poignée de mains est un échange entre 2 mains
  ⇨ Par conséquent, le nombre de poignées de mains échangées est égale à $\frac{15 \times 14}{2} = 105$

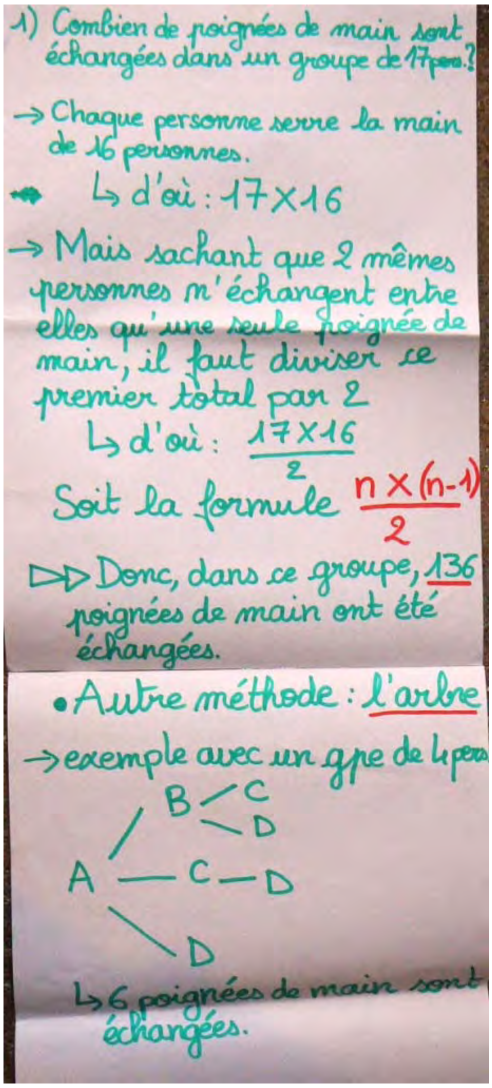
Cas général pour 1 groupe de n personnes ?

Il y a $\boxed{\frac{n(n-1)}{2}}$ poignées de mains échangées.

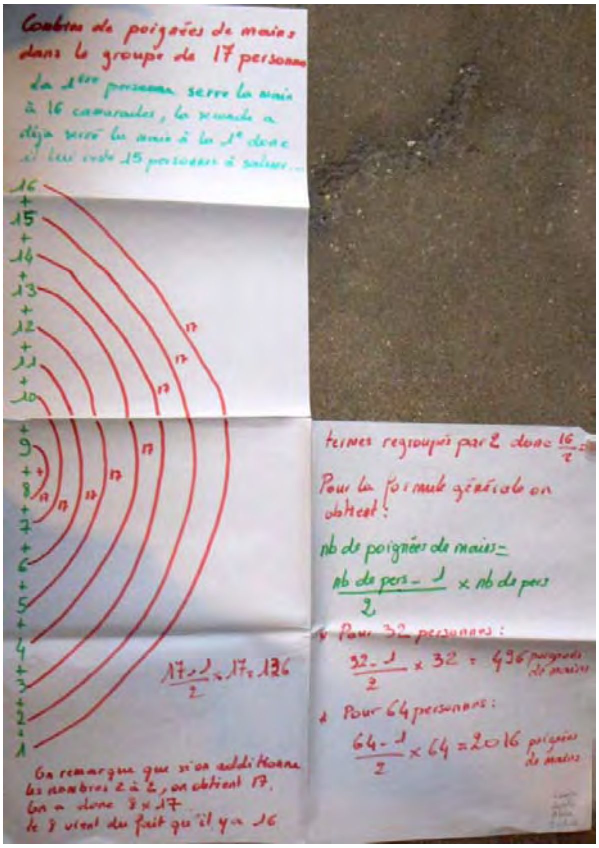
Réponses pour un groupe de
- 17 personnes : 136 poignées de mains
- 32 " : 496 "
- 64 " : 2016 "


PAR INDIVIDU
· pour 7 -> 6 poignées de main
· pour 15 -> 14
· pour 30 -> 29
· pour n -> n-1
POUR LE GROUPE
· à 7 : 6+5+4+3+2+1=21
· à 14 : 13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=91
pour n
· (n-1)+(n-2) .... +1
6+5+4+3+2+1

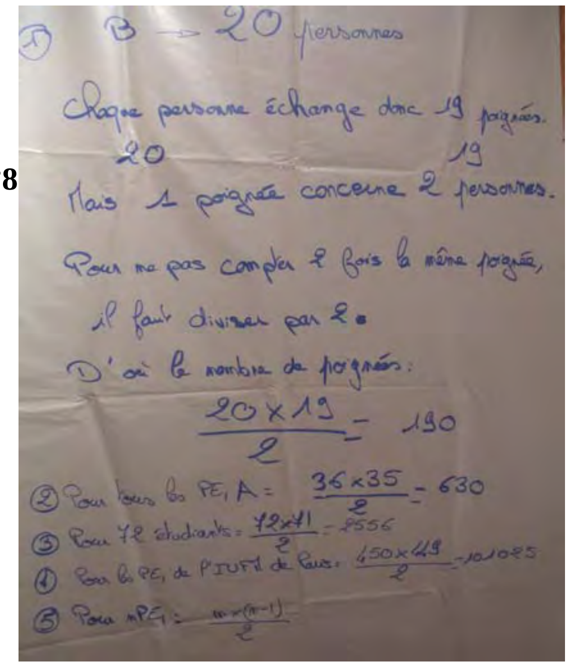
N°5


1) Combien de poignées de main sont échangées dans un groupe de 17 pers ?
-> Chaque personne serre la main de 16 personnes.
↳ d'où : 17×16
-> Mais sachant que 2 mêmes personnes n'échangent entre elles qu'une seule poignée de main, il faut diviser ce premier total par 2
↳ d'où : 17×16 / 2
Soit la formule n×(n-1) / 2
Donc, dans ce groupe, 136 poignées de main ont été échangées.
• Autre méthode : l'arbre
-> exemple avec un gpe de 4 pers
A B C D C D D
↳ 6 poignées de main sont échangées.

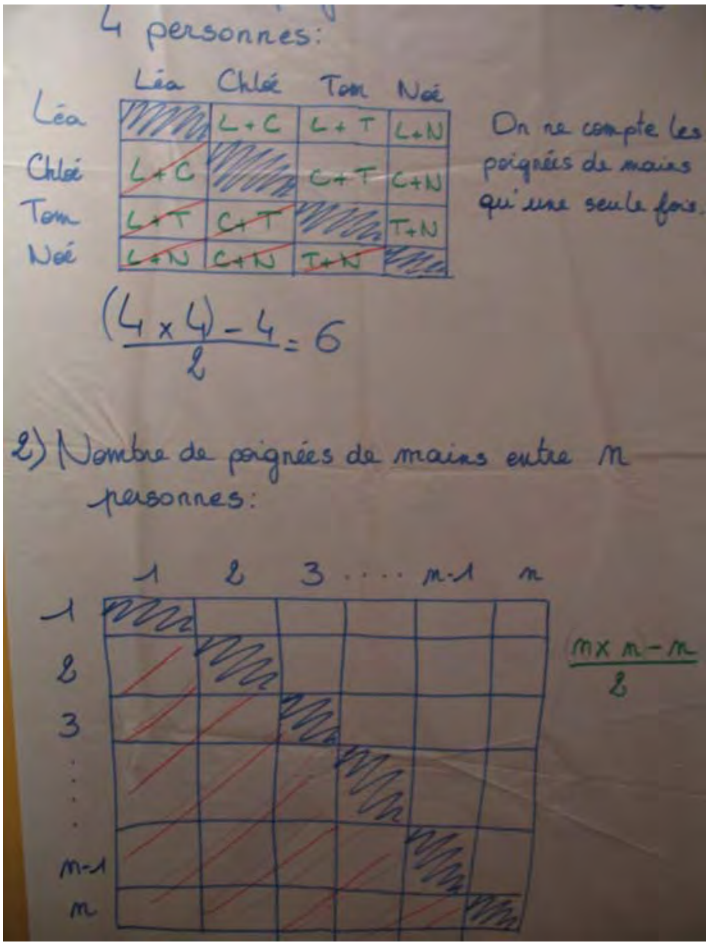
N°6


Combien de poignées de mains dans le groupe de 17 personnes
La 1ère personne serre la main à 16 camarades, la seconde a déjà serré la main à la 1re donc il lui reste 15 personnes à saluer...
(17-1)/2 × 17 = 136
termes regroupés par 2 donc 16/2
Pour la formule générale on obtient :
nb de poignées de mains = (nb de pers - 1)/2 × nb de pers
Pour 32 personnes : (32-1)/2 × 32 = 496 poignées de mains
Pour 64 personnes : (64-1)/2 × 64 = 2016 poignées de mains
On remarque que si on additionne les nombres 2 à 2, on obtient 17.
On a donc 8 × 17
le 8 vient du fait qu'il y a 16

N°7

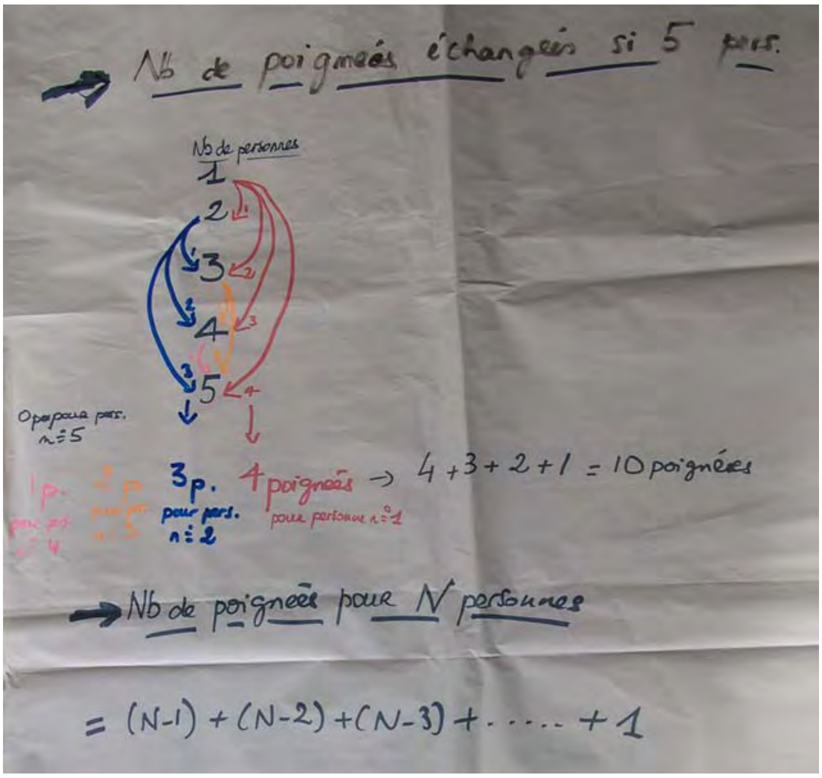

1 B -> 20 personnes
Chaque personne échange donc 19 poignées.
20 19
Mais 1 poignée concerne 2 personnes.
Pour ne pas compter 2 fois la même poignée, il faut diviser par 2.
D'où le nombre de poignées :
20×19 / 2 = 190
2 Pour tous les PE, A = 36×35 / 2 = 630
3 Pour 72 étudiants : 72×71 / 2 = 2556
4 Pour les PE de l'IUFM de Paris : 450×449 / 2 = 101025
5 Pour n PE : n×(n-1) / 2

N°8


4 personnes:
Léa Chloé Tom Noé
L+C L+T L+N
C+T C+N
T+N
On ne compte les poignées de mains qu'une seule fois.
(4 x 4) - 4 / 2 = 6
2) Nombre de poignées de mains entre n personnes:
1 2 3 .... n-1 n
n x n - n / 2

N°9

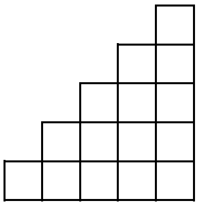
N°10


Nb de poignées échangées si 5 pers.
Nb de personnes
1
2
3
4
5
3p. pour pers. n°2
4 poignées pour personne n°1
4 + 3 + 2 + 1 = 10 poignées
Nb de poignées pour N personnes
= (N-1) + (N-2) + (N-3) + ... + 1

Annexe 3
Exercices donnés aux PE1 à la suite de la situation des *poignées de mains*.
Réinvestissement ou situations nouvelles?

1) L'escalier

Cet escalier est formé de cubes et il a 5 marches.
Combien de cubes faudra-t-il pour construire un escalier de 10 marches ? Un escalier de 27 marches ? Un escalier de ***p*** marches ?



2) Les diagonales

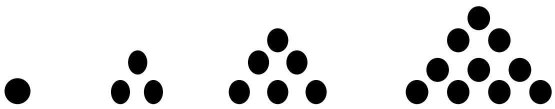
Quel est le nombre de diagonales d'un hexagone ? d'un décagone ? d'un polygone à ***n*** côtés ?

3)Points et lignes

Quel est le nombre de segments qui relient **N** points, sachant que 3 de ces points ne sont jamais alignés ?

4)Les nombres triangulaires

Un nombre est appelé « triangulaire » s'il peut représenter une quantité disposée sous la forme d'un triangle équilatéral. Par exemple :



1 **3** **6** **10** sont les premiers nombres triangulaires.
Donnez les six nombres triangulaires qui suivent le nombre triangulaire **10**. Quel est le 55ème nombre triangulaire ?

5) Le renard et les raisins

Un renard aimait manger les grains de raisins. Le premier jour il en mange 6, puis le 2ème jour il en mange 6 de plus que ce qu'il avait mangé le premier jour.
Ainsi de suite, tous les jours il mangeait 6 grains de plus que chaque jour précédent. Combien de jours lui faudra-t-il pour avoir mangé au total 1800 grains ?

Annexe 4

Modèle

selon le dictionnaire d'histoire et de philosophie des sciences
Dominique Lecourt, PUF, 1999

Le terme « modèle » présente une grande variété d'usages dans les sciences, de la logique aux sciences de la nature et sciences de l'homme. De plus, à travers la diversité des usages et des domaines, le sens oscille entre concret et abstrait, figuration et formalisme, image et équation, échantillon et étalon, réalisation matérielle et norme abstraite. Paradoxalement, cette équivocité essentielle est le trait permanent à travers tout le large spectre des différents usages.

1) Le sens originaire est celui de « maquette », le latin *modulus* étant un terme d'architecture désignant la mesure arbitraire servant à établir des rapports de proportion entre les parties d'un ouvrage. Par généralisation, « maquette » s'applique à toute matérialisation, en dimensions réduites ou grandeur nature, d'un dispositif architectural (édifice), mécanique (navire, avion) ou d'une autre nature (appareils électriques ou autres) dont ne sont reproduites, schématiquement, que les formes et propriétés reconnues essentielles au détriment des détails tenus pour accessoires. Une maquette est plus commodément soumise aux calculs, mesures et tests qui permettent d'améliorer la construction effective de l'objet ou du prototype correspondant. On trouve là, déjà, des caractéristiques générales des modèles, qui sont donc des réalisations ou des figurations utiles à l'avancement des connaissances et des technologies. Tout matériel qu'il puisse être, un modèle n'est pas un objet réel, mais un objet artificiel, qui appartient au registre de (invention. C'est un intermédiaire entre une situation qui nous paraît énigmatique et les questions que nous posons pour tâcher de réduire (énigme et comprendre la situation. Les modèles assument donc une fonction heuristique dans le processus de connaissance théorique ou technique. Dans cette fonction, René Thom observe que le modèle a un champ d'application qui dépasse largement la science et englobe des pratiques d'ajustement de nos moyens à nos buts et à nos désirs.

2) Un usage assez proche du précédent est celui qui a cours dans les amphithéâtres de physique et de biologie, où des processus naturels sont imités dans des conditions qui facilitent l'observation et l'étude. Ainsi les planétariums reproduisent la cinématique du système solaire en négligeant partiellement les proportions géométriques et en changeant sa dynamique : pour des raisons pratiques, on exagère les dimensions du soleil et des autres planètes par rapport à leurs distances et on remplace la gravitation comme moteur du système par un mécanisme artificiel comparable à celui d'une horloge. Autres exemples : la machine d'Atwood imitant la chute libre des graves sur une échelle de temps ralentie grâce à une forte réduction de la constante de gravitation ou un modèle de la circulation du sang où la force motrice du coeur est remplacée par une pompe.

3) La prédominance des modèles issus de la mécanique a pu inciter à associer à tout modèle une construction dans (espace respectant la loi d'inertie, les lois du choc, les principes de conservation, etc. Mais l'expérience physique peut être structurée selon d'autres lois que mécaniques. « Modèle » reçoit alors un tout autre sens, celui de schéma théorique, non matérialisé en général, qui n'est pas censé reproduire fidèlement un phénomène. Mais au contraire le simplifie suffisamment pour pouvoir l'analyser, l'expliquer (partiellement au moins) et en prédire (dans certaines marges) la répétition. Le modèle est un simple instrument d'intelligibilité sans prétention ontologique : il est aussitôt remplacé si l'on trouve un modèle meilleur. Ainsi les modèles d'un éther élastique, milieu de propagation des vibrations optiques, qui ont été rendus caduques par la théorie électromagnétique de la lumière, le modèle de Bohr pour expliquer le comportement de l'atome, qui ne marche bien que pour l'atome d'hydrogène, etc. Plus généralement, toute expérience de pensée constitue un modèle en ce sens. Et même toute théorie constituée peut servir de modèle à la constitution d'une théorie nouvelle.

4) C'est en ce sens qu'il a été fait systématiquement usage de la notion de modèle au XIX^è s., du moins en physique. Comme le note S. Bachelard cet usage conscient n'est pas contingent. La mécanique, bien établie, a servi de réservoir de modèles, mécaniques ou théoriques, aux nouvelles sciences : électrostatique, électrodynamique, thermodynamique, électromagnétisme, etc. A côté de sa fonction heuristique, le modèle assume une fonction de garantie, de justification et de norme d'intelligibilité des faits et idées nouveaux. En même temps apparaît très clairement ce qui est au fondement de l'activité de modélisation : l'analogie. Par « analogie physique, écrit Maxwell, j'entends cette ressemblance partielle entre les lois d'une science et les lois d'une autre science qui fait que l'une des deux peut servir à illustrer l'autre ». Qu'une théorie puisse en illustrer une autre, en vertu d'identités formelles (les mêmes formes d'équations différentielles ou aux dérivées partielles) suggère une notion de modèle assez large pour englober physique et mathématiques à la fois. D'ailleurs, la reconnaissance systématique de la polysémie d'une théorie advient d'abord en mathématiques, comme conséquence du développement de l'axiomatique, et elle n'a lieu ensuite en physique que grâce, précisément, à l'utilisation des concepts algébriques de groupe et d'invariance par tel ou tel groupe.

5) En mathématiques modèle s'emploie en deux sens nettement distincts et cependant corrélés, comme nous pouvons le pressentir déjà avec le texte de Maxwell et comme nous allons le montrer précisément. Le premier sens est caractérisé aujourd'hui de « logique

», bien qu'il soit apparu de façon informelle en mathématiques, et d'abord en géométrie. On a construit en effet, à la fin du XIX$^{\text{è°}}$ s., des modèles euclidiens des géométries non euclidiennes (Beltrami en 1868, Klein en 1871-1873 et Poincaré en 1891), c'est-à-dire des espaces euclidiens vérifiant les axiomes des géométries lobatchevskienne et riemannienne respectivement. Ces modèles ont assumé la double fonction justificative et heuristique : ils ont servi à fournir un contenu intuitif aux nouvelles géométries et une preuve (relative) de leur cohérence tout en permettant des applications mathématiques nouvelles. Poincaré (1854-1912) notamment atteste de la fécondité de la géométrie de Lobatchevski pour l'intégration des équations linéaires. Ainsi, un modèle est une représentation concrète dans une théorie familière d'énoncés et de relations, qui sont d'abord perçus comme purement formels. Plus généralement, un modèle d'un ou plusieurs énoncés est un ensemble d'éléments quelconques vérifiant ou, comme on dit encore, satisfaisant ces énoncés et illustrant de ce fait la structure déterminée par eux. C'est l'attribution d'un sens déterminé à des entités a priori sans signification tel que les énoncés formels soient vérifiés. Si l'on rappelle qu' « attribuer un sens » c'est « interpréter », on voit qu'un modèle est une interprétation de ces énoncés dans laquelle ceux-ci sont vrais. La question du contenu mathématiquement viable et non vide d'un formalisme (entité, équation théorie) cesse de se poser dès qu'on a un modèle de celui-ci. On a cessé de discuter du bien-fondé des nombres imaginaires et de se demander s'ils étaient bien des nombres au même titre que les nombres entiers ou les nombres réels une fois trouvée pour ces entités (au début du XIXè s.) une représentation par un couple de points du plan euclidien.

David Hilbert (1862-1943) généralisa l'usage de cette notion sémantique de modèle. En 1899, il systématise dans les, fondements de la géométrie la technique de constructions de modèles pour prouver la compatibilité ou l'indépendance mutuelle de certains axiomes. Ce faisant, il opère un décrochement important dans la compréhension de la notion de modèle. En effet, les modèles qu'il fabrique sont non pas des visualisations dans l'espace euclidien de théories plus abstraites ou moins familières mais des modes formels; construits à partir de résultats algébriques ou arithmétiques ou assez abstraits. La structure de géométrie non archimédienne, par exemple, est réalisée (vérifiée) dans un modèle inimaginable sans tout un savoir sur les formes algébriques et sur les sommes de carrés.

L'algèbre et l'arithmétique permettent ici de valider une construction géométrique alors que traditionnellement c'était plutôt l'inverse, la géométrie euclidienne: ayant toujours servi de cadre de représentation intuitive. Il en résulte. L'idée moderne qu'une géométrie est un modèle d'un certain langage formel, plutôt que la formalisation de propriétés idéalisées à partir de l'observation de l'espace sensible. C'était bien, du reste, l'idée mise en œuvre par Félix Klein (1849-1925), dès 1872, dans la formulation du problème qui commande « le programme d'Erlangen » et aboutit à la classification des différentes géométries en fonction des groupes de transformations : « Étant donnés une multiplicité et un groupe de transformations, quelles sont « les figures » (en un sens analogique) de la multiplicité, qui demeurent invariantes par les transformations du groupe ? » Une géométrie est donc un ensemble de sous-ensembles d'éléments (de « figures ») demeurant invariants par certaines transformations.

C'est là la racine de la définition logique du terme modèle fournie par la théorie des modèles, qui est l'étude systématique des relations réciproques entre ensembles E d'énoncés et ensembles M de modèles de ces énoncés. On appelle langage formel L du calcul des prédicats du premier ordre la donnée de trois collections disjointes de symboles : symboles de relations, de fonctions et de constantes. Une réalisation R de L est constituée par la donnée d'un ensemble non vide d'individus et d'une fonction d'interprétation qui associe un sens déterminé respectivement aux symboles de constantes, de relations et de fonctions. Un modèle M d'un énoncé E de L est une réalisation R (on dit aussi une interprétation) où E est vrai. Une théorie mathématique spécifique (la théorie des groupes, la théorie des corps, la théorie des espaces vectoriels, etc.) est un langage formel interprété, et elle a généralement plusieurs modèles non forcément isomorphes, ainsi qu'on s'y est maintenant tout à fait habitué par familiarité avec les méthodes de l'analyse classique d'un côté, de l'analyse non standard de l'autre.

Le concept de modèle mathématique est souvent aussi utilisé en un deuxième sens, qui est le plus courant aujourd'hui et à donner lieu aux termes modernes de « modéliser » et de « modélisation ». Il désigne alors le processus inverse de celui que nous venons de décrire. Au lieu associer un sens déterminé et une illustration concrète à symboles et énoncés formels, il consiste à associer à un phénomène empirique un schéma symbolique, figurant de manière partielle et simplifiée les propriétés reconnues principales du phénomène et facilitant aussi bien l'expérimentation que la construction d'une théorie le concernant. A son tour,la théorie construite à partir du modèle peut être appréciée comme un «modèle théorique » , ainsi que le souligne M. Bunge. Modéliser c'est donc trouver les expressions mathématiques les équations qui « simulent », c'est-à-dire représentent schématiquement et analogiquement un processus physique, biologique, psychologique, économique, social, etc. Un grand nombre d'observations peuvent être synthétisées par un nombre relativement petit de paramètres : un modèle est forcément réducteur. La modélisation est, depuis toujours, au coeur de la physique mathématique : une série de Fourier avec un nombre fini de termes non nuls, par exemple, est une modélisation des fonctions périodiques, qui sont des modélisations des phénomènes de vibration, de diffusion, etc. Elle s'est étendue aux autres sciences après la Seconde Guerre mondiale, avec le développement de la recherche opérationnelle et de la théorie des jeux, appliquées pour représenter et faciliter l'organisation d'opérations militaires, d'échanges économiques, d'activités administratives, de flux de circulation dans une ville, etc. Les modèles sont des instruments, imparfaits et réducteurs, mais efficaces d'analyse de la réalité.

Dans certains cas, ils suppléent l'observation impossible : le retour au big-bang, par exemple, ne peut emprunter la voie expérimentale, mais seulement celle de la modélisation.

La modélisation, dont certains pensent qu'elle constitue une véritable révolution scientifique, a été rendue possible par le rapprochement physique et la collaboration des mathématiciens avec les physiciens, les ingénieurs, les biologistes, les psychologues, les sociologues, etc. La modélisation au confluent de plusieurs sciences et nécessite une approche pluridisciplinaire des problèmes. Aujourd'hui elle complétée par la simulation numérique et l'utilisation systématique d'images de synthèse. L'explosion informatique ainsi que les nouveaux paradigmes scientifiques apportés par la théorie des systèmes, la théorie des catastrophes, la théorie des fractals, la théorie du chaos, etc., ont favorisé la prolifération des modèles pour l'analyse de systèmes d'organisation complexe, physiques (systèmes dynamiques) ou humains (mécanismes de développement économique et culturel).

Il est certain que la pluralité des modèles - la polysémie- d'une théorie est une chose et la pluralité des énoncés non équivalents pour modéliser un processus empirique une autre. Il n'empêche que les deux sens du concept de modèle ne sont que les deux faces complémentaires d'une même activité : interpréter. C'est pourquoi les glissements qui sont fréquents mais rarement et pour ainsi dire jamais explicitement assumés, d'un sens à l'autre sont parfaitement légitimes. D'autant plus qu'il est fréquent que des modèles sémantiques d'un formalisme soient des modèles théoriques d'un processus empirique. Interpréter est inéluctable, qu'il s'agisse d'interpréter un formalisme, ou inversement d'interpréter mathématiquement un ensemble de données. D'une part, parce qu'un langage qui n'aurait pas de modèle n'a aucun intérêt, d'autre part et réciproquement, parce que l'expression n'est pas le miroir de l'expérience : « Nous ne pouvons prononcer une seule phrase qui traduise un pur fait d'expérience... toute traduction de l'expérience par des mots nous oblige à aller au-delà de l'expérience», comme le soulignait judicieusement Boltzmann. Aussi existe-t-il plusieurs manières défendables de concevoir ou d'expliquer le monde, plusieurs modèles du monde. On parle alors de « sous-détermination empirique » des théories, phénomène réciproque de leur polysémie. L'une et l'autre caractéristique impliquent une philosophie non réaliste de la science. Comme y insiste B. van Fraassen, notre discours, en particulier lorsqu'il traite de causalité et de nécessité, porte sur nos modèles du monde, plutôt que directement sur le monde.

En résumé, sous quelque aspect qu'on le prenne, un modèle fait toujours fonction de médiateur entre un champ théorique dont il est une interprétation et un champ empirique dont il est une formalisation. Sa double face abstraite-concrète le rend apte à remplir le double rôle d'illustration et de support de preuve d'une part, de paradigme et de support d'analogies d'autre part. Un modèle est à la fois la concrétisation opérationnelle d'analogies constatées ou supposées entre des domaines distincts et le terreau expérimental sur lequel peuvent naître de nouvelles analogies. L'efficacité cognitive, heuristique, prédictive et décisionnelle, ou comme on dit d'un terme générique la « pertinence » d'un modèle, ne peut être évaluée indépendamment des objectifs qui lui sont assignés, des stratégies de recherche, de décision et de planification dont il est l'instrument et qui dépendent elles-mêmes des lignes de force du champ socio-politique où elles sont définies.

- BACHELARD S. « Quelques aspects historiques des notions de modèle et de justification des modèles », Élaboration et justification des modèles, éd. P. Delattre & M. Thellier, Paris, Maloine, 1979, p. 3-19.
- BRISSAUD M., FORSÉ M. & ZIGHED A. éd., La Modélisation, confluent des sciences, Paris, Éd. du CNRS, 1990.
- BUNGE M., « Les Concepts de modèle», L'âge de la science, n' 3, juil.-sept. 1968, p. 165-180.
- DELATTRE P. & THELLIER M. éd., «Modélisation et scientificité », Élaboration et justification des modèles, Paris, Maloine, 1979, p. 21-29. FREUDENTHAL H., The concept and the role of the models in mathmatics and natural sciences, Dordrecht, Reidel, 1961.
- KLEIN F., Le programme d Erlangen texte all. dans les Mathematische Annalen, 43, 1893, p. 63-100 (trac. fr., réimpr., Paris, Gauthier Villars, 1974). - POINCARÉ H., La Science et l'hypothèse (1902), rééd. Paris, Flammarion, 1968, chap. III et IV. - SINACEUR H., Corps et modèles, Paris, Vrin, 1991, 4` partie. –
- TARSKI A., « Contributions to the theory of models » , Collected papers, III, Birkhàuser, 1986. - TARSKi A., MOSTOWSKi A. & RoQINSON R.M., Undecidable theories, Amsterdam, North-Holland Publ. Co., 1953 (« A general method in proofs of undecidability », chap. I). - Thom R., Modèles mathématiques de la morphogenèse, Pais, UGE, 1974. - VAN FRAASSLN B., Laws and symmetrie, Oxford Univ. Press, 1989 (trad. fr. C. Chevalley, Paris, Vrin, 1995). - WALLISER B., Systèmes et modèles. Introduction critique à fanalvse des systèmes; Paris, Le Seuil, 1977.
- Coll. : Article « Modèle » de l'Encyclopédia Universalis. --- « La Sémantique du terme modèle », La Sémantique dans les sciences, colloque de l'Académie internationale de philosophie des sciences, Paris. Beauchesne, 1978, p. 158-172.

Hourya SINACOEUR

Eléments de bibliographie

Conseil scientifique de l'ADIREM, *Modélisation*, IREM Paris 7, 2003.

APMEP, Bulletins verts n° 440 (mai juin 2002), n° 441 (sept-octobre 2002), n° 456 (janv-février 2005) et n° 458 (mai-juin 2005).

Péault H., *La division en formation initiale* in CONCERTUM : Dix ans de formation en mathématiques des professeurs des écoles, ARPEME, 2003.
Voir spécifiquement la situation didactique appelée *Concertum*.

Lecourt D., *Dictionnaire d'histoire et de philosophie des sciences, PUF, 1999.*

Modelling and Application in Mathematics Education, the 14th ICMI Study, Springer 2007.

DES ALBUMS NUMERIQUES : POUR QUELS APPRENTISSAGES EN FRANÇAIS ET EN MATHEMATIQUES ?

Annie CAMENISCH
Maître de Conférences Lettres, IUFM d'Alsace
EA 1339, Université Marc Bloch, Strasbourg
annie.camenisch@alsace.iufm.fr

Serge PETIT
Formateur en mathématiques, IUFM d'Alsace
EA 1339, Université Marc Bloch, Strasbourg
serge.petit@alsace.iufm.fr

Résumé
Les albums numériques, souvent appelés « albums à compter », se caractérisent par la présence explicite de nombres qui en constituent la thématique principale. Ils font partie d'une production abondante qui dépasse souvent le simple cadre documentaire par ses qualités littéraires ou plastiques. Leur utilisation en classe demeure parfois anecdotique et les apprentissages qui y sont liés semblent aller de soi.
Pourtant leur simplicité même recouvre une complexité tant au niveau du fonctionnement linguistique que des contenus mathématiques. En effet, il n'existe pas de modèle unique d'albums numériques mais des formes multiples intégrant des suites numériques croissantes ou décroissantes, des représentations des nombres ou même des calculs, accompagnés ou non d'un écrit. Cet écrit, parfois réduit à la seule mention du nombre, est constitué de groupes de mots, d'une phrase voire d'un court texte, dont la lecture peut contribuer à la compréhension des mathématiques sous-tendues par l'album.

L'atelier a mis en œuvre différents dispositifs didactiques permettant d'utiliser les albums numériques pour réaliser des apprentissages tant en français qu'en mathématiques. Il s'agit notamment de s'interroger sur la place des pratiques littéraires et sur les formes linguistiques récurrentes favorisant des apprentissages sur la langue écrite. On peut aussi se demander comment ces aspects littéraires et linguistiques, étroitement imbriqués aux notions mathématiques convoquées, peuvent constituer des obstacles ou des soutiens aux apprentissages mathématiques. Mais ce qui reste central à l'album numérique, à savoir ses aspects mathématiques, mis en scène par des auteurs de littérature de jeunesse non spécialistes de mathématiques, ne risque-t-il pas de poser des obstacles didactiques ? Cette dernière interrogation soulève la question des apprentissages mathématiques qui peuvent être abordés par l'intermédiaire de ces ouvrages.

I – DECOUVERTE DES ALBUMS

L'atelier commence par une lecture de l'album *Comptes tout ronds* d'Olivier Douzou. Cet album s'ouvre par un mystère lié à l'identification d'un rond accompagné par le nombre « un » écrit en chiffre et en lettres. Des hypothèses sont soulevées quant à l'identification de ce rond : certains y voient un œil, d'autres un œuf, d'autres encore ne peuvent nommer autre chose qu'un rond. Ce n'est qu'en poursuivant la lecture que l'on découvre que ces ronds figurent les narines et l'œil d'un crocodile puis les têtes d'oiseaux. Comme ils ne représentent pas les mêmes objets, ils nécessitent un recours à l'abstraction car on peut compter les « ronds » sans qu'ils renvoient à une même réalité. La chute « il ne faut jamais compter sur les crocodiles » éclaire de manière humoristique le sous-titre de l'album « Petit boulier à plumes ». L'histoire se perpétue sur la page de garde en fin d'album par l'arrivée d'un nouvel oiseau accompagné du nombre « onze », indiquant ainsi que la suite numérique se poursuit elle aussi.

Cette entrée en matière permet de découvrir un album de manière dynamique et de s'interroger à la fois sur les modalités de lecture de ces albums et sur les problématiques mathématiques qu'ils abordent.

I – 1 Des appréciations personnelles

Les stagiaires sont installés par ateliers de quatre autour d'une table où sont disposés quatre albums. Chaque stagiaire choisit un album et dispose d'une dizaine de minutes pour lire l'album, répondre à un questionnaire puis consulter les autres albums de sa table. Le questionnaire sur transparent interroge le stagiaire sur son appréciation argumentée de l'album. Les réponses sont déposées successivement sur le rétroprojecteur et la couverture de chaque album est montrée associée à son appréciation.

Les stagiaires ont ainsi été sensibles à l'histoire racontée, les albums étant appréciés selon leur originalité, leur simplicité ou leur clarté alors que l'absence ou la pauvreté de l'intrigue, voire l'absence de chute, ont généralement déplu. L'aspect comptine de certains albums a été plutôt perçu favorablement même si le manque de logique dans l'enchaînement des pages n'est pas toujours apprécié. Les stagiaires ont aussi évalué les albums en fonction de critères esthétiques : illustrations, couleurs ou graphisme. Enfin la justesse ou la pertinence du contenu mathématique a été estimé par certains alors que d'autres ont été gênés par des signes ambigus ou des confusions concernant les nombres ou les chiffres.

Chacun des stagiaires a donc été invité à exprimer sa réception personnelle et donc très subjective d'un album. Pour certains participants une orientation professionnelle a cependant déjà complété cette réception personnelle.

I – 2 Une première approche fondée sur la réception

Cette activité visait à faire percevoir la nécessité d'une première approche personnelle des albums, où la réception du lecteur, quelle qu'elle soit, est essentielle. L'album numérique n'est pas réduit alors à sa seule fonction mathématique mais se découvre comme toute œuvre littéraire, soit par une lecture magistrale mise en scène de manière appropriée, soit par une découverte individuelle silencieuse. Chacun doit pouvoir ensuite exprimer sa réception de l'album, manifestant ainsi son ressenti.

Il en découle que, dans les classes, l'album à compter sera présenté comme un livre parmi d'autres, lu d'abord dans l'intention de susciter le plaisir, celui de lire, d'écouter, de voir et de découvrir. Mettre ainsi les élèves en situation d'attente favorise une bonne régulation de la classe. Les élèves mis en appétit se révèlent plus motivés pour une exploitation mathématique si celle-ci n'est pas présentée d'emblée comme une tâche à réaliser. Il faut donc veiller à laisser des espaces de découverte et de lecture dans la classe, pour que les élèves puissent s'approprier le livre individuellement et surtout s'imprégner des illustrations dont la place est prépondérante dans ce type d'albums.

Il est également important de susciter les réactions libres des élèves, sans consigne fermée, leur permettant de confronter leurs réceptions et de réaliser des mises en réseaux avec d'autres ouvrages, soit du même auteur, soit avec les mêmes types de personnages, soit encore avec un même fonctionnement mathématique. En effet, cette réaction spontanée est souvent révélatrice de la compréhension des uns et des autres, et de leur sensibilité éventuelle à la structure mathématique.

Toute exploitation d'un album numérique gagne à être précédée par une phase de découverte subjective et personnelle qui doit susciter l'envie de lire afin que l'analyse soit une relecture qui puisse conduire vers de nouveaux apprentissages.

II – ANALYSE LITTERAIRE ET LINGUISTIQUE D'ALBUMS

Six albums (voir ci-dessous et en annexe) ont été redistribués aux groupes de stagiaires, de telle sorte que chacun découvre un nouvel album. L'analyse vise à confronter les intérêts tant littéraires que linguistiques de ces albums. Chaque groupe produit une affiche commentée par un rapporteur qui présente aussi l'album ainsi analysé.

Avant la mise en commun, l'album *Dix petites graines* de Ruth BROWN est lu aux stagiaires tant pour le plaisir que pour servir ultérieurement de support pour la structuration.

II – 1 Analyse des albums par les stagiaires

Ma Mamie, les nombres de Mimi

Ma Mamie est globalement rejeté par le groupe qui estime que « rien ne soutient l'intérêt » dans cette histoire où tout est prétexte à compter les objets de la vie courante.

Aspects littéraires	Aspects linguistiques
- histoire banale de la vie quotidienne - structures peu évolutives, statiques - pas de récit - seulement des questions / réponses - pas de chute	- questions posées de façons différentes - verbes introducteurs différents dans les incises - diversité de présentation des phrases - jeux de sons (Mamie/Mimi ; mon chou/choux)

Les bons comptes font les bons amis

Cet album qui présente une situation de partage entre des enfants revenant du marché avec fruits et confiseries n'est pas davantage apprécié, d'autant plus qu'il est, selon le groupe, truffé de stéréotypes sur le Maghreb.

Aspects littéraires	Aspects linguistiques
- aucun - pas d'intrigue - pas de personnage fort - pas de structure type - pas d'enjeu	- double langue : arabe, français

D'autres stagiaires connaissant cet album réagissent à cette présentation essentiellement négative. Un débat s'ouvre quant à l'intérêt de l'histoire (le partage) et la représentation du monde (un marché et des paysages du Maghreb illustré par des aquarelles). Certains stagiaires montrent qu'ils apprécient cet album et lui découvrent des intérêts culturels (ouverture sur le monde, lecture inversée de l'album, texte bilingue). Pour certains l'enjeu semble fort puisque les fruits et confiseries en nombre inégal doivent être partagés d'une manière équitable.

Petit 1

Les avis sont partagés pour *Petit 1* dont la structure est plus complexe que les précédents. Le groupe manifeste un désaccord concernant les valeurs véhiculées par l'album.

Aspects littéraires	Aspects linguistiques
- complémentarité texte/images - désuet (police et images) - valeurs véhiculées : exclusion, rejet - structure narrative variée : dialogues… - faux semblant d'une structure en randonnée - histoire construite avec une chute	- richesse du vocabulaire - rythmé - jeu sur les sons - décalage entre le niveau de langue et le thème

Dix petits doigts

Cet album est présenté avec un enthousiasme proportionnel à l'engouement qu'il a suscité dans le groupe.

Aspects littéraires	Aspects linguistiques
- mélange conte / comptine - utilisation d'expression à « double sens » (propre et figuré) - typographie	- utilisation du passé simple et de l'imparfait (rupture du récit) - vocabulaire élaboré

Grigri compte

Les aventures du petit chat Grigri ont été considérées comme plutôt riches par le groupe malgré une simplicité apparente de l'album.

Aspects littéraires	Aspects linguistiques
- implication du lecteur par un jeu de questions - arts visuels - champ lexical de la mer - promenade au bord de la mer (représentation)	- forme interrogative avec absence de verbe (au début) - complexification des phrases au fil de l'histoire

Stromboli

Cet album de Christian Voltz a plu par l'originalité de ses illustrations, caractéristiques de cet auteur, et son humour.

Aspects littéraires	Aspects linguistiques
- plusieurs points de vue dans la même histoire - plusieurs niveaux de lecture - éveille la curiosité (variété des caractères, humour, illustrations) - jeux avec les mots - différents registres (poétique, familier, slogans)	- verbes à l'impératif - phrases sans verbe - invention de nouveaux mots - vocabulaire varié et riche

Le groupe a estimé que dans cet album l'histoire primait sur l'aspect numérique qui semblait tout à fait mineur.

Dix petites graines

Une relecture analytique collective des *Dix petites graines* termine cette phase.

Les dix petites graines constituent les personnages de cette petite histoire qui suit implicitement le motif des *Dix petits nègres*. Un autre personnage reste hors champ, visible seulement par sa main qui plante la dernière graine. On peut supposer qu'il s'agit du jardinier.

La structure narrative est implicite, ponctuée par un texte laconique à chaque double page « Dix graines, une fourmi », « Neuf graines, un pigeon » et soulignée par des indices qui montrent que le temps s'écoule. En effet, les graines se transforment, elles germent, des racines poussent, ainsi que des feuilles… Leur nombre diminue en fonction des prédateurs ou d'accidents involontaires causés par des animaux ou des humains. L'album semble se terminer en boucle puisque le jardinier, en qui l'on reconnaît un enfant, récolte dix graines qu'il peut à nouveau planter.

L'histoire se double d'un intérêt scientifique indéniable qui nécessite une relecture orientée, intégrant notamment des apprentissages lexicaux. En effet, les graines changent non seulement de forme, mais aussi de nom. La graine devient pousse, plant, plante, bouton puis fleur.

Il est aussi nécessaire d'interpréter la relation entre les mots du texte. Si l'on comprend que chaque personnage nouveau réduit la quantité de « graines » plantées, la cause demande à être explicitée : pourquoi « Six pousses, une limace » ? pourquoi la limace n’est pas intéressée par une graine mais par une pousse ? Pourquoi « Une fleur, une abeille » ? Une observation plus fine de l’image « deux boutons, beaucoup trop de pucerons » permet aussi de s’interroger sur le rôle de la coccinelle qui protège le bouton épargné. Il est alors possible de faire produire oralement ou par écrit des phrases verbales justifiant le rapport entre les deux. Au niveau linguistique, outre l’apport de vocabulaire, on peut remarquer que les groupes nominaux présentent une alternance de pluriel et de singulier. La structure mathématique se justifie pleinement dans la mesure où elle participe à la compréhension du cycle de la vie : les graines diminuent parce qu’elles sont exposées à des prédateurs, la fleur en produit beaucoup pour qu’au moins une puisse à nouveau fleurir et perpétuer l’espèce.

Ainsi la compréhension de l’album, de son intérêt documentaire et mathématique se réalise par une analyse plus fine de son fonctionnement.

II – 2 Aspects littéraires

S’intéresser aux aspects littéraires d’un album consiste à y voir d’abord un univers fictionnel auquel on accède par l’intermédiaire d’une mise en mots et en images.

Des personnages

Mimi, Grigri, Petit 1 ou même les doigts de *Dix petits doigts* sont des personnages. Qu’ils soient des humains ou des animaux comme Mimi (singe) ou Grigri (chat), ils sont anthropomorphisés, portent des vêtements et se comportent comme des enfants. Les « petits doigts » sont de véritables petits personnages dessinés sur les doigts, avec un costume qui permet de les reconnaître et de les différencier. Ce costume préfigure d’ailleurs leur destin : le pirate s’embarque sur un atlas, le chef d’orchestre fait une fugue et le dernier à se retrouver « bien seul sur terre » est en costume d’Adam ! Petit 1 est un personnage plus abstrait par la forme, puisqu’il conserve la forme du chiffre 1, mais il possède un visage et surtout des sentiments exprimés tant par le dessin que par le texte.

La qualité littéraire d’un album numérique peut donc se mesurer à la manière dont les personnages sont représentés, avec leur personnalité, l’expression de leurs sentiments, leurs actions… Plus cette représentation sera fouillée, plus elle s’éloignera d’un stéréotype, par le dessin ou par le texte, plus ils seront attachants et plus les élèves pourront s’intéresser à leur existence.

Une trame narrative

Plutôt que d’énumérer des suites numériques de manière arbitraire, certain albums numériques mettent en place une véritable trame narrative, même de manière implicite comme dans *Dix petites graines.* En effet, il s’agit d’abord de raconter une histoire souvent marquée par une structure temporelle rendue visible par les illustrations ou le texte.

Des situations de la vie quotidienne peuvent être mises en scène, comme le retour du marché des enfants dans *Les bons comptes font les bons amis* ou la journée de Mimi chez sa Mamie. Dans ce dernier album, le déroulement de la journée est scandé par des événements familiers aux petits enfants représentés par les illustrations : courses, repas, bain, lecture, coucher.

Il peut aussi s'agir d'événements plus exceptionnels, qu'ils se déroulent dans un temps court comme la représentation au cirque de *Stromboli* ou sur une durée plus longue comme les vacances de Grigri au bord de la mer.

Les personnages peuvent aussi partir en quête de quelque chose. Petit 1 cherche un ami et va rencontrer différents personnages. Les petits doigts partent en voyage et vivent des aventures périlleuses. La structure temporelle y est rendue visible par la suite numérique, puisqu'elle permet aussi de repérer le temps qui s'écoule au nombre de personnages qui subsistent.

Tous les albums à compter ne comprennent pas de trame narrative, mais certains articulent entre eux une succession d'événements qui racontent une histoire mettant en scène les personnages. Cette histoire est souvent implicite et demande à être reconstituée grâce à une observation minutieuse des illustrations et du texte. Il est même possible de s'en inspirer pour inventer des histoires à partir de suites numériques sans liens apparents entre les différentes pages.

Une représentation du monde

Les albums numériques offrent tous une certaine représentation du monde, qu'il soit fictionnel ou ultra réaliste comme dans les ouvrages exclusivement documentaires. Plus cet univers sera éloigné du monde des enfants, plus il leur sera difficile de se le représenter et plus l'accompagnement de l'adulte sera nécessaire. La journée de Mimi sera plus accessible que le retour de marché des enfants dans *Les bons comptes font les bons amis*. Ainsi, cet album permet aussi de se familiariser avec un autre environnement, le Maghreb, représenté par les aquarelles.

Des valeurs éthiques et esthétiques

Dans une perspective citoyenne, on peut aussi voir dans *Les bons comptes font les bons amis* une certaine universalité dans la manière dont les enfants partagent les victuailles, en tenant compte des goûts de chacun. Tout album à prétention littéraire peut ainsi se lire à un niveau plus « symbolique » et entre dans un système de valeurs qui peuvent être « morales » ou éthiques. Ainsi les personnages enfants sont souvent représentés en situation d'apprentissage, comme Mimi ou Grigri qui apprennent à compter grâce à l'intercession d'un adulte. Petit 1 est en quête de l'amitié et se trouve rejeté des autres parce qu'il est différent.

Dans l'album de Douzou, la valeur morale de l'album « il ne faut jamais compter sur les crocodiles » est tournée en dérision et utilisée à des fins esthétiques, à la fois par le graphisme et par le jeu de mots auquel se livre l'auteur. Dans les *Dix petits doigts*, l'on tient moins à mettre en garde contre les dangers des voyages que de développer des jeux sur la langue à partir des doigts et des situations vécues par les personnages, ainsi qu'à les illustrer par le procédé du collage.

Des procédés littéraires en fonction d'effets visés

Les effets visés par le fonctionnement littéraire et l'illustration de l'album peuvent être variés : effet de suspense avec les *Dix petits doigts* qui disparaissent, effet de peur avec la menace du crocodile qui referme progressivement sa gueule sur les oiseaux dans *Comptes tout ronds* doublé d'un effet d'humour noir, effet d'humour aussi dans *Stromboli* avec les différents niveaux de lecture et les jeux de mots.

Parce qu'écrits par des auteurs de littérature de jeunesse, certains albums numériques possèdent donc de véritables qualités littéraires. Or ces caractéristiques des albums numériques restent souvent implicites et nécessitent une explicitation du texte et de l'image. Il importe donc de mettre en place des dispositifs qui permettent aux élèves, après une première lecture et réception personnelle, d'entrer dans cet univers fictionnel voire poétique et de se l'approprier afin d'être plus réceptifs aux apprentissages linguistiques ou mathématiques possibles.

II – 3 Aspects linguistiques

Sauf quelques albums sans texte, les albums numériques contiennent des aspects linguistiques puisqu'ils sont formés de mots, de groupes de mots, de phrases, voire de textes. Certains aspects linguistiques y sont particulièrement prégnants et répétitifs. Ces albums peuvent donc devenir, dès le cycle 1, des supports annexes pour une imprégnation de certains fonctionnements de la langue, voire, par l'intermédiaire de projets d'écriture adaptés, de véritables modules d'apprentissages.

Lexique

Certains albums utilisent, en situation, le lexique spécifique à un thème : la mer dans *Grigri compte*, les fruits dans *Les bons comptes font les bons amis*. L'album à compter peut donc s'intégrer dès le cycle 1 dans un projet nécessitant l'acquisition ou la consolidation d'un tel vocabulaire.

Les jeux de mots nombreux dans certains albums sont l'occasion de s'intéresser au sens propre et figuré d'expressions ou de mots : « compter sur quelqu'un » dans *Comptes tout ronds*, les « numéros » de *Stromboli* ou les divers « jeux de mains » dans *Dix petits doigts*.

Cela peut aussi être l'occasion d'une première rencontre avec certains termes mathématiques comme « la moitié de » dans *Les bons comptes font les bons amis*.

Autour du groupe nominal

Ce que l'on trouve de manière redondante dans la quasi-totalité des albums numériques ce sont des groupes nominaux composés d'un déterminant numéral et d'un nom. Ce type d'album permet donc de s'intéresser à la classe grammaticale du nom, qui correspond à ce qui est compté. Il s'agit dans le cas le plus fréquent de noms dits « concrets », puisque les objets ou personnages sont représentés dans les illustrations. Mais dans certains albums, comme dans *Comptes tout ronds* d'Olivier Douzou, les objets comptés ne sont pas homogènes, ce qui entraîne des difficultés à nommer ce que l'on compte, sauf à trouver un terme générique (« rond » dans le cas de cet album). Mais il s'agit aussi d'un premier pas vers l'abstraction, puisque le point commun concernant ce que l'on compte, c'est le nombre (1^e^ abstraction) et le nom (2^e^ abstraction).

On peut aussi s'intéresser au sens des déterminants numéraux, notamment « un » qui est homonyme de l'article indéfini. Ce double sens de « un », à la fois nombre en mathématiques et article en grammaire, qui n'existe pas dans d'autres langues comme l'anglais (« one » opposé à « a, an »), peut prêter à confusion, comme c'est le cas de Mimi, dans *Ma Mamie* :

> « Allons chercher un livre à lire », dit Mamie
> Mimi en choisir neuf.
> « Un seul », dit Mamie.

Un sens mathématique de « un » est ici mis en scène et renforcé par la locution « un seul ».

La notion de « nombre » renvoie elle aussi à deux sens spécifiques, l'un en orthographe grammaticale, l'autre en mathématiques. En grammaire, elle renvoie au concept de singulier et de pluriel. Or ces concepts utilisent des nombres en mathématiques, puisque le singulier renvoie, dans l'ensemble des entiers naturels, à 0 et 1 objet comptable, alors que le pluriel renvoie à tous les objets comptables à partir de 2 inclus. L'album numérique sensibilise donc au sens même du pluriel directement lié au déterminant numéral qui le précise en explicitant la quantité. Il devient aussi possible de sensibiliser aux marques écrites du pluriel du nom, en remarquant l'adjonction régulière de la lettre « s », et plus exceptionnellement du « x ». Ces marques peuvent être observées sans être formalisées dès le cycle 1, et elles conduiront tout naturellement à s'intéresser aux phénomènes d'accord dans le groupe nominal simple à partir du cycle 2.

Des phrases

Ces phénomènes d'accord peuvent aussi porter sur le verbe lorsque les nombres apparaissent dans des phrases au présent, comme dans *Grigri compte* :

> Au fond d'une flaque, cinq étoiles de mer s'ennuient.

Parfois, comme dans *Dix petits doigts*, les temps du passé sont employés :

> Le temps passait, et les dix petits doigts s'impatientaient : ils voulaient se prendre en main et accomplir leur destin…
> Dix petits doigts pour se dégourdir entreprirent un voyage.

Les phrases interrogatives se retrouvent aussi fréquemment dans des albums numériques par l'association d'une question, généralement introduite par « Combien », et de sa réponse comprenant un nombre. Ainsi dans *Grigri compte* :

> Combien de bateaux sur l'eau ?
> Deux !
> 2
> Combien de glaces ?
> Trois glaces !
> 3

Dans *Ma Mamie*, les formulations sont variées, plus ou moins soutenues, selon que ce soit Mimi ou Mamie qui parle :

> « Tu as combien de petits choux ? » demande Mimi.
> […]
> « Et combien ai-je de pots de miel ? »
> […]
> « Combien d'oranges ? »
> […]
> « Combien y a-t-il de fleurs dans le pot ? »

L'insistance portée, dès le cycle 1, sur ces questions et les réponses numériques qu'elles appellent constitue une première imprégnation au genre formel de l'énoncé de problème.

La structure souvent répétitive des albums numériques en fait un bon support pour une imprégnation, voire des apprentissages plus explicites, sur diverses notions linguistiques : lexique, accords, structures de phrases…

III – COMPARAISON MATHEMATIQUE D'ALBUMS

Les différents groupes ont été organisés autour d'un album *vedette*, différent de celui observé précédemment, album choisi non pour les aspects littéraires ou linguistiques qu'il peut présenter, mais pour une interrogation d'ordre mathématique qu'il peut susciter. Les autres albums de chaque groupe partageaient peu ou prou le même questionnement mathématique et devaient permettre de le mettre en relief. On peut ainsi dire que les albums ont été *mis en réseau* du point de vue de cette interrogation relevant soit des mathématiques, soit de son enseignement. La liste des albums de chaque groupe figure en annexe. Chaque groupe sera donc repéré dans ce qui suit par sa vedette.

Il a été demandé à chaque groupe de :

- comparer ces albums du point de vue mathématique et d'en extraire une et une seule interrogation relative à l'enseignement des mathématiques,
- compléter l'affiche précédente[1] en notant cette interrogation.

III – 1 Activité d'analyse des ouvrages par groupes

Groupe « Ma mamie »

Ce groupe a mis en évidence un problème relevant de l'apprentissage du comptage. *« Combien d'oranges ? » demande Mamie. « Une, deux, trois, quatre ! » compte Mimi* dans *Ma mamie*. Mais à d'autres pages, la situation est différente : *« Et combien ai-je de pots de miel ? » « Deux ! » s'écrie Mimi.* S'agit-il ici de mettre en relief le phénomène dit de *subitizing* (on ne compte pas pour dénombrer de petites quantités) ? Peut-être, peut-être pas puisque, plus avant dans l'album, on peut lire *Combien y a-t-il de*

[1] Qui portait sur les aspects littéraires et linguistiques.

fleurs dans le pot ? et que la réponse est immédiate *« Six fleurs, répond Mimi. Et une abeille ».* Le dénombrement mélange comptine inachevée (c'est-à-dire sans qu'il soit conclu au cardinal) et réponses globales sans procédure de dénombrement. Il rejoint de ce point de vue l'album *Une deux trois* qui produit les mêmes réponses *Ici il y a 3 mouches* ou *Miam ! Miam ! Miam ! 1, 2, 3 noisettes pour Papa.* On retrouve les mêmes expressions dès le titre dans *1, 2, 3 petits chats qui savaient compter jusqu'à 3* ou plus loin *Avant d'aller dormir, ils prenaient leur bain dans 1, 2, 3 petites bassines.* Dans tout cet ouvrage on ne rencontre jamais l'énoncé du cardinal de la collection dénombrée, mais simplement, en guise de dénombrement, le début de la comptine numérique. L'album *Maman !* fonctionne d'une tout autre manière. Dans chaque pièce d'une maison se cache l'écriture chiffrée d'un nombre. Ce nombre désigne la quantité de personnages se trouvant dans la pièce. Il n'y a pas ici de procédure de comptage. Cet ouvrage, qui tranche nettement avec les autres, était placé là pour mieux interroger les trois autres livres.

L'utilisation en classe de ce type d'album ne peut se faire qu'avec la conscience de cette particularité afin de ne pas contribuer à consolider les pratiques de certains élèves pour lesquels compter ne consiste qu'à égrainer la suite des noms de nombres sans conclure que le cardinal de la collection dénombrée est désigné par le dernier nom de nombre prononcé.

Groupe « Les bons comptes font les bons amis »

Une des particularités des albums de ce groupe est l'introduction du calcul par la structuration des collections à dénombrer. L'album *Un pour l'escargot, dix pour le crabe,* outre l'intérêt scientifique qu'il peut par ailleurs présenter, offre une occasion très riche de calcul. Le fil rouge de cet ouvrage est le dénombrement de pieds. Ce mot étant considéré ici comme un hyperonyme désignant tout à la fois le pied d'un enfant, la patte d'un chien, la pince d'un crabe, permet d'effectuer des calculs relativement complexes (niveau CP, CE1) toujours illustrés par des ensembles d'animaux (*70 pour sept crabes ou dix insectes et un crabe* etc.).

Ces albums numériques sont davantage des albums à calculer qu'à compter. Ils présentent un intérêt bien au-delà de l'école maternelle, notamment au CP et au CE1, lieux où les albums sont bien moins utilisés qu'en maternelle.

Groupe « Petit 1 »

L'approche du comptage dans les différents ouvrages de ce groupe semble relever de l'axiomatique de Peano. Chaque nombre est présenté comme le suivant d'un autre auquel on ajoute 1. L'ajout de ce 1 correspond à l'ajout d'un élément à une collection. Zéro n'est cependant pas toujours le nombre de départ.

Dans l'album *Petit 1*, l'introduction du processus de Peano commence au nombre 2 : « *A 2 on est bien, mais 2 plus 1 font 3, et à 3 on est trop.* ». Bien évidemment, on pourrait considérer que cet album n'introduit pas les nombres, qu'il ne fait qu'utiliser les nombres déjà connus des élèves et l'introduction de ceux-ci ne relèverait pas de l'axiomatique de Peano, on peut aussi le considérer comme un album donnant une autre vision des nombres, mettant alors en relief l'axiomatique de Peano : notamment la propriété que tout nombre est le suivant d'un autre (n), noté alors n + 1. Cet album tente une introduction du 10 : *« Tu ne sais donc pas que toi tout long et moi tout rond, côte à côte, on fait 10 »*. Écriture ? Nombre ? Dix ou deux ?

Alors est un album numérique original puisque le nombre d'objets à compter sur chaque double page n'est pas écrit, ni en lettres, ni en chiffres. Un personnage est dans une pièce, puis un deuxième s'ajoute,… puis un huitième… enfin, la pièce est vide… introduction du zéro ? Cet album, très particulier, permet de construire les nombres en suivant l'axiomatique de Peano et de donner sens au zéro.

Au fil des nombres commence par présenter le 0, sans que l'on puisse dire ce qu'il représente. Page suivante est présenté 0 + 1, sous la forme 0 + 1 = 1, puis le 2 par la formule 1 + 1 = 2 et ainsi de suite jusqu'à 9 + 1 = 10. La construction des nombres suit clairement l'approche de Peano. L'écriture du 10 n'est pas explicitée, pourquoi 1, pourquoi 0 ? Une deuxième partie de cet album *Compter au musée* met en œuvre l'écriture de certains nombres, et, quand cela est suggéré par des tableaux, sous forme d'écriture additive : *3 poissons dans l'eau : 1 + 2.*

La chevrette qui savait compter jusqu'à 10 commence à dénombrer à 1, puis, au fur et à mesure que l'histoire se déroule s'ajoutent des animaux tous différents. Il s'ajoutent un par un, et la chevrette compte « *…plus le cheval cinq, plus monsieur le cochon six…* » en langue naturelle, mobilisant le *plus* pour bien marquer l'ajout d'un animal à chaque fois et permettre de faire le lien avec le +. Ainsi, la construction de la suite des nombres suit ici aussi l'axiomatique de Peano. Le comptage s'arrête à dix. Il faut noter que dans cet album, aucun nombre n'est écrit en chiffres. Ce travail de traduction reste à faire en classe, sous la gouverne du maître.

Groupe « Grigri compte »

Le problème essentiel abordé dans ce groupe concerne l'introduction du 0 dans les phases de comptage et/ou d'écriture des nombres. Faut-il commencer à dénombrer à partir de zéro (comme dans l'album vedette), ce qui peut sembler peu naturel ? Faut-il aborder le zéro par des comptines descendantes ou par des résolutions de problèmes ? Faut-il au contraire, éviter de mentionner le zéro dans les premiers apprentissages et ne compter que de 1 à 9, au risque de le voir apparaître dans l'écriture 10, faisant apparaître cette écriture composée comme un seul signe, une entité, comme un nouveau chiffre, la traduction chiffrée du dix ? Au risque alors de ne pas donner de sens aux premiers apprentissages des groupements par dix et de leurs désignations, en distinguant clairement le 1 et le 0 ?

L'ouvrage *Un, deux, trois… dans l'arbre !* commence le dénombrement à 1. Il s'arrête à 10, sans construire ce nombre, sans présenter le 0. Il offre la particularité de bien distinguer deux domaines différents d'écriture des nombres. Les nombres sont écrits en chiffres quand ils sont déterminants numériques dans des groupes nominaux non insérés dans une phrase. Ils sont écrits en toutes lettres dans ces mêmes groupes nominaux faisant partie d'une phrase. Exemple : *9 vaches ensommeillées* et, pages suivantes *Neuf vaches ensommeillées s'endorment sur les branches.* On retrouve ce souci d'écrire les nombres en lettres dans les phrases dans le petit ouvrage *1, 2, 3, cachez tout la voilà.* Ouvrage qui présente le 0 en dernière page dans un *Petit historique* dont on pourrait mettre en doute la valeur scientifique. On retrouvera ce souci de précision dans la différence d'utilisation des écritures en lettres ou en chiffres des nombres dans l'album *Compter* qui, lui, commence par présenter le zéro : ***Zéro****, ce n'est pas rien, c'est un* *chiffre.* Un nombre ? Zéro n'est pas présenté comme permettant de désigner le cardinal de l'ensemble vide, simplement comme un *chiffre*, au contraire des autres nombres présentés dans l'ouvrage qui termine la présentation systématique des nombres au nombre 9, mais qui poursuit par une sorte de tableau synoptique dans lequel sont présentés les nombres de 10 à 21, sans structuration par dizaines, sans montrer ce que le 1 ou le 7 représentent dans une écriture comme 17 ou le 2 et le 1 dans 21.

L'ouvrage *Grigri compte* présente le zéro comme nombre permettant de désigner le cardinal d'une collection (*Combien de nuages dans le ciel ? Zéro !* puis, en dessous est écrit *0* en chiffre). Cet album se termine sur le 9. *En l'air, neuf mouettes crient : « Grigi sait compter ! Grigri sait compter ! ».* Est-ce à dire que compter jusqu'à 9 suffit pour savoir compter ?

Groupe « Dix petits doigts »

Ces albums se retrouvent autour du thème des suites décroissantes. On y décompte, dans certains cas jusqu'au zéro, mais sans que cette quantité soit exprimée mathématiquement par zéro, mais plutôt par des expressions du type *« il n'en resta plus aucun ».* Dans certains albums le décompte cesse à 1. L'activité de décomptage pourrait permettre d'accéder assez naturellement à 0, qui exprimerait mathématiquement ce qui reste, comme 1, 2 ou 3 l'expriment aux étapes précédentes. Dans ces albums, se pose souvent la question de la représentation des transformations. Cette question est délicate, comment en effet indiquer par un dessin que l'objet est encore là, mais qu'il va disparaître, pour ne plus être là dans le dessin suivant (double page suivante). Une représentation astucieuse est mise en oeuvre dans *Dix petites graines* (album numérique présentant un grand intérêt scientifique par ailleurs) : à la double page du huit, on découvre par exemple huit graines, dont une est accaparée par une souris. Les huit graines sont cependant présentes. Page suivante, celle du sept, sept pousses sont dessinées, une limace est en train de manger une d'elle, mais cette pousse est présente. La transformation n'est de cette manière pas représentée par un dessin, mais suggérée. Elle se déroule entre les deux pages, n'est pas présente explicitement dans le livre. Ceci donnera au maître une occasion de verbaliser cette transformation qui, à ce niveau, ne peut être convenablement explicitée que par les mots. Cet ouvrage montre la cyclicité de la vie… *une fleur, une abeille* puis *Dix graines*, suggérant alors un retour à la première page… Un tel ouvrage pourrait être un point de départ intéressant pour représenter les transformations dans les problèmes additifs que l'élève devra maîtriser en fin de cycle 2. Tous les albums n'ont pas cette capacité à représenter les transformations, à vouloir les dessiner, certains albums ne mettent pas en cohérence le nombre d'objets de la page et le nombre indiqué (un même objet étant représenté deux fois -une fois avant la transformation, une fois pendant la transformation-) comme dans *Les dix petits harengs.*

Groupe « Stromboli »

L'interrogation qui apparaît dans ces albums est le problème du 10, ou plutôt de sa construction. En fait, très rarement cette association de deux chiffres pour désigner un nouveau nombre n'est réellement construite. Dans certains cas, on peut noter des amorces de constructions relativement maladroites, dans d'autres, une absence totale de construction, 10, 11 pouvant apparaître alors comme de nouveaux symboles… avec tous les dangers inhérents à une telle approche.

Par exemple : dans l'album *Un et ses amis*, l'écriture 10 est présentée comme têtes de deux personnages dessinés en mettant en reliefs les dix doigts de leurs mains et de leurs pieds. En fait, si l'on compte les doigts des personnages, on en trouve vingt, de même pour les orteils… Cet album ne présente aucune construction du 10. A quoi renvoie le 1 ? A quoi renvoie le 0 ? La page suivante présente le 11. Les deux 1 sont toujours les têtes de deux personnages, mais cette fois-ci, ce sont onze médailles qui sont dessinées, sans possibilité d'en dénombrer d'autres. Mais toujours aucun sens donné à chacun de ces deux 1 qui écrivent le 11. L'ouvrage se termine par le 12, présenté comme le sont le 10 et le 11, douze représentant douze mois de l'année (on peut compter douze pages d'un éphéméride), mais aussi douze heures sur une horloge… quoi compter alors ?, ou douze œufs, effectivement comptables. On approche ici une autre dimension de l'utilisation des nombres : nombre pour repérer, pas pour compter (pour repérer le temps qui passe…). Album à repérer ? Album à compter ?

III – 2 Intérêts mathématiques

L'ensemble des groupes a, comme on pu le lire ci-dessus, relevé de nombreuses pistes à partir desquelles il est possible d'analyser les albums numériques du point de vue des mathématiques ou du point de vue de leur enseignement.

Une première classification pourrait être prise en compte : albums à compter et albums à calculer. Laissons de côté cette classification pour nous centrer davantage sur les contenus ou les pratiques d'enseignement. Seront abordés un ensemble de points qui peuvent sembler importants et qui pourraient interroger celui qui utilise les albums sur la ou les manière(s) de s'en servir en classes. L'atelier n'a pas pu aborder la manière d'utiliser les albums en classe, il n'en sera donc pas question dans ce compte-rendu.

La liste ci-dessous reprend de manière plus organisée et plus synthétique différents points d'ordre mathématique qui peuvent être observés dans les albums numériques. Le lecteur pourra formuler des interrogations d'ordre didactique correspondantes.

Représentations des nombres

- écriture en lettres
- écriture en chiffres
- représentations figurales
- natures des collections représentées
  - éléments identiques
  - éléments différents

Liste des noms de nombres et cardinal d'une collection

- afficher ou ne pas afficher clairement le cardinal d'une collection à la fin de la récitation de la comptine

Construction des nombres

- désignation des quantités par la comptine

- construction des nombres sur le mode « a un suivant » (Peano)

Comptines

- ascendantes (à partir de_ , jusqu'à _)
- descendantes (à partir de_ , jusqu'à _)

Utilité des nombres

- mesure d'ensembles (cardinaux)
- repérage (temps)

Le zéro

- présence, absence
- son sens (cardinal de l'ensemble vide, chiffre)
- en début de comptine
- apparition seulement à partir du 10
- approche comme solution de problèmes

Le 10

- construit
- apparaît comme un nouveau signe, comme un nouveau chiffre
- sens du 1, sens du 0 dans l'écriture du 10

Nombres supérieurs strictement à 10 (forme ab)

- sens du a, sens du b

Signes opératoires dans la construction des nombres

- présence ou absence du signe +

Calculs

- présence, absence
- nature

De nombreux albums numériques, par la richesse des interrogations qu'ils permettent de susciter du point de vue des mathématiques, du point de vue littéraire, du point de vue linguistique, constituent un excellent support au niveau de la formation des enseignants dans le domaine des premiers apprentissages numériques, linguistiques et littéraires.

Ils nécessitent la mise en place de dispositifs propres à mettre en valeurs ces différents aspects, l'exploitation plus mathématique de chacun étant fonction de son contenu et de l'objectif d'apprentissage visé, afin que celui-ci ne reste pas implicite.

ANNEXE : ALBUMS A COMPTER UTILISES

Groupe *« Ma Mamie »,* 1, 2, 3 ou comment approcher le cardinal

Ma Mamie (Les nombres de Mimi) d'Emma CHICHESTER CLARK, Kaléidoscope, 2002.

Une deux trois d'Ophélie TEXIER, L'école des loisirs (loulou et compagnie), 1998.

Maman ! de Mario RAMOS, L'école des loisirs (Pastel), 1999.

1, 2, 3 petits chats qui savaient compter jusqu'à 3 de Michel Van Zeveren, Pastel, 2004.

Groupe *« Grigri compte »,* éviter ou rencontrer le zéro

Grigri compte de Lionel KOECHLIN, Hatier, 1991.

Compter de Claude DELAFOSSE et Donald GRANT, Gallimard (Mes premières découvertes), 1993.

1, 2, 3 cachez tout, la voilà ! de Rascal, Pastel, 1991.

Un, deux, trois… dans l'arbre ! d'Anushka RAVISHANKAR, Sirish RAO, Durga BAI, Actes Sud Junior, 2006.

Groupe *« Stromboli »,* le problème du 10

Stromboli de Christian VOLTZ, Éditions du Rouergue, 1999.

Un et ses amis de Lionel KOECHLIN, Mango, 1995.

Comptes tout ronds d'Olivier DOUZOU, Éditions du Rouergue, 1997.

J'apprends à compter d'Elisabeth BALLART, Roser CAPDEVILA, Casterman, 1992.

Groupe *« Petit 1 »,* approche des nombres du type axiomatique de Peano

Petit 1 de Ann et Paul RAND, Circonflexe, 1992.

La Chevrette qui savait compter jusqu'à 10 d'Alf PROYSEN, L'école des loisirs, 1991.

Alors ? de Kitty Crowther, Pastel, 2005.

Au Fil des nombres de Laura ROSANO, Bilboquet (l'art en page), 2002.

Groupe *« Les bons comptes font les bons amis »,* compter et calculer

Les bons comptes font les bons amis de Suzanne BUKIET et May ANGELI, Éditions de l'observatoire, 1987.

Un pour l'escargot, dix pour le crabe d'April Pulley SAYRE et Jeff SAYRE, Kaléidoscope, 2003.

Et si on comptait… Photographies de l'agence Magnum choisies par Marie HOUBLON, Tourbillon, 2003.

Le cahier des plus d'Agnès Rosse, Rue du monde, 2000.

Groupe *« Dix petits doigts »*, **suite décroissante : comment montrer la transformation ?**

Dix petits doigts de Didier MOUNIE et Anne LETUFFE, Le Rouergue, 2002.

Dix petites graines de Ruth BROWN, Gallimard jeunesse, 2001.

Dix petits amis déménagent de Mitsumasa ANNO, L'école des loisirs, 1982.

Les dix petits harengs de Wolf ERLBRUCH, La joie de Lire, 1997.

BIBLIOGRAPHIE

VALENTIN D. (1992-1993) Livres à compter, *Grand N*, **52**.

EYSSERIC P. (2001) Albums, contes et mathématiques, in *Actes du XXVII^{e} colloque COPIRELEM, Chamonix.*

CAMENISCH A. & PETIT S. (2007) Des albums à compter pour apprendre à compter et à développer la maîtrise de la langue, *Bulletin APMEP*, **471**, 574-580.

CAMENISCH A. (2007) Les livres à compter au cœur du langage, *Éducation Enfantine*, **6**, 15.

CAMENISCH A. & PETIT S. (2007) Produire un album à compter, *Éducation Enfantine*, **6**, 62-64.

ÉLEMENTS POUR LA FORMATION INITIALE DES PROFESSEURS D'ECOLE À PARTIR DE L'ALGORITHME DE KAPREKAR

Jean-Claude Rauscher
Maître de conférences, IUFM d'Alsace
DIDIREM Paris 7
Jc.Rauscher@wanadoo.fr

Résumé
L'algorithme de D.R. Kaprekar, mathématicien indien de Devlali, publié en 1949 peut être le support d'une aventure, riche d'étonnements et de réflexions mathématiques. Dans le cadre de cet atelier, les participants ont vécu cette aventure qui donne lieu à des démarches d'observations, d'expérimentations, de communications et de validations tant au niveau de formateurs que d'étudiants et d'élèves de cycle trois, de collège et de lycée. Parallèlement, les apports de ce support dans le cadre de la formation initiale de futurs professeurs ont été discutés et mis en lumière : présentation et mise en œuvre de démarches d'enseignement des mathématiques (Brousseau 1972), repérage des finalités de l'enseignement des mathématiques (G. Vergnaud, 1987), réactualisation des connaissances de la numération, repérage de l'importance de la prise en compte de différents registres d'écriture en mathématique (R. Duval, 1995), prise de conscience de modalités de pensée chez les élèves (C. De Block-Docq, 1994).

I – L'ALGORITHME DE KAPREKAR ET LA QUESTION DE SON UTILISATION

Les travaux du mathématicien autodidacte D.R. Kaprekar sur les nombres entiers, relayés par Martin Gardner, continuent d'une part à questionner mathématiciens et informaticiens et d'autre part donnent des supports d'activités pour les enseignants en mathématique. Il en est ainsi de l'algorithme dit de Kaprekar publié en 1949 qui consiste à choisir un nombre entier *n* écrit généralement en base 10 et de former le plus grand et le plus petit nombre à l'aide des chiffres de *n*. Au nombre *n* on associe ensuite la différence *K(n)* de ces deux nombres et on recommence le processus avec les chiffres de *K(n)*. Cet algorithme génère des phénomènes remarquables. Ils sont parfois présentés dans le cadre de mathématiques dites récréatives. Les questions qu'ils suscitent servent aussi de supports pour des activités d'apprentissages en classe. Comme exemple, citons la proposition de Gérard Chauvat (1980), qui s'appuie sur l'algorithme pour développer des activités en « Arithmétique élémentaire en classe de 5ème » utilisant la notion de classes d'équivalence. L'arithmétique ayant retrouvé une place explicite dans les classes de lycée, on les trouve aussi évoqué dans des manuels scolaires de terminale S. Pour ma part j'ai rencontré cet algorithme à partir d'une idée « d'activité » du manuel de 6ème de l'IREM de Strasbourg (1986). C'est à partir de là que j'ai élaboré et mis à l'épreuve des séquences d'enseignement comportant pour les élèves de collège des phases d'observations, de conjectures d'expérimentations et de preuves. Par la suite, j'ai utilisé ce travail comme support de formation en PE et PLC.

La motivation des participants à cet atelier était double. Pour certains, qui avaient déjà entendu parlé de cet algorithme sans le connaître précisément, il s'agissait de l'appliquer effectivement. Pour tous ensuite, il s'agissait de savoir ce qui est possible de faire avec cet algorithme dans le cadre de classes de cycle 3 ou de collège et dans le cadre de la formation PE ou PLC. Bien entendu, l'intérêt est de dépasser le côté simplement spectaculaire ou récréatif des phénomènes qu'il génère. C'est dans cette perspective que j'ai conçu un déroulement pour l'atelier qui permettait dans un premier temps de découvrir ce support puis de l'interroger comme support de formation, avec l'éclairage aussi de mes expériences dans ce domaine. Le déroulement de l'atelier sera décrit dans la partie II.

Voici les dimensions qui seront abordés ensuite dans le compte rendu.

À un premier degré, les activités qui s'appuient sur l'algorithme de Kaprekar provoquent chez les élèves et les étudiants des démarches d'observations, d'expérimentations, de communications et de validations (G. Brousseau, 1972) dans les domaines de la numération. J'ai eu maintes fois l'occasion de le vivre avec des élèves de début de collège et par la suite avec des étudiants se destinant à l'enseignement (professorat d'école ou de lycée collège). Cette fois ci j'ai partagé cette aventure avec les formateurs de mathématiques en IUFM qui ont participé à cet atelier. Il sera rendu compte de leurs observations, de leurs surprises, de leurs questions.

A un deuxième degré, ces activités peuvent être analysées en termes d'apports dans les apprentissages pour les élèves de fin de cycle 3 et en collège. Habituellement, je mène cette analyse avec les futurs professeurs en formation initiale. Ici, nous l'avons menée entre collègues formateurs : que peuvent apprendre les élèves à partir de cette activité et quels scénarios d'enseignement en classe sont les plus susceptibles de favoriser ces apprentissages ? L'analyse se base sur ma propre expérience et a été enrichie par les apports des uns et des autres.

Enfin on peut analyser ces activités en termes d'apports pour la formation des futurs professeurs tant au point de vue des contenus mathématiques sous-jacents, question importante pour les étudiants préparant le concours qu'au point de vue, tout aussi important pour eux, de questions d'enseignement des mathématiques à l'école et au collège.

II – LE DEROULEMENT DE L'ATELIER

Pour commencer, les participants à l'atelier ont découvert et exploré le fonctionnement de l'algorithme de Kaprekar pour trois chiffres à partir du programme de calcul suivant :

1) *Choisir un nombre entier de trois chiffres.*
2) *A l'aide de ces trois chiffres, fabriquer le nombre entier le plus grand possible.*
3) *A l'aide de ces trois chiffres, fabriquer le nombre entier le plus petit possible.*
4) *Calculer la différence des nombres obtenus en 2) et 3)*

5) *Recommencer (à partir de l'instruction 2) avec le résultat obtenu. etc.*
Après cette exploration, l'analyse du support et de sa richesse a été amorcée individuellement par écrit autour des points suivants :

- *Réactions et questions par rapport au support et par rapport au comportement du groupe de participants*
- *Connaissances et compétences qu'il peut développer chez les élèves*
- *Connaissances et compétences qu'il peut développer chez les étudiants et PE*
- *Modalités de formation envisageables pour exploiter cette situation.*

Au cours de cet atelier, j'ai eu l'occasion de rapporter et de soumettre à analyse la façon dont pour ma part j'exploitais cette situation avec des élèves de collège puis ensuite avec des étudiants se destinant à l'enseignement. L'écrit individuel initial a permis à tout un chacun de se faire une idée a priori et de nourrir les présentations et discussions qui ont suivi.

III – QUE FAIRE AVEC CET ALGORITHME DANS LE CADRE DE L'ENSEIGNEMENT EN CYCLE 3 ET AU COLLEGE ?

III – 1 La découverte de l'algorithme et de ses effets par les participants

Au cours de l'atelier, dans cette phase de découverte de l'algorithme, la surprise a joué à plein, tout comme elle joue habituellement dans un groupe de cycle 3 ou de collège : l'étonnement se lit sur les visages lorsque l'on s'aperçoit que les suites se stabilisent sur 495, on consulte ses voisins pour confirmer cette observation, etc... Quelques réactions écrites à ce sujet :
- *« C'est étonnant ! Peut on généraliser à 2, 4, …, n chiffres ? Démonstration ? »*
- *« Etonnant ! Le résultat se stabilise. Pourquoi ? Est-ce qu'on peut généraliser ? »*
- *« C'est magique ! Ca marche toujours ? Comment ça marche ? »*

Mais on remarque dans ces réactions écrites, une attitude qui est spécifique de personnes qui ont pratiqué des mathématiques : il y a d'emblée un soucis de savoir si cette observation peut se généraliser et de chercher des explications ou de démontrer. On rencontre évidemment souvent ces réactions chez les étudiants ou en lycée. Les forums sur internet, les activités présentées dans des manuels de lycée, ou même de collège (Chauvat; 1980) à ce sujet, se focalisent exclusivement sur la résolution de ces questions mathématiques.

III – 2 Une piste sans issue ?

À partir de la constatation initiale, il s'agit pour un professeur de décider comment il va poursuivre l'activité. En l'occurrence, la question est de savoir si cette préoccupation de prouver cette stabilisation peut être partagée d'emblée avec les élèves. C'est ce que semblent penser a priori plusieurs participants de l'atelier qui trouvent globalement ce support « *très motivant pour les élèves* et *intéressant pour les inciter à poursuivre une recherche* ». Un autre participant précise : « *Il s'agit de trouver des règles, les vérifier, puis les prouver ; s'interroger sur le pourquoi ? comment ? toujours ?* ». Néanmoins cette perspective est relativisée par certains qui évoquent bien « *l'apparition d'un fait expérimental pour les élèves* » mais qui soulignent que *« le désir de preuve peut être suscité mais que tout dépend du rapport des élèves à l'expérience »*. Pour ma part, mes observations en classe me font adhérer complètement à cette prudence au niveau d'un cycle 3 ou du collège. En effet l'étonnement des élèves ne se transforme pas immédiatement en désir manifeste de comprendre le pourquoi de ce phénomène. Il y a un étonnement, certes, mais qui se rapporte plutôt à une certaine vision des mathématiques à cet âge : *« c'est magique !»* ; une magie très vite intégrée : *« C'est comme çà ! »*. Van Hiele à propos d'expériences en géométrie relève que *« les enfants s'étonnent plus de ce qui ne va pas que de ce qui va »* (rapporté par DE BLOCK-DOCK C. ; 1994). En l'occurrence beaucoup d'élèves sont plus sensibles aux ruptures et contres exemples de la règle observée qu'à son accomplissement. Ces ruptures et contres exemples suscitent en effet des questionnements spontanés : *« Pourquoi ça ne marche pas dans ce cas là ? »*. Il s'agit là d'une attitude qui, prise en compte par l'enseignant, permet de faire avancer les élèves dans leurs pensées plus sûrement qu'une injonction à « démonter » la propriété. De plus, la situation proposée comporte un potentiel d'apprentissage concernant le calcul et la numération décimale qui risque d'être négligé si on focalise immédiatement et uniquement l'attention des élèves sur la démonstration. Ce potentiel fut d'emblée repéré par les participants à l'atelier : « *Cette situation est intéressante pour les élèves au niveau de la numération et du calcul (soustractions avec retenues) et pour comprendre ce qu'est un algorithme »;* ou encore : « *Elle met en jeu la comparaison de nombres entiers, la connaissance du système décimal de position, la désignation écrites d'entiers* ».

Mais comment alors, à la fois faire progresser les élèves dans le domaine mathématiques pour les faire sortir de la pensée magique du *« c'est comme çà ! »*, et, parallèlement réactiver leurs connaissances dans le domaine du calcul et de la numération décimale ? Au cours de l'atelier, cette question étant installée, j'ai eu l'occasion de présenter ma façon de faire dans les classes de sixième, où je commençais pratiquement l'année avec cette activité en poursuivant ces deux objectifs.

Le fait de faire vivre cette activité aux participants de l'atelier comme je la faisais vivre avec des élèves et comme je la fais vivre avec des étudiants, nous a permis par la suite de continuer l'analyse des apports de l'activité pour les élèves et pour les futurs professeurs.

III – 3 Une façon d'exploiter la richesse potentielle de la situation avec des élèves

III – 3.1 Le travail sur les nombres à trois chiffres

Dans une première phase de travail qui peut s'étaler sur plusieurs séances, je demande aux élèves de m'annoncer les suites obtenues et les copie telles quelles au tableau. De cette façon, on obtient un corpus que l'on peut soumettre à l'observation de tous les élèves de la classe. En effet, outre la surprise initiale, il y a bien d'autres régularités à remarquer.

Remarque : la particularité des cas où on prend des nombres à trois chiffres identiques avait été évoquée préalablement par les élèves (444-444 =0) et ces cas, en connaissance de cause, étaient écartés des corpus à explorer.

Voici un exemple de corpus (le nombre choisi au départ est encadré) :

$\boxed{547}$ *; 297 ; 693 ; 594 ;495*
$\boxed{962}$ *; 693 ; 594 ; 495*
$\boxed{393}$ *; 614 ; 515 ; 396 ;594 ; 495*
$\boxed{666}$ *; 0*
$\boxed{765}$ *; 198 ; 792 ; 693 ; 594 ; 495*
$\boxed{409}$ *; 891 ; 693 ; 594 ; 495*
$\boxed{836}$ *; 495*
$\boxed{432}$ *; 198 ; 782 ; 594 ; 495*

Afin que chaque élève puisse avoir l'occasion et le temps de faire cette exploration, cette observation est sollicitée par écrit individuel : « Ecrivez toutes les remarques que vous faites en observant les suites obtenues ? ». Quelques remarques sont ensuite transcrites au tableau. Le travail de la classe porte ensuite sur l'analyse de ces remarques.

L'attention est en particulier portée sur leurs formulations. Les nuances à propos de remarques a priori identiques permettent en effet d'expliciter quelques savoirs en jeu. Par exemple, la comparaison des trois remarques suivantes permettent de revenir sur le vocabulaire utilisé pour signaler la position des chiffres dans l'écriture d'un nombre et aussi sur la différence entre chiffre et nombre :

- *« Au milieu, il y a toujours un 9 »*
- *« Le chiffre du milieu est toujours un 9 »*
- *« Le chiffre des dizaines est 9 »*
- *« Le nombre des dizaines est 9 »*
- *« Dans la suite des nombres, le chiffre des centaines baisse d'une unité chaque fois »*

De même :

- *« Quand on additionne le premier et le dernier chiffre on obtient toujours 9 »*
- *« Quand on additionne le chiffre des centaines et le chiffre des unités on obtient 9 »*

Le mot *« toujours »* qui apparaît fréquemment dans les observations est intéressant, tout comme son absence. Des élèves mettront ce mot ou la généralité des affirmations en

question en relevant des contres exemples. Ces contres exemples peuvent être de différentes natures :
- Certains de ces contres exemples, inciteront les élèves à vérifier spontanément les résultats des calculs. Par exemple dans les lignes 3 et 8 de l'exemple de corpus, on trouve des contres exemples qui correspondent à des erreurs de calculs (pour la ligne 3 : erreur dans la soustraction pour le rang des dizaines dans les deux premières étapes ; pour la ligne 8 : erreur dans l'élaboration du plus petit nombre possible à partir des chiffres utilisés).
- D'autres contres exemples donneront l'occasion aux élèves de prendre conscience que les propriétés qu'ils ont remarquées ne sont pas vraies sur tout le corpus (ligne 4) ou ne sont même pas vraies sur l'ensemble des nombres d'une suite.

Dans un cas comme dans l'autre, ces contres exemples font passer les observations exprimées par les élèves du statut d'observation locale au statut d'observation dont il faut étudier le domaine de validité. Le pas qui consiste ensuite à donner le statut de conjecture à vérifier aux observations émises est alors possible et est franchi par bon nombre d'élèves. En particulier, la remarque qui consiste à dire que *« le dernier nombre de la suite est toujours 495, sauf pour les nombres de trois chiffres identiques »* est alors mise en question, laissant la place à une étude exhaustive des cas, soit systématique (le travail est partagé dans la classe), soit par classe d'équivalence de nombres (nombres ayant les mêmes chiffres en considérant le plus grand et le plus petit).

Un tel travail peut clore la première phase de travail avec les élèves. Mais en fonction de l'avancement de la réflexion de la classe, on peut demander aux élèves de chercher une explication au fait que le chiffre des dizaines des différences calculées est 9 par examen attentif des soustractions posées, explication que certains formulent plus ou moins complètement. C'est une occasion de revisiter l'algorithme de la soustraction posée : quand on fabrique le plus grand nombre et le plus petit, on a toujours le même chiffre pour la colonne des dizaines, pour la colonne des unités il y a toujours une retenue à reporter sur la colonne des dizaines puisqu'on enlève un nombre à un nombre plus petit. Il s'agit là d'une première preuve qui ne consiste pas à faire une étude exhaustive des cas. Un coin du voile de la magie de l'algorithme commence à se lever…

III – 3.2 « Un drôle de truc » et le travail avec les nombres à deux chiffres

La deuxième phase de travail qui pourra occuper plusieurs séances aussi, est amorcée à la fin de la première phase par l'installation d'une question que s'approprie avec curiosité les élèves. En effet lorsque je demande à un élève de m'annoncer le chiffre choisi, je lui annonce quasi immédiatement la suite des nombres qu'il a obtenu par application de l'algorithme de Kaprekar. Les élèves sont étonnés : *« Mais comment vous faites si vite, Monsieur ? Vous devez avoir un truc ! »* Je leur dis qu'à la place du programme de calcul initial, j'utilise un autre programme, plus facile que je leur demande de trouver. Ils entament alors une recherche et les idées, souvent astucieuses, ne manquent pas. Mais en général leurs propositions ne marchent que sur une suite ou parfois même sur une partie seulement de la suite. Par exemple ils proposent de mettre 9 au milieu et d'ajouter 1 au chiffre des centaines et de retrancher 1 au chiffre des unités. Ces échecs leur permettent de prendre conscience qu'il s'agit de trouver « *un programme qui marche à tous les coups !* » Mais ce n'est pas chose aisée ! C'est pourquoi la suite du travail consistera à reprendre cette question pour l'algorithme de

Kaprekar avec des nombres à deux chiffres. Le travail à ce sujet passe d'abord par les mêmes étapes que pour l'algorithme appliqué aux nombres à trois chiffres.

1ère étape : programme de calcul appliqué à plusieurs exemples.

Il s'agit d'une phase de travail individuel. Très vite les élèves remarquent que le nombre clé qui apparaît ici est le nombre 9 auquel on aboutit si l'on ne choisit pas un nombre de deux chiffres identiques. Mais ce résultat pose problème et laisse les élèves perplexes : la question est de savoir que faire lorsqu'un résultat de soustraction ne comporte qu'un seul chiffre, en l'occurrence 9. Certains élèves demandent ce qu'il faut faire dans ce cas. Il y a une décision à prendre ! Je ne réponds pas mais renvoie à différentes décisions possibles adoptées implicitement par d'autres élèves. Certains considèrent en fait que c'est fini puisqu'on n'est pas dans les conditions de réaliser l'étape suivante. D'autres calculent 9-9 et leur suite finit par 0. Certains considèrent qu'ils ont deux chiffres 0 et 9 et continuent l'algorithme en calculant 90-9=81. Ce sont les plus nombreux car ils sont focalisés sur le résultat de la soustraction posée qui leur donne comme résultat 09. Ils sont attentifs aux chiffres obtenus et non pas à l'aspect « nombre » du résultat. A la fin ils retombent sur 09 et comprennent qu'ils sont sur une boucle. Mais en fait, au-delà de ces différentes positions possibles, aucun élève n'adopte spontanément l'attitude d'explorer ce qui se passe suite à chacune des décisions possibles. En fait une telle attitude qui serait celle d'un chercheur en mathématique qui explore les limites de la formulation initiale de l'algorithme n'apparaît pas spontanément chez les élèves. C'est une synthèse collective explicitant toutes ces possibilités qui permet en fait de leur montrer qu'une telle liberté d'exploration est possible en mathématiques. Cette synthèse permet aussi de clore le débat et de prendre une décision collective qui est de considérer qu'on notera les suites jusqu'à ce qu'on obtienne 9.

2ème étape : récolte d'un corpus et analyse.

Ici aussi ne figurent pas de cas où on prend des nombres constitués de deux chiffres identiques.

Voici un exemple de corpus et les remarques qu'il suscite chez les élèves :

$\boxed{49}$ *; 45 ; 9*
$\boxed{67}$ *; 9*
$\boxed{90}$ *; 81 ; 63 ; 27 ; 45 ; 9*
$\boxed{28}$ *; 54 ; 9*
$\boxed{62}$ *; 36 ; 27 ; 45 ; 9*
$\boxed{86}$ *; 18 ; 63 ; 27 ; 45 ; 9*
$\boxed{19}$ *; 72 ; 45 ; 9*
$\boxed{73}$ *; 36 ; 27 ; 45 ; 9*

Remarques à propos de ces suites :

- *« Elles finissent toutes par 9 »*
- *« Ce sont des nombres de la table de 9 »*
- *« La somme des chiffres des nombres est 9 »*
- *« Ce sont des multiples de 9 »*

On peut remarquer des enjeux d'apprentissages semblables à ceux qui apparaissent lorsqu'on applique l'algorithme aux nombres à trois chiffres. En particulier la sensibilisation au problème de la formulation des remarques et à la généralisation des observations réalisées est à nouveau envisageable et une étude exhaustive des cas peut confirmer les observations. Néanmoins les élèves ont ici l'occasion de travailler et d'approfondir plus particulièrement leurs connaissances sur des nombres plus familiers, nombres à deux chiffres, multiples de 9 etc.

3ème étape : recherche d'un programme plus facile pour calculer la suite des nombres.

La situation avec les nombres à deux chiffres est encore mise à profit pour instiller à nouveau l'idée qu'un programme plus facile que le programme initial existe. Pour cela je montre à nouveau que je peux réciter la suite des nombres obtenus à partir du nombre initial choisi par les élèves et ceci quasi instantanément. Dans cette phase, j'invite les élèves à chercher le procédé qui permet de trouver la suite très rapidement sans recourir au programme initial. Les élèves tâtonnent et proposent des procédés qui sont discutés par la classe. Très souvent, ils donnent à nouveau des procédés qui ne sont valables que sur une partie d'une suite ou seulement sur certaines suites. Ils trouvent plus difficilement un procédé qui s'applique de façon générale. En fait, ils cherchent surtout des procédés basés sur l'obtention séparée de chaque chiffre des nombres de la suite. Certains de ces procédés sont valables. Comme par exemple :

- *pour trouver le premier chiffre (celui des dizaines), je calcule la différence des deux chiffres du nombre initial et je diminue le résultat de 1 ;*
- *pour trouver le deuxième chiffre (celui des unités), je calcule la différence de 9 et du premier chiffre.*

Plus rarement, ils cherchent des procédés qui permettent de trouver globalement le nombre de la suite. En fait, il arrive souvent que la recherche piétine. Pour débloquer la situation, on peut, sans donner la solution, rappeler que les nombres obtenus dans les suites sont des multiples de 9 et demander de repérer quels sont les multiples de 9 correspondants aux différents éléments d'une suite. Par exemple pour la suite issue de 53, à savoir 18, 63, 27, 45 et 9, on repère : 18=**2**x9, 63=**7**x9, 27=**3**x9, 45=**5**x9 et 9=**1**x9. Une fois que ce repérage figure au tableau, les élèves trouvent assez aisément le procédé. On leur demande de le rédiger sous forme de programme de calcul. En voici un exemple :

- *calculer la différence des deux chiffres du nombre initial ;*
- *multiplier cette différence par 9.*

Se pose alors la question de la validation de ces procédés. Les élèves auraient tendance à continuer à les entériner sans discussion. On peut alors leur rappeler que certains des procédés proposés précédemment ne se sont révélés que partiellement valables. Pour continuer le travail avec les élèves, la nécessité d'une validation étant partagée, le professeur peut alors envisager trois possibilités.

La première, non satisfaisante, est de dire qu'ils sont validés par des outils mathématiques qui ne sont pas encore à leur portée.

La deuxième, en revanche est à la portée de tous les élèves. Comme il y a un nombre raisonnable de cas à envisager (il y en a 82), une vérification exhaustive est à nouveau possible. La détermination des cas à envisager est déjà une tâche intéressante pour les élèves. Le travail peut ensuite être partagé dans la classe.

La troisième possibilité est de faire chercher aux élèves des preuves autres que des vérifications exhaustives. Nous entrons ici dans des démarches explicatives qui continuent à dévoiler les mystères de l'algorithme de Kaprekar. Mais ces démarches ne sont pas à la portée de l'ensemble des élèves et demande prudence de la part du professeur. Mais très tôt néanmoins, on peut observer quelques propositions pertinentes, comme celle que nous allons maintenant évoquer à propos d'un algorithme qu'on trouve et qu'on justifie en se centrant sur l'algorithme de la soustraction posée à partir d'un exemple numérique précis comme ici à propos de 72-27 :

$$\begin{array}{rcc} & 7 & {}^{1}2 \\ - & {}_{1}2 & 7 \\ \hline & 7-1-2 & 2+10-7 \end{array}$$

Tout comme on a pu montrer que dans le cas de l'algorithme appliqué aux nombres à trois chiffres, le chiffre des dizaines est toujours 9, on peut accéder ici à une explication en prenant conscience d'invariants en jeu dans la soustraction posée. En effet, quels que soient les exemples envisagés, la nécessité d'augmenter le chiffre des unités du nombre le plus grand d'une dizaine et de répercuter ce fait sur le chiffre des dizaines du nombre le plus petit en l'augmentant de 1 (qui représente une dizaine) se retrouve dans tous les cas à cause des contraintes fixées par l'algorithme de Kaprekar initial. Chaque fois en effet, puisque pour obtenir le nombre le plus grand, on relègue nécessairement le chiffre le plus petit au rang des unités et pour avoir le nombre le plus petit on relègue nécessairement le chiffre le plus grand au rang des unités. Il s'agit alors de traduire les effets de ces constatations sur l'algorithme de la soustraction posée en un programme de calcul qui est ici :

- *pour trouver le chiffre des unités, j'ajoute 10 au plus petit des chiffres du nombre initial et je calcule la différence du résultat obtenu avec le plus grand des deux chiffres du nombre initial ;*
- *pour trouver le chiffre des dizaines, je calcule la différence des deux chiffres du nombre initial et je diminue le résultat de 1.*

L'aventure avec des élèves de cycle 3 ou de début de collège peut s'arrêter ici, après être néanmoins revenu au cas de l'application de l'algorithme de Kaprekar aux nombres à trois chiffres et trouver alors de nouvelles remarques à faire ou de nouveaux programmes remplaçant l'algorithme initial (laissons au soin du lecteur cette petite recherche).

III – 3.3 Prolongements dans les classes ultérieures.

Le lecteur aura constaté que nous avons en fin de compte basculé dans une démarche de généralisation qui est au seuil de l'entrée dans le monde algébrique. De quoi reprendre et prolonger l'aventure avec des élèves plus avancés dans leur scolarité ! En effet, on peut aussi avoir l'idée de formaliser la situation en remplaçant les variables de la situation, à savoir les chiffres des nombres par des lettres, *a* et *b* par exemple. Cette formalisation permet de trouver la valeur de chacun des chiffres du nombre obtenu comme l'indique le schéma suivant :

$$\begin{array}{rcc} & a & {}^{1}b \\ - & {}_{1}b & a \\ \hline & a-1-b & b+10-a \end{array}$$

Remarque : dans cette formalisation nous supposons évidemment que $a>b$ et donc que *ab* est le nombre le plus grand possible obtenu à partir des chiffres *a et b*. Ceci ne se fait pas d'emblée par les élèves, et même beaucoup d'étudiants se demandent s'il ne faut pas considérer les deux cas *a>b et b>a* à partir du nombre initial *ab* choisi avant de comprendre qu'on aura considéré l'ensemble des cas en supposant a priori dans la formalisation algébrique de l'algorithme que *a>b*.

Malgré cette difficulté au départ, l'entrée dans ce monde algébrique fournit évidemment des outils puissants pour valider les programmes remplaçant l'algorithme initial ou pour trouver de nouveaux programmes. On se focalise ici sur l'algorithme de l'obtention séparée de chaque chiffre du nombre obtenu. Mais l'hétérogénéité des écritures utilisées pour formaliser la situation et la tentative de l'homogénéiser permettent d'envisager des issues intéressantes. En effet lorsqu'on écrit les nombres sous la forme *ab* et *ba* et le résultat obtenu sous la forme $\boxed{a-1-b}$ $\boxed{b+10-a}$, les lettres *a* et *b* ont des statuts différents. Dans le premier cas (*ab* et *ba*), elles désignent les chiffres des dizaines et des unités : il ne s'agit pas à proprement parler d'une écriture algébrique classique qui désignerait le produit des nombres *a* et *b*. Dans *(a-1-b)* et *(b+10-a)*, en revanche, elles désignent les nombres *a* et *b*. Lorsqu'on essaye de donner la valeur du nombre dont le chiffre des dizaines est $\boxed{a-1-b}$ et le chiffre des dizaines est $\boxed{b+10-a}$ en fonction des nombres *a* et *b*, on est amené à écrire qu'il s'agit de *10(a-1-b)+(b+10-a)*. Une réduction, puis une factorisation de cette expression algébrique aboutit alors à *9(a-b)* qui est une confirmation du programme qui se focalise non pas sur l'obtention de chaque chiffre du résultat de la soustraction mais sur le résultat comme nombre considéré globalement et non comme un assemblage de deux chiffres :

- *calculer la différence des deux chiffres du nombre initial ;*
- *multiplier cette différence par 9.*

De façon encore plus directe on a également une validation du procédé en transformant l'écriture *ab* désignant le nombre dont le chiffre des dizaines est *a* et le chiffre des unités *b*, en *10a + b* et de *ba* en *10b + a*. En effet, la différence s'écrit alors *(10a + b) – (10b + a)* qui donne *9(a-b)*.

Mais rappelons que nous sommes ici entrés dans un domaine où les démarches ne sont pas en général à la portée de jeunes élèves. L'expérience montre que dans les années ultérieures du collège et du lycée, de plus en plus d'élèves peuvent s'y engager. Il reste aux professeurs de déterminer les moments dans la scolarité de leurs élèves où cette aventure peut être tentée, aventure qui favorise et justifie l'entrée dans le monde algébrique.

Je finirai cette présentation des prolongements possibles en évoquant une autre dimension qui a été pensée par certains participants à l'atelier. Il s'agit d'une prise en compte des outils de calculs (calculettes) ou de programmations qui pourrait accompagner, étayer, développer, enrichir les activités présentées. Ce point bien prometteur n'a pas été développé davantage dans l'atelier mais pourrait faire l'objet d'une nouvelle réflexion à propos de tâches à proposer aux élèves.

IV APPORTS DANS LE CADRE DE LA FORMATION DE FUTURS PROFESSEURS

IV – 1 Une situation d'homologie

Les participants de l'atelier et moi-même ayant eu l'occasion de vivre les développements que nous venons de décrire, en se projetant à la fois comme élèves, comme futurs professeurs et étant formateurs, nous avons pu élaborer ensemble progressivement un bilan des apports de cette situation dans le cadre de la formation des futurs professeurs. En fait il s'agit d'une situation d'homologie (au sens d'Houdement-Kuzniak, 1993) qui permet d'initier les futurs professeurs :

- à certains enjeux d'apprentissages pour les élèves de cycle 3 ou de collège ou chez eux-mêmes (en particulier pour les étudiants n'ayant pas un cursus d'études scientifiques)
- aux finalités de l'enseignement des mathématiques dans le cadre de la scolarité obligatoire
- à la théorie des situations et à certains phénomènes didactiques qu'elle décrit.

Passons en revue ces différentes dimensions.

IV – 2 Prise de conscience d'enjeux et d'obstacles dans les apprentissages

Nous soulignons ici principalement ce qui surprend en général les étudiants se destinant au professorat.

Il s'agit d'abord de savoirs concernant le domaine numérique et aussi le domaine algébrique :

- les principes et les sens des algorithmes utilisés pour poser une soustraction. C'est l'occasion de rappeler et distinguer les différentes techniques opératoires : la technique par emprunt, la technique des écarts constants, l'addition à trou.
- le fait que le même chiffre peut revêtir des significations différentes. Ainsi dans la technique de l'écart constant le *1* et le *3* figurants dans la colonne des unités forment treize alors que la même combinaison de signes dans la colonne des dizaines signifie *1+3* (que les maîtres demandent d'ailleurs parfois d'écrire non pas ${}_{1}3$ mais 3_{1}). Les étudiants mesurent ainsi la complexité des algorithmes des calculs posés :

$$\begin{array}{rcc} & 7 & {}^{1}3 \\ - & {}_{1}3 & 7 \\ \hline & 3 & 6 \end{array}$$

- les appréhensions différentes possibles par les élèves (et par eux-mêmes) des nombres écrits, soit comme des assemblages de chiffres (*36* = un *3* et un *6*), soit comme des nombres *(trente-six)*
- la différence entre nombre et écriture des nombres à l'aide de chiffres
- les principes de la numération décimale : *36 = trente-six = 3 dizaines et 6 unités =* $3\times10 + 6$. Il s'agit souvent là d'une redécouverte
- de façon plus générale la coexistence en mathématiques de différents cadres (numériques, algébriques) et de différents registres d'écriture et de traitements et leurs puissances. C'est particulièrement à l'occasion des prolongements de l'activité vers des horizons algébriques que s'opèrent ces prises de conscience : par exemple lorsqu'on se permet d'écrire un nombre à deux chiffres sous la forme générale *ab* puis $10a+b$. Une question qui trouvera difficilement réponse dans un des registres d'écriture se traitera plus facilement lorsqu'on aura traduit le problème dans un

autre. Les étudiants sont ainsi initiés au geste qui consiste à choisir le registre pertinent ou aisé pour résoudre une question (Duval, 1995).

Il s'agit d'autre part d'une activité qui permet d'installer chez les étudiants des questions et aussi, comme on a pu le constater, des éléments de réponses, à propos du raisonnement en mathématique :
- qu'est ce qu'une preuve ? Y a-t-il différents niveaux acceptables de preuves ?
- par quoi peut-on être convaincu ? Différence entre conviction d'ordre probabiliste et certitude ?
- est-ce que « convaincre » est différent de « prouver » ?
- quel est le statut d'un exemple ? Peut-il être « générique » ? (repérage d'invariants dans les exemples numériques)
- y a-t-il différentes façons de prouver en mathématiques ? Y a-t-il des manières de prouver qui ne nécessitent pas forcément l'application de théorèmes établis (preuve par l'étude exhaustive des cas)
- quelle est la place des contres exemples dans les processus de raisonnement et dans le chemin vers la prise de conscience de la nécessité de dépasser une constatation pour lui donner un statut de conjecture ?

Cette activité permet d'autre part, de développer des compétences dépassant le cadre des mathématiques. Les étudiants peuvent prendre conscience que les disciplines ne sont pas isolées mais sont en relation. Dans les activités décrites, les élèves sont en effet très vite amenés à développer leur sens de l'observation par l'organisation des résultats, le repérage et le tri des informations en vue d'émettre des remarques. Nous sommes là dans le domaine du développement de compétences générales bien utiles au-delà du domaine mathématique. La mise au point de la formulation des remarques, la lecture et la compréhension du programme de calcul initial et par la suite la rédaction d'un nouveau programme remplaçant le précédant confortent la maîtrise de la langue et de ses différentes fonctions : description, programmation....

IV – 3 Prise de conscience des finalités de l'enseignement des mathématiques

La prise de conscience par les étudiants des enjeux et des obstacles dans les apprentissages est pour moi l'occasion de faire avec eux un point sur la question essentielle des finalités de l'enseignement des mathématiques dans le cadre de la scolarité obligatoire. Préalablement à toutes les activités autour de l'algorithme de Kaprekar, je demande aux étudiants d'écrire pourquoi enseigner les mathématiques. Dans une synthèse menée collectivement les propositions sont classées et je propose alors aussi comme outil de classement la proposition de G. Vergnaud (1987). Il distingue :
- la transmission d'un patrimoine scientifique (les connaissances en mathématiques en l'occurrence)
- le développement de compétences au service de la vie quotidienne, d'autres disciplines et de professions
- le développement de la conceptualisation du réel (pour ma part je parle de la pensée des individus).

On a là un repérage possible des missions de l'école : mission de transmission de l'héritage de l'humanité, mission d'insertion sociale, mission de développement des individus. Le fait que les étudiants aient pratiqué les activités liées à l'algorithme de Kaprekar me permet de leur demander de renseigner cette classification en se rapportant à ces activités. Ils ont ainsi l'occasion de formuler plus précisément des compétences et des savoirs en jeu dans cette situation et de les relier aux principales finalités. Voici quelques exemples : la notion d'écriture décimale des nombres apparaît comme un lègue des humains à transmettre ; l'accès à la notion de conjecture à prouver fait partie du développement de la pensée ; la capacité de concevoir et de formuler des programmes se rapporte aussi au développement de la maîtrise de la langue.

Avec ce travail sur les finalités, c'est aussi l'occasion de prendre conscience de la difficulté d'enseigner les mathématiques qui est analysée par Vergnaud, à savoir, comment relier les trois pôles ? Par exemple, à quel moment du développement de la pensée des élèves peut-on les initier à la numération, aux outils algébriques, à la géométrie déductive ?

IV – 4 Initiation à la théorie des situations didactiques.

Que ce soit pour des élèves ou des étudiants, l'algorithme de Kaprekar crée très rapidement un corpus très riche de résultats qui permet d'émettre des observations qui sont formulées, discutées et améliorées au sein de la classe ou du groupe. Ces observations peuvent se transformer en conjectures. Ces conjectures donnent lieu à des activités de validation. Les étudiants ont ainsi l'occasion de vivre et de pointer des situations d'actions, de formulations et de validations proposées par Guy Brousseau (1972) pour décrire les processus d'acquisition de connaissance en mathématique.

Dans ce cadre, une première sensibilisation à la notion de contrat didactique peut être réalisée à partir de l'analyse de certains évènements vécus dans le groupe ou rapportés par le formateur. Ainsi à partir de la tâche initiale qui est d'effectuer le programme de calcul proposé les attitudes des étudiants sont très différentes. Certains arrêtent leur activité dès le premier exemple lorsqu'ils tombent sur 495. D'autres continuent à prospecter et essayent pour d'autres nombres. Il en est de même pour les élèves dont certains s'arrêtent immédiatement, très satisfaits, parce qu'ils ont choisi au départ un nombre à trois chiffres identiques et s'écrient *: « j'ai fini le travail ! »*. L'algorithme de Kaprekar est effectivement un support intéressant pour inciter à poursuivre une recherche. Mais cela ne va pas de soi pour tous les individus. On peut aussi attirer l'attention sur des attitudes très différentes lorsque les élèves ou les étudiants tombent sur la question qui se pose à propos de l'algorithme appliqué aux nombres à deux chiffres : *« Que faire lorsqu'on tombe sur 9 ? »*. Certains en font uniquement une question de règle à préciser et d'autres un champ de prospection. A travers ces différents exemples vécus ou rapportés, il est ainsi possible de sensibiliser les étudiants à la différence entre les enjeux qu'attribuent les apprenants aux tâches qui leur sont proposées.

Il est aussi possible d'orienter à partir de là les étudiants qui en auraient le goût et qui plus tard pourraient rejoindre la cohorte des chercheurs en didactique des mathématiques, vers un approfondissement de leurs connaissances des travaux de G. Brousseau et en particulier vers son introduction à la théorie des situations didactiques où il s'appuie sur la situation dite de la *« Course à 20 »* pour analyser et modéliser les situations d'enseignement à partir des échanges entre les élèves, le professeur et le milieu (Brousseau, 1998, pp25-43).

V – CONCLUSION

Entre les extrêmes d'une utilisation assez réduite qui consisterait uniquement à en exhiber la curiosité et qui ne serait que l'occasion de s'exercer à la technique de la soustraction posée d'une part et la question non triviale du pourquoi de la stabilisation des suites d'autre part, l'algorithme de Kaprekar se révèle bien riche de potentialités d'apprentissages et de formation pour les futurs professeurs d'école. L'analyse de ces potentialités dans le cadre de l'atelier a permis d'en tracer les grandes lignes de force et aussi d'entrevoir quelques prolongements ou variantes qui nécessiteraient des réflexions et expérimentations supplémentaires : utilisation des outils de programmations ou de calculs et extension des observations aux bases autres que la base 10 par exemple.

De façon plus distanciée et pour se situer dans le thème du colloque, on peut constater qu'on a là un matériau qui permet de développer des démarches d'observations, d'expérimentations puis de validations mathématiques tant pour des élèves pour développer leurs apprentissages que pour la formation des professeurs. On peut remarquer qu'il ne s'agit pas ici d'une situation qui s'appuie sur « le réel » ou qui part d'un environnement quotidien extra scolaire des élèves : on est d'emblée sur le terrain mathématique, tout comme par exemple pour la « Course à 20 » (Brousseau, 1998). Mais on peut aussi remarquer que ce support permet de développer des compétences utiles en dehors de la discipline mathématique. Ces remarques sont donc une invitation à poursuivre et à compléter la réflexion initiée par le colloque : « Quelles mathématiques à l'Ecole ? ».

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BROUSSEAU G. (1972) Processus de mathématisation, *Bulletin APMEP* , **282**, 418-429.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage, éditions, Grenoble.

CHAUVAT G. (1980) Arithmétique élémentaire en classe de cinquième, *Plot*, **12**, 10-13.

DE BLOCK-DOCK C. (1994) Modalités de la pensée mathématique d'élèves de douze ans devant des problèmes de pavage, *Educational Studies in Mathematics*, **27**, 165-189.

DUVAL R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine*, Peter Lang, Bern.

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1996) Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **16/3**, 289-322.

IREM DE STRASBOURG (1986) *Mathématiques 6ème*, Collection collèges dirigée par F.Mollet-Petit, Istra, Strasbourg.

VERGNAUD G. (1987) Réflexions sur les finalités de l'Enseignement des Mathématiques, *Gazette des mathématiciens* , **32**, 54-61.

LES ENJEUX D'UN ENSEIGNEMENT DU CALCUL MENTAL A L'ECOLE.

Nicolas DE KOCKER
PIUFM, IUFM de Lorraine
nicolas.dekocker@lorraine.iufm.fr

Annie GREWIS
PIUFM, IUFM d'Alsace
annie.grewis@wanadoo.fr

Claude MAURIN
PIUFM, IUFM d'Aix-Marseille
maurindesmaures@wanadoo.fr

Floriane Wozniak
Maître de conférences, IUFM de Lyon
LEPS-LIRDHIST Lyon 1[1]
floriane.wozniak@lyon.iufm.fr

Résumé
La nécessité – et l'obligation - d'enseigner le calcul mental à l'école a été réaffirmée dans les programmes scolaires mis en application à la rentrée 2002. Un document d'accompagnement lui est spécifiquement consacré. Plus récemment, la publication d'un rapport de l'Académie des Sciences, la parution d'une circulaire (n°2007-051 du 2-3-2007) et, plus généralement, de nombreux débats portant sur le calcul à l'école ont agité la communauté éducative. Le nouveau programme d'enseignement des mathématiques, qui doit entrer en application à la rentrée 2007, prévoit que « *le calcul mental doit faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes* » aux cycles 2 et 3. Dans un tel contexte, la COPIRELEM s'est proposée de réfléchir aux enjeux de l'enseignement du calcul mental et à sa place dans la formation des professeurs des écoles. Afin d'alimenter la réflexion sur ce sujet d'actualité, deux questions ont été abordées dans l'atelier :

- Quelle formation en PE2 (ou en FC) sur l'enseignement du calcul mental ?

- Quels savoirs enseigner dans le domaine du calcul mental ?

---

[1] Laboratoire d'études du phénomène scientifique (LEPS)

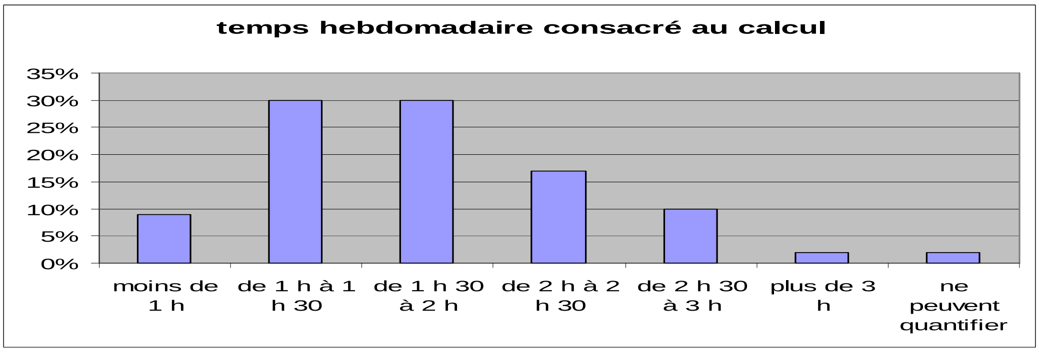
Lyon 1 : Institut de Recherche en Didactique et en Histoire des Sciences et des Techniques (LIRDHIST)

I – LE GROUPE DE TRAVAIL *CALCUL MENTAL* DE LA COPIRELEM

I – 1 Des constats partagés

Une récente étude de l'inspection générale avait pour objectif de « cerner la réalité de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire et d'apprécier la mise en place des programmes dans ce domaine ». Dans ce cadre, 120 classes du cycle des approfondissements ont été observées, des entretiens avec les professeurs des écoles menés et des cahiers d'élèves analysés. Le rapport qui a été rédigé, coordonné par Jean-Louis Durpaire, *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*[2], rend compte de cette étude.

Sans distinction des types de calcul figurant dans le programme de mathématiques, « *calcul mental*, *calcul instrumenté* et *calcul posé* », il est d'abord fait état du temps hebdomadaire que les professeurs déclarent consacrer au calcul en général. Nous reproduisons ci-dessous les résultats de cette enquête :



Prés de 85 % des professeurs déclarent donc consacrer entre 18 et 36 minutes par jour [3] aux activités de calcul en général. En mathématiques, les observations réalisées par l'inspection générale indiquent qu'« une séance sur trois a commencé par un temps de calcul mental alors que cet entraînement devrait être quotidien ». Ainsi, « l'absence de pratique régulière du calcul mental dans un trop grand nombre de classes » est jugée « préoccupante ».

L'inquiétude des auteurs de ce rapport semble par ailleurs confirmée par les résultats en calcul mental des élèves aux évaluations nationales. En effet, aux évaluations[4] de septembre 2006, par exemple, 48 % des élèves de CE2 interrogés effectuent correctement la soustraction « 40 moins 8 », ce score déjà faible tombe à moins de 38 % lorsqu'il s'agit de calculer « 45 moins 9 ». En 6e, si la situation s'améliore concernant le

---

[2] Rapport 2006-034 disponible sur l'Internet : http://media.education.gouv.fr/file/46/0/3460.pdf

[3] Sur la base de 4 jours et demi de classe.

[4] Le contenu de ces évaluations et leurs résultats sont disponibles sur l'Internet :http://evace26.education.gouv.fr/

calcul d'une différence (les trois quarts des élèves interrogés ont correctement calculé 53 – 8), le calcul de produits tels que 18×20 et 25×40 mettent les élèves en difficulté puisqu'ils sont respectivement 37 % et 36 % à réussir. On notera enfin aussi seulement 41 % de réussite au calcul « 60 divisé par 4 ».

I – 2 Le groupe de travail Calcul mental de la COPIRELEM[5]

Un document d'accompagnement des programmes en calcul mental[6] est disponible, il reste relativement méconnu des enseignants, et leur semble, en l'état, difficilement exploitable (malgré une bibliographie conséquente).. De fait, les pratiques de classe se limitent souvent à des séances stéréotypées du type *procédé la Martinière* et constituent des activités d'entraînement ou d'évaluation et non des séances de construction des connaissances.

C'est dans ce contexte que la COPIRELEM prépare actuellement une brochure sur l'enseignement du calcul mental à l'école élémentaire. Cette brochure a pour but d'accompagner les professeurs des écoles dans la prise en charge d'un enseignement du calcul mental. Plusieurs questions se posent alors sur les conditions facilitatrices de l'intégration de telles séances dans les pratiques des professeurs. Une réflexion, toujours en cours, sur son contenu précis nous a conduits à penser qu'il serait nécessaire de clarifier pour chaque niveau d'enseignement :

- les contenus mathématiques à élaborer, en explicitant les compétences à acquérir et les techniques (ou « règles ») que les élèves devraient connaître ;

- les organisations didactiques à mettre en place, en inventoriant les types de séances et les supports envisageables.

Des questions subsistent néanmoins, que nous avons souhaité partager avec les participants de l'atelier, notamment celles concernant l'institutionnalisation des « connaissances » ou « capacités ». Quelle place pour une trace écrite ? Comment pourrait-elle être recueillie, sur quel support, sous quelle forme ? Un « cahier de règles » pourrait-il être construit, avec quelle modalité, pour quel usage ?

Enfin, comment tisser des liens, qui nous paraissent essentiels, avec le calcul posé, le calcul sur les mesures de grandeurs, la résolution de problèmes, etc. ?

On trouve quelques éléments de réponse à ces questions dans le texte du programme d'enseignement des mathématiques paru en avril 2007. Ainsi, au cycle 2, est-il conseillé que « les maîtres alternent les moments d'entraînement et ceux qui permettent de concevoir des méthodes et de comparer leur efficacité » de sorte que « La mise en place de « points d'appui » constitue un objectif important ». Cette idée d'explorer le champ des possibles et d'en dégager la technique jugée la plus performante est d'ailleurs reprise pour le cycle 3 : « le maître prend le temps de comparer avec les élèves diverses

[5] Les membres de ce groupe, outre les auteurs de cet article, sont : Magali Hersant, Catherine Houdement, Michel Jaffrot, Gaby Le Poche, Pascale Masselot, Louis Roye, Patrick Wieruszewski, Claire Winder, .

6 Disponible sur l'Internet : http://www.cndp.fr/archivage/valid/68718/68718-10580-14939.pdf

méthodes, de voir lesquelles sont les plus efficaces et de les analyser en vue de leur **systématisation** ».

II – CONTENU DE L'ATELIER

II – 1 Une première approche du calcul mental : types de calcul et supports

François Boule définit le calcul mental comme « un calcul sur les nombres plutôt que sur les chiffres »[7] Plutôt que d'en donner une définition en compréhension, nous allons nous risquer à en proposer une en extension, en revisitant quelques idées communes. Il ne peut être réduit à « un calcul de tête » au regard des programmes (on peut utiliser l'écrit). Nous ne pouvons pas non plus parler de « calcul optimisé » puisque les procédures mises en œuvre pour obtenir un résultat dépendent des connaissances de chacun (il est donc optimisé pour soi). Dans ce contexte, où la part des savoirs personnels mobilisables est importante, il est difficile de parler de « procédures expertes ». Tout au plus, on peut viser à faire évoluer les stratégies utilisées vers plus de rapidité et de fiabilité. Il n'est pas, par ailleurs, uniquement question de calcul sur les nombres, hors de tout contexte de situation, puisqu'il peut concerner la résolution de problèmes.

Finalement nous définirons le calcul mental comme une expression qui permet d'obtenir un résultat par un calcul effectué de tête ou à l'aide de l'écrit, mais qui n'utilise pas systématiquement les algorithmes posés.

Dans le cadre limité de cet atelier, nous avons choisi, comme support de discussion, d'expliciter par des exemples deux types de calcul – le calcul réfléchi et le calcul automatisé – en fonction des moyens mis en œuvre pour les réaliser.

Nous reprenons ici les terminologies, parfois mal définies, utilisées dans les textes institutionnels. (Le calcul mental étant déterminé par les parties grisées)

[7] BOULE, F. *Performances et démarches de calcul mental au cycle 3*, Thèse, Presses Universitaires du Septentrion, 59654 Villeneuve d'Ascq, 1997

MOYEN	TYPE DE CALCUL Calcul réfléchi	TYPE DE CALCUL Calcul automatisé
Papier/ crayon	***Détailler par écrit les différentes étapes d'un calcul réfléchi ou d'un arbre à calcul*** ***ex : 35+17 = 30+5+10+7***	Effectuer un calcul posé en appliquant une technique opératoire connue.
« De tête »	***Effectuer un calcul de tête*** ***ex : 11 fois 15***	***Réciter les tables, avoir recours à des résultats mémorisés***
Calculatrice	Utiliser le calcul comme auxiliaire dans la conduite d'une procédure ex : trouver trois entiers consécutifs dont la somme est 72	Utiliser la calculette dans sa fonction classique d'outil de calcul.

Quelques remarques doivent cependant être faites. D'une part, nous avons fait le choix de ne pas aborder dans l'atelier la difficile question du calcul approché qui pourrait faire l'objet, à lui seul, d'un atelier complet. D'autre part, il ne s'agit pas, au travers de ce tableau, de proposer une typologie des types de calcul qui soit exhaustive masquant ainsi la complexité de la tâche « calculer ». En effet, il y a bien recours à une multiplicité de types de calcul pour effectuer un calcul donné. Ainsi, par exemple, le calcul réfléchi s'appuie nécessairement sur le calcul mémorisé : il ne peut y avoir de calcul réfléchi sans mise en œuvre de résultats mémorisés. Pour calculer 12×15, on pourra utiliser une technique de calcul réfléchi qui est le recours à la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition $10\times15 + 2\times15$, puis utiliser les résultats mémorisés de chacun des produits 10×15 et 2×15 avant de les ajouter pour trouver le résultat $150 + 30 = 180$. De la même façon, la mise en œuvre des techniques opératoires des opérations posées requiert à la fois du calcul réfléchi et du calcul automatisé. Enfin, le calcul réfléchi repose toujours sur des choix, il est donc nécessaire de développer des savoirs qui permettent de faire ces choix. Aussi, nous reprendrons à notre compte l'amusante formule d'Alain Descaves qui participait à cet atelier : le calcul mental doit être, dans le cadre du calcul réfléchi celui qui « *ne prend pas la tête* ».

II – 2 La question de la formation en PE2

Comme support à la réflexion sur la formation des professeurs des écoles à l'enseignement du calcul mental, nous avons proposé aux participants une organisation mathématique de la table de Pythagore en conformité avec les programmes d'enseignement des cycles 2 et 3.

Elle repose d'abord sur les faits numériques connus à l'issue du cycle 2, d'autre part sur les propriétés de la multiplication.

À l'issue du cycle 2, le résultat des multiplications par 2, 5 et 10 est connu. Ils sont représentés dans le tableau par « C2 » sur fond gris. Il reste donc 36 cases à remplir dans ce tableau lorsqu'on entre au cycle 3. La commutativité de la multiplication nous conduit à remarquer qu'il ne reste alors qu'à déterminer les 6 résultats sur la diagonale (cases notées D) et les 15 autres résultats notés *A* :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2		C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
3		C2	D	*A*	C2	*A*	*A*	*A*	*A*	C2
4		C2		D	C2	*A*	*A*	*A*	*A*	C2
5		C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
6		C2			C2	D	*A*	*A*	*A*	C2
7		C2			C2		D	*A*	*A*	C2
8		C2			C2			D	*A*	C2
9		C2			C2				D	C2
10		C2			C2					C2

Pour compléter la table, nous pouvons utiliser les quadruples ou les « double du double ». On peut ainsi remplir 12 cases supplémentaires représentées dans le tableau par « Q ». En utilisant alors des faits numériques connus et par « proximité » additive, on peut utiliser le fait que « multiplier par 3, c'est multiplier par 2 et ajouter une fois le terme ». Voilà 10 cases supplémentaires remplies, représentées par « T ». En utilisant le fait que « 6 est le double de 3 » ou que « multiplier par 6, c'est multiplier par 5 et ajouter une fois le terme », on peut remplir 8 nouvelles cases, représentées par « S ». Il reste alors 3 cases sur la diagonale et 6 cases pour lesquelles on peut utiliser la commutativité de la multiplication pour 3 d'entre elles.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2		C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
3		C2	T	Q	C2	T	T	T	T	C2
4		C2	Q	Q	C2	Q	Q	Q	Q	C2
5		C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
6		C2	T	Q	C2	S	S	S	S	C2
7		C2	T	Q	C2	S				C2
8		C2	T	Q	C2	S				C2
9		C2	T	Q	C2	S				C2
10		C2	T	Q	C2	S				C2

Une fois présentée cette organisation mathématique de la table de Pythagore nous avons demandé aux participants de concevoir une (ou plusieurs) séance(s) de formation initiale ou continue qui prendrait appui sur une telle organisation pour travailler sur l'enseignement du calcul mental à l'école. On trouvera en annexe les 7 affiches qui ont ainsi été produites.

III – DEBAT

Dans la deuxième partie de l'atelier, les débats entre les participants ont été riches, constructifs et respectueux des points de vue de chacun. Il est impossible de les retranscrire dans leur intégralité, mais quelques idées peuvent en être extraites.

III – 1 A propos de la table de Pythagore :

Elle ne se construit pas en une seule séance, la progression n'est pas linéaire, on n'écrit pas forcément les produits par 3 après la ligne des produits par 2. Il faut installer tout un environnement de faits numériques avant d'arriver à la table de Pythagore qui apparaît alors comme une organisation et une présentation de résultats préétablis.

La table est une structuration en dimension 2 de certains faits numériques et donc un outil utile, elle a aussi un statut social : elle dit qu'à un moment donné, dans la classe, un travail a été fait et des savoirs ont été construits.

Une fois construite la table pourrait presque être abandonnée, elle n'est pas un but en soi. Il faut la regarder comme un milieu au sens de Brousseau, se poser de nombreuses questions à son propos, chercher à la prolonger, la lire dans tous les sens…

Les organisateurs de l'atelier partagent la plupart de ces propositions, la table de Pythagore et l'organisation mathématique qui lui est associée dans la présentation de l'atelier n'avaient été choisies que comme point d'entrée d'une séance de formation en PE2 et non comme objet d'étude.

III – 2 A propos des points d'appui souhaitables :

Une grande prudence s'est fait jour autour de l'idée de règles. Le danger de scléroser le calcul réfléchi par une liste trop importante de règles à apprendre a été soulevé.

Il ne faut pas vouloir toujours tout reconstruire, il faut aussi mémoriser. La reconstruction de certains résultats ne doit être perçue que comme un moyen de secours en cas de défaillance de la mémoire.

Si on met trop de choses dans un cahier de règles on ne s'en sert plus. Si on note toutes les façons de faire on risque de noyer les élèves. C'est la quantité de calculs que les élèves font en 15 minutes qui importe davantage.

Il convient de déclencher des procédures de calcul sur de petits nombres pour ensuite, s'attarder davantage lorsque les calculs deviennent plus difficiles.

Faire du calcul réfléchi nécessite de faire des choix, si on veut permettre à l'élève de choisir il faut lui enseigner plusieurs procédures pour un même calcul.

La trace écrite à un moment donné est importante parce qu'elle donne du sens et peut rassurer certains élèves, mais il faut penser un cadre d'écrits évolutifs. Il y a des écrits transitoires et des écrits qui doivent rester. Tout le problème est de faire vivre ces écrits dans la classe.

BIBLIOGRAPHIE

BONNET, N. (2003). Multiplication en ZEP, in *Concertum tome 1*. ARPEME, 227-245.

BOULE, F. (1997). *Le calcul mental à l'école*. IREM de Bourgogne.

BOULE, F. (1998). Etapes du calcul mental. *Grand N*, 62,15-34, IREM de Grenoble. .

BOULE, F. (2002). Le calcul mental, constructeur et révélateur des représentations numériques à l'école, in *Nombres et calculs à l'école primaire*. IREM de Lille.

BUTLEN, D., PEZARD, M. (1992). Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs : une expérimentation du CP au CM2. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 12(2/3), 319-368.

BUTLEN, D., PEZARD, M. (1999). Pratiques de calcul mental, production collective d'écrits mathématiques et résolution de problèmes numériques à l'EE et au collège, 97-123, in *Actes 26e colloque COPIRELEM Limoges*.

BUTLEN, D., PEZARD, M. (2000). Calcul mental et résolution de problèmes au début du collège. *Repères IREM* 41, 5-24

BUTLEN, D., PEZARD, M. (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 23(1), 41-79.

Clavié, C., Peltier, M.-L, Auber, P. (2005). Calcul mental au cycle 2 : Des activités pour un entraînement quotidien. Paris : Hatier

CLAVIE, C., PELTIER, M.-L. (2005). Calcul mental au cycle 3 : fiches photocopiables. Paris : Hatier.

LETHIELLEUX, C. (1992). *Le calcul mental au cycle des apprentissages fondamentaux (CP/CE1)*. Paris : Armand Colin, Pratiques Pédagogiques.

LETHIELLEUX, C. (1993). *Le calcul mental au cycle des approfondissements (CE2,CM1,CM2).* Paris : Armand Colin, Pratiques Pédagogiques.

MINISTERE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. (2005). Le calcul mental à l'école primaire. In *Document d'accompagnement des programmes de Mathématiques*. Editions SCEREN-CNDP, 32-43. Disponible sur l'Internet :
http://www.eduscol.education.fr/D0048/calcul_mental.pdf

ANNEXES

Voici les sept affiches – dont la forme a été conservée – produites par les participants à l'atelier.

Affiche 1

1) Appropriation des propriétés de la table de Pythagore par les PE2

- jeu de Pythagore

- jeu de coloriage (résultats apparus 1 fois, 2 fois, 3 fois, etc.)

Synthèse

• symétrie → commutativité

• passage d'une colonne à l'autre
  d'une ligne à l'autre

• différentes décompositions multiplicatives d'un nombre

2) Aides à la construction de la table pour les élèves (travail de recherche par groupes)

- connaissances au cycle 2 ? (le point à partir des programmes)

  - multiplication par 2, par 5, par 10

  - commutativité

- utilisation de ces connaissances pour compléter la table ?

  - multiples de 4

  - multiplication par 3

  - multiplication par 6 …

- quelles activités avec les élèves pour retrouver certains résultats ?

3) Construction par les PE2 d'une séquence (progression, activités, objectifs)

Affiche 2

Consigne

1. Vous ne connaissez que les tables de 2 et de 5. Quelles cases de la table de Pythagore pouvez-vous remplir ?

Quelles propriétés utilisez-vous pour compléter la table ?

2. En faisant les calculs les plus simples possibles et en utilisant les faits numériques précédemment construits, quelles cases pouvez-vous encore remplir ?

Explicitez vos calculs.

3. Est-ce que la démarche que vous avez utilisée est transposable avec les élèves ?

Sous quelles conditions ?

Comment la transformer pour y parvenir ?

Affiche 3

1) Remplir toutes les cases qu'un élève de fin de cycle 2 est sensé connaître.

(Objectif : vérifier la connaissance des programmes par les PE2).

2) Chercher à remplir le maximum de cases restantes à partir des cases déjà remplies et en explicitant la démarche suivie.

modalité : recherche individuelle puis mutualisation par groupes de 3 ou 4 en vue de la fabrication d'une affiche qui répertorie les stratégies suivies.

3) Mise en commun : élaboration d'une liste de propriétés mises en évidence.

4) Demander de concevoir par groupes des exercices de calcul réfléchi destinés à des élèves de cycle 3 mettant en œuvre ces propriétés.

5) Réflexion autour de la conception d'une séance avec leurs élèves ayant pour objectif de faire construire la table à partir des résultats du cycle 2 mémorisés et sans utiliser l'addition itérée.

Affiche 4

Objectifs :

1) Prendre conscience que l'apprentissage au cycle 3 des tables obéit à des règles algébriques (commutativité, associativité, distributivité) et à des connaissances antérieures (cycle 2).

2) Donner des outils aux PE pour élaborer des situations d'apprentissage (en cas d'échec à l'automatisation) relatives au calcul automatisé.

Mise en œuvre :

(A) poser deux questions :

1) Quels sont les 3 « calculs » parmi la table de Pythagore que vous connaissez le moins ?

2) Quels sont les plus simples pour vous et pourquoi ?

Mise en commun

- Bilan des réponses : premières visualisations sur la table avec couleurs

- Pourquoi ces résultats ?

1) appui sur des connaissances antérieures (cycle 2) : tables 2, 5 et 10.

2) procédures mettant en œuvre certaines structures algébriques.

[objectif 1 mis en évidence par la grille proposée dans cet atelier B5]

(B) Comment utiliser ces remarques pour une situation en classe ?

- travail en groupes avec production d'affiches

- mise en commun et bilan (pour objectif 2)

Remarque : utilisation du vidéoprojecteur ou rétroprojecteur pour les phases d'institutionnalisation faîtes au fur et à mesure.

Affiche 5

Pour NOUS : la table de Pythagore est un OUTIL pour RÉFLÉCHIR pas un OUTIL pour MÉMORISER.

Questions préalables pour NOUS :

1) À quel « moment » l'introduire ? (exigible du cycle 2)

2) Quelle est la « fonction » de cette table ?

Quelle(s) ÉVOLUTION(S) ?

3) Qu'est-ce qu'on peut tirer (de la table) pour QUESTIONNER les NOMBRES et les propriétés de structure ?

4) …

Quelques pistes (en vrac) :

* dans la table, combien de produits distincts pour obtenir *n* (dans la table) et *m* (non dans la table)

* « dépasser » la table, notion de multiples et diviseurs

* jouer : trouver des activités …

* « s'interroger » sur la place de la table dans la problématique de la PROGRESSION (dans tous les domaines).

Affiche 6

Objectifs

* utilisation des programmes

* émergence des propriétés arithmétiques

* construction d'une programmation pour le cycle 3

Support : grille vierge, à compléter

Déroulement

1) Individuellement, construire la table de Pythagore en indiquant :

- l'ordre de remplissage
- les cases obtenues par mémorisation
- les procédures employées pour les autres (dans chaque case)

2) Confrontation de quelques productions. Débat.

Place de la mémorisation et de la construction d'un résultat.

3) Construire une programmation de l'apprentissage des résultats de la table au cycle 3.

4) synthèse

Affiche 7

Le patchwork

Objectif : Construire des faits multiplicatifs à partir de faits supposés connus en fin de cycle 2.

Tâches :

- Trouver le nombre de carreaux de grilles rectangulaires
- Expliciter les procédures qui peuvent être mises en œuvre par des élèves de CE2.

(Bonus) • Analyser le choix des grilles proposées

Organisation :

* classe de 24 – 8 groupes de 3

* 2 groupes ont le même lot de grilles

* 3 grilles par groupe

Choix de grilles :

Groupe 1

Calculer : $\boxed{5 \times 7}$ « connu »

7×6

7×7

$\rightarrow$Distribution des grilles associées

Groupe 2

Calculer : $\boxed{2 \times 7}$ « connu »

7×4

8×7

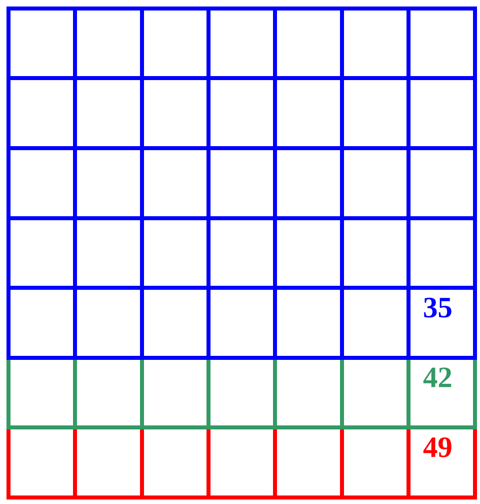
$\rightarrow$Distribution des grilles associées

5×7 est supposé connu (7 fois 5)

7×6 c'est 6 fois 7 donc 5 fois 7 plus 1 fois 7

5 fois 7 c'est 5×7

Écrire le résultat dans la case en bas à droite



Commentaires des animateurs de l'atelier : la séance présentée sur cette affiche 7 s'inspire d'une séance d'enseignement décrite dans la brochure de la COPIRELEM *Élém Math 2*

LA PLACE ET LA FORME DES APPRENTISSAGES MATHEMATIQUES AU COURS D'UNE PREMIERE ANNEE DE SCOLARISATION A L'ECOLE MATERNELLE

Pierre Eysseric
IUFM de l'académie d'Aix-Marseille
IREM de Marseille
p.eysseric@aix-mrs.iufm.fr

Résumé
Le support de cet atelier était une production multimédia de l'IUFM d'Aix - Marseille sur les apprentissages mathématiques dans une classe de TPS/PS. Celle-ci est réalisée à partir de vidéos et de photos qui ne représentent qu'une petite part du travail réalisé au cours d'une année scolaire (deux matinées filmées et des images de quelques séquences) ; ce ne sont pas des modèles de situations à reproduire mais un échantillon représentatif de l'ordinaire du travail au cours d'une première année de scolarisation à l'école maternelle. À partir de l'analyse de pratiques professionnelles existantes, les documents présentés doivent permettre, dans le cadre d'une formation, un retour réflexif sur les pratiques de chaque enseignant et un travail approfondi sur la place et la forme des apprentissages mathématiques en TPS/PS[1].
Les principaux points abordés dans le DVD sont : l'importance des espaces et de leur structuration, le repérage dans le temps, les mathématiques comme outil de modélisation pour permettre aux élèves de découvrir le monde, le caractère culturel des mathématiques et la dimension transversale de celles-ci dans les apprentissages à l'école maternelle.
L'atelier s'est déroulé en trois temps : présentation de la structure du DVD et de quelques extraits ; travail en petits groupes : utilisations possibles de ces documents dans la formation initiale et continue des professeurs d'école ; synthèse des remarques des participants.

Au cours des l'année 2004-05, le travail des élèves d'une classe de TPS/PS a été filmé durant deux matinées au début de novembre, puis au mois d'avril. Des photos des travaux des élèves de la classe et des affichages ont été prises. À la rentrée 2005, nous avons filmé la première journée de classe des TPS chez la même enseignante.
À partir de l'ensemble de ces documents, un document multimédia, intégrant des extraits des vidéos réalisées, des photos et des documents écrits de l'enseignante de la classe, va être produit par l'IUFM d'Aix-Marseille. Celui-ci pourra être utilisé dans le cadre de la formation en mathématiques des Professeurs des Ecoles[2] pour des analyses de pratiques professionnelles et comme illustration de la place et de la forme des apprentissages mathématiques au cours de cette première année de scolarisation.

---

[1] Toute Petite Section et Petite Section : enfants âgés de 2 ou 3 ans

[2] Désignés par P.E. dans la suite du texte

L'accent sera mis sur les points suivants : l'importance des espaces et de leur structuration, le repérage dans le temps, les mathématiques comme outil de modélisation pour permettre aux élèves de découvrir le monde, le caractère culturel des mathématiques et la dimension transversale de celles-ci dans les apprentissages à l'école maternelle.
Après une présentation de la structure du DVD suivie d'une description rapide des extraits visionnés au cours de l'atelier, ce compte-rendu tente une synthèse des nombreuses remarques exprimées par les participants, en particulier toutes les pistes suggérées pour l'utilisation de ce support dans le cadre de la formation initiale et continue des P.E.

I – PRESENTATION DU DVD

Les documents du DVD (vidéos, photos ou textes) ne se veulent en aucun cas des modèles de séances à mettre en œuvre dans les classes de TPS et PS. Il s'agit, à partir d'images issues d'une dizaine de demi-journées de travail dans une classe de TPS/PS d'observer des pratiques, de les analyser, de les commenter, de les mettre en relation avec les textes officiels, … pour d'une part, repérer la place des apprentissages mathématiques dans cette classe de maternelle et d'autre part, permettre aux P.E., utilisateurs de ce média, d'analyser leurs propres pratiques professionnelles dans ce domaine et peut-être de repenser l'enseignement des mathématiques lors d'une première année de scolarisation à l'école maternelle, dans le cadre de la polyvalence.
Les trois entrées proposées (les espaces en TPS et PS ; le repérage dans le temps en TPS et PS ; les mathématiques dans la polyvalence en TPS et PS) permettent d'analyser certains des documents en variant l'angle d'approche.
Une quatrième partie du DVD devrait permettre un accès à une partie des documents bruts (sans analyses et commentaires) pour une utilisation en travaux dirigés par les formateurs de P.E.

I – 1 Les espaces en TP et PS

Cette rubrique présente, au travers de plusieurs films et diaporamas, les différents espaces fréquentés par les élèves à l'école maternelle. Deux approches sont développées : l'emboîtement d'espaces (macro, méso et micro - espaces) dont l'exploration nécessite des moyens différents ; le passage des espaces vécus aux espaces évoqués et aux espaces représentés. Une troisième entrée permet d'accéder aux écrits de l'enseignante qui explicite la part liée à ses choix dans la structuration des espaces proposés aux élèves.

Voici la liste des documents de cette partie « espace » :
- Vidéos de déplacements dans l'école ;
- Diaporama d'une matinée à l'école (les différents espaces fréquentés) ;
- Diaporama d'une sortie scolaire (espace évoqué, puis vécu, déplacement dans un macro-espace, …) ;
- Diaporama d'un projet sur « l'Afrique » (espace évoqué, espace représenté) ;
- Diaporama « les feuilles mortes dans la cour » ;
- Vidéos de deux séances d'EPS : « les feuilles mortes » et « les rubans » (espace vécu dans le cadre de l'activité physique) ;

- Diaporamas de deux séances d'EPS : « les cartons » et « les couvertures » (espace vécu, structuration de l'espace par l'introduction d'un matériel) ;
- Plusieurs vidéos de rondes ;
- L'espace des ateliers et des coins jeux (vidéos et diaporamas) ;
- Vidéo sur l'espace corporel ;
- Vidéos d'explorations de micro-espaces en ateliers : « la feuille de l'arbre », découpage en deux parties ;
- Vidéos et diaporamas d'explorations graphiques de micro-espaces : « sable », « vagues », « coquillages ».

I – 2 Le repérage dans le temps en TPS et PS

Ce chapitre, en cours d'élaboration, pointera les différents outils utilisés par l'enseignante pour permettre à ses élèves de construire des repères temporels ; les images de quelques situations d'apprentissage illustreront cette construction :

- Les anniversaires : le temps affectif et le temps qui passe ;
- L'élaboration d'une frise des activités de la matinée à partir de photos (emploi du temps de la classe) : le temps de l'école et des apprentissages ;
- L'horloge ; la date ; des activités saisonnières ou liées au calendrier (la galette, le carnaval, …) : le temps social.

I – 3 Les mathématiques dans la polyvalence en TPS et PS

Trois points seront développés dans le DVD :

- La place de la modélisation dans la découverte du monde : dans le travail proposé autour des feuilles mortes, les élèves découvrent les différentes caractéristiques de celles-ci ; mais très vite, le réel va s'avérer trop complexe pour être appréhendé par les jeunes enfants ; le travail en atelier va permettre en travaillant non plus sur de véritables feuilles d'arbres mais sur des modèles en papier d'approfondir certaines caractéristiques :
    - par exemple, le repérage des différentes formes des feuilles au cours d'une activité de tri/collage à partir de 3 ou 5 types de feuilles découpées dans du papier est facilité par les formes stylisées, mais aussi par le fait que la taille ou la couleur des feuilles n'interviennent plus comme autres critères de classement ;
    - ou encore le repérage du bord de la feuille et de son orientation dans un atelier d'exploration graphique à partir là encore de feuilles découpées dans du papier.
- Les outils mathématiques dans la culture : pour permettre à ses élèves un premier apprentissage de la chanson « Dans mon auto rouge », l'enseignante s'appuie sur une triple énumération des animaux, de leurs cris respectifs et de leurs désignations verbales et imagées ; la mémorisation du texte passe par la construction de la collection des animaux de l'auto rouge, et la mise en liste de leurs représentations : liste verbale du texte mise en correspondance avec la liste des images spatialement organisées sur le tableau de la classe. Ainsi dans cette séance de musique, les concepts mathématiques de collection, de désignation et d'énumération sont utilisés par l'enseignante comme des outils implicites pour l'apprentissage visé. Par la suite, cette liste, fréquentée par les élèves en liaison avec le texte de la chanson, pourra lui servir de référence pour l'introduction d'une séance spécifique de mathématiques axée sur la lecture ou la construction de listes ; de même, la collection des animaux de l'auto rouge et celle de leurs

représentations pourront être réinvesties dans des situations mathématiques liées aux concepts de collection, de désignation, d'énumération, d'ordre, de nombre. On retrouve ce même type de lien entre mathématiques et culture lorsqu'on travaille autour des albums de littérature jeunesse[3].

- Les activités physiques comme support pour la structuration spatiale : des espaces vécus qui pourront être évoqués et plus tard représentés, une structuration de l'espace médiatisée par le langage.

II – LES PRINCIPAUX DOCUMENTS VISIONNES AU COURS DE L'ATELIER

Vidéo EPS : « les feuilles mortes »

Il s'agit d'une lecture, du point de vue des mathématiques, d'une séance d'activité physique à dominante expressive. Il ne s'agit pas de transformer cette séance d'EPS en une séance de mathématiques mais d'y repérer les points d'appui possibles pour des apprentissages mathématiques spécifiques.
La séance permet l'exploration d'un méso-espace : celui de la salle de motricité. Les mots utilisés par l'enseignante contribuent à donner des repères aux élèves pour structurer l'espace exploré : marques de l'énonciation structurant l'espace à partir de celui qui parle (haut et bas), éléments lexicaux exprimant des déplacements ou des situations orientés (faire tomber les feuilles, déplacer les feuilles en soufflant). Ils lui permettent aussi d'évoquer d'autres espaces : celui de l'arbre qui est mimé ou celui de la cour où ont été ramassées les feuilles (cf. le diaporama « les feuilles mortes dans la cour » sur le DVD).
Cette structuration spatiale est indissociable d'une structuration temporelle : temps de l'élève, avant les feuilles étaient dans la cour, maintenant elles sont ici dans la salle, puis dans le sac ; temps de la nature avec les feuilles qui « vivent, meurent et tombent ».
Enfin la conclusion de la séance est l'occasion de vivre le passage d'un méso-espace à un micro-espace au travers du rangement dans le sac des feuilles précédemment dispersées sur le sol de la salle.
D'autre part, la situation vécue peut aussi servir d'illustration pour travailler sur « un peu/beaucoup » : on peut repérer dans la vidéo les mots utilisés par l'enseignante relativement à ces notions.

Diaporama des cartons

Il s'agit d'une séance de découverte et exploration des espaces « carton » au cours de laquelle l'enseignante intervient le moins possible pour laisser les élèves imaginer, créer. Elle observe les actions entreprises, aide à leur verbalisation (dedans/dehors, dessous/dedans, en petit train, …) ; toutes ces observations serviront à construire des séances plus dirigées qui viendront plus tard.

[3] Voir compte-rendu de l'atelier Albums et mathématiques au congrès 2004 de l'AGIEM dans le Cdrom des Ateliers du congrès de Martigues 2004 ou sur internet http://peysseri.club.fr/DOCUMENTS/Albums/Martigues2004.pdf.

Diaporama des espaces de l'école et de la classe

Il permet de présenter la structuration pensée des espaces d'une école et d'une classe ; une classification en termes de macro-espace, méso-espace et micro-espace ; l'évocation de divers documents vidéos ou photos permettant d'approfondir cette lecture des espaces vécus à l'école. Divers exemples d'emboîtements d'espaces sont signalés : la feuille morte sur la feuille elle-même sur la table ; le livre sur la table et l'espace représenté sur la page du livre ; les sous-espaces de l'espace corporel de l'élève[4] ; …

Vidéos du travail préparatoire aux ateliers sur les feuilles mortes

Dans ce moment de langage, le passage d'un travail sur les objets (les feuilles mortes) à un travail sur un modèle (représentations dessinées des feuilles mortes utilisées dans les ateliers) est illustré. Le modèle permet de simplifier la réalité pour mieux en étudier certaines caractéristiques. Par exemple, les tentatives de classement des feuilles effectuées lors du travail collectif mettent en évidence la multiplicité des critères de classement envisageables qui rend la tâche trop difficile pour ces jeunes élèves. Le passage au modèle permettra, dans les ateliers, de recentrer le travail sur le critère de « forme » des feuilles, en mettant de côté pour aujourd'hui la taille, la couleur, …

Vidéo « Dans mon auto rouge »

La séance filmée est une séance de musique portant sur les premières écoutes d'une chanson et le début de son apprentissage par les élèves. Celle-ci met en scène dix animaux et leurs cris respectifs répartis dans les deux couplets. C'est la mise en liste, par l'enseignante, des animaux en présence qui va être le moteur de la mémorisation des paroles par les enfants. Pour faire au tableau la liste des animaux, l'enseignante utilise le dessin, désignation des animaux mise en correspondance avec d'autres désignations symboliques de chaque animal : son nom et son cri. Ainsi, au cours de l'apprentissage de ce chant, se construit dans la classe une collection : celle des dix animaux de « l'auto rouge ». Cette collection est ordonnée et chacun de ces éléments est désigné de diverses façons. Les élèves fréquentent l'utilisation d'une liste comme mémoire d'une collection. Par la suite, l'apprentissage du chant se poursuivra, l'automobile rouge sera construite par les élèves à l'aide de cartons et les animaux modélisés sous forme de masques. Lorsque l'enseignante, au cours d'une séance de mathématiques cette fois, travaillera par exemple avec les jeux de liste du CDrom « Apprentissages mathématiques en maternelle » de BRIAND J. et al (Hatier 2004), elle pourra, au moment de la fabrication des listes par les élèves, se référer à la liste des animaux de l'automobile rouge. Lorsqu'elle aura besoin d'une collection comme support d'une activité mathématique, elle pourra utiliser celle des animaux de l'automobile rouge, collection dont elle peut être certaine de l'existence en temps que collection pour tous ses élèves. Personnellement, j'ai déjà utilisé plusieurs fois cette vidéo en formation, en parallèle avec le CDrom cité plus haut ; cela me permet entre autres d'illustrer la différence entre apprentissage par adaptation et apprentissage par fréquentation tout en montrant la complémentarité des deux approches.

---

[4] Voir texte comptine et photos en annexe.

III – LES ECHANGES AUTOUR DU DOCUMENT PRESENTE

Après avoir regardé quelques uns des documents présents sur le DVD, des échanges au sein de quatre sous-groupes ont permis à chacun de réagir, de critiquer et d'imaginer des formes d'utilisation de ce support dans le cadre de la formation des P.E.

III – 1 Remarques diverses

Le lien avec les I.O. et les références bibliographiques ont été appréciés, ainsi que les trois entrées possibles à partir des trois types d'espace (macro, méso et micro) et la présentation d'espaces emboîtés.

Un écueil est pointé : celui de prendre ce document comme un livre de recettes et les gestes de l'enseignante comme un modèle à reproduire, d'où la nécessité d'un affichage clair des intentions.

Il est suggéré de l'accompagner d'une grille d'observation pour mettre en relation les objectifs de l'enseignante, les consignes et les mots prononcés qui aideront les élèves à prendre conscience des passages d'un espace à l'autre.

Le document est contextualisé : on est dans une école et concernant les thèmes spécifiques abordés, il faut prévoir d'adapter ce que l'on voit à d'autres contextes, en particulier liés à l'architecture de l'école ou de la classe.

Il est certainement possible d'améliorer la lisibilité du document en particulier, les couleurs qui passent mal à la vidéo-projection ou les diapositives surchargées au niveau de la quantité d'informations à prélever.

Une suggestion est faite pour les vidéos : proposer deux versions, l'une avec les commentaires en surimpression et l'autre sans. En effet, leur présence peut empêcher les P.E. de chercher et d'analyser par eux-mêmes les pratiques présentées, mais leur absence peut conduire aussi à passer à côté de certaines intentions didactiques.

III – 2 Suggestions d'utilisation

Analyser des pratiques professionnelles

L'utilisation avec les PE2 d'un point de vue « analyse de pratiques » peut amener à travailler autour :

- des consignes ;
- du vocabulaire mathématique à employer avec des élèves de TPS/PS ;
- de la gestion de classe : phase collective / ateliers ; verbalisation des élèves ; …
- de l'analyse de l'activité : le choix des variables didactiques et leur influence, par exemple dans le travail en classe autour des feuilles mortes.

Et à faire prendre conscience de la structuration pensée de l'espace-classe.

Il permet de faire réfléchir les stagiaires sur des activités qui existent, leur donner du sens, leur faire repérer les apprentissages en jeu.

Notons que ce document est utilisable par tous les formateurs et pas seulement par ceux de mathématiques, à condition de choisir une entrée précise : par exemple, en formation générale, les choix langagiers effectués par l'enseignante.

Repérer et utiliser les « traces de maths »

Apprendre aux P.E. à repérer les « traces de maths », c'est-à-dire les outils ou les concepts mathématiques intégrés dans notre culture et utilisés en particulier à l'école dans des séquences de différentes disciplines : il ne s'agit surtout pas de transformer celles-ci en séances de mathématiques, mais d'identifier ces utilisations implicites des mathématiques pour pouvoir éventuellement s'y référer à l'occasion de situations d'apprentissage mathématique.
La vidéo « Dans mon auto rouge » est une bonne illustration de ce propos.

Choisir des documents du DVD comme « points de départ » pour faire construire aux P.E. des situations d'apprentissage mathématique prenant appui sur les « traces de maths » repérées dans ceux-ci (par exemple le diaporama des cartons ou la vidéo d'EPS autour des feuilles mortes).

Diverses modalités d'utilisation envisagées

- Temps court de visionnement ; commande d'un travail de préparation de séance et exploitation en différé un mois après pour permettre par exemple le réinvestissement de certaines idées en stage filé.

- Regarder certains documents vidéos sans le son (par exemple le travail préparatoire aux ateliers sur les feuilles mortes) pour faire réfléchir les formés sur l'importance des mots utilisés par un enseignant dans le cadre d'un apprentissage : à partir des seules images, on peut se questionner sur le contenu, la façon de l'aborder, les mots à utiliser, …

- À partir d'une des séquences du DVD, repérer les objectifs de l'enseignante, les autres objectifs possibles, puis faire construire d'autres scénarios avec ces mêmes objectifs.

- Utiliser certains documents pour construire une grille d'analyse de séances observées dans une classe de TPS/PS.

- Faire écho aux documents d'accompagnement (2002) en présentant des situations utilisables pour introduire les indicateurs spatiaux.

POUR CONCLURE…

Si l'intérêt pour les documents présentés a été unanime au sein de l'atelier, la question du type de diffusion a été longuement débattue sans qu'il y ait consensus.
Quel type d'utilisation du DVD ? En autonomie ou avec un formateur ?
Le document doit-il être mis à la disposition des P.E. en formation (médiathèque, centre de documentation, …) ou n'être diffusé qu'auprès des formateurs ? Mais dans ce dernier cas, est-il vraiment possible d'empêcher que des copies circulent ?

Derrière ces questions, transparaît la crainte d'une « mauvaise » utilisation des documents par les P.E. Mais n'est-ce pas le risque à courir pour toute publication ?
À nous formateurs de proposer les outils pour une « bonne » utilisation et ensuite, faisons confiance aux P.E. que nous formons : ils n'en feront peut-être pas l'usage que nous souhaiterions, et alors ? … Chacun prend, remodèle, transforme, trahit parfois mais n'est-ce pas ainsi que la pensée progresse ?

ANNEXE L'ESPACE CORPOREL DE L'ELEVE

Texte d'une comptine utilisée avec les TPS

« La tapette »

Sur qui, sur quoi,
Veux-tu ?
Faire la tapette ?
Sur qui, sur quoi,
Veux-tu ?
Lanturlu !

Comptine mimée sur frappés corporels à la sollicitation de quelques enfants « actifs » quant à la réponse attendue ; introduction progressive de différentes parties du corps.

Quelques photos des élèves reprenant cette comptine

Sur les pieds

Sur la tête

Sur les joues

Sur le ventre

QUE DEVIENT LA DIZAINE DANS UNE SEANCE MENEE PAR UNE DEBUTANTE AU CP ?

CROISEMENTS DE DIFFERENTES ANALYSES APPLIQUEES A UN MEME PROTOCOLE

Pascale MASSELOT
MCF, IUFM de VERSAILLES
DIDIREM et réseau OPEN
PMasselot@aol.com

Line NUMA-BOCAGE
MCF, IUFM d'AMIENS
HABITER/RIICE réseau OPEN (CNAM)
line.numa@amiens.iufm.fr

Isabelle VINATIER
MCF, CREN de NANTES
et réseau OPEN
isabelle.vinatier@univ-nantes.fr

Résumé
Nous présentons une partie d'un travail de recherche conduit dans le cadre du réseau OPEN. Une séance de présentation de la dizaine en classe de CP par une enseignante débutante (T2) sert de support à nos analyses croisées. Nous en décrivons dans un premier temps les points de convergence. Dans un second temps, nous explicitons des objets (savoirs, médiation, relation enseignant/enseigné …) en jeu dans les interactions entre l'enseignante et les élèves.
Nous faisons l'hypothèse qu'une analyse croisée d'une transcription des échanges verbaux (Vinatier & Numa-Bocage, 2007), nous apporte une nouvelle intelligibilité des interactions maître/élèves. Cette analyse croisée permet également d'identifier des éléments organisateurs stables de l'activité enseignante.

Le réseau Observation des Pratiques ENseignantes (OPEN)[1] rassemble des équipes de recherche qui travaillent sur les pratiques enseignantes en accordant une large place à leur observation. La perspective se veut pluridisciplinaire puisqu'elle convoque à la fois les sciences de l'éducation, les didactiques des disciplines, la sociologie, la psychologie, les sciences du langage et l'ergonomie. L'objectif de ces recherches est avant tout de poursuivre et d'approfondir les analyses des modalités de la pratique enseignante en classe pour en comprendre les relations avec les apprentissages des élèves.

L'analyse croisée, présentée dans cet article, a pour objet une séance avec un contenu mathématique. Nous articulons trois approches afin de comprendre les éléments organi-

[1] Réseau coordonné par M. Altet, Cl. Blanchard-Laville et M. Bru

sateurs stables[2] de la pratique d'une enseignante et leur articulation avec l'activité des élèves. L'analyse de Pascale Masselot (Didirem), se concentre sur les choix didactiques de l'enseignante en relation avec le contenu de savoir mathématique en jeu ; celle de Line Numa-Bocage (HABITER/RIICE), porte sur le repérage du schème de médiation didactique développé par l'enseignante, et celle d'Isabelle Vinatier (CREN), est axée sur le repérage des enjeux intersubjectifs entre l'enseignante et les élèves.

Chaque analyse cherche – dans le même temps qu'elle explicite le paradigme dont elle procède – à décrire l'activité de l'enseignant, en vue de la comprendre pour mettre en place un entretien compréhensif avec le professionnel.

Le plan de cet article ne rend absolument pas compte de la manière dont nous avons mené nos analyses mais nous nous proposons de présenter, sur cet exemple, ce à quoi elles nous ont permis d'aboutir à cette étape de notre collaboration. Pour une meilleure lisibilité, nous présentons d'abord la séance analysée avant de nous arrêter sur un premier niveau d'analyse assez globale, avec une orientation didactique pour comprendre ce qui se joue au niveau des tâches proposées et des enjeux de savoirs tout au long de la séance, qui est celui, envisagé par les trois approches avec des « focus » différents, centré sur l'évolution de la consigne au cours de cette séance. Ensuite nous apportons quelques éléments spécifiques de nos cadres d'analyse, en les rapportant à cette séance. Puis nous nous attardons sur l'analyse plus fine, basée sur nos trois approches, de deux des « incidents critiques » relevés dans le déroulement de cette séance avant d'évoquer des perspectives en termes de formation qui pourraient être envisagées.

I – PRESENTATION DE LA SEANCE

I – 1 Contexte

Le protocole étudié est la retranscription de la première séance de « présentation de la dizaine »[3] observée au mois de février dans une classe de CP de 22 élèves d'une école classée ZEP située dans une banlieue de la région parisienne. Cette séance est menée par une enseignante (désignée par E. dans la suite du texte) au cours de sa deuxième année de titularisation. Cette enseignante est volontaire pour montrer comment des élèves de CP apprennent la numération et le nombre et pour en discuter ensuite. Elle a été filmée sur huit séances de son choix durant l'année. Chaque séance se termine par un entretien avec E. relatif à ses impressions d'enseignante. Lors de ces observations, nous avons suivi plus particulièrement certains élèves (observation fine, évaluation en début et fin d'année scolaire, entretien individuel sur leurs procédures).

[2] Les trois auteurs ont eu l'occasion de collaborer dans le cadre du fonctionnement d'un sous-groupe du réseau OPEN dont une partie des travaux ont fait l'objet d'une publication dans le n°56 de *Recherche & Formation* (2007).

[3] Selon l'expression de l'enseignante

I – 2 Objectifs pédagogiques

Au cours de cette séance de « présentation de la dizaine », E. vise d'une part, à faire percevoir la nécessité de développer une stratégie plus efficace que le comptage un à un (celle qui consiste à organiser une collection non organisée de 38 éléments dessinés en utilisant des groupements de dix éléments) pour la dénombrer et d'autre part, à faire reconnaître la pertinence de cette procédure. C'est la première fois, dans la classe, que les élèves sont confrontés au dénombrement d'une si « grande » collection. Précédemment, ils ont utilisé les boîtes de dix du matériel lié au fichier: « J'apprends les maths - CP»[4] pour déterminer le nombre correspondant à des écritures du type : 10 + 10 + 10 + 2 et 7 + 6, ou à des dessins de boîtes pleines et de billes organisées en constellations « standards », mais sans avoir à grouper eux-mêmes par dix des éléments déjà dessinés sous une forme non organisée.

Les élèves devront, lors de séances ultérieures, repérer, dans l'écriture chiffrée des nombres, le rôle des groupements par dix, puis repérer dans un nombre à deux chiffres, la signification des chiffres en fonction de leur position, donner du sens aux mots « unité », « dizaine », prendre conscience que le nombre de dizaines comprises dans une quantité « se voit » dans l'écriture du nombre qui l'exprime.

Relativement à cette situation[5] (voir annexe), les auteurs du fichier précisent ainsi leurs intentions : « Comprendre la transformation suivante : avant, la collection est disparate ; après, elle est organisée en groupes de dix. Même si certains enfants remarquent dès ce moment que dans l'écriture 37, par exemple, le chiffre 3 représente trois groupes de dix objets et le chiffre 7, sept objets isolés, c'est seulement dans les pages 88 - 89 que cette connaissance sera établie collectivement ».

Cette enseignante choisit de présenter d'abord aux élèves une « vraie » collection de jetons dont elle a fixé le cardinal à 38 mais les élèves auront par la suite à « agir » sur une représentation dessinée de cette même collection, présentation « calquée » sur celle du fichier, support sur lequel ils auront à travailler en dernière partie de séance. Les auteurs du fichier proposent de l'utiliser avec un matériel très contextualisé. Ainsi une boîte de dix cases alignées dans laquelle peuvent être rangés des jetons matérialise le groupement par dix des jetons (appelés « billes »). Les élèves sont familiarisés avec ce matériel et son utilisation : il s'agit de remplir la boîte avec des jetons placés en respectant un certain ordre et de fermer un couvercle dès que 5 cases sont remplies (analogie avec l'organisation des doigts des deux mains). Chaque nombre de un à dix est ainsi représenté d'une manière unique avec la boîte. Et il en est de même pour les nombres supérieurs à 10 qui seront représentés par des boîtes complètes (couvercles fermés) et une boîte partiellement remplie ou une constellation. Notons que sur la bande numérique proposée dans ce fichier, des repères pour 5 et 10 sont également proposés en cohérence avec ce matériel. Le matériel n'étant pas suffisant pour toute la classe, E. a fait le choix de n'en donner à aucun élève et elle se justifie ainsi : «…je n'ai pas suffisamment de billes pour vous les donner vraiment donc je les ai dessinées comme au tableau ».

[4] R. Brissiaud – P. Clerc – A. Ouzoulias – Editions RETZ (2002)

[5] fichier p 84 en annexe

I – 3 Déroulement

Cette séance se déroule en deux temps : les élèves sont d'abord confrontés à une tâche de dénombrement au cours d'une activité préliminaire puis à une activité très proche utilisant le support « fichier de l'élève ».

Même si ces deux temps sont liés, nous nous intéressons ici plus particulièrement au premier que nous pouvons découper en quatre moments. Le premier que nous qualifions de « dévolution du problème »: les élèves doivent **aider E.** à compter les jetons contenus dans une assiette puis dessinés au tableau[6], moment qui, suite à l'évocation de quelques procédures susceptibles d'être mises en œuvre, se conclut par : « Alors moi je vous propose qu'on essaye de **les ranger pour pouvoir les compter** ». Les élèves ne font pas forcément le lien entre le fait d'avoir « rangé » (ici dans le sens de « groupé par dix ») qui peut constituer une aide au « dénombrement » et la production du cardinal de la collection. De plus la collection à dénombrer est maintenant dessinée sur une petite feuille distribuée aux élèves. Une courte « phase de recherche » correspond au deuxième moment et précède le troisième qui a pour objet la « mise en commun » des réponses et des procédures. Enfin le dernier consiste en une courte « synthèse » visant à préparer les élèves au second temps de la séance.

II – UNE PREMIERE ENTREE DANS L'ANALYSE : L'EVOLUTION DE LA CONSIGNE

A un premier niveau d'analyse, nous relevons dans l'activité de E., des redéfinitions successives de la tâche à accomplir. En effet, un regard porté plus spécifiquement sur la formulation de la consigne par l'enseignante, révèle pendant tout le déroulement un certain nombre de glissements qui amènent à des redéfinitions successives de la tâche à accomplir, accompagnées de nouvelles contraintes progressivement introduites. Ainsi, dans son projet, l'enseignante a certainement anticipé quant à la formulation de la consigne, mais au cours de la mise en actes, lorsqu'elle constate un décalage entre la tâche attendue et la tâche effective des élèves, elle intervient provoquant alors des changements de tâches importants qu'elle ne prévoyait probablement pas.

La première tâche, pour l'élève, consiste à *identifier la collection* « jetons dans l'assiette », et la ***première consigne*** donnée est « j'aimerais ce matin **que vous m'aidiez**[7] **à les compter** (…) Comment ferais-tu pour les compter ? », « les » se rapportant ici aux jetons dans l'assiette. Puis très rapidement il s'agit d'*identifier la collection* (équipotente à la précédente) dessinée au tableau et cette ***deuxième consigne*** « que vous **m'aidiez** à **les compter** », « les » désignant alors ce que E. appelle des « billes ». Mais une nouvelle contrainte est alors introduite : « **De votre place**, est-ce que ça va être très **facile** ? ». On peut penser que c'est ainsi, utilisant la difficulté à « compter à distance » que E. veut introduire la feuille sur laquelle est dessinée une autre collection, elle aussi équipotente aux deux premières, distribuée à chaque élève. Elle insiste : « Ce ne sera peut-être **pas très facile** de les **compter** comme ça ». Cette insistance sur le fait qu'il faut que ce soit

[6] Précisons ici que les élèves doivent considérer ces deux collections comme équipotentes.

[7] Cette formulation « m'aider » ou « que vous m'aidiez » est très présente au début des échanges: que le problème de la maîtresse devienne celui des élèves.

«facile»[8] est très forte à ce moment. Ce critère subjectif se révèle toujours difficile à prendre en compte lors de la comparaison, en vue de leur hiérarchisation, des procédures.

Semblant craindre, peut-être à juste titre, que la procédure consistant à utiliser des groupements n'apparaisse pas, et alors qu'un élève a déjà donné la réponse, E. énonce une ***troisième consigne*** « on va essayer de les **ranger**[9] », ce verbe devrait déclencher[10] une mise en relation avec le matériel mais rapidement E. appuie cette première allusion en orientant les élèves : « et pour les ranger, **qu'est-ce qu'on peut utiliser** ? » « **dans quoi** on les range les billes ? » et elle montre les boîtes.

E., désirant probablement rendre explicite la relation entre cette consigne et les précédentes, précise le but de cette « action » : « Alors moi je vous propose qu'on essaye de **les ranger pour pouvoir les compter** » établissant ainsi le lien entre le rangement et le dénombrement annoncé pour ses élèves de CP. Le rangement étant considéré comme un moyen de dénombrer plus efficacement avec la possibilité d'une vérification ultérieure avec l'ensemble de la classe. Et elle ajoute : « Alors on va essayer de les ranger **dans des boîtes** ». E. suggère fortement la procédure et cherche à reprendre la main, à recentrer l'attention des élèves en posant une question très fermée, un peu décalée : « qui est-ce qui peut me dire **dans une boîte combien on peut mettre de billes ?** ». Puis E. est encore amenée à reformuler la consigne (action fictive) et le but de cette action décomposée en deux temps : « Donc on va essayer de **ranger les billes dans les boîtes** et puis après on verra une fois qu'elles seront rangées on essayera de **voir combien on en a** ».

Nous relevons une ***quatrième consigne,*** sous forme d'une question fermée, un peu noyée dans l'interaction : « Pour savoir combien on a de billes au tableau**,** on va essayer de **les ranger dans les boîtes**. Alors j'ai pas suffisamment de billes pour vous les donner vraiment donc je les ai dessinées comme au tableau et vous allez m'aider à savoir déjà pour pouvoir les ranger vous allez m'aider à savoir **combien de boîtes il faudra pour ranger toutes les billes**…»; « Essayer de trouver l'idée » puis rapidement « souvenez-vous combien de billes on peut mettre dans une boîte » et « Alors essayez de **trouver combien de boîtes il faudra** ». Il ne s'agit plus de compter, les billes, ni de les ranger, mais de ***prévoir*** *combien de boîtes seront nécessaires*.

Au début du moment de recherche, une ***cinquième consigne*** est ainsi formulée : « Alors les boîtes dont on a besoin, **on peut les dessiner**[11] si tu veux, une fois qu'on sait combien de boîtes on voudra on peut les dessiner. Essayez de vous débrouiller. On verra, tu vas voir, je vais te donner la petite feuille et vous essayez de **chercher combien de boîtes il faut** ». Dans la phase d'activité individuelle, E. passe voir chaque élève, fait des remarques individuelles et collectives. Le problème à résoudre est de nouveau posé : « Alors, ma question, la question que j'ai posée tout à l'heure est-ce que vous avez cherché

---

[8] Ce mot est répété six fois dans cette partie.

[9] En prenant ce terme dans son sens premier, on peut s'interroger sur les attentes de la maîtresse comment ranger des objets dessinés ?

[10] On relève un certain nombre de « mots inducteurs » liés à l'utilisation du fichier et du matériel cités.

[11] Notons que la consigne du deuxième exercice du fichier est «Groupe les billes par 10, **dessine** les boîtes pleines… »

Elvin, c'était, chut **Aboubakar**, **combien il faudra de boîtes pour ranger toutes ces billes** ». En réponse à un élève qui a déjà la réponse à la première question, E. ajoute une ***sixième consigne*** : « tu l'**écris** et tu me **montres sur ta petite feuille comment tu as fait** » renforcée par une ***septième consigne*** : « Si tu penses qu'il en faut 3, **tu peux en dessiner 3** et tu essaies de **montrer sur ta feuille comment tu as fait pour trouver** ».

En mettant en parallèle ces demandes avec les interventions des élèves, on constate qu'ils répondent souvent en décalage. Ainsi, alors que E. vient de demander d'envisager des procédures pour « que ce soit facile », un élève donne le nombre de billes :

> é : il y en 38
>
> E : alors tu dis qu'il y en a 38 **on verra tout à l'heure.** Moi **je propose** une chose. Pour l'instant elles ne sont pas rangées ces billes. Alors on va essayer de les ranger et pour les ranger les billes qu'est-ce qu'on peut utiliser ?

Et encore, alors que la dernière question posée porte sur le nombre de boîtes, un élève propose à nouveau le nombre de billes :

> E : Tu l'écris et tu me montres comment tu as fait. Chut. **Pour l'instant j'ai pas demandé de réponse. Michel**. Attention, **c'est vrai que l'on est en train de chercher combien de billes il y a**. Si tu as la réponse tu peux l'écrire, mais **moi je veux aussi savoir** combien de boîtes il faudra pour les ranger ces billes. Quand on a la solution, on l'écrit en dessous, ou on les dessine (…) Pour ranger toutes ces billes combien il te faudra de boîtes ? Dans une boîte on met combien de billes?

Ces réajustements peuvent être la conséquence d'un manque au niveau de l'analyse *a priori* : le cardinal de la collection, 38, ne garantit pas l'utilisation de la procédure jugée experte, attendue par l'enseignante. De ce fait, elle utilise différents « subterfuges » pour amener les élèves à mettre en œuvre la procédure attendue mais cette dernière n'apparaît plus comme adaptée en réponse au problème posé.

On pourrait dire que la procédure qui devait apparaître en tant qu'**outil** pour résoudre le problème devient un **objet** d'enseignement (Douady, 1987) presque déconnecté de la situation initiale. Certains élèves trouvent le nombre de boîtes non pas à partir des groupements effectués sur la collection, mais le déduisent du nombre d'éléments - Si j'ai trouvé 38 billes, il me faut 3 boîtes pour les ranger - les groupements ne seraient alors qu'un moyen de validation de ce résultat.

On peut aussi penser que ce qui guide les choix de l'enseignante se situe au niveau de l'adéquation entre ce qu'elle propose et ce que les élèves vont rencontrer dans leur fichier, ce dernier étant le garant de la construction des connaissances mathématiques. C'est principalement au moment de la mise en commun que les conséquences au niveau du sens de l'objet mathématique sont apparentes.

III – CADRES D'ANALYSE ET PREMIERS RESULTATS

Nous avons choisi de présenter d'abord l'approche didactique, afin de situer d'emblée l'objet d'enseignement, puis viennent les deux autres approches, celle permettant l'analyse de la médiation de l'enseignante et celle permettant le repérage des enjeux intersubjectifs inscrits dans les échanges.

III – 1 Une approche didactique

Nous plaçant dans le cadre de la double approche (Robert-Rogalski, 2002), il s'agit dans nos analyses portant sur les pratiques enseignantes en mathématiques d'imbriquer deux points de vue.

- Le point de vue des apprentissages des élèves (but des pratiques) : par l'intermédiaire des activités des élèves provoquées par l'enseignant en classe. A ce titre, le remaniement de la formulation de la consigne tout au long de la séance avec ses incidences sur l'activité des élèves est important à prendre en compte.

- Le point de vue du métier (cf. activités de l'enseignant) : par la convocation pour analyser les pratiques en classe des déterminants extérieurs, institutionnels, sociaux et personnels et différentes échelles rendant compte du travail réel.

Dans ce cadre, nous procédons en trois temps : une analyse *a priori* des tâches proposées aux élèves à partir des énoncés (nous permettant une reconstitution du projet de l'enseignant) ; une analyse *a posteriori* des déroulements (vus comme une mise en actes de son projet par l'enseignant) s'intéressant, entre autres, au repérage des tâches prescrites, attendues et effectives et une reconstitution des activités possibles des élèves. Nous dégageons ainsi des indicateurs relatifs aux deux premières composantes des pratiques que nous désignons par composante cognitive et composante médiative. Elles correspondent aux choix des enseignants sur les contenus et les tâches, avec leur organisation, leur quantité, leur ordre, et sur les déroulements et les activités des élèves, avec la chronologie, les formes de travail, et les différentes formes d'aides et d'interaction. Nous nous intéressons à l'environnement mathématique dans lequel sont placés les élèves, aux itinéraires cognitifs qui leur sont proposés dans cette discipline, aux apprentissages potentiels que les activités proposées peuvent permettre de réaliser.

Pour intégrer le métier, nous distinguons d'abord trois composantes supplémentaires dans les pratiques (personnelle, institutionnelle et sociale), qui ne sont pas directement observables en classe, et qui pour nous traduisent la prise en compte des déterminants du métier.

Nous avons introduit un deuxième type d'analyse des pratiques, toujours dans cette perspective de double approche, qui est plus adapté pour accéder aux variabilités et aux évolutions individuelles dans le travail réel. Celui-ci tient compte, plus que le premier, à la fois de la temporalité et du grain de ce qu'on analyse. Il est plus lié aux personnes et moins global. Celui-ci a déjà servi à caractériser les différences expert/novice et des évolutions pour un même enseignant.

Ici, à partir de l'analyse d'un seul protocole, nous dégageons un certain nombre de caractéristiques de la pratique de cette enseignante mais il serait nécessaire de regarder d'autres moments de classe avec ces mêmes élèves, pour mettre en évidence, de manière un peu décontextualisée, des régularités et en inférer une sorte de « logique ». Sur ce protocole, nous complétons les quelques premiers éléments d'analyse de « premier type » concernant les glissements de tâches distillés au cours du paragraphe précédent, par l'analyse à un niveau micro de deux des incidents critiques.

III – 2 Une approche par la médiation de l'enseignante

La didactique professionnelle (Pastré, 1999) inspirée de la théorie des champs conceptuels et de la définition analytique du schème (Vergnaud, 1985) sont nos cadres principaux d'analyse de l'activité de l'enseignante en termes de schème et de médiation didactique. Pour Vergnaud, le rôle de l'enseignant est d'abord d'offrir au sujet des situations, c'est-à-dire l'occasion d'exercer des schèmes existants et de développer des schèmes nouveaux dans des situations de résolution de problème. L'enseignant apporte également une aide à l'identification du but à atteindre, à la catégorisation et à la sélection de l'information, au réglage de la conduite, au raisonnement.

La médiation didactique est la confrontation cognitive des schèmes d'enseignement de l'enseignant avec les schèmes d'action de l'élève dans des situations d'enseignement-apprentissage données, en vue de créer des conflits cognitifs chez l'élève par des coordinations nouvelles de ses schèmes initiaux (Numa-Bocage, 2007). Le concept de médiation s'appuie sur les conceptions théoriques de Vygotski (1934/1985) en éducation et sur le concept de zone proximale de développement. La médiation didactique permet la transition d'un fonctionnement interpsychologique à un fonctionnement intrapsychologique.

On distingue le schème de médiation et le schème de tutelle. Cette distinction s'appuie sur la définition proposée par Weil-Barais & Duma-Carré (1998, 7) "... dans le cadre de la tutelle, c'est l'exécution des tâches qui détermine les interventions du professeur, alors que dans le cadre de la médiation, c'est le rapport au savoir qui est travaillé". Le maître quand il est médiateur ajuste son choix possible de stratégie à l'évolution de la situation, en fonction des réponses des élèves. Il y aura alors adaptation dans l'action. L'enseignant médiateur s'adapte à l'élève à un niveau métacognitif. En fonction du problème posé, le maître suit l'élève (les élèves) dans sa (leurs) pensée(s) en posant les questions amenant à prendre en compte les éléments pertinents pour la construction des connaissances, c'est l'adaptation « pendant ». Quand l'enseignant est tuteur, il y a une adaptation *a priori* aux réactions possibles des élèves; une adaptation « avant ». L'enseignant tuteur a en tête une démarche de questionnement, une routine pertinente qu'il choisit d'utiliser pour aider les élèves dans la construction de leurs connaissances; elle est généralement utilisée dans l'enseignement de démarches précises, d'algorithmes.

L'étude de la médiation et de la tutelle dans l'enseignement renvoie à l'analyse des boucles d'échanges verbaux (détour conceptuel composé d'une suite d'échanges autour d'un même objet, dirigé par le médiateur, en vue de l'apprentissage), dans le but de comprendre comment les connaissances se construisent lors des interactions pédagogiques. C'est un point de vue didactique et psychologique qui est envisagé car les échanges entre les maîtres et les élèves, les connaissances construites, se réfèrent à des domaines disciplinaires particuliers et mettent en jeu des propriétés précises (dans notre cas, la construction du nombre et la numération décimale de position).

Dans la séance que nous analysons, à travers les échanges verbaux, les actions de l'enseignante et les réactions des élèves, nous cherchons à identifier le contenu mathématique en jeu et comment il s'inscrit dans l'action d'aide à l'apprentissage de l'enseignante.

L’objectif principal de E. est d’apprendre aux élèves à compter avec 10, apprendre à compter avec la numération de position en rendant les choses les plus concrètes possibles (billes, boites, valises…). L’une des règles d’action qui guident E. est qu’il est nécessaire de passer par une activité concrète ou figurée pour aider ses élèves. On retrouve tout au long du protocole le recours au matériel (billes, boîtes) ou au dessin ; ceci principalement pour les élèves en difficulté, comme nous le verrons avec Elvin. Mais E. se retrouve devant un paradoxe : certains élèves savent compter de 1 en 1 jusqu’à 38 sans erreur, alors ils réalisent les boîtes après le dénombrement. Ils ont répondu correctement à la question, mais sans faire les actions attendues. La consigne de la maîtresse est respectée ; mais on peut s’interroger sur la conceptualisation qu’elle permet. Comme nous l’avons vu précédemment, la dizaine n’aide pas au dénombrement de la collection, elle est réalisée après. L’objectif d’apprentissage visé n’est pas atteint. E. s’en rend compte, comme elle l’explique dans l’entretien. Mais sa difficulté de rendre opératoire le groupement de 10 pour la classe est renforcée par la petite taille de la collection qu’elle ne s’autorise pas à augmenter, pour être proche de la situation du fichier. Elle développe alors une attitude de tutrice en proposant des aides à l’exécution de la tâche, mais ces aides ne sont pas toujours pertinentes, parce que E. n’a pas anticipé cette réaction des élèves.

Le problème pour la maîtresse est le changement de registre entre le concret de l’exécution de la tâche et le registre de l’abstraction qui concerne la fonction de la dizaine dans le système. Elle est donc conduite à une transformation du problème pour une tâche identique en cherchant à l’ajuster aux niveaux supposés des élèves. Elle sélectionne dans leurs réponses celles qui permettent l’exécution de la tâche. Ceci entraîne un problème de compatibilité entre l’opération concrète et les actions cognitives ; entre le concret de la tâche et les organisateurs abstraits (concevoir la nécessité de faire des groupements pour dénombrer) ; entre le choix de la tâche (suivant le fichier) et la manière de gérer les réponses. E. parait démunie dans cette situation inattendue, elle propose alors toujours les mêmes types d’aide.

De manière générale, les stratégies d’aide de E. sont assez récurrentes tout le long de la séance. La technique présentée est celle qui est reprise de manière systématique auprès de chaque enfant, en collectif ou en individuel. L'analyse préalable des tâches ne semble pas suffisante. La connaissance vient de l'extérieur, le contrôle est exercé par la maîtresse. Nous relevons très peu de phases d’institutionnalisation collectives. E. a pu être à certains moments déstabilisée par les réponses des élèves. Mais elle n'a pas toujours su s'adapter à la diversité de leurs zones proximales de développement dans les situations didactiques proposées (Numa-Bocage & Larere, 2006).

III – 3 Une approche par le repérage des enjeux intersubjectifs

Nos travaux se situent au carrefour d’une théorie de l’activité humaine (Vergnaud, 1996) et d’une théorie linguistique interactionniste (Kerbrat-Orecchioni, 1990, 1992) dans le champ de la didactique professionnelle enseignante.

Les négociations de l’image de soi et du territoire de parole entre les interlocuteurs, c’est-à-dire celle des « faces » des participants à l’interaction[12] se construisent dans les

[12] Au sens de E. Goffman, (1973), in *La mise en scène de la vie quotidienne, 2. Les relations en public,* Les Editions de Minuit.

échanges. L'activité verbale déployée entre chacun des participants se déroule en tension entre deux pôles (Vinatier, 2007 a et b) : le « pôle résolution » et le « pôle satisfaction ». La résolution se rapporte à la dynamique des échanges concernant le traitement de « l'objet » dont on parle et l'issue, *in situ*, à laquelle les interlocuteurs parviennent à ce propos. La satisfaction renvoie au repérage de la gestion de la relation entre les interlocuteurs pour que l'interaction tienne. L'étude des marqueurs linguistiques de la relation ou « relationèmes » (Kerbrat-Orecchioni, 1992) en est le point d'appui et ces derniers se distribuent selon trois axes :

1/ la relation interpersonnelle, sur « l'axe horizontal », est envisagée sous l'angle de la proximité ou de la distance entre les interlocuteurs. Par exemple, l'usage des déictiques de personne *tu, nous, vous* pour désigner l'interlocuteur est à cet égard significatif ;

2/ la relation qui prévaut sur « l'axe vertical » s'identifie par les marqueurs linguistiques des rapports de pouvoir. Par exemple : couper la parole, interpeller l'interlocuteur d'une certaine manière, être celui qui questionne, occuper le volume de parole le plus important peuvent être des marqueurs d'une prise de pouvoir dans les échanges ;

3/ la relation propre à « l'axe consensus *vs* conflit » se repère par l'usage de marqueurs linguistiques qui servent à menacer mais aussi, inversement, à soutenir le narcissisme et le territoire de l'interlocuteur. A cet égard, les FTAs – Face Threatening Acts – c'est-à-dire les commentaires négatifs portés sur la personne ou les critiques adressées à son activité sont significatifs. *A contrario,* l'usage des FFAs – Face Flattering Act – est caractéristique du soutien du narcissisme et du territoire de l'interlocuteur. Cela concerne des paroles d'encouragements ou de valorisation.

Il semble que les deux pôles « résolution et satisfaction », organisateurs de la dynamique des échanges entre un élève en difficulté et l'enseignant, fonctionnent en tension l'un par rapport à l'autre. Ainsi, une asymétrie sur le registre de la résolution (ce que sait le maître et ce que n'arrive pas à faire l'élève) peut être compensée par une asymétrie sur le plan relationnel (résistance de l'élève et encouragement ou valorisation de l'élève par le maître). Cette tension se résout souvent par une baisse d'exigence au niveau de la tâche à effectuer.

L'articulation entre les manifestations de satisfaction ou d'insatisfaction et celles de résolution ou de non-résolution est envisagée à travers les verbalisations de l'enseignante et les réponses des élèves. Les « relationèmes » repérés sont des indicateurs de « l'intrigue relationnelle » de la séance. Nous entendons par là le fait que la construction de la relation entre les interactants peut être mise en mots sous la forme organisée d'une succession d'événements s'enchaînant dans un certain ordre. Il est, en effet, intéressant de se poser la question de savoir à quel problème tente de répondre l'organisation des échanges *in situ* dans leur dynamique intersubjective. L'étude du registre verbal nous permet de saisir le fonctionnement des sollicitations de l'enseignante à l'adresse des élèves, et son implication dans la manière de répondre aux interventions de ces derniers. Nous allons suivre cette « intrigue relationnelle » à partir d'un découpage en épisodes thématiques de la séance. Cette intrigue s'articule aux redéfinitions successives de la tâche à accomplir (voir analyse didactique ci-dessus).

Dès la première intervention, l'enseignante ouvre la séance par la proposition d'une collaboration avec ses élèves en faisant usage d'un *on* d'enrôlement à propos de jetons associés à un objet familier - *mon assiette* -, marquant ainsi la proximité avec ses élèves.

1 E : **On va travailler**… **on va travailler** avec ces jetons-là. Ceux qui sont dans **mon assiette.**

3 E : … **Je vais vous aider, je vais vous demander de m'aider à** les compter…

6 E : … **J'ai dessiné** au tableau **pour qu'on puisse travailler ensemble** et **j'aimerais bien** ce matin que **vous m'aidiez à les compter…**

Son positionnement à la première personne dans l'activité, dès l'intervention (3) ci-dessus, engage un fonctionnement interlocutoire sur le registre de l'aide réciproque : *je vais vous aider*, immédiatement suivi par une formule réparatrice : *je vais vous demander de m'aider*. Cette formulation marque son engagement en même temps qu'elle requiert réciproquement l'engagement de ses élèves.

L'intervention (6) qui va clore cet épisode d'ouverture reprend son engagement dans cette séance (« *j'ai dessiné* ») en vue d'un travail collaboratif (« *pour qu'on puisse* »), suivi de la formulation d'une requête : « *j'aimerais bien que vous m'aidiez à les compter* ».

L'enseignante est en train de négocier sa position vis-à-vis de ses élèves au regard de l'activité qu'elle compte leur proposer. Elle se veut en proximité avec ces derniers et cherche avant tout leur adhésion au projet d'activité qu'elle a pour eux.

<u>La construction d'une intrigue relationnelle :</u>

Dans les autres épisodes de la séance, nous nous sommes concentrée sur l'usage des déictiques de personne dans la cooccurrence *je-tu*, c'est-à-dire sur la manière dont ces deux déictiques « marchent ensemble » et sont révélateurs de la ponctuation des enjeux subjectifs.

6 E : … Comment tu ferais pour les compter ?

7 Aboubakar : Avec la tête ?

8 E : Avec la tête. **Je t'ai vu faire** tout à l'heure, pour les compter. Comment tu fais, explique à tes copains. **Je t'ai vu faire** comme ça. **Alors**, qu'est-ce qu'**il faisait** ?

9 é : Il les compte avec son doigt.

10 E : **Oui**, il les compte avec son doigt. **Bien**.

26 E : … pour faire 20, pour faire 30 qu'est-ce que tu vas chercher dans le tas de billes qui est au tableau ?

27 é : Il y en a 38.

28 : E : **Alors tu dis qu'il y en a** 38, **on verra tout à l'heure**. **Moi je propose une chose**. Pour l'instant elles ne sont pas rangées ces billes. **Alors on va essayer** de les ranger…

Dès l'intervention (8) l'usage du *je-tu* permet à E. d'affirmer son rôle d'enseignante, qui est ici d'exprimer une théorie de ce qui se passe dans la tête de l'élève A. Cela va lui servir de point d'appui pour conduire un autre élève à dénoncer un mode de résolution de l'élève – comptage avec les doigts – qui doit permettre l'accès à la dizaine. Elle exprime alors sa satisfaction en (10) : *Bien*.

Dans l'intervention (28), la cooccurrence *je-tu* s'exprimant sous la forme : *alors tu dis… moi je propose* – le *alors*, utilisé deux fois avec pour fonction de servir le développement du thème – lui sert à affirmer un autre de ses rôles, à savoir celui de guider le déroulement temporel de la séance vers des objectifs attendus. A ce stade de tout début de séance, en fin de premier épisode, la réponse au problème posé ne peut être acceptée.

Dans l'épisode de recherche individuelle qui suit, la cooccurrence *je-tu* est à nouveau utilisée par E. pour affirmer deux autres rôles d'une enseignante : celui de maîtriser le temps didactique et ainsi de suspendre la réponse d'un élève (41 ; 45) et celui de réguler les attitudes des élèves (49). Le travail individuel semble révéler un écart avec ce qui est attendu.

> 41 E : **Tu l'écris** et **tu me montres comment tu as fait**. Chut. **Pour l'instant j'ai pas demandé** de réponse.
>
> 45 E : **Je voudrais comprendre comment tu as fait** et **je voudrais que tu me mettes ta réponse.**
>
> 49 E : Bien on va s'arrêter ? On va s'arrêter. Chut. Chut. **Va t'asseoir s'il te plait**. Non **je ne vous ai pas dit de vous lever… Je ne vois pas l'intérêt que tu fasses** à sa place… **J'aimerais que tu t'assoies…**

Dans l'épisode de mise en commun des procédures et réponses, la cooccurrence *je-tu* est utilisée pour corriger, rectifier, allant toujours dans le sens d'un effort pour tendre vers la réponse attendue à ce moment de la séance, à savoir *un nombre de boîtes*.

> 55 E : 38 c'est quoi ?
>
> 56 Thomas : 3 et …
>
> 57 E : **Oui, mais** pourquoi **tu me dis 38**, ça correspond à quoi ? C'est le nombre de boîtes qu'il faut ?

Un épisode de synthèse en fin de séance est marqué par un climat relationnel plus détendu. Deux FFA (161 ; 165) : *bien,* valorisent des réponses attendues et obtenues à ce moment de la séance. Deux *donc* (163) marquent ainsi la résolution.

La résolution et la satisfaction qu'elle génère colorent la cooccurrence *je-tu* repérable en (163).

> 159 E : **Alors, combien il y a** de boîtes pleines ?
>
> 160 és : 3
>
> 161 E : 3 boîtes pleines. Aurélie tu continues ? **Bien, alors** Moussou, il y a 3 boîtes et combien il y a de billes comme Dédé, des billes toutes seules.
>
> 162 és : 6
>
> 163 E : Est-ce que **tu peux me** les montrer les 6 ? **Oui**, et sur le dessin où est-ce qu'elles sont rangées ? Où est-ce qu'elles sont ? Elles sont là ? **Donc il y a** 3 boîtes pleines et 6 billes comme Dédé. **Donc, il y a** combien de billes en tout ?
>
> 164 és : 36

> 165 E : 36. **Bien.** Est-ce que c'est compris pour tout le monde ? Oui ?

Un court épisode de travail individuel clôt cette séance. L'usage du *je-tu* permet à E. d'exprimer qu'il lui revient de guider et de cadrer l'activité dans la réalisation des exercices proposés aux élèves.

> 173 E : Chut. Aboubakar, non **je ne sais pas pourquoi tu travailles là alors que** là ce n'est pas fini. Chut…

Cette analyse du fonctionnement de l'intersubjectivité, permettant de repérer l'intrigue relationnelle de la séance, souligne la nécessité pour l'enseignante de la ponctuer par une affirmation de ses différents rôles, laquelle pourrait s'expliquer par une impression de « mise en danger » éprouvée devant le groupe-classe. Un principe, qui semble tenu pour vrai par elle, réside dans la conviction que tout ce qui est perçu dans le décours de la séance comme un délitement de ce qui était prévu (tant au titre de la préparation qu'à celui des prescriptions du fichier) doit être vécu subjectivement comme une défaite subie. A ce titre, toutes les règles d'action mises en œuvre au niveau de la gestion intersubjective des échanges relèvent d'un effort pour ramener le déroulement de la séance vers ce qui était prévu. Ce processus relève de la négociation d'une « identité en acte »[13] (Vinatier 2002, 2007 c) au niveau intersubjectif.

Ainsi, l'étude du registre verbal nous permet de mettre en évidence le fonctionnement des sollicitations de l'enseignante vis-à-vis des élèves et révèle également sa propre implication dans la dynamique interlocutoire.

IV - ANALYSE DE DEUX INCIDENTS CRITIQUES

Des analyses sont menées à différentes échelles avec des allers retours. Ici nous effectuons un zoom sur deux moments pour illustrer et élucider certains indicateurs. Nous avons choisi ces moments car, ils correspondent à des moments significatifs du décalage entre les attentes du professeur et les réalisations des élèves dans nos trois approches. Nous en avons relevé d'autres tout le long de la séance, nous avons fait le choix de montrer un moment d'échanges concernant toute la classe et un autre relatif à des échanges avec un élève en particulier pour rendre compte de l'intérêt de croiser les lectures de la séance.

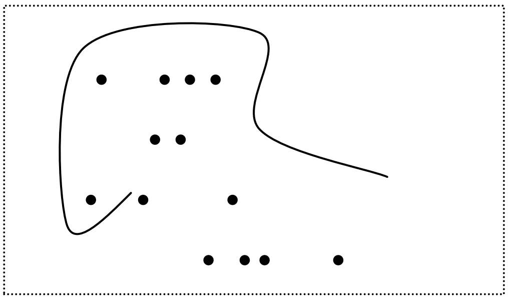
[13] Cette notion s'inscrit dans la filiation conceptuelle avec les notions de G. Vergnaud : celles des invariants opératoires : les « concepts en acte » et les « principes tenus pour vrai » par le professionnel. Les concepts en acte et principes tenus pour vrai représentent la dimension la plus cognitive du schème. A cette dimension cognitive des invariants opératoires, nous articulons une dimension subjective qui permet à l'acteur d'opérer sur le réel.

IV – 1 Incident critique 1

(206-216) au début de la mise en commun

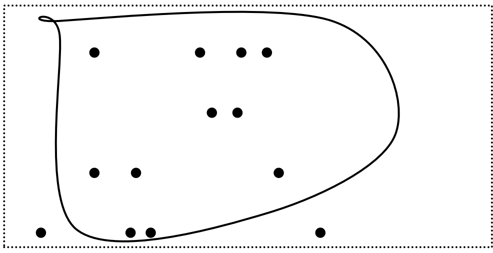
Incident critique 1

1. E: **On peut** les entourer par exemple, **alors on va entourer 10.**



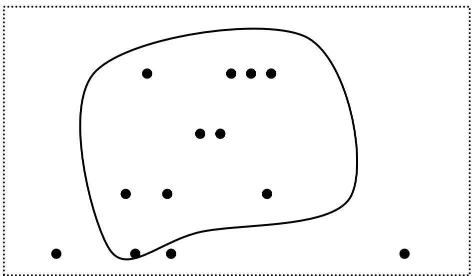
Abdelrhaman, au tableau, dessine une ligne (non fermée)

2. E : Là, elles ne sont pas vraiment entourées ces billes. Si elles sont entourées, **il faut peut-être** qu'elles soient dedans Abdel **tes billes**, **il faut que** ce soit fermé, **il faut que** ce soit dedans. Alors **vas-y, tu fermes** ton paquet et **on va bien compter, on va vérifier qu'on en a** 10**, tu vérifies ?**



L’enseignante efface une partie (ce qui donne une ligne fermée)

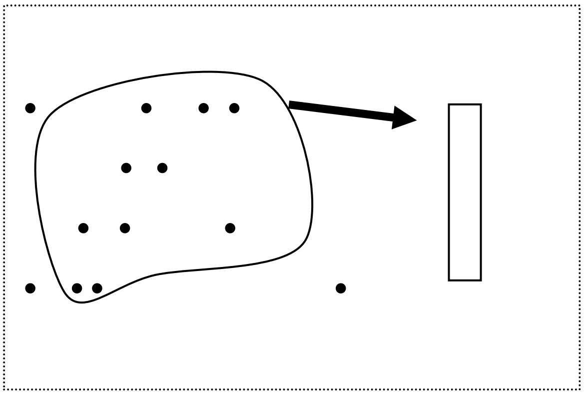
3. Abdelrhaman: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9, 10
4. E: **Tu t'es trompé,** attends **on va recompter ensemble**
5. és: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
6. é: 12, 13, 14, 15, 16
7. E: Ah, **Il y en a** une en trop**. Bien. Il a entouré** donc 10 billes. Pour ranger ces 10 billes Moussou **il faudra** combien de boites ? Moussou ? Pour ranger ces 10 billes **il faudra** combien de boîtes ?



L’enseignante efface la ligne (à gauche) pour faire 10 (à l’intérieur).

8. Moussou: 3 boîtes

9. E: **Il faudra** 3 boîtes pour ranger les 10 billes ? **Il faudra** 1 boîte. **Donc on va la mettre** là. Pour ranger ces billes-là, **il faudra** 1 boîte. **Bien.** Est-ce que c'est terminé ?



L'enseignante colle au tableau une boite verticale à droite du dessin et fait une flèche

10. és: Non
11. E: Non, **on va essayer** de faire une autre boite, **vas-y**, chut

Au cours de cet épisode, Abdelrhaman (Abd) est amené à « montrer comment on prend 10 » dans la collection de billes dessinées. E. a rappelé le statut du dix : « on prend 10 billes et avec les 10 billes on va faire (…) une boîte ». Abd. commence à dessiner une ligne : celle ci peut lui servir de « fil » pour relier les billes tout en les énumérant (ne pas compter deux fois la même, ne pas en oublier, opération mentale supportée par une action concrète) et coordonner à ce geste la récitation de la comptine numérique sans oublier de s'arrêter à 10 (si l'on veut respecter la consigne « prendre 10 billes »). Il se trouve que dans le premier exercice du fichier (voir annexe) cette ligne est amorcée semblant alors commencer à entourer ce futur groupe de 10 billes. C'est cette procédure que E. attend et quand l'élève dit « on peut les entourer », même s'il a pu également vouloir dire entourer chaque bille comptée comme la marque d'un pointage (autre procédure d'énumération que nous avons aussi observée chez Elvin), elle l'interprète comme « entourer 10 ». Cependant cette procédure est très complexe puisqu'elle nécessite une anticipation du tracé et ne participe en rien à l'énumération, ni au dénombrement. La collection étant disparate, il n'est pas du tout évident de voir les dix billes qui vont pouvoir être regroupées. Ensuite comme la ligne tracée est ouverte, E. estime que les billes « ne sont pas vraiment entourées », « il faut qu'elles soient dedans », « tu fermes ton paquet ». Cette notion de ligne fermée n'est pas simple pour des élèves de CP et encore moins celle d'intérieur « qu'elles soient dedans ». E. évoque l'image d'un paquet qui risque de demeurer peu explicite ici. L'enseignante guide fortement le geste qui peut rester peu signifiant pour l'élève.

Ensuite, s'apercevant de l'erreur d'Abd. (11 billes), E. lui demande de vérifier. Il semble qu'il prononce deux fois le mot « sept » sur deux billes différentes, signe d'une difficulté à coordonner la récitation de la comptine numérique et l'énumération des billes (un des deux « gestes » l'emporte). Pour reprendre la main et mêler la classe à cet échange, E. sollicite tous les élèves pour « recompter ensemble » et c'est elle qui prend alors en charge l'énumération. Certains élèves, dans leur élan, continuent la récitation et c'est E. qui annonce « il y en a une en trop » et qui efface pour rectifier.

Notons que lorsque les élèves remplissent effectivement une boîte, ils ne sont absolument pas obligés de dénombrer les dix jetons puisque les dix emplacements sont déjà matérialisés dans la boîte (ceci est pris en charge par le matériel).

Ainsi, ce moment révèle un manque au niveau de l'analyse de la tâche de la part de l'enseignante qui n'attend qu'une seule procédure (certainement influencée en cela par l'exercice du fichier) et qui n'est, de ce fait, pas à l'écoute d'autres propositions, tout aussi acceptables, voire plus, de la part des élèves, comme nous l'avons montré ici. De plus les contraintes liées au support utilisé (collection dessinée à propos de laquelle on évoque des actions qui ne sont pas réalisables effectivement) ne semblent pas apparentes à E.

L'analyse de la médiation de cette phase de mise en commun montre que E. fait appel à plusieurs élèves : Thomas, Abdelrhaman, Yannis et Moussou puis Aurélie vont intervenir à tour de rôle au tableau. Le choix de ces élèves n'est pas argumenté par l'enseignante, certains lèvent souvent le doigt et demandent la parole (comme Abd), les autres plus discrets sont placés au premier rang, devant le tableau.

A la question « Combien il faudra de boîtes pour ranger toutes ces billes », Thomas donne immédiatement la réponse :

> Thomas : moi
> E. : Thomas, d'après toi, il en faudra ?
> Thomas : 38, 3 boîtes et 8.
> E. : 3 boîtes et 8 c'est-à-dire ?
> Thomas : 38

Face à cette réponse, E. semble un peu déstabilisée « Oui, mais pourquoi tu me dis 38, ça correspond à quoi. C'est le nombre de boîtes qu'il faut ? » Puis très rapidement E. sollicite Abd: « alors Abdelrhaman as-tu une autre réponse ? ». Et E. oriente la réponse vers ce qui est attendu : les groupements de dix :

> E. : J'ai vu qu'il y en a beaucoup d'entre vous qui ont fait ça, il dit: on prend 10 billes et avec les 10 billes on va faire
> é: 10
> E: oui on va faire 10 et donc on aura besoin pour les ranger
> é : une boîte
> E. : une boîte, alors vas y, tu vas nous montrer comment tu as fait sur ta feuille. Donc on va prendre, on prend dix, alors comment on peut montrer qu'on prend dix, il y en a qui ont eu des idées …

Cet incident critique est un problème d'énumération d'une collection d'objets dessinés, comme on l'a précédemment analysé. Lors des échanges, les interventions de E. montrent qu'elle prend alors tout en charge. Elle pose des questions très fermées et laisse de côté les interventions « décalées ». Ou alors, elle donne les réponses complètes attendues : « il faudra **3 boîtes** pour ranger **les 10 billes** ? **Il faudra 1 boîte**. Donc on va la mettre là. Pour ranger **ces billes là**, il faudra **1 boîte** ». Elle soutient l'activité des enfants à un point tel qu'elle réalise quelques fois les actions matérielles qui auraient manifesté la compréhension des enfants ; en effet, elle colle une boîte, sur la partie droite du tableau, et indique par une flèche que les billes iront dans la boîte, sans les faire disparaître.

Ensuite, c'est **Yannis** qui est interrogé pour continuer les groupements de 10: **«** Est-ce que c'est terminé ? (…) Non, on va **essayer de faire une autre boite**, vas-y ». Puis Moussou est sollicitée **« Moussou** est-ce que c'est terminé là ? Alors on va **essayer de faire encore une nouvelle boite ».** Et **Aurélie** viendra enfin dessiner d'une autre manière (collection organisée en constellation comme dans le fichier) les huit billes restantes. Ainsi, ce n'est pas seulement l'élève placé devant le tableau qui intervient. E. sollicite nominativement d'autres élèves au cours de cette phase, elle fait construire par différents élèves la réponse à la question de départ. L'importance du groupe est également soulignée dans l'entretien, E. considère en effet que le collectif a bien fonctionné dans cette séance. Ainsi est construite collectivement la réponse attendue. L'aide que E. porte aux élèves est une tutelle les conduisant à la réalisation de la tâche. Le collectif constitué par le groupe classe est l'un des invariants de situation sur lesquels E. s'appuie pour réaliser son action tutorielle. Cependant, elle ne se donne pas les moyens (ou ne peut pas) de contrôler individuellement son efficacité.

Au plan intersubjectif, nous avons été amenée à penser qu'au-delà des besoins liés à la situation d'apprentissage, le fonctionnement de la maîtresse prend en compte également le développement de l'enfant, le « sujet capable » en construction dans l'activité (Samurçay & Rabardel, 2004), lequel doit être soutenu dans ses capacités à agir. Dans une situation mettant en jeu un maître et un élève en difficulté, cette dimension relationnelle entre en tension avec la dimension cognitive et médiatrice de l'enseignant. En effet, les moments de baisse d'exigence dans l'approche cognitive et didactique semblent correspondre aux moments de maintien de la relation et d'évitement du découragement de l'élève en difficulté d'apprentissage (Vinatier & Numa-Bocage, 2007). Dans ce premier incident critique, l'intrigue relationnelle entre l'enseignante et l'élève peut être caractérisée par le fait qu'elle soutient fortement l'activité de l'élève en la prenant à sa charge avec le groupe classe (résolution). L'usage du déictique *on*, utilisé par la maîtresse chaque fois qu'elle prend la parole, semble avoir pour but de ne pas laisser l'élève seul face à sa difficulté (satisfaction) (1, 2, 4, 9 et 11).

Dans le repérage des marqueurs verbaux utilisés dans le déroulement des échanges, on constate que l'usage des **on** pour signifier les actions à accomplir, s'intercale avec l'usage de quelques **tu** pour indiquer des prescriptions à accomplir : (1) **On** peut entourer… **on** va entourer ; (2) Vas-y, **tu** fermes… **on** va bien compter… **on** va vérifier… **tu** vérifies ; (4) **Tu** t'es trompé… **on** va recompter **ensemble** : (9) Donc **on** va mettre… ; (11) **On** va essayer de faire une autre boîte, **vas-y.**

L'échec est constaté en (4) « **tu** t'es trompé » et mis en mots en (7) « Ah, **il y en a un de trop** ». On constate alors que l'articulation **on-tu** est ponctuée par des rappels à toute la classe de ce qui est visé et attendu : (7) « **Il faudra** combien de boîtes… **Il faudra** combien de boîtes » ; (9) « **Il faudra** trois boîtes pour ranger les 10 billes ? **Il faudra** une boîte… Il faudra une boîte ».

On peut ainsi constater, dans cet épisode, que le rappel de l'attendu, non accompli par l'élève, est un « instrument »[14] de l'organisation du rapport intersubjectif entre l'enseignante, l'élève et la classe.

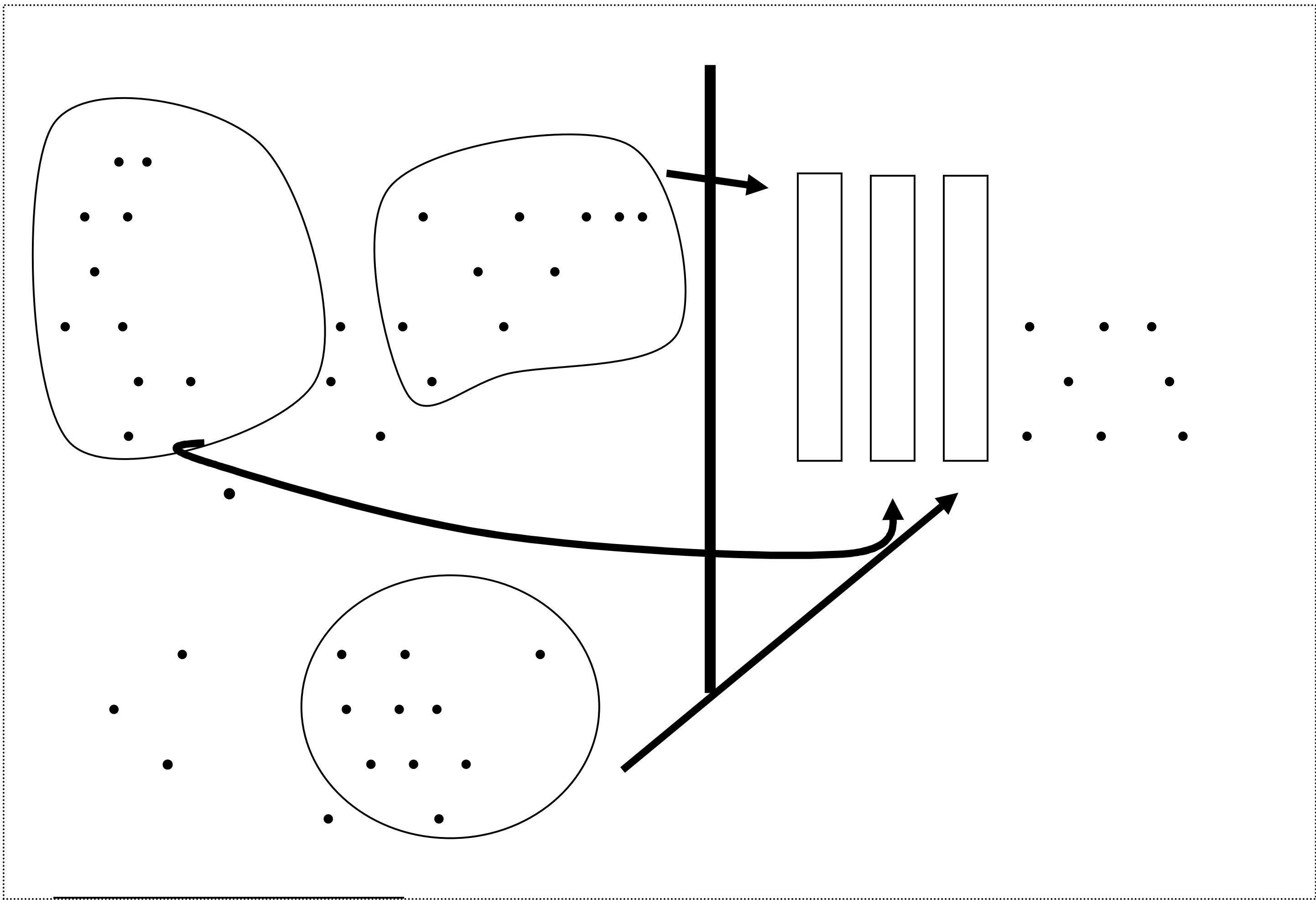
IV – 2 Incident critique 2

(233-250) à la fin de la mise en commun juste avant la synthèse

Incident critique 2 :

12. E : 5 et 3, alors **tu viens** Aurélie et **on va** les dessiner comme Dédé. Chut. **On dessine** les 8 billes qui restent **qu'on ne peut pas mettre** dans les boites et ensuite **on va compter**. *Erwan***,** *assieds-toi, Thomas chut*. Maintenant **qu'on les a rangées on va les compter.** *Chut.* **Bien.** *Tu descends Aurélie.* **Alors** qu'est-ce qui **peut me dire** combien **on a** de boites pleines maintenant ?

Aurélie, au tableau, dessine (comme Dédé) à droite des boîtes, les configurations de 5 et de 3. L'enseignante trace un trait vertical.



[14] Au sens psychique du terme, voir les travaux de P. Rabardel à ce propos.

13. é : 38
14. E : Non, **on a** 38 boîtes ?
15. és : 3 boîtes
16. E : 3 boîtes pleines et combien y a-t-il de billes ? Comme Dédé ?
17. é : 8
18. E : Il y en a 8
19. é : Il y en a dix dans trois boîtes et il y a huit.
20. E : **Oui, bien puisqu'on a** 3 boîtes pleines et 8 billes comme Dédé, qui est-ce qui **peut me dire** combien **on a** de billes ? **Elvin** ? Est-ce que **tu peux nous dire** combien il y a de billes ?
21. Elvin : 30
22. E : **Alors** où est-ce qu'il y a 30 ?
23. Elvin : 30 dans les boîtes
24. E: les 3 boîtes, 10 et 10 et 10 ça fait 30 et les billes qui restent.

L'enseignante pointe les boîtes et les billes.

25. és : 8
26. E : 38, donc il y a 38 billes. **Bien**. *Chut. Je vois plein d'enfants qui n'écoutent pas grand-chose. Massycelia, Thomas, Michel.* **Donc là** qu'est-ce qu**'on a fait ensemble ?** Qu'est-ce qu'**on a fait pour pouvoir compter** les billes ?

L'enseignante écrit 38 sous les boites et les 8 billes.

27. é : on les a entourées
28. E : **on les a entourées** et ensuite
29. é : on les a mis dans les boîtes, on les a rangées pour que ce soit plus simple de les compter.
30. E : **Alors** c'est ce qu'**on va faire** aujourd'hui, vous allez apprendre à ranger par 10 les billes pour pouvoir les compter. **Alors je vais vous donner** votre cahier. C'est **vos camarades qui vont m'aider** à distribuer. C'est-à-dire Mélina et Wendy.

Le second incident retenu est celui des échanges avec Elvin (Elv), élève repéré en difficultés par l'enseignante (suivi par le RASED), qui doit, suite à la transformation effectuée sur la collection, en déterminer le cardinal. Il apparaît que, pour Elv, il y a beaucoup de choses à dénombrer: les 38 billes de la collection dessinée à gauche, les 3 boîtes qui elles mêmes contiennent chacune 10 billes, ce qui donne 30 billes (trois dizaines ?) et les 8 billes organisées en constellation dessinées à côté des boîtes dans la collection dessinée à droite. E. conclut « **les 3 boites**, **10 et 10 et 10 ça fait 30** et **les billes qui restent (**Es: 8) **38, donc** il y a **38 billes »**. Ceci nous amène à nous questionner sur le rôle des boîtes : où est la dizaine puisque l'on dénombre les billes dans les boîtes. Les groupements matérialisés sur la collection dessinée à gauche sont tout aussi explicites, voire plus.

Rappelons que l'enseignante voulait faire ressortir le fait que « c'était ainsi (sur la collection rangée) plus facile de compter (sans se tromper!) ». Sur sa feuille, Elv a numéroté en écrivant un nombre de la suite numérique à côté de chaque bille, et ceci pour toutes les billes. Il avait également relié les billes traçant un chemin et il avait trouvé 39 au lieu de 38. Sur le fichier, il réalisera des groupements pour se conformer aux attentes de la maîtresse. Il n'a probablement pas reconnu l'intérêt de ces groupements et encore moins celui de réaliser des groupes de dix.

Dans sa manière de gérer les réponses, nous notons ici que E. induit très fortement ce qu'elle attend, prenant en charge une partie de la tâche. Elle n'en est probablement pas consciente mais surprise ensuite par rapport aux productions des élèves relatives aux exercices sur le fichier, elle ne remet pas en question ses choix.

L'enseignante est ici « enfermée » à la fois dans son rapport au savoir, peu ouverte par rapport aux compétences à mobiliser, au matériel, peu disponible pour prendre en compte les propositions inédites des élèves, et dans le cadre imposé par le fichier. Avec de telles contraintes qu'en est-il de son mode d'interaction avec les élèves ?

Suite à l'analyse globale selon nos trois approches, analysons finement cet incident critique du point de vue de la médiation mise en œuvre par l'enseignante en nous centrant sur l'aide de E. à Elv.

C'est la première interaction entre E. et Elv à l'initiative de E. qui se rend probablement compte de la non participation de l'élève à la correction. E. interroge Elv (qui reste à sa place) au moment où les boîtes sont dessinées au tableau, reliées par des flèches aux paquets de 10 et les 8 billes restantes représentées sous forme de constellations. E. revient à cet instant à la question de départ en interrogeant Elv «Elv est-ce que tu peux nous dire **combien il y a de billes**?». Elv répondant 30 (quand 38 est attendu), E. modifie son questionnement « alors, **où** est-ce qu'**il y a 30** ? » en s'adaptant à la réponse de l'élève. Puis, face à la réponse suivante d'Elv « 30 dans les boîtes », E. reprend un questionnement guidé dans lequel elle signale les invariants attendus et les raisonnements à effectuer pas à pas «les 3 boîtes, **10** et **10** et **10**, ça fait **30** et les **billes qui restent**?». Elv répond à cette sous-question avec exactitude (8) et indique 38 comme résultat du dénombrement au tableau, résultat validé par E. sans commentaire sur la façon de trouver 38. Remarquons alors que E. interrompt l'interaction avec Elv pour relancer le débat avec toute la classe : « qu'est-ce qu'**on a fait ensemble** ? Qu'est-ce qu'on a fait pour pouvoir compter les billes ? ».

Qu'en est-il de la conceptualisation, de l'intérêt des groupements de 10 pour dénombrer une grande collection ? Nous avons pu constater lors du travail individuel, exercice d'application sur le fichier (cf. annexe) que Elv, comme beaucoup d'élèves, ne peut ni entourer des paquets de 10 ni trouver le résultat avec les boites dessinées. Il est probable que Elv n'a pas compris l'intérêt du passage aux dizaines, groupes de dix puis boîtes, pour dénombrer une collection qu'il peut compter avec une technique anciennement enseignée en classe, efficace dans cette tâche : le dénombrement contrôlé 1 à 1. Elv ne change pas de schème dans la situation nouvelle proposée par E.

Dans nos exemples, en voulant rester au plus près de la situation proposée par le fichier, E. apparaît alors comme une tutrice qui guide l'élève pas à pas, au plus près de la tâche à réaliser. Á ce titre, elle met l'accent sur les éléments qu'elle juge pertinents *a priori*. Ce type d'interaction vise, avant tout, à faire réussir l'élève dans une production ponctuelle, et ne permet pas forcément de s'adapter *in situ,* au niveau de conceptualisation de l'élève. Dans cette situation, les schèmes déjà construits par l'élève ne sont pas mis à l'épreuve.

Une telle tutelle - traduisant une adaptation possible de l'enseignante aux défauts de la situation didactique - est sans doute au service du maintien de l'engagement de l'élève dans la relation pédagogique.

Dans l'analyse de l'intersubjectivité appliquée à ce sous-épisode, il apparaît que l'implication de E. est à nouveau très forte auprès de l'élève en difficulté.

Comme dans le premier incident critique, on retrouve tout au long de ce passage l'alternance **tu-on**, comme par exemple dans l'intervention (1) : **Tu** viens… **on** va…**on** dessine.. **on** ne peut pas…**on** les a rangées… **on** va compter…

On retrouve également le rappel insistant de ce qui est attendu, car nous sommes en fin de séance (1, 5, 9, 15) : (1) **Alors** qui est-ce qui **peut me dire** combien **on a** de boîtes pleines **maintenant** ? ; (5) 3 boîtes pleines et combien y a-t-il de billes ? ; (9) Qui est-ce qui **peut me dire** combien **on a** de billes ? ; (15) Qu'est-ce qu'**on a fait pour pouvoir compter** les billes ?

Ce passage est aussi significativement marqué par l'usage de F.F.A. afin de valoriser le cheminement parcouru par les élèves :

(1) « Bien » ; (9) « Oui, bien… » ; (15) « bien ». Ils s'articulent en cette fin de séance à des marqueurs invitant les élèves au calme : (1) « Erwan**,** assieds-toi, Thomas chut ! » ; (15) « Chut ! Je vois plein d'enfants qui n'écoutent pas grand-chose. Massycelia, Thomas, Michel » (pôle satisfaction).

L'enseignante tente d'amorcer (résolution) un travail individuel : (15) « je vais vous donner votre cahier… c'est vos camarades qui vont m'aider à distribuer. ».

Pour nous, il est intéressant de constater que les trois approches , sans concertation préalable entre nous, se sont concentrées sur les mêmes moments de la séance identifiés comme « critiques ». En termes de conceptualisation *in situ* mise en œuvre par l'enseignante, ces moments ont une épaisseur liée à la multiplicité de ses domaines d'intervention (didactique, médiationnel, intersubjectif). Ils rendent compte de la grande complexité de l'activité enseignante et des différents registres articulés.

V - PERSPECTIVES EN TERMES DE FORMATION

Nous avons choisi de présenter, dans une première partie, les points de convergence de nos analyses qui renvoient principalement au découpage du protocole et au repérage des épisodes significatifs pour la recherche des organisateurs possibles de l'activité de l'enseignante (Bru, Pastré, Vinatier, 2007). La seconde partie est composée de nos trois analyses appliquées à l'ensemble de la séance et à deux de ces épisodes significatifs. Cette dernière partie, sous forme de discussion, souligne les nouvelles hypothèses de recherche et les pistes en termes de formation que nous envisageons.

L'un de nos *a priori* théoriques est qu'à travers les échanges, se dessine un espace de construction du savoir d'une complexité que les novices ne maîtrisent pas pour une grande part. Mais cette absence de maîtrise s'accompagne d'essais dans des registres différents qui sont guidés par des objectifs d'enseignement, d'aide à l'apprentissage, mais aussi de jeux de rôle à tenir dans la dynamique des interactions lors du déroulement de la séance. L'enseignante n'est pas consciente de cette complexité et des différents registres concernés. C'est le résultat de cette analyse à partir de différents points de vue qui nous permet de décrire la situation sous ces aspects et de rendre compte de la difficulté pour l'enseignante novice de maîtriser tous ces éléments. Les aides didactiques que sont censés représenter le fichier et les autres matériels s'ils ne sont pas correctement analysés, ne suffisent pas à garantir le bon déroulement de la séance et l'apprentissage, qualités que l'enseignante leur accorde. Ce qu'elle laisse comprendre à travers l'entretien, après la séance. En effet, lors de l'entretien post-séance, E. précise : « Beaucoup d'élèves n'ont pas compris ce qu'il fallait faire en travail individuel sur fichier : l'intérêt de faire des paquets de 10 pour compter une grande collection ne semble pas encore évident. J'ai dessiné au tableau la collection mais je n'avais pas assez de billes pour que chaque élève ait sa collection à manipuler ce qui pourrait les aider ». E. dit aussi qu'elle n'a pas vu tous les cahiers mais qu'elle s'est rendue compte que le passage au fichier n'était pas clair pour beaucoup plus d'élèves que les trois quarts de la classe habituels. Cependant E. dit que "le collectif classe a bien fonctionné" à son avis bien que les élèves n'ont pas su faire les exercices du fichier.

Le croisement des analyses met en évidence une cohérence dans la lecture globale de la séance et le repérage des moments critiques. Les incidents critiques repérés traduisent selon nos analyses l'écart entre les représentations de E. et la situation d'enseignement-apprentissage et révèlent quelque chose que l'enseignant ne saisit pas de ce qui se joue effectivement dans la séance, par rapport au savoir ou par rapport à l'élève parce que sa préoccupation est de tendre vers ce qu'elle s'était prescrit. L'analyse didactique nous invite à relever différents glissements de sens qui font que le contenu de savoir est complètement dénaturé par l'activité de l'enseignante. L'analyse de la médiation précise cette transformation selon que E. s'adresse à un élève qu'elle juge en difficulté ou à un groupe classe, la tutelle stricte visant un apprentissage de savoir-faire. L'analyse de l'intersubjectivité nous invite à repérer que sa conduite de classe peut se comprendre à partir d'une nécessité, d'ordre identitaire, de construire sa place d'enseignante qui maîtrise la progression de la situation en collant à ce qu'elle a prévu et aux directives du fichier support qu'elle s'est appropriées.

Ainsi, le caractère critique des moments relevés touche différents niveaux de la situation d'enseignement et met en évidence la complexité de cette tâche, surtout pour une novice. Cette première analyse souligne la difficulté pour un enseignant débutant à analyser sa propre pratique et le poids prépondérant du manuel dans la conduite de classe dans ces conditions.

Cette démarche de recherche est encore en cours de développement. L'un des points travaillés est la recherche des transformations que l'objet de connaissance subit dans le déroulement de la (des) séance(s) d'enseignement-apprentissage, les conditions et interprétations possibles de ces évolutions dans une perspective de formation.

Elle nous permet d'identifier différentes dimensions de l'activité dans la situation complexe d'enseignement-apprentissage et leur articulation. Il s'agit de partager des outils d'analyse pour aller plus loin dans la compréhension de ce qui se passe effectivement dans la classe.

Nous envisageons cette analyse comme une proposition pour la formation : dégager des dimensions et leur articulation, les soumettre à l'enseignant et que cela fasse écho, sans complètement déstabiliser, et rechercher des moyens d'améliorer cette pratique (analyse *a priori* plus poussée, étude du matériel et adaptation au niveau réel des élèves …).

Ainsi, avec l'enseignante de notre protocole, certains points pourraient être travaillés :

- l'évolution de la consigne et le rôle attribué au matériel et en particulier le fichier ;

- la médiation qu'elle met en place en nous appuyant sur des échanges significatifs ;

- son implication face au collectif et face à un élève en nous appuyant sur les occurrences verbales.

Cet article empirique cherchant au départ l'intégration de différents points de vue, met en évidence les éléments de convergence sur certains plans et souligne l'apport de ces regards croisés pour mieux saisir la réalité de la situation.

Ce travail d'articulation de différents regards est encore en cours. La transformation de l'objet de savoir semble être un des points pivots d'une telle analyse, les « instruments » psychiques de l'activité de l'enseignant, et son engagement subjectif également. Il reste encore à approfondir cet aspect.

BIBLIOGRAPHIE

BRU M., PASTRE P. & VINATIER I. (Dir.) (2007*) Les organisateurs de l'activité enseignante : perspectives croisées, Recherche & Formation* **56**

BUTLEN, D. (2004) *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles*, Habilitation à Diriger des Recherches en Sciences de l'Education, Université de Paris 8, IREM de Paris 7, Paris

BUTLEN, D., MASSELOT, P., PEZARD, M. (2003), De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP/REP à des stratégies de formation, R*echerche et formation* **44**, 45-61.

BUTLEN, D., MASSELOT, P., PEZARD, M. (2004), In Peltier M.L. (Ed), *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

DOUADY, R. (1987), Jeux de cadres et dialectique outil/objet, *Recherches en didactiques des mathématiques* **7(2)**, 5-32. La Pensée Sauvage, Grenoble.

KERBRAT-ORECCHIONI C. (1990-1992) *Les interactions verbales (Tomes I & II)*, Paris, A. Colin.

MASSELOT, P., ROBERT, A., (2007) *Le rôle des organisateurs dans nos analyses didactiques de pratiques de professeurs enseignant les mathématiques, Recherche et formation* n° 56.

NUMA-BOCAGE, L., LARERE, C. (2006) *Apprentissage du nombre au CP ; sur quelques difficultés de conceptualisation, Nouvelle revue AIS* **33**, 79-95.

NUMA-BOCAGE L. (2007) La médiation didactique, un concept pour penser les registres d'aide de l'enseignant, *Revue Carrefours de l'éducation* **23**, 55-70

NUMA-BOCAGE, L., MASSELOT, P. & VINATIER, I. (2007) Comment rendre compte des difficultés rencontrées par une enseignante débutante dans la conduite d'une séance sur la dizaine au CP ? *Recherche et formation* **56,** 121-137

NUMA-BOCAGE, L., BOYER, C., LARERE, C. (2008), Conceptualisations et difficultés d'apprentissage de la numération décimale : fonction de la base 10, *De la recherche à la pratique: regards pluriels sur l'enseignement des sciences, des technologies et des mathématiques* Houde S. ; Kalubi JC

ORANGE D. & VINATIER I. (2007b) Activité de l'enseignant et problématisation des élèves : l'exemple de la respiration au cycle 3 de l'école élémentaire, *Colloque international de Besançon « Les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves »*, 14-15 mars.

PASTRE P. (1999) La conceptualisation dans l'action : bilan et nouvelles perspectives *Education Permanente* **139**, 13-35.

ROBERT, A., ROGALSKI J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche *Canadian Journal of Science, Mathematics and technology Education (La Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences des Mathématiques et des Technologies)* **2(4),** 505-528.

VERGNAUD G. (1996) Au fond de l'action, la conceptualisation In Barbier J-M (dir) *Savoirs théoriques, savoirs d'action,* Paris, P.U.F, pp. 275-292.

VINATIER, I. (2002) La construction de l'identité en acte dans la relation de service In Mayen P. (Dir) *Education permanente,* **151**, 11-27.

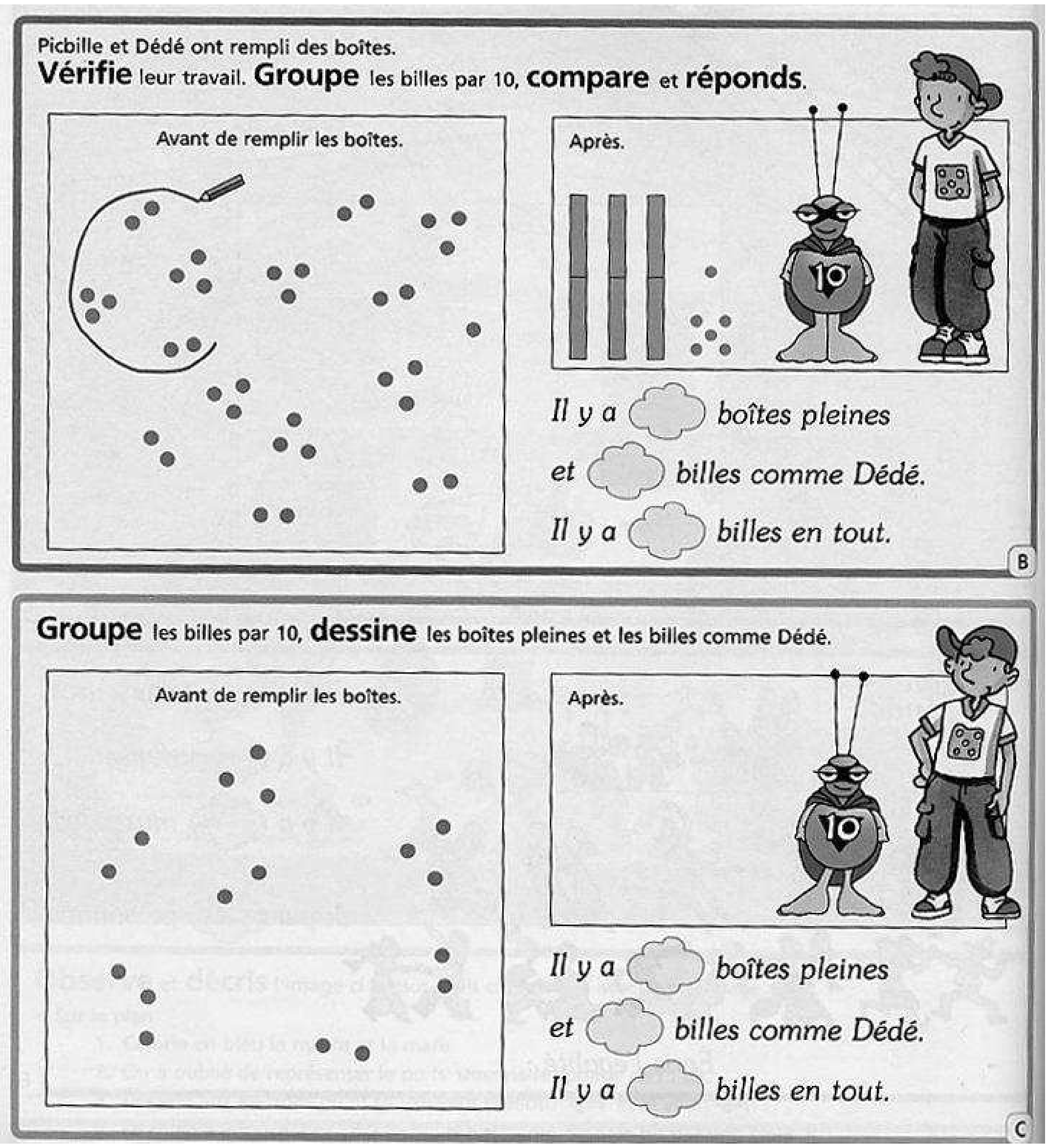
VINATIER, I. & NUMA-BOCAGE, L. (2007) Prise en charge d'un enfant en difficulté de lecture par un maître E : gestion de l'intersubjectivité et schème de médiation didactique, *Revue Française de Pédagogie,* **158**, 85-101.

VINATIER I. (2007a) L'inscription identitaire d'un professionnel de la relation d'aide (maître G) dans une interaction avec un élève en difficulté : une entrée dans l'analyse des dialogues In Specogna A. (Dir) *Enseigner dans l'interaction,* Nancy : PUN.

VINATIER I. (2007 c) La notion d'organisateur dans une perspective interactionniste : définition et enjeux, *Les organisateurs de l'activité enseignante : perspectives croisées, Recherche & Formation,* **56**, 33-46

WEIL-BARAIS, A. & DUMAS-CARRE, A. (1998) *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique*. Berne : Peter Lang.

ANNEXE 1 : EXTRAIT DU FICHIER DE L'ELEVE


Picbille et Dédé ont rempli des boîtes.
Vérifie leur travail. **Groupe** les billes par 10, **compare** et **réponds**.

Avant de remplir les boîtes.

Après.

Il y a ( ) *boîtes pleines*
et ( ) *billes comme Dédé.*
Il y a ( ) *billes en tout.*

B

Groupe les billes par 10, **dessine** les boîtes pleines et les billes comme Dédé.

Avant de remplir les boîtes.

Après.

Il y a ( ) *boîtes pleines*
et ( ) *billes comme Dédé.*
Il y a ( ) *billes en tout.*

C

QUESTION DE TEMPS : ETUDE DES RAPPORTS ENTRE TEMPS LEGAL, TEMPS DIDACTIQUE ET GESTION DES HETEROGENEITES

Marie-Pierre CHOPIN
Doctorante, Université Victor Segalen Bordeaux 2
Équipe DAESL, Laboratoire LACES
marie-pierre.chopin@etud.u-bordeaux.fr

Résumé
Les résultats présentés, extraits d'une thèse[1], reposent sur un travail de terrain mené auprès de huit classes de CM2 (197 élèves). La recherche porte sur l'enseignement de nouveaux usages de l'addition et de la soustraction basés sur la composition de transformations (Vergnaud, 1989, 1990) et concerne spécifiquement la question du temps de l'enseignement. Après un pré-test classique portant uniquement sur des problèmes de composition de transformations, les professeurs des classes observées ont eu pour objectif de faire progresser leurs élèves dans la résolution de ce type de problème : la moitié d'entre eux devait réaliser deux leçons d'une heure ; l'autre, quatre leçons d'une heure.
Quels effets didactiques la contrainte de temps introduite (2 heures ou 4 heures), exerce-t-elle sur l'actualisation et la gestion du projet d'enseignement de ces huit professeurs ? En quoi cette contrainte fait-elle pression sur l'effectivité de la diffusion des connaissances, ou, pour le dire autrement, sur l'avancée du temps didactique ? Quels élèves progressent ? Dans quelles proportions ? Par quels mécanismes ? ... Sur la base d'analyses quantitatives et qualitatives concernant les acquisitions réalisées au cours des séquences et les dispositifs mis en oeuvre, nous fournirons quelques éléments permettant de rendre compte de l'économie temporelle en jeu dans les processus didactiques observés.

Nous proposons, dans cette communication, d'examiner les effets induits par la variation du temps légal (mesuré par l'horloge) sur le temps didactique, temps de la diffusion des savoirs (Chevallard & Mercier, 1987 ; Leutenegger, 2000 ; *etc*). Nous débuterons par une contextualisation rapide de la thématique du temps en éducation. Il s'agira de rappeler la manière dont a été et/ou continue d'être traitée la question des contraintes du temps sur la pratique d'enseignement et d'évoquer les dimensions plus praxéologiques qui lui sont liées (relatives au traitement des hétérogénéités, à la différenciation de la pédagogie, *etc*). Dans un second temps, les éléments méthodologiques de l'étude ainsi que l'échantillon sollicité seront présentés. Nous exposerons alors quelques-uns des résultats importants de la recherche permettant de mettre à jour certains aspects des rapports entre le temps légal et le temps didactique, en lien avec la question de la gestion des hétérogénéités.

---

[1] La thèse, en cours d'achèvement à l'époque de cette communication, sera soutenue en novembre 2007 à l'Université Victor Segalen Bordeaux 2. Elle est intitulée *Le temps didactique dans l'enseignement des mathématiques : approche des phénomènes de régulation des hétérogénéités didactiques*.

I – LE TEMPS EN QUESTION : ELEMENTS DE CONTEXTUALISATION

Dans un petit ouvrage paru en 2006, intitulé *Le temps d'enseigner*, Pierre Waaub décline quelques-unes des manières dont la question du temps se pose aujourd'hui à l'Ecole, et s'impose tout particulièrement aux professeurs dans le cœur de leur pratique. « Les enseignants manquent de temps, écrit-il, et pourtant, tout le monde semble trouver qu'ils en ont assez. Qu'en est-il réellement ? ». Dès les premiers moments de la recherche, ce type de question s'est posé à nous.

Nous débutions notre travail de terrain engageant huit professeurs de CM2 et leurs 197 élèves. Ce jour-là, nous rencontrions, Marion, en charge d'une classe de 22 élèves, pour lui présenter notre projet de recherche sur l'enseignement de l'arithmétique. Après vingt minutes passées à lui exposer les grandes lignes de notre projet, elle déclara avec enthousiasme qu'elle était "partante" pour s'engager dans une collaboration. C'est à ce moment-là que nous lui livrons la dernière information, petit détail purement pratique du protocole expérimental : elle disposerait de deux séances d'une heure pour mener son enseignement. Marion, apparemment surprise, marque une pause qui s'étire un peu, puis finit par répondre : « Deux séances ? Et bien il y aura des résultats pour deux séances et puis c'est tout ! Tu en auras pour ton argent ! ».

I – 1 Prégnance de la dimension provisionnelle du temps

Vraisemblablement, la contrainte de temps imposée pour la réalisation de l'enseignement exercerait une influence tangible sur les effets de ce dernier. Si la mise en garde de Marion est relative aux conditions de la négociation du contrat que nous lui proposons, de telles idées à propos du temps et de ses effets sont largement répandues dans la communauté éducative, tant du côté de la pratique que de celui de la recherche, ou, plus largement, du discours sur l'enseignement. Le temps est vu comme une ressource dont l'allocation aurait des effets quasi automatiques sur l'enseignement : nous parlerons de « dimension provisionnelle du temps ».

Tout au long du 20ème siècle, la variable temps a suscité de nombreuses recherches aux États-Unis, produisant une quantité importante de résultats qu'il n'est pas possible, faute de place, de présenter ici[2]. Dans la plupart d'entre elles, on cherche à évaluer les effets de la quantité de temps alloué pour l'enseignement sur les acquisitions des élèves. Le traitement de cette thématique est plus tardif dans la communauté française ; il est aussi plus composite. Certains auteurs tentent, comme aux États-unis, d'établir des corrélations entre le temps légal et les progressions réalisées par les élèves (Suchaut, 1996 ; Morlaix, 2000). D'autres développent de nouvelles approches, plus qualitatives, notamment autour du concept de temps didactique (Sensevy, 1996 ; Giroux & De Cotret, 2001 ; Favre, 2003…).

L'influence de ces derniers travaux demeure malgré tout relativement restreinte. En revanche, malgré les résultats très contradictoires des études liant quantité de temps et efficacité de l'enseignement, « la dimension provisionnelle du temps », c'est-à-dire l'idée selon laquelle "plus de temps" est associée à un enseignement "plus performant",

[2] Le lecteur pourra se rapporter à notre thèse où à Delhaxhe (1997).

reste prédominante dans le discours sur l'Ecole. Le temps est envisagé comme l'une des rares ressources manipulables dans le processus d'éducation ; il est également présenté comme l'origine de nombreuses difficultés rencontrées par les professeurs pour accomplir leur mission.

Mais que permettrait donc le temps dans l'enseignement ? Pour répondre à cela, l'examen des rapports entretenus entre la variable temps légal et la thématique beaucoup plus large des inégalités scolaires s'avère particulièrement éclairant.

I – 2 Inégalités scolaires, temps de l'enseignement, temps des élèves

Un grand nombre d'études atteste aujourd'hui de l'ajustement des positions scolaires des élèves à leurs positions sociales (Duru-Bellat, 2003 ; Terrail, 2005 ; *etc.*). Pour variées que soient les explications de cet ajustement, le domaine des pratiques d'enseignement est à présent largement mis en cause. Les professeurs ne parviendraient pas à lutter contre « l'indifférence aux différences » dénoncée par Bourdieu et Passeron voilà près de 40 ans. Pourtant, un grand nombre d'injonctions les engagent à le faire : depuis la loi *princeps* de 1989, sous le ministre Jospin, on leur demande d'être en mesure de « tenir compte des spécificités des élèves », de « s'adapter aux différences », de « traiter les hétérogénéités », *etc.* Les mathématiques, dans leur spécificité, n'échappent pas à ce mouvement. Le récent rapport de l'Inspection Générale sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3, soulignant l'adéquation particulière de la pédagogie différenciée avec la nature des savoirs mathématiques, engageait par exemple les professeurs à faire un pas de plus dans le sens d'une différenciation de leur pédagogie (IGEN, 2006).

Cette exhortation à la prise en compte de l'hétérogénéité des classes interpelle la structuration du temps légal de plusieurs manières.

D'abord, tous les élèves n'apprendraient pas au même rythme ; ils seraient caractérisés par une sorte de « disposition » par rapport au temps. L'influence des thèses de Carroll, développées dans les années 1960 aux Etats-Unis, explique en grande partie cette idée. Selon le psychologue américain, un « apprenant réussira l'apprentissage d'une tâche donnée dans la mesure où il y passe la quantité de temps dont il *a besoin* pour apprendre cette tâche » (1963, p. 725). Un tel principe a des conséquences pratiques. Il permet à Bloom de proposer un modèle d'action de l'enseignement : la pédagogie de maîtrise. Plus globalement, le fait qu'il existerait des temps d'apprentissage différents d'un élève à l'autre légitime l'idée d'une différenciation de la pédagogie susceptible de prendre en charge l'adaptation à ces différents rythmes.

Un deuxième élément explique l'importance de la variable temporelle par rapport à la question de la prise en compte des différences individuelles à l'École. Il est lié à ce qui vient d'être dit sur le respect des rythmes personnels et concerne plus particulièrement le coût temporel des dispositifs pédagogiques novateurs tenant compte de l'hétérogénéité des classes. Les travaux d'Aniko Husti sur le temps mobile (1994, 2001) font référence en la matière ; ils sont motivés par la nécessité de remanier les découpages temporels des enseignements en fonction de l'évolution des nouvelles pratiques pédagogiques.

En résumé, plusieurs éléments portent à penser que les deux variables que sont *la quantité de temps allouée pour l'enseignement* d'un côté, les *effets de l'enseignement* de l'autre, entretiendraient un lien de causalité très fort. Et il y a fort à parier que c'est ce que nous signifiait Marion en nous disant que, avec deux heures accordées pour son enseignement, « nous en aurions pour notre argent ». Le temps légal contraindrait l'avancée du temps didactique en limitant le champ des possibilités pédagogiques et, par extension, en limitant le travail de différenciation nécessaire à un enseignement efficace et équitable. Notre travail s'est précisément ouvert sur la mise à l'épreuve de cette idée.

II – DISPOSITIF EXPERIMENTAL

L'étude menée est de type expérimental. Elle concerne huit classes de CM2 de la région bordelaise, soient 197 élèves. La durée d'observation correspond à une séquence, c'est-à-dire un ensemble de séances portant sur le même objet de savoir.

Dans le but d'examiner les effets du temps légal sur les modes d'avancée du temps didactique, nous avons cherché à recréer les conditions standard de l'enseignement dans plusieurs classes, de façon à pouvoir "jouer" sur la variable temps. Pour cela, le domaine mathématique du calcul relationnel a été choisi. Plus particulièrement, les élèves ont été soumis à des problèmes relevant de la quatrième structure additive de la typologie de G. Vergnaud (1989, 1990) : les problèmes TTT[3], dont voici un exemple type :

> *Louise joue deux parties de billes.*
> *Elle joue une partie. À la seconde partie, elle perd 4 billes. Après les deux parties, elle a gagné 6 billes.*
> *Que s'est-il passé à la 1ère partie ?*

L'objet d'enseignement est présenté à chacun des professeurs (individuellement). Nous leur demandons ensuite de réaliser des leçons permettant de faire progresser leurs élèves dans la résolution de tels problèmes, et ce, dans un laps de temps déterminé :

- deux heures pour quatre classes (nous les désignerons par « classes-moins », CLAM) ;
- quatre heures pour quatre autres classes (nous parlerons de « classes-plus », CLAP).

[3] La particularité de cette structure est de ne mettre en jeu que des transformations positives ou négatives, sans qu'aucune indication ne soit fournie sur l'état numérique initial – d'où son appellation courante : " TTT " (" 1ère Transformation – 2ème Transformation - Transformation composée ").

La répartition des professeurs est synthétisée dans le tableau suivant :

Tableau 1 – Temps alloué pour l'enseignement dans les huit classes enquêtées

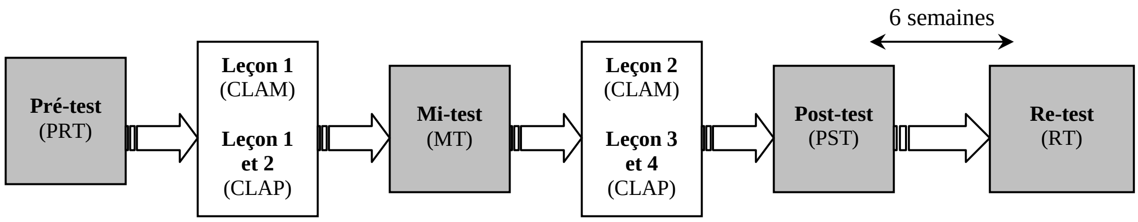
Temps légal	
2h (2x1h) Classes-moins **CLAM**	**4h (4x1h)** Classes-plus **CLAP**
Eco2 - Marion	Eco1 - Thomas
Eco3 - Georges	Eco4 - Daniel
Eco6 - Isabelle	Eco5 - Victor
Eco7 - Pierre	Eco8 - Catherine

Les élèves des huit classes ont été soumis à une batterie de tests tout au long de la séquence :

- un pré-test constitué de 22 problèmes TTT de difficulté variée ;
- un mi-test, à « mi-parcours » (il est constitué d'un assortiment représentatif des problèmes du pré-test) ;
- un post-test, à l'issue de l'ensemble des leçons (identique au pré-test, il permet de mesurer les progressions des élèves grâce à un indice de progression) ;
- et enfin un re-test, six semaines après la fin de l'enseignement (il est constitué de deux parties : la première reprend des problèmes TTT du pré-test et du post-test permettant d'évaluer la pérennité des acquisitions réalisées ; la deuxième porte sur d'autres structures additives de façon à mesurer le domaine de validité des acquisitions).

Le déroulement du protocole est synthétisé par la figure qui suit :

Figure 1 – Déroulement du protocole expérimental dans le temps



Précisons que les professeurs ne sont pas informés du jeu opéré sur la variable temps. Pour eux, nous travaillons sur l'enseignement des mathématiques dans le domaine du calcul relationnel. La contrainte temporelle imposée est assimilable à une fin d'année scolaire où les enseignants n'ont pas le choix que de faire avec le temps qui reste[4].

Pour finir, les 197 élèves de l'échantillon ont été affectés d'un niveau scolaire sur la base de leur score au pré-test :

- pour un score de 0 à 7, les élèves sont dits « faibles » ;
- pour un score de 8 à 15, les élèves sont dits « moyens » ;
- pour un score de 16 à 22, les élèves sont dits « forts ».

Dans la suite de la présentation, nous nous passerons des guillemets pour faire référence aux trois niveaux ainsi construits[5].

III – PREMIERS RESULATS : EFFETS DE LA VARIATION DU TEMPS LEGAL SUR L'AVANCEE DU TEMPS DIDACTIQUE

L'avancée du temps didactique est mesurable à l'aune de la construction de nouvelles connaissances relatives au domaine mathématique travaillé : on parlera d'effets didactiques de l'enseignement. Nous avons évalué ces effets en fonction de la quantité de temps légal allouée pour l'enseignement : 2 heures (CLAM) ou 4 heures (CLAP).

III – 1 Efficacité et équité des enseignements selon le temps

Sur la base du pré-test et du post-test soumis en amont et en aval des séquences (22 problèmes TTT), on a pu mesurer la progression des élèves. Un indice de progression a été calculé à partir de leurs résultats. On le nommera « Ip ». La méthode relative au calcul de cet indice a été mise au point par Sarrazy (1996)[6].

Premier résultat étonnant *a priori*, les classes disposant de 4 heures d'enseignement (CLAP) ne présentent pas une moyenne plus élevée que celles disposant de 2 heures seulement (CLAM). La moyenne des Ip des élèves est de 0,37 pour les CLAM et de 0,27 pour les CLAP. Une analyse de variance à deux facteurs de classification permet

[4] Ce « canular expérimental », comme le nomme Goffman (1991), correspond à une transformation (fabrication) opérée par l'expérimentateur, à l'insu des enquêtés, sur le cadre réel de l'expérience. Goffman qualifie lui-même cette fabrication de bénigne, puisqu'elle ne nuit à personne.

[5] Un chi-deux d'indépendance montre que les classes sont comparables du point de vue de la distribution des niveaux scolaires ($\chi^2 = 15{,}18$; $p = 0{,}37$).

[6] La progression n'est pas évaluée sur la simple différence de scores entre le pré-test et le post-test. L'indice de progression renseigne en effet sur le rapport entre le nombre de problèmes où l'élève a progressé et sa marge de progression possible. Il mesure l'impact didactique de l'enseignement.

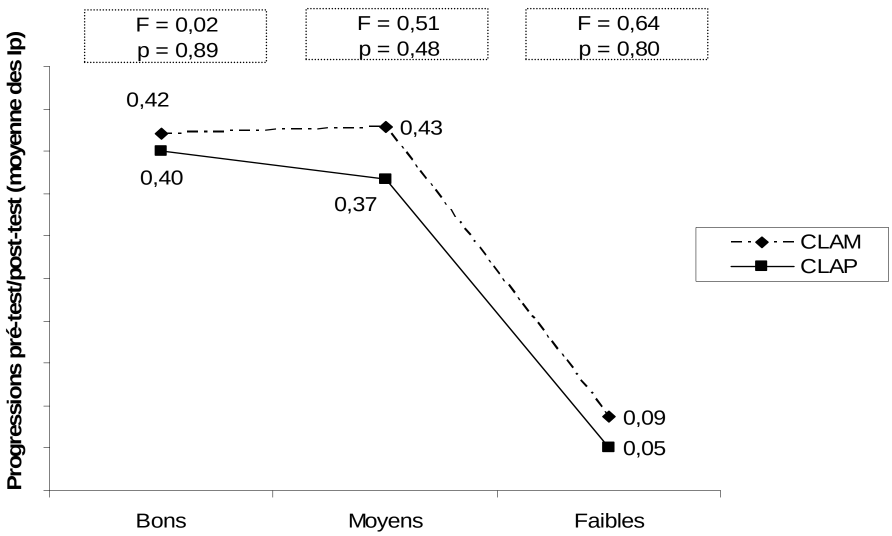
de comparer plus précisément les distributions des Ip par rapport à l'allocation de temps (CLA) et au niveau scolaire de l'élève (NS)[7] :

Tableau 2 – Analyse de variance à deux facteurs de classification (CLA x NS) pour la variable Ip

Sources de variation	*Somme des carrés des écarts à la moyenne*	*Nombre de degrés de liberté*	*Variance (carré moyen)*	*F*		*Probabilité*
CLA	0,06	1	0,06	*F1* =	0,26	0,611
NS	3,71	2	1,85	*F2* =	8,51	0,000
Interaction	0,01	2	0,01	*F3* =	0,02	0,976
Résidus	30,87	141	0,22			
Total	39,55	146	0,27			

Le temps légal n'est donc pas lié aux progressions des élèves (p = 0,611) : CLAM et CLAP sont comparables du point de vue des progressions réalisées. En revanche, le niveau scolaire est fortement associé à ces progressions (p = 0,000). L'interaction des deux variables, quant à elle, est indépendante des effets de l'enseignement (p = 0,976). Le graphique suivant détaille les moyennes de progression de chaque type de classe suivant le niveau scolaire. Les rectangles supérieurs rapportent les résultats de l'analyse de variance des distributions pour chaque niveau scolaire[8].

Figure 2 – Scores de progression par niveau scolaire pour les CLAM et les CLAP



[7] La normalité des deux distributions a été vérifiée (D = 0,12 et p = .20 pour les CLAM ; D = 0,08 et p = .59 pour les CLAP) et leur variance sont homogènes (F = 1,32 et p < .05).

[8] La valeur « p » correspond à la probabilité de rejet de l'hypothèse nulle associée : pas de différence entre CLAM et CLAP.

Le lien entre le niveau scolaire et la progression des élèves apparaît clairement sur la figure précédente : le fait d'être un élève faible est associé à une progression faible ; les élèves qualifiés de « bons » et de « moyens » ont des scores de progression comparables. Ce phénomène se maintient quel que soit le temps légal. Les professeurs disposant de deux fois plus de temps n'ont pas été plus équitables que les autres, comme le confirme l'écart-type des Ip pour les deux types de classe : il est de 0,43 pour les CLAM et de 0,46 pour les CLAP. **Ainsi, avec plus de temps, l'enseignement n'a pas été plus efficace, ni plus équitable.**

III – 2 Qualité de la conceptualisation des élèves

On pourrait penser que le résultat précédent, établissant l'égale efficacité et équité des enseignements dans les CLAM et les CLAP, soit le fait d'un "entraînement" intensif des élèves des CLAM à la résolution de problèmes TTT, ne leur offrant pas la possibilité d'acquérir des connaissances aussi "consistantes" que ceux des CLAP. Deux indicateurs ont été choisi pour éprouver cette hypothèse : 1/ la pérennité des acquisitions réalisées entre le pré-test et le post-test ; 2/ le domaine de validité des connaissances acquises.

III – 2.1 Pérennité des acquisitions

Six semaines après le post-test clôturant la séquence, les élèves ont été soumis à un nouveau test, intitulé « re-test », composé entre autre d'une série de cinq problèmes déjà présents dans le post-test[9]. Ils permettent d'examiner les progressions et régressions des élèves de CLAM et de CLAP réalisées entre le post-test et le re-test, c'est-à-dire en d'autres termes, la pérennité des acquisitions.

Les résultats montrent que, dans les CLAM, il n'y a pas eu de régression significative sur ces cinq problèmes ($\chi^2 = 0{,}78$; $p = 0{,}37$). Ce n'est pas le cas pour les CLAP où il y a eu une régression significative ($\chi^2 = 3{,}77$; $p = 0{,}05$)[10]. Ainsi, **du point de vue de la pérennité des connaissances acquises, la quantité de temps légal allouée en plus n'a pas eu d'effets bénéfiques. Au contraire, ce sont les CLAP qui ont régressé entre le post-test et le re-test.**

III – 2.1 Domaine de validité des acquisitions

Le re-test a également permis de savoir si 4 heures d'enseignement avaient conduit à des acquisitions couvrant un domaine conceptuel plus étendu que ceux dispensés en 2 heures. On pourrait penser en effet que les enseignants disposant de plus de temps auraient davantage de liberté quand à la variabilité des situations proposées et à l'exploration plus élargie du domaine du calcul relationnel permettant aux élèves de faire face à d'autres types de structures du champ conceptuel de l'addition.

[9] Pendant ces six semaines, les professeurs s'étaient engagés à ne pas travailler avec leur classe sur les problèmes TTT.

[10] Nous renvoyons le lecteur à la thèse pour plus de détail sur le traitement des données.

En comparant CLAM et CLAP du point de vue de leur réussite à la série de problèmes relevant d'autres structures additives que la quatrième, nous avons montré que ce n'était pas le cas. **CLAM et CLAP ne diffèrent donc pas du point de vue de la qualité de la conceptualisation des élèves.**

III – 3 Première conclusion

Contrairement à ce qu'on aurait pu attendre, aucun lien n'apparaît ici entre la quantité de temps légal allouée pour l'enseignement et les effets didactiques de ce dernier, ni en termes d'efficacité, ni en termes d'équité, ni du point de vue de la qualité de la conceptualisation des élèves dans le domaine du calcul relationnel (pérennité et domaine de validité des acquisitions). Le temps légal n'exerce pas d'effets automatiques sur l'avancée du temps didactique, au sens où la manipulation pure et simple de cette variable indépendante n'est pas associée à une variation concordante des effets de l'enseignement.

Il n'est pas à dire que le temps légal n'a aucune influence sur l'organisation et la gestion du temps didactique au cours d'un enseignement. Tout enseignant reste bien évidemment en prise avec ce temps auquel il doit s'adapter pour déployer son enseignement. C'est le caractère automatique de ces effets sur les progressions des élèves que nos résultats permettent de réfuter. Ils invitent à dépasser une acception mécanique du lien entre temps légal effets de l'enseignement, associée à un schéma de type input/output, et à considérer que les contraintes du temps légal sont nécessairement médiatisées par le prisme du temps spécifique de la diffusion des savoirs : le temps didactique.

Nous présenterons maintenant quelques-uns des éléments de l'étude du temps didactique réalisée dans notre thèse.

IV – VERS UNE APPROCHE DU TEMPS DIDACTIQUE : STRUTURATION TEMPORELLE DES SEQUENCES ET MODES D'INTERACTION

Une première approche du temps didactique a consisté à comparer les CLAM et les CLAP selon deux aspects : le type de structuration des séquences d'enseignement ; les interactions didactiques entre le professeur et les élèves. Nous présenterons quelques résultats à propos de ces deux dimensions. Leur synthèse et leur interprétation sera réalisée dans la partie suivante.

IV – 1 Structuration temporelle des séquences : qu'a-t-on fait du temps légal dans les CLAM et les CLAP ?

Pour les huit classes de l'échantillon, des synopsis ont été réalisés à partir des enregistrements vidéo effectués. Ces synopsis correspondent à des transcriptions des leçons découpées en deux types d'éléments : des « phases » et des « actions ».

Une *phase* est définie comme un intervalle de temps possédant une stabilité du point de vue du type d'activité dans laquelle les acteurs sont engagés. C'est-à-dire qu'une phase est caractérisée par un ensemble de comportements réguliers, pouvant être identifiés à partir de critères explicites (lever le doigt avant de parler, ou au contraire intervenir sans autorisation). Il est possible de repérer un élément provoquant le changement de phase, que ce soit dans le comportement du professeur qui peut créer une rupture dans l'activité en cours, ou dans celui des élèves[11].

Une *action* est définie selon le même principe qu'une phase ; elle correspond à un intervalle de temps possédant une relative stabilité du point de vue de la nature des événements qui s'y déroulent. Par exemple, la passation de la consigne est une action requérant à peu près toujours la même configuration : le professeur parle face à l'ensemble de la classe ; les élèves écoutent et sont généralement sollicités à la fin de la consigne pour poser leurs questions.

Phase et *action* se distinguent selon un double aspect. D'abord, du point de vue de l'échelle temporelle : l'action est une composante de la phase ; elle décrit plus finement la structuration temporelle de l'enseignement. Ensuite, du point de vue de la nature des événements dont elles rendent compte : les actions permettent de caractériser plus précisément de ce qui est en train d'être fait par le professeur et les élèves.

IV – 1.1 Analyse des phases

Cinq phases ont été définies :

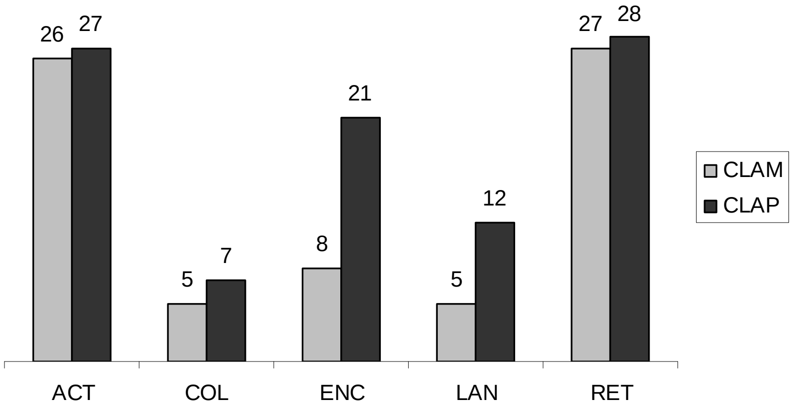
- les phases d'encadrement (**ENC**) : il s'agit des moments d'ouverture et de clôture des séances ;
- les phases de collectif (**COL**) : enseignant et élèves travaillent ensemble, à résoudre le premier problème d'une série par exemple ;
- les phases de lancement de l'activité (**LAN**) : elles concernent les moments de préparation à la phase d'activité des élèves et sont sous la responsabilité du professeur ;
- les phases d'activité (**ACT**) : les élèves travaillent, seuls ou en groupe, à résoudre la tâche qui leur est demandée (recherche, exercice…) ;
- les phase de retour (**RET**) : le temps d'activité est terminé, l'unité de la classe se recompose autour d'un moment de correction ou de mise en commun par exemple.

---

[11] Par exemple, la fin d'une séance est généralement marquée par un moment de clôture permettant au professeur et aux élèves de terminer l'activité en cours, de prendre du recul sur les événements écoulés, d'anticiper ceux à venir lors de la prochaine séance, *etc.* Ce moment fait partie de ce que nous avons nommé une « phase d'encadrement ». L'ouverture de ces phases peut être identifiée par une déclaration du professeur qui demande explicitement l'arrêt des activités et entame un bilan : « Alors, aujourd'hui nous avons classé les problèmes. Demain nous essaierons de les résoudre. ». Elle peut également être repérée par une modification de la configuration spatiale de la classe, comme dans le cas où les élèves regagnent tour à tour leur place après un temps d'activité qui aurait nécessité un déplacement et adoptent une posture d'écoute sans que le maître en ait fait la demande explicite.

Le diagramme suivant résume la distribution des types de phase répertoriés dans les CLAM et les CLAP :

Figure 3 – Quantité de phases de chaque type dans les CLAM et les CLAP



Légende :
ACT – phases d'activité des élèves ; COL – phases de collectif ; ENC – phases d'encadrement ; LAN – phases de lancement de l'activité ; RET – phases de retour.

Comme le montre la figure 3, certaines phases sont plus nombreuses dans les CLAP que dans les CLAM. C'est le cas des phases de lancement de l'activité (LAN) et d'encadrement (ENC). En revanche, le nombre de phases d'activité (ACT), de collectif (COL) et de retour (RET) reste stable quel que soit le temps légal ($\chi^2 = 0,24$; n.s ; $p = 0,89$). Ainsi, concernant la mise en place de certaines phases au cours de la séquence, le temps légal paraît ne pas avoir d'influence.

On s'intéressera particulièrement dans ce qui suit aux phases d'activité et de retour, qui abritent les activités les plus déterminantes pour l'avancée du temps didactique, à savoir :

- pour les phases d'activité (ACT), les moments où les élèves sont confrontés à des situations leur permettant d'éprouver et de construire de nouvelles connaissances (exercices, problèmes…) ;
- pour les phases de retour (RET), les moments où le groupe-classe se recompose pour mettre en commun les procédures ou résultats des élèves, en débattre, s'arrêter sur une solution, *etc.*

L'équivalence numérique de ces deux types ACT et RET, laisserait penser que les phases seraient plus courtes dans les CLAM que dans les CLAP. Pour les phases d'activité (ACT), ce n'est pas le cas : le temps où les élèves sont engagés dans des activités ne varie pas de manière significative avec le temps légal ($U = 321$; $p = 0,30$). Ainsi, avec moins de temps, les professeurs s'arrangeraient pour ne pas répercuter la pression temporelle sur le temps d'activité des élèves, comme si cette dimension de leur enseignement était prioritaire sur les autres. En revanche, les phases de retour (RET) sont nettement plus longues dans les CLAP que dans les CLAM ($U = 266$; $p = 0,03$). Une phase de retour dure en moyenne 6'30 minutes pour les CLAM contre 15'00 pour les CLAP. Comment expliquer cette différence ? Que font les CLAP au cours de cette phase de retour que ne font pas les CLAM ? C'est ce à quoi permettra de répondre l'analyse des actions.

IV – 1.2 Analyse des actions

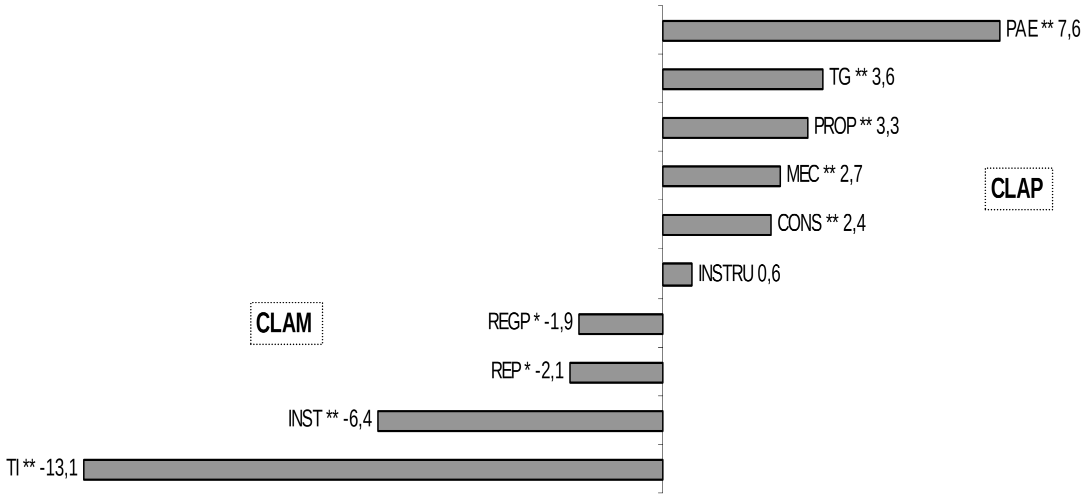
L'analyse des actions offre un maillage plus fin relatif à la composition du temps légal d'enseignement dans les deux types de classes. Dix actions ont été retenues :

- les actions de Travail Individuel **(TI)** : les élèves travaillent seuls sur les énoncés soumis par le professeur ;
- les Institutionnalisations **(INST)** : le professeur institutionnalise des éléments de savoir, des méthodes, *etc.* apparues au cours de l'enseignement ;
- les actions de présentation de la Réponse **(REP)** : professeurs et élèves établissent publiquement la réponse au tableau (écriture de l'algorithme et/ou de la phrase réponse) ;
- les Régulations publiques du Professeur **(REGP)** : le professeur régule magistralement les erreurs des élèves ;
- l'organisation Instrumentale **(INSTR)** : le professeur prépare l'activité à venir en donnant aux élèves des consignes instrumentales (se mettre en groupe, prendre une feuille, *etc.*) ;
- la présentation de la Consigne **(CONS)** : le professeur donne sa consigne ;
- la Mise En Commun **(MEC)** : à la suite de travail de groupe, les réponses des élèves sont mises en commun pas le professeur au tableau (elles sont affichées, listées, commentées) ;
- les Propositions d'élèves **(PROP)** : parfois, des élèves interviennent spontanément pour lever des aspects non présentés par le professeur (proposer une autre méthode au cours d'une correction, exprimer un désaccord argumenté sur la solution adoptée, *etc.*) ;
- le Travail de Groupe **(TG)** : les élèves travaillent en groupe ;
- les moments de Parole Aux Élèves **(PAE)** : le professeur fait discuter les élèves, d'une manière très ouverte, sur un sujet relatif à la leçon, pour leur permettre d'exprimer leur avis.

La fréquence d'occupation temporelle (sur l'ensemble de la séquence) de chacune de ces actions a été calculée, puis comparée entre les CLAM et les CLAP. Par exemple, les actions de travail individuel (TI) représentent 34 % du temps légal dans les CLAM et 21 % dans les CLAP. Grâce à la méthode de l'écart-réduit, il est possible de conclure à une différence significative de représentation de ce type d'actions dans les CLAM et les CLAP ($\varepsilon = 10,47$; s. ; $p <.01$). Autrement dit, le travail individuel (TI) est surreprésenté dans les CLAM par rapport aux CLAP.

Le graphique suivant fait apparaître les différences de pourcentage de représentation des actions entre CLAP et CLAM :

Figure 4 – Surreprésentations des types d'actions dans les CLAM et les CLAP



Légende :
PAE – parole aux élèves ; TG – travail de groupe ; PROP – proposition d'élève ; MEC – mise en commun ; CONS – consigne ; INSTRU – instrumental ; REGP – régulation du professeur ; REP – réponse de l'élève ; INST – institutionnalisation ; TI – travail individuel.

* l'écart-réduit renvoie une différence de pourcentage significative à .05 entre CLAM et CLAP
** l'écart-réduit renvoie une différence de pourcentage significative à .01 entre CLAM et CLAP

Lecture : il y a une différence de 13,10 points en faveur des CLAM entre la fréquence du travail individuel (TI) des CLAM et des CLAP ; il y a une différence de 7,61 points en faveur des CLAP entre la fréquence des moments de parole aux élèves (PAE) des CLAM et des CLAP.

Nous notions plus haut une stabilité du nombre et de la longueur des phases d'activité (ACT) entre les CLAM et les CLAP. La surreprésentation du travail individuel dans les CLAM et du travail de groupe dans les CLAP apporte une information nouvelle quant à la qualité de ces activités, plutôt axées sur le travail individuel dans les CLAM et sur le travail de groupe sur les CLAP.

Du point de vue des phases de retour maintenant (RET), dont nous avons vu qu'elles ne variaient pas en nombre mais en longueur (plus longues dans les CLAP que dans les CLAM), l'analyse des actions apporte également une information qualitative sur l'occupation de ce temps. On constate en effet que les CLAP favorisent les moments de mise en commun (MEC), de parole aux élèves (PAE) et de propositions d'élèves (PROP), quand les CLAM donneraient plus d'importance aux moments d'exposition de la réponse (REP), de régulations publiques de la part du professeur (REGP) et d'institutionnalisation (INST). Ces éléments permettent de caractériser la nature des phases de retour dans chaque type de classe.

Dans les CLAP, les phases de retour apparaissent comme la scène de l'exercice de la parole des élèves. Ce sont eux qui ont la main sur la situation, qui expriment leur avis et présentent leurs propositions. Dans les CLAM, les phases de retour possèderaient davantage un caractère centralisé (où l'enseignant aurait la main, intervenant pour réguler publiquement les réponses des élèves) et basé sur le savoir en jeu (institutionnalisations et établissement explicite de la réponse). Le gain de temps s'explique ainsi facilement par cette différence de profil. Les phases de retour sont plus chronophages dans les CLAP que dans les CLAM où le professeur paraît reprendre la main de façon assez nette sur l'avancée du temps didactique en dirigeant plus étroitement les phases de retour.

IV – 2 Modes d'interaction maître-élève(s)

Les derniers résultats à être présentés portent sur les interactions didactiques maître-élèves. Ces interactions ont été comptabilisées pour chacune des huit classes. Il a donc été possible de calculer des scores d'interactions pour l'ensemble des CLAM et des CLAP.

D'abord, les interactions apparaissent clairement comme un instrument de l'avancée du temps didactique d'autant plus sollicité que le temps légal est réduit. En effet, moins l'enseignant dispose de temps pour son enseignement, plus il interagit avec ses élèves. Un élève de CLAM est interrogé en moyenne 9 fois par heure, contre 6 pour un élève de CLAP.

Qu'en est-il de la nature de ces interactions dans les CLAM et les CLAP ? Huit modalités d'interactions ont été définies :

- les Déclarations du professeur **(D)** : le professeur délivre des informations à un élève ou un groupe d'élèves ;
- les interactions d'Orientation (**O)** : le professeur ne délivre pas directement d'information mais oriente l'élève vers la solution, souvent à l'aide de ce que Brousseau nomme des « effets Topaze » ;
- les interactions de Contrôle **(C)** : le professeur cherche explicitement à s'assurer de la compréhension de l'élève (« Est-ce que tu as compris ? », « qui n'a pas trouvé ? ») ;
- les interactions de Validation **(V)** : le professeur informe l'élève sur la validité de sa réponse mais sans lui donner les moyens de comprendre ses erreurs éventuelles ;
- les interactions d'Explicitation **(E)** : le professeur cherche à faire expliciter les procédures des élèves leur ayant permis de résoudre les problèmes soumis ;
- les interventions spontanées des élèves **(S)** : un élève prend la parole sans que le professeur la lui donne ;
- les interrogations nominatives fermée **(X)** : le professeur interroge un élève qui n'a pas demandé la parole.
- les interrogations nominatives ouvertes **(Y)** : le professeur interroge un élève qui a demandé la parole.

Nous avons procédé, comme pour l'analyse des actions, à des comparaisons successives de pourcentages (méthode de l'écart-réduit) afin de faire apparaître les modalités interactives surreprésentées dans les CLAM et dans les CLAP.

Le tableau suivant synthétise les résultats :

Tableau 3 - Bilan des surreprésentations des modalités interactives

	modalités interactives		
	publiques et privées	*publiques*	*privées*
surreprésentées dans les **CLAM**	D - X	D - X	C - X
surreprésentées dans les **CLAP**	E - O - V - Y - S	E - V - Y - S	O - V
pas de différence entre **CLAM et CLAP**	C	C - O	D - E - S

Légende :
D – déclaration du professeur ; X – interrogation nominative fermée ; C – interaction de contrôle ; E – demande d'explicitation ; O – interaction d'orientation ; V – interaction de validation ; Y – interrogation nominative ouverte ; S – intervention spontanée d'un élève.

Comme on pouvait s'y attendre, les interactions publiques sont plus fermée et directives dans les CLAM (D et X) que dans les CLAP (E, O, Y et S). Ce premier constat laisserait penser que le temps légal supplémentaire autoriserait des comportements interactifs plus « ouverts » dans les CLAP. Ces résultats corroborent ceux précédemment établis sur la base de la structuration en phases et en actions des séquences : plus de temps permettrait un "effacement" de la présence de l'enseignant au profit d'une place plus importante laissée aux élèves. Le professeur deviendrait alors plus "accompagnateur" que "régisseur" de l'enseignement.

Toutefois, la spécification des interactions publiques et privées permet d'affiner l'analyse et apporte un nouvel éclairage sur la signification des différences observées entre CLAM et CLAP. Deux groupes d'interactions peuvent être identifiés : celles permettant au professeur de délivrer des informations (d'enseigner) ; celles permettant le contrôle des connaissances des élèves (l'évaluation).

Les interactions de type déclaration du professeur (D) sont surreprésentées dans les CLAM. Le professeur délivre explicitement et publiquement des informations aux élèves. Dans les CLAP, ce sont les interactions d'orientation (O) qui semblent jouer ce rôle, mais dans le domaine privé essentiellement. On peut alors faire l'hypothèse que ces interactions O sont associées à une individualisation de l'enseignement. Dès lors, le mode sur lequel le professeur délivre des informations à ses élèves dans les CLAP serait plus individuel (dans le privé) et indirect (l'orientation O prévaut à la déclaration D).

Concernant le contrôle de la compréhension des élèves, les professeurs de CLAM interrogent de manière fermée les élèves (X) et recherchent explicitement leur adhésion aux explications fournies (C). Dans les CLAP, les deux types de modalité interactive qui rempliraient cette fonction sont : la validation (V), permettant au professeur de prendre acte de l'état de connaissance de ses élèves ; l'explicitation de leur démarche de la part des élèves (E). Pourtant, d'une façon qui pourrait surprendre *a priori*, les sollicitations concernant l'explicitation des démarches personnelles (E) dans les CLAP ne sont pas privées mais publiques. Qu'en conclure ? Probablement que ce type d'interaction (« expliciter sa démarche ») ne revêt pas tant une fonction cognitive (savoir ce que l'élève a fait ou voulu faire, *etc.*) qu'une fonction didactique par la mise à disposition, pour le groupe, d'une démarche « qui réussit ». On pourrait finalement parler d'un enseignement par procuration, se réalisant dans la sphère publique. Ainsi, au final, cette interaction E rejoindrait davantage le premier groupe d'interactions, permettant au professeur de délivrer de l'information.

Nous proposons maintenant de synthétiser et d'interpréter l'ensemble de ces résultats.

V – SYNTHESE, DISCUSSION ET CONCLUSIONS

L'étude des effets de la variation du temps légal sur les effets et les modes d'organisation de l'enseignement a permis de faire apparaître plusieurs résultats.

V – 1 Les effets de la variation de temps légal sur les enseignements

D'abord, l'idée d'un lien automatique entre la quantité de temps légal et les effets de l'enseignement a été rejetée. « Plus de temps » n'est pas associé à plus d'efficacité, plus d'équité, ni même à une meilleure conceptualisation des élèves. Dans le fond, on s'étonne assez peu de constater que la progression de l'horloge ne génère pas en elle-même l'acquisition de nouvelles connaissances chez élèves. Les résultats présentés ici permettent de faire apparaître ce fait de manière concrète. Ils soulignent le caractère inopérant des approches de type input-output de la question du temps de l'enseignement et pointent la nécessité, pour la compréhension des phénomènes temporels de l'enseignement, de prendre en compte le temps spécifique de la diffusion des savoirs : le temps didactique. D'après nos résultats, ce dernier possède bien une autonomie relative puisqu'il résiste à la variation du temps légal du point de vue de l'effectivité de son avancée (les effets de l'enseignement en termes de progression), ou encore du point de vue de la structuration de l'enseignement, selon certains aspects.

En effet, la variation du temps légal entre CLAM et CLAP n'est pas non plus associée à des variations mécaniques de la manière dont se réalise l'enseignement. Par exemple, certaines phases (comme les phases d'activité) résistent à la pression du temps. Tout se passe comme si les professeurs, mus par une sorte de sens pratique (Bourdieu, 1980), "protégeaient" certains aspects de leur enseignement.

La variation du temps légal semble tout de même avoir exercé des effets sur la structuration des séquences dans les CLAM et les CLAP. Les phases de retour (RET) sont par exemple le lieu où s'expriment les plus grosses différences entre les CLAM et les CLAP du point de vue des types d'action structurant l'enseignement. Avec plus de temps, ces phases de retour apparaissent comme la scène de l'exercice de la parole des élèves : ce sont eux qui ont la main sur la situation, qui expriment leur avis et présentent leurs propositions. Dans les CLAM, les phases de retour possèdent un caractère plus magistral et centré sur le savoir en jeu.

L'analyse des interactions va dans le même sens. D'une manière générale, elles sont plus directives dans les CLAM où le professeur interagit davantage sur le mode déclaratif (D) ou interrogatif fermé et nominatif (X). Dans les CLAP, le professeur a tendance à orienter les réponses (O) plutôt qu'à délivrer des informations. Il valide ou invalide les réponses des élèves (V), accueille davantage d'interactions spontanées (S) et demande aux élèves d'expliciter leur démarche (E). Bref, le temps supplémentaire autoriserait ici des comportements interactifs plus "ouverts", moins "dirigistes".

V – 2 Interprétation et conclusion

À ce stade, une première conclusion se dessine : moins de temps favoriserait un enseignement où le professeur occuperait une place centrale, dirigerait davantage l'enseignement – nous parlerons d'enseignement de type « magistral » ; plus de temps permettrait un enseignement aménageant plus de place à l'activité de l'élève, et notamment à l'exercice de sa parole – nous parlerons d'enseignement de type « actif ». Mais alors, que conclure à propos de la stabilité des acquisitions réalisées par les élèves dans les CLAM et les CLAP ? Nos résultats auraient-ils simplement permis de mettre en évidence l'égale performance de deux styles d'enseignement (magistral *vs* actif) sur des durées variant respectivement du simple au double ? Il s'agirait là d'une conclusion précipitée, pour plusieurs raisons.

La première tient à sa faible consistance théorique. S'il ne peut être exclu qu'un enseignement magistral permette effectivement une meilleure avancée du temps didactique, nous ne possédons aucune explication convaincante sur la nature du processus à l'œuvre dans ce phénomène. La seconde raison est empirique. La diversité des "blasons pédagogiques" des huit professeurs de notre échantillon est avérée. Au cours de nos entretiens, certains revendiquent une posture de type « actif », d'autres plutôt de type « magistral » Toutefois, nous avons vérifié que les groupes CLAM et CLAP étaient équilibrés du point de vue du style d'enseignement des professeurs qui les composent. Un troisième argument se joint aux précédents. L'ensemble des variables mises à l'étude, aboutissant à cette opposition « actif » *vs* « magistral », concerne des aspects largement formels des situations d'enseignement aménagées par les professeurs (types de structuration des séquences en phases et en actions, types d'interactions), peu informatifs du point de vue des conditions didactiques *stricto sensu* de l'enseignement. D'ailleurs, nos résultats ont montré que le temps supplémentaire n'avait pas conduit à une meilleure conceptualisation du calcul relationnel chez les élèves : les connaissances relatives à la 4ème structure additive ne sont pas plus pérennes ni plus étendues dans les CLAP que dans les CLAM.

L'interprétation des variations entre CLAM et CLAP doit donc être précisée, au-delà de la question du style d'enseignement *stricto sensu*. L'analyse des interactions permet d'envisager le dépassement de cette première hypothèse.

Nos résultats ont en effet permis de montrer que les modalités interactives surreprésentées dans les CLAM et dans les CLAP pouvaient, à première vue, refléter des conceptions différentes de l'enseignement (plutôt magistral pour les premières et plutôt actif pour les secondes) et corroborer ainsi l'hypothèse précédente. Toutefois, nos analyses ont montré que, au-delà de ces différences de nature, ces interactions rempliraient en fait des fonctions similaires dans l'avancée du temps didactique. Par exemple, quel que soit le temps légal disponible, les professeurs s'arrangeraient pour qu'un enseignement soit publiquement délivré. Avec moins de temps ils prennent en charge eux-mêmes cet enseignement ; avec plus de temps ils le dévoluent aux élèves (généralement les bons). Aussi est-il possible de nuancer l'hypothèse précédente : la quantité de temps légal agirait bien sur le style de l'enseignement, mais ces effets s'exerceraient davantage sur la *nature* des dispositifs mis en place, que sur leur *fonction* dans l'avancée du temps didactique.

Un *instrument* peut être défini comme un objet servant à la réalisation d'un travail ; il est considéré par rapport à son usage (par exemple, un marteau est l'instrument utilisé pour planter un clou). Le *mode*, du latin *modus*, quant à lui est défini comme la « manière de », la fonction. En musique, l'instrument produit des sons. Le mode, quant à lui, concerne « la structure générale du système mélodique ou harmonique, considéré principalement sous le rapport des intervalles [séparant les notes de la gamme] et de leur organisation »[12]. Le fait de produire un son avec un instrument ne détermine pas les modulations de la partition : l'harmonie du morceau ne dépend pas des types d'instruments dont l'on joue mais bien de la manière dont on en joue. Concernant l'enseignement, nos résultats permettent d'avancer que le temps légal aurait influencé la nature des instruments de l'avancée du temps didactique sans modifier considérablement le morceau joué, sans bouleverser l'orchestration de cette avancée en termes de modes. « Plus ça change, plus c'est la même chose » dirait Watzalwick[13].

Ceci nous permet d'opérer une ouverture en guise de conclusion. Nous avons, dès le début de cette communication, associée la question du temps légal à celle des hétérogénéités et de leur traitement. La question que nous souhaitons poser pour finir pourrait être formulée ainsi : sur lequel de ces deux aspects (instruments ou modes d'avancée du temps didactique) les injonctions à différencier la pédagogie et à traiter l'hétérogénéité se répercutent-elles ? Notre position, étayée par les résultats présentés ici et par ceux constituant la suite de la thèse, consiste à penser que c'est essentiellement sur les instruments et non sur les modes.

Pour répondre à leur mission le mieux possible et le plus fidèlement à ce qui est attendu aujourd'hui de la part de l'institution, les professeurs solliciteraient des instruments d'enseignement *a prior*i adaptés au projet qu'ils poursuivent (travail de groupe, discussion entre élèves, débat, *etc.*). Ces instruments, que nous appelons aussi « formes d'enseignement » sont en effet largement présentés comme le véhicule d'un enseignement différencié, aménageant plus d'espace à l'élève dans la construction de ses connaissances *etc.* On pourrait faire l'hypothèse que, plus ces instruments sont présentés comme des solutions *sui generis* à l'hétérogénéité des classes, plus ils sont investis de propriétés s'autonomisant des conditions strictement didactiques de l'enseignement telles que, par exemple, celles relatives à la structuration du savoir enseigné. Les modes de l'avancée du temps didactique sont pourtant dépendants de ces conditions. En effet, l'activité de l'élève, considérée en dehors de toute réflexion sur la nature du milieu permettant de satisfaire aux intentions didactiques du professeur, a peu de chances de porter naturellement ces conditions de satisfaction et ne saurait, en conséquence, générer l'apprentissage des élèves. Il en va de même pour le débat dans la classe, le tutorat, le passage par des représentations (schématisation, manipulation, *etc.*), ou tout autre « instrument » d'enseignement. En d'autres termes, nous faisons l'hypothèse que les instruments d'enseignement seraient d'autant plus déconnectés de leur fonction modale dans l'avancée du temps didactique qu'ils sont pensés comme des éléments autonomisés de la construction d'un milieu spécifique pour l'enseignement.

Ces conclusions ne doivent pas être interprétées comme une mise en cause de l'idée d'une pédagogie différenciée, une argumentation en faveur du rejet de dispositifs permettant de traiter les hétérogénéités. Bien au contraire, nos résultats permettent

---

[12] *Dictionnaire de la musique* (Larousse, 1994, p. 523).

[13] *Cf.* Watzlawick, Weakland et Fisch (1975, p. 19).

d’interpréter les « changements nuls » de ces formes d’enseignement apparus ici sans incriminer le principe de ces formes. Ils permettent d’expliquer que la pédagogie différenciée ou les pédagogies dites « actives » puissent ne pas avoir d’effet sur les progressions des élèves et ne pas être pour autant à rejeter. Ils imputent ces changements nuls au fait que ces formes d’enseignement sont, dans le discours noosphérien, comme autonomisées des conditions didactiques de leur mise en œuvre et, par conséquent, n’agissent qu’en surface sur l’enseignement (sur les instruments de l’avancée du temps didactique et non sur ses modes). En ce sens, notre communication invite bien moins à rejeter ces principes qu’à les « re-didactifier », par un retour à l’examen des conditions de la situation à travers laquelle ils s’actualisent nécessairement. Voilà quel pourrait être l’un des intérêts de la position théorique que nous avons adoptée, consistant à considérer ensemble, dans l’analyse, le temps légal, la gestion des hétérogénéités et le temps didactique.

BIBLIOGRAPHIE

BOURDIEU, P. (1980). – *Le sens pratique*. Paris: Les Éditions De Minuit, 474 p., coll. "Le sens commun".

CARROLL, J.B. (1963). – A Model of school learning. *Teachers College Record,* 64(8), 723-733.

CHEVALLARD, Y. & MERCIER, A. (1987). – *Sur la formation historique du temps didactique*. IREM d’Aix Marseille, n°8.

DELHAXHE, A. (1997). – Le temps comme unité d'analyse dans la recherche sur l'enseignement. *Revue Française de Pédagogie,* 118, 107-125.

DURU-BELLAT, M. (2003). – Inégalités sociales à l'école et politiques éducatives. Sl : Unesco, 95 p.

FAVRE, J.-M. (2003). – Etude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement de la multiplication dans une classe d'enseignement spécialisé. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*.

GIROUX, J. & René De Cotret, S. (2001). – Le temps didactique en classe de doubleurs. *Actes de l'AFDEC*. Montréal: Université de Montréal, 41-72.

GOFFMAN, E. (1991). – *Les cadres de l'expérience*. Paris: Les Éditions de Minuit, 573 p., coll. "Le sens commun".

HUSTI, A. (1994). – *Gagner/perdre du temps dans l'enseignement: opinion d'élèves et de professeurs.* Paris: INRP, 184 p.

HUSTI, A. (2001). – Temps approprié et temps mobile: un levier de changement en France. *In* L. Dupuy-Walker & C. St-Jarre (dir.), *Le temps en éducation : regards multiples*. Sainte-Foy (Canada) : Presses de l’Université du Québec, XXIV, 434 p., coll. « Éducation et recherche ».

IGEN (2006). – *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*. Paris: Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. Rapport n°2006-034, 70 p.

LEUTENEGGER, F. (2000). – Construction d'une "clinique" pour le didactique. Une étude des phénomènes temporels de l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(2), 209-250.

MORLAIX, S. (2000). – Rechercher une meilleure répartition du temps scolaire en primaire pour favoriser la réussite au collège. *Revue Française de Pédagogie*,130, 121-131.

SARRAZY, B. (1996). – *La sensibilité au contrat didactique*. *Rôle des Arrières-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique au cycle trois.* Thèse pour le doctorat de l'Université de Bordeaux II. Mention Sciences de l'Education [sous la direction de P. Clanché], 775 p.

SENSEVY, G. (1996). – Le temps didactique et la durée de l'élève. Etude d'un cas au cours moyen : le journal des fractions. *Recherches en didactique des mathématiques,* 16(1), 7-46.

SUCHAUT, B. (1996). – La gestion du temps à l'école maternelle et primaire: diversité des pratiques et effets sur les acquisitions des élèves. *L'Année de la recherche en sciences de l'éducation*, 123-153.

TERRAIL, J.-P. (dir.) (2005). – L'école en France. Crise, pratiques, perspectives. Paris: La Dispute/SNEDIT, 243 p., coll. "Etats des lieux".

VERGNAUD, G. (1989). – L'obstacle des nombres négatifs et l'introduction à l'algèbre. *In* Bednarz et Garnier, *Constructions des savoirs, obstacles et conflits*. Ottawa, Agence du NARC, 76-83.

VERGNAUD, G. (1990). – La théorie des champs conceptuels. *Recherche en didactique des mathématiques,* 10(23), 133-170.

WAAUB, P. (2006). – *Le temps d'enseigner*. Loverval: Editions Labor, 130 p., coll. "Quartier Libre".

WATZLAWICK, P., WEAKLAND, J. & FISCH, R. (1975). – *Changements. Paradoxes et psychothérapie*. Paris: Seuil, 189 p., coll. "Points. Essais".

PRODUCTION DE PREUVES ET RESOLUTION DE PROBLEMES ARITHMETIQUES AU CM

Jacques DOUAIRE
Formateur IUFM de Versailles
Université de Cergy-Pontoise
Equipe ERMEL, INRP
Jacques.Douaire@wanadoo.fr

Résumé
Quelles sont les preuves que peuvent produire des élèves de Cours Moyen dans la résolution de problèmes arithmétiques ? Quelles justifications et critiques peuvent-ils formuler lors des phases de validation ? Cette communication aborde les raisonnements élaborés par les élèves et les problèmes et situations didactiques expérimentés dans des classes situées en ZEP.

I – PRESENTATION

Les résultats et méthodes exposés ici sont issus de plusieurs travaux sur les preuves et les argumentations développées par les élèves du cycle 3 qui ont été conduits d'abord dans le cadre des recherches menées à l'INRP, principalement avec l'équipe ERMEL entre 1994 et 1997 (cf ERMEL 1999 a), puis approfondis dans le cadre de la thèse que j'ai soutenue en 2006 à Paris VII.

Constats initiaux

A l'école primaire, plusieurs systèmes de validation coexistent : la validation pratique par le recours à des objets réels ou représentés, la simple vérification du respect des données et contraintes de l'énoncé mais aussi la production de preuves intellectuelles s'appuyant sur des raisonnements et des propriétés notamment quand les autres types de validation deviennent impossibles. Le développement de ces preuves intellectuelles (cf. Balacheff 1988) suppose le recours à des situations les rendant nécessaires et à la mise en œuvre de débats où elles puissent être formulées et critiquées au moyen d'arguments mathématiques produits par les élèves eux-mêmes, mais où le maître est le garant des conclusions. Le travail de preuve comporte donc à la fois la formulation de propositions personnelles qui deviennent publiques, la constitution progressive de critères de preuve et l'établissement de la vérité selon ces critères.

Les programmes pour l'école primaire posent la question de la preuve, mais aussi du rôle de l'argumentation dans l'accès à des raisonnements mathématiques. L'importance des interactions langagières dans la construction des savoirs disciplinaires y est aussi mise en évidence. Dans la pratique, la mise en œuvre de situations de preuve est souvent difficile pour des enseignants du primaire, tant au niveau de l'analyse préalable des enjeux scientifiques spécifiques aux mathématiques, par delà les aspects sociaux ou langagiers des débats, que dans la conduite même de ces débats. L'utilisation par des enseignants qui ne sont pas des spécialistes de la discipline, dans des conditions ordinaires, de situations qui garantissent une réelle activité mathématique de preuve des élèves, suppose la robustesse de ces dispositifs d'enseignement.

Recherches conduites

Lors de la recherche sur les apprentissages numériques «Apprentissages mathématiques et argumentation au cycle 3 » (INRP 1994-1997), nous avions constaté que les élèves étaient capables de prendre conscience de la nécessité de prouver - de ne pas en rester à un simple constat ou à une affirmation sans justification - et qu'ils pouvaient élaborer des preuves compatibles avec des critères mathématiques (cf. ERMEL 1999 a). Nous avions aussi constaté que pour produire ou critiquer des justifications, ils étaient capables de développer une argumentation en mathématiques qui avait, comme toute argumentation scientifique, une double finalité : établir la justesse d'une affirmation et convaincre un auditoire (ici celui que forme la communauté que constitue la classe).

Dans le cadre de ma thèse («Analyse didactique des processus de preuve dans le domaine numérique au cycle 3 ») j'ai privilégié trois objets d'analyse : les raisonnements et les arguments élaborés par les élèves, les problèmes et les situations didactiques, la gestion des phases de validation par les enseignants.

2- PROBLEMES DE PREUVE

Les problèmes étudiés sont des « problèmes-ouverts » dont la finalité est double. D'une part développer des stratégies de recherche : apprendre à gérer des procédures par essais successifs (garder la trace des essais, en identifier les variations, anticiper des ajustements au voisinage du but), formuler des conjectures, émettre des hypothèses, et d'autre part permettre aux élèves de produire des preuves. Dans ce type de problèmes toutes les informations nécessaires à leur compréhension sont présentes dans un énoncé relativement court. Ces problèmes ont aussi été choisis de façon à ce que les enjeux relatifs à la preuve n'interfèrent pas avec des connaissances en cours d'acquisition au CM, par exemple la division ou les nombres décimaux**,** afin de ne pas mettre en valeur des procédures que seuls quelques élèves auraient déjà pu acquérir, ou qui réduiraient le débat à l'expression des seuls élèves dont la compétence en mathématiques est reconnue. Les problèmes numériques choisis sont de plusieurs types :

1) Problèmes de recherche de toutes les possibilités

Par exemple, atteindre 97 en ajoutant des multiples de 3 et de 8 (*Golf* au CM1). Dans ce problème, après avoir produit des solutions, les élèves ont à prouver qu'ils les ont toutes trouvées. Il y a quatre solutions pour les valeurs 97, 3 et 8 : 3x3 + 8x11 ; 3x11 + 8x8 ; 3x19 + 8x5; 3x27 + 8x2.

2) Problèmes à deux contraintes

Plusieurs situations de ce type ont été proposées ; j'en citerai ici deux, l'une destinée au CM1 (L*es trois nombres qui se suivent* : trouver trois nombres entiers qui se suivent dont on connaît la somme), l'autre au CM2 (*Somme et Différence*: trouver deux nombres entiers dont on connaît la somme et la différence).

Dans la situation ***Les trois nombres qui se suivent***, après avoir résolu le problème pour des valeurs qui admettent une solution et pour laquelle la validation s'appuie sur la simple vérification des contraintes de l'énoncé, deux problèmes de preuve peuvent être proposés : la preuve d'une impossibilité - que nous exposerons ici - et celle des conditions d'existence d'une solution. Pour prouver une impossibilité, les élèves ont à trouver trois nombres entiers qui se suivent dont la somme est 25, puis, une fois que le constat a été établi qu'aucune solution entière n'a été trouvée, les élèves produisent, individuellement, par écrit, une proposition justifiant à leurs yeux cette impossibilité. Ces propositions sont ensuite débattues collectivement.

Dans la situation ***Somme et différence***, lorsque la somme et la différence sont toutes les deux paires, ou toutes les deux impaires, il y a une solution, sinon le problème est impossible. Après avoir résolu le problème pour des valeurs qui admettent une solution, les élèves ont à prouver l'impossibilité de trouver une solution avec des nombres entiers pour deux valeurs particulières (avec S impaire et D paire ou l'inverse). La preuve de cette impossibilité est demandée une fois que les élèves constatent qu'ils ne trouvent pas de solution. Un autre problème porte sur la recherche de tous les nombres qui sont la somme de trois nombres qui se suivent.

3) Des problèmes d'optimisation

Dans la situation ***Le plus grand produit*** (CM1 ou CM2), les élèves ont à chercher, parmi les décompositions additives d'un nombre en nombres entiers, celle(s) dont le produit des termes est le plus grand. Par exemple pour 10, la décomposition 3+3+2+2 donnera le produit 3x3x2x2 = 36. La preuve de la solution s'appuie sur plusieurs propriétés : la décomposition ne comporte ni de 0 ni de 1 (ces propriétés sont des évidences au CM et s'appuient sur des savoirs connus), la décomposition ne comporte pas de nombre supérieur ou égal à 5, car pour de tels nombres, il existe des décompositions dont le produit des termes est plus grand (pour 5, 3x2=6). Elle ne comporte donc que des 2 des 3 ou des 4 et lorsque le nombre de 2 est égal ou supérieur à trois, on remplace trois 2 par deux 3 sans modifier la somme mais en améliorant le produit. Les preuves de ces propositions prennent donc appui sur l'énoncé de résultats numériques.

4) Problèmes de dénombrement

Dans la situation ***Cordes*** (CM2), les élèves ont à trouver le nombre de cordes reliant 210 points sur un cercle, après avoir cherché pour 6 points et 10 points.

En résumé, les élèves ont à prouver, selon les problèmes :

- l'impossibilité d'une solution pour certaine(s) valeur(s). Par exemple dans *Les trois nombres qui se suivent* : « Pourquoi il n'y a pas de solution pour 25 ?»

- l'unicité d'une solution pour certaine(s) valeur(s) des données

- l'exhaustivité des solutions, par exemple : « quels sont les nombres qui sont la somme de trois nombres qui se suivent ? »

- l'optimalité d'une solution, comme dans la situation *Le plus grand produit.*

3. ANALYSE DES PREUVES PRODUITES

L'analyse des preuves produites dans ces situations durant plusieurs années dans 8 classes de CM1 ou de CM2 s'appuie, selon le problème posé, sur les productions écrites des élèves (résultats, procédures, propositions, justifications élaborées) ainsi que des échanges oraux produits lors des mises en commun où les propositions sont débattues.

Selon les problèmes, les preuves relèvent de deux grands types. Pour certains problèmes la preuve peut être établie par un raisonnement garantissant l'exhaustivité des solutions numériques ; pour d'autres problèmes la preuve suppose la production de nouvelles propositions.

1) Preuves basées sur une organisation d'essais

Pour **prouver l'exhaustivité des solutions** produites**,** comme par exemple dans le problème *Golf* (atteindre 97 en ajoutant des multiples de 3 et de 8), l'élève doit identifier les solutions identiques et les solutions différentes et pouvoir en produire des nouvelles. En premier il est nécessaire qu'il formule la solution en nombre de 3 et nombre de 8 ; en particulier l'élève doit repérer les solutions présentant le même nombre de 3 et le même nombre de 8. Par exemple il devra reconnaître que deux sommes comportant onze 8 et trois 3 écrits dans un ordre différent correspondent à la même solution. Il lui est aussi possible de faire des échanges 3 x 8 = 8 x 3 par exemple passer de 97 = 11 x 8 + 3 x 3 à 97 = 8 x 8 + 11 x 3.

Cette réorganisation d'essais de calculs sert aussi pour **prouver une impossibilité**, en assurant un encadrement par exemple pour *Les trois nombres qui se suivent* (preuve de l'impossibilité pour 25 en l'encadrant entre 7+8+9 =24 et 8+9+10 = 27). Certaines de ces tentatives de preuve fondées sur une organisation des calculs demeurent partielles ; pour l'exemple précédent, certains élèves produisent simplement le début d'encadrement 7+8+9=24 et concluent ensuite à l'impossibilité.

Dans les deux cas, l'efficacité de la gestion des procédures par essais dépend de l'écart entre le premier essai et le but à atteindre. Elle est fonction de l'interprétation de cet écart pour l'évolution des essais suivants : évolution des essais se rapprochant ou non du but ; choix de valeurs permettant de réduire rapidement les écarts et donc le nombre de calculs, ou production de toutes les valeurs intermédiaires, avec un risque accru d'erreurs de calculs qui peuvent aussi handicaper ces stratégies.

Ces réorganisations supposent en général de fixer une des variables et de faire parcourir à l'autre un ensemble de valeurs. Dans ces cas, la réduction de l'ensemble des solutions peut être déterminée directement à partir d'un raisonnement sur des valeurs numériques particulières. Il s'agit donc d'une définition du champ des possibles justifiée par un raisonnement garantissant l'exhaustivité.

Dans ces différents types de problèmes il y a une continuité entre les procédures produites pour la résolution (en général des essais de calculs prenant en compte une des contraintes avec vérification sur la deuxième) et les procédures produites pour la preuve (de l'exhaustivité ou de l'impossibilité par encadrement) : il s'agit de réorganiser (et compléter) des essais de calculs produits antérieurement.

2) Preuves nécessitant l'élaboration de propositions puis leur critique

Elles portent sur la validité de propositions visant un degré de généralité et non pas simplement des procédures produites pour des valeurs particulières. Plusieurs niveaux peuvent être distingués suivant que ces propositions constituent : une formulation complète de la solution (proposition nécessaire et suffisante), une proposition nécessaire mais non suffisante constituant une étape importante de la solution, comme par exemple « il faut prendre des nombres plus petit que 5 » (*Le plus grand produit*), une proposition vraie mais ne conduisant seule à la solution, comme par exemple la formulation du rôle du 1 « il ne faut pas prendre de 1 » (*Le plus grand produit*), une proposition ambiguë ou imprécise, une proposition erronée, ou une proposition décrivant simplement la tâche (« il faut multiplier les nombres… »).

Les justifications produites par les élèves pour les propositions formulées antérieurement peuvent aussi être classées en plusieurs catégories.

En premier, les preuves valides que constituent des justifications nécessaires et suffisantes, par appel à une propriété ou un raisonnement, notamment la production d'un contre-exemple ; puis les justifications nécessaires mais non suffisantes et les justifications dont le statut n'est pas encore déterminé (justification s'appuyant sur une propriété vraie et probante, mais ni reconnue par la classe, ni prouvée par l'élève).

Parmi les justifications non valides, certaines s'appuient sur une propriété erronée ou sur une propriété vraie mais non probante car sans rapport avec la proposition (affirmer que 25 n'est pas la somme de trois nombres qui se suivent car 25 est impair), ou sur une expérience cruciale, ou basée sur des exemples, ou relevant de l'empirisme naïf. D'autres se limitent à une description de la tâche ou font simplement référence à une expérience scolaire.

Dans ce second type de problèmes, il peut y avoir une rupture entre les procédures utilisées pour la recherche de solutions pour des valeurs particulières, par exemple trouver le plus grand produit pour 10, et des procédures de preuve faisant appel à des propriétés qui n'ont pas été réactualisées lors de la phase de résolution précédente.

3) Résultats sur deux années

L'étude des productions des mêmes vingt et un élèves durant deux années successives, met en évidence leurs capacités à élaborer des preuves, ainsi que la diversité des preuves produites.

Relativement aux **procédures fondées sur la réorganisation d'essais de calculs,** celles ne prenant pas en compte les données du problème sont exceptionnelles et en y ajoutant les non réponses elles représentent moins de 5% de l'ensemble. Les procédures permettant d'établir la solution ou de l'approcher sont aussi fréquentes que celles cohérentes avec le problème mais ne présentant pas une stabilité ou une organisation suffisante pour y parvenir. Certaines difficultés sont liées à la mise en œuvre de procédures par essais de couples de nombres : erreur de calcul, absence de bilan, interprétation erronée des résultats… Ces difficultés ne sont pas spécifiques aux problèmes de preuve et leur maîtrise constitue d'ailleurs un des objectifs de ces situations visant à développer des stratégies de recherche chez les élèves du cycle 3, en particulier l'identification de ce qui varie dans les essais successifs.

Relativement aux **justifications produites**, nous avons pu constater leur qualité. En effet d'une part, il n'y a pas de justification extra-mathématique, et d'autre part, l'ensemble des justifications redondantes ou rappelant la tâche constituent moins de 10% des réponses. Sur l'ensemble des problèmes sollicitant la production de justifications il y a un peu moins de la moitié d'entre elles qui sont probantes et plus du tiers de justifications partielles ou nécessitant d'être elles-mêmes explicitées.

En résumé, si de nombreux élèves réussissent à produire des preuves, notamment des justifications, qui sont tout à fait compatibles avec ce qui peut être attendu à ce niveau compte tenu des limites langagières, tous n'ont pas progressé de la même manière durant ces deux années. Mais les problèmes de preuve proposés ont aussi contribué à développer des procédures de calcul.

4.REMARQUES SUR LES SITUATIONS

Les écarts constatés dans certaines situations entre les preuves produites et celles attendues sont liés notamment à plusieurs causes. Citons en trois parmi d'autres :

1) L'absence d'enjeu de preuve, liée à une évidence partagée

Par exemple, dans le problème *Somme et différence,* la formulation par une élève qu'il n'y a pas de solution parce que l'un des nombres (la somme) est paire et l'autre (la différence) est impaire constitue une proposition qui rencontre l'adhésion de toute la classe, car elle prend appui sur les nombreux essais que les élèves ont produits sans pouvoir aboutir. Seuls quelques-uns croient nécessaire de produire une justification de l'impossibilité qui soit fondée sur un encadrement des solutions par des calculs.

2) La poursuite des calculs sur des valeurs particulières

Nous avons vu que dans certaines situations il y avait une rupture organisée entre une première phase où les élèves produisaient des solutions particulières, dépourvues d'enjeu de preuve, et les phases de preuve. Un risque réside dans le maintien par certains élèves d'un intérêt centré sur la production de solutions particulières au détriment de formulations de solutions plus générales.

3) Les exigences de précision

Une contrainte constante aux situations de preuve portant sur un problème général est la nécessité pour le maître de faire abandonner des formulations imprécises car les significations que leur accorde chaque élève peuvent être différentes. Par exemple le terme « petit nombre » (*Le plus grand produit*) utilisé par un élève recouvre un champ différent pour un autre, sans qu'ils perçoivent cette ambiguïté.

5.CONCLUSIONS

Trois pistes me paraîtraient intéressantes à approfondir. La première porterait sur l'analyse de la continuité des processus de preuve développés au primaire et au collège. Il serait utile de regarder plus finement cette évolution des processus de preuves et de la conception associée de l'établissement de la vérité en mathématiques, à ces niveaux de fin de l'école primaire et du début du collège. Cette étude pourrait prendre plus largement en compte les interactions produites, au moyen de débats argumentatifs au sein de petits groupes d'élèves, lors de la formulation de conjectures ou de la production de preuve. Toutefois la question se pose de l'articulation entre cette problématique et celle de la conception de la démonstration, de son apprentissage et de l'articulation avec des argumentations mathématiques (sur ce point voir Pedemonte 2002).

Une seconde question de recherche porte sur l'analyse des conditions, relatives aux dispositifs de formation, permettant la maîtrise des compétences professionnelles en jeu dans les mises en commun.

Une troisième question de recherche, qui n'est pas sans rapport avec la première, consisterait à prolonger ce qui a été présenté ici pour le choix des problèmes et à élaborer une structuration du champ de problèmes arithmétiques susceptibles de permettre le développement des processus de preuve.

BIBLIOGRAPHIE

Balacheff N. (1988), Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves du Collège . Thèse d'Etat, Université Joseph Fourier, Grenoble.

Douaire J. (2006), Analyse didactique des processus de preuve dans le domaine numérique au cycle 3 de l'école primaire. Thèse, Université Paris VII.

Douaire J, Elalouf M.-L., Pommier P. (2005), « La gestion des mises en commun en mathématiques, en sciences et en observation réfléchie de la langue au cycle 3 : savoirs professionnels et spécificités disciplinaires » *Grand N* n°75.

Douaire J. (coordination) (2004), *Argumentation et disciplines scolaires* (INRP 329 p.)

Douaire J., Argaud H.-C.,Dussuc M.-P., Hubert C. (2003), « Gestion des mises en commun par des maîtres débutants » in *Faire des maths en classe ? Didactique et* *analyse de pratiques enseignantes* (coordination Colomb J., Douaire J., Noirfalise R. ADIREM/INRP).

Douaire J., Hubert C. (2001), « Mises en commun et argumentation en mathématiques » *Grand N* n° 68

Equipe ERMEL (1999 a), *Vrai ? Faux ? … On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3* (coordination Douaire J. et Hubert C. INRP).

Equipe ERMEL, *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2* (1999 b) ; *CM1* (1997) ; Hatier.

Pedemonte B. (2002), Etude didactique et cognitive des rapports entre l'argumentation et la démonstration dans l'apprentissage des mathématiques. Thèse Université Joseph Fourier (Grenoble I) et Université de Gênes.

INFLUENCES INSTITUTIONNELLES SUR L'INTEGRATION DES TICE EN MATHEMATIQUE

IMBERT Jean-Louis
IUFM Midi-Pyrénées
Doctorant UMR ADEF Aix-Marseille
Jean-louis.imbert@toulouse.iufm.fr

Résumé :
Cette communication rend compte d'un aspect d'un travail de recherche, entrepris dans le cadre de la préparation d'une thèse sous la conduite de Teresa ASSUDE, UMR ADEF Aix-Marseille. Ce travail porte sur l'étude des conditions et contraintes de l'intégration des TICE dans les pratiques mathématiques à l'école élémentaire.
Je présente une partie où je caractérise des éléments d'assujettissement auxquels sont soumis les enseignants et la distance qu'ils prennent avec ces contraintes (CHEVALLARD), dans les différentes institutions. L'objectif étant de dégager des indicateurs sur les conditions d'intégration.
L'état des lieux des pratiques déclarées par les enseignants en matière de TICE décrit un faible niveau d'intégration en mathématiques.
Après avoir présenté ces données, je présente les résultats de l'analyse de l'influence que peut avoir des institutions sur l'usage des TICE en m'appuyant sur :

L'influence de la chaîne des représentants institutionnels IEN, CPAIEN, AIM[1]
L'influence des programmes à partir de leur évolution depuis le plan IPT[2]
L'influence des manuels à partir des choix fait par cinq « auteurs ».

[1] Maître Animateur Informatique

[2] Plan Informatique pour Tous

INFLUENCES INSTITUTIONNELLES SUR L'INTEGRATION DES TICE EN MATHEMATIQUE

L'objet de cette communication est de présenter des éléments du travail de thèse que je réalise sous la direction de Teresa ASSUDE à l'UMR ADEF (Apprentissage, Didactique, Evaluation, Formation) d'Aix-Marseille dans l'école doctorale « Cognition, Langage, éducation » de l'Université de Provence.

L'objet d'étude est l'identification des conditions et des contraintes de l'intégration des Technologies d'Information de Communication dans l'Enseignement (TICE).

J'ai retenu pour le temps imparti de ne présenter qu'une dimension de ces conditions et contraintes, celles liées à l'influence des institutions.

Je présenterai un état des lieux des pratiques enseignantes en mathématiques à l'école élémentaire, puis le cadre théorique qui m'a permis d'interroger les rapports institutionnels des sujets en jeu, enfin j'utiliserai cette théorie pour analyser des données recueillies sous diverses formes.

I - METHODOLOGIE GENERALE

Mon constat de départ est issu de mon expérience professionnelle de formateur IUFM en mathématiques et en TICE: les TICE sont peu utilisées dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Pour valider ce constat, j'ai effectué un recueil de données auprès de 15 enseignants, au moyen d'un questionnaire sur Internet, portant sur les pratiques déclarées intégrant des TICE dans toutes les disciplines, à remplir après chacune des séances « TICE » pendant 5 semaines.

Le traitement de ce recueil de données a validé mon constat de départ.

Pour expliquer ce constat, j'ai fait **deux hypothèses** de causalité :

- l'une prenant en compte des influences externes à la classe, c'est-à-dire institutionnelles
- l'autre prenant en compte des raisons internes à la classe

Afin d'analyser les influences externes, j'ai utilisé le cadre théorique de la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) qui permet de définir les notions d'institution, de praxéologie et d'intégration des TICE.

A la lumière de ce cadre théorique, pour vérifier ma première hypothèse, j'ai analysé l'influence de plusieurs objets institutionnels :

- étude des programmes : évolution historique de l'intégration des TICE et analyse des derniers programmes en Mathématiques, dans le but de repérer des indicateurs susceptibles d'influencer les enseignants

- enquête exploratoire auprès des équipes de circonscription : entretiens locaux enregistrés de 3 I.E.N. responsables des TICE, de 3 C.P.A.I.E.N., de 3 M.A.I[3].. Cette première enquête m'a permis d'élaborer un questionnaire national envoyé par courrier électronique à 95 I.E.N. responsables des TICE, et à leurs équipes de circonscription. Cette enquête exploratoire avait pour but d'identifier le rapport personnel de ces responsables à l'intégration des TICE en Mathématiques, susceptible d'influencer les enseignants

- étude des manuels : étude de 5 manuels à la recherche de la présence des TICE dans les séances de Mathématiques et le dispositif d'utilisation, accompagnée d'une enquête auprès de leurs auteurs (questionnaire succinct aux 5 auteurs et entretien téléphonique enregistré avec les auteurs de 2 manuels intégrant des TICE.)

Cette étude avait pour but de connaître les arguments d'une intégration et d'une non intégration des TICE.

Afin d'analyser les influences internes, j'ai utilisé le cadre théorique de la Théorie des Situations, et celui de l'intégration des TICE du point de vue anthropologique et instrumental. Ce cadre me permet d'analyser les situations didactiques en termes de milieu et de confronter les projets des enseignants à leur mise en œuvre, en y intégrant la dimension instrumentale qui permet de modéliser l'action des enseignants.

Pour vérifier ma deuxième hypothèse, j'ai effectué une enquête auprès de 5 enseignants de CE1, CM1 et CM2, sur 4 à 8 séances réparties en 2 périodes : octobre-décembre et avril-mai, par enregistrement vidéo et audio des séances et par entretien ante et post-séance.

Cette enquête avait pour but d'identifier comment les enseignants géraient les différentes phases de la séance et vérifier, sur la durée, s'il y a apprentissage des enseignants.

Pour cette communication, je ne développerai que la première hypothèse.

[3] Maître Animateur Informatique

II - ÉTAT DES LIEUX DES USAGES DES TICE DANS LES PRATIQUES ENSEIGNANTES A L'ECOLE PRIMAIRE

II - 1 Méthodologie du recueil des données

Tout d'abord mon expérience de formateur m'a permis d'observer que l'utilisation des TICE n'est pas très importante en mathématiques à l'école primaire. J'ai mis en place un dispositif de recueil de données des pratiques enseignantes pour valider ce constat.

Le dispositif a consisté à recueillir des fiches de description de séances où les TICE sont utilisées. La sélection de la population étudiée a pris en compte plusieurs aspects :

- répartition zone rurale, zone urbaine et zone péri-urbaine ;
- équipement informatique en réseau, en poste isolé dans et hors de la salle de classe ;
- possibilité de remplir le questionnaire sur un site web[4] ;
- participation de tous les enseignants dans une école ;
- engagement de répondre au questionnaire pendant 5 semaines.

Cela a permis d'observer dans cinq écoles dix-sept enseignants de la classe de Grande Section au CM2, pendant cinq semaines.

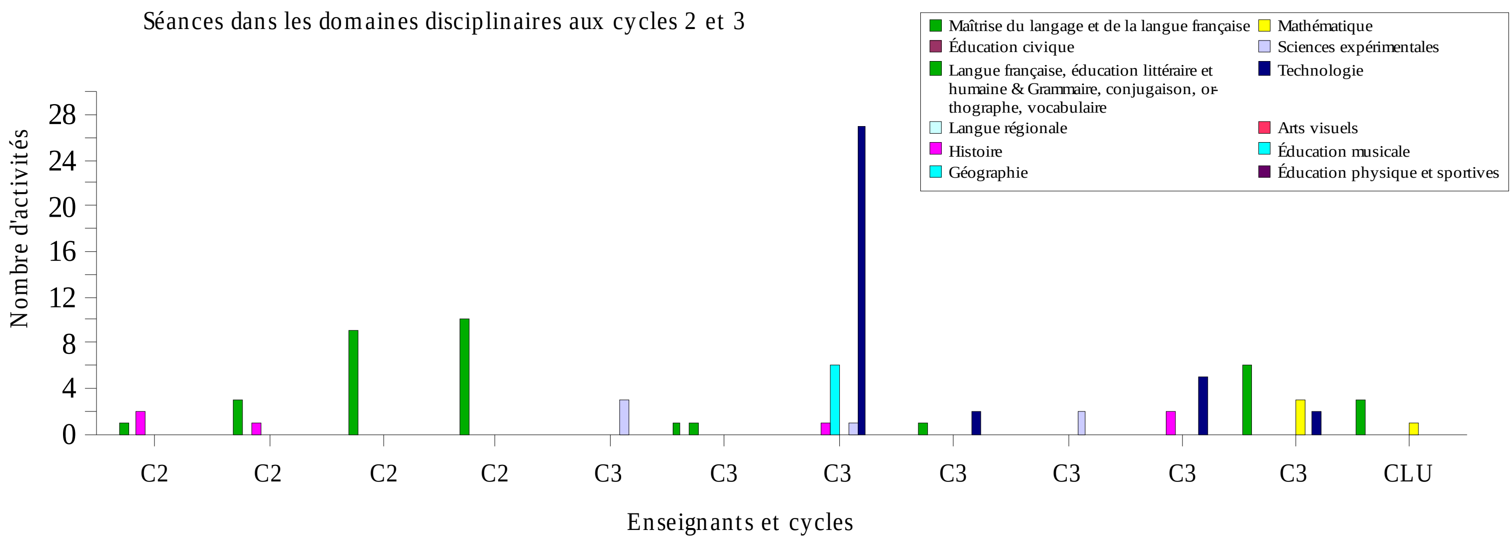
J'ai choisi de ne pas retenir les données associées aux pratiques des enseignants de l'école maternelle, trop peu nombreux, pour lesquels il n'était pas raisonnable d'établir des résultats statistiques. La population du recueil de données a donc été réduite à 15 enseignants de l'école élémentaire qui ont saisi 93 fiches de leurs activités utilisant les TICE.

I. Les résultats du recueil de données :

Le graphique ci-dessous présente la répartition des activités par enseignant, identifié par son cycle et par discipline[5]

4 http://imbert.jl.free.fr/enquete/

5 Les enseignants associent l'usage d'internet ou de l'email à la technologie.



I - 1. 1 La fréquence d'utilisation générale et disciplinaire

La médiane des séances est de 9 pour les cinq semaines soit moins de 2 séances par semaine pour un enseignant sur deux et la moyenne est de 2,1 séances par semaine. Ce niveau d'utilisation est confirmé par plusieurs enquêtes Eurydice[6]. La première, en 2001, relève une moyenne d'usage de 3,4 heures par semaine. La seconde en 2004 étudie les déclarations des élèves qui disent utiliser les TICE pour 24% « une à plusieurs fois par mois » et pour 36% « quasiment jamais »[7].

Les enseignants utilisent les TICE au plus dans 4 domaines disciplinaires mais pour 40% elles ne sont un outil que dans deux disciplines. Sur 93 séances, 4 séances seulement concernent les mathématiques. La plupart des enseignants, soit 80% utilisent les TICE dans les domaines de la langue. Nous avons pu observer que 87% n'utilisent pas les TICE en mathématiques.

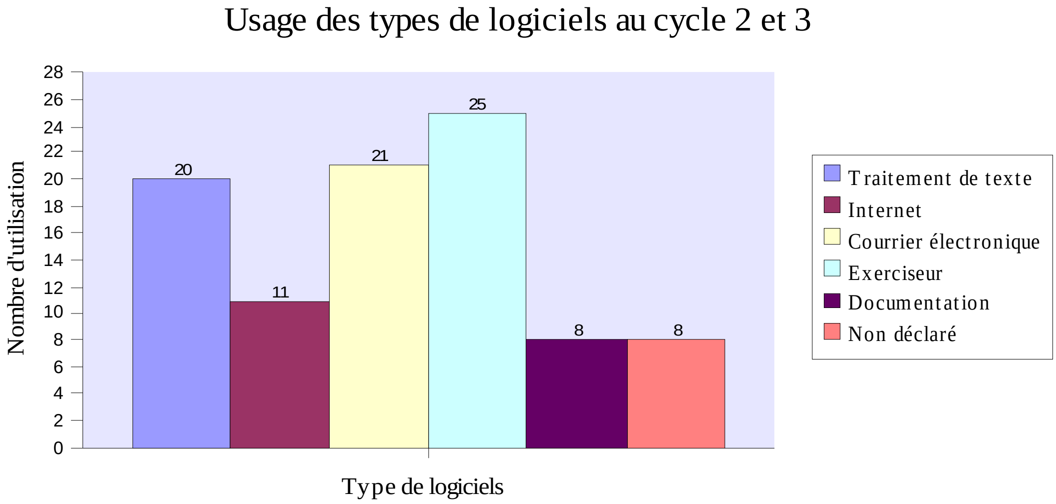
Ainsi nous pouvons affirmer que par rapport à notre échantillon, l'utilisation des TICE en mathématiques est faible.

I - 1. 2 Les logiciels utilisés

---

6 Indicateurs de base sur l'intégration des TIC dans les systèmes éducatifs européens Faits et chiffres page 14 Rapport annuel 2000/2001 Eurydice Le réseau d'information sur l'éducation en Europe

7 Chiffres clés des technologies de l'information et de la communication à l'école en Europe- page 54 - Édition 2004 http://www.eurydice.org/portal/page/portal/Eurydice/showPresentation?pubid=048FR



Les enseignants de 9 classes sur 12 font utiliser le traitement de texte comme outil pour une activité d'apprentissage. Seulement 4 enseignants utilisent des exerciseurs, mais lorsqu'ils les utilisent, c'est quasiment le seul type de logiciel en usage dans la classe : 100% pour les enseignants « E11 »[8] et « E16 », 90% pour « E20 » et « E13 » fait office d'exception avec 57%. L'utilisation du courrier électronique est le fait d'une seule classe pour de la correspondance scolaire. Il est remarquable qu'il s'agisse de l'enseignant dont la classe a le plus grand nombre de séances utilisant les TICE et dans quatre domaines disciplinaires.

Ces résultats sont conformes à ceux rapportés par CHAPTAL (2002) à propos d'une étude comparative entre les systèmes scolaires aux USA et en France *« Le traitement de texte vient en tête avec 50 % des enseignants, [...] puis les exerciseurs (encore 28 %). Les outils de simulation et de création graphique viennent ensuite avec respectivement 23 % et 21 %. Les tableurs et bases de données ne représentent que 16 % et les outils de création multimédia 9 %. Quant à l'e-mail, il ne sont que 7 % à l'utiliser en classe ».*

L'usage qu'ils font de l'outil informatique laisse penser que la représentation qu'en ont les enseignants est celle d'un outil de production de documents.

I - 1. 3 L'environnement matériel d'usage des TICE

« Équiper et connecter tous les établissements d'enseignement » était pourtant un des trois grands axes retenus par JOSPIN alors premier ministre (Conférence d'Hourtin 1997, janvier 1998) et ALLEGRE (novembre 97) ministre de l'éducation nationale, pour préparer l'entrée de la France dans la société de l'information sous la forme d'un Programme d'action gouvernemental pour la société de l'information (PAGSI). Si je n'ai jamais observé de pratiques de classes intégrant les TICE sans ordinateur (!), mon enquête ne permet pas d'identifier une corrélation significative entre les équipements informatiques des écoles et l'usage effectif des TICE par les enseignants.

Je n'ai pas non plus pu établir de relation entre le nombre d'élèves de la classe et la fréquentation des ordinateurs. Ce qui me fait écrire que le nombre d'élèves en classe ne semble pas constituer un obstacle à l'usage des TICE.

---

8 Pour identifier par ailleurs les enseignants j'ai utilisé une notation E_i que je reprends ici en tant qu'étiquette.

I - 1. 4 Validation du constat et les questions suggérées

Si les niveaux d'équipements informatiques et le rapport nombre d'élèves par ordinateur ne semblent pas déterminants, en revanche on retiendra deux observations : d'une part, les enseignants utilisent peu les logiciels pour les mathématiques et principalement des exerciseurs, d'autre part, ils utilisent la technologie « ouverte » du traitement de texte en français.

Cela reflète une représentation que se font les enseignants de l'usage de l'outil informatique dans leur classe.

Les usages en mathématiques sont peu nombreux, limités dans leur fonction, quelles que soient les conditions d'organisation de la vie de la classe. Le domaine de la langue semble être plus ouvert à d'autres pratiques.

Face à ce constat plusieurs questions se posent :

- Quelle influence a sur l'Ecole et ses enseignants la « société de l'information et de la communication » ?
- Quelles sont les influences que peut ressentir l'enseignant lorsqu'il s'interroge sur l'utilisation des TICE dans sa classe ?
- Entre l'image de l'informatique et les programmes, quels sont les repères dont il dispose ?
- Comment l'administration l'aide à s'orienter entre programmes et mise en œuvre dans la classe ?
- Quelles sont les aides qu'il peut trouver dans les manuels, outils familiers pour construire la classe ? Quelles sont les directions indiquées par les auteurs des manuels ?

Cela nous amène à formuler deux hypothèses pour identifier les conditions et des contraintes de l'intégration des Technologies d'Information de Communication dans l'Enseignement (TICE) qui constituent notre question de départ.

La première hypothèse est que l'enseignant est conditionné et contraint par le fonctionnement interne de la classe (les habitudes des enseignants pour piloter « leur » classe). Nous ne la traiterons pas dans cette communication.

La deuxième hypothèse prend en compte les influences extérieures aux classes (les attentes de la société exprimées à travers les programmes, les manuels,…) dans l'institution Ecole.

Cela me conduit à analyser l'influence des programmes, des inspections départementales et des manuels sur les pratiques enseignantes de préparation et de construction de leurs activités d'enseignement des mathématiques qui intègrent des TICE.

Pour cela, je vais présenter les éléments du cadre théorique que j'utilise pour définir les institutions, les objets institutionnels, les rapports à l'institution des enseignants et les modes d'intégration instrumentale des TICE.

III -LE CADRE THEORIQUE :

III - 1 Présentation générale :

Au préalable, je dois préciser que mon parti pris épistémologique est d'ancrer ce travail dans le domaine de la didactique des mathématiques. En cela je reprends à mon compte la proposition qui affirme que « *[la didactique] ...consiste à prendre comme objet premier à étudier (et donc à questionner, à modéliser et à problématiser selon les règles de l'activité scientifique), non pas le sujet apprenant ou le sujet enseignant, mais le savoir mathématique qu'ils sont censés étudier ensemble, ainsi que l'activité mathématique que leur projet commun d'étude les portera à réaliser.* » (BOSCH, 1999)

Mon cadre théorique, multi-dimensionnel, s'appuie sur différents travaux :

– ceux des chercheurs utilisant la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) *« qui situe l'activité mathématique, et donc l'activité d'étude en mathématiques, dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales »* (CHEVALLARD, 1998a) et plus spécifiquement avec l'outil informatique (ASSUDE, 2002).

– ceux des chercheurs utilisant la Théorie des Situations Didactiques (TSD) qui donne des outils d'analyse pour l'étude *« du système des acteurs et des milieux qui permettent la production et la diffusion d'une connaissance précise. Elle permet de modéliser certaines conditions d'équilibre et d'existence de ces systèmes »*. (BROUSSEAU, 2001)

– ceux des chercheurs ayant une approche ergonomique (RABARDEL, 1995) et (TROUCHE, 2006) qui permet d'étudier la dimension instrumentale des outils utilisés.

Cependant je ne m'appuierai dans cette communication que sur l'approche de la TAD parce qu'elle nous donne des outils pour interpréter les influences de l'institution sur les pratiques intégrant les TICE.

III - 2 Les éléments de la TAD utilisés :

Dans la théorie Anthropologique du Didactique j'ai utilisé quatre concepts pour analyser les influences institutionnelles que subissent la préparation et la conception de l'intégration des TICE dans les activités mathématiques de l'école primaire.

Le concept d'œuvre est défini par CHEVALLARD (1996) comme *«toute production humaine O permettant d'apporter réponse à un ou des types de questions Q, questions « théoriques » ou « pratiques », qui sont les raisons d'être de l'œuvre – et cela sans considération de la « taille » de* *l'œuvre. […]La société se constitue par une accumulation plus ou moins ordonnée d'œuvres, qui donnent chacune des éléments de réponse à quelques questions plus ou moins vitales. En particulier, il n'existe pas d'œuvre totale, même s'il existe des œuvres à visée de totalisation. […] la plupart des œuvres sont des œuvres anonymes, et des œuvres ouvertes, fruit de l'action d'un collectif innombrable, recrutant dans la suite des générations. »*

Les institutions :

Pour CHEVALLARD, (1998b) *« Les institutions sont des œuvres d'un type particulier. Une institution I est un dispositif social « total », [...] qui permet – et impose – à ses sujets, c'est-à-dire aux personnes x qui viennent y occuper les différentes positions p offertes dans I, la mise en jeu de manières de faire propres, et plus largement de praxéologies déterminées. » Il reprend cette conception des travaux de* DOUGLAS (2004) exposés dans « Comment pensent les institutions ». Nous retiendrons pour cette communication d'une part le fait que les institutions se créent collectivement[9] et ce faisant créent l'identité[10]. Cependant leur existence n'a de réalité que si elles s'imposent dans une permanence, une stabilité[11] qui l'inscrit dans la société. D'autre part que l'analogie[12] et le classement[13] sont des outils pour stabiliser, structurer les institutions.

Ces idées sont aussi présentes dans la définition que donne l'Encyclopædia Universalis de l'institution : *« l'ensemble des règles établies pour garantir la satisfaction des intérêts de la collectivité et des organes qui veillent à leur maintien ».*

La praxéologie :

Résumer la praxéologie en quelques lignes revient à être réducteur. Je retiens à partir des travaux de CHEVALLARD les entrées suivantes :

---

9 DOUGLAS 2004, pp 63-78

10 Op. Cit. : p. 94 : « Les anthropologues admettent généralement l'enseignement de Quine selon lequel c'est le fait d'être pris dans une structure théorique qui confère leur identité aux objets, ou leur similitude. Mais comme le dit David Bloor, les théories mathématiques sont des institutions et réciproquement. Nous voudrions ajouter que les institutions accomplissent les mêmes tâches que les théories. Elles aussi confèrent leur ressemblance aux objets. »

11 Op. Cit. : p 155 « Leur stabilité est acquise quand elles s'établissent dans des formes reconnaissables… »

12 Op. Cit. : p. 84 : « les institutions se fixent grâce à une analogie structurelle avec le corps. »

13 Op. Cit. : p. 154 « Les dictionnaires de l'industrie française montrent bien que les classifications qui émanent de classifications administratives ont une assise territoriale tandis que celles qui proviennent d'institutions industrielles insistent sur la production ; ce pour quoi les classifications sont conçues et ce qu'elles sont susceptibles ou non de faire varient dans chaque cas. »

L'enseignant, l'élève sont des construits de l'institution école où ils occupent une position. Celle-ci *« est caractérisée par un répertoire de gestes, que son occupant, x, doit accomplir dans le cadre d'un certain nombre de dispositifs »* en référence à des connaissances et savoirs. Un des exemples de geste donnés par CHEVALLARD est le choix d'un manuel.

L'activité de l'enseignant se décline en type de tâches *T* qui sont problématiques ou routiniers. « Si *T* est routinier pour *x*, c'est que *x* possède, et maîtrise, une « manière de faire », soit ce que j'appellerai une *technique,* τ, pour accomplir les tâches *t* du type *T.* »

Pour comprendre et justifier une technique, les sujets d'une institution auront besoin d'une « *technologie* [θ] de la technique – un *logos* qui rende raison de la *technè* ». La justification de la technologie de la technique constitue la « *théorie* [Θ] de la technique ».

« Etant donné *T*, j'appelle alors *organisation praxéologique* ou *praxéologie* relative à *T* le complexe $T/\tau/\theta/\Theta\,(p)$; lorsque $p = \pi$ [professeur enseignant les mathématiques] je parlerai d'organisation *didactique* (plus précisément : didactique professorale) relative à *T.* » Pour CHEVALLARD « l'adjectif « didactique » est pris ici comme correspondant au substantif « étude » : *est didactique ce qui est relatif à l'étude*. »

Ce qui distingue le professeur des autres sujets de l'école c'est sa fonction d'aide à l'étude en tant qu'*expert supposé.* « Cela se traduit par le fait que, dans cette institution qu'est l'École, ainsi que, surtout, dans ces sous-institutions que sont l'établissement et la classe, le professeur est comptable de l'orthodoxie *de tout ce qui relève de l'œuvre O*. »

La relation instrumentale Maths-TICE :

Dans les travaux d'ASSUDE (2002), sur l'intégration du logiciel Cabri nous retiendrons que :
Dans une activité parfaitement intégrée dans le cadre institutionnel défini par les savoirs géométriques, l'enseignant va devoir gérer deux ruptures, l'une dans l'usage des techniques de résolution de problèmes en géométrie, l'autre dans l'usage social de l'ordinateur par les élèves.
L'enseignant aura donc à sa charge les choix d'activités avec la prise en compte de ces conditions.
Il devra faire des choix de types de tâches pour « qu'il y ait une “ juste distance ” entre les objets anciens et les objets nouveaux, entre les pratiques anciennes [les habitudes de travail dans la classe, certaines règles du contrat didactique] et les pratiques nouvelles [démarche de recherche dans un environnement numérique], et cette “ juste distance ” s'obtient par l'entrelacement de l'ancien et du nouveau. » Le principe de base pour trouver la “ juste distance ” entre l'ancien et le nouveau qui a été l'une des conditions d'intégration de Cabri dans nos classes a été qu'une « connaissance doit apparaître en tant qu'outil pour résoudre une difficulté ou une question. »
L'enseignant devra prendre en compte le rapport entre l'instrument TICE et les connaissances mathématiques qui évolue dans un temps long de la classe.

Dans le prolongement de ces travaux, GELIS et ASSUDE (2002) caractérisent les modes d'intégration du logiciel Cabri : *« l'initiation instrumentale, le renforcement instrumental et la symbiose instrumentale » qu'ils croisent* avec les indicateurs suivants :

- la quantité de travail (type de la tâche TICE) ;
- le mode d'intégration instrumentale soit la manière dont la dimension instrumentale est prise en compte (connaissances instrumentales (KI) de la tâche TICE);
- le mode d'intégration praxéologique soit la manière dont l'intégration prend en compte l'organisation du travail mathématique de l'élève : nous prenons ici essentiellement le

rapport entre les praxéologies […] papier-crayon et les praxéologies « cabri » (connaissances mathématiques (KM) de la tâche TICE et rapport entre les connaissances mathématiques de la tâche TICE et de l'ensemble de la séquence (KM (TICE)/KM(Séquence)))

- le rapport ancien-nouveau des praxéologies et le contrat didactique (degré d'imbrication des tâches TICE et papier/crayon)

mode d'intégration **INDICATEURS**	initiation instrumentale	renforcement instrumental	symbiose instrumentale
type_tâche(TICE)			
KI(TICE)			
KM(TICE)		*minimal*	
rapport(KM(TICE),KM(Séquence))	*minimal*	*maximal*	*maximal*
degré_imbrication(TICE,PC)	*minimal*		*maximal*

Définition de trois modes d'intégration des TICE à l'enseignement. (ASSUDE & GELIS, 2003)

Ce qui permet de penser les conditions de dévolution des situations, et les contraintes que cela devrait établir sur l'institutionnalisation des apprentissages mathématiques et TICE. Nous devrions donc les retrouver dans les phases de projection et de construction des séances.

C'est avec ces éléments de la TAD que je vais à présent préciser le contexte des pratiques des enseignants.

III - 3 Institutions et objets institutionnels

I - 3. 1 L'École

L'École est donc une œuvre de la société présente au point 13 du préambule de la constitution de la V^e^ république *« la Nation garantit l'égal accès de l'enfant et de l'adulte à l'instruction, la formation professionnelle et à la culture. L'organisation de l'enseignement public gratuit et laïque à tous les degrés est un devoir de l'Etat. »* Elle constitue un dispositif social pour répondre à la question de l'éducation de ses membres.

L'École est une Institution au sens où elle organise et impose notamment aux élèves et enseignants des manières de faire. Pour cela, elle utilise d'autres œuvres (les mathématiques, l'informatique, la classe, les ordinateurs de la classe, la salle informatique, la BCD (Bibliothèque Centre Documentaire) et les programmes, les inspections départementales, ou le manuel) qui sont autant d'objets institutionnels pour lesquels il existe un rapport attendu par l'institution, défini par les textes de loi et autres textes.

Parmi ces œuvres, l'informatique, les programmes, les inspections départementales et les manuels ont retenu mon attention comme pouvant être des influences extérieures à la classe.

I - 3. 2 L'informatique

L'informatique est une réponse à une question de la société :

Initialement, comment gérer de façon toujours plus performante le stockage, le traitement et la diffusion de données pour répondre aux besoins de développement économique et social du monde.

La rupture avec les technologies précédentes a favorisé le développement d'autres supports qui influencent la vie privée des citoyens. Aujourd'hui, on peut penser qu'au-delà de cet objectif, l'informatique contribue au développement d'une société centrée sur l'individu.

Dans notre société de communication et d'information, l'informatique s'impose comme institution en répondant à tous les critères de CHEVALLARD développés précédemment :

L'informatique est un média social dont la tentation totalitaire n'est plus discutable.

La grande majorité des citoyens de notre société y occupent des positions institutionnelles : joueur, cinéphile, secrétaire, technicien, ingénieur, utilisateur transparent (les cartes à puce, la télévision, ou les voitures les plus récentes ne sont pas identifiés par de nombreux usagers comme des objets où vit l'informatique… jusqu'au moment de la panne…), enseignant, élève, utilisateur du « home-learning », programmeur, législateur,…

Les objets de cette institution sont nombreux et divers (Lecteur mp3, carte à puce, téléphone, jeu vidéo, outil de bureautique, ordinateur, clé électronique,…)

Une des manières de faire que nous impose cette institution est l'usage de l'iconographie pour comprendre et utiliser les fonctions de ces objets… il en existe d'autres, le clic, l'analyse descendante…

Cette technique, avant d'être une technologie, est devenue une institution que la société gère par des actions gouvernementales ou européennes[14].

La diversité des positions et des objets laisse comprendre que les rapports personnels des sujets dans une position donnée, seront divers et influencés par les autres objets et les autres positions que la personne pourrait rencontrer dans d'autres institutions ou sous institutions. On peut observer, dans l'institution Informatique, de fortes résistances qui sont le signe d'un rapport personnel, très éloigné, du rapport attendu mais il faut sortir de notre société et entrer dans des cultures différentes pour trouver des sujets qui n'ont pas rencontré l'objet.

Si le nombre d'assujettissements d'un individu à des institutions est très difficilement identifiable, cette personne est, indiscutablement, une réunion de sujets avec différentes positions dans

---

14 Le plan d'action *e*Europe 2005 succède au plan d'action 2002 qui était surtout axé sur l'extension de la connectivité internet en Europe. Le nouveau plan d'action, approuvé par le Conseil européen de Séville en juin 2002, vise à traduire cette connectivité par un accroissement de la productivité économique et une amélioration de la qualité et de l'accessibilité des services au profit de l'ensemble des citoyens européens, en s'appuyant sur une infrastructure large bande sécurisée et disponible au plus grand nombre.

l'ensemble des institutions fréquentées. Les enseignants, les élèves, les inspecteurs ou les auteurs n'échappent pas à la règle. L'informatique avant d'être introduite comme sujet d'étude est déjà entrée dans les classes par les assujettissements de ses sujets. L'observation des usages des différentes œuvres de l'institution Informatique montre qu'il n'existe qu'une continuité par morceau. Les points singuliers ou limite devront faire l'objet d'une attention particulière comme nous le rappelle ASSUDE (2002) à propos des logiciels de jeu et Cabri.

Objet de la société, l'École doit faire de l'Informatique un objet d'étude que les programmes désignent depuis 1980.

I - 3. 3 ***Les programmes :***

En référence à la définition de l'œuvre par CHEVALLARD, on peut se demander à quelles questions répondent les programmes considérés comme une « production humaine ».
Les « lois Ferry », du 16 juin 1881, qui établissent la gratuité absolue de l'enseignement dans les écoles primaires ainsi que les lois des 28 mars 1882 et 30 octobre 1886 [qui] définissent et organisent l'enseignement primaire obligatoire, pour les garçons et les filles, et instaurent la laïcité » contribuent à répondre à la question : quelle éducation donner dans une démocratie ?

Aujourd'hui ces textes se sont naturalisés : on ne remet plus en question l'école gratuite et obligatoire, l'égalité d'accès pour les garçons et les filles ni la laïcité. Ces idées, même si elles peuvent être interrogées comme on l'a vu récemment avec la laïcité, expriment une continuité et une identité, qui résistent au temps et aux changements politiques. En cela, les programmes contribuent à la stabilité de l'école institution, au sens de DOUGLAS, en répondant à la question : quelles sont les valeurs fondatrices ?

Toujours en référence à CHEVALLARD, les programmes sont les média par lesquels l'école « permet et impose à ses sujets [entre autres les enseignants] la mise en jeu de manières de faire propres, et plus largement de praxéologies déterminées ». Ils sont une réponse à la question : comment l'institution s'impose à ses sujets, ici les enseignants ?

La fonction des programmes s'exprime clairement à travers les textes suivants :

- *« Les programmes [...]* ***constituent le cadre national au sein duquel les enseignants organisent leurs enseignements*** *en prenant en compte les rythmes d'apprentissage de chaque élève. »* Article L. 311-3 du Code de l'Education[15]

- *«Ces programmes fixent le cadre de référence nécessaire à l'action de chaque enseignant. Ils ne constituent pas seulement un outil pédagogique. J'ai voulu qu'ils soient simples, d'un maniement et d'un usage aisés, rédigés sans technicité inutile : destinés à tous les français et non aux seuls spécialistes, ces programmes, je le souhaite, indiqueront clairement à chacun les missions que la nation assigne à son école. »* **F. Bayrou ministre de l'éducation Nationale, préface des programmes, 1992.**

---

15 Livre III L'organisation des enseignements scolaires, Titre I^er^ L'organisation générale des enseignements, Chapitre I^er^ Dispositions communes

- *« Une école pour l'enfant, des outils pour les maîtres » :* sous titre des Programmes de l'Ecole Primaire de 1995

- *« Les présents programmes s'inscrivent dans la tradition qui consistait à expliciter de manière détaillée non seulement les contenus d'enseignement arrêtés, mais aussi les méthodes et l'organisation des activités susceptibles de les appliquer de manière efficace et cohérente. »* B.O. du 12 avril 2007

Les programmes constituent donc un cadre national qui s'adresse à tous les enseignants et un cadre de référence qui leur indique « des manières de faire propres ».

Ils s'imposent aussi en définissant les outils avec lesquels les enseignants doivent enseigner :

- *« Les manuels doivent redevenir les instruments de travail qu'ils n'auraient jamais dû cesser d'être* » B.O. du 12 avril 2007

- *« Les maîtres sauront utiliser la diversité des moyens mis à leur disposition (études dirigées, technologie de l'information et de la communication, projets artistiques et culturels, activités physiques et sportives)* B.O. du 12 avril 2007

Les programmes constituent donc un outil dont l'enjeu est d'instruire les enseignants sur les pratiques attendues c'est-à-dire de les éclairer sur des connaissances nouvelles à enseigner et des techniques à utiliser pour enseigner. CHEVALLARD (1992) qualifie « d'apprentissage » les changements dans les rapports d'un sujet à un objet sous la contrainte d'un rapport institutionnel à ce même objet. En appliquant cette définition à l'enseignant en tant que personne et aux programmes en tant qu'objet on peut dire que les enseignants apprennent[16].

Par la loi, parce que « nul n'est censé ignoré la loi », les programmes s'imposent aux enseignants dans un « contrat institutionnel »[17]. Les enseignants sous l'influence de la formation initiale ou continue, des conseillers pédagogiques sont incités à s'informer des « programmes ». Cela contribue à créer des conditions d'un assujettissement à l'École. Cet assujettissement peut « auto-inviter » l'enseignant à lire, explorer, s'approprier les nouveaux textes des programmes. On peut alors parler d'un « système *autodidactique*, où la même *personne* occupe les positions d'enseignant et d'enseigné »[18].

Les enseignants sont donc contraints à appliquer les programmes et leur mise en œuvre est contrôlée par les inspections.

---

16 Ibidem, page 89-90 : « Supposons donc que la personne X entre dans l'institution I, et soit O un objet institutionnel pour I. L'objet O va se mettre à « vivre » pour X *sous la contrainte du rapport institutionnel $R_I(O)$.* En d'autres termes, un rapport personnel R(X,O) va se construire ou va changer sous la contrainte $R_I(O)$ – et, plus largement, sous la contrainte du contrat institutionnel C_I […] Il y a donc apprentissage (pour la personne X relativement à l'objet O) lorsque R(X,O) *change*. R

17 Cf. note 7

18 Op. Cit. Page 94

I - 3. 4 Les inspections départementales

Les inspections départementales constituent des œuvres de l'institution « École » permettant de répondre à la question :

Quelle structure administrative mettre en place dans une circonscription pour permettre à l'inspecteur de l'éducation nationale de répondre aux missions qui lui sont attribuées par les articles du code de l'éducation R. 241-19[19] et L912-1-1[20] ?

Cette œuvre « inspection départementale » a un statut d'institution par le statut social et administratif que les lois lui confèrent et par les positions que les sujets, enseignants des classes de la circonscription, Inspecteur de l'Éducation Nationale (I.E.N.), conseiller pédagogiques (C.P.A.I.E.N.), Maîtres Animateurs Informatique (M.A.I.) y occupent.

Nous développerons ultérieurement comment, à partir d'enquêtes et de questionnaires, j'ai cherché à identifier, dans le discours des inspecteurs, des indicateurs de leurs pratiques pour repérer des éléments de praxéologie.

La mission d'organisation, de développement de la mise en place et du suivi des TICE dans le département par leur inspecteur d'académie, confère aux I.E.N. et à leur équipe une position très importante dans l'institution. Elle peut modifier, influencer, perturber les rapports institutionnels des autres sujets, notamment les enseignants, et ce jusque dans les autres institutions, par exemple la « classe » ou la « salle informatique ».

Les enseignants trouveront dans l'intervention des inspecteurs, des éléments de compréhension des modalités d'application des programmes. Ils disposent en outre, dans leur classe, d'outils pour organiser l'enseignement dont les manuels.

---

19 « Article R. 241-19 : Les inspecteurs d'académie-inspecteurs pédagogiques régionaux et les inspecteurs de l'éducation nationale veillent à la mise en œuvre de la politique éducative arrêtée par le ministre chargé de l'éducation. À cet effet, dans le cadre du programme de travail académique arrêté conjointement par l'inspecteur général de l'éducation nationale correspondant académique et le recteur de l'académie, ils ont vocation à exercer sous l'autorité de ce dernier les missions ci-après :

a) Ils évaluent dans l'exercice de leur compétence pédagogique le travail individuel et le travail en équipe des personnels enseignants, d'éducation et d'orientation des écoles, des collèges et des lycées et concourent à l'évaluation de l'enseignement des disciplines, des unités d'enseignement, des procédures et des résultats de la politique éducative. Ils procèdent, notamment, à l'observation directe des actes pédagogiques ;

b) Ils inspectent, selon les spécialités qui sont les leurs, les personnels enseignants, d'éducation et d'orientation des écoles, des collèges et des lycées et s'assurent du respect des objectifs et des programmes nationaux de formation, dans le cadre des cycles d'enseignement ; ils sont chargés des missions d'inspection prévues par l'article L. 119-1 du code du travail ;

c) Ils participent à l'animation pédagogique dans les formations initiales, continues et par alternance, prêtent leur concours à l'élaboration des projets d'établissement et collaborent avec l'inspection générale de l'éducation nationale pour l'évaluation des expériences pédagogiques et leur généralisation ; »

20 « Article L912-1-1 inséré par Loi nº 2005-380 du 23 avril 2005 art. 48 Journal Officiel du 24 avril 2005 : La liberté pédagogique de l'enseignant s'exerce dans le respect des programmes et des instructions du ministre chargé de l'éducation nationale et dans le cadre du projet d'école ou d'établissement avec le conseil et sous le contrôle des membres des corps d'inspection. »

I - 3. 5 Le manuel

Le manuel, une œuvre, un artefact[21] qui selon notre interrogation peut prendre deux positions : celle **d'objet institutionnel** de « l'École » ou celle de **système didactique.**

Comme nous l'avons abordé dans la partie concernant les programmes, c'est cette première position que lui attribuent les programmes de 2007 :

> *« Les manuels doivent redevenir les instruments de travail qu'ils n'auraient jamais dû cesser d'être.»*

Dans la Classe, un manuel de mathématiques est donc un objet institutionnel que des sujets en position d'enseignant ou d'élève doivent utiliser.

Les auteurs de manuel de mathématiques ont l'intention d'influencer les pratiques des enseignants. L'usage du manuel dans la classe crée une institution autour de cet objet. Il impose des pratiques, des stratégies de formation des élèves aux différents sujets de l'institution « manuel ».

Les principaux sujets en sont les enseignants, les élèves et les auteurs. L'usage du manuel en dehors de l'école tend à renforcer sa dimension institution en y ajoutant d'autres sujets dans d'autres positions (parents,…). Nous ne traiterons pas cette question ici.

On constate l'importance que peut prendre le manuel pour les usagers de l'école. Certains enseignants vont se fusionner dans une véritable communauté d'usage. Il devient alors l'icône d'un groupe social de sujets : auteurs, enseignants, élèves, parents,... dont l'auteur apparaît comme le porte-parole. Cette situation est souvent observable chez les utilisateurs des collections « J'apprends les maths », « Cap maths » ou « ERMEL », une posture décrite par CHEVALLARD comme « *mécanisme de servitude volontaire [qui] engendre d'ailleurs, en certains sujets de l'institution, de véritables passions institutionnelles, qui sont le symptôme le plus net du désir de pur sujet de l'institution. »* (CHEVALLARD, 1992). Pour cette dimension du rapport personnel au manuel qui est donné à voir aux sujets de l'institution école, CHEVALLARD[22] parle de composante publique, sur laquelle les sujets seront éventuellement évalués comme conforme au rapport institutionnel.

Ainsi nous retenons de ce cadre théorique que l'informatique, les programmes, les inspections et le manuel sont des œuvres de l'institution École qui à ce titre permettent et imposent aux enseignants la mise en jeu de manières de faire pour répondre aux attentes de la société.

A partir de ce cadre théorique je vais analyser les contenus des programmes, les attentes des équipes de l'inspection départementale, les intentions des auteurs à travers leurs manuels et leur discours, afin de déterminer l'influence de ces institutions et objets institutionnels sur l'intégration des TICE dans les pratiques enseignantes de préparation et de construction de leurs activités d'enseignement des mathématiques.

---

21 RABARDEL (1995) p.59 : « La notion d'artefact désigne en anthropologie toute chose ayant subi une transformation, même minime, d'origine humaine »

22 Op. Cit. p. 91

IV - DES PRATIQUES SOUS INFLUENCE…

IV - 1 L'influence des programmes

Pour analyser les raisons d'une non intégration des Technologies d'Information et de Communication dans les pratiques de classe, je m'appuie sur les éléments du programme qui y font référence. J'analyserai trois points : la terminologie, l'évolution historique et les programmes de mathématiques aujourd'hui.

I - 1. 1 Quel sens donner à « TICE » ?

TICE ! Technologie d'Information de Communication pour l'Enseignement ou Technologie d'Information de Communication pour l'Education, même le site Éducnet du Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche[23] ne lève pas cette ambiguïté.

L'histoire de ces technologies est une histoire où le chercheur sur le présent est déjà dans un passé. Les technologies ne s'adaptent plus aux fonctions attendues, elles ouvrent des possibles. L'éducation nationale a du mal à s'adapter malgré des actes velléitaires : 1978, l'opération « 10 000 micros »[24] dans les lycées, c'est la préhistoire, les TICE sont **« Informatique »** ; 20 ans plus tard ces **Nouvelles technologies sont Éducatives (NTE)**.

Entre temps les enseignants en formation continue auront été formés à la pratique de **« l'enseignement programmé par machine »**, à l'**E.A.O « Enseignement Assisté par Ordinateur »** qui sera vite remplacé par l'**E.I.O « Enseignement Intelligent par Ordinateur »**, à l'**E.I.A.O « Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur »** pour certains mais **« Environnement Interactif d'Apprentissage par Ordinateur »** pour d'autres !

En quelques mois les responsables souligneront les fonctions principales de ces technologies **Informations et Communication (NTIC**). Dire qu'elles sont parties prenantes de la société n'était pas compatible avec la nouveauté, elles seront donc **TIC**.

Ces approches ont été transformées par la recherche qui a mis en avant le concept d'**Environnement Informatique pour l'Apprentissage Humain E.I.A.H.** où le sujet est au centre de l'activité avant que la technologie reprenne le dessus dans les **E.I.A.D. « Environnements Interactifs d'Apprentissage à Distance »**.

Les enseignants auraient eu tort de croire que les fonctions éducatives avaient été abandonnées, il faut penser aujourd'hui avec les **A.C.A.O. « Apprentissage Collaboratif Assisté par Ordinateur »** ou **C.S.C.L. « Computer-Supported Collaborative Learning »**.

Il est fort probable que l'évolution sera encore enrichie par la recherche autour de l'usage de cette technologie.

---

23 http://www.educnet.education.fr/superieur/glossaire.htm *16/09/2006*

24 « micros » s'oppose ici aux ordinateurs « minis »

Mais cette évolution rapide, étalée sur 30 ans, n'est que trop souvent compréhensible que par des « initiés ». Elle ne crée pas les conditions favorables à une clarification de l'outil TICE.

Aussi peut-on entendre, en « salle des profs », pour parler de l'activité avec les TICE : « j'utilise 'le-nom-du-logiciel' ». Cela renforce l'hypothèse que les enseignants entendent **T.I.C.E. non comme un sigle mais comme l'acronyme TICE**.

Avec les programmes de 2002[25] pour l'école élémentaire est abandonnée l'idée d'une connaissance de l'outil informatique par la technologie (nous reviendrons sur ce point à propos des programmes) pour favoriser une introduction *« dans les domaines disciplinaires et transversaux de l'école primaire, les programmes et documents d'accompagnement pédagogiques* [qui] *accordent une place de plus en plus importante aux technologies de l'information et de la communication. Dans toutes les disciplines, la rénovation des programmes doit comporter des recommandations pour l'utilisation de ces technologies dans l'enseignement. »*.

Les TICE désignent donc les technologies numériques utilisées dans un contexte et à des fins d'enseignement. Cette description des TICE permet que l'on puisse trouver sous le chapitre « Enseignement des mathématiques et technologies de l'information et de la communication[26] » les sous chapitres « Calculatrices, tableurs et logiciels », « Internet », « les logiciels d'entraînement » et « le rétroprojecteur » avec cette injonction « l'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication ! »

L'histoire de l'informatique, dans les programmes, au cours de ces 30 dernières années, permet de comprendre la capacité d'adaptation que les enseignants ont dû développer pour faire correspondre leur rapport personnel avec le rapport institutionnel attendu à propos de l'outil TICE à introduire dans les pratiques de leurs classes. C'est le point que nous allons développer maintenant.

I - 1. 2 ***L'évolution de l'informatique dans les programmes de l'école primaire entre 1980 et 2007***

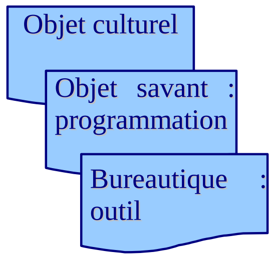
Dans le bulletin officiel n° 34 du 9 septembre 2005 sous l'étiquette « NOUVELLES TECHNOLOGIES Les technologies d'information et de communication dans l'enseignement scolaire » il est rappelé que *« tout citoyen est concerné par l'usage aujourd'hui banalisé d'outils informatiques ».* Pour favoriser l'intégration dans une « société de l'information » le discours général opère un glissement entre les fonctions (information, communication) et l'artefact (l'outil informatique). Cela contraint *« Tout enseignant* [qui] *est donc désormais plus que jamais concerné par l'usage des outils propres à ces technologies et à leur intégration dans les pratiques pédagogiques. »*

Comment en est-on arrivé là ?

25 Les programmes de 2007 ne modifient pas cette instruction

26 Document d'application des programmes mathématiques cycle 3 p 9.

Dans les programmes de 1980



Les « contenus de formation à l'école élémentaire cycle moyen »[27] soulignaient *« l'importance de l'écriture pour communiquer et fixer les connaissances »*, à ce propos l'enseignant devait savoir que *« D'autres moyens se* ***présenteront***[28] *à l'adolescent au cours de sa scolarité (dactylographie... télématique*[29] *...)*[30] et, lorsque ce sera possible les maîtres commenceront à familiariser leurs élèves avec les procédés techniques auxquels ils seront ultérieurement confrontés. Mais au cycle moyen, « *l'écriture manuscrite conserve toute sa valeur fonctionnelle...* » et la dactylographie est identifiée pour « *apprendre à se servir éventuellement d'une machine à écrire (première initiation) » (page 26)*
A cette étape de l'introduction des TICE (non nommées dans les textes) dans les programmes de l'école primaire, l'enseignant doit intégrer la dimension culturelle de l'objet mais l'usage n'est envisagé qu'exceptionnellement et ne doit pas perturber les pratiques anciennes.

Dans les programmes de 1985

Sous le chapitre « Instructions » liées à la discipline « Français » l'enseignant doit favoriser l'usage de l'écriture, pour cela *« il l'initie [l'élève] à la variété des signes (typographie) et aux divers moyens de les produire (imprimerie traditionnelle, dactylographie, informatique). »* Cette pratique de la langue écrite conduit l'enseignant à produire une *« Initiation à l'écriture non manuelle (machine à écrire, machine de traitement de texte, micro-ordinateur). »*
Concernant les Instructions associées à la discipline « Mathématiques » on peut lire page 41 : *« Enfin l'utilisation de l'informatique, à propos de la résolution d'un problème numérique ou géométrique, en particulier au cours moyen, permet d'initier l'élève à la recherche d'algorithmes et de développer ses capacités logistiques*[31]*. »* La réponse au comment se trouve en Technologie.

En « Sciences et Technologie », l'élève du cours moyen « acquiert les rudiments d'une culture informatique »[32] sous la forme d'un contenu explicite qui représente 50 heures sur les deux ans du cours moyen :

---

27 1980 CNDP Ministère de l'éducation direction des écoles page 34.

28 Souligné par moi

29 En 1978, la publication du rapport "l'informatisation de la société" par Simon Nora et Alain Minc fait naître le mot télématique (contraction de téléphone et informatique). C'est une période où les états tentent d'imposer leur vision de la communication numérique. En 1973 les USA mettent en place le réseau ARPANET, en France le réseau Cyclades sera abandonné au profit du réseau Transpac qui sera le support de raccordement généralisé du Minitel dès la fin de 1983 où 120 000 terminaux sont installés gratuitement en France après deux expérimentations dont celle d'Ille-et-Vilaine en 1981.

30 On peut lire dans cette courte parenthèse l'idée de bureautique définie au journal officiel du 17 janvier 1982 par « l'ensemble des techniques et des moyens tendant à automatiser les activités de bureau et principalement le traitement et la communication de la parole, de l'écrit et de l'image » que J. Martineau décrit dans « La bureautique » Paris : Mac Graw Hills, 1983 cité par la documentation photographique, page 27, n°6085 octobre 1986, comme l'intersection de trois techniques Informatique, Télécommunication et machines de bureau.

31 Au sens de la logique moderne Gottlob Frege et B. Russell

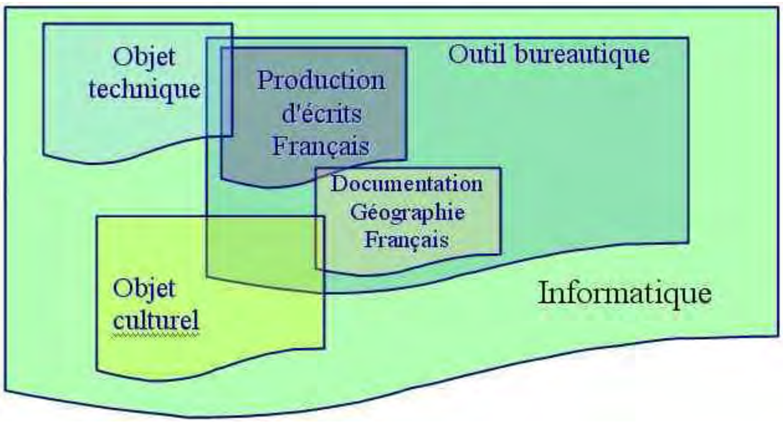
32 Ibidem page 53

« Objets et systèmes informatiques :
Le développement de l'informatique dans la société (transformation de l'activité professionnelle et de la vie quotidienne par la télématique, la bureautique et la productique ; problèmes sociaux et éthiques).
La technologie informatique (le micro-ordinateur ; automates programmables et robots).
Le logiciel (analyse et modification de logiciels simples ; début de programmation dans une perspective logistique). »

Nous assistons à l'influence directe du développement de la bureautique professionnelle sur les programmes. C'est la première fois que les élèves sont impliqués dans une production proposant l'usage de l'outil informatique qui est nommé. L'étude de « la programmation » est une entrée sur l'objet par sa dimension savante voire « élitiste ».

Dans les programmes de 1990

Publié au B.O. n°9 du premier mars 1990 et par décret n° 90-788 du 6 septembre 1990 Lionel Jospin, ministre de l'Éducation Nationale de la jeunesse et des sports, fixe les nouvelles modalités d'organisation et de fonctionnement des écoles maternelles et élémentaires.
L'évolution concerne l'introduction de la Géographie dans les domaines disciplinaires concernés par l'introduction des TICE dans les pratiques scolaires. Les types d'usage sont un peu plus explicités comme nous allons le voir par la suite.
L'informatique est ancrée dans les compétences transversales pour *« la recherche d'informations ou pour la mise en forme des résultats d'un travail simple*[33]*.* »
A propos des compétences dans le domaine de la langue, au cycle 3, l'élève doit *« structurer un texte par sa présentation (paragraphes, graphies...) notamment par le recours à un traitement de texte. »* En géographie l'élève doit être *« capable d'utiliser des...documents informatiques et audiovisuels, notamment les apports des média ».*
En Sciences et Technologie, les compétences d'ordre disciplinaire sont réduites d'une part, à la dimension « objet technique », ordinateur, automate et d'autre part, à la dimension culturelle l'élève *« mesure quelques-unes des conséquences sociales de l'informatique».* La programmation disparaît des contenus de technologie et en cohérence il n'est plus fait de référence à l'utilisation de l'informatique en mathématique.



L'informatique est désormais utilisée comme outil transversal de production dans la classe et étudiée comme objet culturel.
L'école maternelle n'est toujours pas concernée.

33 1990, Les cycles à l'école primaire, une école pour l'enfant des outils pour les maîtres, p.37, CNDP hachette écoles

Dans les programmes de 1995 [34]

Si on n'en parle toujours pas à l'école maternelle, en revanche dans les programmes de l'école élémentaire on note des évolutions significatives concernant l'usage de l'informatique.

En Français, dès le cycle des apprentissages fondamentaux, les supports intègrent l'ordinateur comme support documentaire au même titre que le dictionnaire. Il devient un outil pour la Production d'écrits, l'Écriture : *Le « recours [...] au traitement de texte constituant, dans certains cas,[...] un moyen de sensibiliser au rôle des différentes composantes de l'écriture ».*

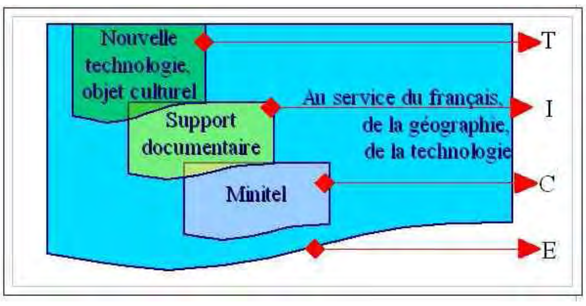
On constate, en Français, une clarification des usages par un abandon de formulations générales et une mise en perspective de schémas d'utilisation.

Au cycle des approfondissements c'est dans le domaine des compétences transversales dans le chapitre « Traitement de l'information » qu'apparaissent deux transformations :

L'introduction du mot « graphique » qui suppose un changement de représentation de l'objet numérique et l'introduction de l'usage du Minitel dont l'usage social est en progression (en 1984, on comptait environ 500000 Minitel en France[35]) et qui met en avant l'idée de communication.

En Mathématiques la seule référence à des technologies numériques concerne la compétence dans le domaine du calcul, « utiliser la calculette » au cycle des approfondissements.

L'informatique, décrite dans les programmes, définit par morceaux l'idée qu'elle permet de construire de l'information (documentation), quelle permet de communiquer (Minitel), qu'elle est sujet de découverte d'une nouvelle technologie et enfin qu'elle est au service des disciplines enseignées (français, géographie, technologie).



On perçoit qu'il ne s'agit plus d'apprendre quelque chose sur les ordinateurs mais plutôt d'apprendre avec les ordinateurs. Elle se rapproche de son nom d'usage en 2006, TICE. Derrière l'acronyme TICE, nous devons lire Technologie d'Information de Communication pour l'Enseignement ou Technologie d'Information de Communication pour l'Education.

A la date de février 2006, le site Éducnet du Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche[36] ne levait toujours pas cette ambiguïté. Nous reviendrons sur cette définition avant de conclure sur l'évolution historique de son intégration dans les programmes de l'école primaire.

---

34 Programme de l'école primaire ; Ministère de l'éducation Nationale Direction des écoles, Collection Une école pour l'enfant des outils pour le maître CNDP, 1995.

35 Marchand M., 1987, La grande aventure du Minitel, Librairie Larousse, p. 99.

36 http://www.educnet.education.fr/superieur/glossaire.htm *16/09/2006*

An 2000 : des éléments d'explicitation sauf en mathématique

Cinq ans après, l'évolution de l'usage informatique est telle que le ministère édite un B.O., N° 9 du 10 août 2000, qui présente les documents définissant les « besoins logiciels pour l'enseignement pré-élémentaire et élémentaire »[37]. Nous soulignons l'introduction des TICE à la maternelle.

Après avoir donné, d'une façon générale, un descriptif des fonctions attendues en liaison avec la gestion de la classe, une description plus détaillée présente les attentes par rapport aux différentes disciplines.

Cette description des priorités montre que tout est prioritaire, ce qui conduit à dire que rien ne l'est. Il faudra donc s'intéresser aux attentes disciplinaires pour identifier où s'expriment des différences constitutives de priorités.[38]

En ce qui concerne la maîtrise des langages, la description des produits fait référence à des activités où les tâches apparaissent (tâches d'écriture, productions audiovisuelles courtes,...)

Le descriptif des logiciels proposés pour *« l'Initiation et enseignement des langues vivantes » « doivent prévoir des possibilités de progression ainsi que la possibilité de s'enregistrer, de s'écouter et de se corriger. »*, c'est à dire adapter leurs contenus de manière très stricte aux directives données dans le B.O. n°25 du 24 juin 1999 ».

Les attentes en « Éducation artistique et culturelle » sont liées à la possibilité d'une création artistique.

En matière « d'Enseignement des Sciences et de la Technologie » on trouve une spécificité des outils attendus qui s'adressent pour une part aux élèves, dans un projet de support documentaire, pour une autre part aux enseignants, en leur proposant des outils pour structurer leur pratique.

Cette lecture laisse penser que l'élève doit être confronté à un certain nombre de tâches qu'un enseignant peut identifier pourvu qu'il dispose d'une connaissance de base des outils bureautiques.

En revanche, le texte intégral *« Il existe de nombreux besoins en mathématiques et notamment en ce qui concerne la construction géométrique, le renforcement des compétences en matière de calcul réfléchi et de résolution de problèmes »* fait une description des attentes concernant les Mathématiques avec une terminologie très générale qui renvoie implicitement aux programmes par rapport aux trois domaines géométrie, calcul et résolution de problèmes sans que l'on puisse identifier des tâches explicites que l'enseignant pourrait proposer aux élèves.

Dans les programmes de 2002

Les programmes de 2002 pour l'école élémentaire, abandonnent l'idée d'une connaissance de l'outil informatique uniquement en Technologie pour favoriser une introduction *« dans les domaines disciplinaires et transversaux de l'école primaire, les programmes et documents*

---

37 BO n°9 du 10 Août 2000 définissant les besoins e n matière de logiciels.

38 page 2 /16 du BO n° 9

d'accompagnement pédagogique accordent une place de plus en plus importante aux technologies de l'information et de la communication.

Dans toutes les disciplines, la rénovation des programmes doit comporter des recommandations pour l'utilisation de ces technologies dans l'enseignement. ».

Les TICE désignent donc les technologies numériques utilisées dans un contexte et à des fins de formation.

Cette évolution est conduite en écho plus qu'en parallèle avec les débats de société, les volontés économiques et politiques d'utiliser « Internet » comme un fait de société incontournable qui s'exprime dans le plan RESO 2007.

Le plan RE/SO 2007 (Pour une REpublique numérique dans la SOciété de l'information) a été présenté par le Premier ministre le 12 novembre 2002. Il a pour objet de construire et favoriser « une République numérique ».[39]

Le texte décrivant le Brevet Informatique et Internet (B2i), paru en 2000, qui est intégré aux annexes des programmes de 2002 renforce ce sens. Le B2i doit se valider à partir de l'usage qui est fait des TICE dans les différentes disciplines. Les enseignants peuvent s'appuyer sur les compétences transversales « maîtrise du langage et de la langue française, l'éducation civique » qui constituent quatre points sur cinq définissants les compétences du B2I :

– Produire, créer, modifier et exploiter un document à l'aide d'un logiciel de traitement de texte

– Chercher, se documenter au moyen d'un produit multimédia (cédérom, dévédérom, site internet, base de données de la BCD ou du CDI)

– Communiquer au moyen d'une messagerie électronique

– Adopter une attitude citoyenne face aux informations véhiculées par les outils informatiques

Ainsi en près de 30 ans nous sommes passés d'un objet culturel à un outil s'intégrant dans les pratiques disciplinaires. Mais qu'en est-il en Mathématique ?

I - 1. 3 ***Les TICE en Mathématique***

L'usage qui peut être fait de l'environnement numérique en Mathématique n'est pas encore très explicite, cependant nous avons retenu les points suivants :

Dans les objectifs du cycle 3, « l'enseignement des mathématiques doit intégrer et exploiter les possibilités apportées par les technologies de l'information et de la communication : calculatrices,

39 http://www.telecom.gouv.fr/internet/int_reso.htm 29 mai 2005

logiciel de géométrie dynamique, logiciel d'entraînement, toile (pour la documentation ou les échanges entre classes). »[40]
Les logiciels d'entraînement ne sont pas présentés et nous verrons leur faible niveau d'intégration avec les logiciels ayant reçu le label RIP (Reconnu d'Intérêt Pédagogique). Les documents d'application précisent un peu la mise en œuvre effective.
Pour rester dans le sens commun que les enseignants donnent à TICE à l'école primaire, je n'ai pas étudié l'usage de la calculette, je n'ai pas pu saisir l'occasion d'étudier l'usage qu'il pouvait être fait d'Internet. Si des expérimentations sur l'usage de la documentation ou des échanges entre classes de problèmes mathématiques ont pu être mises en place, aujourd'hui ces fonctions ne sont pas ou peu utilisées pour des échanges de contenus mathématiques.
La compétence *« Lire, interpréter et construire quelques représentations : diagrammes, graphiques »* peut être travaillée en « ayant recours à l'outil informatique (une première initiation au tableur peut être envisagée)[41] ».
Dans le domaine de la géométrie les activités ne visent pas des connaissances formelles mais des connaissances fonctionnelles, *« les logiciels de dessin assisté par ordinateur ou de géométrie dynamique pourront faire l'objet d'une première utilisation. »*
Il s'agit de « favoriser la mise en place d'images mentales » par exemple les relations et propriétés d'alignement, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueur ou de symétrie axiale sont utilisées dans des problèmes situés dans différents espaces dont l'écran d'ordinateur.

L'utilisation de l'ordinateur (logiciels de dessin, imagiciels) permettra d'enrichir le champ d'expérience des élèves » à propos de la compétence « compléter une figure par symétrie axiale...[42] ». Nous verrons que ces éléments sont quasiment inconnus de la majorité des enseignants.

Les logiciels d'entraînement ne sont pas présentés. Ils apparaissent dans le texte général du BO du 12 avril 2007 concernant le socle commun pour différencier l'apprentissage.

Nous pouvons dire que :

- l'influence des pratiques de la société civile sur les pratiques attendues des enseignants est omniprésente.

De 1985 à 2005 nous aurons connu plusieurs évolutions qui nous ont fait passer des systèmes informatisés au Technologies de l'Information de la Communication pour l'Enseignement.

- les injonctions fortes ne sont pas suivies, en mathématique, par la mise en place d'outil pour créer les conditions d'une intégration.

- Certes les enseignants auront vu le descriptif de l'usage des TICE s'enrichir de pistes pour construire des activités. Mais ces pistes ne sont pas encore des types de tâches ou des tâches pour les élèves. Les enseignants vont devoir les construire, pour les introduire dans leur pratique de classe.

---

40 Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?, p. 226, CNDP, Xoeditions, CNDP 2002

41 Documents d'application des programmes mathématiques cycle des approfondissements, p. 17, CNDP 2002

42 Ibidem p30-31

Cette conclusion intermédiaire me conduit à poser la question de l'aide que pourraient recevoir les enseignants de l'équipe des I.E.N. ou dans les « manuels ».

Comment les représentants institutionnels favorisent-ils les conditions de l'intégration ? C'est l'analyse que nous allons résumer à partir de l'enquête réalisée auprès d'équipes de circonscription.

IV - 2 L'influence des équipes de circonscriptions[43]

La chaîne institutionnelle est organisée dans chaque circonscription des départements par une équipe autour de l'I.E.N. En général on retrouve des Conseillers Pédagogiques (C.P.A.I.E.N.) et des Maîtres Animateurs en Informatique (M.A.I.). Chaque département a au moins un I.E.N. responsable de la question des TICE.

I - 2. 1 ***Le dispositif d'enquête :***

–Des entretiens avec trois I.E.N chargés de mission TICE par leur I.A. dans trois départements de l'académie de Toulouse suivis d'entretiens avec les C.P.A.I.E.N et M.A.I de l'équipe de circonscription des I.E.N. concernés.
La grille d'entretien utilisée est structurée en 5 chapitres :

- Considérations générales sur l'intégration des TICE
- Rapport personnel ou social des enseignants aux T.I.C.
- Liens entre pratiques pédagogiques et intégration des T.I.C.
- Équipement des écoles
- TICE et mathématiques

–Un questionnaire simplifié a été diffusé aux 95 I.E.N. responsables départementaux en France et à leur équipe.

Le taux de réponse à ces questionnaires a été de 21% pour les I.E.N., 6% pour les C.P.A.I.E.N. et 10% pour les M.A.I.

I - 2. 2 ***Le rapport institutionnel attendu de l'équipe de circonscription :***

Même si l'assujettissement des enseignants à ces équipes serait à interroger pour mesurer le niveau d'influence, il n'en reste pas moins que les I.E.N. restent les autorités hiérarchiques des enseignants pour l'école primaire. Les conseillers pédagogiques sont perçus comme leur porte parole et les animateurs informatiques, comme les appellent les enseignants, ont un statut de

43 Cette partie sera développée dans le corps de ma recherche, je présenterai de façon succincte un point qui me semble renforcer ma conclusion intermédiaire.

spécialistes « informatique ». Leurs discours peuvent être entendus comme ce que l'institution « Ecole » attend des enseignants.

Les I.E.N. confirment que les enseignants utilisent davantage les ordinateurs dans le domaine de la langue et qu'il y a eu une diminution en mathématique si on fait référence au début du plan I.P.T..

A la question « Quelles sont les phases de l'apprentissage où l'usage de l'informatique vous semble pertinent ? Recherche, mise en commun, entraînement, validation... » j'ai obtenu en effectifs cumulés : Recherche : 80% des réponses – Mise en Commun : 45% des réponses – Entraînement : 35% des réponses – Validation : 20% des réponses – Non Réponse : 10%.

Cette question étant initialement formulée pour comprendre les attendus didactiques en mathématique des I.E.N., ces derniers majoritairement n'ont pas retenu qu'il s'agissait des phases de l'apprentissage et ils ont associé le mot « recherche » à « recherche documentaire » et « mise en commun » à production collective. Cette interprétation est probablement à rattacher à la dimension transversale que l'on peut observer dans le B2i. Il resterait alors pour les disciplines la dimension entraînement et évaluation. Ce qui se confirme lorsqu'on leur pose directement la question : « Est-ce que pour vous les TICE sont un outil qui est plus adapté aux projets transversaux ou aux domaines disciplinaires ? »

Ils répondent pour 50% « Transversaux », 10% « Disciplinaire », 35% « Les deux » et 5 % ne répondent pas.

Pour autant, peut-on affirmer que leur conception de l'usage des TICE en mathématique est liée aux exerciseurs et à l'évaluation ?

En posant la question « Quels sont les logiciels que vous recommandez comme outil pour les mathématiques ? » j'espérais obtenir des éléments de réponse. Ceux que j'ai obtenus des I.E.N. ne sont pas aussi tranchés.

En effet, deux proposent le Tableur, trois proposent des logiciels gratuits de Géométrie, quatre proposent des logiciels "R.I.P." et trois des Exerciseurs mais neuf ne proposent pas de logiciel particulier et laissent aux maîtres chargés des TICE et aux conseillers pédagogiques le soin de réaliser cette tâche.

S'ils ne semblent pas favoriser l'usage des exerciseurs, ils sont très peu à proposer en Mathématique des logiciels plus « ouverts ». La question ne se pose pas pour une grosse majorité qui délègue fortement la responsabilité des incitations institutionnelles à leur équipe sur la base de leurs compétences informatiques.

J'ai alors tenté d'évaluer quelles sont les incitations que les C.P.A.I.E.N. et les M.A.I peuvent produire vers les enseignants. Pour cela j'ai essayé de faire émerger les propositions logicielles que ces équipes pouvaient faire pour organiser des apprentissages sur le nombre, la numération, sur les opérations, sur le calcul mental, réfléchi, sur grandeurs et mesures, sur l'exploitation des données numériques et sur espace et géométrie au cycle 2 et 3. Le projet est sans commune mesure avec les réponses obtenues.

L'analyse de leurs réponses fait apparaître que 2 sur 3 ne font pas plus de 3 propositions et elles sont plutôt en direction du C3 avec des exerciseurs. Un problème est soulevé lorsque les propositions ne sont pas toujours pertinentes, par exemple, les logiciels pour travailler la connaissance de la suite algorithmique des nombres peuvent être identifiés à des logiciels permettant de travailler la numération.

On retrouve une proportion équivalente de M.A.I qui propose de travailler sur les logiciels de géométrie dynamique et sur les tableurs-grapheurs.

Mais en conclusion à la question « Pensez-vous que l'usage des TICE est plus adaptée aux projets transversaux ? Aux domaines disciplinaires ? Pas plus aux uns qu'aux autres ? Un sur deux répond « transversal » et les autres « pas plus aux uns qu'aux autres ».

Nous constatons que l'institution « inspection départementale » vient renforcer, auprès de ses « sujets », premièrement l'idée que les enseignants n'ont pas beaucoup de ressources en mathématiques, si ce n'est dans l'usage de la fonction d'entraînement.

Deuxièmement que la pertinence des TICE est à chercher du côté des activités transversales.

En cherchant les institutions pour lesquelles il y a un fort assujettissement on trouve le « manuel ». Son influence peut-elle contrebalancer les effets des deux autres institutions étudiées.

IV - 3 Le « manuel » :

*I - 3. 1 **Méthodologie :***

Pour comprendre les influences des manuels sur les enseignants j'ai sélectionné cinq collections « Cap Maths » (CM), « ERMEL Géométrie » (EG), « Euro Maths » (EM), « J'apprends les maths » (JAM), « Pour comprendre les maths »(PCM).

Pour chacune de ces collections j'ai étudié l'existence d'activités de nature TICE dans les manuels ou dans les livres du maître puis j'ai croisé ces résultats avec un questionnaire vers les auteurs.

C'est cette analyse qui me sert d'indicateur de ce que les enseignants vont retenir de ce qu'il faut faire en mathématique avec les TICE à l'école primaire si le niveau d'assujettissement à cette institution est relativement fort.

J'ai partagé les collections en trois catégories :

– Celles où des activités sont proposées dans le but de faire travailler les élèves ;

– Celles qui permettent à l'enseignant de préparer, construire une séance intégrant les TICE ;

– Celles qui ne proposent pas d'activité TICE.

Ma démarche a été d'observer comment les TICE étaient introduites dans l'activité mathématique à partir des éléments de classification du mode d'intégration instrumental définis par ASSUDE (2003).

Si elles n'étaient pas intégrées, quelles en étaient les raisons déclarées ? J'ai tenté de trouver une réponse en croisant ces informations avec les déclarations des auteurs en organisant mon questionnaire sur les points suivants :

– Les situations pour construire les connaissances mathématiques justifient-elles ce constat ?

– Les représentations des enseignants constituent-ils un obstacle aux yeux des auteurs ?

  – Lié aux pratiques anciennes ?

  – Lié aux situations ?

  – Lié à la technologie ?

– Existe-t-il des contraintes lié au matériel informatique ?

I - 3. 2 L'intégration instrumentale :

D'abord, nous faisons le constat qu'ERMEL Géométrie et Pour comprendre les maths CM2 entrent dans la première catégorie. ERMEL Géométrie est le seul dont les analyses permettent d'envisager la construction d'une séance. Cap Maths, Euro Maths, J'apprends les maths n'ont pas d'activité TICE.

Nous n'avons observé que deux types de proposition d'intégration sur les « trois modes d'intégration instrumentale : le mode « *initiation instrumentale* », le mode « *renforcement instrumental* » et le mode « *symbiose instrumentale* », caractérisés par ASSUDE.

Le premier type « d'initiation instrumentale » dont l'objectif est la construction de connaissances instrumentales est présent dans PCM de façon explicite et dans EG de façon implicite.

Pour PCM « l'atelier informatique 4 » décrit les techniques instrumentales pour qu'un élève réalise un graphique.

Pour EG la mise en œuvre de l'activité est décrite pas à pas, pour l'enseignant, par exemple dans la situation « œil sur tout revient » à l'étape 1 dans la mise en route, on peut lire : *« le maître a préparé au tableau une affiche présentant le protocole pour charger la barre d'outil et ouvrir la figure ».* Si l'intégration est pensée, sa conception reste à la charge de l'enseignant (des raisons objectives l'expliquent : par exemple, la possibilité d'avoir plusieurs logiciels, ou un degré de liberté nécessaire à l'environnement de stockage,...).

Bien qu'EG affirme que *« l'acquisition des schèmes d'utilisation nous semble devoir être étroitement liée aux concepts visés dans l'apprentissage, et donc à la résolution de problèmes »* il semble, dans ce cas, difficilement imaginable que des élèves puissent utiliser les objets « droite », « segment », sans une activité préalable non identifiée par les auteurs. Ici les auteurs se disent favorables à une démarche d'intégration correspondant à une « **symbiose instrumentale** » : *« le type de tâches est mathématiques (KM) et les connaissances visées sont mathématiques. Le rapport entre KM et KI (connaissances instrumentales) est maximal car des connaissances instrumentales sont indispensables à l'accomplissement de la tâche »* et de plus *« l'une fait avancer l'autre et l'imbrication entre le travail papier-crayon et Cabri est bien présente ».* Toutefois la connaissance minimale nécessaire des objets « Cabri » laisse penser que les enseignants auront au préalable fait utiliser, même de façon minimaliste, ces objets.

Trouve-t-on d'autres modes d'intégration ?

Le livre du maître de PCM ne présente pas les séances utilisant l'outil TICE. Cependant on y trouve une activité de représentation de données numériques, intitulée « Problèmes : construire un graphique », dont le thème est la pluviométrie, les cours d'eau,... Il n'y est fait aucune référence à l'usage du tableur. En revanche dans le manuel de l'élève, dans l'« atelier informatique », est présentée une technique d'utilisation du tableur-grapheur pour représenter des données numériques dont le thème est « l'espérance de vie ».

On ne trouve aucune trace de liaison entre KM et KI ni sur ce sujet ni sur d'autres par ailleurs.

I - 3. 3 ***La technologie des auteurs :***

Le seul ouvrage à faire référence explicitement à un cadre théorique est celui de l'équipe ERMEL. Il cite des travaux de recherche en géométrie et dans l'environnement TICE :

- Les travaux de Bertelot et Salin à propos de la modélisation du méso et macro espace prolongé dans l'espace de l'écran,
- Des conseils à l'introduction de l'instrument logiciel avec la prise en compte des obstacles techniques et de l'influence sur la tâche,
- Les questions sur l'apport spécifique de TICE dans la situation présentée sont fortement mises en valeur.

Cependant, on ne trouve que peu de référence aux techniques observées d'élèves.

Arguments prenant en compte l'enseignant :

Pour les auteurs de CM et PCM les obstacles déclarés à l'intégration des TICE par l'enseignant sont à rattacher à la formation de ces derniers.

Mais sur quoi porte le déficit de formation ?

Pour PCM sur un manque de formation à l'utilisation en classe,

Pour CM sur un manque de formation à l'usage des TICE.

L'un comme l'autre reflète des réalités. Cependant, si on observe les usages de logiciels de bureautique ou de recherche documentaire en Français, l'influence du manque de formation ne semble pas évidente. En cela la formation ou le manque de formation ne serait pas l'essence des résistances à l'usage informatique. Nous laissons en suspens les raisons d'un usage plus intégré des logiciels de bureautique notamment en Français[44].

Pour compenser les difficultés à gérer la construction des connaissances en utilisant les TICE, le choix de PCM est centré sur une imprégnation en douceur des enseignants, c'est-à-dire à partir d'activités optionnelles, donner à penser que l'on pourrait faire avec les TICE des apprentissages. S'ils ne sont pas définis, l'enseignant peut facilement les imaginer puisqu'ils sont associés à des

44 Travaux de l'ALSIC (Apprentissage des Langues et Systèmes d'Information et de Communication)

connaissances construites dans d'autres environnements. Les auteurs de Capmaths partagent ce point de vue.

Dans cette posture, l'usage d'un logiciel ne modifie pas les pratiques anciennes, c'est un objet “culturel”.

Arguments prenant en compte l'objet d'étude et l'instrument

Si les auteurs disent qu'il ne faut pas faire de ruptures trop importantes dans les pratiques des enseignants, ils déclarent aussi leurs difficultés à intégrer les TICE dans les activités anciennes des manuels :

Parce qu'il est difficile d'intégrer des logiciels existants en raison :

- de leur manque d'intérêt (CM, EM, JAM)
- du fait que même s'ils sont très intéressants, ils sont très peu connus (CM)

Parce qu'il est difficile d'intégrer des logiciels dans les situations anciennes :

- quelles situations utiliser ? (CM, EM)
    - nouvelles, elles s'adaptent aux logiciels
    - anciennes, il faut adapter les logiciels
- Adéquation avec “la méthode”. (JAM)

Le bilan n'est pas sans conséquences ! L'absence de recul et la difficulté à gérer poussent à retarder l'intégration. La solution de la recherche par des développeurs indépendants n'a pas été couronnée de succès et pose d'autres problèmes.

Les arguments liés aux équipements informatiques :

L'hétérogénéité des parcs informatiques, le coût d'évolution des équipements sont des arguments pour tous les auteurs.

Si l'hétérogénéité du parc informatique est réelle, les usages de logiciels de bureautique ou de recherche documentaire en Français n'ont pas autant souffert de cette hétérogénéité.

Si les coûts financiers sont importants, des stratégies existent autour de l'environnement libre mais personne ne les évoque, les raisons devront être étudiées.

La question du coût de matériel spécifique (vidéo-projecteurs, TBI, réseau,...) nous renvoie à la question de « Quel coût sommes-nous prêts à supporter pour répondre à quelle nécessité », cette question-réponse, une fois de plus, n'est pas spécifique aux mathématiques.

Rapport personnel aux TICE des auteurs

Quel est le rapport à l'institution « informatique » des auteurs de manuel ? Situations anciennes et nouvelles n'ont pas le même statut pour les concepteurs, c'est du moins ce que nous laissent penser les réponses données à la question « Quelle évolution envisagez-vous dans les prochaines éditions ? ».

Dans la nouvelle édition de PCM *« les ateliers seront intégrés à leur “place” dans le cours des leçons [...] parce qu'en 3 ou 4 ans les choses ont beaucoup avancé [...] dans l'attitude des collègues vis à vis de l'outil informatique ».*

Faut-il donc entendre que le choix des activités avec TICE est moins défendable que le choix des activités sans TICE ?

Pour l'équipe ERMEL se pose la question de la nécessité d'introduire d'autres situations intégrant les TICE... Pourtant des membres de l'équipe travaillent dans le projet MAGI "Mieux Apprendre la Géométrie avec l'Informatique". Mais lorsque l'équipe a avancé dans le projet ERMEL Géométrie, résultat de *« six ans de recherche », « il a fallu déjà construire des situations papier-crayon dans l'environnement un peu classique avant de penser à l'informatique. »*

Le choix est ici parfaitement explicite.

Mais alors demain que peut-on attendre des manuels ?

Les auteurs sont-ils favorables à une intégration dans les prochaines éditions ? Tous répondent « oui ! » mais d'autres contraintes risquent de soutenir les réserves de l'équipe ERMEL ou celle de J'apprends les maths.

V - CONCLUSION

En réponse à notre question initiale sur les raisons de la non intégration des TICE dans les pratiques mathématiques à l'école élémentaire et en regard de l'hypothèse concernant les influences externes à la classe et à l'enseignant, nous avons établi que les institutions ou objets institutionnels étudiés ne créent pas des conditions favorables à l'intégration des TICE dans les pratiques de classe en mathématique.

L'histoire de l'évolution des TICE est très rapide et insécurisante et les programmes placent les enseignants devant des attentes très floues.

Les représentants institutionnels attachés à une représentation sociale des T.I.C. favorisent les situations transversales au détriment des activités disciplinaires. Ils font des TICE comme ils font des T.I.C. !

Les auteurs de manuels, lorsqu'ils se posent la question de l'intégration, ont une position frileuse, pour des raisons pertinentes de charge de travail ou d'absence de recul par rapport à cet instrument. Mais ils posent aussi la question du comment les TICE seront gérées dans les classes.

La suite de mon travail de recherche porte naturellement sur l'observation et l'analyse de l'intégration des TICE dans les pratiques de classes pour l'enseignement des mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

ASSUDE T. & GRUGEON B. (2002), Intégration de logiciels de géométrie dynamique à l'école primaire, *Actes du XXIXème Colloque de la COPIRELEM, IREM des Pays de la Loire*, 227-253.

ASSUDE T. & GELIS J.M (2002), La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire, *Educational Studies in Mathematics*, 259-287.

ASSUDE T. MERCIER A. SENSEVY G. (2007), L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 27/2,* 221-252, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble

BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19/1,* 77-123, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble .

BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique, *Revue de Didactique des Mathématiques*, Vol. 7, n°2, La pensée sauvage éditions, 33-115.

BROUSSEAU G. (2001), L'enseignement des mathématiques dans la scolarité obligatoire : micro et macro-didactique *in La matematica et la sua didattica n° 1*, traduction Maria Polo 5-30, http://dipmat.math.unipa.it/~grim/brousseau_macro_03.pdf Août 2007.

BROUSSEAU G. (2002). Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques, DEAST (Didactique et Anthropologie des Enseignements Scientifiques et Techniques), http://perso.orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf texte en ligne septembre 2007.

CHAPTAL A. (2002), Le dilemme constructiviste ou la question du renouvellement des usages, http://edutice.archives-ouvertes.fr/edutice-00000304/fr/

CHEVALLARD Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12/1,* 73-112, éditions La Pensée Sauvage, Grenoble .

CHEVALLARD Y. (1996), La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. *In R. Noirfalise et M.-J. Perrin-Glorian (Eds), Actes de la VIII*[e] *école d'été de didactique des mathématiques (Saint-Sauves, 22-31 août 1995)*, Clermont Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.

CHEVALLARD Y. (1997), Familière et problématique, la figure du professeur, *Recherches en didactique des mathématiques, 17.3*, 17-54 éditions La Pensée Sauvage, Grenoble .

CHEVALLARD Y. (1998a), Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : L'approche anthropologique. *Actes de l'université d'été « Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques »*. La Rochelle : IREM de Clermont-Ferrand. 91

CHEVALLARD Y (1998b), Organisation didactiques 1, Rapports personnels, rapports institutionnels in Dictionnaire de Didactique des Mathématiques 1997-1998 http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=38

DOUGLAS M. (2004), **Comment pensent les institutions,** [trad. de l'anglais par Anne Abeillé], Paris : la Découverte, 218, *La Découverte poche. Sciences humaines et sociales*). *Titre original :* How institutions think (1986).

DEMEUSE M., STRAUVEN C. (2006), Développer un curriculum d'enseignement ou de formation, Des options politiques au pilotage, Perspective en éducation et Formation, De Boeck, Bruxelles.

GELIS J.M.. & ASSUDE T. (2002), Indicateurs et modes d'intégration du logiciel Cabri en CM2, *Sciences et Techniques Educatives , 3-4(9),* 457-490.

GASCON J. (1998), Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18/1, 7-34.

HASPEKIAN M. (2005), Intégration d'outils informatiques dans l'enseignement des mathématiques, étude du cas des tableurs , thèse, Université Paris 7.

MARGOLINAS C. (1997), Étude de situations didactiques "ordinaires" à l'aide du concept de milieu : détermination d'une situation du professeur, *Actes de la 9ème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*, 35-43, A.R.D.M..

PERRIN-GLORIAN M.J. (1996), Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19/3*, 283-321, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

RABARDEL P. (1995), *Les hommes et les technologies : approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin, Paris.

ROGALSKI J. (2003), « Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert », *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 23/3, 343-388, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

TROUCHE L. (2005) : Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. **25**/1, 91-138, Éditions La Pensée Sauvage, Grenoble.

MODÉLISATION ET ENSEIGNEMENT DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES BASÉ SUR UNE MISE EN RÉSEAU

Maryvonne PRIOLET
Conseillère pédagogique, Doctorante, ED485-EPIC
Université de Lyon
maryvonne.priolet@wanadoo.fr

Jean-Claude REGNIER
Professeur des Universités
Université de Lyon
jean-claude.regnier@univ-lyon2.fr

Résumé
Le présent article s'inscrit dans la problématique d'une recherche en cours portant sur l'étude des relations entre les performances des élèves et une pratique d'enseignement basée sur la mise en réseau des énoncés de problèmes verbaux à données numériques. La place du recours à la modélisation dans l'enseignement de la résolution de problèmes est étudiée, notamment à travers les transcriptions d'enregistrements vidéoscopés dans huit classes de CE2 (3ème année d'école élémentaire) et d'entretiens d'autoconfrontation. Pour les quatre classes du groupe expérimental, les résultats révèlent une amélioration des performances des élèves à résoudre les problèmes numériques, contrastant avec les quatre classes du groupe témoin qui n'ont pas vécu d'incitation à une mise en réseau des énoncés. Il nous semble que cette amélioration peut être en partie expliquée par l'incitation à une modélisation basée à la fois sur l'usage de schémas, de boîtes de références, et sur la conversion de représentations.

INTRODUCTION

Les difficultés rencontrées par les élèves pour résoudre des problèmes numériques ne sauraient être réduites à un manque de pratiques d'enseignement dans les classes, tels sont les constats décrits en première partie de cet article.

De la diversité des traces écrites analysées dans les cahiers des élèves, est née l'idée d'une analyse fine des pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes numériques dans des classes de CE2. De là, nous avons construit et mis en place un dispositif expérimental basé sur l'introduction d'outils d'enseignement visant à fournir aux élèves des aides d'apprentissage pour la résolution de problèmes numériques. Les deuxième et troisième parties de cet article précisent nos questions de recherche ainsi que la méthodologie utilisée, tandis que la quatrième partie rapporte les principaux résultats obtenus au regard ici de trois variables inhérentes à notre expérimentation basée sur la mise en réseau des énoncés de problèmes et de leurs représentations : la place de la référence explicite à des connaissances ou à des travaux antérieurs, la place de l'approche inter-représentationnelle et la place de la modélisation, cette dernière nous semblant être centrale dans le processus même de conceptualisation.

I – À L'ORIGINE DE NOS TRAVAUX : UN PARADOXE

I – 1 Des difficultés d'apprentissage de la résolution de problèmes numériques qui perdurent

Le premier constat est lié aux difficultés identifiées chaque année chez les élèves en début de CE2 et de 6ème au travers des évaluations nationales de résolution de problèmes numériques. De là est née l'idée d'une étude longitudinale destinée à observer l'évolution des performances d'une cohorte d'élèves durant les quatre dernières années de l'école primaire, dans la résolution d'un même problème de type multiplicatif. Le problème a été extrait des épreuves d'évaluations nationales[1] de CE2 de septembre 1999 :

Le directeur de l'école doit envoyer 87 lettres. Il doit mettre un timbre sur chaque enveloppe. Les timbres sont vendus par carnet de 10 timbres. Combien de carnets doit-il acheter ?

De cette étude longitudinale s'étendant sur quatre années successives et portant sur une cohorte de 105 élèves, il ressort que, en conformité avec les objectifs assignés à l'Institution scolaire primaire, le taux de réussite dans la résolution du problème multiplicatif donné augmente d'année en année, depuis la fin du CE1 jusqu'à la fin du CM2. Toutefois, au terme du CM2, c'est-à-dire de la scolarité primaire, plus d'un tiers des élèves ne fournit pas encore la réponse exacte attendue à ce problème et plus d'un quart reste toujours en situation de non-réussite (échec par réponse erronée ou trop partielle ou par non-réponse).

En considérant les profils des élèves regroupant les quatre performances annuelles, l'étude révèle que 19 élèves sur les 105 de la cohorte (18,1%) ont eu un parcours composé uniquement de non-réussites, contre 12 élèves sur 105 (11,4%) avec parcours uniquement de réussites.

De l'analyse plus fine de l'ensemble des traces écrites intermédiaires[2] (T.é.i.) produites par les élèves, ressortent trois types de résultats :

Premièrement, la présence de T.é.i. ne semble pas dépendre de l'année de scolarité (tableau 1). Autrement dit, les élèves ne produisent pas davantage de « brouillons » en CM2 qu'en CE1, en CE2 ou en CM1. (Test de Cochran $Q(0,01\ ;3) = 4,08 < 11,34$)

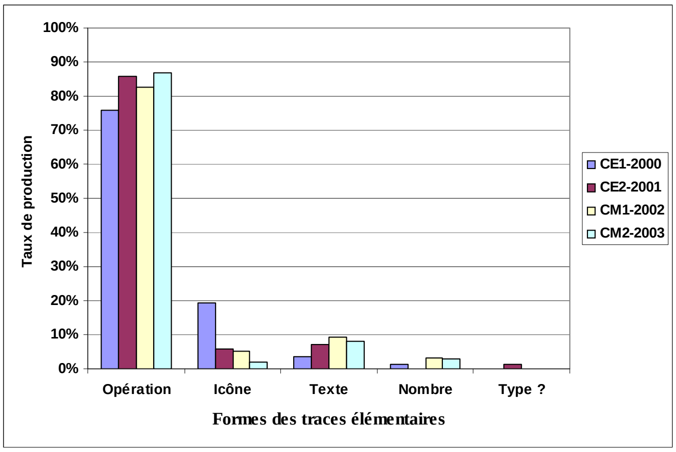
	Élèves ayant produit une T.é.i.	**Élèves n'ayant pas produit de T.é.i.**
CE1-2000	**62**	**43**
CE2-2001	**54**	**51**
CM1-2002	**52**	**53**
CM2-2003	**50**	**55**

Tableau 1 : Traces écrites intermédiaires et année de scolarité

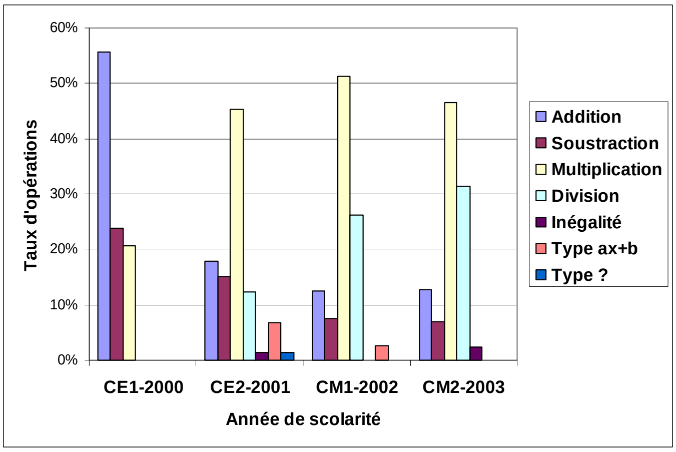
[1] Ministère de l'Education nationale, de la Recherche et de la Technologie, Direction de la Programmation et du Développement, (1999), *Evaluation à l'entrée au CE2, Français-Mathématiques, Livret de l'élève, Mathématiques*, Exercice n°26, p.54

[2] Ces traces écrites intermédiaires peuvent aussi être nommées « brouillons ».

Deuxièmement, l'analyse du contenu de ces traces (graphique 1) révèle une présence majoritaire d'opérations (75,90% en CE1, 85,88% en CE2, 82,47% en CM1 et 86,87% en CM2) qui de surcroît, sont en grande partie celles dont la technique opératoire a été étudiée lors de l'année de passation (graphique 2). On retrouve là un effet de contrat didactique (Brousseau, 1988). La production d'additions est ainsi majoritaire au CE1 (55,56% vs 17,81% pour le CE2 à la deuxième place), la production de soustractions est également majoritaire au CE1 avec 23,81% suivi de près par le taux du CE2 avec 15,07% en second rang, la production de multiplications est majoritaire au CM1 avec 51,25% devant le CM2 (46,51%) et enfin la production de divisions est majoritaire au CM2 avec 31,40% devant le CM1 en second rang avec 26,25%.



Graphique 1 : Taux de production des formes des traces élémentaires et année de scolarité



Graphique 2 : Taux d'opérations par type et année de scolarité

Troisièmement, on relève que la production d'icônes émane essentiellement du niveau CE1 (graphique 1) et plus précisément de l'une des classes de ce niveau. Le fait que dans cette classe de CE1, 8 élèves parmi les 11 qui ont produit des icônes (Figure 1) ont réussi à résoudre le problème, nous a conduits à nous interroger sur l'effet de la production d'icônes. Dans chacune des traces écrites intermédiaires de ces élèves, on observe la représentation de dizaines, généralement par des blocs, certains contenant l'écriture « 10 », d'autres renfermant un ensemble de 10 jetons dessinés. Cependant, nous nous garderons de toute conclusion hâtive : les réussites de ces élèves ne sont-elles liées qu'à la seule production d'icônes ? Les élèves ont-ils réussi le problème parce qu'ils ont produit des icônes ou bien parce qu'ils avaient déjà activé mentalement une procédure avant la production de ces icônes ?

On peut aussi se demander pourquoi dans cette seule classe 11 élèves ont eu recours à la production d'icônes.

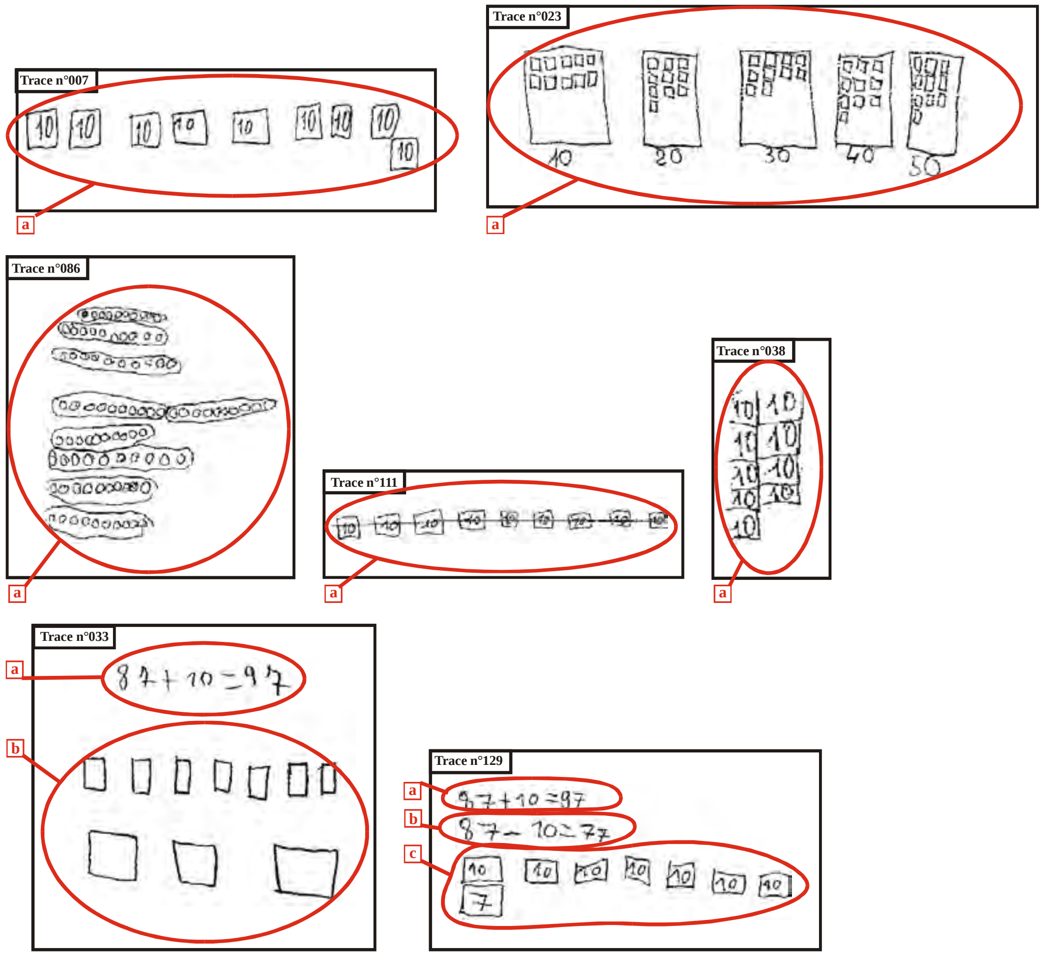


Figure 1 : Traces écrites intermédiaires produites par 11 élèves[3] de la classe de CE1

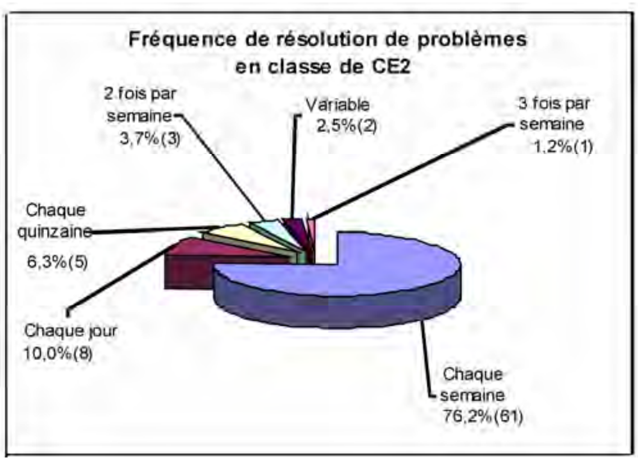
Tandis qu'au CE1 la présence de traces écrites intermédiaires est associée à la réussite dans la résolution du problème, on remarque au contraire qu'en CE2-CM1-CM2 elle est plutôt associée à la non-réussite. Ce qui peut signifier que les élèves qui ont bien réussi n'ont pas recouru aux brouillons, dès lors qu'ils disposaient en mémoire d'un schéma mental leur permettant de résoudre le problème posé. On peut aussi admettre que l'ordre de grandeur des nombres présents dans cet énoncé ne justifiait pas la pose d'opérations par écrit.

[3] La Figure 1 ne comporte que 7 traces, puisque 5 élèves sur les 11 ont produit la trace référencée Trace n°007

I – 2 Des pratiques régulières d'enseignement de la résolution de problèmes numériques

Le second constat a trait à l'enseignement même de la résolution de problèmes numériques.

Un questionnaire renseigné par 81 enseignants de CE2 issus de deux académies différentes (Priolet, 2000), avait mis en évidence l'existence d'un enseignement effectif de la résolution de problèmes à données numériques dans les classes (graphique 3). Le Rapport de l'Inspection Générale sur l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire (2006) corrobore ces données, tout en précisant que la majorité des enseignants (90%) déclarent réserver, dans leur emploi du temps, des plages horaires spécifiques à la résolution de problèmes, la fréquence de ces plages étant hebdomadaire pour 40% d'entre eux, bihebdomadaire pour 36% et quotidienne pour 24% qui déclarent que « tout est problème ».



Graphique 3 : Fréquence de résolution de problèmes en classe de CE2

I – 3 Un paradoxe

Ainsi, malgré la mise en œuvre régulière de séances de résolution de problèmes dans les classes, les performances réalisées par les élèves, tant aux évaluations nationales de début de CE2 et de 6ème que lors de notre étude longitudinale, révèlent que les élèves restent confrontés à des difficultés dans la résolution de problèmes comme si l'apprentissage n'avait pas provoqué un saut suffisant pour parvenir à un niveau de conceptualisation satisfaisant pour ce type de tâche. Ce paradoxe entre l'enseignement effectif de la résolution de problèmes et l'écart constaté entre le niveau des performances obtenu et celui attendu nous a orientés vers une analyse des pratiques des enseignants, tout en nous inspirant des travaux de Roditi (2003 ; 2005) en didactique des mathématiques et de la méthodologie développée dans le cadre de la psychologie du travail (Clot et al., 2000).

II – QUESTIONS DE RECHERCHE

Le contraste entre la production massive de traces écrites intermédiaires dans une des classes de CE1 et la quasi-absence dans les autres classes nous a conduits à nous intéresser tout particulièrement aux pratiques des enseignants. Les travaux de Duval (1995, 2005) nous ont incités à déterminer la place accordée aux registres de représentation et à la conversion des représentations. Par ailleurs, la théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990) nous a guidés dans le choix des problèmes proposés aux élèves, tandis que les méthodes utilisées en psychologie du travail nous ont fourni un cadre d'analyse des pratiques des enseignants.

En utilisant ces cadres théoriques, nous avons souhaité connaître la place effective accordée par les enseignants à l'usage et à la mise en relation de différents registres de représentation (registres iconique, textuel, etc.) au sein même de l'enseignement qu'ils dispensent. En d'autres termes, nous souhaitions mieux connaître dans quelle mesure les dispositifs basés sur une approche inter-représentationnelle permettaient d'améliorer les performances des apprenants en résolution de problèmes numériques. Nous qualifions d'*inter-représentationnelle*, une approche consistant à passer d'une représentation à une autre, par exemple, du texte de l'énoncé à un dessin, à une opération, à un schéma et à mettre en relation ces différentes représentations.

De là, notre problématique de recherche centrée sur la question : Comment et à quelles conditions un enseignement de la résolution de problèmes à données numériques peut-il contribuer à favoriser la conceptualisation en mathématiques ?

S'agissant de l'analyse des pratiques, à l'instar des constats opérés respectivement par Roditi (2001) dans des classes de collège lors de séquences sur la multiplication des décimaux et par Sayac (2006) dans des classes de lycée, nous considérons qu'il existe à l'école élémentaire, une grande variété de pratiques d'enseignement de la résolution de problèmes numériques conduisant à une diversité des activités des élèves.

Nous émettons l'hypothèse qu'une approche fondée sur la mise en réseau des énoncés et de leurs représentations peut aider les élèves dans l'activité de résolution de problèmes à données numériques. Ce, sous conditions que l'explicitation du problème à résoudre intègre une phase de modélisation.

III - METHODOLOGIE

III – 1 Organisation générale de la méthode de construction des données

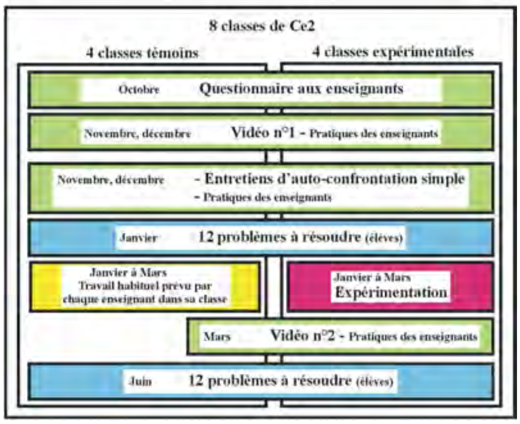


Figure 2 : Schéma de l'expérimentation

L'échantillon est constitué par huit classes composées strictement d'élèves de CE2.

Dans un premier temps, d'octobre à janvier de la même année scolaire, il s'agissait d'une part de caractériser les pratiques mises en oeuvre par les enseignants lors de séances de résolution de problèmes, d'autre part de mesurer les performances des élèves dans ce champ des mathématiques et de recenser les traces écrites intermédiaires produites lors de la résolution.

Pour recueillir les données relatives aux pratiques enseignantes, trois techniques ont été utilisées : le questionnaire écrit, l'enregistrement vidéoscopé, l'entretien d'autoconfrontation (Clot et Faïta, 2000), nous appuyant ainsi sur le cadre théorique développé par Leplat (2000) en psychologie du travail et en ergonomie. Dans la lignée des travaux de Rabardel et al. (1998), Rogalski (2003), nous avons considéré l'enseignant en situation de travail. Pour recueillir les performances et les traces écrites des élèves, les huit classes ont été soumises à un pré-test composé de 12 problèmes à données numériques.

Dans un second temps, de janvier à mars, quatre classes parmi les huit ont été soumises à un dispositif expérimental visant à évaluer les effets d'une pratique d'enseignement de la résolution de problèmes basée sur une approche de mise en réseau des énoncés et de leurs représentations. Elles ont été l'objet de nouveaux enregistrements vidéoscopés de séances de résolution de problèmes, afin de repérer les changements éventuels de pratiques intrinsèques ou extrinsèques à l'expérimentation. Les quatre autres classes qui constituaient le groupe-témoin ont continué le travail prévu par l'enseignant dans le cadre de sa pratique habituelle de classe.

Dans un troisième temps, en juin, un post-test, strictement identique au pré-test, a fait l'objet d'une passation dans les huit classes.

III - 2 La batterie d'énoncés de problèmes.

III – 2.1 La batterie d'énoncés de problèmes (pré-test et post-test)

Tous les énoncés appartiennent au registre textuel (Duval, 1995). La question se situe toujours à la fin de l'énoncé, afin de neutraliser la variable « place de la question » dont l'effet sur la performance à résoudre le problème a été pointé par Fayol (1986). En nous référant aux travaux de Nunes, Schliemann et Carraher (1993), les douze problèmes retenus relèvent de domaines proches de l'expérience quotidienne des enfants : achats divers pour les problèmes pouvant être traités directement par une multiplication, dimensions d'un jouet pour le problème de comparaison multiplicative et situations scolaires ou d'achats pour les problèmes nécessitant le passage par des étapes intermédiaires. La théorie des champs conceptuels a été utilisée comme cadre de référence pour distinguer un premier ensemble composé de sept énoncés de problèmes relevant strictement des structures multiplicatives et un second ensemble en réunissant cinq dont la résolution nécessite un passage par des étapes intermédiaires.

III – 2.2 Le contenu du livret d'énoncés de problèmes

Nous avons centré principalement nos travaux sur les problèmes de type multiplicatif. Cependant, afin d'observer les performances lors de la résolution de problèmes plus complexes nécessitant la détermination d’étapes intermédiaires, nous avons introduit des problèmes relevant à la fois du type additif et du type multiplicatif. Une batterie de problèmes a ainsi été élaborée en vue d’évaluer, avant et après l’expérimentation, les compétences des élèves dans la résolution :

- de problèmes de type multiplicatif relevant de la proportionnalité simple ou d’une comparaison multiplicative de grandeurs (Tableau 2) ;

- de problèmes de type additif et multiplicatif nécessitant la détermination d’étapes intermédiaires (Tableau 3).

Proportionnalité simple

<table>
<tr><th></th><th>Exemples donnés par Vergnaud (1997)</th><th>Problèmes rédigés pour pré-test et le post-test</th></tr>
<tr><td>La multiplication</td><td>Josie achète 4 gâteaux. Le prix d’un gâteau est 7 francs. Combien doit-elle payer ?<table><tr><th>gâteaux</th><th>dépenses</th></tr><tr><td>1</td><td>7</td></tr><tr><td>4</td><td>$\boxed{?}$</td></tr></table>multiplication</td><td><u>Énoncé n°1</u>
Julien achète 4 livres. Le prix d’un livre est 7 euros. Combien doit-il payer ?
<u>Énoncé n°8</u>
Pauline range ses cassettes. Elle compose 4 lots de 7 cassettes. Combien a-t-elle de cassettes ?</td></tr>
<tr><td>La division-partition (recherche de la valeur d’une part ou d’un objet)</td><td>Arthur a payé 30 francs pour 6 agates bleues. Quel est le prix d’une agate ?<table><tr><th>agates</th><th>dépenses</th></tr><tr><td>1</td><td>$\boxed{?}$</td></tr><tr><td>6</td><td>30</td></tr></table>division-partition
recherche de la valeur d’une part ou d’un objet</td><td><u>Énoncé n°6</u>
Yann a payé 30 euros pour 6 voitures miniatures. Quel est le prix d’une voiture miniature ?</td></tr>
<tr><td>La division-quotition (recherche du nombre de parts, ou d’objets)</td><td>Bernard veut acheter des agates. Il dispose de 40 francs. Une agate coûte 5 francs. Combien peut-il en acheter ?<table><tr><th>agates</th><th>dépenses</th></tr><tr><td>1</td><td>5</td></tr><tr><td>$\boxed{?}$</td><td>40</td></tr></table>division-quotition
recherche du nombre de parts, ou d’objets</td><td><u>Énoncé n°3</u>
Un savon coûte 5 euros. Quel est le nombre de savons que Sophie peut acheter avec 40 euros ?
<u>Énoncé n°13</u>
Les pommes sont vendues par sacs de 5 kg. Quel est le nombre de sacs nécessaires pour acheter 40 kg de pommes?</td></tr>
<tr><td>La quatrième proportionnelle</td><td>Marie-Hélène a payé 72 francs pour 12 œufs en chocolat. Sa cousine Sophie veut en acheter 18. Combien va-t-elle payer ?<table><tr><th>œufs en chocolat</th><th>dépenses</th></tr><tr><td>12</td><td>72</td></tr><tr><td>18</td><td>$\boxed{?}$</td></tr></table>quatrième proportionnelle</td><td><u>Énoncé n°10</u>
Julie a payé 20 euros pour 4 œufs en chocolat. Sa cousine Estelle veut en acheter 6. Combien Estelle va-t-elle payer ?</td></tr>
</table>

Comparaison multiplicative

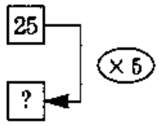
Comparaison multiplicative de grandeurs	Il y a 5 fois plus de chaises à la cantine que dans la classe. Il y en a 25 dans la classe. Combien y a-t-il de chaises à la cantine ? 	**<u>Énoncé n°11</u>** La voiture miniature de Lucas mesure 8 cm de long. La vraie voiture représentée par cette petite voiture est 50 fois plus grande. Quelle est la longueur de la voiture réelle ?

Tableau 2 : 7 problèmes de structure strictement multiplicative

Calculs intermédiaires

Problèmes rédigés pour le pré-test et le post-test
<u>Énoncé n°7</u> Elsa a une pochette de 20 photos et 2 albums remplis chacun de 60 photos. Combien de photos possède Elsa ?
<u>Énoncé n°12</u> Une classe compte 27 élèves. Le maître distribue trois cahiers par élève. Il lui reste 19 cahiers. Combien le maître avait-il de cahiers avant cette distribution ?
<u>Énoncé n°2</u> Julien achète 4 livres. Le prix d'un livre est 7 euros. Au rayon des surgelés, les escargots coûtent 4 euros la douzaine, les petits pois 12 euros le kg et les framboises 6 euros le kg. Manon achète 12 escargots et 4 kg de petits pois. Combien a-t-elle dépensé ?
<u>Énoncé n°9</u> Le maître a 3 sacs de 8 billes. Il veut répartir les billes entre Paul et Léa , de façon à ce que Léa ait autant de billes que Paul. Combien le maître donnera-t-il de billes à chacun des deux élèves ?
<u>Énoncé n°5</u> Le directeur de l'école doit envoyer 87 lettres. Il doit mettre un timbre sur chaque enveloppe. Les timbres sont vendus par carnet de 10 timbres. Combien de carnets doit-il acheter ?

Tableau 3 : 5 problèmes nécessitant la détermination d'étapes intermédiaires

III - 3. Description de l'expérimentation

Cette étude vise à analyser les relations entre les performances des élèves des classes de CE2 de l'école primaire française en résolution de problèmes numériques et les pratiques des enseignants de ces classes dans ce champ des mathématiques à partir d'un échantillon représentatif de 8 classes.

Dans un premier temps, l'étude a consisté à identifier les pratiques habituelles d'enseignement de la résolution de problèmes numériques dans les huit classes. Les transcriptions intégrales des séances vidéographiées ont révélé un enseignement dénué d'une part de toute incitation visant à recourir à des apprentissages ou à des outils construits antérieurement, d'autre part de l'usage de représentations issues de différents registres.

III – 3.1 L'approche de la résolution de problèmes par la mise en réseau

L'objectif de l'expérimentation est de faire recourir les élèves à différentes représentations et à une mise en relation de ces représentations pour accéder à la résolution d’un problème. Il s’agit de leur faire prendre conscience que le passage par la pose d’une opération ne constitue pas l’unique recours pour résoudre un problème. Or, il nous semble que cette modification des stratégies des élèves pour résoudre ne peut être spontanée et qu’elle doit passer par une modification des pratiques d’enseignement trop ancrées parfois encore sur la valorisation d’un seul mode opératoire. Nous prenons appui ici sur les travaux de Vergnaud sur la conceptualisation, c’est-à-dire à l’identification des objets du monde, de leurs propriétés et de leurs relations. Le vrai travail du psychologue, du didacticien, de l’enseignant, c’est de dénicher les conceptualisations sous-jacentes aux conduites des élèves, aux procédures qu’ils utilisent, à leurs erreurs. Pour Vergnaud (1990), la connaissance est adaptation, un concept se construit chez l’enfant à travers la résolution de problèmes et de situations. Ce sont les schèmes qui sont au centre du processus d’adaptation des structures cognitives. Ce sont les schèmes qui s’adaptent à des situations. De par notre expérimentation, nous souhaitons que l’apprenant rencontre de nombreuses situations afin que, ensuite, devant une classe de situations nouvelles, il puise dans ses ressources ; il mobilise ses schèmes. C’est l’organisation hiérarchique des schèmes qui engendre et qui organise l’activité. Avec la mise en réseau temporelle, nous provoquons des rencontres avec des situations nouvelles qu’il s’agit de mettre en relation avec des situations rencontrées antérieurement de manière à arriver à identifier des objets, à identifier des propriétés, des relations.

Certes, nous conduirons l’élève à utiliser le symbolisme, mais de notre point de vue, le symbolisme ne saurait suffire ; c’est la raison pour laquelle nous avons souhaité inclure dans notre dispositif des outils d’aide à l’apprentissage. Ainsi, en nous fondant sur le concept de mise en réseau des énoncés de problèmes et de leurs représentations, élément central de notre approche, nous introduisons dans la classe des boîtes-référentes et un répertoire de références permettant de créer des relations entre différents registres de représentations.

III - 3.1.1. Les boîtes-référentes

Des boîtes-référentes sont mises à la disposition de chaque élève (Figure 3). Ce sont à la fois des boîtes contenant des références variées : énoncés verbaux, dessins, schémas, opérations, etc., et des boîtes destinées à acquérir le statut de *référence* pour un type de problème donné. Matérialisées par des fiches, elles recevront et mettront en relation trois types de données : des représentations sous forme de schémas que nous nommerons schémas-référents, des énoncés verbaux, des représentations variées de type opération, dessin, schéma, texte. Les travaux de Duval (1995) sur les registres sémiotiques et la conversion des représentations constituent le cadre théorique retenu pour l’introduction de la dimension inter-représentationnelle de ces boîtes-référentes qui ont pour objectif d’obliger l’élève à changer de registre de représentation.

III – 3.1.2. Les schémas-référents

Chaque boîte-référente correspond à une catégorie de problèmes définie par Vergnaud (1990). Elle est destinée à recevoir plusieurs problèmes appartenant à la même catégorie. Elle est identifiable par une étiquette comportant un ou plusieurs schémas que nous nommons schémas-référents (Figure 4)

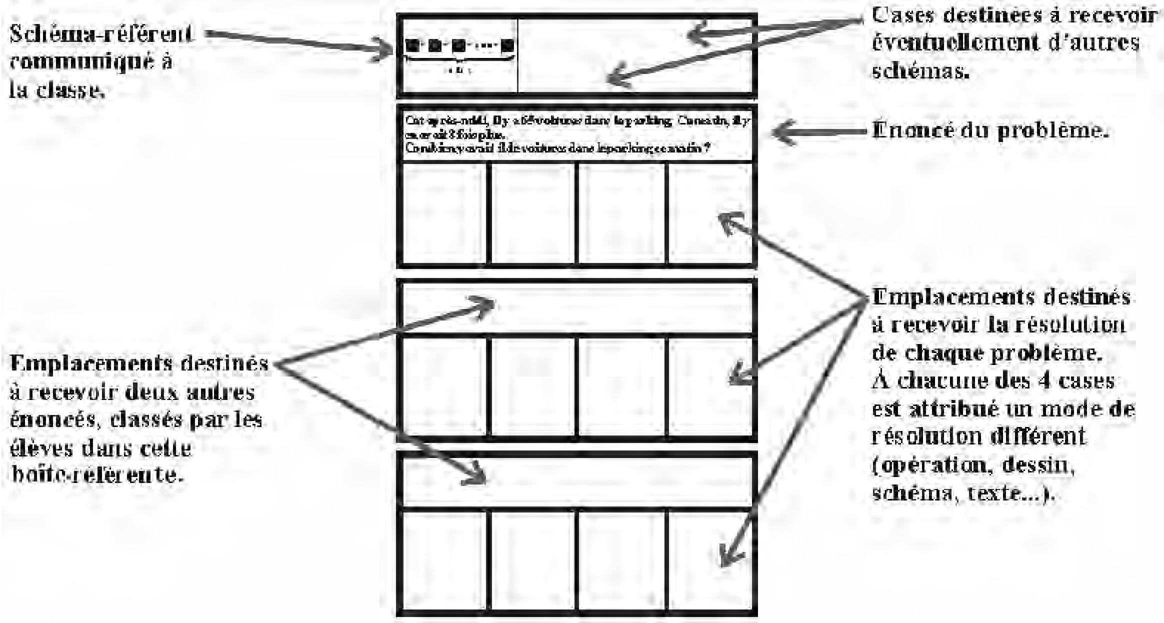


Figure 3 : Boîte-référente

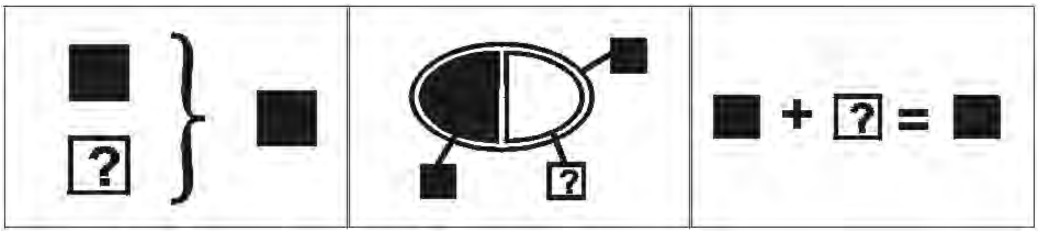


Figure 4 : Exemples de schémas–référents

III – 3.1.3. Les énoncés verbaux

Les énoncés de problèmes verbaux pouvant appartenir à ces boîtes-référentes sont recopiés dans les emplacements prévus (Figure 3).

III – 3.1.4. Les représentations variées : opération, dessin, schéma, texte.

Des emplacements sont prévus pour recevoir les traces en relation avec la résolution de chaque problème verbal. Quatre cases juxtaposées sont matérialisées au-dessous de l'énoncé ; un type de trace différent (opération, dessin, schéma, texte) est affecté à chacune des quatre cases, incitant l'élève à procéder à la conversion de représentations (Duval, 1995).

III - 3.2 Utilisation des boîtes-référentes, des schémas-référents et des répertoires de références dans les classes du groupe expérimental

III – 3.2.1. Les variables à ne pas modifier

La difficulté pour mener à bien cette expérimentation, comme d'ailleurs dans de nombreuses recherches en sciences de l'éducation, réside principalement dans le contrôle des variables extrinsèques. Pour tenter d'annuler les effets de plusieurs d'entre elles, il a été demandé à chaque enseignant du groupe expérimental d’utiliser les outils proposés tout en maintenant la programmation établie en début d’année scolaire, en laissant la place aux pratiques habituelles d’organisation de classe en modes collectif, individuel ou par groupes, en conservant le degré d’exigence dans la présentation des résultats.

III – 3.2.2. Les éléments à introduire

Les éléments suivants sont à introduire par l’enseignant dans sa pratique pédagogique quotidienne dans la salle de classe :

- utilisation systématique des boîtes-référentes lors de chaque séance de résolution de problèmes à données numériques, avec passage obligé par l’usage de différents registres de représentation (une case pour un dessin, une case pour un schéma, une case pour les opérations, une case pour le texte de la réponse au problème).

- réalisation puis adoption par la classe d’une étiquette en-tête de la boîte-référente, sous la forme d’un schéma.

- lors de la phase de correction, instauration systématique d’une mise en commun des différentes stratégies utilisées par les élèves de la classe pour résoudre (pose d’un calcul, réalisation d’un schéma ou d’un dessin)

- constitution d’autant de boîtes-référentes que nécessaire, en fonction de la progression de la classe.

- introduction de nouveaux énoncés dans chaque boîte-référente. Il peut s’agir soit d’énoncés fournis par l’enseignant, soit d’énoncés rédigés par les élèves à la demande de l’enseignant.

- utilisation par l’enseignant et par les élèves d’expressions du type « Ce problème ressemble à … », « Il peut être résolu comme … », « Il va dans la même boîte que … » lors de chaque utilisation des boîtes-référentes.

III – 3.2.3. Trois principales dimensions

Trois principales dimensions, à l’origine même de sa genèse, caractérisent notre dispositif d’ingénierie pédagogique : une dimension inter-représentationnelle, une dimension de modélisation et une dimension temporelle.

- la dimension inter-représentationnelle

Elle établit des liens entre les énoncés verbaux, les représentations sémiotiques utilisées par l’élève au cours de la résolution et les schémas-référents.

- la dimension de modélisation

Elle intervient à plusieurs niveaux :

- Lors du passage du registre textuel de l'énoncé vers un ou plusieurs autres registres sémiotiques propres à l'apprenant. Il s'agit de la phase individuelle de tâtonnement expérimental (Régnier 1988, 1994) au cours de laquelle l'élève va essayer de dégager son propre « modèle ».

- Lors de la confrontation des différents « modèles » proposés par les élèves. Il s'agit alors d'une phase collective, au cours de laquelle on va mettre à l'épreuve ces différents modèles afin de dégager un modèle mathématique pertinent pour résoudre le problème posé.

- On retient un modèle qui devient l'en-tête de la boîte-référente.

Les trois premières phases se situent plutôt dans des procédures de « bas en haut » (du réel vers le modèle), et la quatrième dans une procédure de « haut en bas » (mise en œuvre). Cependant, tout au long de ces phases, s'opèrent des aller-retour qui font que, par le passage obligé d'essai de représentations des énoncés, l'élève va constamment avoir à tenter de modéliser, puis à revenir vers le modèle pré-construit, pour le mettre à l'épreuve, voire pour en créer un autre qui deviendra alors l'étiquette d'une nouvelle boîte-référente.

- la dimension temporelle

Celle-ci est bien présente puisque l'élève est conduit, par l'intermédiaire des boîtes-référentes, à mettre en réseau le problème à résoudre avec des problèmes antérieurs déjà résolus.

IV – CORPUS DES DONNEES CONSTRUITES ET PRINCIPAUX RESULTATS

Pour l'analyse des pratiques des enseignants, nous disposons des transcriptions intégrales de l'ensemble des séances vidéoscopées et des entretiens d'autoconfrontation ainsi que des données issues du questionnaire–enseignant.

Pour l'analyse des performances et des traces produites par les 137 élèves ayant effectué les passations du pré-test et du post-test, notre corpus est composé de données issues des variables correspondant aux caractéristiques des élèves (genre, date de naissance, classe, groupe d'appartenance pour l'expérimentation), aux performances successives au pré-test et au post-test, au codage des traces écrites (présence et adaptation de l'opération ou du dessin au problème posé, exactitude du calcul, etc.).

IV – 1 Performances des élèves

Les premiers résultats de cette recherche révèlent que, sur les 12 problèmes du post-test, les élèves du groupe expérimental réussissent en moyenne un problème de plus que ceux du groupe-témoin. Pour le groupe-témoin, l'écart des moyennes au pré-test et au post-test (4.68 vs 5.60) est de 0.92, tandis que pour le groupe expérimental il est de 1.97 (4.38 vs 6.35).

Les effets de la variable « énoncé » ont également été mesurés. Dans le groupe expérimental, on relève que les moyennes des performances obtenues au pré-test et au post-test sont significativement différentes pour sept problèmes sur 12, et ce, en faveur du post-test, tandis que pour le groupe-témoin, ces constats ne s'appliquent qu'à un seul des douze problèmes.

Les effets respectifs de plusieurs variables externes au protocole expérimental ont été testés. Les traitements statistiques révèlent que la constitution des groupes est indépendante du genre, de l'âge et des performances aux évaluations nationales CE2.

L'étude des relations entre les performances des élèves et les pratiques des enseignants est en cours. Elle s'appuie sur le repérage de changements de pratiques. Les premiers traitements prennent en compte les variables suivantes : usage de plusieurs types de représentations ; place accordée à la mise en réseau de différents types de représentations ; place à l'incitation à l'usage d'outils de référence.

IV – 2. Pratiques des enseignants

En comparant les séances d'enseignement antérieures et postérieures à l'expérimentation, nous avons étudié la variabilité des trois dimensions évoquées précédemment. L'étude complète s'appuiera sur l'analyse des pratiques des huit enseignants concernés par le dispositif (Figure 2) mais, pour les besoins de cet article, nous ne citerons que les séances d'enseignement vidéoscopées et analysées à ce jour dans leur intégralité : il s'agit des séances de Mme C et de Mme L.

IV – 2.1 Place de la référence explicite à des connaissances ou travaux antérieurs

Cette variable permet de repérer la pratique de mise en réseau dite temporelle. L'exemple ci-après est emprunté à la classe de Mme L.

On relève un contraste entre les séances observées avant et après l'expérimentation (Tableau 4) : l'enseignante passe d'un enseignement dénué de toute incitation visant à des recours à des apprentissages ou travaux antérieurs, à un enseignement provoquant des rappels d'autres problèmes, et ce, par l'usage de boîtes-référentes. Cet usage, répété au fil des séances, nous paraît contribuer à conduire les élèves à effectuer des mises en réseau entre les énoncés de problèmes, les schémas associés et les opérations nécessaires à la résolution. Les progrès en faveur du groupe expérimental pourraient, du moins en partie, s'expliquer par ce changement des pratiques enseignantes qui pourraient faciliter chez les élèves la création de schémas mentaux propres à une classe de problèmes.

Séance n°1 : Classe de Mme L. : Aucun recours à des connaissances ou travaux antérieurs.
Séance n°2 : Classe de Mme L. :

Item	Temps	Locuteur	
6	00.24	Ens.→Cl.	Voilà, sur la feuille que je vous ai donnée, il y a le problème que l'on a fait samedi dernier. Qui est-ce qui nous relit rapidement ce petit problème ?
39	02.43	Ens.→Cl.	Alors qui veut me rappeler le petit dessin que l'on avait fait pour représenter ce problème ?

Tableau 4 : Demande de recours explicite à des connaissances ou à des travaux antérieurs

Classe de Mme L. (séances n° 1 et n°2)

IV – 2.2 Place de l'approche inter-représentationnelle

L'exemple est emprunté à la classe de Mme C.

Avant l'expérimentation, les consignes habituelles des huit enseignants concernés par cette étude semblaient induire un recours quasiment exclusif au registre numérique, très souvent exigé par une formalisation des réponses du type « solution, opérations » (Tableau 5). L'expérimentation qui a consisté d'une part à introduire l'usage de boîtes-référentes dans les quatre classes du groupe expérimental et d'autre part à induire un changement de pratiques chez les quatre enseignants, a provoqué chez les élèves l'utilisation de plusieurs registres de représentation (Figure 5), les incitant ainsi à passer d'un registre à l'autre en opérant des conversions. Après la phase expérimentale, on relève des modifications dans les traces écrites des élèves du groupe expérimental : celles-ci intègrent notamment des représentations iconiques qui traduisent les données de l'énoncé. Le passage par le brouillon dont l'absence a déjà été soulignée se révèle alors incontournable pour faire se juxtaposer les différents types de représentations et favoriser la résolution du problème.

Exemple :

Séance n°1 : Classe de Mme C.

Item	Temps	Locuteur	
108	08.42	Ens.→Cl.	Solution. Un grand S. Et O, Opérations (L'enseignante écrit au tableau en même temps que les élèves).

Tableau 5 : Place de l'approche inter-représentationnelle - Classe de Mme C. (séance n° 1)

Séance n°2 : Classe de Mme C.

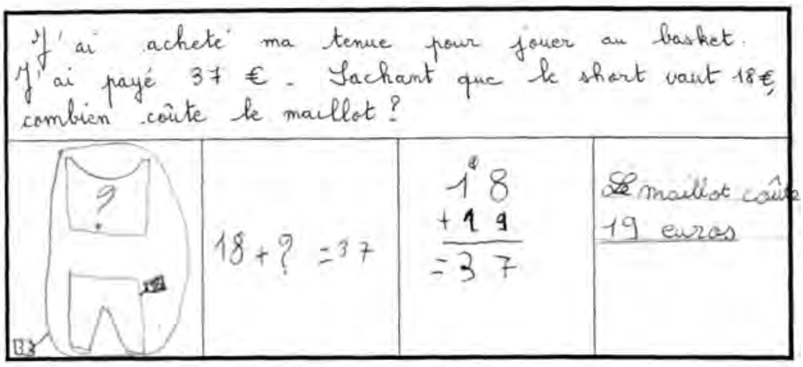


Figure 5 : Place de l'approche inter-représentationnelle
Production d'élève et conversions de représentations - Classe de Mme C. (Séance n°2)

IV – 2.3 Place de la modélisation

Dans le cadre et les limites de nos observations, ni la construction ni l'utilisation d'outils susceptibles d'étayer la résolution de problèmes n'ont été décelées dans les séances n°1 vidéoscopées. Les entretiens d'autoconfrontation simple ne mettent pas non plus en évidence de pratiques d'enseignement visant à la modélisation. En revanche, la séance n°2 de la classe de Mme L. appartenant au groupe expérimental montre (Figure 6) l'introduction d'une démarche de modélisation qui n'apparaissait pas dans la première séance.

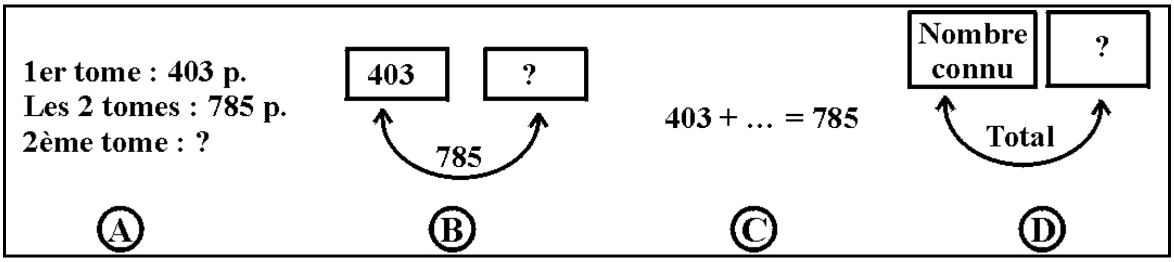


Figure 6 : Place de la modélisation. Exemples de productions d'élèves réalisées sur le tableau noir collectif et montrant les conversions de représentations - Classe de Mme L. (Séance n°2)

Après que les élèves ont cherché individuellement à modéliser et à résoudre le problème, Mme L sollicite une mise en commun des différentes productions. Les productions A, B et C ont été réalisées par le même élève. Des échanges collectifs sont engagés et, après un consensus sur la pertinence des productions A, B, C , Mme L demande le tracé d'un schéma pouvant convenir pour n'importe quel problème qui entrera dans cette boîte.

De notre point de vue, la modélisation a fonctionné à 3 niveaux :

A. L'élève a dépouillé l'énoncé de son « habillage » pour ne garder qu'une petite partie du registre textuel et introduire un point d'interrogation qui laisse penser à la recherche d'une inconnue. On peut considérer que la phase de modélisation est engagée puisque l'élève pose ici un modèle du type : *je place les données connues, numériques et non numériques et j'écris ce que je cherche*.

B. L'élève trace et applique un schéma, correspondant d'ailleurs bien au problème de type additif à résoudre. Le modèle mathématique mis en place est pertinent pour solutionner le problème.

C. La mise en équation est indiquée.

D. On dépouille le schéma B de ses données numériques. Les termes « nombre connu » et « Total » appartiennent au vocabulaire usuel de cette classe.

À cette étape, les caractéristiques « de surface » du contenant ont été supprimées.

CONCLUSION

Le but de cette étude est de mieux comprendre les difficultés d'apprentissage des élèves en ce qui concerne la résolution de problèmes numériques. Pour ce faire, nous avons procédé à l'analyse des traces écrites intermédiaires produites par les élèves. La disparité constatée entre les classes nous a invités à observer les pratiques même des enseignants. Alors que la mise en réseau des énoncés de problèmes et de leurs représentations, l'usage et la conversion de représentations, l'incitation à la modélisation paraissaient, en considérant toutes les limites de notre dispositif, absents des pratiques observées, il nous a semblé que l'introduction d'outils intégrant ces différentes composantes pouvaient expliquer, du moins en partie, l'amélioration des performances obtenues par le groupe expérimental de notre dispositif. Par l'usage de boîtes-référentes, par le recours à des apprentissages antérieurs et par une incitation à la modélisation, il s'agit d'amener l'élève à conceptualiser et, pour ce faire, à mettre en relation les données dont il dispose déjà. Il est amené à créer, puis à utiliser, voire à modifier un modèle.

BIBLIOGRAPHIE

Brousseau, G. (1988), Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.9, n°3, pp. 309-336

Clot, Y., Faïta, D., Fernandez, G., Scheller, L. (2000). Entretiens en autoconfrontation croisée : une méthode en clinique de l'activité. *Pistes.*, Vol. 2, n°1, 7 p.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Peter Lang, Berne, 395 p.

Duval, R. (2005). Langage, symboles, images, schémas…De quelle manière interviennent-ils dans la compréhension, en mathématiques et en dehors des mathématiques. *Bollettino dei Docenti di Matematica*. N°50, 20 p.

Fayol, M., Abdi, H. (1986), Impact des formulations sur la résolution de problèmes additifs chez l'enfant de 6 à 10 ans, *European Journal of Psychology of Education*, Vol. I, n° 1, pp. 41-58

I.G.E.N. (2006), *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*, Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. 43 p.

Leplat, J. (2000), L'environnement de l'action en situation de travail. In *Séminaire du centre de recherche sur la formation* (Ed) L'analyse de la singularité de l'action Paris : CNAM., pp.107-132.

Nunes, T., Schliemann, A. S., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.

Priolet, M., (2000), Résolution de problèmes arithmétiques et registres sémiotiques, *Mémoire de Maîtrise en Sciences de l'Éducation*, sous la direction de J. C. Régnier, Université Lumière Lyon 2, 363 p.

Rabardel, P., Carlin, N., Chesnais, M., Lang, N., Le Joliff, G., Pascal M. (1998). *Ergonomie. Concepts et méthodes*. Toulouse : Octarès, 178 pages

Régnier, JC. (1988) Étude didactique d'une méthode d'apprentissage fondé sur le tâtonnement expérimental de l'apprenant, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, séminaire de Didactique des Mathématiques de Strasbourg, pp 255-279

Régnier, JC. (1994) Tâtonnement expérimental et Apprentissage en mathématiques, in P. Clanché, E., Debarbieux (Eds) *La pédagogie Freinet, mises à jour et perspectives*, P.U.Bordeaux, 1994, pp 135-153

Roditi, E., (2003). Régulatité et variabilité des pratiques ordinaires d 'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en Sixième. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.10, n°2-3, pp. 133-170.

Roditi, E., (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*, L'Harmattan, Paris, 191 p

Rogalski, J., (2003), Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 23, n°3, pp. 343-388

Sayac, N., (2006). Etude à grande échelle sur les pratiques des professeurs de mathématiques de lycée : résultats liés à des variables spécifiques et essai de typologie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.23, n°2, pp. 283-216.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.10, n°2-3, pp. 133-170.

Vergnaud, G. (1994). Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. *Vingt ans de didactique des mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud*. pp. 177-191. La Pensée Sauvage, Grenoble.

EXPERIMENTATION EN MATHEMATIQUES DANS LE CONTEXTE DE L'ENSEIGNEMENT SPECIALISE

Etude des apports d'un dispositif de type "rallye" mathématiques

Thierry DIAS

Université de Lyon
IUFM de Lyon & LEPS/LIRDHIST
Université Claude Bernard Lyon 1
thierry.dias@lyon.iufm.fr

Résumé
Nous avons mis en place au sein de l'académie de Lyon un dispositif de type "rallye mathématiques" auquel participent depuis trois ans une cinquantaine de classes spécialisées volontaires. A travers ce projet, nous souhaitons questionner et analyser les pratiques d'enseignement mises en œuvre dans les classes participantes, afin d'étudier comment elles prennent en compte la dimension expérimentale des mathématiques. Nous appuyons ce projet sur deux documents institutionnels récents concernant, pour l'un, la scolarisation des élèves à besoins spécifiques, et pour l'autre, la démarche d'investigation dans l'enseignement des disciplines scientifiques. Dans cet article, nous présentons le dispositif rallye ainsi que les premiers éléments d'analyse produits à l'issue de l'analyse d'un questionnaire enseignant.

Alors que la quatrième année de mise en œuvre du dispositif "rallye maths ASH" se termine dans le département du Rhône, force est de constater que le contexte de l'enseignement spécialisé permet un développement conséquent des activités de résolution de problèmes de recherche en mathématiques. Ce sont en effet plus de quarante classes ou structures qui participent en 2006-2007 ce qui correspond environ à 400 élèves.

En créant ce projet, nous souhaitons nous adresser prioritairement aux élèves en difficulté ou en situation de handicap, en leur proposant des situations riches de sens et d'intérêt. Bien entendu, le dispositif doit aussi permettre aux enseignants de porter un regard différent sur l'activité mathématique de leurs élèves dans le cadre de l'enseignement par la résolution de problèmes. Enfin, l'encadrement de ce dispositif par un travail pédagogique (réunions et animations en formation continue) alimente aussi les données de la recherche que nous conduisons autour de la dimension expérimentale des mathématiques et de l'étude du milieu qui permet sa mise en œuvre dans la classe.

I – LA SCOLARISATION DES ELEVES A BESOIN SPECIFIQUE

En février 2005, la loi sur le handicap lance un nouveau défi pour l'école : la scolarisation de tous les élèves en situation de handicap[1]. La conséquence principale de cette loi est une nécessaire adaptation des enseignements qui doit porter davantage sur les démarches que sur les contenus (idée qui rejoint celle de l'alignement de la SEGPA sur les programmes du collège dans une circulaire précédente). La loi parle explicitement du *droit à compensation,* ce qui légitime le processus d'adaptation laissé entièrement à la charge des enseignants. Pour réussir dans cette mission, l'Ecole ne doit pour autant rien abandonner de ses ambitions concernant les connaissances et les compétences à acquérir. L'essentiel de ses efforts doit donc porter sur l'adaptation des démarches et des méthodes afin de ne pas priver les élèves en situation de handicap de véritables apprentissages.

Nous faisons le constat suivant : alors que les élèves en difficulté ou en situation de handicap ne sont pas privés ou dénués de capacités cognitives, on leur propose encore trop souvent des tâches minorées tant par le contexte que par le contenu comme réponse à leurs besoins.

Dans le cadre du travail que nous mettons en place, nous avons choisi d'accompagner les enseignants sur le plan formatif en leur proposant une réflexion sur l'étayage nécessaire à l’apprentissage de ces élèves à besoin spécifique en particulier en ce qui concerne les processus d'adaptation nécessaires à la conduite des situations de recherche. Nous appuyons notre accompagnement formatif sur la didactique de la discipline en la présentant comme un outil professionnel qui s'avère un bon levier pour faire face aux difficultés (voir paragraphe 4). Nous essayons ainsi de former les enseignants à la préparation qualitative des situations proposées en travaillant principalement sur leur analyse a priori. L'une des finalités de ce projet est de rendre visible pour les enseignants le fait que leurs élèves sont susceptibles de développer des capacités et des motivations qui vont souvent bien au-delà de ce que l'on peut envisager a priori.

II – DEMARCHE D'INVESTIGATION ET RESOLUTION DE PROBLEMES

Nous faisons l'hypothèse qu'au sein d'un dispositif de type "rallye-maths", les mathématiques apparaissent réellement comme des outils pour comprendre, pour modéliser et pour anticiper. C'est pourquoi, nous avons choisi d'investir le champ de la méthodologie propre à l'enseignement des sciences expérimentales telle qu'elle est présentée dans le document d'introduction à l'enseignement des sciences[2]. Il y est question du rapprochement entre la démarche d'investigation et celle de la résolution de

1 « Constitue un handicap, au sens de la présente loi, toute limitation d’activité ou restriction de participation à la vie en société subie dans son environnement par une personne en raison d’une altération substantielle, durable ou définitive d’une ou plusieurs fonctions physiques, sensorielles, mentales, cognitives ou psychiques, d’un polyhandicap ou d’un trouble de santé invalidant. » Loi pour l’égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées du 11 février 2005

[2] Document d'introduction à l'enseignement des sciences, BO n°5 du 25 août 2005

problèmes. Ces deux démarches relèvent d'une même conception de la construction des connaissances en regard de la dialectique enseigner/apprendre :

- le choix de situations de recherche (contenu mathématique, langage et énoncés) et de leur mise en œuvre pour le versant enseignement ;

- le recours à l'expérimentation et à la modélisation dans l'activité scientifique de l'élève sur le versant des apprentissages.

Dans un premier temps, nous souhaitons faire le point sur les significations de la terminologie employée dans la suite de cet article concernant l'enseignement scientifique : démarche d'investigation, expérimentation, modélisation, laboratoire.

II – 1 La démarche d'investigation

Le document d'introduction à l'enseignement des sciences à destination du collège (paru en juillet 2005) précise que l'enseignement scientifique doit permettre à tous les élèves de construire une meilleure compréhension du monde dans lequel ils vivent notamment par l'élaboration d'une représentation plus cohérente de ce monde. La démarche d'investigation est fortement préconisée ainsi que le recours à l'expérimentation. Cette démarche est explicitement rapprochée de la résolution de problèmes en mathématiques dans le document institutionnel.

Démarche d'investigation et résolution de problèmes renvoient, selon nous, à une même conception de la construction des connaissances. Du côté des démarches d'enseignement, le rapprochement concerne essentiellement le choix des situations proposées aux élèves. Elles doivent s'appuyer sur un contenu scientifique bien identifié et suffisamment maîtrisé par l'enseignant. Ces savoirs à transmettre engagent également l'enseignant sur la connaissance de leurs spécificités et des obstacles à leur accès. La question de la démarche renvoie à la problématique de leur mise en œuvre. Concernant les processus d'apprentissage, il s'agit essentiellement d'organiser le recours à l'expérimentation et à la modélisation dans la construction des connaissances scientifiques.

Selon nous, une démarche d'investigation scientifique en mathématiques peut être caractérisée par :

- ➢ un processus d'apprentissage des élèves caractérisé par un mode de relation aux savoirs s'appuyant sur le questionnement, la formulation de conjectures, la modélisation, l'expérimentation et la communication ;

- ➢ une posture enseignante réflexive : choix déterminé des problèmes en référence aux objets de savoirs en jeu, accompagnement de la recherche et pratique de l'étayage raisonné ;

- ➢ un lieu (labellisé par le laboratoire) et un milieu (caractérisé par les relations entre les objets et la réalité) pour la recherche.

II – 2 L'expérimentation

La terminologie *expérimentation* renvoie selon nous à la question du *comment faire des mathématiques* et relève donc de principes méthodologiques relevant de la didactique des sciences. Nous définissons l'expérimentation comme un moment spécifique de la démarche d'investigation. Il est induit par la formulation de conjectures mais ne se limite pas à cette phase d'hypothèse. Il comprend également deux moments cruciaux : celui du test plus ou moins organisé de ces conjectures qui se fait par l'élaboration d'un dispositif expérimental, et celui de la communication sur les résultats de ces tests.

L'expérimentation doit s'entendre à la fois comme une méthode de recherche mais aussi comme un type de raisonnement privilégiant la résolution de problèmes. La distinction entre les sciences *dites expérimentales* et les mathématiques ne s'opère pas sur la dimension expérimentale qu'elles intègrent toutes les deux au titre de la démarche de travail, mais sur le rôle de cette expérimentation dans le déroulement de la situation de recherche. Elle n'est pas admise comme preuve en mathématiques, même si elle peut s'avérer déterminante voire suffisante à certains niveaux d'apprentissages de l'école élémentaire.

II – 3 La modélisation

Si la notion d'expérimentation est en lien avec la question du *comment*, celle de modélisation renvoie plutôt au *pourquoi faire des mathématiques*. Elle répond à "une intention de description du réel au moyen des mathématiques" (Perrin, 2006) dans une perspective qui prend tout son sens à l'école élémentaire (Durand Guerrier, 2006). Cette re-présentation des objets d'une certaine réalité est relativement imparfaite ou tronquée du fait de l'écart entre la réalité et son modèle. La modélisation est un projet qui s'initie dans une théorie et nécessite un choix de paramètres au service de l'expérimentation : c'est en quelque sorte un processus de zoom. Elle nécessite l'utilisation d'outils pour faciliter le changement de registres dont un exemple est le passage du registre de la langue naturelle (compréhension d'un énoncé) à sa représentation, conduite en appui sur des connaissances relatives aux objets mathématiques.

II – 4 Les laboratoires de mathématiques

L'idée n'est pas très récente puisqu'elle apparaît il y a plus d'un siècle dans une déclaration au musée pédagogique (Borel, 1904). Bien que reprise par Jacques Lang, alors ministre de l'éducation nationale, et par la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques (Kahane, 2002), elle n'a été que peu suivie. Ainsi même si l'on doit noter les tentatives d'application dans des expériences conduites dans les options sciences en lycée[3], on ne peut pas vraiment dire qu'elle ait *fait son chemin*.

Nous aimerions définir le laboratoire de mathématiques comme un lieu consacré à la recherche de la véracité (véracité renvoyant à *celui qui dit la vérité*) par la culture du doute. Nous préférons la terminologie de véracité à celle de vérité, concept plus formel et donc plus difficile à définir philosophiquement.

---

[3] Option sciences du lycée de Montpellier

Le laboratoire se caractérise par une méthodologie de recherche, par la présence et l'utilisation d'appareils et d'instruments, par son activité de recherche mais aussi (et peut être surtout) par son statut public guidée par une finalité de communication. Nous proposons une caractérisation de l'activité mathématique des élèves au sein du laboratoire en référence à François Conne (1999) *: "interaction d'un sujet avec un milieu propice aux pratiques mathématiciennes"*[4], activité, fondée par l'action du sujet sur des choses, qui signifie l'inter-action avec des objets.

III – DESCRIPTION DU DISPOSITIF *RALLYE ASH* DU RHONE

C'est au sein du dispositif *rallye maths ASH* que s'intègrent les laboratoires de mathématiques tels que nous les avons définis précédemment. Le rallye est en quelque sorte ce que l'on pourrait nommer un habillage didactique qui fait une place à des situations de recherche robustes[5] et permettant le recours à la démarche d'investigation. Nous voulons donc ici décrire les enjeux de ce dispositif expérimental en présentant aussi un petit historique de sa mise en place.

III – 1 Le pourquoi du dispositif

Il existe deux raisons principales à la création du projet tel qu'il a été conduit au sein des trois circonscriptions de l'adaptation et la scolarisation des élèves en situation de handicap (ASH). La première se situe du côté de l'axe élève-savoir : l'apprentissage. Son objectif premier est de restaurer l'intention d'apprendre en mathématiques, ce qui représente un des obstacles fondamentaux cités par les enseignants exerçant dans l'enseignement spécialisé. Nous faisons l'hypothèse que la résolution de problèmes au sein d'une démarche d'investigation propose un réel travail sur le sens de l'activité mathématique des élèves. Cette méthode permet de répondre à deux questions qui ont été décrites plus haut : le pourquoi (pourquoi on le fait) et le comment (comment ça marche).

La deuxième raison de la création du projet se situe du côté de l'enseignement pour lequel nous parlerons de l'axe savoir-enseignant. L'enjeu principal étant ici la création des conditions nécessaires pour un regard différent du professeur sur l'axe élève-savoir. Il s'agit d'une étude de l'activité mathématique des élèves dans le cadre de la résolution de problèmes de recherche. Sur cet axe, nous avons recueilli à plusieurs reprises des souhaits de formation en didactique des mathématiques caractérisés par :

- une forte demande des enseignants spécialisés qui recherchent des moments d'apprentissages robustes, en vue de la restauration de l'estime de soi et la confiance de leurs élèves ; le tout via une discipline qui n'est pas redoutée par les élèves (par rapport notamment aux activités de lecture ou d'écriture dans lesquelles ils sont particulièrement stigmatisés en échec) ;

[4] F. CONNE, (1999) Faire des maths, faire faire des maths, Regarder ce que ça donne

[5] Voir l'exemple d'une manche de rallye en annexe 3, ou plus généralement les archives déposées sur le site de T. Dias : http://pedagogie.lyon.iufm.fr/mathdelay/rubrique.php3?id_rubrique=46

- le souhait d'une formation à l'enseignement des mathématiques intégrant la dimension de résolution de problèmes de recherche, compte tenu du peu de formation dans ce domaine (tant en formation initiale que continue).

Il nous faut rapporter ici que de nombreuses inquiétudes ont été relevées dans les réactions des enseignants lors des phases de lancement du projet : "nos élèves ne se concentrent pas plus de 10 minutes, ils n'aiment pas les questions ouvertes qui les déstabilisent, ils veulent du concret, ils préfèrent les activités répétitives ne nécessitant pas un investissement cognitif, votre rallye c'est perdu d'avance !" Nous verrons, lors du bilan présenté dans le cinquième paragraphe, qu'une partie non négligeable de ces inquiétudes a été levée. Ce sont ces regards sur les élèves, leurs capacités cognitives et comportementales qui ont été le plus modifiés.

III - 2 Bref historique

Cette année scolaire 2006-2007 est en fait la 4ème année de mise en œuvre du projet. Elle a été précédée de trois périodes consécutives, nécessaires au développement progressif de cette expérimentation pédagogique. Il faut ici noter le soutien constant des trois circonscriptions ASH du Rhône représentées par les trois IEN et leurs équipes de conseillers pédagogiques qui font partie intégrante de l'équipe qui organise les différentes phases de formation continue associées au projet *rallye ASH*.

En 2003-2004, le rallye fut organisé sous la forme de trois séances de recherche en mathématiques au sein de trois établissements volontaires (deux Instituts Médico-Educatifs et un Centre d'Education Motrice) sous une forme relativement expérimentale. Ces séances ont été encadrées par un dispositif de formation continue (deux matinées de trois heures) pour les enseignants participant à cette action. A l'issue de cette première phase, une évaluation qualitative très encourageante a décidé l'équipe des formateurs[6] à étendre l'expérimentation à un plus grand nombre de classes et d'établissements.

Lors de l'année scolaire 2004-2005, ce sont 25 participants (tous du département du Rhône) qui se sont inscrits dans le projet. Le rallye s'est alors déroulé sur toute l'année, en proposant aux classes candidates trois périodes de recherche (pour trois manches), mais aussi des énigmes de difficultés différentes[7] (s'accompagnant d'une différence dans les points attribués).

La troisième année (2005-2006), nous avons totalisé 40 classes participantes en provenance essentiellement du Rhône mais aussi d'autres départements. La principale nouveauté consistait en la prise en compte des démarches de résolution dans le barème de notation. Nous avons alors noté en conséquence principale une très nette amélioration de la qualité du travail de langue écrite des présentations et rapports de recherche conçus dans les classes.

---

[6] Deux conseillers pédagogiques spécialisés et un formateur IUFM en mathématiques

[7] Voir les exemples en ligne sur :
http://pedagogie.lyon.iufm.fr/mathdelay/rubrique.php3?id_rubrique=46

III - 3 Description des publics

Pour cette année 2006-2007 le rallye s'est assez largement étendu sur le plan géographique mais aussi sur celui des types de dispositifs scolaires de l'enseignement spécialisé. Voici le bilan détaillé que nous en faisons en terme de participations :

- Treize CLIS : Classes d'Intégration Scolaire,
- Douze classes en IME : Instituts Médico-Educatif (enfants et adolescents atteints de déficience mentale),
- Sept classes en ITEP : Instituts Thérapeutiques, Educatifs et Pédagogiques (enfants ou adolescents présentant des troubles du comportement importants, sans pathologie psychotique, ni déficience intellectuelle),
- Six SEGPA : Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté,
- Cinq classes en IEM : Institution d'Education Motrice pour enfants handicapés moteurs,
- Quatre UPI : Unités Pédagogiques d'Intégration,
- Une classe en EREA DV : Etablissement Régional d'Enseignement Adapté pour Déficients Visuels.

Quelle que soit la classe (ou le dispositif) et le niveau des élèves, le règlement et les énigmes sont les mêmes pour tous. Les enseignants peuvent aménager les milieux d'apprentissage en faisant varier les niveaux d'adaptation propres aux besoins de leurs élèves. Les variables concernent aussi bien le temps à consacrer à la résolution des problèmes, que les supports de recherche proposés ou la reformulation des énoncés. Les épreuves sont par exemple traduites en braille pour la classe des élèves déficients visuels.

III - 4 Déroulement

Au cours des trois premières années, nous avons été amenés à opérer progressivement des choix organisationnels afin de tenir compte des remarques des enseignants et des paramètres spécifiques au contexte de l'enseignement spécialisé. Nous en présentons ici seulement quelques uns.

Après deux années d'essai qui proposaient trois périodes de recherche, nous avons finalement opté pour l'organisation de deux manches d'une durée de trois mois chacune. Ceci, pour permettre des organisations pédagogiques variées et adaptées aux publics, mais aussi avec l'objectif de donner une certaine représentation de la recherche : un processus qui s'inscrit dans le long terme.

Pour chaque période de recherche, nous proposons une série de dix énigmes. Ceci autorise l'investissement des différents domaines du champ disciplinaire (numérique, géométrique, logique de type combinatoire) selon les compétences et appétences de chaque élève. En effet, sur les 10 énigmes proposées, chaque classe doit en choisir 4 seulement. Ce choix doit s'établir de manière concertée dans la classe puisqu'une seule réponse par énigme sera acceptée conformément aux règles imposées par le projet "rallye"[8].

Enfin, nous demandons depuis deux années, de joindre à l'envoi des réponses, des explications sur les conditions de déroulement, sur l'avancée des recherches ainsi que des éléments de justification des solutions avancées. C'est ainsi que nous avons proposé la prise en compte des éléments de validation des réponses dans le barème de notation dont voici le détail[9] :

- 12 points : réponse correcte avec explications valides ;
- 8 points : réponse correcte sans explication, ou avec des explications non valides ;
- 5 points : réponse incorrecte mais tentative d'explications valides ;
- 2 points : réponse incorrecte sans explication.

Ces envois s'accompagnent de plus en plus régulièrement de courriers annexes des enseignants qui témoignent de l'engagement et de la motivation de leurs élèves mais aussi sur les difficultés rencontrées.

IV – DISPOSITIFS DE FORMATION ASSOCIES : INITIALE ET CONTINUE

Le principe général est de proposer une formation à la didactique des mathématiques en tant qu'outil professionnel au service d'un enrichissement de la pratique et d'une réflexion sur le processus enseigner/apprendre. Cet objectif est poursuivi sur deux niveaux de formation.

IV - 1 Des actions au plan de formation des circonscriptions

Ces actions de formation continue prennent la forme de réunions pédagogiques dont la finalité est de développer et d'accompagner des dispositifs dans le cadre de projets de classe. Elles ont pour cible les objectifs principaux suivants :

- accompagner la démarche d'enseignement par la résolution de problèmes de recherche dans le cadre du rallye (travaux sur la notion de situation didactique, sur l'analyse a priori, prise en compte et compréhension de l'erreur, analyse comparative des démarches de résolution proposées par les classes) ;

- mettre en œuvre la démarche de résolution de problèmes en mathématiques en prenant en compte les adaptations nécessaires dans l'ASH : la question de l'étayage (Bruner, 1983) ;

---

[8] Le règlement est donné dans un document nommé "feuille de route", voir un exemple en ligne que le site : http://pedagogie.lyon.iufm.fr/mathdelay/rubrique.php3?id_rubrique=46

[9] Extrait de la feuille de route 2006-2007.

- prendre en compte de la dimension expérimentale des mathématiques : la création d'un laboratoire de mathématiques (dans la classe ou dans l'établissement) pour mettre en œuvre une démarche d'investigation.

IV - 2 Une prise en compte de ce dispositif en formation initiale à l'IUFM

L'IUFM de Lyon étant centre académique pour la formation à la spécialisation des professeurs des écoles, il nous est possible d'intervenir dans le cadre de la formation initiale du CAPA-SH[10] des options C, D et F. Nous y présentons notamment le dispositif du rallye et sa valeur ajoutée en termes d'enseignement de la discipline. Ces interventions consacrées aux éléments de didactique font l'objet d'un volume horaire variable en fonction des options (24 h en option D par exemple).

La didactique des mathématiques est ainsi présentée comme un outil professionnel adapté aux situations d'enseignement spécifiques et difficiles. Nous évoquons le statut de l'activité de recherche en mathématiques, la démarche d'apprentissage qui correspond aux situations de résolution de problèmes, ainsi que la dimension expérimentale des mathématiques. Il est incontournable d'associer une réflexion sur le rôle de l'enseignant dans la conduite de sa classe que nous étudions en interrogeant le milieu spécifique que représente le "laboratoire". Enfin, les questions d'évaluation permettent un ancrage sur les contenus des programmes d'enseignement, elles complètent ce dispositif de formation que nous menons depuis quatre ans désormais.

V – QUELQUES PREMIERES REPERCUSSIONS SUR LES APPRENTISSAGES ET L'ENSEIGNEMENT

A l'issue des troisième et quatrième années de l'expérimentation du rallye-maths, nous avons adressé un questionnaire individuel[11] aux enseignants des classes inscrites dans le dispositif. Notre souhait était d'analyser les répercussions dans la pratique ordinaire de classe de la mise en œuvre du rallye. L'hypothèse étant que le travail mené au sein des laboratoires de résolution de problèmes pourrait amener élèves et professeurs à constituer progressivement un nouveau type de contrat didactique dont les effets seraient observables au-delà des moments de recherche des énigmes. Nous voulons ici relater une partie des analyses (en cours) des réponses fournies par les professeurs, puis nous tracerons quelques perspectives sur le développement du projet pour les années à venir.

---

[10] Le Certificat d'Aptitude Professionnelle pour les Aides Spécialisées, les enseignements adaptés et la scolarisation des élèves en situation de Handicap comporte plusieurs options dont notamment : option C (déficience motrice grave), option D (troubles des fonctions cognitives), option F (section d'enseignement général et professionnels adaptés)

[11] Voir un exemple de ce questionnaire en annexe 1.

V – 1 Eléments d'analyse via le questionnaire

V – 1.1 Dispositif de travail

Concernant les dispositifs de travail en classe, les réponses au questionnaire révèlent une très forte propension à proposer des travaux de groupes, dispositif habituellement peu mis en œuvre dans l'enseignement spécialisé du fait des incertitudes en termes de conduite de classe qu'il peut augurer. Dans le contexte des recherches conduites pendant le rallye, ce sont plus des trois-quarts des enseignants qui déclarent choisir ce dispositif de travail. A la question "Combien de temps consacrez-vous à chaque séance de recherche ?", la moitié des enseignants répondent dans la fourchette 30 à 40 minutes et un tiers plus de 40 minutes. Pourtant, l'une des inquiétudes exprimées par les professeurs en amont du projet concernait la durée des séquences qu'ils sont à même de proposer à leurs élèves. Ils les jugent souvent peu enclins à des temps de travail et de concentration importants, ce qui se révèle très différent et inattendu dans le cadre de la résolution des problèmes de recherche.

Parmi les réponses au questionnaire, quelques enseignants citent le fait "de rechercher à plusieurs" comme un facteur limitant l'exposition individuelle à l'échec, phénomène dont on sait qu'il peut provoquer une grande souffrance dans le contexte de l'enseignement spécialisé. Le rapport à l'erreur s'en trouve en quelque sorte partagé et donc moins redoutable à envisager. La grande variabilité des connaissances et des savoirs de chacun semble ainsi un facteur positif non discriminatoire, ce qui n'est pas habituel dans des classes comme les SEGPA par exemple.

V – 1.2 Enrôlement des élèves

Quatre-vingt-sept pour cent des professeurs interrogés déclarent qu'ils ne rencontrent pas de difficulté à lancer les élèves dans la tâche proposée, alors que cette phase est souvent vécue difficilement du fait notamment des importantes différences de niveau de connaissances et de savoirs des élèves de l'enseignement spécialisé. Les arguments avancés par les enseignants concernent le contexte et le dispositif du rallye :

- qui semble "décroché" par rapport au programme,
- qui propose un travail inter-classes,
- qui comporte plusieurs "énigmes" (différents problèmes) et la possibilité de choisir,
- qui permet un travail à plusieurs,
- qui se déroule sur un temps plus long en proposant plusieurs manches, ce qui diminue le sentiment d'échec.

V – 1.3 Qualité des relations et des interactions

Trois enseignants sur quatre estiment que les relations et interactions (élèves-élèves et élèves-professeur) pendant les phases de recherche et de mise en commun sont très différentes de celles qui sont vécues dans le quotidien ordinaire de la classe. Dans le contexte de l'enseignement spécialisé, la question des interactions entre les élèves est un point très sensible et souvent déterminant dans la conduite de situations d'apprentissage : les bonnes relations inter-individuelles sont nécessaires (mais non suffisantes) au processus d'acquisition des savoirs. Nous faisons l'hypothèse que c'est la présence permanente et explicite des objets mathématiques dans les discours des élèves qui sont une des causes de l'amélioration des relations.

> *"Lorsqu'ils savent de quoi ils parlent, que l'enjeu du débat est partagé par tous, les débats ne dérapent jamais."*

Le dispositif de travail en équipe proposé par le rallye, qui demande aux classes de n'envoyer qu'une seule réponse, provoque également un autre rapport à la tâche et par là même une relation différente au savoir. Ce dernier apparaît bien aux élèves en co-construction ce qui peut permettre de mettre provisoirement de côté les tensions et les conflits de personnes (sur le long terme, bien entendu).

V – 1.4 Type de matériel utilisé

Deux remarques nous semblent importantes dans ce domaine ; elles concernent la diversité du matériel proposé aux élèves mais aussi la méthodologie proposée par les enseignants quant à son utilisation. Nous notons donc, en premier lieu, la très grande variété du matériel mis à la disposition des élèves, tant dans les objets propices à des manipulations et/ou représentations symboliques, que dans les supports de travail dépassant très largement le strict cadre de la feuille blanche : feuilles A3, calques, quadrillages, tableaux, feuilles cartonnées, sont cités spontanément par les enseignants. De nombreux instruments sont aussi proposés qui vont des règles plastiques à l'ordinateur en passant par les calculatrices, les gabarits et autres instruments de traçage. Cette diversité rend compte d'un réel enrichissement des pratiques d'enseignement. Il est en effet plutôt rare de constater un recours aussi varié à du matériel au service de la modélisation, de l'intrumentation et de l'expérimentation dans un contexte de classe plus ordinaire.

L'inventaire que nous avons réalisé à travers les réponses au questionnaire nous paraît tout à fait conforme aux hypothèses que nous faisons concernant la démarche expérimentale intrinsèque à la résolution de problèmes en mathématiques. Il apparaît assez clairement que c'est la formulation de conjectures en lien avec les objets idéaux des mathématiques qui provoque la nécessité de leur représentation par des objets sensibles. Ainsi les demandes de matériel deviennent progressivement à la charge des élèves qui souhaitent un enrichissement du milieu propice à la construction des savoirs. Même dans les contextes d'enseignement où certains élèves sont caractérisés par une certaine apathie face à l'apprentissage (par exemple en institut médico-éducatif), certaines séances de recherche ont provoqué de réelles formulations de demandes parfois à la très grande surprise de leurs enseignants (pas toujours préparés à y répondre par ailleurs).

Concernant la méthodologie, certains enseignants rapportent la nécessité qui s'est imposée à eux (et à leurs élèves) de traiter la question pédagogique et didactique du matériel au sein des moments de travail préliminaires sur les énigmes (lors de l'étude sémantique des énoncés). Voici par exemple un court extrait d'une réponse d'un professeur spécialisé exerçant en classe d'intégration scolaire avec des élèves entre 7 et 11 ans :

> *"À la demande des élèves, j'ai induit l'habitude de se poser la question du matériel / outils qui pourrait nous être utile, cela facilitant notamment la procédure de découverte des énigmes. Lors de la 1ère manche, je mettais à disposition des aides matérielles (présentation différente de l'énoncé de l'énigme, supports pour les recherches géométriques). Lors de la 2ème manche, j'ai demandé aux élèves de lister les aides matérielles dont ils avaient besoin. Pour la 3ème manche, je n'ai fourni que le matériel demandé spontanément par les élèves."*

V – 2 Vers la mise en place de « laboratoires mathématiques » dans l'ASH : la création d'un milieu d'apprentissage spécifique

Pour que la dynamique enclenchée par la participation au rallye puisse se développer, nous avons proposé à des enseignants de SEGPA[12] de suivre le canevas d'une démarche d'investigation (telle qu'elle est présentée dans le document d'introduction à l'enseignement des sciences sus-cité) en l'appliquant aux mathématiques grâce notamment à la mise en place de problèmes de recherche. Il s'agira ainsi d'institutionnaliser la notion de laboratoire des mathématiques (Kahane, 2002) par un lieu identifié, une "valise" de matériel et outils, un temps repéré dans le calendrier et un nouveau contrat didactique. Nous faisons l'hypothèse qu'à l'issue de ces quatre premières années d'expérimentation, nous pouvons désormais demander aux professeurs de faire une place importante à l'activité mathématique de type expérimentation/modélisation en envisageant des débordements allant au-delà du strict cadre du rallye. Nous pensons que cette démarche de travail peut convenir particulièrement au contexte de l'enseignement spécialisé mais que son développement au sein du collège (dans le cas de la SEGPA) pourrait ouvrir des pistes pour d'autres contextes d'enseignement.

[12] Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté.

BIBLIOGRAPHIE

BOREL E. (1904) Les exercices pratiques de mathématiques dans l'enseignement secondaire, conférence faite le 3 mars 1904 au musée pédagogique

BRUNER J.S. (1983) Le rôle des interactions de tutelle dans la résolution de problèmes, in *Le développement de l'enfant savoir faire savoir dire*, Paris, PUF, pp 261-280

CONNE F. (1999) , Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne, in *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Les Presses de l'Université de Montréal

DIAS T. & DURAND GUERRIER V. (2005) Expérimenter pour apprendre, *REPERES IREM* n°60

DURAND-GUERRIER, V ; (2006) Les enjeux épistémologiques et didactiques de la prise en compte de la dimension expérimentale en mathématiques à l'école élémentaire, in. *actes de la COPIRELEM*, Dourdan

KAHANE J.P. (2002) Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, Présentation des rapports et recommandations, CNDP et Odile Jacob

PERRIN D. (2006) L'expérimentation en mathématiques in *actes de la COPIRELEM* Dourdan

HACKING I. (2006), Cours donnés au collège de France

Références des textes officiels :

- J.O n° 36 du 12 février 2005 page 2353 Loi ordinaire 2005-102 du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées

- Bulletin Officiel hors série n°5 - 25 août 2005

ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE AUX PARTICIPANTS DU RALLYE

1. Dispositif

Comment organiser vous les séances de recherche des élèves ?

	jamais	*parfois*	*souvent*
travaux en groupes			
travaux en binômes			
séances en collectif			

Combien de temps consacrez-vous à chaque séance de recherche ?

5-10 min	*10-20 min*	*20-30 min*	*30-40 min*	*40-50 min*	*> 50 min*

Combien de temps consacrez-vous à chaque séance de mise en commun ?

5-10 min	*10-20 min*	*20-30 min*	*30-40 min*	*40-50 min*	*> 50 min*

Combien consacrez vous de séances de maths destinées au rallye pour chaque manche ?

entre 1 et 5	*entre 5 et 10*	*plus que 10*

Selon quelle fréquence ? (tous les jours, 1 à 2 fois par semaine, 1 à 2 fois par mois)

tous les jours	*1 à 2 fois par semaine*	*1 à 2 fois par mois*

Vous arrive-t-il de donner du matériel aux élèves pendant les phases de recherche ?

Quel type de matériel (ou supports particulier de travail) mettez-vous à la disposition des élèves ?

Remarques concernant le dispositif :

2. Activité des élèves

Comment caractériseriez-vous (globalement) l'engagement de vos élèves pendant les phases de recherche ?

investissement personnel	*désintérêt*	*persévérance*	*abandon rapide*	*joie*	*apathie*	*recherche active*	*attente*

Pendant les phases de recherches, avez-vous observé les types de pratique spontanés suivantes chez vos élèves : (réponse oui/non + exemples si possible)

	oui	*non*	*exemple*
recours à des instruments			
manipulation d'objets			
schématisations variées			
allers et retours entre hypothèses et expérimentation			
Autre			

Remarques sur l'activité des élèves

Relations et interactions

Observez-vous des différences dans la relation aux apprentissages pendant les séances de maths consacrées au rallye ? (faire des maths dans ce contexte est-il différent)

1. à propos de l'engagement dans l'activité (acceptent-ils plus facilement de démarrer),
2. à propos du maintien dans la tâche (ont-ils tendance à moins décrocher),
3. à propos des apprentissages effectués (apprennent-ils mieux, qui, est-ce les mêmes élèves que d'habitude)

Observez-vous des différences dans les interactions entre élèves ?

- Les échanges sont-ils les mêmes que d'habitude (en quantité et en qualité) ?
- Avez-vous observé des de moments de débat, d'argumentation ?

remarques sur les interactions et relations

Rôle de l'enseignant, et adaptation des enseignements

Le rôle de l'enseignant semble différent pendant les phases de recherche. Avez-vous repéré dans votre activité des gestes ou des postures différents, des moments d'étayage particuliers…

Nous faisons l'hypothèse que le contexte du rallye est une forme de travail favorisant l'adaptation des enseignements et des apprentissages. Avez-vous repérer de tel effets lors de la mise en œuvre de séances consacrées au rallye, si oui donnez en si possible quelques exemples.

Un grand merci pour votre aimable participation !!

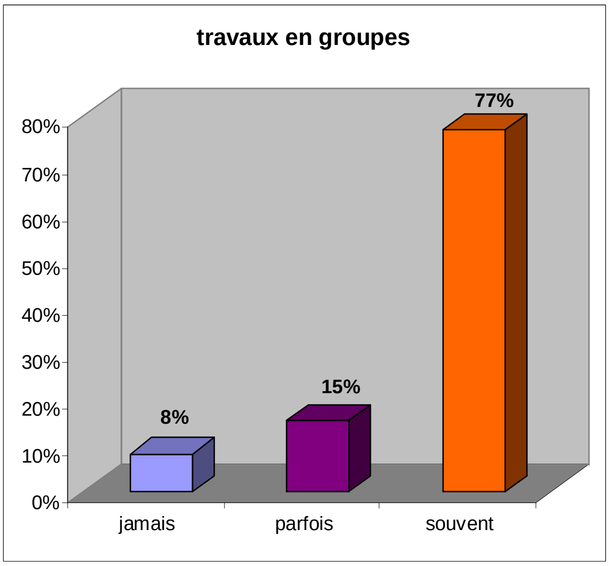
votre classe	nombre d'élèves	votre option	votre ancienneté

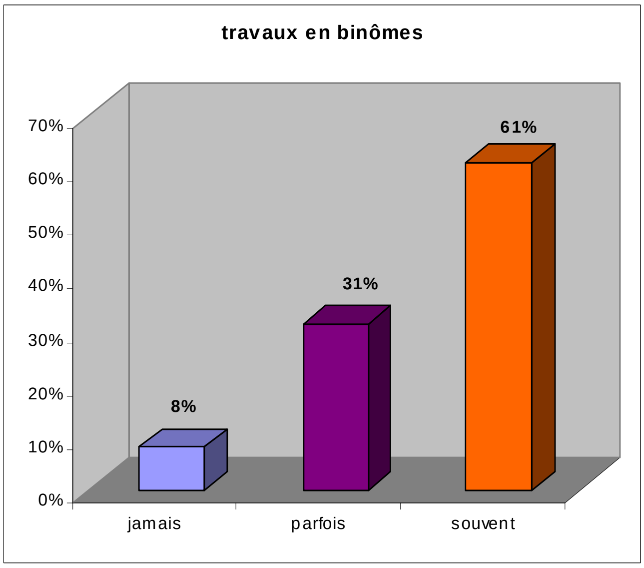
Accepteriez-vous un petit entretien individuel sur ce questionnaire ? OUI – NON

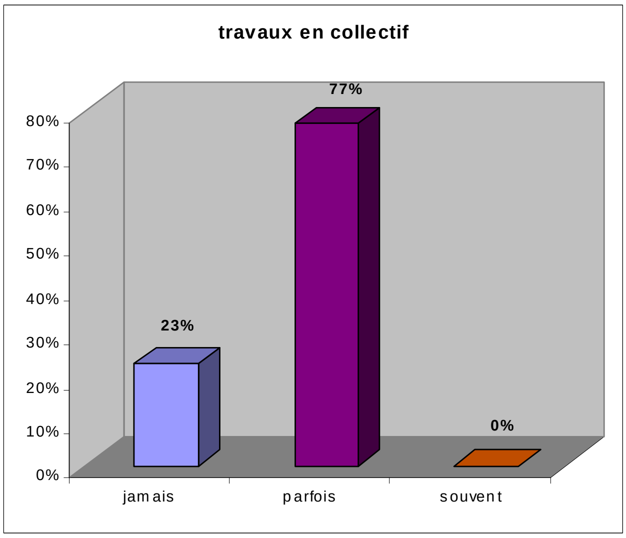
ANNEXE 2 : SYNTHESE DES QUESTIONNAIRES

Synthèse partielle du questionnaire aux participants du rallye 2005-2006

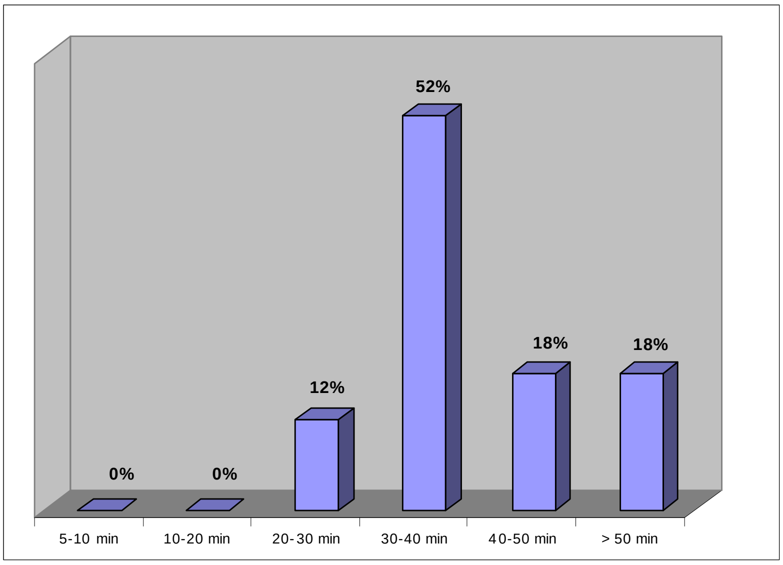
Comment organisez vous les séances de recherche des élèves ?



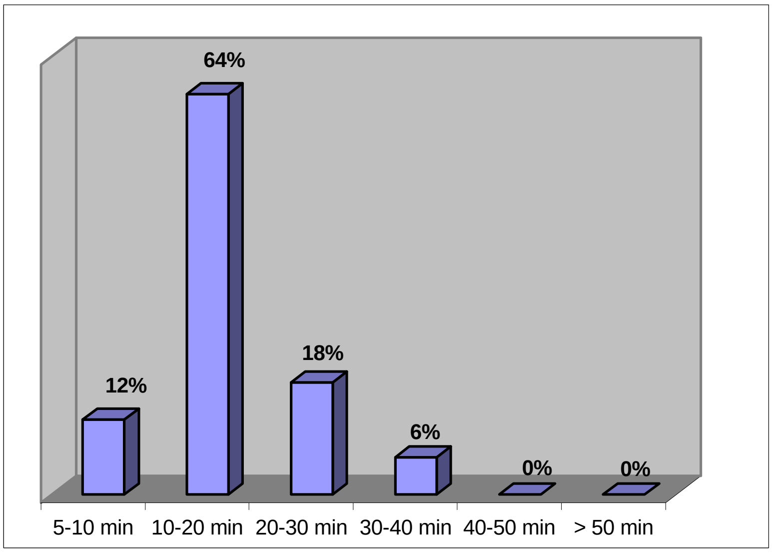




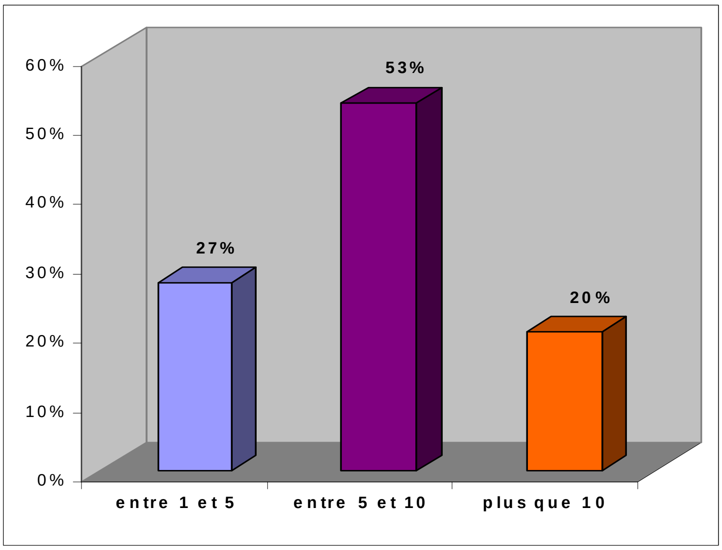
Combien de temps consacrez-vous à chaque séance de recherche?



Combien de temps consacrez-vous à chaque séance de mise en commun ?



Combien consacrez vous de séances de maths destinées au rallye pour chaque manche ?



Selon quelle fréquence organisez vous vos séances de maths destinées au rallye?

tous les jours	*1 à 2 fois par semaine*	*1 à 2 fois par mois*
	100 %	

Remarques sur l'activité des élèves

Le fait d'être à plusieurs dans l'activité permet de relancer ou débloquer la recherche, de rassurer ceux qui n'ont pas confiance en eux, une participation de chacun selon ses compétences et à son rythme : tout le monde a eu l'occasion d'être en situation de réussite pour une recherche.

Un point très positif : ils sont en activité, et cette activité leur réussit. Mais il faut un étayage encore important pour permettre une résolution effective des problèmes. J'ai constaté très peu d'aller-retour concernant les hypothèses et leur vérification. De même que le recours personnel à la schématisation est encore réduit.

Activité très variable selon les situations : chacun se détermine régulièrement pour un type d'énigme, l'activité varie selon le dispositif humain (je préfère travailler seul / avec mes copains / sur l'énigme que j'ai envie de résoudre). Le passage par la manipulation recherché de manière trop systématique (je l'ai induit de manière un peu trop forte en début ???).

Beaucoup de tâtonnements

Le début a été difficile. Mais lors de la deuxième manche, l'engagement était déjà différent. Les élèves étaient davantage en situation de recherche. La situation de recherche les a motivés.

Observez-vous des différences dans les interactions entre élèves?

Les échanges sont-ils les mêmes que d'habitude (en quantité et en qualité) ?

73% : les échanges sont DIFFERENTS

Les échanges sont plus spontanés. Les temps de réflexion sont plus longs. Les regroupements se font souvent par affinité ou par choix d'énigme. Il n'y a pas de compétition entre élèves mais des partages.

Ils sont favorisés. Expliquer ou justifier comment ils ont fait reste une activité difficile quand cela se fait a posteriori. L'échange, les interactions ont lieu d'avantage pendant la recherche.

Les échanges sont beaucoup plus nombreux au cours du rallye-maths, une sorte de tutorat informel s'installe entre les "bons" et les "moins bons" élèves.

Des habitudes d'échange se sont mises en place, j'ai pu instituer des temps de correction croisée, plus facilement acceptée (des 2 côtés, il est tout aussi difficile d'assumer le rôle de correcteur que celui de « corrigé »). J'ai pu plus souvent poser la question « en est-tu sûr ? » à la proposition d'un résultat, chacun acceptant alors spontanément de reprendre ses procédures.

L'envie de trouver pousse effectivement les élèves à stimuler leur collègue dans le binôme, et à écouter son avis !

Les échanges ont évolué au cours de l'année scolaire : des aides entre élèves se sont mises en place pour que chaque élève puisse participer à la recherche. Certains élèves montraient des capacités méthodologiques, en organisant la recherche.

ANNEXE 3 : MANCHE 1 DU RALLYE 2007 - 2008

Manche1.pdf

Rallye Maths ASH

année 2007-2008

manche 1

énigmes	points	nombre	géométrie	logique
1. La table de jardin	12	X	X	
2. Nombre à deviner	12	X		X
3. La vache dans le verger	12		X	
4. Repas de gala	12	X		X
5. Le carré de Thomas	12	X	X	
6. Les bancs du parc	12	X		
7. La rosace de Julie	12	X	X	
8. Machine à calculer	12	X		
9. Dominos	12	X		X
BONUS : L'horloge digitale	10		X	

Règlement

Vous devez choisir 4 énigmes parmi les 9 qui sont proposées. Si vous le souhaitez vous pouvez ajouter le bonus, cette énigme n'est donc pas obligatoire. Elle vient en supplément des 4 énigmes que vous aurez choisies.

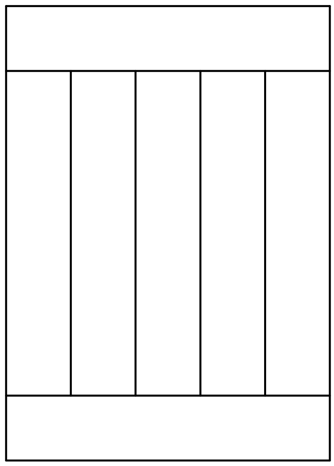
Cette année, chaque énigme rapporte le même nombre de points, les différences se feront avec le barème de notation :

- 12 points : réponse correcte avec explications valides;
- 8 points : réponse correcte sans explication, ou avec des explications non valides;
- 5 points : réponse incorrecte mais tentative d'explications valides
- 2 points : réponse incorrecte sans explications

1

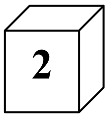
LA TABLE DE JARDIN

Le papa de Lucie a construit une table de jardin rectangulaire en utilisant 7 planches de bois identiques, ayant chacune un périmètre de 3 m.
Voici le dessin du plateau de la table, comme il se présente à la fin de la construction.



Quelle est la longueur et la largeur de cette table de jardin ?

Donnez votre réponse et expliquez votre raisonnement.



NOMBRE À DEVINER

Jacques pense à un nombre. Ses camarades doivent le deviner. Pour les aider, il leur donne les renseignements suivants :

- ce nombre est pair.
- le double de ce nombre est plus petit que 100.
- ce nombre est plus grand que 33.
- le nombre recherché ne contient qu'une seule fois le chiffre 4.
- si l'on échange les deux chiffres de ce nombre, on obtient un nombre plus petit que 70 mais plus grand que 50.

A quel nombre pense Jacques ?

Expliquez comment vous avez fait pour le trouver.

3

LA VACHE DANS LE VERGER

Les arbres du verger du père Michel sont très bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous :

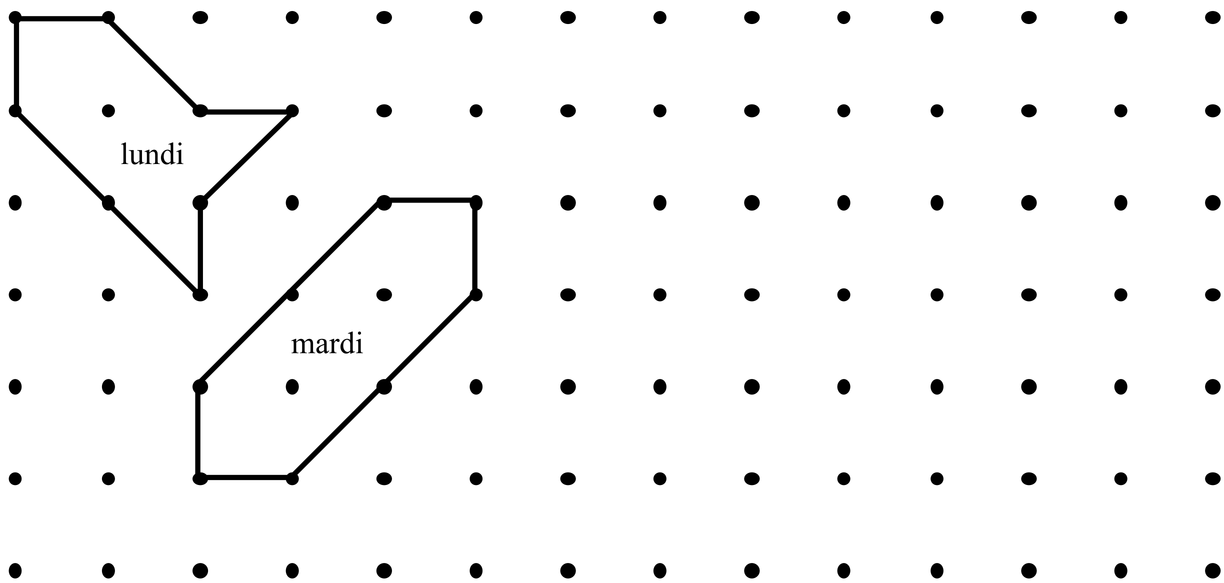
Lundi matin, le père Michel a fait un enclos pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Il a utilisé 8 barres de bois, 4 grandes et 4 plus petites, qu'il a placées entre 8 troncs d'arbres pour relier un tronc à l'autre.

Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi, matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les huit mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.

Plan du verger du Père Michel avec la place des enclos de lundi et mardi



Aidez le père Michel et dessinez un enclos pour mercredi et un autre pour jeudi, de plus en plus grands, pour donner chaque jour plus d'herbe à Hortense.

Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

Expliquez pourquoi votre enclos de mercredi est plus grand que celui de mardi et celui de jeudi plus grand que celui de mercredi.

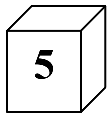
4

REPAS DE GALA

Le restaurant « Au Glouton » prépare sa salle pour le repas de gala pour les 122 participants d'un congrès. Le restaurateur possède 12 tables de 8 personnes et 12 tables de 6 personnes. Mais les organisateurs du congrès ont demandé qu'il n'y ait aucune place vide aux tables utilisées.

Combien de tables de chaque sorte peuvent être préparées pour répondre à la demande des organisateurs ?

Indiquez vos solutions et expliquez comment vous les avez trouvées.



LE CARRÉ DE THOMAS

Dans du carton, Thomas a découpé plusieurs pièces carrées :

3 carrés de 1 cm de côté

5 carrés de 2 cm de côté

5 carrés de 3 cm de côté

1 carré de 4 cm de côté

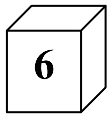
1 carré de 5 cm de côté

Il veut assembler toutes ces pièces pour faire un puzzle carré de 10 cm de côté. Les pièces ne doivent pas se chevaucher et il ne doit pas y avoir de vide.

Thomas peut-il former ce grand carré avec toutes les pièces qu'il a découpées ? Expliquez pourquoi.

(Vous pouvez multiplier toutes les mesures par 10 pour la recherche.)

Dessinez ce carré de 10 cm de côté et les pièces que vous avez utilisées pour le former.

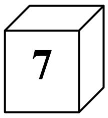


LES BANCS DU PARC

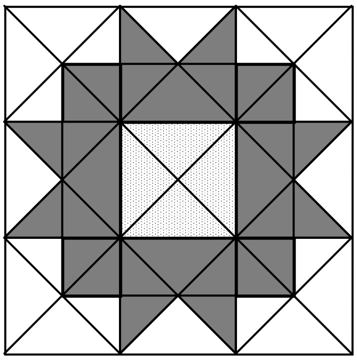
Dans un grand parc, il y a deux sortes de bancs : des bancs à deux places et des bancs à trois places.
Il y a 15 bancs à deux places de plus que de bancs à trois places
Il y a en tout 185 places assises sur les bancs du parc.

Combien ce parc compte-t-il de bancs en tout ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



LA ROSACE DE JULIE



Julie doit repeindre ce carreau en blanc et en gris. Elle se demande si elle doit acheter plus de couleur blanche ou plus de couleur grise. Le carré du centre, en pointillé, ne doit pas être repeint.

Faudra-t-il plus de gris que de blanc, plus de blanc que de gris, autant de blanc que de gris … ?

Expliquez comment vous avez procédé.

8

MACHINE À CALCULER ☺

Sophie possède une sorte de machine à calculer munie d'une touche ☺ .

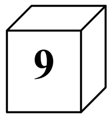
Quand Sophie tape 5 puis ☺ , sa machine affiche : 25

Quand Sophie tape 7 puis ☺ , sa machine affiche : 31

Quand Sophie tape 10 puis ☺ , sa machine affiche : 40

Quand Sophie tape 9 puis ☺ , que pourrait afficher sa machine ?

Expliquez le fonctionnement de la touche ☺ de cette sa machine à calculer.



DOMINOS

Sophie a sorti quatre dominos de leur boîte, dessinés sur la figure 1.
Elle les dispose en carré, comme sur la figure 2. Elle constate qu'il y a 8 points sur le côté du haut, 9 points sur le côté de droite, 7 points en bas et 6 points à gauche.

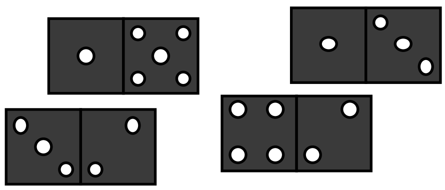


figure 1

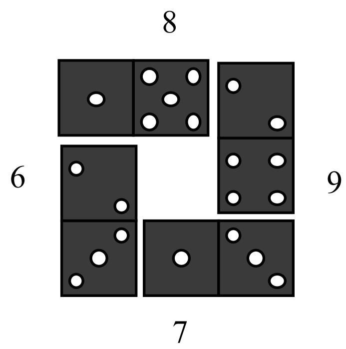


figure 2

Sophie aimerait qu'il y ait le même nombre de points sur chaque côté.

Arrivera-t-elle à disposer ces quatre dominos en carré de manière à avoir le même nombre de points sur chaque côté ?

Dessinez une solution pour chaque nombre de points que vous avez trouvé.

BONUS

L'HORLOGE DIGITALE

Au mur de son bureau, Sabine vient d'accrocher une horloge digitale qui indique les heures et les minutes, avec des chiffres comme ceux-ci :

0123456789

Par exemple, le soir à 8 heures moins le quart, l'horloge indique :

19:45

Comme elle a un rendez-vous de travail en milieu de journée, Sabine regarde rapidement l'heure et s'aperçoit qu'il est temps qu'elle parte.
Mais elle ne s'est pas rendu compte qu'elle avait en fait regardé l'image de son horloge qui se reflétait dans son grand miroir accroché au mur devant elle, en face de l'horloge.
Elle est donc arrivé à son rendez-vous avec 20 minutes d'avance.

Quelle heure était-il réellement quand elle a regardé son horloge dans son miroir ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

DISPOSITIFS EN LIGNE DANS LA FORMATION DES PROFESSEURS DES ECOLES. POTENTIALITES, SUCCES ET RESISTANCES

Fabien EMPRIN
IUFM Université de Reims Champagne Ardenne
Didirem Université Paris 7 Diderot
fabien.emprin@univ-reims.fr

Jean-Baptiste LAGRANGE IUFM
Université de Reims Champagne Ardenne
Didirem Université Paris 7 Diderot
jean-baptiste.lagrange@univ-reims.fr

Résumé
Avec le développement de l'Internet, une formation peut s'appuyer à la fois sur des activités menées au centre de formation et sur l'utilisation de dispositifs web. Ces dispositifs sont cohérents avec la recherche d'une individualisation de la formation et de la prise de responsabilité par les étudiants et professeurs stagiaires sur leur formation. Ils doivent aussi remédier à l'éloignement formateur-stagiaires. En vue de recherches ultérieures confrontant ces potentialités aux réalités de la mise en œuvre, l'article présente quelques constats et hypothèses à partir de la mise en place de « cours » pour les PE1 et PE2 en mathématiques sur la plate-forme de l'IUFM de Champagne – Ardenne ainsi que de l'expérimentation d'un CBI dans certains groupes de formation.

INTRODUCTION

Avec le développement de l'Internet, une formation peut s'appuyer à la fois sur des activités menées au centre de formation et sur l'utilisation de dispositifs web parmi lesquels :

- une plate forme de formation : cours en ligne, ressources, parcours de formation, forums, … Les modalités utilisant cette plate-forme sont souvent désignées par FOAD (Formation Ouverte à Distance).
- un carnet de bord informatisé (CBI appelé aussi « portfolio numérique »).

Dans de nombreux IUFM, ces plates-formes ont été mises en place en soulignant l'intérêt qu'elles peuvent présenter pour le dispositif de formation. Ainsi, Gardez (2003) présente les objectifs de la mise en place d'une FOAD sur un IUFM :

– *Une individualisation de la formation grâce à une pédagogie plus personnalisée,*

– *Un système d'aide souple, à la demande, pour se former à ce qu'ils veulent au moment et dans le lieu qu'ils souhaitent,*

– *La mise en place d'un travail collaboratif,*

- *Un système ouvert et flexible de mutualisation,*

- *Un encouragement à tisser des relations :*

    - *Au sein des communautés d'apprentissage par l'intermédiaire des listes de diffusion, des forums,*

    - *Entre pairs, pairs et ex-pairs, pairs et futurs pairs, formateurs et étudiants ou stagiaires, divers formateurs, étudiants ou stagiaires et Institution, …*

Ces objectifs s'inscrivent dans les mouvements actuels concernant l'enseignement et la formation. Depuis plus de quinze ans, l'accent a été en effet mis sur le fait que toute formation est une « suite singulière d'expériences formatrices » (Perrenoud, P. 1993). L'idée de « communauté d'apprentissage » est apparue à la suite des « communautés de pratique » (Lave, J. et Wenger, E. 1991). Les systèmes en ligne se voient aussi attribuer la capacité de développer la dimension réflexive de la formation (Chanier, Cartier 2006) et à remédier à l'éloignement formateur-stagiaires (Guir, 2002).

Le portfolio se voit assigner des objectifs similaires :

« *Dans le but notamment de former des praticiens réflexifs, les objectifs fréquemment assignés au portfolio sont d'encourager des prises de conscience de l'émergence de son identité et de la construction de ses compétences professionnelles, de soutenir le développement de capacités réflexives, métacognitives, critiques et créatrices, de promouvoir un processus d'intégration des savoirs théoriques et pratiques. Pour certains, le portfolio apparaît pouvoir articuler les processus régulateurs de l'évaluation formative aux exigences de l'évaluation certificative* ». (Baillat, Connan, Vincent 2007).

Concernant plus précisément les usages de ces moyens pour l'enseignement des mathématiques, les recherches didactiques sont encore rares. Menées généralement à partir de réalisations dans les Universités, elles montrent une grande variété d'usages (Engelbrecht & Harding 2005), mais sont sans doute peu transposables à la formation des enseignants. Notre communication n'est donc pas à proprement parler une communication de recherche. Nous souhaitons développer la réflexion à partir de la mise en place de « cours » pour les PE1 et PE2 en mathématiques sur la plate-forme de l'IUFM de Champagne – Ardenne ainsi que de l'expérimentation d'un e-portfolio dans certains groupes de formation en PE2. Cette réflexion doit permettre de définir des indicateurs rendant compte des effets des usages des dispositifs en ligne, d'identifier des résistances et d'en rechercher les raisons.

Nous allons pour cela présenter successivement les usages de la plate-forme de l'IUFM pour la formation en Mathématiques des PE1, puis des PE2, et ensuite nous aborderons les usages du CBI en comparant ceux qui concernent le C2i niveau 2 et ceux qui concernent, à titre encore expérimental cette année, la formation des PE2.

LA PLATE-FORME POUR LA FORMATION EN MATHEMATIQUES DES PE

Il s'agit de Claroline, plate-forme largement utilisée dans les universités. Les modalités principales qu'elle offre sont : exercices, travaux, forum, parcours. Nous les détaillerons dans la suite.

Le cours Mathématiques PE1

En PE1, le « cours » apparaît dans le plan de formation comme un module à part entière, auquel un volume horaire de dix heures étudiant est attribué, les autres modules en présentiel bénéficiant de 90h. Des moyens spécifiques formateurs sont également attribués, le décompte horaire étant déterminé dans un cahier des charges arrêté par la direction.

Le choix du département de Mathématiques a été de situer ce module comme un cours commun à l'ensemble des PE1, non sur des contenus spécifiques, mais plutôt comme un complément aux autres modules qui sont eux identifiés par référence à des contenus (géométrie, nombre, ...) Ces choix supposent une prise en charge par les formateurs responsables de groupes en plus de la création de contenus et de l'animation de la plate-forme. La préparation au concours étant par ailleurs définie et menée de façon complètement autonome dans les cinq centres, ce cours commun devait permettre un minimum d'activités en commun en PE1 sur l'IUFM.

Compte tenu de ces choix, la modalité « Exercices » de Claroline est celle qui a été la plus largement utilisée. Cette modalité permet de proposer des tâches notées et corrigées automatiquement regroupant des questions qui peuvent être des « Choix multiples », des « correspondances » ou des « remplissages de blancs ». Il est possible de donner un diagnostic précis et formateur à l'étudiant à l'aide de commentaires sur les réponses possibles, justes ou fausses. Au cours de deux années de fonctionnement, dix « exercices » ont été élaborés que l'on peut regrouper en trois catégories.

- Les tests de positionnement.
- Les exercices d'individualisation.
- Les exercices d'approfondissement.

Les six tests de positionnement couvrent les chapitres notionnels (nombres, proportionnalité, géométrie). Ils comportent de 6 à 20 questions à trois modalités de réponse (Vrai, Faux, Je ne sais pas). Ils sont issus des « banques » de tests utilisées auparavant dans les centres. Ils ont été conçus lors de la première année de fonctionnement (2005-2006) comme tests diagnostics, pour, en principe, être passés par les étudiants en préalable à l'enseignement correspondant sur consigne du formateur. L'analyse de la fréquentation par les étudiants (de 97 à 177 essais sur 550 étudiants en 2006-2007) montre que cet objectif, s'il a été poursuivi, ne l'a été que par une minorité de formateurs. Les réponses des étudiants à une enquête par mail indiquent plutôt que les étudiants qui ont utilisé ces tests l'ont fait au cours ou à l'issue de l'apprentissage concerné pour s'auto évaluer. Sur demande des formateurs, des commentaires des réponses ont été ajoutés. De fait ces tests servent d'avantage à accompagner un apprentissage qu'à le précéder.

Les trois exercices d'individualisation avaient cet objectif d'accompagnement dès le départ. Ils utilisent des questions à choix multiples, le remplissage de blancs (exercices à trous) et correspondances. Chaque question est un petit problème, du niveau du concours, et le commentaire pour chaque modalité de réponse est détaillé. Un exercice propose des problèmes numériques, un autre de la géométrie et un troisième porte sur la logique. La fréquentation par les étudiants a été de 64 à 152 essais sur 550 étudiants en 2006-2007.

Les trois exercices d'approfondissement ont été conçus pour préparer les étudiants à d'éventuelles questions complémentaires sur les TICE. Le besoin de tâches individuelles avait en effet été ressenti pas les formateurs, ceux-ci ne voulant pas consacrer une partie du temps de formation à « aller en salle informatique ». L'exercice « Fonctions et tableur » s'inspire de sujets du baccalauréat mathématiques et informatique en série L, tout en portant sur les fonctions affines, sujet classique en PE1. Jugé trop « technique » par certains formateurs, il est néanmoins cohérent avec le sujet du groupe 4 du concours 2007. L'exercice « Géométrie Dynamique et question complémentaire » s'inspire du sujet du groupe 3 du concours 2006. L'exercice "la géométrie des boites noires" propose d'explorer des situations de dépendance dans des constructions et leur exploitation didactique. Ces deux derniers exercices utilisent une appliquette de géométrie dynamique. La fréquentation par les étudiants est plus faible pour ces trois exercices (de 30 à 69 essais).

Voici quelques données à titre d'évaluation provisoire. Sur l'IUFM, environ $\frac{1}{3}$ des étudiants a fait au moins un exercice et environ $\frac{1}{6}$ en a fait au moins six. Il existe une forte différence entre centres. Dans un centre où exerce un des formateurs engagés dans l'animation de la plate-forme, $\frac{3}{4}$ des étudiants a fait au moins un exercice. Mais, même dans ce centre, seuls $\frac{1}{4}$ des étudiants a fait au moins 6 exercices.

La durée moyenne passée sur un exercice est de 9 min avec un écart-type de 6 min. Un exercice peut donc être fait « à temps perdu », par exemple sur un ordinateur en libre service. Une seule étudiante a fait tous les exercices pour une durée totale de 2 h, bien faible au regard des 10h inscrites au plan de formation.

En dépit des espoirs qui accompagnent la mise en place de cette FOAD, la fréquentation est donc restée faible et l'impact sur la formation a été marginal pour ces deux premières années de formation. Une enquête auprès des étudiants par courrier électronique a donné quelques raisons de non fréquentation. Les raisons matérielles sont souvent invoquées (non connexion « à la maison »…) mais sont peu convaincantes au regard de ce que l'on sait de l'équipement de l'étudiant « moyen » et du temps très limité de connexion demandé par un exercice. Cependant, ayant fait ce postulat de disponibilité de la connexion, il faudrait affiner le questionnement sur les ressources nécessaires. Par exemple, des étudiants soulignent de façon inattendue la non disponibilité de l'imprimante comme un obstacle.

Des réponses vont dans le sens d'hypothèses sur une forte personnalisation par le formateur de la préparation au concours en présentiel. Les tâches sont jugées « en décalage » par rapport à ce qui se vit dans « les cours ». Certains étudiants demandent la suppression de la FOAD et davantage d'heures pour les modules en présentiel. Les demandes exprimées par les formateurs d'une « FOAD par centre » qu'ils géreraient eux-mêmes dénotent la même revendication de personnalisation. A des exceptions près, les formateurs ont peu intégré la plate-forme dans leur stratégie de préparation au concours. Il est vrai que, par ailleurs, Claroline offre peu de possibilités pour définir et de gérer des groupes, qui permettraient de mieux faire fonctionner en complémentarité le présentiel et la FOAD.

Les étudiants qui ont le plus fréquenté la plate-forme soulignent en revanche cette complémentarité et notamment la possibilité de s'auto évaluer. Une méthodologie de recherche permettrait de préciser et de mettre à l'épreuve ces hypothèses.

Une FOAD filée pour les PE2

Les formateurs de l'IUFM de Champagne – Ardenne ont mis en place deux types d'espaces pour les PE2. Un espace académique contenant des ressources mutualisées par les formateurs de l'académie et des espaces pour chaque centre utilisés comme un prolongement des modules de didactique. Nous présentons ici un de ces espaces de formation à distance attaché à un centre de formation. Nous employons le terme « filée » pour qualifier cette FOAD dans la mesure où elle est utilisée en continu durant le temps de la formation et entre chaque cours de PE2.

La mise en place de la FOAD est une tentative de réponse à la question du temps de formation. Trois types de temps posent problème.

Tout d'abord, le temps global consacré à la formation étant ressenti comme relativement court par les formateurs (une cinquantaine d'heures), la plateforme permet aux stagiaires de faire certaines activités pour lesquelles la présence du formateur n'est pas requise. Le visionnement de vidéo, la consultation de documents, la réalisation de tests de positionnement sont des activités ainsi réalisées entre les cours, le formateur se consacrant alors à l'animation du temps d'analyse.

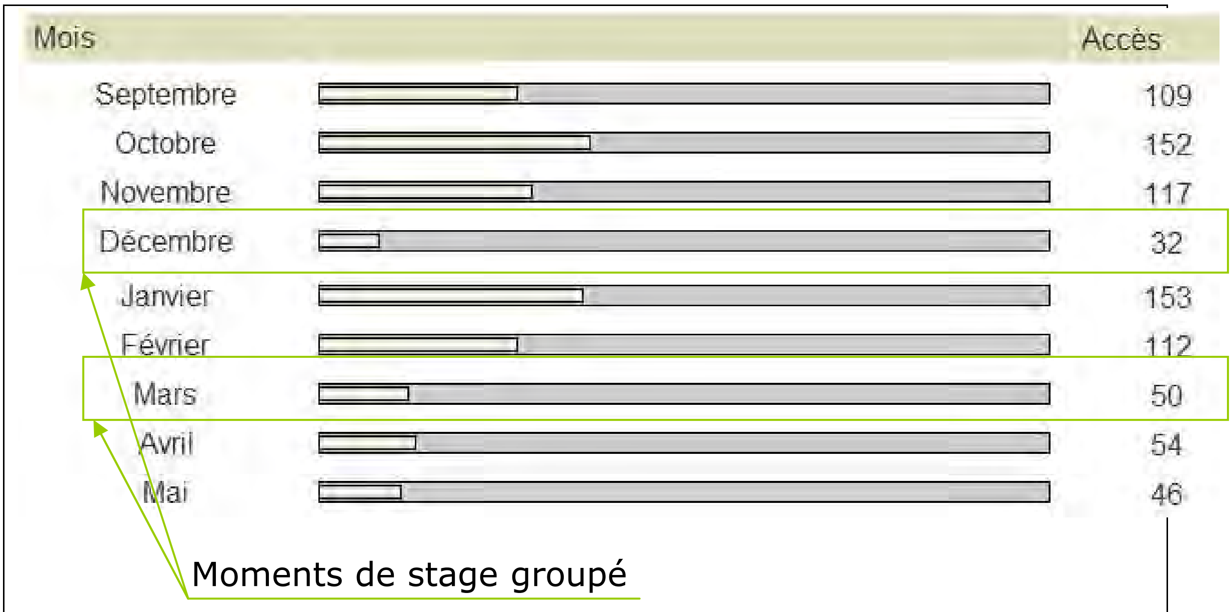
Ensuite la répartition des heures dans l'année est également problématique : pour des raisons d'organisation (stages groupés, emplois du temps des formateurs, vacances scolaires, …) les stagiaires ayant de longues périodes sans contact avec les formateurs, la plateforme a pour objectif de permettre des échanges entre stagiaire et formateur.

Enfin, le stage filé (tous les jeudis dans notre académie) amène les stagiaires à être dans un temps de pratique et de préparation en parallèle avec le temps de formation. Les formateurs ont choisi de ne pas mettre en complet décalage formation didactique et stage filé, sans toutefois transformer les cours de didactique en un temps de préparation des séances du jeudi. La plateforme est donc un espace où les stagiaires peuvent apporter les problèmes professionnels rencontrés, ces derniers sont alors traités en didactique de façon très réactive.

Pour tenter de répondre à ces objectifs, les outils disponibles sur la plateforme Claroline ont été utilisés.

L'agenda et l'espace de description du cours ont une fonction pratique, ils constituent une référence accessible en permanence et de n'importe où. L'espace "document" permet aux formateurs de mettre à disposition les vidéos, les extraits audio, les documents, les transcriptions qui seront traités en cours. L'espace "exercice" est utilisé pour les positionnements. Les stagiaires peuvent utiliser les forums pour interagir et poser des questions entre les sessions de formation.

L'analyse des connexions des stagiaires montre que les objectifs assignés par les formateurs ne sont que partiellement atteints. La FOAD permet effectivement de soulager les cours de tâches chronophages comme la consultation de documents mais cela est associé à une forte pression de la part des formateurs. En effet ils ont accès aux statistiques de consultation des documents et vérifient que les stagiaires prennent effectivement connaissance des documents désignés. Le fait que le formateur ait un rôle dans la validation de l'année de formation amplifie cette pression. En revanche, la plateforme ne permet pas d'augmenter les interactions entre stagiaires et formateurs entre les cours comme en atteste le Graphique 1ci-dessous.



Graphique 1 : nombre de connexions à la plateforme par mois.

Nous observons une baisse notable des connexions durant les périodes de stage et une augmentation lorsqu'il y a plus de cours de didactique. Enfin l'utilisation des forums est quasiment inexistante. Nous ne constatons qu'une centaine de clics dans l'espace forum durant l'année de formation mais aucun nouveau sujet n'a été lancé par les stagiaires.

Ce dispositif peine donc à être un espace d'échange. Une des hypothèses que nous émettons pour expliquer cette difficulté est qu'il existe d'autre « lieux » entrant en concurrence avec cette plateforme. Pour la communication entre pairs, les forums privés sont des espaces plus libres où les stagiaires peuvent s'exprimer dans un relatif anonymat et sans regard de l'institution amenée à se prononcer sur la validation de leur année de stage. Pour la communication avec les formateurs, les stagiaires de ce centre utilisent un Carnet de Bord Informatisé (CBI) pour la validation de la partie didactique de leur formation ce qui les amène à échanger régulièrement autour de travaux disciplinaires précis. Ces échanges individualisés autour des travaux du stagiaire font sans doute doublon avec les échanges escomptés sur la plateforme de formation.

Dans la partie suivante nous détaillons l'expérimentation faite d'un e-portfolio (ou portfolio numérique) grâce au CBI dont nous venons de parler.

LE E-PORTFOLIO POUR LA FORMATION ET L'EVALUATION DES COMPETENCES PROFESSIONNELLES DES PE2

La présentation qui suit correspond à une expérimentation menée durant l'année 2006-2007. Elle concerne l'ensemble de stagiaires PE2 d'un centre IUFM (deux classes soit 49 stagiaires). Tous ces stagiaires ont utilisé un CBI (Carnet de Bord Informatisé) pour déposer des travaux servant à la validation des compétences professionnelles du référentiel de formation dans le domaine des enseignements[1]. Le stagiaire peut ajouter des activités dans le CBI en indiquant un titre, une description de l'activité présentée, un document joint (facultatif), les compétences pour lesquelles il souhaite obtenir une validation, ainsi que le formateur susceptible d'évaluer l'activité. Ce formateur est averti par mail du dépôt du stagiaire. En réponse il peut valider ou non les compétences désignées par le stagiaire, valider des compétences qui n'ont pas été désignées par le stagiaire, ajouter un commentaire et éventuellement un document joint.

Nous commençons par présenter la genèse de ce travail et le contrat de validation qui en découle puis nous nous intéressons à l'analyse de l'expérimentation basée sur des données quantitatives et sur un questionnaire auquel ont répondu les stagiaires et les formateurs concernés. Nous terminons par une comparaison entre l'utilisation du CBI pour la validation des compétences professionnelles (principalement non liées aux TICE) et pour la validation du C2i2e.

Présentation de l'expérimentation

Dans le cadre d'un appel à proposition de l'IUFM de Champagne – Ardenne, une expérimentation a été mise en place pour l'ensemble des PE2 du centre IUFM de Châlons en Champagne. Cette expérimentation consiste en une utilisation d'e-portfolio de l'IUFM pour la formation et l'évaluation des stagiaires à l'échelle d'un centre. Il s'agit de construire les outils nécessaires à la mise en œuvre d'un tel travail, d'accompagner cette dernière et d'en évaluer les effets. Elle s'appuie sur un dispositif existant à l'IUFM, le « tutorat ». Comme le soulignait déjà le rapport du comité national d'évaluation lors de la contractualisation 1998 :

« Le tutorat est l'une des grandes originalités de l'IUFM de Champagne – Ardenne. Ce dispositif constitue un élément-clé de l'individualisation de la formation de seconde année. Le tuteur joue un rôle de référent auprès du stagiaire puisqu'il est conseillé pour le contrat de formation, directeur du mémoire professionnel et rapporteur pour l'évaluation globale. Il est le lien entre le stagiaire, l'institution IUFM et les établissements ».

L'expérimentation s'appuie aussi sur un constat d'insatisfaction des formateurs quant au dispositif d'évaluation en vigueur. Elle a été acceptée par tous les formateurs ce qui était une condition pour la mise en œuvre. Le fait que dans le centre IUFM concerné tous les formateurs soient intervenants dans une discipline donnée ou bien tuteurs de professeurs stagiaires simplifie l'information et la mise en œuvre du dispositif.

---

[1] En 2006-2007 la validation de l'année de formation comporte trois volets : les stages, le mémoire professionnel et les enseignements.

Construction d'un contrat pour la validation

Il s'est agi dans un premier temps de déterminer les compétences du référentiel de compétences de l'IUFM qui peuvent et doivent être évaluées dans le cadre des enseignements puis d'établir un contrat de validation réalisable par les stagiaires permettant d'attester des compétences attendues en fin de PE2. Ce travail a été préparé par des échanges de mails et finalisé lors de deux réunions de l'équipe des formateurs. Il a abouti à la construction d'un contrat de validation permettant des parcours personnalisés associé à des indicateurs communs. Ces indicateurs communs ont ensuite été déclinés dans chaque discipline pour tenir compte des leurs spécificités.

Parmi les 21 compétences professionnelles attendues dans le référentiel de compétences PE, seules 9 ont été retenues pour l'évaluation du domaine des enseignements.

Le contrat de validation en Annexe 1 demande l'obtention de 26 validations et a été considéré comme satisfaisant par les formateurs. Ce travail est basé principalement sur une hiérarchisation des compétences. Les compétences jugées les plus importantes exigent une validation dans les domaines du français (A1), des mathématiques (A2) et dans deux autres domaines au choix (A3). Les spécificités de certaines disciplines ont été également prises en compte.

Les traces choisies comme support à l'évaluation sont toutes extraites de la pratique du stagiaire pour plusieurs raisons : s'appuyer sur la pratique réelle du stagiaire, améliorer les interactions entre formation et stages et enfin ne pas augmenter la quantité de travail du stagiaire.

Les indicateurs généraux (Annexe 2) ont été construits en commun et la déclinaison des indicateurs par discipline a été faite par les équipes disciplinaires. Trois modalités de dépôts ont été retenues par les formateurs :

- Des dépôts libres.
- Un dépôt d'essai puis un unique dépôt lié à un projet mené en classe.
- Un travail d'analyse de fiche de préparation mis en relation avec un compte rendu d'observation rempli par un formateur au vu de la pratique du stagiaire.

La deuxième modalité a dû être assouplie pour permettre aux stagiaires de remplir leur contrat de validation.

Une généralisation de l'utilisation du e-portfolio comme outil d'aide à l'évaluation du domaine des stages était également prévue mais n'a pas été mise en œuvre dans les faits. Il s'agissait d'utiliser les rapports de visite pour le suivi de l'acquisition des compétences professionnelles du stagiaire. Le stagiaire et le tuteur devaient analyser les rapports de visite pour valider les compétences professionnelles.

Information des stagiaires et accompagnement du processus d'évaluation

L'information des stagiaires a eu lieu dès le début de l'année lors d'une une réunion. Le contrat de validation et le CBI ont été présentés. Un exemple fictif d'évaluation d'un stagiaire a été construit pour aider à l'appropriation de l'outil. Le e-portfolio a notamment été présenté comme un outil permettant une individualisation du suivi du stagiaire et plus spécifiquement des cas particuliers (femmes enceintes, voyages à l'étranger, …).

Tous les stagiaires disposaient donc à l'issue de cette réunion des différents documents en version papier et en version numérique.

Les échanges de mails et les premiers travaux proposés montrent des difficultés d'appropriation du contrat pour certains stagiaires : demande de validation hors contrat, demandes d'envoi du contrat de validation, …

Une réunion d'aide à la prise en main du CBI a permis de familiariser les formateurs avec l'outil CBI.

Outils de suivi pour les formateurs

À la fin du processus de validation, plusieurs outils ont été développés pour aider le tuteur et le stagiaire à vérifier le parcours d'évaluation du stagiaire. Une extraction du CBI associée à un traitement informatique et à un mailing ont permis à deux reprises durant l'année d'informer les stagiaires et les tuteurs de l'état d'avancement du contrat de validation. Ce même traitement a été utilisé une fois le processus de validation terminé pour informer le stagiaire sur le respect de son contrat.

Un deuxième traitement, en direction des formateurs disciplinaires cette fois, a été réalisé. Il consiste en une synthèse des travaux de chaque stagiaire dans une discipline donnée. Il doit permettre au formateur de remplir les documents officiels de validation. Il comprend l'intitulé du travail, le cycle et les commentaires des formateurs ayant examiné ce travail. Cette extraction ne se substitue pas au travail de synthèse du formateur mais est un outil d'aide.

Lors du jury de centre, une synthèse du contrat de validation et une connexion au CBI permettent d'examiner en détail les cas des stagiaires n'ayant pas rempli leur contrat de validation.

Analyse de l'utilisation du e-portfolio

Le travail d'analyse de cette expérimentation comporte trois volets : des constats empiriques, une analyse quantitative des dépôts et une analyse de questionnaires à destination des stagiaires et formateurs.

Nous avons, durant l'année d'expérimentation, effectué des constats qui ne sont qu'une première approche de l'analyse du travail. Ils permettent en particulier d'émettre des hypothèses qui seront vérifiées par le biais d'une analyse quantitative des résultats des stagiaires et d'une analyse basée sur du déclaratif. Pour beaucoup de stagiaires nous avons listé des difficultés à s'approprier le contrat bien qu'il soit écrit, ainsi que des difficultés à s'approprier les indicateurs de compétence malgré une liste d'indicateurs. Nous avons noté quelques difficultés de prise en main des outils au niveau technique. Ce problème a été vite résolu. Pour les formateurs, le travail de conception du contrat a permis des échanges fructueux et une clarification des attentes de chacun. Les spécificités de chaque discipline et le vocabulaire lié aux didactiques ont été explicités. La rédaction du contrat a impliqué pour chaque discipline de renoncer à ce que certaines compétences ne soient pas explicitement observées dans leur domaine, mais validées au travers de travaux dans d'autres domaines.

Nous avons ensuite analysé les dépôts dans le CBI de 49 stagiaires suivis par 21 formateurs. Cette analyse est uniquement quantitative. En moyenne un stagiaire a déposé environ 9 travaux sur son CBI. Dans ces 9 travaux sont comptabilisés les « retours » c'est-à-dire les compléments ou les modifications demandées par un formateur. Une des craintes des formateurs était que les stagiaires fassent ce qui a été appelé « la chasse aux croix » et déposent des travaux pour valider une seule compétence donnée. Le nombre de travaux par stagiaire semble montrer que ce n'est pas le cas. Les mathématiques et le français ont reçu le plus de travaux avec une moyenne respective de 2,5 et 2,4 ce qui est naturel dans la mesure où ces disciplines sont privilégiées dans le contrat de validation. En revanche des disparités entre les autres disciplines ne sont pas explicables a priori. On note une moyenne de 1 en arts visuels et seulement 0,5 en SVT et 0,4 en sciences physiques.

Dans le contrat de validation nous remarquons que certaines compétences ont été difficiles à identifier par les stagiaires, c'est-à-dire qu'ils en ont demandé la validation sans l'obtenir. Il s'agit des compétences liées à la planification, l'évaluation et l'identification des écarts. Ces trois axes semblent donc plus problématiques que les autres puisque les stagiaires ont du mal à identifier leur acquisition. Il apparaît également que ce ne sont pas les compétences pour lesquelles le contrat est le plus contraignant qui provoquent le plus fort taux d'échec mais la compétence 1.6 et la compétence 3.3. Pour 1.6 il s'agit de construire une évaluation et pour 3.3 d'analyser des écarts en s'appuyant sur des références théoriques. Ces dernières compétences pointent deux difficultés particulières des stagiaires. En conclusion, le contrat de validation, d'un point de vue global se révèle assez contraignant : 29 contrats ont été respectés incluant les congés maternité, démission, … ce qui correspond à 60 % de réussite. À l'issue du Jury des Didactiques, seuls 3 stagiaires n'obtiennent pas la validation de la partie enseignement. Le contrat qui a été proposé apparaît donc comme réalisable mais c'est un maximum exigible.

Pour compléter cette analyse un questionnaire a été proposé à tous les stagiaires et formateurs. Du côté des stagiaires, 43 réponses exprimées nous permettent de repérer les représentations concernant le e-portfolio. L'utilisation du e-portfolio est vue comme assez simple mais nécessitant une formation. Le contrat est considéré comme complexe, difficile à réaliser et demandant une grosse quantité de travail. Les réponses désignent l'outil comme utile et clairement dédié à l'évaluation. Le rôle du tuteur apparaît plutôt faible. Le CBI est facilitateur dans la communication mais n'améliore pas la relation centre / terrain. En comparant avec les réponses des 11 formateurs nous notons des consensus et des différences. Consensus sur l'utilisation de l'outil (simple mais nécessitant une formation), l'utilité du CBI, la place de l'outil du côté de l'évaluation mais de façon moins tranchée, le fait que l'outil soit facilitateur pour la communication. En revanche il est divergeant à propos du contrat vu comme plutôt simple à réaliser et demandant un travail mesuré, le rôle du tuteur vu comme assez important et l'outil vu comme facilitateur pour la relation centre / terrain.

Pour finir, l'analyse de ces questionnaires permet de dégager les intérêts et les manques de l'outil tel qu'il a été expérimenté. Les principaux points forts soulignés dans les réponses sont des dépôts simples, fiables, et à tout moment (stagiaires) ainsi qu'un suivi clair de l'avancement du contrat (en lien avec la fonction d'évaluation). Les principaux manques signalés sont l'absence d'une relance automatique des formateurs ou un échéancier plus précis, la croix est vue comme réductrice (la validation est uniquement binaire : validé / non validé) et il y a quelques regrets sur le manque d'échanges réels en présentiel.

Ce travail est une expérimentation sur une année complète et sur l'ensemble d'un centre. En ce sens elle nous permet de valider des hypothèses quant à l'utilisation du e-portfolio lors de la formation et l'évaluation des stagiaires. L'expérimentation montre dans un premier temps la viabilité d'un tel projet qui a été mené à son terme sans rencontrer d'obstacle. Le travail sur les compétences des stagiaires et le dispositif associé (dépôt de documents, proposition de compétences mises en valeur par les stagiaires et validation de ces compétences par les formateurs) peut être considéré comme un remède à la complexité des dispositifs d'évaluation, en particulier pour les PE2 confrontés à de nombreuses disciplines. L'outil CBI est vu comme pertinent et améliorant la communication entre les stagiaires et les formateurs. Il est clairement identifié comme outil de validation des compétences. Alors que les outils à disposition des stagiaires et des formateurs ont été assez réduits au vu des possibilités techniques (mailing de suivi de contrat et document d'aide à la validation) le dispositif est vu comme facilitateur pour le processus de validation. Le travail sur le e-portfolio fournit des informations sur les stagiaires et leur parcours individuel de formation. En ce sens il semble être un outil de diagnostic pertinent pour le travail en T1. Les limites sont principalement liées au contrat de validation établi qui doit être considéré comme un maximum. Une simplification du processus de validation est donc à prévoir. De plus le e-portfolio dans notre expérimentation a trouvé une place dans le processus de validation des enseignements mais n'a pu faire la preuve de son efficacité en tant qu'outil de formation. Cet outil demande un temps de prise en main et nécessite un accompagnement en début d'année. Il en est de même pour les formateurs.

L'extension du e-portfolio à la validation des compétences professionnelles liées au stage n'a pas pu être mise en œuvre dans le cadre de notre expérimentation. Le rôle du tuteur dans le processus de formation ne semble pas avoir été identifié par les stagiaires. Une clarification du rôle du tuteur et des réunions avec plusieurs tuteurs pourraient remédier à cette difficulté. Par ailleurs des relations en présentiel apparaissent comme pertinentes pour les stagiaires et les formateurs. Il ressort de cette expérimentation plusieurs propositions comme la nécessité d'un accompagnement plus fin en didactique, appuyé sur des exemples traités en cours renforçant ainsi la dimension formative de l'outil et la relation terrain / centre. Dans le cadre de la formation, des demandes de dépôts échelonnés tout au long de l'année permettraient également de positionner l'outil comme un instrument d'échanges et de formation. L'intégration des IUFM (comme le nôtre) à l'université amène à un travail par semestre qui répond à cette demande d'échelonnement des travaux.

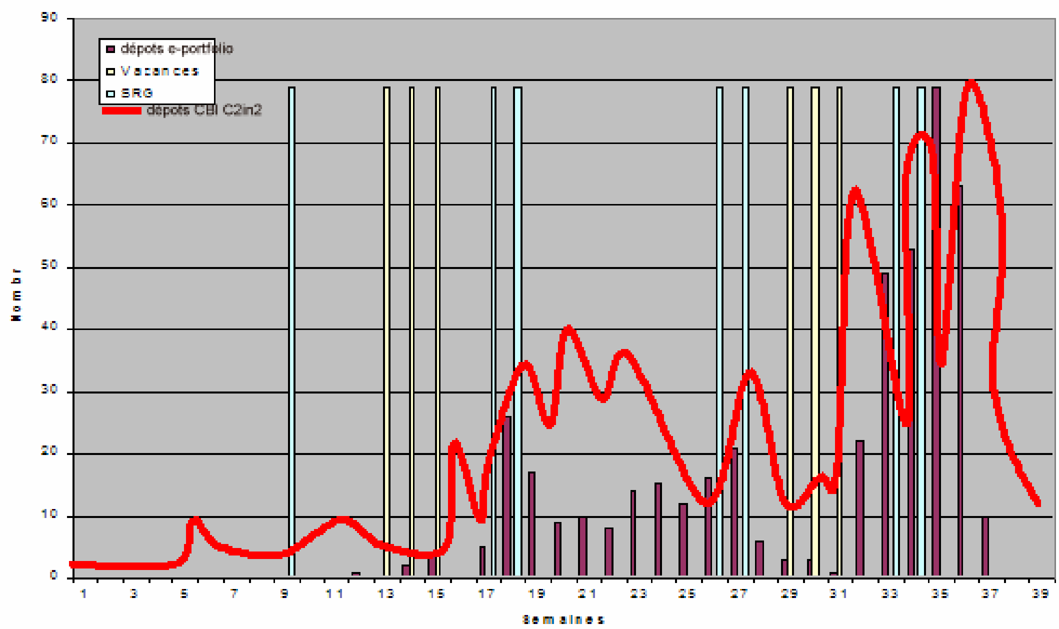
Le nouveau cadre de la formation (JO du 17 mai 2007) et la mise en place du dossier de compétences semble propice à une généralisation du dispositif e-portfolio.

La validation des compétences TICE et la certification C2i2e qui utilisent le même artefact (le CBI) nous apportent des informations complémentaires sur une plus grande échelle puisqu'elles concernent cette fois l'ensemble des stagiaires de notre IUFM (premier et second degré).

Comparaison des « deux » CBI – formation professionnelle et C2i2e

L'acquisition d'un niveau suffisant pour enseigner des compétences TICE est obligatoire pour la validation de l'année de formation. Elle peut déboucher sur l'obtention du C2i2e. Ce travail de formation et d'évaluation se déroule via un CBI. Distinct de celui que nous venons de présenter comme support du e–portfolio. Expérimenté en 2005-2006, ce dispositif est maintenant généralisé à l'ensemble des stagiaires de l'IUFM.

Au premier trimestre 2007 les demandes de validation atteignaient 8 dépôts en moyenne pour chacun des 521 stagiaires. 144 tuteurs étaient impliqués dans le dispositif et près de 235 formateurs étaient appelés à évaluer et valider des compétences TICE. Ces nombres montrent l'importance de l'utilisation de cet outil. Le graphique 2 permet de comparer la répartition sur l'année des dépôts concernant les didactiques (expérimentation du e-portfolio à Châlons en Champagne, graphique en barre) et de ceux qui concerne le C2i2e (à une échelle proportionnelle).



Graphique 2 : répartition sur l'année des dépôts sur le e-portfolio et sur le CBI C2iN2.

Nous remarquons que la courbe du C2i2e comporte deux pics correspondant à chacun des retours de stage en responsabilité groupés (SRG) alors que l'on ne les retrouve pas pour le e-portfolio de validation. La validation du C2i2e semble donc la plus propice à la relation terrain / centre. La validation du C2i2e apparaît aussi comme s'appuyant sur des dépôts plus nombreux. Pour le C2i2e, nous notons 11 dépôts par stagiaire en moyenne pour valider entre 17 et 23 compétences alors que pour le e-portfolio d'évaluation il n'y a que 9 dépôts par stagiaire pour valider 26 compétences.

Contrairement à l'évaluation de didactique où le formateur amené à évaluer est bien identifié et déterminé à l'avance (le formateur chargé du cours de didactique concerné), pour le C2i2e le stagiaire a un choix à faire. Pour Baillat, Conan, Vincent (2006) il semble que les stagiaires choisissent en priorité le "Responsable C2i2e" pour les demandes de validation. Pour les stagiaires en documentation dans 8 cas sur 9, deux formateurs IUFM au moins ont participé au processus (et 3 ou 4 formateurs dans 5 cas sur 9). Pour les stagiaires en Mathématiques, seuls 2 sur 30 ont demandé des validations à 2 formateurs différents.

Dans le cadre d'une généralisation de l'utilisation du e-portfolio numérique pour l'évaluation et la constitution du dossier de compétences il sera important d'identifier comment le nombre de formateurs impliqué dans l'évaluation varie selon les filières de formation (niveau, discipline).

PERSPECTIVES

A partir de notre expérience d'utilisation d'outils en ligne pour la formation des professeurs des Ecoles, cet article permet un certain nombre de constats. En PE1 les activités proposées sur la plate-forme sont appréciées comme modalité de travail personnel par les étudiants qui l'utilisent, mais la plate-forme reste trop faiblement utilisée et n'est pas intégrée à la formation. La plate-forme en PE2 sert bien aux activités accompagnant les cours, particulièrement lorsqu'elles sont prescrites par le formateur, mais l'objectif de développement de la communication, notamment dans les périodes en dehors des cours, reste à atteindre. Le e-portfolio a permis des clarifications utiles sur l'évaluation des compétences, mais les pratiques d'évaluation se cantonnent aux modules de formation didactique, mettent peu en jeu la relation terrain / centre, restant ainsi proches de ce qu'elles étaient « en papier / crayon ».

Notre perspective est d'utiliser ces expériences pour dégager des questions pouvant faire l'objet de recherches ultérieures, notamment en confrontant les potentialités listées dans l'introduction de cet article et les constats que nous pouvons tirer de cette expérience. Dans la formation en seconde année, la question du temps transparaît dans les attentes des formateurs vis-à-vis de ces outils mais aussi dans leurs craintes. Pour les outils participant à l'évaluation des stagiaires, une des craintes est l'automatisation des processus et une dérive vers des critères purement arithmétiques. Cette crainte pourrait masquer des résistances liées à l'attachement des formateurs didactiques à des rapports personnalisés avec les professeurs stagiaires, ce que confirme la faible implication du tuteur qui devrait pourtant être au centre du dispositif d'évaluation des compétences. Ces résistances seraient à relier avec les problèmes soulevés pour l'utilisation de la plate-forme en PE, où il semble que la non intégration puisse résulter d'une forte personnalisation par les formateurs de la préparation au concours.

BIBLIOGRAPHIE

Baillat G., Connan P. Y., Vincent J., 2007. Évaluer les compétences dans le contexte des formations universitaires professionnalisantes ? Les ressources et les contraintes du portfolio numérique. In *Colloque « Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire des enseignants ? » CDIUFM - 2, 3 et 4 mai 2007 – Arras*. Téléchargé le 20/09/2007 de http://www.lille.iufm.fr/fpu2007/IMG/pdf/BaillatGilles.pdf

Chanier, T., Cartier, J. 2006 Communauté d'apprentissage et communauté de pratique en ligne : le processus réflexif dans la formation des formateurs. *Profetic* n°3.

Connan, P.Y., (2006) le portfolio numérique dans le processus de suivi et de validation des compétences c2i "enseignant". In *actes du colloque "Tutorat et accompagnement" 23 et 24 novembre 2006*. Téléchargé de http://www.irtsaquitaine.fr/erd/rubanim1.htm le 21 mars 2007.

Engelbrecht J. And Harding A. (2005), Teaching undergraduate mathematics on the Internet. *Educational Studies in Mathematics* 58-59.

Gardez, N. (2003) L'IUFM expérimente le tutorat en ligne. In *OSMOSE, journal de l'IUFM de l'académie de Montpellier / mars 2003*. Téléchargé le 20/09/2007 de http://www.montpellier.iufm.fr/internet/site/actualites/img_actu/osmose/osmose2003mar.pdf

Guir R. (2002) *Enseigner les TICE*. de Boeck.

Lave, J. et Wenger, E. (1991). *Situated Learning:Legitimate Peripheral Participation*. New York : Cambridge University Press.

Perrenoud P., 1993. Organiser l'individualisation des parcours de formation In Bautier, É., Berbaum, J. et Meirieu, Ph. (dir.) *Individualiser les parcours de formation,* (AESCÉ), pp. 145-182. Repris in Perrenoud, Ph. : *La pédagogie à l'école des différences*, Paris, ESF, 1995, chapitre 5.

Annexe 1 : Contrat de validation des PE2 – Centre de Châlons en Champagne 2006-2007.

Compétences professionnelles	Évaluation positive en	Nombre d'évaluations positives à Obtenir
1.1 Acquérir et actualiser les **savoirs disciplinaire**s nécessaires pour enseigner	A1 ou A2 et 1 domaine de A3	2
1.2 **Concevoir une séance** articulant objectifs d'apprentissage et moyens pédagogiques, didactiques (supports, travail de groupe...)	A1 et A2 et 2 domaines de A3	4
1.3 Concevoir une **planification** (à moyen et long terme) articulant objectifs d'apprentissage et moyens pédagogiques, didactiques	2 domaines au choix	2
1.4 Faire des choix de contenus **adaptés** aux élèves à partir des programmes de la discipline	A1 ou A2 et 1 domaine de A3	2
1.5 **Concevoir** des situations d'apprentissage **adaptées** aux possibilités des élèves	A1 et A2 et 1 domaine de A3	3
1.6 **Concevoir** une évaluation permettant de rendre compte des acquis des élèves (contenus ou compétences évalués, épreuves, barème...)	A1 et A2 et 2 domaines de A3	4
1.7 Concevoir une séquence pédagogique intégrant les TICE	1 domaine	1
3.2 Analyser votre pratique professionnelle en identifiant les écarts entre ce que vous avez prévu et ce que les élèves ont réalisé	A1 et A2 et 2 domaines du A3	4
3.3 Analyser votre pratique professionnelle en émettant des hypothèses sur les causes possibles de ces écarts à partir de connaissances théoriques (didactiques, sciences humaines et sociales...)	A1 et A2 et 2 domaines du A3	4

De plus :

- Les travaux doivent être répartis sur les trois cycles.
- Montrer la polyvalence du professeur
- Faire apparaître un projet.
- Il est fortement conseillé de choisir les deux D3 pour la validation et de s'y tenir.

Annexe 2 : Cahier des charges général.

Dans chaque discipline les formateurs définissent les indicateurs spécifiques qui permettent de considérer qu'une compétence professionnelle est évaluable positivement. Se référer aux cahiers des charges des disciplines pour plus de précision néanmoins un ensemble de critères communs a été défini :

Travaux fournis	indicateur	compétence
Préparation de séance	indiquer une référence théorique et/ou un outil de référence (publication ou cours) articulés avec la préparation de séance proposée en 1.2. →1.5.	1.1
	Concevoir une séance articulant objectifs d'apprentissage et moyens pédagogiques, didactiques (supports, travail de groupe...)	1.2
	Expliciter les choix, argumentation basée sur une évaluation diagnostique réelle (issue éventuellement de l'analyse de mise en oeuvre)	1.4
	Faire apparaître un dispositif de différenciation basé sur une réelle observation d'élèves (issue de l'analyse de mise en oeuvre par exemple ou de l'évaluation 1.6)	1.5
	Proposer un dispositif d'évaluation lié aux situations proposées	1.6
	La séance intègre les TICE	1.7
Analyse de séance mise en œuvre réelle	L'analyse s'appuie sur : La préparation de classe (éventuellement rendue pour les compétences 1.) fait apparaître des hypothèses sur le déroulement réel et les apprentissages, sur les écarts. Un relevé d'observation sera fourni. La travail comportera une analyse des écarts.	3.2
	Elle comporte également des hypothèses sur les causes des écarts (se centrer sur des causes ayant une conséquence didactique)	3.4
	Dans les deux cas l'analyse et les hypothèses débouchent sur des propositions de remédiation et/ou des situations d'apprentissage.	1.5
Programmation d'activités ou une progression sur un domaine donné	Existence d'une programmation en SR F ou G Elle contient les objectifs d'apprentissage de chaque séance. Elle doit être justifiée par des arguments didactiques. Une des séances de ma programmation peut être plus détaillée pour permettre la validation des compétences 1.	1.3

LES COMPORTEMENTS DES ÉLÈVES DE L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE ET DES FUTURS ENSEIGNANTS FACE AUX PROBLÈMES RÉALISTES[1]

Charalambos Lemonidis
Professeur, Université de la Macédoine de l'Ouest
(Grèce)
lemonidi@auth.gr

Résumé
Verschaffel, et al, (1994) distingue les problèmes en deux grandes catégories: les problèmes standard ou problèmes de type S (Standard Problems) et les problèmes non standard ou problèmes de type P (Problematic Problems). Les problèmes de type S sont les problèmes utilisés habituellement dans les manuels scolaires de plusieurs systèmes éducatifs.
Dans la deuxième catégorie, problèmes non standard, dits aussi réalistes[2], le modèle mathématique n'est pas évident, il faut tenir compte de la réalité pour résoudre ces problèmes. Ces problèmes ne sont pas habituels dans l'enseignement, ils se rencontrent rarement dans les manuels scolaires.
L'article présente comment sont traités les problèmes réalistes par différents groupes d'individus à Chypre : élèves de dernières classes de l'école élémentaire, étudiants et futurs enseignants à l'école élémentaire. Les résultats de la recherche montrent que les élèves échouent à la résolution de problèmes réalistes, qu'ils bénéficient d'une mise en garde ou non. Les futurs maîtres réussissent mieux que les élèves, mais ils ont des difficultés analogues à celles des élèves quant à l'interprétation de ces problèmes.

I – INTRODUCTION

La résolution des problèmes est considérée comme une des plus importantes activités par la Didactique des Mathématiques. Les problèmes offrent une opportunité d'étudier les relations entre procédures langagières, processus mathématiques et raisonnement situationnel. Ils mettent en jeu la compréhension du texte, la compréhension de la situation et la résolution mathématique du problème ; ils préparent les élèves et les étudiants à l'expérience de la mathématisation et plus précisément la modélisation mathématique.

Freudenthal (1973) conceptualise le processus fondamental de la mathématisation comme "la structuration de la réalité avec un sens mathématique". Polya (1962) décrit le processus idéal de la mathématisation comme lié à la résolution du problème de la manière suivante : « Lors de la résolution d'un problème par l'utilisation des équations, l'étudiant traduit une situation réelle en termes mathématiques. Il a une opportunité de

[1] Merci au Comité Scientifique du Colloque pour son gros travail de relecture.

[2] Problèmes réalistes est la traduction du terme anglais "realistic problems¨

manipuler cette notion mathématique en relation avec la réalité, mais il faut travailler ces relations avec beaucoup d'attention » (p. 59).

Pendant les dernières décennies, beaucoup de recherches expérimentales ont montré (par exemple Freudenthal, 1991; Greer. 1993, 1997; Reusser, 1988; Schoenfeld, 1989) que la pratique de la résolution du problème à l'école est en relation forte avec la modélisation mathématique et la mathématisation. Les résultats de ces recherches montrent une tendance des étudiants à négliger les considérations réalistes et à exclure leurs connaissances de la vie réelle quand ils résolvent des problèmes mathématiques. Ainsi, beaucoup d'élèves "comprennent" et "résolvent" les problèmes mathématiques sans prendre en considération la relation factuelle entre les situations du monde réel (celles que décrit le texte du problème) et les opérations mathématiques.

Les problèmes réalistes ont fait une apparition dans la Didactique française dans les années 80 avec le problème de "l'âge du capitaine". Les comportements des élèves sur ce problème a été mis en relation avec la notion théorique du "contrat didactique"

Lors d'un Un contrat didactique (notion reprise de la pédagogie par Y. Chevallard) s'établit implicitement entre le maître et les élèves.. Ce contrat légitime les statuts, les rôles, les attentes de chacun vis-à-vis de l'autre, à condition qu'il n'y ait pas "mensonge sur la marchandise" ou "erreur d'interprétation". Ces règles sous-entendues du contrat didactique conduisent les élèves à adopter, par exemple, la conception que chaque problème numérique présenté à la classe a une solution, qu'il a une seule réponse correcte, que cette réponse résulte de l'exécution d'une ou plusieurs opérations combinant toutes les données arithmétiques du problème, que le cadre et les éléments du problème scolaire sont différents de ceux de la vie réelle. Pour cette raison les éventuelles difficultés que rencontrent les élèves à la résolution des problèmes réalistes, peuvent être dues aux conceptions "latentes" liées au contrat didactique (Verschaffel , Corte & Lasure 1994).

II – RECHERCHES RELATIVES AUX PROBLEMES REALISTES

Les études du Greer (1993) sur des élèves de 13-14 ans en Irlande et de Verschaffel, de Corte, & Lasure (1994) sur des élèves de 10-11 ans en Belgique ont montré que les élèves oublient la réalité quand ils résolvent les problèmes. Ces deux études ont utilisé des problèmes "habituels" (Standard Problems) et des problèmes "réalistes" (Problematic Problems).

Les réactions des élèves aux problèmes "réalistes" ont été classées soit comme "réalistes", soit comme "non réalistes" selon l'intégration ou non du contexte réel des problèmes. Dans les deux études, les élèves ont montré une forte tendance à exclure leur connaissance de la réalité et les estimations réalistes quand ils se trouvent face aux problèmes. D'après l'étude de Verschaffel et al (1994), seulement 17% des élèves abordent les problèmes réalistes en tant que tels.

Les résultats de Greer (1993) et Verschaffel et al (1994) ont été obtenus dans plusieurs pays, comme la Belgique (Verschaffel, de Corte, & Lasure, 1999), l'Allemagne (Renkl et al 2000), le Japon (Yoshida, Verschaffel, & de Corte, 1997), l'Irlande (Caldwell, 1995), la Suisse (Reusser & Stebler, 1997) et le Venezuela (Hidalgo, 1997).

Dans les études, dans lesquelles des élèves ont été interviewés (par exemple Caldwell, 1995 Hidalgo, 1977), il apparaît un écart de réussite entre les problèmes scolaires et les problèmes de la vie quotidienne. L'énoncé des problèmes réalistes était semblable à celui des problèmes habituels. Leur présentation aux élèves (mélange avec les problèmes habituels) et l'absence d'avertissement que ces problèmes n'étaient pas standards ont conduit les élèves à les traiter comme des problèmes habituels.

Dans les études de Reusser et Stebler (1997), de Yoshida, Verschaffel et de Corte (1997), et de Verschaffel et al (1999), certains élèves avant de résoudre les problèmes ont reçu un message écrit ou oral les avertissant que certains des problèmes proposés étaient difficiles ou sans solution. Les élèves étaient appelés à préciser quels étaient ces problèmes et à expliquer pourquoi ils n'avaient pas de solution. Ces interventions avaient pour but d'amener les élèves à être plus circonspects et plus sensibilisés à l'estimation des aspects de la réalité et à penser à des réponses alternatives. Les résultats de ces études montrent que la plupart des élèves sont restés dans l'impossibilité de résoudre des problèmes réalistes ; les conseils supplémentaires et les allusions ne les ont pas aidés à penser de façon plus réaliste. Manifestement, l'attitude des élèves consistant à ne pas prendre en compte des situations réalistes pendant la résolution de problèmes scolaires est très puissante. Elle perdure même après les interventions du professeur.

Cooper et Harries (2002), soutiennent que la façon de présenter les problèmes conduit les élèves à utiliser seulement un type de pensée réaliste pour leur résolution. Ils ont montré que le contenu du problème influence le mode de pensée : un problème n'est pas considéré indépendamment du cadre dans lequel il est présenté.

DeFranco et Curcio (1997) comparent les réactions des élèves au problème suivant, présenté de deux manières différentes : *328 personnes veulent faire un voyage. Seules 40 personnes peuvent s'asseoir dans chaque autobus. Combien d'autobus seront nécessaires pour que toutes les personnes puissent réaliser ce voyage ?* Premièrement ce problème a été donné de façon traditionnelle avec papier et crayon et deuxièmement, il a été présenté dans une situation plus réaliste de vrai voyage. Les résultats ont montré que dans le premier cas seulement 2 sur 20 élèves ont donné une réponse réaliste, tandis que dans le deuxième cas 16 sur 20 élèves ont donné une réponse réaliste. D'autres études similaires (p. ex. Reusser et Stebler, 1997b; Wyndhamn et Säljö, 1997) ont confirmé le fait qu'une présentation plus réelle des problèmes "réalistes" produit des améliorations effectives des réponses des élèves. Par contre les interventions et les allusions faites pendant les études antérieures n'avaient eu aucun effet essentiel sur les réactions des élèves face aux problèmes "réalistes".

Ces dernières années, les enseignants des mathématiques se sont trouvés au centre des recherches et leurs connaissances, leurs croyances et leurs pratiques en classe ont été étudiées. Quelques études ont indiqué, en particulier, que les futurs enseignants présentent des difficultés semblables à celles des étudiants en ce qui concerne le contexte des problèmes. Par exemple, Verschaffel et al. (1997) constatent que les futurs enseignants, excluent fortement la connaissance réelle des problèmes arithmétiques dans leurs solutions ou celles de leurs élèves. Contreras et Martínez-Cruz (2001) ont également constaté que les futurs enseignants d'école élémentaire n'ont pas toujours basé leurs réponses sur des considérations réalistes du contexte de la situation. Cependant un examen de la littérature suggère que peu d'attention est accordée explicitement à l'enseignement des problèmes et, en particulier, à la façon dont le contexte est traité par le professeur ou l'élève.

III – LES RECHERCHES REALISEES A CHYPRE

Ce qui suit se réfère à deux recherches qui ont été effectuées à Chypre. La première recherche (Andréou et al., 2007) a été menée auprès d'élèves de cinquième d'école élémentaire (ce qui correspond au CM2 car l'école élémentaire à Chypre comporte six classes). La deuxième recherche (Kostantinou, K., Tanou, G., 2007) a été effectuée sur des élèves de sixième d'école élémentaire (ce qui correspond à la 6ème) et sur des étudiants futurs maîtres.

III – 1 L'étude aux élèves de CM2

III – 1.1 Les questions de l'étude

Dans cette étude nous avons posé les deux questions suivantes :

1ère question : Comment les élèves de CM2 se confrontent-ils aux problèmes réalistes ?

*2*ème *question :* Ce comportement des élèves face aux problèmes réalistes change-t-il si est introduit un avertissement sur la spécificité des ces problèmes ?

III – 1.2 Méthode

L'échantillon était constitué de 109 élèves de CM2 d'écoles à Chypre. Chacun de ces élèves a répondu, pendant une heure, à un questionnaire comportant quatre problèmes réalistes.

Nous avons donné des indications aux élèves pour qu'ils puissent exprimer par écrit leur manière de penser afin de résoudre chacun de ces problèmes. La réalisation de notre questionnaire a été fondée sur des études précédentes (Verschaffel , Corte & Lasure, 1994) et plus particulièrement sur l'étude de Yoshida, Verschaffel & De Corte (1997).

Les élèves ont été séparés en deux groupes similaires. Dans le premier groupe (53 élèves) il a été proposé un questionnaire comportant quatre problèmes réalistes. Dans le deuxième groupe (56 élèves) il a été proposé un questionnaire comportant les mêmes problèmes réalistes avec un avertissement de type : il s'agit là de problèmes particuliers qui n'ont pas toujours de solution. Il faut signaler que les élèves n'ont pas été confrontés précédemment à de tels types de problèmes dans leur milieu scolaire.

III – 1.3 Les problèmes

1. *450 élèves d'une école vont faire une excursion. Chaque autobus peut contenir 36 personnes. Combien d'autobus faut-il avoir pour que tous les élèves puissent faire cette excursion ?*

2. *Les élèves de CM1 d'une école ont annoncé leur sport préféré. 14 enfants ont déclaré qu'ils préfèrent le football, 14 enfants le basket et 10 enfants le handball. Combien y a-t-il d'enfants dans cette classe ?*

3. *Le meilleur temps que Jean puisse faire pour parcourir les 100m est 17 secondes. Quel temps lui faut pour parcourir 1 Km (1000m) ?*

4. *Marie et Georges vont dans la même école. Marie habite à une distance de 17 km de l'école et George à une distance de 8 km. Quelle est la distance entre la maison de Marie et celle du Georges ?*

La seule différence entre le questionnaire du premier et du deuxième groupe est que le questionnaire du deuxième groupe comprend l'avertissement suivant :

Attention : Pour les problèmes ci-dessous, il est possible d'avoir plus d'une solution ou encore de ne pas avoir une solution. Ne soyez pas pressés pour répondre, prenez le temps de réfléchir.

III – 1.4 Les résultats

Dans le tableau 1 se présentent les réponses des élèves à des problèmes réalistes sans et avec avertissement. Ces réponses ont été groupées selon les critères : réponses réalistes, non réalistes et sans réponse.

Tableau 1: Les réponses des élèves de CM2 aux problèmes sans et avec avertissement

	P1		P2		P3		P4	
	Sans	Avec	Sans	Avec	Sans	Avec	Sans	Avec
Réponses réalistes	11 20,8%	24 42,86%	0 0%	4 7,1%	0 0%	2 3,6%	0 0%	8 14,3%
Réponses non réalistes	39 73,6%	30 53,6%	50 94,3%	49 87,5%	48 90,5%	51 91%	49 92,5%	45 80,3%
Sans réponse	3 5,7%	2 3,6%	3 5,7%	3 5,4%	5 9,4%	3 5,4%	4 7,5%	3 5,4%

P1: 1^{ere} Problème P2: 2eme Problème P3: 3eme Problème P4: 4eme Problème

III – 1.4.1 Réponses sans avertissement

Sur la base des données du tableau 1, nous considérons qu'au premier problème nous avons eu 11 réponses réalistes (pourcentage de 20,76%). Aucun élève n'a répondu de façon réaliste aux problèmes 2, 3 et 4.

Plus précisément, 30 élèves sur 53 (56,6%) ont utilisé l'opération de la division au 1er problème, en donnant la réponse : 12 autobus (450 : 36=12,5 donc il faut 12 autobus, ils ne comptaient pas le reste). 9 élèves sur 53 (16,98%) ont fait diverses opérations, surtout une multiplication, et ont trouvé qu'il faut 16200 autobus (450x36=16200). Ainsi on peut conclure que les élèves n'entrent pas dans un contexte réaliste mais exécutent simplement des opérations avec les nombres donnés.

Presque tous les élèves (94,3%) ont effectué une addition au 2ème problème et ainsi ont été conduits à une réponse non réaliste (réponse : 14 football + 14 basket + 10 handball = 38 enfants).

Les réponses non réalistes au 3ème problème sont les suivantes: 15 élèves (28,30%) ont répondu en utilisant multiplication et division (1000 : 100=10 donc 17x10=170 secondes). 33 élèves (62,26%) ont fait diverses opérations fausses et sans logique. Ils combinaient simplement les nombres du problème et exécutaient diverses opérations. Par exemple, 100:17 =5,88 ou 1000x17=17 000 ou 1000:17 = 58,8 ou 1000:60 =16,67 ou 100x17=1700 et 1700+1 =1701.

Les réponses non réalistes des élèves au 4ème problème sont les suivantes : 39 élèves (73,6%) ont effectué une soustraction (17-8=9Km), 5 élèves (9,5%) ont fait une addition (17+8=25 Km) et 5 élèves (9,5%) ont fait d'autres opérations (17x8=136 ou 17x10=170 et 8x10=80 ou 17:8 =2,12Km). On peut conclure que les élèves ont réagi d'une façon non réaliste et en particulier ont supposé que les deux maisons de Marie et de Georges et l'école étaient colinéaires.

En règle générale, on peut conclure que très peu d'élèves et sur un problème (celui de l'autobus) savent traiter un problème de manière réaliste. Aux trois autres problèmes aucun élève ne pense d'une manière réaliste.

III – 1.4.2 Réponses avec avertissement

Dans le deuxième groupe d'élèves qui ont répondu au questionnaire avec avertissement, nous pouvons remarquer au tableau 1 qu'il y a 24 réponses réalistes au 1er problème (42,86%), 4 au 2ème problème (7,14%), 2 au 3ème problème (3,57%) et 8 au 4ème problème (14, 29%). En comparant avec les élèves du premier groupe, qui ont répondu aux questions sans allusion, nous observons une augmentation des réponses réalistes des élèves dans les quatre problèmes. Cette augmentation est statistiquement significative au premier problème ($z=2,47$, $p<0,01$), ainsi qu'au deuxième ($z=1,98$, $p<0,51$) et au quatrième ($z=2,8$, $p<0,01$). Selon le tableau, 53,6% des élèves au premier problème (P1), 87,5% au P2, 91% au P3 et 80,3% au P4 ont donné de réponses non réalistes. Ce fait montre que les élèves considérés ne pensent pas dans un contexte réaliste. En ce qui concerne le problème 3, nous observons une difficulté analogue à celle du groupe précèdent, puisque 41% des élèves font diverses opérations sans aucune logique. Par exemple, 100:17 =5,88 ou 1000x17=17 000 ou 1000:17 = 58,8 ou 1000:60 =16,67 ou 100x17=1700 et 1700+1 =1701.

En conclusion nous pouvons dire que si nous proposons un avertissement aux élèves, il se produit une augmentation des réponses réalistes, statistiquement importante au premier, au deuxième et au quatrième problème. Malgré tout, le pourcentage des élèves qui donnent des réponses non réalistes continue à être très élevé.

Une autre conclusion qui résulte des réponses des élèves est le fait que de nombreux élèves ne pouvaient pas s'exprimer par écrit, ni expliquer la manière avec laquelle ils ont travaillé. Ils expliquent simplement les opérations qu'ils ont effectuées sans donner de précisions effectives sur leur pensée.

III – 2 L'étude faite avec les élèves de 6ème et les futurs enseignants

III – 2.1 Les questions de l'étude

Dans cette étude ont été posées les trois questions ci-dessous :

1ère question : Comment les élèves de 6éme affrontent-ils les problèmes réalistes ?

2ème question : Comment les étudiants futurs instituteurs affrontent-ils les problèmes réalistes ?

3ème question : Entre les élèves et les étudiants existe-t-il des différences en ce qui concerne la confrontation aux problèmes réalistes ?

III – 2.2 Méthode

Dans cette étude ont été examinés 123 élèves de six classes de 6ème, ainsi que 165 étudiants futurs instituteurs dont 54 était étudiants en première année et 111 en deuxième année de l'université de Chypre. Toutes les personnes considérées ont rempli un questionnaire qui comporte quatre problèmes réalistes. Les élèves ont rempli le questionnaire en une heure et les étudiants en 30 minutes.

III – 2.3 Les problèmes

Parmi les quatre problèmes qui ont été donnés à cette enquête, trois ont été les mêmes que ceux de l'enquête précédente (1ère, 3ème et 4ème). Le 2ème problème, différent, était le suivant :

> ***2.*** *Nicolas a acheté 4 plaques de 2,5 m chacune. Combien de plaques de 1 m peut-il faire à partir de celles-ci ?*

III – 2.4 Les résultats

Dans le tableau 2 se présentent les réponses des élèves et des étudiants aux problèmes réalistes sans et avec avertissement.

Tableau 2: Les réponses des élèves de 6ème et des étudiants

	P1		P2		P3		P4	
	Elèves	Etudiants	Elèves	Etudiants	Elèves	Etudiants	Elèves	Etudiants
Réponses réalistes	69 56%	148 89,5%	4 3,5%	102 62%	5 4%	19 11,5%	15 12%	28 17%
Réponses non réalistes	52 42,5%	16 9,5%	117 95%	63 38%	115 93,5%	146 88,5%	103 83,5%	137 83%
Sans réponse	2 1,5%	1 0,5%	2 1,5%	0	3 2,5%	0	5 4%	0

En ce qui concerne les élèves de $6^{ème}$, nous observons dans le tableau ci-dessus que presque la moitié donne une réponse réaliste au problème de l'autobus (P1), seulement 12% donne une réponse réaliste au quatrième problème et très peu d'élèves au deuxième et troisième problème (3,5% et 4% respectivement). Les réponses réalistes que donnent les étudiants présentent un pourcentage très élevé au premier problème (89,5%), un pourcentage moyen (62%) au deuxième problème et un pourcentage très bas aux troisième et quatrième problèmes (11,5% et 17% respectivement). Les pourcentages des réponses réalistes des étudiants même s'ils sont bas sont statistiquement plus grands aux premier, deuxième et troisième problèmes que ceux des élèves. Au quatrième problème il n'existe pas de différence statistiquement significative sur les pourcentages des réponses réalistes entre les étudiants et les élèves ($z=1,12<1,64$, $p>0,05$).

Les réponses non réalistes que donnent les deux groupes de sujets sont les suivantes. Au 2ème problème la réponse non réaliste qui est donnée par la majorité des réponses est la suivante : pour calculer les plaques de 1 m ils exécutent la multiplication 2x2,5=10 ou ils appliquent la règle de la proportionnalité. Cette réponse est donnée par 81,5% des élèves et par 35% des étudiants.

Au 3ème problème la réponse principale non réaliste qui est donnée par la majorité des sujets est un calcul de proportionnalité: Puisque on court les 100 m à 17 secondes on va courir les 1000 m à 170 secondes. Cette réponse est donnée par 81,5% d'élèves et 86% d'étudiants.

Ces réponses semblent être influencées résolument par le contrat didactique qui exige qu'à chaque problème donné il y ait une réponse numérique. Ainsi même des élèves qui pensent qu'il n'est pas possible que quelqu'un puisse parcourir 1 Km au même rythme que 100 m fournissent la réponse 170 au troisième problème. Par ailleurs la plupart des étudiants qui réalisent les opérations trouve la réponse 170 et après qu'ils aient accompli "leur devoir mathématique" ils mentionnent simplement que tout correspond à des conditions idéales. Tant les élèves que les étudiants semblent donc être influencés par les nombreux problèmes de proportionnalité qu'ils avaient résolus jusqu'à maintenant.

Dans le 4ème problème, ils considèrent que les maisons et l'école se trouvent sur une ligne droite ainsi ils donnent les réponses non réalistes suivantes : a) une soustraction (17-8=9), b) une addition (17+8=25), c) deux réponses (une soustraction et une addition). et d) trois réponses (une soustraction, une addition et une application du théorème de Pythagore ($17^2 + 8^2 =?$)). Dans le dernier cas, il est considéré que les trois points forment un triangle rectangle et que la longueur de l'hypoténuse est l'inconnue. 60% des élèves donnent la réponse a) 21% la réponse b). 39,5% des étudiants donnent la réponse a), 3,5% la réponse b), 36% la réponse c) et 4,5% la réponse d).

IV – CONCLUSION

De ce travail résultent certaines conclusions qui sont conformes aux résultats de la bibliographie internationale. Nous avons observé qu'en règle générale tant les élèves que les étudiants ont tendance à ne pas appliquer des connaissances de la vie quotidienne pour résoudre des problèmes réalistes (Verschaffel, Corte et Lasure, 1994). Nous avons remarqué qu'au premier problème (P1) de l'autobus (Yoshida, Verschaffel et de Corte, 1997), les élèves et les étudiants proposent plus de réponses réalistes qu'aux autres problèmes. Nous estimons que le contenu du problème a aidé les élèves à répondre d'une manière réaliste. Le contexte de ce problème apparaît souvent dans la vie quotidienne des élèves, étant donné qu'ils utilisent l'autobus pendant leurs excursions scolaires.

L'influence du contrat didactique est puissante chez les élèves et les étudiants (Brousseau, 1986). Conformément au contrat didactique, chaque problème numérique a une réponse, qui est le résultat d'une ou plusieurs opérations entre les nombres donnés. Ce phénomène apparaissait clairement lors des réponses au troisième problème. Nous avons remarqué que les réponses ici sont influencées par des problèmes similaires à ceux qui se résolvent à l'école (par exemples certains problèmes de proportion). Ces problèmes ont créé des "prototypes", lesquels sont suivis fidèlement par les élèves de telle sorte qu'ils influencent négativement leur performance aux problèmes réalistes. Une autre conclusion qui résulte de ce travail est que les conseils supplémentaires et les avertissements n'ont pas beaucoup influencé les élèves (Yoshida, Verschaffel et de Corte, 1997). Bien sûr, il est apparu une différence quant aux réponses réalistes avec la présence d'un avertissement. Les élèves ont pu donner statistiquement plus de réponses réalistes au premier, deuxième et quatrième problème.

Nous pouvons constater en général que les élèves et aussi les étudiants n'ont pas l'habitude de résoudre des problèmes réalistes. Ceci arrive sans doute parce que les programmes scolaires de Chypre ne contiennent pas de tels problèmes. Il paraît que même les enseignants ne connaissent pas ce type des problèmes. Que faire pour développer la pensée réaliste des élèves lors d'un processus de résolution des problèmes ? Chapman (2006) propose que les enseignants laissent les élèves évaluer eux-mêmes le contenu du problème et ensuite l'expliquer. Il faut que les élèves expliquent le problème ainsi que la procédure qu'ils ont suivie pour arriver à cette réponse. Parallèlement, il faut que les élèves soient libres pour utiliser les connaissances qu'ils veulent pour résoudre le problème ainsi que pour le discuter dans la classe. ????

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANDREOU, X., MENELAOU, A., LEMONIDIS, CH., (2007) Les élèves de la classe CM2 de l'école élémentaire face aux problèmes réalistes. *Actes du 9ème Congrès de l'éducation mathématique et de Science en Chypre*, Paphos, 2-4 Février, pp. *197-206.*

BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7-2, p.p. 33-115.

BRUNER, J. S. (1985) The role of interaction in language acquisition. In J. P. Forgas (Ed.), *Language and situations* (pp. 31-50). New York: Springer.

CALDWELL, L. (1995) Contextual considerations m the solution of children's multiplication and division word problems. *Unpublished thesis.* School of Psychology. Queen's University, Belfast.

CHAPMAN, O. (2006) Classroom practices for context of mathematics word problems. *Educational Studies in Mathematics*. 62, 211-230.

CONTRERAS, J.N. AND MARTINEZ-CRUZ, A.M., (2001) An investigation of preservice elementary teachers' solution processes to problematic story problems, in M. van den Heuvel- Panhuizen (ed.), *Proceedings of the 25th PME* Conference 2, 289–296.

COOPER, B. & HARRIES, T. (2002) Children’s responses to contrasting "realistic" mathematics problems: Just how realistic are children ready to be? *Educational Studies in Mathematics.* 49, 1-23.

DEFRANCO, T.C. AND CURCIO, F.R., (1997) A division problem with a remainder embedded across two contexts: Children’s solutions in restrictive versus real-world settings. *Focus on Learning Problems in Mathematics* 19(2), 58–72.

HIDALGO, M. C. (1997) L’activation des connaissances à propos du monde réel dans la résolution de problèmes verbaux en arithmétique. *Unpublished doctoral dissertation*, Université Laval, Québec, Canada.

FREUDENTHAL, H. (1973) *Mathematics as a pedagogical task*. Dordrecht: Kluwer.

FREUDENTHAL, H. (1991) *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

GREER, B. (1993) The modeling perspective on wor(l)d problems. *Journal of Mathematical Behavior1*.2 , 239-250.

GREER. B. (1997) Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7, 293-307.

KOSTANTINOU, K., TANOU, G. (2007) Etude de la performance des élevés d’école élémentaire et des étudiants à la résolution des problèmes réalistes. *Unpublished rapport*.

POLYA, G. *(1962) Mathematical discovery.* New York: Wiley.

RENKL, A., ATKINSON, R. K. & MAIER, U. H. (2000) *From example study to problem solving: Smooth transitions help learning* (Forschungsbericht Nr. 140). Freiburg: Universität Freiburg, Institut für Psychologie.

REUSSER, K. (1988) Problem solving beyond the logic of things: Contextual effects on understanding and solving word problems. *Instructional Science. 17, 309-338.*

REUSSER, K., & STEBLER, R. (1997) Every word problem has a solution. The suspension of reality and sense-making in the culture of school mathematics. *Learning and Instruction*, 7, 309-328.

SCHOENFELD, A. (1983) Beyond the purely cognitive: Belief systems, social cognitions and metacognitions as driving forces in intellectual performance. *Cognitive Science*, 7, 329-363.

SCHOENFELD. A. (1989) Problem solving in context(s). In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 82-92). Hillsdale: Erlbaum.

STAUB, F. C., & REUSSER. K. (1995) The role of presentational structures in understanding and solving mathematical word problems. In C. A. Weaver. III., S. Marines,, & C. Fletcher (Eds.), *Discourse comprehension: Essays in honour of Walter Kintsch* (pp. 285-305) Hillsdale. NJ: Erlbaum.

VERSCHAFFEL, L., DE CORTE, E. & LASURE, S. (1994) Realistic considerations in mathematical modeling of school arithmetic word problems. *Learning and Instruction*. 4, 273-294.

VERSCHAFFEL, L., DE CORTE, E., & BORGHART, I. (1997) Pre-service teachers’ conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems. *Learning and Instruction*, 4, 339-59.

VERSCHAFFEL, L., DE CORTE, E. & LASURE, S., VAN VAERENBERGH, G., BOGAERTS, H., & RATINCKX, E. (1999) Design and evaluation of a learning environment for mathematical modeling and problem solving in upper elementary school children. *Mathematical Thinking and Learning*, 1, 195-229.

WYNDHAMN, J. AND SÄLJÖ, R. (1997) Word problems and mathematical reasoning – A study of children's mastery of reference and meaning in textual realities. *Learning and Instruction.* 7(4), 361-382.

YOSHIDA, H., VERSCHAFFEL, L. AND CORTE, E. (1997) Realistic considerations in solving problematic word problems: Do Japanese and Belgian children have the same difficulties? *Learning and Instruction*. 7 (4), 329-338.

LES ANGLES EN SCIENCES ET EN MATHEMATIQUES A L'ECOLE ELEMENTAIRE : VERS DES DEMARCHES DECLOISONNEES

Hélène MERLE
MCF en physique, IUFM, Montpellier
LIRDEF
helene.merle@montpellier.iufm.fr

Jean-François FAVRAT
MCF en mathématiques, IUFM, site de Nîmes
LIRDEF
favrat.jf@wanadoo.fr

Valérie MUNIER
MCF en physique, IUFM, Montpellier
LIRDEF
valerie.munier@montpellier.iufm.fr

Résumé

Depuis plusieurs années, nous cherchons en collaboration avec des psychologues du développement (Baldy, 2005), à mettre au point des séquences visant l'enseignement du concept d'angle au cycle 3, toutes construites selon le même scénario : proposition d'un problème physicotechnologique dans l'espace ordinaire (cour de récréation, salle de classe), modélisation géométrique de la situation résolue ou explorée empiriquement, décontextualisation. Ces choix répondent à plusieurs intentions.

Nous sommes soucieux de décloisonner l'enseignement des mathématiques et celui des sciences expérimentales (cf. les directives officielles sur l'enseignement scientifique en vigueur depuis 2002, tout particulièrement sur les grandeurs).

Nous partageons les critiques faites par BERTHELOT et SALIN (1994-1995) aux pratiques courantes trop ostensives en la matière. Nous pensons que le concept d'angle ainsi que les dessins d'angles devraient apparaître davantage comme des outils de résolution de problème.

Comme eux nous souhaitons dépasser l'obstacle souvent constaté chez les élèves : quand ils doivent comparer des angles dessinés, tout se passe comme si pour eux la longueur des côtés dessinés devait être prise en considération. Faisant l'hypothèse que cet obstacle peut être renforcé si l'on maintient les élèves dans certaines tâches de type « papier-crayon » limitées à l'espace restreint de la feuille de papier ou des manuels, nous avons choisi de commencer par un travail dans les méso et macro espaces (Brousseau, 1987) mettant en jeu la notion de demi droite.

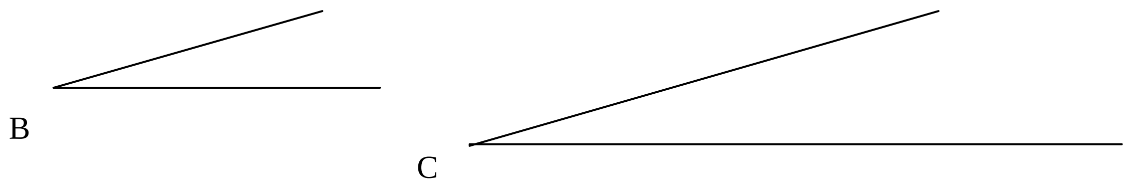
Notre exposé a pris appui sur deux des quatre séquences expérimentées dont les problèmes de départ sont liés à la réflexion de la lumière sur un miroir et à la présence d'un obstacle plan dans le champ visuel. Après le compte rendu des déroulements respectifs et des dispositifs variés mis en place pour évaluer nos hypothèses et les acquisitions des élèves, nous nous sommes attachés à analyser la part de modélisation dévolue aux élèves et au maître dans chaque situation ainsi que les divers modèles travaillés, leurs fonctions et les liens qu'íls entretiennent.

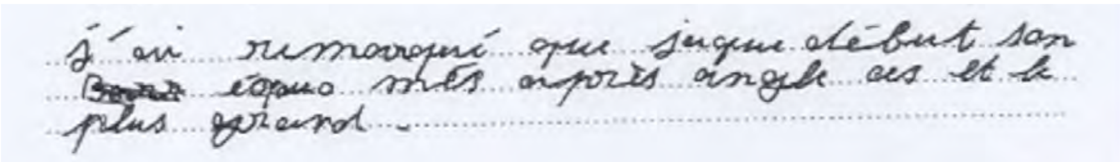
Mots clés : angle, meso-espace, micro-espace, interdisciplinarité, modélisation.

Les travaux sur lesquels la communication s'est appuyée sont ceux de l'équipe interdisciplinaire ERES (Etudes et recherches sur l'enseignement scientifique) du laboratoire LIRDEF de l'IUFM de Montpellier. Ces travaux ont été démarrés par Valérie MUNIER, ils ont été conduits ensuite au sein de l'équipe ERES regroupant des didacticiens de la physique (Jean-Michel DUSSEAU, Hélène MERLE, Valérie MUNIER) et des mathématiques (Jean-François FAVRAT) et, pour certains d'entre eux, en collaboration avec des chercheurs, psychologues du développement, de l'université Montpellier III (Réné BALDY, Claude DEVICHI et Florence AUBERT).

I – PRESENTATION DU THEME ET DES HYPOTHESES DE TRAVAIL

Ce travail concerne l'enseignement des angles au cycle 3. Rappelons tout d'abord que l'un des obstacles à franchir pour les élèves est la prégnance des aspects matériels ou visibles sur les dessins d'angles, trompeuse quand il s'agit de comparer la grandeur de deux angles. On sait en effet que la « longueur » des côtés dessinés est souvent prise en compte par les élèves dans cette comparaison, comme l'illustre la réponse (document 1) d'un élève à qui on a demandé de comparer les angles B et C qui sont égaux :





« *J'ai remarqué que jusqu'au début ils sont égaux mais après l'angle C est plus grand* ».

Document 1

Pour l'enseignement des angles, les programmes donnent des indications assez précises : à savoir l'importance des activités de comparaison, de classement et de rangement pour lever l'obstacle évoqué ci-dessus. La nécessité de comparer ou prendre en compte des angles quand ils ne sont pas présentés isolés, quand ils sont situés dans une figure, y est aussi soulignée.

Les textes officiels parus en 2002, puis ceux de 2007 dans les mêmes termes, insistent par ailleurs sur l'intérêt du décloisonnement entre disciplines scientifiques à l'école élémentaire : « *Les mathématiques, d'un côté, les sciences expérimentales et la technologie de l'autre, doivent être aussi souvent que possible liées dans la mise en œuvre des programmes* » (BO hors série n°1 du 14 février 2002, p 65 et BO hors série n°5 du 12 avril 2007, p 98). « *Si elles sont un outil pour agir au quotidien, les mathématiques doivent également offrir les ressources utiles à d'autres disciplines qui,* *en retour, leur apportent un questionnement et leur permettent de progresser.* » (Documents d'application[1] du programme de mathématiques, cycle 3, page 5, 2002).

Ce décloisonnement est particulièrement souhaité dans le travail sur les grandeurs et leur mesure : « *Le travail sur la mesure est conduit en liaison avec les activités évoquées dans la rubrique des programmes "Découvrir le monde : les objets et les matériaux."* » (Documents d'application du programme de mathématiques, cycle 2, page 30, 2002). « *Les activités scientifiques et technologiques fournissent un champ d'application privilégié pour ce domaine* » (s-e, les grandeurs et mesures, au cycle 3 ; Documents d'application du programme de mathématiques, cycle 3, page 35, 2002). Or la grandeur angle est a priori capitale dans le domaine des sciences et de la technologie : pente par rapport à l'horizontale, inclinaison par rapport à la verticale, écartement entre deux parties d'un système articulé, changement de direction, repérage d'une direction, hauteur du Soleil, etc. Il n'est donc pas étonnant que des didacticiens de la physique ayant déjà beaucoup travaillé sur l'enseignement de l'astronomie à l'école élémentaire, et un didacticien de la géométrie se soient retrouvés pour produire des séquences didactiques sur les angles et réfléchir aux questions de modélisation.

Nous avons choisi de travailler dans le macro-espace ou dans le méso-espace pour plusieurs raisons :

- Les thèmes intéressant les physiciens relèvent évidemment de ces types d'espace (astronomie, orientation, lumière, etc.)
- Le concept d'angle est plus approprié à ce type d'espace que celui (micro) de la feuille de papier : "*La notion d'angle est une notion pleinement instrumentale de la technologie du macro-espace, que le savoir géométrique, technologie du micro-espace, enregistre d'abord à ce titre. (Si la géométrie ne devait servir qu'à la technologie du micro-espace, elle pourrait fort bien faire l'économie de la notion d'angle)"* (Yves CHEVALLARD & Michel JULIEN, 1990-91, p 61).

Nous comprenons les raisons qui ont poussé Marie-Hélène SALIN et René BERTHELOT (1994-1995) à mettre au point une situation a-didactique à partir d'objets manipulables du micro-espace (facilité des opérations de manipulation, superposition, déplacement). Leurs travaux nous servent de référence et nous ont beaucoup inspirés mais nous pensons qu'ils se privent par le jeu qu'ils ont utilisé (le géométriscrabble) de référence à des situations relevant du méso-espace dont ils reconnaissent par ailleurs toute l'importance : *« L'apprentissage de la modélisation spatio-géométrique ne peut se faire de manière satisfaisante lorsque l'espace modélisé est quasi exclusivement le milieu micro-spatial des tracés sur des feuilles de papier. Un tel espace ne permet pas aux élèves de distinguer l'espace modélisé des espaces de représentation ; minore ou ignore les notions fondamentales de géométrie (cf. programmes) ; bloque l'émergence ou la survie d'un rapport de modélisation, et donc, s'installe en obstacle aux enseignements ultérieurs »* (René BERTHELOT, 2000, p 299). « *La prise en compte de cette problématique (de la modélisation) suppose que l'on fasse une distinction claire entre l'espace modélisé, où les moyens spatiaux empiriques n'ont pas à être disqualifiés, et le modèle, qui obéit quant à lui à des critères théoriques. Les moyens de communication et de validation dans le modèle ne sont donc pas, ni comme supports ni*

[1] A ce jour (septembre 2007) et à notre connaissance, les documents d'application des programmes de mathématiques de 2002 pour les cycles 2 et 3 n'ont pas été réactualisés.

comme formulations, les moyens ayant cours dans l'espace modélisé. Ainsi la feuille de papier est un moyen efficace de communication et de vérification dans le modèle alors que les problèmes posés peuvent l'être dans un espace de grande dimension. » (Isabelle BLOCH & Marie-Hélène SALIN, 2003, p294). Selon elles, la distinction entre espace modélisé et espace modèle sera d'autant plus facile que l'espace modélisé sera le méso-espace et l'espace modèle celui de la feuille de papier : « *Cette prise en compte (de la modélisation) ne peut s'effectuer directement sur un micro-espace comme la feuille de papier, pour des raisons de trop grande proximité de l'espace et du modèle, et aussi de non-fonctionnalité du micro-espace pour certaines tâches*. » (Même référence, p 295).

Dans cet esprit nous avons donc exploré quatre situations, qui ont toutes un certain nombre de points communs.

- Les problèmes de départ relèvent du domaine de la physique.
- Ils sont posés dans le méso ou le macro-espace.
- Une des grandeurs pertinentes de la situation est un angle.
- La résolution du problème posé passe forcément par l'identification de cet angle comme grandeur pertinente de la situation.
- Les ''côtés matériels'' de l'angle en question peuvent aisément être prolongés pratiquement. Nous faisons l'hypothèse que cette possibilité aide les élèves à concevoir l'angle comme bordé par deux demi-droites, c'est-à-dire des lignes droites de même origine, potentiellement illimitées.

Dans tous les cas nous avons travaillé dans des classes où les élèves n'avaient jamais étudié les angles en classe, hormis l'angle droit au cycle 2 conformément aux Instructions Officielles.

Nous ne ferons qu'évoquer les deux premières : la détermination de la hauteur du Soleil et l'utilisation de la boussole. L'observation de la course du Soleil dans le ciel nécessite de repérer sa position et en particulier sa hauteur, à savoir l'angle entre l'horizontale et la direction du Soleil. L'identification de la nature angulaire de cette grandeur est intéressante car elle s'oppose à l'idée première selon laquelle cette hauteur est une longueur. La seconde situation permet de travailler la notion d'azimut, angle entre une direction visée et la direction du nord magnétique indiquée par la boussole. Nous allons détailler les deux autres situations, en décrivant tout d'abord le déroulement des séquences et en résumant les résultats des évaluations, avant de passer à leur analyse en terme de modélisation.[2]

II – LA SEQUENCE MIROIR

Cette séquence a été mise en œuvre dans deux classes de CM1 de 26 et 28 élèves.

[2] Une version plus détaillée du déroulement des séances et des évaluations peut être consultée dans les articles de Repères IREM n° 64 (2006) pour le champ visuel et de Recherche en Didactique des Mathématiques n°27/3 (2007) pour la réflexion de la lumière sur un miroir.

II – 1 Situation déclenchante

La séquence est introduite par des jeux dans la cour : les élèves disposent de miroirs et doivent viser des cibles placées à différents endroits. Ils prennent conscience de la nécessité de placer le miroir au soleil et constatent que l'orientation du miroir influe sur la position de la tache de lumière (photo 1).

Photo 1

II – 2 Expérience sur table

De retour en classe le maître propose le dispositif expérimental suivant (photo 2) :

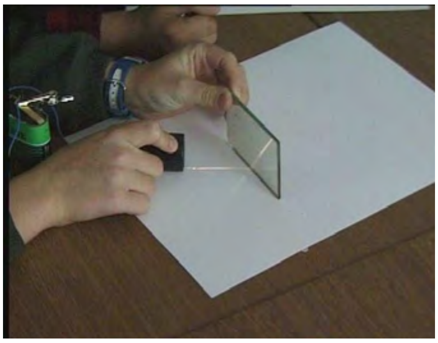


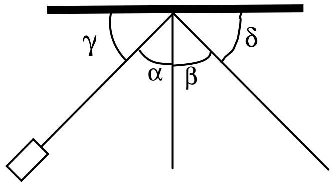
Photo 2

Ce dispositif permet de ramener la situation 3D à une situation 2D, de travailler dans le micro-espace où les enfants ont une maîtrise complète de la situation, et de « voir le chemin de la lumière », contrairement à ce qui se passait dans la cour. Les élèves manipulent librement avec ce dispositif.

Lors de la deuxième séance, le maître demande en plus aux élèves de schématiser quatre expériences différentes en dessinant le miroir et le chemin de la lumière, puis de réfléchir à la question : « Peut-on prévoir le chemin de la lumière ? ».

II – 2.1 Loi à découvrir

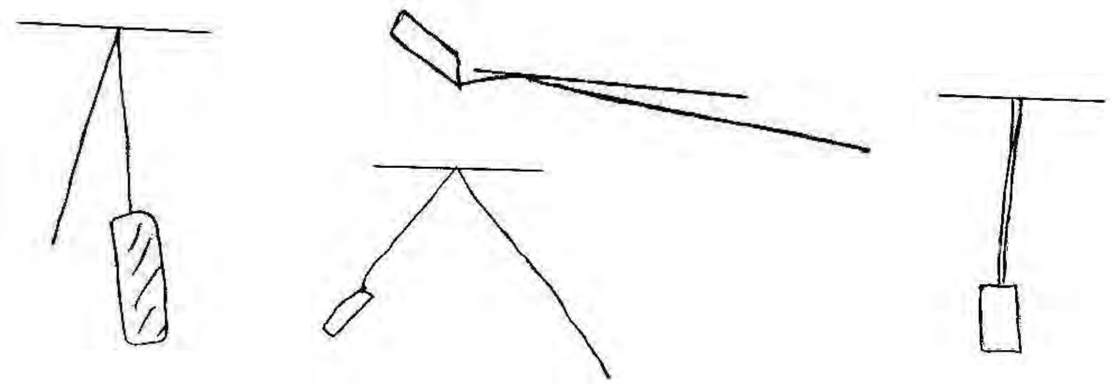
L'objectif visé est la découverte de la première loi de Descartes, à savoir l'égalité des angles d'incidence et de réflexion ; elle peut être découverte sous deux formes différentes (document 2) : $\alpha = \beta$ ou $\delta = \gamma$.



Document 2

II – 2.2 Tracés d'élèves

Les élèves produisent des tracés (document 3) qui sont affichés et le maître demande si, en les observant, on peut remarquer quelque chose de particulier et prévoir le chemin de la lumière.



Document 3

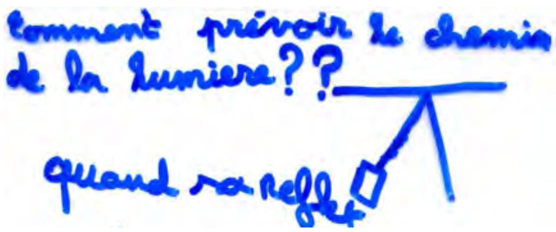
On remarque une grande prégnance de l'angle droit (les élèves disposent les objets de manière à obtenir un angle droit entre les rayons et le miroir ou entre les deux rayons), mais surtout que les élèves se focalisent sur l'angle entre les rayons lumineux :

« Quelque fois ça fait un chemin large, quelque fois un chemin serré (gestes explicatifs à l'appui) »
« Plus on éloigne la lampe (de la normale au miroir) plus ça fait un angle écarté »

Les élèves ne parviennent pas à découvrir la loi à partir de l'observation des schémas expérimentaux.

II – 3 Problème à résoudre : prévoir le chemin de la lumière qui repart

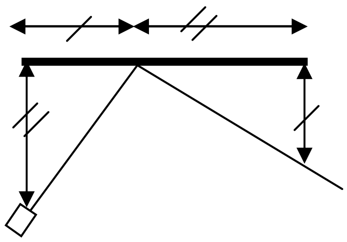
Le maître demande de dessiner un rayon réfléchi lorsque seul le rayon incident est dessiné. Amenés à réagir sur les différents tracés produits, les élèves ne parviennent pas toujours à expliquer clairement pourquoi certains tracés ne leur conviennent pas. Souvent cela leur semble évident visuellement : « ça se voit », disent-ils, et la plupart des tracés corrigés « à l'œil » sont corrects. Certains arrivent à une formulation intéressante comme cet élève qui critique le dessin du document 4 et juge : « C'est un peu trop retourné, le virage est plus léger ».



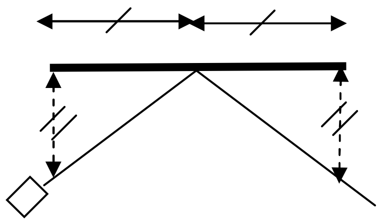
Document 4

Après ce travail d'analyse des productions mené collectivement au tableau le maître insiste sur la nécessité de trouver une technique de construction.

Les élèves élaborent alors diverses méthodes de tracé en se basant sur des mesures de longueurs, tout d'abord incorrectes (document 5) puis correctes (document 6).



Document 5



Document 6

D'autres utilisent du papier quadrillé. On pourrait se contenter de ces solutions, mais les élèves sont ici dans une tâche de reproduction de figures et rien n'indique qu'ils ont réellement pris conscience des angles d'incidence et de réflexion et de leur égalité.

Le maître introduit alors une contrainte supplémentaire en demandant de ne pas avoir recours à des mesures de longueur (« sans règle graduée ») et un enfant énonce : « c'est incliné pareil des deux côtés ». Cette proposition fait l'unanimité dans le groupe-classe et elle est reprise par le maître. Il reste à trouver une technique permettant de comparer ces « inclinaisons ». L'utilisation d'un gabarit (imaginé par les enfants ou proposé par le maître selon les classes) permet de valider cette proposition d'égale inclinaison sur les schémas expérimentaux et de tracer le rayon réfléchi sur le schéma incomplet (photo 3).

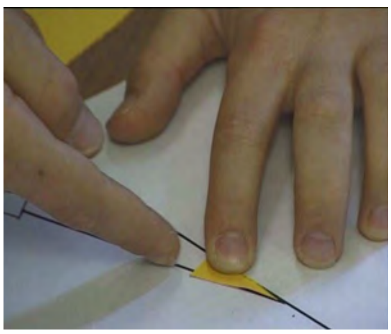
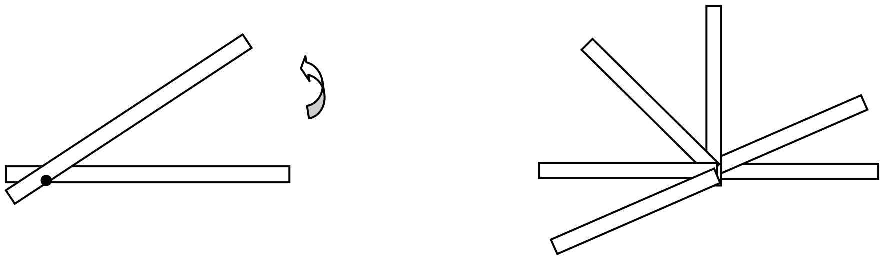


Photo 3

La séance se termine par un travail « papier-crayon » de reproduction et de comparaison d'angles pendant lequel les élèves mettent en œuvre divers procédés : calque, gabarit et utilisation d'une fausse équerre formée de deux étroites bandes de carton articulées à l'aide d'une attache parisienne.

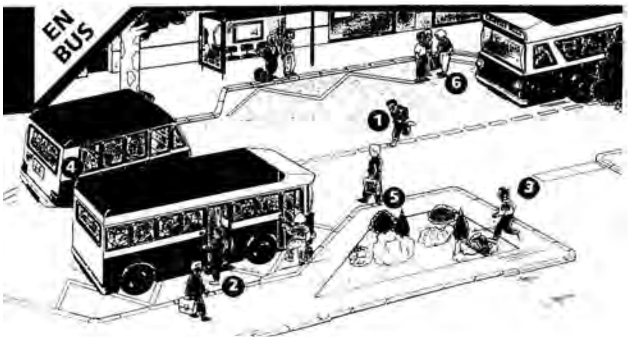


Lors de l’introduction de cet instrument, le maître engage une discussion avec les élèves sur ce qui se passe lorsqu’on écarte les branches, en particulier au-delà de l’angle plat. L’existence de deux angles, l’un saillant l’autre rentrant, est reconnue Il apparaît aux élèves qu’il est nécessaire de marquer les angles graphiquement « pour montrer celui qui nous intéresse ». Pendant la réalisation et la correction des exercices, le problème de longueur des côtés dessinés est discuté à plusieurs reprises (« Les traits doivent-ils avoir la même longueur que sur le calque ? », « Est-ce que je peux prolonger le trait au-delà du gabarit ? »…). Les échanges entre élèves montrent qu’ils se réfèrent spontanément à la situation physique en évoquant la lumière qui continue tout droit.

III – LA SEQUENCE CHAMP VISUEL

Cette séquence a été mise en œuvre dans deux classes de CE2 et deux classes de CM1.

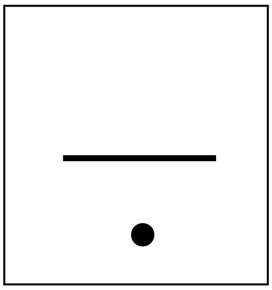
III – 1 Situation déclenchante



Document 7

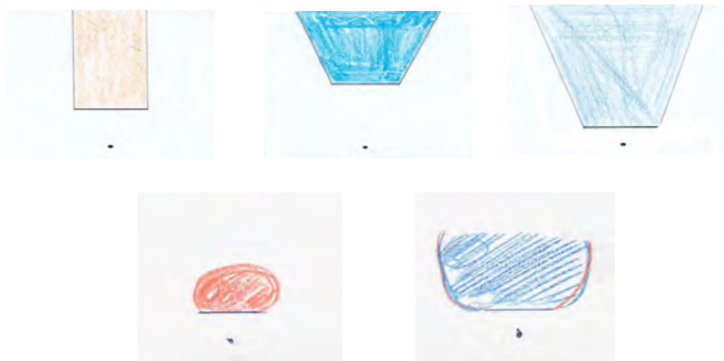
Le maître part d’un dessin (document 7) qui représente une sortie d’école : un autobus à l’arrêt, un autre qui arrive, un véhicule qui double l’autobus, des enfants qui s’apprêtent à traverser. Il s’agit de dire s’il est prudent de traverser, s’il y a des dangers, d’où proviennent ces dangers. Le but est d’arriver à émettre l’idée que même si le bus est à l’arrêt, il n’est guère prudent de traverser en restant près du bus, car l’enfant peut ne pas voir le véhicule qui double et il peut aussi ne pas être vu de ce véhicule. La question posée est celle des endroits qui sont cachés par le bus depuis le bord de la rue. Le maître explique que cette question ne peut être étudiée directement. Elle sera remplacée par une autre plus commode à étudier, dans laquelle le bus est remplacé par un écran.

III – 2 Problème à résoudre et émission d'hypothèses



Document 8

Le maître évoque une situation : un enfant est placé devant un écran, dans la cour. Il montre un dessin, explique que c'est une vue de dessus de la situation, que le trait représente l'écran et que le point représente l'enfant (document 8). Il demande aux enfants de colorier la zone qui, d'après eux, est cachée à l'enfant par l'écran.
On obtient en général plusieurs types de réponses (document 9) :



Document 9

- une zone rectangulaire dont deux côtés sont perpendiculaires à l'écran, (22 %)
- une zone trapézoïdale dont les supports des côtés obliques passent par le point représentant l'observateur (38 %), ce qui correspond à la réponse correcte,
- une zone trapézoïdale dont les supports des côtés obliques ne passent pas par le point représentant l'observateur (18 %)
- des réponses « autres », par exemple des zones dont les limites ne sont pas rectilignes (22 %).[3]

Les différents types de dessins sont affichés et après discussion les élèves et le maître conviennent qu'une expérimentation serait la bienvenue.

III – 3 Expérimentation lors de la deuxième séance.

Dans la cour : un écran, une chaise pour l'observateur, un quart des élèves à côté de lui qui le remplaceront à tour de rôle. Les autres se rassemblent dans la partie cachée et se déplacent à tour de rôle jusqu'aux limites de la zone cachée sous le contrôle de l'élève observateur. Ils posent alors une quille pour repérer leur position à ce moment-là (photo 4).

[3] Les pourcentages indiqués sont ceux obtenus dans une des classes de CE2.

Photo 4

On observe les quilles, on remarque qu'elles sont alignées avec les extrémités de l'écran, on le vérifie à l'aide de cordes tendues, puis on observe la forme de la zone cachée : ce n'est pas un rectangle, les cordes ne sont pas parallèles. Si on les fait glisser le long d'elles-mêmes, elles passent par la position de l'observateur. (photo 5).

Photo 5

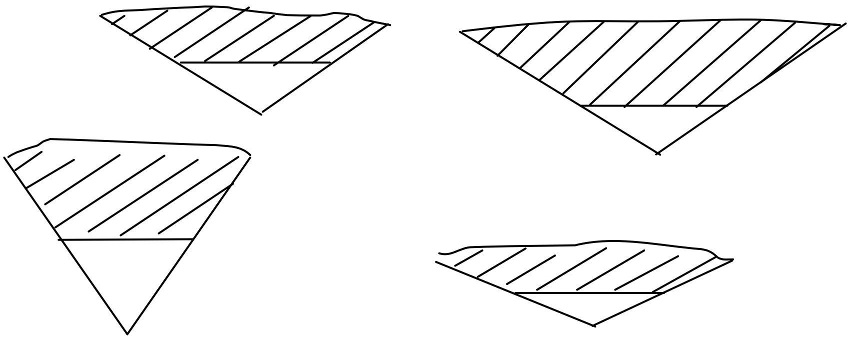
Le maître demande si d'autres quilles peuvent être placées et où : les élèves cherchent, prolongent les cordes (en fait on utilise des cordes plus longues que les premières restées en place, et d'une autre couleur).

Photo 6

On change (photo 6) ensuite les observateurs et on réalise deux autres expériences avec deux nouvelles séries de cordes, en laissant toujours les autres en place, mais en modifiant cette fois la position de l'observateur sur la « médiatrice » de l'écran. Les élèves constatent que « *les diagonales* (s-e les bords rectilignes de la zone) *s'écartent plus quand on est plus près de l'écran et se resserrent quand on est plus loin* » et ils concluent que l'espace caché est, suivant la position de l'observateur, plus ou moins grand, c'est-à-dire plus ou moins « large », plus ou moins « ouvert ».
A la suite de cette expérimentation, les élèves dégagent donc les points suivants : les limites de la zone cachée sont portées par des demi-droites, obliques, passant par les bords de l'écran et par l'observateur, et qu'il est loisible de prolonger autant qu'on veut.
De retour en classe le maître propose à nouveau de schématiser la série d'expériences. Quatre dessins sont demandés : deux avec des cordes de longueurs différentes pour une même position de l'observateur et deux autres avec des positions différentes de l'observateur.

III – 4 Comparaison des zones cachées

La troisième séance se passe en classe. Le maître affiche des agrandissements des schémas réalisés la fois précédente et demande si la zone cachée est la même partout, ou si elle plus grande ou plus petite et dans quels cas (document 10)



Document 10

Une discussion est engagée à propos des deux premiers schémas. Certains élèves sont sensibles à la longueur des côtés. D'autres disent que c'est sans importance : ils n'ont pas eu le temps de colorier davantage et rappellent qu'on peut prolonger les limites « à l'infini » comme les cordes dans la cour. Le maître distribue alors à chaque élève ces deux premiers schémas, puis leur demande de rechercher une technique permettant de comparer les zones cachées. Dans les classes observées, plusieurs élèves mesurent la longueur des côtés dessinés ou la « largeur » de cette zone à l'endroit où le coloriage s'arrête. Certains autres rallongent les côtés des différentes zones pour qu'ils aient tous la même longueur puis mesurent la distance entre les « extrémités » des côtés. D'autres élèves encore découpent les deux secteurs ou les deux zones et les superposent. Dans le bilan qui suit, les deux zones sont déclarées aussi grandes l'une que l'autre car elles sont superposables exactement.
La même démarche, discussion puis manipulations, est reprise avec les deux autres schémas, conduisant cette fois à déclarer, qu'une zone est plus étroite donc plus petite que l'autre.

La synthèse, en fin de séance, consiste à bien décrire comment la zone cachée est représentée et de quoi elle dépend. Elle est délimitée par le segment représentant l'écran et par des lignes droites, passant par les extrémités du segment-écran et alignées avec le point représentant l'observateur. D'autre part, quand le point-observateur s'approche du segment-écran, les demi-droites s'écartent, la zone s'agrandit, quand ce point s'en éloigne, les demi-droites se resserrent, la zone devient plus petite.

III – 5 Séance de mathématiques

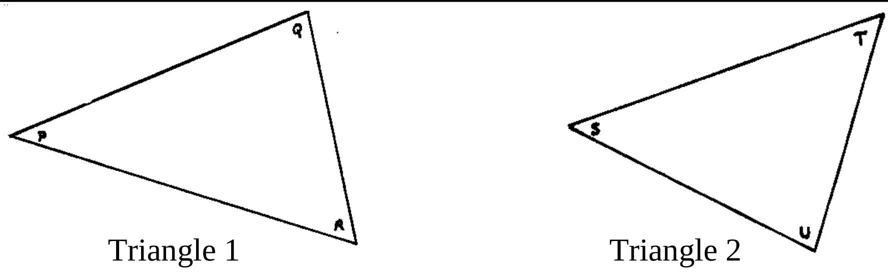
Après un rappel collectif de ce qui a été réalisé depuis le début de la séquence, et des échanges sur les noms que les élèves donneraient à la forme de la zone cachée (« entonnoir », « V », « triangle coupé », …), le maître introduit le mot angle (déjà connu par l'expression " angle droit ") pour désigner la figure formée par la zone cachée complétée par le triangle dont l'écran est la base et l'observateur le sommet opposé. Un angle est donc la région du plan délimitée par deux demi-droites issues d'un même point, son sommet. Comme pour la zone cachée, ces deux demi-droites peuvent être prolongées à volonté. Il explique que plus les demi-droites sont écartées, plus l'angle est dit grand, plus les demi-droites sont resserrées, plus l'angle est dit petit, par analogie avec le travail sur les zones cachées. Puis comme dans la séance de mathématiques résumée à la fin de la séquence Miroir, les élèves sont amenés à réaliser des travaux pratiques de comparaison, reproduction, construction d'angles.

IV – RESULTATS DES EVALUATIONS

En fin de séquence nous avons proposé aux élèves plusieurs types d'exercices : certains ont pour but de savoir s'ils maîtrisent les notions physiques en jeu, d'autres sont purement mathématiques. Nous ne présentons ici que les résultats de l'épreuve de mathématiques, en les comparant avec ceux obtenus par René BERTHELOT et Marie-Hélène SALIN suite à la séquence du géométriscrabble mise en œuvre en CM2. Les exercices, extraits de leurs travaux, ont été choisis pour permettre cette comparaison.

IV – 1 Epreuve de mathématiques

Un premier exercice (document 11) concerne la comparaison d'angles dans des figures :



Y a-t-il dans le triangle 2 un angle égal à l'angle Q du triangle 1 ? Si oui, lequel ?
Y a-t-il dans le triangle 1 un angle égal à l'angle T du triangle 2 ? Si oui, lequel

Document 11

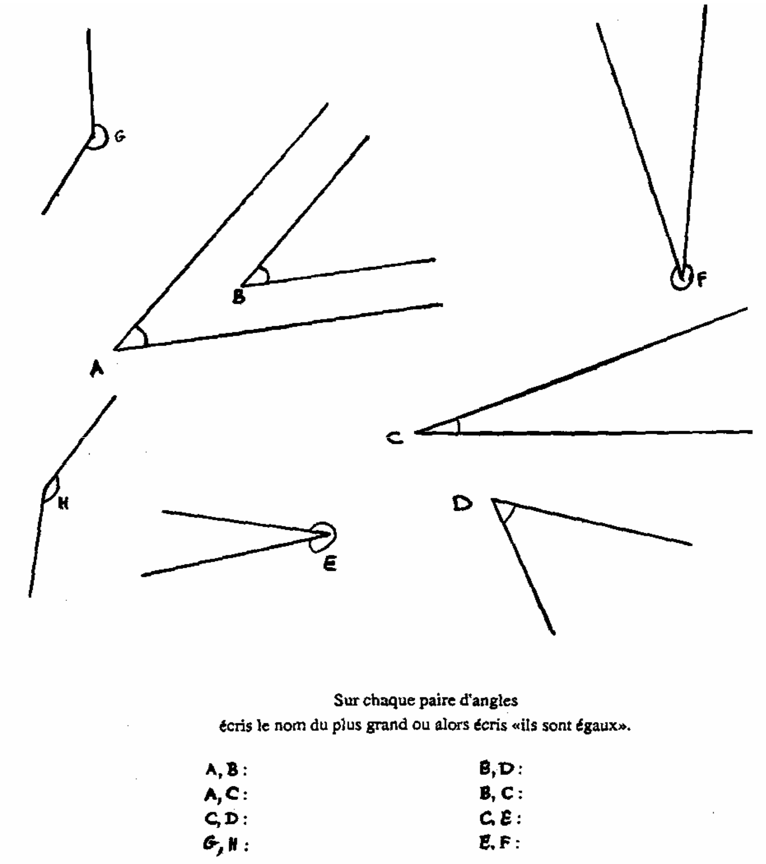
Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous (tableau 1) :

	Champ visuel CE2	Champ visuel CM1	Miroirs CM1	Berthelot et Salin CM2
Pourcentage de bonnes réponses (moyenne des deux item)	57%	69%	75%	85%
Sans prise en compte des erreurs dues au manque de précision	64%	77%	80%	

Tableau 1

Nous obtenons des résultats plus faibles que ceux de Marie-Hélène SALIN et René BERTHELOT, mais nos élèves sont plus jeunes d'un ou deux ans. Le deuxième item est celui qui pose le plus de problème car la réponse attendue est « non », or l'angle R du triangle 1 est très voisin de l'angle T du triangle 2. Cette réponse est donc assez souvent proposée et nous pensons que des manipulations imprécises peuvent être à l'origine de cette erreur. Si nous ne tenons pas compte de ces erreurs d'imprécisions les résultats se rapprochent de ceux obtenus après la séquence du géométriscrabble.

Dans un second exercice les élèves doivent comparer des paires d'angles (document 12) :



Document 12

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 2 ci-dessous :

Pourcentage de bonnes réponses	Champ visuel CE2	Champ visuel CM1	Miroirs CM1	Berthelot et Salin CM2
Angles de même nature (A, B, C, D)	52% à 87 %	58% à 88%	61% à 96%	74% à 93%
Angles rentrants-saillants (somme 360°) : EC, GH	40%	46%	65%	27%

Tableau 2

Les résultats obtenus pour ces comparaisons d'angles, lorsqu'il s'agit d'angles de même nature (angles aigus ici), peuvent être analysés comme précédemment : des résultats plus faibles que ceux de Marie-Hélène SALIN et René BERTHELOT, mais avec des élèves plus jeunes. Là encore le « score » le plus faible correspond à des angles très voisins. Pour les angles rentrants-saillants par contre nos résultats sont meilleurs, vraisemblablement grâce à l'utilisation de la fausse équerre et à la discussion qu'elle a permise.

V – PLACE DE LA MODELISATION DANS LES DEUX SEQUENCES

Les séquences présentées sont des tentatives d'implication des élèves dans des démarches de modélisation du réel, à des fins didactiques, ici l'enseignement des angles au cycle 3. Afin de les analyser, nous nous sommes tout d'abord interrogés sur ce qu'est un modèle et sur les divers modèles mobilisés. Puis nous analysons les séquences en terme de modélisation à partir d'un certain nombre de critères (prise en charge des modèles, fonction des modèles, liens entre modèles).

V-1 A quels modèles nous référons-nous ?

Pour les scientifiques, un modèle est un instrument théorique. Ainsi pour ROBARDET et GUILLAUD (1993) un modèle est *« un instrument théorique fonctionnel qui permet les opérations d'interprétation et de prévision sur certaines parties limitées de la réalité expérimentale »*. Cet instrument s'élabore dans le cadre de théories, à partir de faits interprétés, d'hypothèses, etc. et aussi à partir de données empiriques, expérimentales, construites.

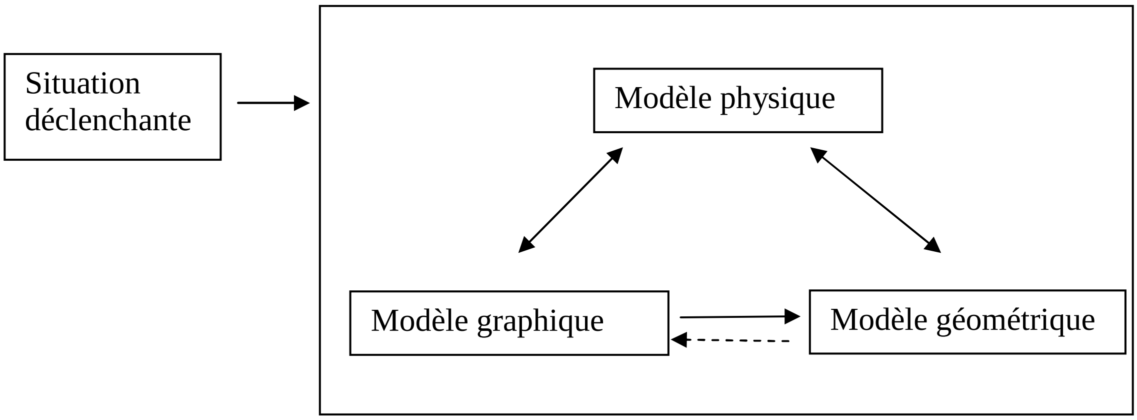
Nous avons cherché à transposer une telle définition pour l'école.

- Un modèle est le produit d'une construction intellectuelle qui se substitue à une réalité jugée trop complexe, inaccessible (trop petite, trop grande, trop éloignée…).
- Quelques indices signalent qu'on est dans un modèle d'une réalité plus complexe : simplification de la réalité, abandon de certaines contraintes, changement de la taille d'espace, utilisation de représentations (dessins, schémas, maquettes,…).
- Un modèle est donc une représentation matérielle et/ou symbolique d'une partie de la réalité mais pas uniquement cela, il doit aussi permettre d'expliquer, expérimenter (faire des hypothèses, les tester), prévoir.

- La pertinence d'un modèle s'évalue dans la plus ou moins grande adéquation des prévisions qu'il permet aux observations directes, et aussi dans l'efficacité de ses explications.

La modélisation réside dans l'élaboration du modèle et dans le va-et-vient entre la réalité et le modèle.

Ainsi, dans nos deux séquences nous sommes partis d'une situation, souvent qualifiée de déclenchante, plutôt complexe et impossible à résoudre telle quelle par les élèves, pour les faire ensuite travailler dans trois types de modèles différents comme l'indique le schéma synthétique ci-dessous. (document 13).



Document 13

- Le premier modèle est un modèle physique[4] . La situation de départ y est présentée de manière simplifiée, expérimentale ; les phénomènes observables sont décrits avec les termes de la physique.
- Le deuxième modèle est un modèle graphique. La situation physique y est représentée, dessinée, schématisée, sur un support papier. Les éléments pertinents sont représentés au moyen de conventions explicitées par des traits, lignes, surfaces, etc.
- Le troisième modèle est un modèle géométrique qui emprunte les mêmes moyens matériels (supports, instruments) que le précédent mais où des savoirs, des techniques, des démarches, des points de vue géométriques sont mobilisés dans l'analyse ou l'exploitation des dessins produits.

Pour détailler l'analyse, nous allons reprendre le déroulement de chaque séquence en explicitant les trois types de modèles en interaction et en indiquant qui prend en charge la modélisation, à quoi servent les modèles (représenter, expliquer, expérimenter, prévoir…) et les liens entre les divers modèles.

[4] Nous avons été tentés pendant un certain temps de l'appeler « modèle du physicien », à cause de la polysémie de l'adjectif « physique ».

V – 2 Retour sur la situation Miroir

	Modèle physique	Modèle graphique	Modèle géométrique
Description des modèles	Expérience sur table : passage de 3D à 2D, le rayon lumineux est « rendu visible » par sa trace sur la table. Ce qui est en jeu du point de vue de la physique c'est la loi de réflexion de la lumière sur un miroir	Les schéma expérimentaux tracés sur papier. Les traits sont des dessins du miroir, du chemin de la lumière incidente et réfléchie : les élèves se focalisent d'abord sur l'angle entre les rayons.	Sur les dessins les traits deviennent des êtres géométriques et pour certains des demi-droites. La figure peut être analysée avec des points de vue nouveaux, autres que le premier venu à l'idée : égalité des angles d'incidence et de réflexion, présence d'un axe de symétrie.
Prise en charge des modèles	Le maître propose l'expérience sur table qui rend visible le chemin de la lumière, les élèves expérimentent.	Schématisation par les élèves sur demande du maître de l'expérience réalisée.	Par la demande de prévision, le maître amène les élèves à changer de point de vue sur leurs dessins : ils corrigent leurs dessins afin que les rayons soient « penchés pareil ».
Fonction des modèles	Expérimenter en jouant sur la position du miroir et de la lampe. Identifier les variables qui agissent sur le phénomène : les directions relatives du miroir et du faisceau incident	Représenter. Garder en mémoire.	Représenter en termes géométriques Prévoir le chemin de la lumière

Liens entre les différents modèles	Possible retour à la situation initiale de visée, mais ce ne fut pas le cas dans les expérimentations en classe. Dans les autres séances, c'est la situation expérimentale qui sert de référence.	La situation expérimentale est omniprésente dans les discussions : très souvent dans les débats en classe à propos des dessins ou des tâches proposées, les élèves évoquent deux aspects de la situation expérimentale : -le fait que seule la direction de la lumière ou du miroir est importante - le fait que la lumière « continue son chemin ».

V – 3 Retour sur la situation Champ visuel

	Modèle physique	Modèle graphique	Modèle géométrique
Description des modèles	Dispositif dans la cour : un observateur, un écran, des plots, des cordes. Du point de vue de la physique est en jeu le phénomène de visée, sa traduction en termes d'alignements prolongeables à volonté (abstraction des limites de la cour).	Les dessins représentant le dispositif de la cour. Pour délimiter la zone cachée, les élèves tracent des lignes droites mais hésitent à les prolonger.	Sur les dessins les lignes droites délimitant la zone cachée acquièrent le statut de demi-droites ; des expressions comme « on peut prolonger plus loin », « c'est infini » sont utilisées par les élèves dans les discussions à propos des dessins.
Prise en charge des modèles	Le maître propose le dispositif, les élèves se l'approprient.	Schématisation par les élèves sur demande du maître (avant/après expérimentation) : pas de difficulté pour les élèves dans la signification des tracés.	Par la recherche de procédés pour comparer la grandeur des zones cachées, le maître amène les élèves à ne plus tenir compte de la longueur des côtés.

Fonction des modèles	Représenter Expliquer Prévoir les positions cachées ou visibles pour l’observateur.		
	Matérialiser Expérimenter : l’alignement des plots limites de la zone, l’effet du rapprochement ou de l’éloignement de l’observateur par rapport à l’écran.	Comparer les zones cachées, mais avec des risques d’erreur dus à la prise en compte d’aspects matériels non pertinents comme la longueur des traits dessinés.	Comparer les zones cachées en prenant en compte uniquement l’ouverture des limites de la zone et non plus la longueur des côtés dessinés.
Liens entre les différents modèles	Possible retour à la situation déclenchante. Pendant l’appropriation du dispositif dans la cour, l’observateur est parfois appelé « chauffeur », mais dans les autres séances, c’est la situation dans la cour qui sert de référence. On peut regretter qu’à la fin il n’y ait pas eu de retour à la situation de départ (sécurité routière).	Très souvent dans les débats en classe à propos des dessins ou des tâches proposées, les élèves évoquent deux aspects de la situation vécue dans la cour : -le fait qu’en rajoutant des cordes, les élèves avaient pu prolonger les premières limites trouvées pour la zone, - la dépendance des limites à l’égard de la distance de l’observateur à l’écran.	

EN GUISE DE CONCLUSION

Nous sommes partis du constat que le travail habituel sur les angles avait du mal à ne pas rester confiné dans l’espace de la feuille de papier, et de l’envie de décloisonner les enseignements scientifiques et mathématiques. Sans prétendre que ce soit le seul moyen de construire le concept d’angle nous pensons que par nos séquences nous avons fait parcourir aux élèves un chemin qui va de leur monde à celui de quelques concepts géométriques, et leurs résultats dans les évaluations sont encourageants.

Ce parcours passe par trois niveaux de modélisation. Ces modélisations sont bien évidemment assistées, doublement. D’une part, la situation initiale est simplifiée, aménagée par le maître. C’est lui qui propose les dispositifs expérimentaux, les tâches à réaliser dans chacun des modèles, organise les échanges entre les élèves, maintient l’orientation du travail, structure et soutien les avancées des pensées des élèves, etc. D’autre part, dans les étapes graphiques et géométriques, le modèle expérimental physique introduit sert constamment de référence lors des recherches, des mises au point, des discussions, soit de manière spontanée chez les élèves, soit par des évocations suscitées par le maître.

Les maîtres qui ont conduit ces séquences ont tout à fait intégré dans leurs pratiques ces diverses formes d'étayage. Qu'ils en soient ici très sincèrement remerciés[5].

BIBLIOGRAPHIE

BALDY R. et al., (2005) *Développement cognitif et apprentissages scolaires. L'exemple de l'acquisition du concept d'angle*, RFP, 152, 49-60.

BERTHELOT R., SALIN M.H. (1994-95) Un processus d'enseignement des angles au cycle III, Grand N, 56, 69-116.

BERTHELOT R. (2000) *Quelques moyens pour placer l'espace au centre de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire , et pour préparer tant l'enseignement technique de l'espace que l'enseignement mathématique du premier cycle*. In Actes du XXVII^{ème} colloque COPIRELEM, Chamonix, 297-307.

BLOCH I., SALIN M.H. (2003) *Espace et géométrie : géométrie dans le méso-espace à l'école primaire et au début du collège*. In Actes du XXX^{ème} colloque COPIRELEM, Avignon, 293-306.

BROUSSEAU G. (1987) Didactique des mathématiques et questions d'enseignement : propositions pour la géométrie, Revue Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle, 1-2 97-98, Université de Caen.

CHEVALLARD Y., JULLIEN M. (1990-1991) Autour de l'enseignement de la géométrie au collège. Petit x, 27, 41-76.

JASMIN D., MERLE H. & MUNIER V. (2006) Apprendre à se repérer, de la boussole au satellite, collection passerelle, *Hatier, Paris.*

MERLE H. & MUNIER V. (2003) Comment conceptualiser la hauteur du Soleil en tant qu'angle au cycle 3 ? *Aster*, 36, 39-68.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2002) Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. BO hors série n°1 du 14 février 2002.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2002) Documents d'application des programmes de mathématiques, cycle 2.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2002) Documents d'application des programmes de mathématiques, cycle 3.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2007) Mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences ; programmes d'enseignement de l'école primaire, vol 1-a et 1-b. BO hors série n°5 du 12 avril 2007.

[5] Nous remercions les maîtres de diverses écoles de Montpellier qui ont mis en œuvre les séquences : Dominique Broussal (école Condorcet), Jacques Caylet (école Sibélius), Sarah Linon (école Pottier), Annelyse Massouti (école Condorcet), Odile Trocellier (école Daviler), Sylvie Waleckx (école Sibelius).

MUNIER V. & MERLE H. (2004) *De l'utilisation d'un instrument à la maîtrise des concepts en jeu : l'exemple de la boussole à l'école élémentaire*, 449-454, in Actes des XXVes JIES, Chamonix, 30 novembre-4 décembre 2003.

MUNIER V. & MERLE H.. (2007) *Une approche interdisciplinaire mathématiques - physique du concept d'angle à l'école élémentaire*, Recherche en Didactique des Mathématiques, 27/3.

MUNIER V., MERLE H. & DEVICHI C. (2006) *La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel*, Repères IREM, 64, 65-84.

ROBARDET G. & GUILLAUD J.C. (1993) Eléments d'épistémologie et de didactique des sciences physiques, *publications de l'IUFM de Grenoble*.

LES EFFETS D'UN DISPOSITIF D'ACCOMPAGNEMENT SUR LES PRATIQUES EFFECTIVES DE PROFESSEURS DES ECOLES DEBUTANTS NOMMES EN ZEP : PREMIERS RESULTATS

Denis BUTLEN
PU, IUFM des Pays de la Loire
denis.butlen@iufm.univ-nantes.fr

Monique CHARLES-PEZARD
MCF, IUFM de CRETEIL
DIDIREM
monique.charles@creteil.iufm.fr

Pascale MASSELOT
MCF, IUFM de VERSAILLES
DIDIREM
PMasselot@aol.com

Résumé
Cette communication rend compte d'une partie d'un travail de recherche portant sur l'élaboration et la mise en œuvre d'un dispositif d'accompagnement en mathématiques, conçu pour des enseignants débutants nommés en ZEP. L'impact de ce dispositif sur les pratiques effectives des enseignants est évalué au regard des outils théoriques issus du cadre de la didactique des mathématiques et de celui de l'ergonomie cognitive et de la didactique professionnelle.
Les premiers résultats émanant de l'analyse des pratiques de quatre enseignants observés au cours de leurs deux premières années d'exercice sont présentés. Ils montrent notamment la nécessité de prendre en compte non seulement la « logique » de l'enseignant, ses représentations sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, mais aussi le contexte de l'école ainsi que les ressources privilégiées pour aider les enseignants débutants à investir les marges de manœuvre dont ils disposent et à dépasser certaines contradictions. Ces premiers résultats permettent aussi de préciser comment se forment les pratiques des enseignants notamment au cours de leurs deux premières années d'exercice.

I - INTRODUCTION :

Dans le cadre de nos recherches sur les pratiques enseignantes, nous avons proposé à des professeurs des écoles nouvellement nommés en ZEP un complément de formation s'inscrivant dans le prolongement de la formation initiale reçue à l'IUFM. Cette formation, centrée sur les difficultés spécifiques des ZEP, est limitée dans le temps et se présente sous forme d'un accompagnement au cours des deux premières années d'exercice.

II – POURQUOI CETTE FORMATION ? (RETOUR SUR LES RESULTATS DE RECHERCHES ANTERIEURES)

Cette recherche, comme le dispositif de formation mis en œuvre, s'appuient sur une analyse de certains résultats de recherches menées précédemment, en particulier sur le constat des limites d'une intervention auprès d'un public d'élèves en difficulté en mathématiques et sur une catégorisation des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en milieu très défavorisé.

II – 1. Former à l'enseignement en ZEP

II – 1.1 Côté élèves : les limites des ingénieries s'adressant aux élèves en difficulté de ZEP

Nos recherches et nos ingénieries centrées sur le dépassement des difficultés des élèves en général et des élèves scolarisés en ZEP en particulier, présentent un certain nombre de limites. Prenons l'exemple du calcul mental, de la résolution de problèmes et de la conceptualisation dans le domaine numérique.

Les ingénieries que nous avons élaborées portent sur une assez longue durée (jusqu'à deux années pour l'une d'elles). Selon les cas, ces enseignements comportaient des activités s'adressant à l'ensemble de la classe et s'intégrant dans la progression des professeurs des classes concernées ainsi que des activités s'adressant plus particulièrement aux élèves en difficulté importante.

Malgré un dispositif assez "lourd", nous avons pu constater que certains élèves manifestant les plus grandes difficultés ne bénéficiaient pas au même titre que leurs pairs de ces interventions.

Plusieurs raisons peuvent expliquer ce constat.

Le poids de la durée

Deux années scolaires ne semblent pas constituer une durée suffisante pour amener tous les élèves à dépasser certaines difficultés installées depuis plusieurs années. De plus, les progrès constatés restent fragiles et nécessitent un suivi des élèves par l'équipe des professeurs. Leur confirmation demande une cohérence dans les choix et stratégies de l'équipe des professeurs de l'établissement.

Le poids des pratiques ancrées

La mise en œuvre des ingénieries testées demande des diagnostics difficiles à établir, des adaptations des situations aux difficultés des élèves difficiles à penser pour un professeur des écoles déjà surchargé et ayant parfois d'autres "urgences" (chahut, gestion de classe). Ces ingénieries se révèlent souvent trop décalées par rapport aux pratiques majoritaires des maîtres susceptibles d'être intervenus dans le passé scolaire des élèves. Notamment, ces enseignements se structurent autour d'institutionnalisations locales et souples qui demandent une bonne perception des enjeux d'enseignement et des transferts possibles comme une grande capacité d'adaptation des professeurs.

Par exemple, nos travaux sur le calcul mental demandaient aux professeurs une gestion très fine des automatismes de calcul devant à la fois accroître la disponibilité de certains faits numériques et de certaines procédures élémentaires de calcul et développer des capacités d'adaptation chez les élèves indispensables à la mobilisation de procédures adaptées aux nombres et aux opérations en jeu dans les calculs.

C'est le constat de ces limites qui nous a conduit à nous intéresser aux pratiques enseignantes ordinaires en ZEP.

Une gestion contrastée de l'hétérogénéité et de la différenciation pédagogique

Nos ingénieries s'appuyaient sur un double point de vue. Le premier prend en compte la nécessité de mettre en place à certains moments des situations différenciées selon les difficultés diagnostiquées ; ce qui implique une certaine individualisation de l'enseignement dispensé. Le second point de vue vise, tout en s'appuyant sur l'hétérogénéité des niveaux cognitifs des élèves, à réduire cette individualisation en installant des savoirs partagés par le plus grand nombre d'élèves (cf. le compte-rendu de notre atelier lors du colloque de la COPIRELEM de Dourdan 2006).

II – 1.2 Côté pratique des enseignants : nos constats sur les pratiques existantes sans accompagnement spécifiquement pensé

Contraintes et contradictions

Nos recherches montrent que les professeurs des écoles de ZEP sont soumis à des contraintes et à des contradictions amplifiées qui peuvent devenir des obstacles à l'apprentissage des mathématiques mais aussi à l'exercice du métier (turn-over important). C'est le cas notamment de la contradiction la plus importante décelée : celle existant entre une logique de socialisation et une logique des apprentissages disciplinaires[1].

Catégorisation en i-genres

Nos recherches précédentes ont également débouché sur une première catégorisation des pratiques des professeurs observés.

Nous avons constaté une uniformisation rapide des pratiques limitant considérablement les pratiques minoritaires possibles de débutants souvent seuls à essayer d'appliquer les injonctions des diverses institutions de formation.

Nous avons mis en évidence des pratiques majoritaires (i-genres 1 et 2) et des effets potentiels négatifs sur les apprentissages des élèves : dérives se traduisant par une parcellisation des tâches, une trop grande individualisation, une quasi-disparition des phases de synthèse collective, un défaut de savoirs institutionnalisés.

---

[1] Quatre autres contradictions ont été mises en évidence lors de nos recherches : contradiction entre logique des apprentissages et logique de réussite immédiate, logique des apprentissages et logique de projet, contradiction entre individuel, public et collectif, contradiction entre temps de la classe et temps d'apprentissage.

De même, si des alternatives existent (i-genre 3), elles restent très (trop) fragiles. Ainsi, les quelques maîtres les mettant en œuvre se révèlent avoir bénéficié d'une formation universitaire mathématique consistante (licence). De plus, ils ont un devenir professionnel d'enseignants en ZEP plutôt court car ils sont rapidement absorbés par l'institution : intégration comme maîtres formateurs ou dans le corps des professeurs certifiés ou agrégés.

II – 2. Les effets de la formation initiale

Notre recherche s'appuie aussi sur d'autres travaux relatifs à la formation des pratiques.

II – 2.1 Des effets contrastés

Difficulté du professeur des écoles débutant à prendre en compte la formation initiale dispensée en IUFM.

P. Masselot (2000) montre que le risque est grand de voir le professeur des écoles, devant surmonter dans l'urgence trop de problèmes, rejeter globalement les pratiques minoritaires valorisées par l'IUFM. Elle montre également combien ce rejet peut être favorisé par une formation initiale n'ayant pu entrer "en résonance" avec les préoccupations et les représentations des professeurs stagiaires.

Difficulté des interventions ultérieures en formation continue

D. Vergnes (2001) souligne dans sa thèse les limites d'une formation continue trop éloignée des pratiques des professeurs des écoles titulaires (y compris quand ils sont volontaires pour suivre la formation). Tout se passe comme si, malgré le dépassement des difficultés de gestion de classe, l'obtention d'un certain confort s'opposait à des changements de pratiques trop importants.

II – 2.2 Prendre en compte la logique des pratiques de l'enseignant

Pour être efficace, la formation doit prendre en compte un "principe d'étanchéité". Sans remettre directement et globalement en cause la logique des pratiques des enseignants – les risques de fragilisation étant trop grands - elle doit ouvrir des alternatives y compris locales et limitées.

II – 2.3 Cibler le niveau d'intervention

Les travaux de P. Masselot et D. Vergnes signalés ci-dessus ont également montré la nécessité pour une formation de mieux cibler les interventions, notamment de mieux prendre en compte les autres composantes des pratiques (R. Rogalski, 2002) et ne pas traiter seulement la dimension cognitive. En effet, un accompagnement trop tardif et trop axé sur la dimension cognitive des pratiques laisse trop d'improvisation à la charge de l'enseignant.

Il nous semble nécessaire de présenter, d'analyser les gestes et routines professionnels indispensables à la mise en œuvre de pratiques alternatives. Il s'agit pour nous d'enrichir les pratiques en minimisant les déstabilisations.

III – L'INGENIERIE DE FORMATION

III – 1. Nos hypothèses

III – 1.1 Des manques en termes de formation

Tout d'abord, comme nous venons de le rappeler, nous pensons qu'il est indispensable d'avoir accès et de prendre en compte la logique des pratiques effectives de chaque enseignant pour pouvoir intervenir sur ces pratiques. Cette hypothèse se fonde sur les résultats de travaux visant à évaluer les effets d'une formation initiale (P. Masselot, 2000 ; J. Portugais, 1998) ou continue (D. Vergnes, 2001). En particulier, nous retenons ici l'idée que, pour avoir un effet, une formation doit rencontrer la logique de fonctionnement du professeur formé ou bien répondre à des préoccupations personnelles et professionnelles. Ainsi, nous nous proposons de construire des situations de formation qui permettront d'entrer en résonance, même de manière limitée, avec les représentations des formés sur les mathématiques, leur enseignement et le public auquel ils s'adressent. Nous nous appuyons pour cela sur l'idée de l'existence probable de moments cruciaux pour la formation dans la constitution de l'expérience professionnelle (A. Robert, 2001).

III – 1.2 Une approche « holistique »

Nous nous plaçons toutefois dans une démarche « holistique » (A. Robert, 2005) prenant suffisamment en compte la complexité des pratiques, les différentes recompositions nécessaires à une interrogation de celles-ci, notamment celles qui sollicitent les dimensions personnelle, professionnelle, institutionnelle et sociale des professeurs concernés. Cela nous amène par exemple à penser qu'accroître le confort des enseignants de ZEP contribue à favoriser l'efficacité de l'enseignement.

III – 1.3 Enrichir les pratiques

Nous nous proposons d'intervenir sur les pratiques en cours de stabilisation des nouveaux professeurs des écoles dans le but de les enrichir.

Qu'entendons-nous par « enrichir les pratiques existantes » ?

Accroître les marges de manœuvre

Il s'agit pour nous d'élargir le champ des possibles pour l'enseignant. Notre but est de diversifier les modalités d'investissement des marges de manœuvre qui lui restent. Il s'agit de présenter la diversité des stratégies d'enseignement possibles, de préciser les différents types d'activités à proposer aux élèves et d'enrichir ainsi les contenus mathématiques abordés.

Cela devrait amener le professeur des écoles à adapter des situations d'apprentissage (trop souvent construites pour un public élève standard) en vue d'un enseignement en ZEP prenant en compte les difficultés spécifiques de ce public tout en assurant les apprentissages visés par la scolarité obligatoire.

Améliorer les apprentissages des élèves

L'état des recherches sur l'enseignement des mathématiques en ZEP ne permet pas actuellement de définir ce que pourraient être de « bonnes pratiques ». Il permet en revanche de signaler des dérives (D. Butlen, M.L. Peltier, M. Pézard, 2002) qui pourraient s'avérer des sources potentielles de différenciation ou contribuer à aggraver les différences existantes entre élèves issus de divers milieux socioculturels. De ce fait, nous ne visons pas un changement brutal et complet des pratiques existantes, mais nous faisons l'hypothèse qu'un enrichissement des pratiques individuelles permettrait de limiter ces dérives (algorithmisation trop grande des tâches, individualisation non contrôlée, défaut de savoirs institutionnalisés lors de moments collectifs, quasi disparition des phases de synthèse collective, etc.).

Il nous paraît donc indispensable de montrer la diversité des réponses apportées par les enseignants (y compris débutants) aux contraintes auxquelles les professeurs des écoles sont soumis ; notamment en comparant les stratégies d'enseignement liées aux différents i-genres et leurs effets. Il nous paraît en particulier important de préciser les gestes et routines professionnels associés à ces types de pratiques.

Les recherches que nous avons menées sur les élèves en difficulté en mathématiques montrent qu'une réponse possible pour l'enseignant est de jouer sur la diversité des situations proposées aux élèves, sur celle des leviers mobilisés : calcul mental, recours à l'écrit, débat collectif, changement de cadres (D. Butlen, M. Pézard, 2002), sur les différentes formes de travail possibles, etc. L'enrichissement des pratiques tel que nous l'envisageons devrait favoriser la mise en œuvre au quotidien de telle diversité.

Notre but est de contribuer à la recherche des conditions liées aux pratiques enseignantes permettant à terme à un enseignement de mathématiques de surmonter les difficultés des élèves. Cela amène en particulier à soulever la question de l'existence potentielle de solutions à l'intérieur même des pratiques professionnelles existantes. Le collectif enseignant dans son état actuel possède-t-il déjà ou en germe les réponses aux difficultés d'apprentissage des élèves ? Ces solutions éventuelles sont-elles généralisables ? Dans quelle mesure sont-elles liées aux spécificités individuelles (de l'enseignant comme des élèves) ?

Améliorer le confort de l'enseignant

En agissant sur les pratiques des professeurs, nous avons non seulement le souci d'améliorer les apprentissages des élèves de milieux socialement défavorisés mais aussi celui d'accroître l'efficacité des enseignants concernés et d'améliorer leurs conditions quotidiennes d'exercice du métier.

III – 1.4 Volontariat, moment et durée limitée mais conséquente

Nous travaillons avec des enseignants débutants volontaires. Une durée de l'accompagnement de deux années nous semble nécessaire pour espérer agir sur leurs pratiques en formation.

III – 2. Quatre dialectiques

Nous avons élaboré une ingénierie de formation visant à accompagner des professeurs des écoles débutants, affectés à l'issue de leur formation initiale en ZEP scolarisant une population particulièrement défavorisée socialement. Cette ingénierie s'organise autour de quatre dialectiques.

La première dialectique

Elle concerne les deux stratégies de formation principalement mises en œuvre : une démarche de compagnonnage et une démarche réflexive.

Le compagnonnage fait intervenir des acteurs de catégories différentes. Le professeur débutant entre en relation avec ses pairs (débutants ou plus anciens) mais aussi avec des formateurs de différentes catégories (professeurs spécialisés dans l'enseignement d'une discipline particulière, psychologues, Professeurs des Ecoles exerçant comme conseillers pédagogiques).

Il s'agit en même temps de développer une attitude réflexive chez les enseignants débutants. En situation problématique, comme c'est le cas en ZEP, il y a nécessité de réfléchir sur tous les éléments qui sont convoqués, souvent de manière imbriquée et implicite dans toute pratique d'enseignement : identifier la tâche à réaliser par l'élève, le contexte de la réalisation de cette tâche, les techniques et connaissances mobilisées pour la résoudre, les limites de cette réalisation, les adaptations possibles dans une nouvelle tâche, etc.

La deuxième dialectique

Elle concerne les modalités de formation. Certaines situations ciblent un professeur particulier et relève d'un accompagnement individuel alors que d'autres s'adressent à l'ensemble des professeurs concernés par la recherche.

La troisième dialectique

Elle vise à mettre en relation les expériences personnelles de chaque professeur débutant, considérées dans leur contexte particulier, et une expérience relevant d'un collectif enseignant, reformulé, reconstitué, recomposé par un formateur engagé dans des recherches sur les pratiques enseignantes et sur les pratiques de formation.

Ce jeu sur les stratégies et les modalités de formation comme sur l'expérience professionnelle acquise personnellement ou collectivement devrait permettre à l'enseignant de prendre conscience des marges de manœuvre possibles et d'explorer diverses manières de les investir, de repenser ses expériences à l'aune de ce que l'on sait sur les contraintes spécifiques aux ZEP, sur les contradictions à gérer, sur les différents modes de réponses possibles.

La quatrième dialectique

Elle joue sur le niveau (local ou global) d'intervention sur les pratiques. Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible d'interroger la logique d'un enseignant de ZEP et d'initialiser des changements dans sa pratique, pourvu que ces derniers soient suffisamment locaux et ne remettent pas trop en cause cette logique. Il s'agit d'éviter des rejets qui pourraient s'avérer violents. Nous nous appuyons pour cela sur les travaux de D. Butlen (2004) portant sur l'organisation des pratiques enseignantes, notamment sur les gestes professionnels et les routines.

III – 3. Les situations de formation

Notre ingénierie comporte trois grands types de situations de formation organisées autour des quatre dialectiques précédentes.

Comme nous l'avons déjà dit, nous essayons de mieux comprendre comment se forment les pratiques enseignantes en intervenant sur ces pratiques. Il s'agit d'étudier les rapports entre les interventions des formateurs, leurs effets sur les pratiques des enseignants concernés et les éventuelles résistances observées.

Nous allons décrire successivement ces trois types de situations de formation.

III – 3.1 Situation d'information et de questionnement (S.I.Q.)

Il s'agit d'initialiser un questionnement chez l'enseignant tout en lui apportant des informations et des ressources. Ce premier type de situation est proposé dans un cadre collectif et comporte trois entrées.

Une première entrée concerne l'adaptation de situations d'apprentissage et de programmations en vue d'un enseignement en ZEP, en prenant en compte un double point de vue cognitif et médiatif

Il nous semble en effet que ces deux aspects doivent sans cesse être liés, car l'action sur la composante cognitive seule ne suffit pas : il faut aider le futur enseignant à gérer la mise en actes de son projet et donc prendre en compte la composante médiative. La question de l'adaptation des scénarios standard à un public de ZEP doit être particulièrement travaillée, notamment par un jeu sur les variables didactiques. Nous pouvons définir plusieurs critères susceptibles de guider cette adaptation.

<u>Le degré de complexité et la durée des situations :</u>

Les situations d'apprentissage qui ont été proposées en formation initiale ou qui sont décrites dans certains manuels sont souvent issues ou inspirées par des ingénieries didactiques construites à l'occasion de recherches testées dans des classes « ordinaires ». Il s'agit de repenser ces situations avec les professeurs débutants en vue d'un enseignement prenant en compte les spécificités de leur public, afin qu'ils puissent proposer des situations suffisamment complexes pour que la notion abordée puisse prendre du sens mais suffisamment simples pour que les élèves puissent mobiliser les connaissances nécessaires pour s'engager dans l'activité.

De plus, nous avons observé une usure rapide des situations devant des élèves en difficulté. Les professeurs doivent en tenir compte sans pour autant oublier que tout apprentissage demande du temps.

Le découpage de la tâche :

Dans les pratiques dominantes du genre majoritaire observé, nous avons souvent relevé un découpage quasi systématique de la tâche de l'élève en tâches élémentaires les plus simplifiées possible. Si les activités algorithmisées se justifient dans les phases d'entraînement, les situations d'apprentissage, notamment de notions nouvelles, doivent laisser à l'élève une part d'initiative, en particulier un temps de recherche réel.

Le contexte des situations :

Elles peuvent être choisies dans des contextes variés, non nécessairement proches du vécu des élèves contrairement à une pratique assez répandue notamment en ZEP. Cette pratique se fonde sur l'idée que le choix d'un contexte proche du vécu des élèves va faciliter la dévolution du problème et montrer l'utilité des mathématiques dans la vie courante. Or nous avons pu constater à plusieurs reprises des effets pervers de cette pratique (B. Ngono, 2003) : les élèves se situent dans un domaine de rationalité autre que les mathématiques et l'enseignant se trouve alors confronté à une difficulté supplémentaire. Souvent, il ne peut résister aux malentendus ainsi créés et à défaut d'anticipation, il ne réussit pas à revenir au problème mathématique initial.

L'ancrage du nouveau dans l'ancien :

Les élèves de ZEP présentent souvent un manque de confiance en leurs capacités et un manque d'assurance dans leurs compétences déjà acquises. Des phases de rappels plus nombreuses et plus régulières (J. Perrin-Glorian, 1993 ; D. Butlen, M. Pézard, 2003) permettent alors de rassurer les élèves, de leur donner certains repères et de les aider à prendre du recul par rapport à leurs connaissances. Il s'agit de mettre en relation les différentes activités et d'ancrer les connaissances nouvelles dans les connaissances anciennes.

Les scénarios et leur contenu :

Les scénarios étudiés en formation doivent être facilement réinvestissables par les enseignants débutants. Cette étude peut se faire à partir de certains contenus qui nous semblent emblématiques à la fois pour l'apprentissage des élèves et pour l'enseignement des mathématiques. Nous avons choisi le calcul mental, la géométrie et la résolution de problèmes classiques.

Le calcul mental est en général une activité motivante qui incite les élèves à prendre des initiatives, à expliciter et comparer des procédures. Côté enseignant, le calcul mental demande une gestion particulière de la classe : organisation rituelle, nécessité de moments collectifs d'explicitation des procédures, moment de négociation du contrat didactique… Enfin, en ZEP, les élèves rencontrent souvent des difficultés de lecture. La résolution de problèmes formulés oralement peut alors être l'occasion d'éliminer ces difficultés et de travailler directement des notions mathématiques. Nous avons proposé aux professeurs un document ressource présentant différentes activités de calcul mental à différents niveaux.

La géométrie est un domaine mathématique souvent mal maîtrisé par les Professeurs des Ecoles qui ont en majorité une formation universitaire antérieure peu scientifique.

De plus, beaucoup de fichiers présentent des activités géométriques assez pauvres. La géométrie peut être l'occasion de « revaloriser » certains élèves de ZEP, de mettre en évidence de réelles capacités. Comme pour le calcul mental, nous avons fourni aux enseignants débutants un document ressource présentant différents types d'activités géométriques empruntées à différents manuels de l'élève. Cela nous a conduit à mettre en évidence des variables (didactiques ou autres), dans des activités de reconnaissance, description, reproduction et construction de figures planes, à évoquer la variété des supports ainsi que diverses modalités de gestion de la classe. Le domaine de la géométrie est en effet un lieu privilégié pour montrer l'intérêt d'une analyse a priori notamment celui de l'anticipation des aides à proposer.

La résolution de problèmes occupe une place importante dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire. Les élèves de ZEP ont beaucoup de difficultés dans ce domaine et les enseignants se sentent souvent démunis face à ces difficultés mais aussi face à la variété des types de problèmes et des formes d'activités associées. Nous privilégions les problèmes classiques qui sont des problèmes ne présentant pas de difficulté particulière, mettant en jeu une (ou éventuellement plusieurs) opérations, et pour lesquels une automatisation est visée. Un des objectifs principaux d'un professeur de ZEP doit être que ses élèves sachent résoudre ces problèmes standard. Comme pour les autres thèmes, un document ressource est fourni. Nous insistons sur la nécessité de construire le sens, sans en faire un préalable à une automatisation : sens et techniques sont pour nous dialectiquement liés (D. Butlen, 2005). Avant d'utiliser et de maîtriser la procédure experte, l'élève peut passer par des procédures personnelles de plus en plus élaborées.

À partir des documents fournis par les chercheurs, mais aussi à partir d'autres ressources disponibles en mathématiques (livres de l'élève et du maître, documents pédagogiques sur papier ou informatiques (sites Internet), matériels divers pour la numération, la géométrie, les jeux…), chaque enseignant débutant peut ainsi se constituer des éléments de programmation contextualisés par rapport à ses propres élèves.

La seconde entrée est centrée sur les gestes professionnels

À partir de protocoles, de vidéos témoignant de pratiques effectives « externes » (mises en œuvre par d'autres professeurs de ZEP que les professeurs accompagnés), il s'agit de s'interroger sur des gestes et routines professionnels, en liaison avec différents genres de pratiques. On pourra en particulier expliciter certains gestes mis en évidence lors de notre recherche précédente et supposés « efficaces » pour l'enseignement en milieu difficile.

C'est aussi l'occasion d'une information sur les pratiques existantes en ZEP et sur certaines dérives possibles (individualisation trop importante, absence de phases collectives, notamment d'institutionnalisation, réduction des exigences…). Cette information est initialisée par un questionnement des stagiaires.

La troisième entrée comporte une information sur les contraintes spécifiques aux ZEP, sur les contradictions vécues quotidiennement par les professeurs de ces classes

L'accent peut être mis sur la contradiction entre logique de socialisation et logique d'apprentissage dont le dépassement est un enjeu décisif pour l'enseignement en ZEP. Cette troisième entrée vise à enrichir les représentations des enseignants sur les élèves de ZEP ; elle permet d'apporter une information sur les spécificités des élèves de ces classes en particulier pour éviter de les identifier systématiquement avec des élèves en difficulté.

III – 3.2 Situation de Compagnonnage (S.C.)

Contrairement à la situation précédente, les interventions sont ici strictement individuelles et s'adressent à la personne de l'enseignant.

La situation de compagnonnage consiste à observer la classe de l'enseignant accompagné et à répondre individuellement aux questions effectives qu'il se pose. Pendant cette phase de compagnonnage, le chercheur est une personne « ressource ». Les réponses apportées sont alors complètement contextualisées et prennent en compte l'interlocuteur. Par ailleurs, nous essayons de répondre sans être trop précis, de manière à laisser une marge de manœuvre et un choix au professeur. Par exemple, pour l'apprentissage de certaines notions, nous donnons des lignes directrices et fournissons plusieurs exemples de situations d'apprentissage qui nous paraissent suffisamment « riches ».

III – 3.3 Situation d'échanges et de mutualisation des pratiques (S.E.M.)

Cette situation est organisée au sein de groupes restreints. Elle facilite un passage de l'individuel au collectif.

Sur la base de témoignages des enseignants débutants, il s'agit de mettre en place une pratique réflexive à partir d'échanges entre pairs et avec les chercheurs. Ces échanges portent sur les pratiques effectives, sur leur efficacité et leurs limites. Ils permettent d'une part aux enseignants de mettre en commun leurs expériences et d'autre part aux chercheurs de replacer les observations dans la continuité de la classe. Ils amènent les enseignants à passer d'une simple description de leur pratique à une analyse de leurs projets et des mises en actes de ceux-ci.

La mixité entre chercheurs et enseignants permet à ces derniers d'enrichir leur lexique dans leur discours sur les pratiques. Ils peuvent ainsi préciser le sens de certains mots rencontrés au cours de leur formation à l'IUFM.

Ce retour réflexif sur sa propre pratique, imposé dans un premier temps dans le cadre de la formation, se construit par la suite dans la durée, à partir de nombreuses situations d'échanges sur des sujets variés.

III – 3.4 Une autre situation plus contextualisée

Ces trois types de situations peuvent être repris en prenant encore davantage en compte le contexte de la classe, de l'école ou de l'équipe enseignante.

Cela nous conduit à considérer une nouvelle situation que nous appelons « situation d'information, d'échange et de questionnement plus contextualisée » (S.I.E.Q.C.). Ce n'est pas un quatrième type dans la mesure où il s'agit de reprendre le premier type de situation (S.I.Q.), en particulier le travail sur l'adaptation de scénarios (privilégiés par la formation) à un public de ZEP, mais de manière encore plus contextualisée. C'est l'occasion d'initialiser chez les professeurs accompagnés une pratique réflexive, notamment à partir de l'analyse de pratiques effectives d'un enseignant confirmé de l'école (proche du i-genre minoritaire).

III – 3.5 L'ingénierie d'accompagnement

De façon générale, l'ingénierie d'accompagnement doit prendre en compte l'institution.

Les situations du premier type (S.I.C.) sont proposées lors du stage de prise de fonction des nouveaux professeurs des écoles qui se déroule, soit sur trois semaines en début d'année, soit sur trois fois une semaine au cours du premier et du second trimestre.

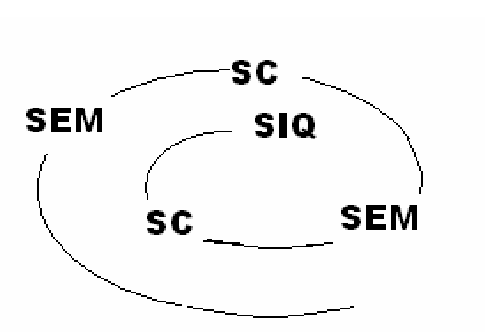
Les situations de compagnonnage, d'échanges et de mutualisation des pratiques (S.C. et S.E.M.) supposent des observations de classes et des regroupements réguliers entre enseignants accompagnés et chercheurs.

Les situations S.I.E.Q.C. peuvent être proposées au cours de stages d'école concernant une partie ou l'ensemble des enseignants d'une école, en particulier des débutants en seconde année d'exercice (NT2). Elles ne sont réalisables que si la demande de stage, liée à un projet pour l'école, est impulsée et fortement soutenue par la direction de cette école et par l'inspecteur de la circonscription.

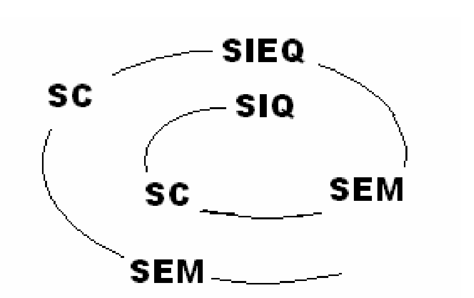
Les situations de type S.C. et S.E.M. peuvent être reprises après une situation S.I.E.Q.C. Selon l'existence ou non d'une situation S.I.E.Q.C., on obtient deux variantes du scénario d'accompagnement correspondant à des développements différents pouvant être schématisés par une spirale (voir ci-dessous).

Il s'agit d'amener les enseignants accompagnés vers une analyse réflexive individuelle et/ou collective de plus en plus poussée de leurs pratiques effectives.

Variante 1 :



Variante 2 :



Pour la première variante, l'enrichissement concerne uniquement les situations de compagnonnage, d'échange et de mutualisation alors qu'il s'appuie en plus sur des situations plus contextualisées (S.I.E.Q.C.) dans le cas de la seconde variante.

IV – CADRE THEORIQUE ET METHODOLOGIE

Nous avons mobilisé des outils théoriques issus du cadre de la didactique des mathématiques et de celui de l'ergonomie cognitive et de la didactique professionnelle.

Pour analyser les séances de mathématiques observées, les situations proposées aux élèves et les apprentissages suscités, nous utilisons le cadre de la théorie des situations didactiques de G. Brousseau (1987).

Pour caractériser les pratiques enseignantes et pour en restituer la complexité, nous faisons référence aux différentes composantes des pratiques définies par A. Robert et J. Rogalski (2002) : composante cognitive, composante médiative, composante personnelle, composante institutionnelle et composante sociale.

Pour expliciter l'organisation de ces pratiques, nous avons emprunté à Y. Clot (1999) la notion de genre en l'adaptant à notre problématique. Nous avons aussi repris en les affinant certains résultats de didactique des mathématiques relatifs à la notion de gestes et routines professionnels (D. Butlen, 2004).

Des travaux de P. Pastré (2002), nous reprenons l'idée que les pratiques font intervenir deux systèmes de pensée pouvant rentrer en compétition : l'un lié à l'action, l'autre lié au projet du sujet professionnel.

IV – 1 Un affinement et une adaptation du cadre théorique de la double approche : une approche socio-didactique

Nous nous proposons d'analyser les pratiques existantes des professeurs des écoles en prenant en compte d'une part l'activité professionnelle du professeur de mathématiques et d'autre part le public auquel il s'adresse.

L'activité professionnelle

Nous nous centrons sur trois grands moments de l'activité du professeur dans sa classe : les processus de dévolution, de régulation et d'institutionnalisation ; moments que nous définissons en référence à la théorie des situations.

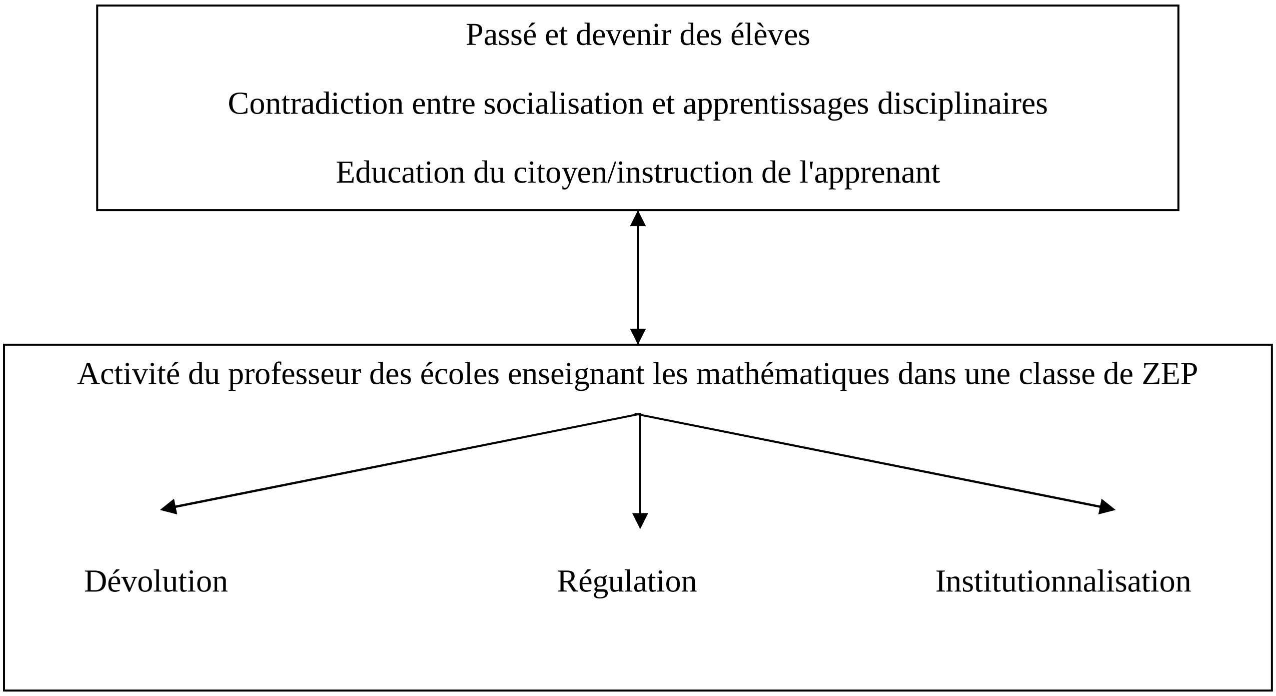
Le public des élèves

Le public des élèves est pris en compte à la fois dans son passé et dans son devenir. Son passé, notamment cognitif et social, nous permet de mieux préciser certaines contraintes de l'enseignement en ZEP. Le devenir de l'élève nécessite de regarder ce dernier en tant que futur citoyen et en tant qu'apprenant.

Problématique de recherche

Nous avons abordé cette problématique lorsque nous avons décrit la contradiction fondamentale existant entre la logique de socialisation et celle des apprentissages disciplinaires à laquelle sont assujettis les professeurs des écoles enseignant en ZEP. Elle était aussi à l'origine de notre étude des deux missions du professeur des écoles enseignant les mathématiques : éducation et instruction (D. Butlen, M.L. Peltier, M. Pézard, 2002).

Notre recherche contribue à mieux comprendre comment le public des élèves participe à la définition de l'activité du professeur et comment cette activité à son tour influence le public des élèves. Le schéma ci-dessous illustre notre problématique de recherche.



Premiers éléments de réponse

Nous avons apporté de premiers éléments de réponse d'une part en détaillant les contradictions auxquelles sont soumis les professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP et d'autre part en définissant i-genre et e-genre (D. Butlen, M. Pézard et al 2002).

Notre première catégorisation faisait notamment apparaître trois i-genres dont un (i-genre 3) très différent des deux autres (i-genres 1 et 2). Cette distance entre l'i-genre 3 très minoritaire et les deux autres pouvait s'expliquer dans un premier temps par certaines caractéristiques de notre échantillon (beaucoup plus de professeurs confirmés que de professeurs débutants) et par le type d'école (public très défavorisé) où ces enseignants exerçaient.

Notre expérience de formateurs de professeurs des écoles nous amène à interroger cette distance entre i-genre 3 et autres i-genres. Les stratégies des enseignants du i-genre 3 étant très proches de celles qui sont valorisées en formation initiale, il est légitime de penser qu'une étude plus systématique des pratiques des professeurs des écoles débutants fasse apparaître des choix intermédiaires entre le i-genre 2 et le i-genre 3.

Notre recherche a donc plusieurs objectifs : affiner notre première catégorisation, mieux comprendre comment se forment les pratiques des professeurs des écoles et étudier les conditions permettant d'enrichir les pratiques existantes dans le but d'améliorer les apprentissages des élèves.

Grâce à l'élaboration et à l'expérimentation d'une ingénierie de formation adaptée à des professeurs débutants enseignant en ZEP, nous nous proposons de mieux comprendre la formation des pratiques en intervenant sur celles-ci. La mesure des effets de cette formation nous permet de cerner les éléments qui résistent et ceux qui évoluent suite à cette intervention. Cette ingénierie est décrite en détail dans le cahier de didirem n° 56 (Premier volume de notre rapport de recherche). Nous identifions les effets de cette ingénierie sur les pratiques des professeurs des écoles débutants observés à l'aide d'indicateurs que nous avons définis dans la partie méthodologie. Ces indicateurs, organisés sous forme d'une grille, nous permettent de décrire les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves. Des déterminants relevant des composantes personnelle, sociale et institutionnelle des pratiques nous permettent par ailleurs d'expliciter les choix effectués par les enseignants concernés.

L'analyse des protocoles des séances mises en œuvre par quatre des douze professeurs des écoles observés fait effectivement apparaître des pratiques intermédiaires. Celles-ci peuvent être reliées à des effets de l'ingénierie accompagnant la prise de fonction mais aussi à des étapes possibles d'un enrichissement de pratiques existantes. Dans le cadre théorique défini ci-dessus, nous les interprétons comme différentes modalités de dépassement de la contradiction fondamentale entre logique de socialisation et logique des apprentissages disciplinaires. Rappelons que le i-genre 3 a servi de référence pour l'élaboration de la grille d'analyse des pratiques observées. Plus généralement, cet i-genre est aussi considéré comme référent pour définir les modalités de dépassement évoquées ci-dessus.

IV – 2. Méthodologie

IV – 2.1 Recueil des données : dix P.E. observés pendant deux années consécutives (deux cohortes)

Nous avons travaillé avec une dizaine de professeurs des écoles débutants durant leurs deux premières années d'exercice. Ces professeurs d'école étaient affectés dans trois écoles très proches géographiquement et socialement, situées dans un quartier très défavorisé du département de Seine et Marne (Académie de Créteil). Ces écoles bénéficiaient des moyens institutionnels accordés aux ZEP, en particulier des classes à effectifs faibles, des enseignants en surnombre. Dans l'une des écoles, la directrice a impulsé un projet autour de la « démarche d'investigation en sciences ». Ces enseignants volontaires se répartissent entre le cycle 2 et le cycle 3 de l'école primaire.

IV – 2.2 Une analyse des pratiques basée sur des niveaux et des modalités de dépassement de la contradiction fondamentale entre socialisation et apprentissages disciplinaires

Pendant la durée de l'accompagnement, les différentes données recueillies sont partiellement analysées, puis nous effectuons une analyse plus approfondie de l'ensemble du corpus constitué, toujours en utilisant les outils méthodologiques issus de la didactique des mathématiques et de l'approche ergonomique. Nous essayons d'apporter des éléments de réponses à deux groupes de questions :

- Comment se forment les pratiques enseignantes dans les premières années d'exercice du métier, notamment en ZEP ? En particulier, quelle part attribuer aux composantes personnelle, institutionnelle et sociale dans la construction d'une certaine cohérence des pratiques? Comment les pratiques s'installent-elles ? C'est-à-dire comment se définissent progressivement (ou non) les grands choix des enseignants ? À quels types de stratégies ces choix correspondent-ils ? De quels i-genres les pratiques de ces enseignants relèvent-elles? Les pratiques se forment-elles de manière continue et linéaire à partir d'une pré-configuration définie pour une part en formation initiale ou bien existe-t-il des moments cruciaux correspondant éventuellement à des ruptures ? Dans quelles mesures le dispositif d'accompagnement intervient-il dans cette construction ?

- Quel est l'impact de notre dispositif d'accompagnement sur la formation des pratiques observées ? Quelles sont les modalités possibles de dépassement des contradictions (explicitées ci-dessus) auxquelles sont soumis les enseignants de ZEP observés et notamment celle existant entre les logiques de socialisation et d'apprentissage ?

Pour répondre à ces questions, nous sommes amenés à définir des indicateurs. Certains indicateurs ont déjà été précisés dans nos recherches antérieures, en particulier ceux qui nous permettent de définir les i-genres (D. Butlen, M.L. Peltier, M. Pezard, 2002). Ces recherches ont notamment permis de caractériser les mathématiques potentiellement fréquentées par les élèves en fonction des i-genres du professeur. Ces mathématiques sont différentes pour plusieurs raisons :

- Les situations proposées s'appuient sur des problèmes de nature différente, leur consistance mathématique garantissant plus ou moins l'accès au savoir visé.

- La part de recherche et d'initiative laissée aux élèves est plus ou moins importante. Ainsi, selon les cas, l'élève peut être amené à planifier les tâches à réaliser pour résoudre le problème posé ou seulement à cheminer selon un parcours préalablement défini par le professeur. Notamment, un découpage important des tâches à effectuer en tâches plus élémentaires influe sur leur degré d'algorithmisation.

- L'existence de phases collectives de synthèse et d'institutionnalisation conditionne la mise en place de savoirs collectifs de référence au sein de la classe.

- Enfin, le dépassement éventuel de la contradiction entre logique des apprentissages et de logique de socialisation détermine pour une part chez l'élève une appréhension différente de la hiérarchisation des missions de l'école : instruire et éduquer.

Nous nous proposons de mesurer l'effet de l'accompagnement sur l'enrichissement des pratiques observées et analysées dans leur évolution en prenant en compte des indicateurs qui permettent d'une part de caractériser les mathématiques proposées à la fréquentation des élèves et d'autre part de préciser certains déterminants de ces pratiques.

Le i-genre 3 proposant des mathématiques qui nous semblent a priori plus riches que celles proposées par les autres genres, ces indicateurs ont été construits pour permettre de mesurer des distances aux différentes caractéristiques de cet i- genre que nous prenons comme référent.

IV – 3. Quatre niveaux de dépassement

Le premier niveau

Nous pouvons définir un premier niveau de dépassement correspondant à l'obtention d'une certaine « paix scolaire ». Le professeur a réussi à installer des règles de fonctionnement de la classe acceptées par les élèves et indispensables à la relation didactique : calme, absence de violence entre les élèves, respect des personnes, prises de paroles contrôlées, existence de cahiers ou classeurs où les élèves gardent une trace des activités fréquentées, etc. Nous avons repéré dans nos recherches précédentes au moins deux modalités de dépassement de ce premier niveau :

- La première est caractéristique du i-genre 1 : le professeur maîtrise le temps didactique en rappelant de manière très ferme les élèves à l'ordre quand il le juge nécessaire. Nous ne l'avons pas observée dans cette nouvelle recherche.

- La seconde se caractérisait par un climat de confiance, voire de complicité, entre les élèves et le professeur. Cette modalité était davantage associée au i-genre 3.

C'est cette dernière que nous avons observée dans la recherche décrite ici. Elle correspond à des conditions préalables de mise en place de situations d'apprentissage efficaces, mais elle ne se réduit pas à l'installation préliminaire d'une « paix sociale » dans la classe. En effet, elle s'accompagne aussi d'une certaine adhésion (implicite) des élèves au projet d'enseignement du professeur ainsi que d'une amorce d'enrôlement de ces derniers dans l'activité mathématique. Par exemple, commencer une activité de calcul mental avant que le calme et l'attention des élèves soient complètement obtenus peut contribuer à l'obtention de ce calme et de cette attention. L'entrée dans l'activité mathématique elle-même peut aider à installer la « paix scolaire ».

Le deuxième niveau

Il se caractérise par l'installation d'un climat de travail mathématique dans la classe. Le professeur propose aux élèves fréquemment, voire systématiquement, des problèmes mathématiques consistants, les engageant dans une recherche effective. Il peut proposer une adaptation des situations issues de manuels, mais celle-ci ne remet pas en cause le contenu mathématique visé et les procédures attendues. Le professeur gère effectivement les moments de recherche des élèves en apportant éventuellement des aides qui laissent une part d'initiative aux élèves.

Le troisième niveau

Il concerne la gestion des productions des élèves. Ceux-ci sont amenés à expliciter leurs procédures. Le travail d'explicitation se fait d'autant plus facilement que le professeur a instauré un climat de communication dans la classe.

Les élèves ont l'habitude d'expliquer leur démarche, de questionner l'enseignant ou leurs pairs sur le travail à produire ou produit, de s'exprimer par rapport aux erreurs rencontrées, etc.

Le quatrième niveau

Il concerne la gestion des phases de synthèse et d'institutionnalisation. Pour le définir, nous regardons si le professeur hiérarchise les procédures explicitées au niveau précédent, s'il institutionnalise des savoirs (notamment en les décontextualisant et en les dépersonnalisant), et s'il s'assure de leur diffusion dans la classe.

Critères d'identification

Les critères qui permettent d'identifier ces différents niveaux ainsi que leur dépassement ne sont pas de même nature du point de vue du chercheur. Alors qu'il est relativement aisé de repérer les deux premiers, les deux autres sont davantage marqués par des caractéristiques du i-genre 3, toujours considéré comme référent. Par ailleurs, les parts respectives de collectif et d'individuel interviennent dans la définition des modalités de réalisation ou de dépassement de ces niveaux.

Nous utilisons le terme de niveau sans pour autant vouloir construire un modèle totalement hiérarchisé. En effet, l'analyse des pratiques observées nous montre que certaines caractéristiques d'un niveau peuvent être présentes sans que le niveau précédent soit totalement dépassé.

V – PREMIERS RESULTATS

V – 1 Un effet de l'accompagnement sur les pratiques de quatre PE : extension des marges de manœuvre

Un premier effet concerne l'extension des marges de manœuvre du professeur débutant: celui-ci acquiert une certaine liberté par rapport aux ressources existantes et aux contraintes liées à l'équipe pédagogique.

Nos diverses observations nous amènent à dire que les professeurs débutants peuvent avoir, au départ, différentes attitudes par rapport au fichier officiellement utilisé en classe de mathématiques en fonction de ses caractéristiques. Notons qu'en général le choix est déjà fait quand ils arrivent dans l'école et qu'ils ne peuvent dans un premier temps que s'y conformer.

Certains considèrent à juste titre le fichier comme un carcan (non adapté, trop formel…), mais ont du mal à s'en libérer car il est utilisé par les autres collègues de l'école. Dans ce cas, notre ingénierie semble avoir contribué à faire disparaître leurs hésitations puisque des débutants observés ont au final totalement abandonné le fichier officiel et déclaré bâtir eux-mêmes leurs leçons, à partir de divers documents et de leur inspiration personnelle. Les documents que nous avons fournis et les réponses à leurs demandes ont sans doute facilité ce choix.

Notons que cette émancipation peut aussi avoir ses revers si le professeur débutant n'est pas suffisamment « armé » pour construire lui-même ses progressions. Le fichier constituait un cadre, qui même imparfait, avait le mérite d'exister.

D'autres, lorsque le fichier est plus « ouvert », l'utilisent relativement fidèlement, en suivant de près la progression, tout en s'autorisant quelquefois à sauter certaines situations jugées trop complexes.

Ces deux attitudes face aux ressources présentes dans la classe sont confortées grâce aux échanges suscités dans notre ingénierie. Notre accompagnement permet à certaines ressources d'être reconnues comme riches et d'exister dans ces classes. Il contribue à étendre les marges de manœuvre du professeur et donc à élargir le champ des possibles dans le domaine du choix des situations.

V – 2 Des facteurs déterminants de la formation des pratiques

De façon générale, il y a nécessité de prendre en compte plusieurs facteurs :

- les ressources pédagogiques ;
- la maîtrise par le professeur des contenus mathématiques mais surtout l'existence d'une attitude que nous qualifions de « vigilance scientifique » par rapport à cette discipline et à son enseignement ;
- le niveau scolaire de la première classe dans laquelle on enseigne (on ne construit pas forcément la même pratique si on commence par la première classe de l'école élémentaire (CP) ou par la dernière (CM2)) ;
- le contexte social et institutionnel de l'école (la direction de l'école peut jouer un rôle important dans l'impulsion de tel ou tel type de pratique).

V – 2.1 Les ressources utilisées

Il semble que pour ces professeurs débutants, comme nous allons le montrer plus loin pour deux d'entre eux, que les manuels utilisés en mathématiques lors des deux premières années aient un rôle important dans la construction des pratiques.

V – 2.2 Le poids de la « vigilance scientifique »

Nos premières observations nous ont permis de préciser le rôle joué par la maîtrise des contenus mathématiques à enseigner dans les grands choix effectués par les professeurs. La maîtrise des contenus, bien qu'indispensable, n'assure pas à elle seule la compétence à transmettre ces contenus, le professeur pouvant rester soit dans un rapport au savoir de type élève, soit dans un rapport de type expert.

Nous soulignons l'importance d'une certaine "vigilance scientifique" de la part du professeur alliant une maîtrise des contenus mathématiques enseignés à une perception des enjeux d'apprentissage y compris en terme d'organisation des savoirs en jeu.

V – 2.3 L'importance du niveau de la première classe

Le niveau scolaire des classes (cycle 2 ou cycle 3) dans lesquelles le professeur est affecté en première nomination peut être un déterminant important pour l'inscription dans un i-genre donné. Là encore, ce sont les moments de synthèse et d'institutionnalisation qui semblent cruciaux. En effet, leur existence dépend des savoirs mathématiques en jeu dans les situations.

Au cycle 2 et plus particulièrement au CP, les savoirs sont assez vite naturalisés, ce qui peut conduire les enseignants à sous-estimer les enjeux des moments collectifs d'institutionnalisation, celle-ci pouvant souvent être menée sur un mode individuel ou public. Ce constat concernant la nature des savoirs est renforcé par les difficultés des très jeunes élèves à entrer dans des activités collectives (centration plus importante sur soi-même, difficultés d'écoute et de formulation).

En revanche, au cycle 3 et plus particulièrement au cours moyen, la naturalisation de beaucoup de savoirs mathématiques enseignés peut nécessiter plusieurs années, et même pour certains individus n'être jamais réalisée. Celle-ci se faisant progressivement lors de différentes institutionnalisations, le caractère collectif de ces moments est non seulement justifié, mais peut s'avérer indispensable.

V – 2.4 Le poids du contexte institutionnel

L'équipe locale des enseignants et en particulier la direction de l'école joue sans doute un rôle non négligeable dans la formation et la stabilisation des pratiques.

Dans le cas de Christine (dont nous allons décrire des éléments de la pratique par la suite), sa participation dès le début de l'année au travail de l'équipe, impulsé d'une manière volontariste par la directrice de l'école, a été difficile. Ce travail était ciblé la première année sur la mise en œuvre d'une « démarche d'investigation » en sciences et sur l'utilisation en mathématiques d'un manuel imposé (Cap Maths). La seconde année l'utilisation systématique et pour toutes les classes de Ermel a été décidée par l'équipe sur proposition argumentée de la directrice. Christine, surtout la première année, a dû fournir un travail important pour réussir à s'intégrer. Elle reconnaît maintenant que l'équipe l'a aidée et se déclare finalement satisfaite de cet investissement et de la réflexion qui l'a accompagné. On peut penser que seule, elle aurait sans doute construit un autre type de pratique.

L'inscription des professeurs débutants dans un i-genre peut également dépendre de conditions générales d'accueil du nouveau professeur dans l'école où il est amené à exercer.

V – 3 Quatre cheminements différents correspondant à quatre modalités

Le tableau ci-après résume quatre modalités différentes de dépassement de la contradiction fondamentale entre socialisation et apprentissage, observées chez quatre professeurs des écoles nouvellement nommés en ZEP.

	Niveaux			
Professeurs	*Niveau 1*	*Niveau 2*	*Niveau 3*	*Niveau 4*
Aurélie	Oui Rappels à l'ordre, rigueur, qualité de l'environnement mathématique	Oui Qualité de l'environnement mathématique	Oui Caractéristique du i-genre 3	Oui Caractéristique du i-genre 3
Christine	Oui Rappels à l'ordre, rigueur, confiance, communication	Oui Choix des situations	Explicitation sans hiérarchisation évidente	Synthèse inexistante ou maladroite Institutionnalisation molle
Vanessa	Oui Complicité due à une valorisation importante et à une qualité de communication pas forcément mathématique	Problèmes divers, temps de recherche inégaux selon la modalité de travail (recherche autonome ou cours dialogué)	L'explicitation dépend de la forme de travail et de son niveau de vigilance mathématique	De rares synthèses, quand elles existent souvent sans lien avec l'explicitation, des institutionnalisations dans le cas du cours dialogué plutôt du type « corrigé type »
Valentin	Partiellement (rappel à l'ordre, exigences parfois trop grandes), frileux	En nette évolution entre première et seconde année Influence des ressources	En nette évolution… mais variable selon la situation Les productions sont parfois choisies (sciemment) ou étalage de toutes les productions (pas lisibles, pb matériels non réglés), les élèves sont très sollicités mais les explicitations portent sur la validation du résultat et pas sur l'explicitation des procédures mises en œuvre	La « synthèse » consiste à énoncer la réponse en la replaçant dans le contexte de la situation Réinvestissements systématiques (même s'il reste peu de temps) qui peuvent parfois présenter une certaine rupture – un moyen d'avoir un retour sur ce « qui est passé » pour Valentin

Rappelons que notre analyse porte actuellement sur quatre des dix professeurs observés. Parmi ceux-ci, une professeure (Aurélie) relève du i-genre 3. Elle a donc « atteint » les quatre niveaux décrits ci-dessus.

La deuxième professeure (Christine) réalise les trois premiers niveaux mais le manque de hiérarchisation des procédures et la faiblesse de ses synthèses et de ses institutionnalisations ne lui permet pas d'atteindre le quatrième niveau.

La troisième (Vanessa) a une pratique très diversifiée, relevant souvent d'une certaine improvisation. Elle dépasse toujours le niveau 1 mais dans certains cas seulement (quand les élèves sont en recherche autonome), les niveaux 2 et 3.

Enfin le dernier professeur (Valentin) présente des caractéristiques des trois premiers niveaux sans avoir pour autant complètement dépassé le premier. Une certaine tension perdure dans sa classe qui peut laisser penser que toutes les conditions préalables à l'installation d'un climat de travail et de communication ne sont pas remplies.

Nous décrivons ci-dessous plus en détail deux modalités de dépassement de la contradiction fondamentale.

V – 4 Une première modalité : Pratiques de Christine

Christine enseigne lors de sa première année de titularisation dans un CE1 puis dans un CP. Nous décrivons ci-dessous des éléments caractéristiques de sa pratique.

V – 4.1 La classe est un lieu de confiance et de communication

Dès la première année, elle réussit à établir un climat de confiance dans la classe qui lui permet de dépasser le niveau 1 décrit ci-dessus. Elle instaure également des habitudes de communication entre elle et les élèves mais aussi entre élèves. Cela s'accentue lors de la seconde année, où les élèves de CP peuvent poser des questions avant de se lancer dans une recherche et sont amenés à expliciter les erreurs commises par leurs pairs. Par exemple, lors des séances de calcul mental sur l'ardoise, Christine a mis en place la démarche suivante : elle relève les ardoises avec les résultats erronés et une ardoise avec le résultat juste. Elle expose ces ardoises au tableau et demande aux élèves de s'exprimer à leur propos. Ces derniers sont donc amenés à revenir sur leurs erreurs et sur celles de leurs pairs et à les expliciter. Cette démarche concourt à dédramatiser l'erreur.

V – 4.2 La classe est un lieu de travail mathématique

Christine propose à ses élèves de réels problèmes d'apprentissage comme de réinvestissement. Ils sont issus des manuels utilisés dans la classe : Cap Maths en CE1, ERMEL en CP. Christine propose parfois une légère adaptation des situations, mais celle-ci ne remet pas en cause le contenu mathématique visé.

Ainsi, lors d'une séance au CE1, où les élèves doivent découvrir « le nombre mystère », la professeure laisse de côté les informations portant sur la numération parlée du type : « son nom commence par soixante… » ainsi que celles faisant référence au comptage de 2 en 2, de 5 en 5, de 10 en 10… Elle s'en tient uniquement au point de vue de la numération écrite avec la désignation du chiffre des unités et de celui des dizaines. De ce fait, les portraits de nombres qu'elle propose sont moins « riches » que ceux du manuel.

Les élèves disposent d'un temps de recherche significatif pendant lequel Christine reste relativement neutre, ses interventions sont plutôt techniques : rappel de la consigne, aide à la lecture d'un énoncé, incitation à recourir au matériel disponible, demande d'anticipation du résultat, régulation du travail de groupe, encouragements sans indication de solution, initiation à la réflexion, à la concentration, etc.

« S'il te plaît, tu te concentres et tu me fais beaucoup mieux que ça…tu sais très bien que quand tu te mets à réfléchir, tu peux faire beaucoup mieux alors réfléchis bien… »

Christine dépasse le niveau 2 défini ci-dessus en assurant une part de collectif dans les scénarios mis en œuvre grâce à une explicitation collective des productions des élèves. Toutefois, comme nous le montrons ci-dessous, la faiblesse de ses synthèses et de ses institutionnalisations ne lui permet pas d'assurer la maîtrise du i-genre 3.

V – 4.3 Une explicitation collective des productions débouchant sur des institutionnalisations souvent maladroites, peu explicites ou « molles »

Cette explicitation participe d'une synthèse qui semble le plus souvent improvisée. La professeure semble tâtonner et se laisser porter par l'action immédiate. Les productions validées sont toutes mises au même niveau, il n'y a pas de hiérarchie explicite : le recours au matériel ou à la représentation est mis sur le même plan que le recours direct aux procédures numériques faisant intervenir les nombres et les opérations. Parmi celles-ci, les procédures expertes ou efficaces ne sont pas privilégiées par rapport à des procédures plus primitives. Cette absence de hiérarchisation perdure même si cette dernière est plus ou moins sous-entendue dans le manuel utilisé, notamment dans la liste ordonnée des procédures attendues des élèves. Nous retrouvons ici un phénomène déjà observé par P. Masselot (2000) et D. Butlen (2004) chez des professeurs débutants.

Après la mise en commun des productions, Christine ne reformule pas vraiment ce qui est important à retenir et qui vient d'être élaboré, parfois difficilement, avec les élèves. Elle ne pointe pas clairement le savoir mathématique en jeu dans l'activité.

V – 4.4 Un souci constant de dédramatiser l'erreur, lié à une volonté de valoriser les élèves

Les productions les plus primitives ou erronées ne sont pas rejetées mais simplement « mises de côté ». C'est l'expression employée par Christine lors de l'explicitation collective des productions des élèves. L'explicitation d'une procédure erronée peut même prendre beaucoup de temps au cours d'une séance. La professeure va jusqu'au bout de l'explicitation jusqu'à avoir la certitude de la compréhension de tous les élèves.

Un souci de continuité se manifestant d'une part par un ancrage des connaissances nouvelles dans des connaissances anciennes, d'autre part par une anticipation du futur.

De façon générale, Christine semble soumise à des injonctions contradictoires. Elle a dépassé les deux premiers niveaux concernant la contradiction entre socialisation et apprentissage. En effet, elle a réussi à installer dans sa classe un lieu de confiance et de communication mais aussi un lieu de travail se caractérisant notamment par la résolution de problèmes consistants, une part d'initiative laissée aux élèves et une part de collectif.

La professeure semble donc obéir à une première série d'injonctions et contraintes organisées par un niveau d'exigence mathématique :

- il faut proposer des problèmes consistants ;
- il faut amener les élèves à expliciter les procédures mises en œuvre ;
- il faut traiter les erreurs ;
- il ne faut pas négocier à la baisse le problème proposé.

Dans le même temps, elle est assujettie à une seconde série d'injonctions et contraintes organisées par un niveau d'exigence sociale et pour une part institutionnelle :

- tout est égal dans les productions permettant de résoudre le problème (même si l'activité mathématique n'est pas la même) ;
- aucune production, même erronée, ne doit être rejetée à priori, mais traitée ou au moins prise en compte ;
- il faut maintenir l'enrôlement des élèves à court et moyen terme en les valorisant ;
- il faut respecter le « rythme » de chaque élève, ne pas les bousculer… Cette dernière injonction est davantage institutionnelle que sociale.

L'assujettissement à cette seconde série d'injonctions et contraintes semble favorisé par des manques dans la perception des enjeux mathématiques des situations. En effet, on peut estimer que cette compréhension des enjeux mathématiques s'accompagne généralement des outils nécessaires à la hiérarchisation des productions et à l'institutionnalisation du savoir en jeu.

Nous venons de souligner l'importance d'une certaine « vigilance scientifique » du professeur qui relève de la composante personnelle. Nous entendons par là une maîtrise des contenus mathématiques enseignés alliée à une perception des enjeux d'apprentissage y compris en terme d'organisation des savoirs en jeu. Un défaut de cette vigilance peut expliquer en partie la faiblesse des synthèses et des institutionnalisations.

Le poids de la composante sociale est aussi très grand, davantage en ZEP que dans des classes ordinaires. Nous avons vu que même si Christine réussit à dépasser les deux premiers niveaux de contradiction entre socialisation et apprentissage, elle reste tout de même assujettie à une série d'injonctions et de contraintes sociales qui l'amènent à valoriser ses élèves, quelles que soient la valeur de leurs productions.

Du point de vue institutionnel, l'enseignement de Christine s'inscrit à la fois dans le projet d'école (apprendre par la résolution de problèmes et utiliser le manuel ERMEL) et dans les programmations ministérielles. On peut penser que certaines injonctions du système comme « respecter le rythme de chacun » confortent la professeure dans sa façon de ne pas inciter plus explicitement ses élèves de cycle 2 à dépasser les procédures primitives liées à l'utilisation du matériel et des représentations pour utiliser des procédures numériques plus expertes.

V – 4.5 Une pratique en germe qui se stabilise en s'enrichissant

Du point de vue des contenus abordés, nous pouvons dire que cette professeure est persuadée dès le départ que le calcul mental est « essentiel ». Elle en fait donc régulièrement. Cela est sans doute un effet de l'accompagnement au cours duquel ce thème avait été abordé et un document ressource fourni. On ne peut pas dire la même chose du thème géométrie (lui aussi abordé au cours de l'accompagnement et ayant fait l'objet d'un document ressource). Christine en fait peu, peut-être un peu plus la seconde année, mais aucune des huit séances observées ne traite de géométrie.

Plus généralement, l'étude de la pratique de Christine pendant ses deux premières années d'exercice ne révèle pas de transformations profondes. Tout se passe comme si les éléments caractéristiques de sa pratique étaient en germe dès le départ. Nous observons tout de même beaucoup plus de sérénité la seconde année. La professeure se déclare plus à l'aise pour gérer les comportements de ses élèves (« savoir comment réagir ») mais aussi pour aborder les différents points du programme. Elle connaît mieux ces derniers, ayant eu le temps de se les approprier. De plus, ayant eu une classe de CE1 en première année, elle « sait où emmener ses élèves de CP » en seconde année.

S'il n'y a pas d'évolution significative dans sa façon de conduire la classe et de gérer les différentes phases d'une séance, nous observons toutefois une légère évolution au niveau des problèmes proposés : Christine semble suivre davantage le manuel en deuxième année (ERMEL) dont elle apprécie beaucoup la démarche qualifiée de « très bonne ». Il faut dire qu'en première année, elle a eu du mal à s'adapter au fichier Cap Maths qui était jugé difficile et pour lequel le livre du maître n'était pas disponible à la rentrée.

Il semble que les manuels utilisés ont eu une influence importante sur la pratique de Christine. En effet, elle déclare que son intégration à l'équipe de l'école (qui utilisait ces manuels) n'a pas été facile ni de tout repos. Elle avoue qu'elle aurait préféré un fichier beaucoup plus classique. Ainsi, mise dans l'obligation d'utiliser ces manuels fondés sur un apprentissage par résolution de problèmes, Christine doit s'approprier leur démarche et met donc en œuvre dès le départ des scénarios structurés comme en formation initiale, proposant des problèmes consistants. Ses mises en actes, relativement conformes au manuel, sont aussi, dès le départ, proches de ce qui est enseigné à l'IUFM. Deux éléments relevant de la composante institutionnelle semblent donc avoir été déterminants dans la genèse de la pratique de cette professeure : l'obligation de s'intégrer à l'équipe de l'école et d'en adopter le projet, l'utilisation de manuels faisant une grande place à la résolution de problèmes consistants. Ces derniers ont marqué sa pratique et l'ont enrichie. Mais, comme nous l'avons vu, cette évolution ne va pas jusqu'à la maîtrise du i-genre 3, la question des mises en commun, synthèse et institutionnalisations restant cruciale.

L'autre domaine dans lequel on peut déceler une évolution est celui de la communication dans la classe. On a vu que dès le départ, Christine instaure des habitudes de communication entre elle et les élèves, mais aussi entre les élèves. Cela est encore plus sensible la seconde année en CP, où la confiance mutuelle est encore plus grande.

V – 5 Une deuxième modalité : Pratiques de Valentin

Au cours des deux années d'accompagnement, Valentin exerce dans la même école que Christine. Il enseigne dans une classe de CE1 (de 21 élèves la première année puis de 16 élèves). Lors de sa première année, c'est le fichier Cap Maths qui a été choisi par les enseignants du cycle 2 avant son arrivée, et au cours de la seconde, toute l'équipe de l'école a fait le choix d'utiliser la ressource ERMEL dans toutes les classes. Nous décrivons ici des régularités repérées ainsi que certaines des évolutions constatées dans les pratiques de Valentin au fur et à mesure des observations.

V – 5.1 L'importance accordée au choix des situations et l'influence des ressources

Valentin accorde une certaine importance au choix des situations à proposer qui sont systématiquement inspirées du manuel de la classe même s'il ne perçoit pas toujours complètement les intentions des auteurs.

Il a également le souci de construire une « progression », d'avoir une cohérence globale au niveau de sa programmation en mathématiques mais aussi par rapport à l'apprentissage d'un contenu donné, et également entre des séances portant sur un même type de situations.

Il fait totalement confiance aux auteurs, probablement conforté en cela par les échanges avec les chercheurs, surtout la première année pour Cap Maths, qu'il connaissait peu et était près d'abandonner.

Les élèves sont donc souvent confrontés à un réel problème, les situations proposées ont une certaine consistance et les élèves sont ainsi susceptibles de développer une activité mathématique. Toutes les séances observées au cours de la deuxième année témoignent d'une prise de recul, même si l'influence des ressources n'est probablement pas négligeable. Le fait que les situations observées la première année ne gardent pas leur « richesse » est souvent la conséquence des adaptations effectuées par Valentin. Les situations choisies, surtout la deuxième année, laissent une grande place à l'élève.

Selon les auteurs, les différentes étapes d'une situation, les phases du déroulement de la séance laissent une part d'initiative conséquente à l'élève et les intentions liées aux choix des auteurs sont relativement explicites. Cependant les éléments relatifs à l'activité du professeur sont moins explicites, notamment la manière de gérer les phases de mise en commun, de synthèse reste à la charge de l'enseignant. Celles-ci sont particulièrement « périlleuses » puisque l'enseignant doit s'appuyer sur les productions effectives des élèves et même si elles sont pour une part prévisibles, et même suggérées dans les ressources, il reste à l'enseignant à les interpréter et à les « organiser » de manière à faire avancer son projet d'apprentissage.

Valentin respecte scrupuleusement (quelquefois même « à la lettre ») les suggestions des auteurs, et ceci notamment au cours des phases de dévolution et de recherche. Mais il semble ensuite déconcerté par les productions effectives de ses élèves et manque de « recul » (prise de distance par rapport à sa propre manière de résoudre le problème), pour en tirer parti. Les seules ressources ne suffisent pas à « accompagner », apporter des réponses relatives à cette partie de l'activité du professeur. Et pour Valentin, cela peut accentuer son sentiment « d'échec »…

Une autre caractéristique, qui nous apparaît comme importante, outre la consistance du problème posé, est la manière dont les élèves seront amenés à valider leur réponse. Ici, pour trois des séances observées, la validation est manifestement à la charge des élèves et fait partie du problème.

Les analyses laissent à penser que, dans certains cas, Valentin a repéré un certain nombre de variables (mais pas toutes), aidé en cela par les ressources utilisées ; cependant le fait de les identifier ne suffit pas toujours puisqu'il n'est pas toujours conscient des effets de certains choix de celles-ci.

L'analyse a priori, qui consiste à anticiper les procédures des élèves et à fixer les variables en fonction de ce que l'on souhaite faire apparaître ou mettre en défaut, se révèle donc un peu « superficielle », rapide.

V – 5.2 Une prise en compte des élèves conduisant à certaines adaptations a priori des situations

Globalement, il semble que Valentin consulte le livre du maître pour préparer sa séance.

La première année, enseignant dans le même niveau de classe, il peut échanger avec Christine pour d'éventuelles adaptations, mais « curieusement » les séances observées, le même jour, dans les deux classes n'ont jamais porté sur les mêmes contenus. La seconde année, il échange également sur sa pratique avec un autre collègue[2], mais nous n'avons pas accès à ces discussions et nous ignorons si elles portent sur les analyses a priori ou sur les réflexions a posteriori à propos des déroulements effectifs des séances.

Au cours de la première année, Valentin se révèle « timide » à la fois par rapport à la complexité des situations à proposer à ses élèves et par rapport aux capacités « comportementales » supposées chez ses élèves (se concentrer, travailler à plusieurs, expliciter, s'écouter …), ce qui l'amène à modifier les situations, consciemment ou non, transformant, voire éliminant l'activité mathématique induite par la tâche initiale. Il peut par exemple donner a priori les moyens qui devaient être utilisés pour vérifier la réponse, ce qui contrarie toute anticipation et occulte l'activité mathématique. Mais il arrive aussi qu'il complexifie alors qu'il avait cru simplifier en proposant du matériel ou en détournant un support de sa fonction initiale. Souvent Valentin pense simplifier en proposant des manipulations, retardant ainsi le travail plus « abstrait », en mettant les élèves en situation d'agir, mais l'analyse montre que cela le conduit à éliminer l'activité mathématique visée, à éloigner les élèves de l'activité attendue ou à la complexifier.

La seconde année, ce ne sont pas l'analyse de la tâche et les anticipations relatives à des difficultés liées à un contenu mathématiques que pourraient rencontrer les élèves qui guident les adaptations effectives de Valentin, mais les éventuelles difficultés de gestion de classe. Il fait confiance aux auteurs côté mathématique mais craint des difficultés au niveau de la mise en actes (côté « la classe tourne »), se sous-estimant, semblant avoir une image de la classe « idéale » à laquelle la sienne n'est pas conforme … Il prend cependant plus de risques.

---

[2] On constate une forte incitation de coopération au niveau de l'école ; une vidéo sur une même situation menée par chacun des deux PE a même été réalisée pour le stage d'école.

Il fait confiance à la situation, les quatre séances observées ont révélé des choix ambitieux, voire trop, avec des problèmes consistants au niveau mathématique. Il s'autorise seulement à changer l'organisation (travail en binôme ou individuel), à retarder le passage à l'écrit des explicitations. Pour une des séances, il supprime une contrainte (consciemment ou non) qui induit un changement de tâche.

En général, le matériel, les actions à réaliser participent à l'enrôlement des élèves. Valentin utilise les prénoms d'élèves de la classe, ou dit « je » dans l'énoncé du problème.

Les interventions de Valentin témoignent d'une certaine appréhension qui ne se situe pas au niveau de l'enrôlement des élèves dans la tâche (globalement, les élèves sont impliqués), mais au niveau de la gestion de classe, du cadre à instaurer, du comportement à adopter …

V – 5.3 Une place importante attribuée aux productions des élèves

À partir des productions, le plus souvent affichées au tableau[3], Valentin incite les élèves à formuler, expliciter, donner du sens, comparer, discuter à partir de leurs réponses. Il essaie ainsi de s'appuyer sur les productions effectives, mais rencontre des difficultés à analyser « mathématiquement » celles-ci, à prendre du recul, à reconnaître leur pertinence[4]. Son souci d'impliquer le maximum d'élèves (voire tous), de prendre en compte toutes les productions, ne s'autorisant pas à en écarter certaines sans l'assentiment des élèves, le conduit à perdre de la richesse au cours de cette mise en commun. Il évoque davantage la validation (notons que celle-ci pourra aussi aider certains élèves à « entrer » dans le problème, à envisager des procédures ultérieurement), et rarement les procédures à mettre en œuvre.

Au fil du déroulement de la séance, Valentin laisse de plus en plus de choses à la charge des élèves. Quand cette mise en commun débouche sur une institutionnalisation, Valentin axe sur un aspect, restreignant ainsi la synthèse et la décontextualisation reste toujours à la charge des élèves.

V – 5.4 Des évolutions dans les pratiques

Il est difficile d'attribuer au seul dispositif d'accompagnement les évolutions repérées dans les pratiques de Valentin. Une nouvelle fois, la complexité des pratiques se révèle dans l'imbrication des différentes composantes. Au cours de la seconde année, même si Valentin doit s'approprier de nouvelles ressources, s'adapter à d'autres élèves, s'il se révèle encore maladroit dans la gestion de la classe, il fait davantage confiance aux élèves, s'approprie l'essentiel des situations (prise de recul par rapport aux savoirs), et donne à voir une classe qui est souvent un lieu de travail mathématique.

[3] Même si Valentin est conscient des problèmes liés à la lisibilité des écrits produits et à la disposition des élèves devant le tableau, il persiste dans ce mode de gestion.

[4] Valentin est souvent « déçu » par les productions de ses élèves alors qu'elles nous semblent tout à fait « conformes » au niveau du CE1. Peut-on attribuer cela au document utilisé ?

Sa participation est plus importante lors des situations d'échanges (SEM) et sa manière de décrire, voire d'interpréter, sa pratique évolue. Il prend de l'assurance, atteint un premier niveau de confort dans sa classe, dans l'école, osant montrer et parler plus spontanément de sa propre pratique et de ses manques.

Valentin, tout d'abord très réticent à s'intégrer au dispositif, à accepter de « montrer » sa classe, a pris confiance en ses capacités, même s'il lui semble être encore loin de l'image qu'il a de l'enseignant idéal. Tout ceci étant bien évidemment lié à un changement de regard sur ses élèves et leur « potentiel ».

Son intégration dans une équipe en questionnement, menant un travail en commun sur les supports, les ressources, avec une réflexion sur les apprentissages dans les autres disciplines scientifiques, et soudée par rapport aux problèmes soulevés par les comportements de certains élèves a également contribué à l'évolution des pratiques de Valentin.

VI – PROCESSUS DE DEVOLUTION, REGULATION ET INSTITUTIONNALISATION ET PSEUDOCONSTRUCTIVISME

Rappelons que nos analyses ont plusieurs objectifs : affiner notre première catégorisation, mieux comprendre comment se forment les pratiques des professeurs des écoles et étudier les conditions permettant d'enrichir les pratiques existantes dans le but d'améliorer les apprentissages des élèves.

La mesure des effets de notre ingénierie de formation adaptée à des professeurs débutants enseignant en ZEP nous permet de cerner les éléments qui résistent et ceux qui évoluent suite à cette intervention et donc de mieux comprendre la formation des pratiques.

Notamment, à cette étape de notre analyse, nous observons que les effets de l'accompagnement concernent davantage les stratégies et les gestes professionnels relevant du processus de dévolution que ceux relevant des processus de régulation et d'institutionnalisation. C'est justement ce déséquilibre qui peut expliquer les aspects caricaturaux des applications du constructivisme dans les pratiques observées.

La question reste posée de savoir si ces premiers effets de notre ingénierie sont spécifiques du contexte de notre recherche : classes de ZEP regroupant un public socialement très défavorisé et enseignants débutants ou bien s'ils peuvent être observés dans d'autres conditions.

BIBLIOGRAPHIE

BUTLEN D. (2004) *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles*. Habilitation à Diriger des Recherches en Sciences de l'Education, Université de Paris 8, IREM de Paris 7, Paris.

BUTLEN D., MASSELOT P., PEZARD M. (2004) in PELTIER M.L. (Ed) *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

BUTLEN D., PELTIER M.L., PEZARD M. (2002) Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP. Contradictions et cohérence, *Revue Française de Pédagogie* **140**, 41-52.

BUTLEN D., PELTIER M.L., PEZARD M. et all. (2002) Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : Cohérences et contradictions, *Cahier DIDIREM* **44**, IREM de Paris 7.

BUTLEN D., MASSELOT P., PEZARD M., SAYAC N. (2007) De l'analyse de pratiques à des scénarios de formation : accompagnement en mathématiques des professeurs des écoles nouvellement nommés dans des écoles de milieux défavorisés (ZEP/REP), Rapport de recherche (volume 1), *Cahier de DIDIREM* **56**, IREM de Paris 7.

CLOT Y. (1999) *La fonction psychologique du travail,* PUF, Paris.

MASSELOT P. (2000) : *De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école (une étude de cas),* Doctorat de didactique des mathématiques, IREM Paris 7, Université Denis Diderot - Paris 7, Paris.

N'GONO B. (2003) *Etude des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans les classes difficiles - Etude de l'impact éventuel de ces pratiques sur les apprentissages, doctorat de didactique des mathématiques*, IREM Paris 7, Université Paris 7, Paris.

PASTRE P. (2002) L'analyse du travail en didactique professionnelle, *Revue Française de Pédagogie* **138**, 9-18.

PERRIN-GLORIAN M-J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles, *Recherches en didactique des mathématiques* **13/1.2**, 5-118.

PORTUGAIS J. (1998) Esquisse d'un modèle des intentions didactiques, *Méthodes d'étude du travail de l'enseignant* In BRUN J. & Als Eds, Interactions didactiques, Genève.

ROBERT A. (2001) Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques* **21.1.2**, 57-80, La Pensée Sauvage, Grenoble.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Canadian Journal of Science, Mathematics and technology Education (La Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences des Mathématiques et des Technologies)* **2(4)**, 505-528.

VERGNES D. (2001) Effets d'un stage de formation en géométrie sur les pratiques d'enseignement d'école primaire, *Recherche en didactique des mathématiques* **21/1.2**, 99-122, La Pensée Sauvage, Grenoble.