

LES ANGLES EN SCIENCES ET EN MATHEMATIQUES A L'ECOLE ELEMENTAIRE : VERS DES DEMARCHES DECLOISONNEES

Hélène MERLE

MCF en physique, IUFM, Montpellier
LIRDEF
helene.merle@montpellier.iufm.fr

Jean-François FAVRAT

MCF en mathématiques, IUFM, site de Nîmes
LIRDEF
favrat.jf@wanadoo.fr

Valérie MUNIER

MCF en physique, IUFM, Montpellier
LIRDEF
valerie.munier@montpellier.iufm.fr

Résumé

Depuis plusieurs années, nous cherchons en collaboration avec des psychologues du développement (Baldy, 2005), à mettre au point des séquences visant l'enseignement du concept d'angle au cycle 3, toutes construites selon le même scénario : proposition d'un problème physico-technologique dans l'espace ordinaire (cour de récréation, salle de classe), modélisation géométrique de la situation résolue ou explorée empiriquement, décontextualisation. Ces choix répondent à plusieurs intentions.

Nous sommes soucieux de décroisonner l'enseignement des mathématiques et celui des sciences expérimentales (cf. les directives officielles sur l'enseignement scientifique en vigueur depuis 2002, tout particulièrement sur les grandeurs).

Nous partageons les critiques faites par BERTHELOT et SALIN (1994-1995) aux pratiques courantes trop ostensives en la matière. Nous pensons que le concept d'angle ainsi que les dessins d'angles devraient apparaître davantage comme des outils de résolution de problème.

Comme eux nous souhaitons dépasser l'obstacle souvent constaté chez les élèves : quand ils doivent comparer des angles dessinés, tout se passe comme si pour eux la longueur des côtés dessinés devait être prise en considération. Faisant l'hypothèse que cet obstacle peut être renforcé si l'on maintient les élèves dans certaines tâches de type « papier-crayon » limitées à l'espace restreint de la feuille de papier ou des manuels, nous avons choisi de commencer par un travail dans les méso et macro espaces (Brousseau, 1987) mettant en jeu la notion de demi droite.

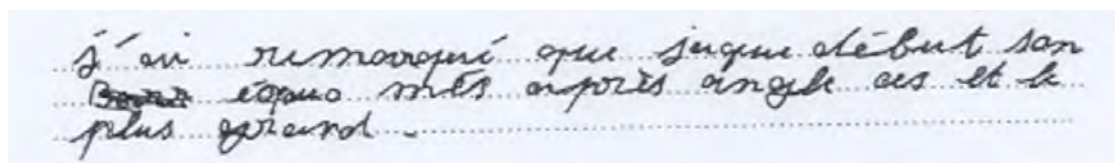
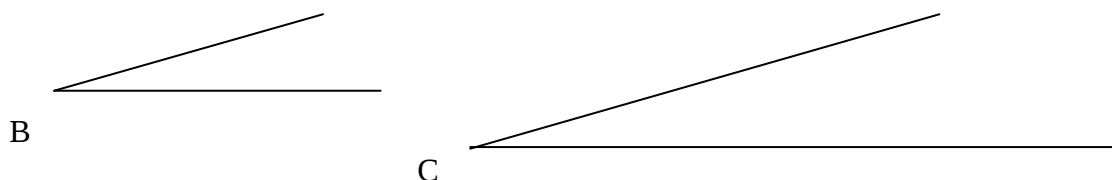
Notre exposé a pris appui sur deux des quatre séquences expérimentées dont les problèmes de départ sont liés à la réflexion de la lumière sur un miroir et à la présence d'un obstacle plan dans le champ visuel. Après le compte rendu des déroulements respectifs et des dispositifs variés mis en place pour évaluer nos hypothèses et les acquisitions des élèves, nous nous sommes attachés à analyser la part de modélisation dévolue aux élèves et au maître dans chaque situation ainsi que les divers modèles travaillés, leurs fonctions et les liens qu'ils entretiennent.

Mots clés : angle, meso-espace, micro-espace, interdisciplinarité, modélisation.

Les travaux sur lesquels la communication s'est appuyée sont ceux de l'équipe interdisciplinaire ERES (Etudes et recherches sur l'enseignement scientifique) du laboratoire LIRDEF de l'IUFM de Montpellier. Ces travaux ont été démarrés par Valérie MUNIER, ils ont été conduits ensuite au sein de l'équipe ERES regroupant des didacticiens de la physique (Jean-Michel DUSSEAU, Hélène MERLE, Valérie MUNIER) et des mathématiques (Jean-François FAVRAT) et, pour certains d'entre eux, en collaboration avec des chercheurs, psychologues du développement, de l'université Montpellier III (Réné BALDY, Claude DEVICHI et Florence AUBERT).

I – PRESENTATION DU THEME ET DES HYPOTHESES DE TRAVAIL

Ce travail concerne l'enseignement des angles au cycle 3. Rappelons tout d'abord que l'un des obstacles à franchir pour les élèves est la prégnance des aspects matériels ou visibles sur les dessins d'angles, trompeuse quand il s'agit de comparer la grandeur de deux angles. On sait en effet que la « longueur » des côtés dessinés est souvent prise en compte par les élèves dans cette comparaison, comme l'illustre la réponse (document 1) d'un élève à qui on a demandé de comparer les angles B et C qui sont égaux :



« J'ai remarqué que jusqu'au début ils sont égaux mais après l'angle C est plus grand ».

Document 1

Pour l'enseignement des angles, les programmes donnent des indications assez précises : à savoir l'importance des activités de comparaison, de classement et de rangement pour lever l'obstacle évoqué ci-dessus. La nécessité de comparer ou prendre en compte des angles quand ils ne sont pas présentés isolés, quand ils sont situés dans une figure, y est aussi soulignée.

Les textes officiels parus en 2002, puis ceux de 2007 dans les mêmes termes, insistent par ailleurs sur l'intérêt du décloisonnement entre disciplines scientifiques à l'école élémentaire : « Les mathématiques, d'un côté, les sciences expérimentales et la technologie de l'autre, doivent être aussi souvent que possible liées dans la mise en œuvre des programmes » (BO hors série n°1 du 14 février 2002, p 65 et BO hors série n°5 du 12 avril 2007, p 98). « Si elles sont un outil pour agir au quotidien, les mathématiques doivent également offrir les ressources utiles à d'autres disciplines qui,

en retour, leur apportent un questionnement et leur permettent de progresser.» (Documents d'application¹ du programme de mathématiques, cycle 3, page 5, 2002).

Ce décroisement est particulièrement souhaité dans le travail sur les grandeurs et leur mesure : *« Le travail sur la mesure est conduit en liaison avec les activités évoquées dans la rubrique des programmes "Découvrir le monde : les objets et les matériaux." »* (Documents d'application du programme de mathématiques, cycle 2, page 30, 2002). *« Les activités scientifiques et technologiques fournissent un champ d'application privilégié pour ce domaine »* (s-e, les grandeurs et mesures, au cycle 3 ; Documents d'application du programme de mathématiques, cycle 3, page 35, 2002). Or la grandeur angle est a priori capitale dans le domaine des sciences et de la technologie : pente par rapport à l'horizontale, inclinaison par rapport à la verticale, écartement entre deux parties d'un système articulé, changement de direction, repérage d'une direction, hauteur du Soleil, etc. Il n'est donc pas étonnant que des didacticiens de la physique ayant déjà beaucoup travaillé sur l'enseignement de l'astronomie à l'école élémentaire, et un didacticien de la géométrie se soient retrouvés pour produire des séquences didactiques sur les angles et réfléchir aux questions de modélisation.

Nous avons choisi de travailler dans le macro-espace ou dans le méso-espace pour plusieurs raisons :

- Les thèmes intéressant les physiciens relèvent évidemment de ces types d'espace (astronomie, orientation, lumière, etc.)
- Le concept d'angle est plus approprié à ce type d'espace que celui (micro) de la feuille de papier : *"La notion d'angle est une notion pleinement instrumentale de la technologie du macro-espace, que le savoir géométrique, technologie du micro-espace, enregistre d'abord à ce titre. (Si la géométrie ne devait servir qu'à la technologie du micro-espace, elle pourrait fort bien faire l'économie de la notion d'angle)"* (Yves CHEVALLARD & Michel JULIEN, 1990-91, p 61).

Nous comprenons les raisons qui ont poussé Marie-Hélène SALIN et René BERTHELOT (1994-1995) à mettre au point une situation a-didactique à partir d'objets manipulables du micro-espace (facilité des opérations de manipulation, superposition, déplacement). Leurs travaux nous servent de référence et nous ont beaucoup inspirés mais nous pensons qu'ils se privent par le jeu qu'ils ont utilisé (le géométriscrabble) de référence à des situations relevant du méso-espace dont ils reconnaissent par ailleurs toute l'importance : *« L'apprentissage de la modélisation spatio-géométrique ne peut se faire de manière satisfaisante lorsque l'espace modélisé est quasi exclusivement le milieu micro-spatial des tracés sur des feuilles de papier. Un tel espace ne permet pas aux élèves de distinguer l'espace modélisé des espaces de représentation ; minore ou ignore les notions fondamentales de géométrie (cf. programmes) ; bloque l'émergence ou la survie d'un rapport de modélisation, et donc, s'installe en obstacle aux enseignements ultérieurs »* (René BERTHELOT, 2000, p 299). *« La prise en compte de cette problématique (de la modélisation) suppose que l'on fasse une distinction claire entre l'espace modélisé, où les moyens spatiaux empiriques n'ont pas à être disqualifiés, et le modèle, qui obéit quant à lui à des critères théoriques. Les moyens de communication et de validation dans le modèle ne sont donc pas, ni comme supports ni*

¹ A ce jour (septembre 2007) et à notre connaissance, les documents d'application des programmes de mathématiques de 2002 pour les cycles 2 et 3 n'ont pas été réactualisés.

comme formulations, les moyens ayant cours dans l'espace modélisé. Ainsi la feuille de papier est un moyen efficace de communication et de vérification dans le modèle alors que les problèmes posés peuvent l'être dans un espace de grande dimension. » (Isabelle BLOCH & Marie-Hélène SALIN, 2003, p294). Selon elles, la distinction entre espace modélisé et espace modèle sera d'autant plus facile que l'espace modélisé sera le méso-espace et l'espace modèle celui de la feuille de papier : « *Cette prise en compte (de la modélisation) ne peut s'effectuer directement sur un micro-espace comme la feuille de papier, pour des raisons de trop grande proximité de l'espace et du modèle, et aussi de non-fonctionnalité du micro-espace pour certaines tâches.* » (Même référence, p 295).

Dans cet esprit nous avons donc exploré quatre situations, qui ont toutes un certain nombre de points communs.

- Les problèmes de départ relèvent du domaine de la physique.
- Ils sont posés dans le méso ou le macro-espace.
- Une des grandeurs pertinentes de la situation est un angle.
- La résolution du problème posé passe forcément par l'identification de cet angle comme grandeur pertinente de la situation.
- Les "côtés matériels" de l'angle en question peuvent aisément être prolongés pratiquement. Nous faisons l'hypothèse que cette possibilité aide les élèves à concevoir l'angle comme bordé par deux demi-droites, c'est-à-dire des lignes droites de même origine, potentiellement illimitées.

Dans tous les cas nous avons travaillé dans des classes où les élèves n'avaient jamais étudié les angles en classe, hormis l'angle droit au cycle 2 conformément aux Instructions Officielles.

Nous ne ferons qu'évoquer les deux premières : la détermination de la hauteur du Soleil et l'utilisation de la boussole. L'observation de la course du Soleil dans le ciel nécessite de repérer sa position et en particulier sa hauteur, à savoir l'angle entre l'horizontale et la direction du Soleil. L'identification de la nature angulaire de cette grandeur est intéressante car elle s'oppose à l'idée première selon laquelle cette hauteur est une longueur. La seconde situation permet de travailler la notion d'azimut, angle entre une direction visée et la direction du nord magnétique indiquée par la boussole. Nous allons détailler les deux autres situations, en décrivant tout d'abord le déroulement des séquences et en résumant les résultats des évaluations, avant de passer à leur analyse en terme de modélisation.²

II – LA SEQUENCE MIROIR

Cette séquence a été mise en œuvre dans deux classes de CM1 de 26 et 28 élèves.

² Une version plus détaillée du déroulement des séances et des évaluations peut être consultée dans les articles de Repères IREM n° 64 (2006) pour le champ visuel et de Recherche en Didactique des Mathématiques n°27/3 (2007) pour la réflexion de la lumière sur un miroir.

II – 1 Situation déclenchante

La séquence est introduite par des jeux dans la cour : les élèves disposent de miroirs et doivent viser des cibles placées à différents endroits. Ils prennent conscience de la nécessité de placer le miroir au soleil et constatent que l'orientation du miroir influe sur la position de la tache de lumière (photo 1).



Photo 1

II – 2 Expérience sur table

De retour en classe le maître propose le dispositif expérimental suivant (photo 2) :

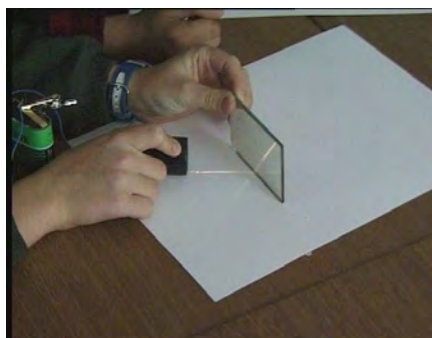


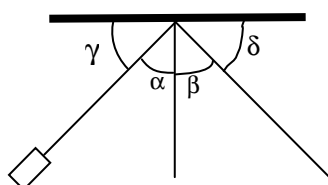
Photo 2

Ce dispositif permet de ramener la situation 3D à une situation 2D, de travailler dans le micro-espace où les enfants ont une maîtrise complète de la situation, et de « voir le chemin de la lumière », contrairement à ce qui se passait dans la cour. Les élèves manipulent librement avec ce dispositif.

Lors de la deuxième séance, le maître demande en plus aux élèves de schématiser quatre expériences différentes en dessinant le miroir et le chemin de la lumière, puis de réfléchir à la question : « Peut-on prévoir le chemin de la lumière ? ».

II – 2.1 Loi à découvrir

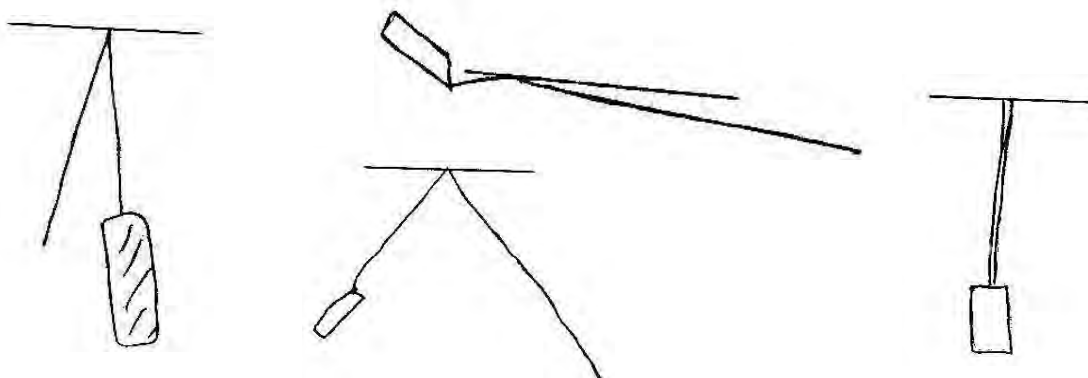
L'objectif visé est la découverte de la première loi de Descartes, à savoir l'égalité des angles d'incidence et de réflexion ; elle peut être découverte sous deux formes différentes (document 2) : $\alpha = \beta$ ou $\delta = \gamma$.



Document 2

II – 2.2 Tracés d'élèves

Les élèves produisent des tracés (document 3) qui sont affichés et le maître demande si, en les observant, on peut remarquer quelque chose de particulier et prévoir le chemin de la lumière.



Document 3

On remarque une grande prégnance de l'angle droit (les élèves disposent les objets de manière à obtenir un angle droit entre les rayons et le miroir ou entre les deux rayons), mais surtout que les élèves se focalisent sur l'angle entre les rayons lumineux :

« Quelque fois ça fait un chemin large, quelque fois un chemin serré (gestes explicatifs à l'appui) »

« Plus on éloigne la lampe (de la normale au miroir) plus ça fait un angle écarté »

Les élèves ne parviennent pas à découvrir la loi à partir de l'observation des schémas expérimentaux.

II – 3 Problème à résoudre : prévoir le chemin de la lumière qui repart

Le maître demande de dessiner un rayon réfléchi lorsque seul le rayon incident est dessiné. Amenés à réagir sur les différents tracés produits, les élèves ne parviennent pas toujours à expliquer clairement pourquoi certains tracés ne leur conviennent pas. Souvent cela leur semble évident visuellement : « ça se voit », disent-ils, et la plupart des tracés corrigés « à l'œil » sont corrects. Certains arrivent à une formulation intéressante comme cet élève qui critique le dessin du document 4 et juge : « C'est un peu trop retourné, le virage est plus léger ».

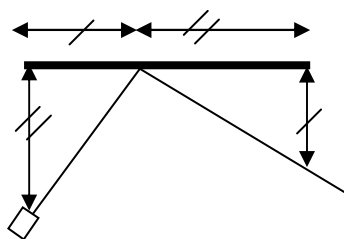
Comment prévoir le chemin
de la lumière??
quand on réfléchit



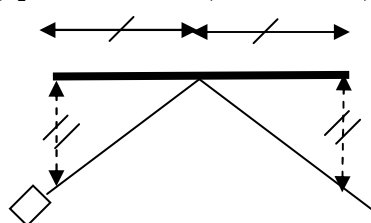
Document 4

Après ce travail d'analyse des productions mené collectivement au tableau le maître insiste sur la nécessité de trouver une technique de construction.

Les élèves élaborent alors diverses méthodes de tracé en se basant sur des mesures de longueurs, tout d'abord incorrectes (document 5) puis correctes (document 6).



Document 5



Document 6

D'autres utilisent du papier quadrillé. On pourrait se contenter de ces solutions, mais les élèves sont ici dans une tâche de reproduction de figures et rien n'indique qu'ils ont réellement pris conscience des angles d'incidence et de réflexion et de leur égalité.

Le maître introduit alors une contrainte supplémentaire en demandant de ne pas avoir recours à des mesures de longueur (« sans règle graduée ») et un enfant énonce : « c'est incliné pareil des deux côtés ». Cette proposition fait l'unanimité dans le groupe-classe et elle est reprise par le maître. Il reste à trouver une technique permettant de comparer ces « inclinaisons ». L'utilisation d'un gabarit (imaginé par les enfants ou proposé par le maître selon les classes) permet de valider cette proposition d'égale inclinaison sur les schémas expérimentaux et de tracer le rayon réfléchi sur le schéma incomplet (photo 3).

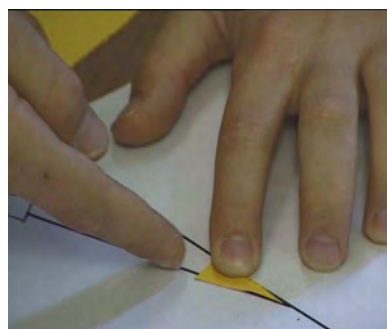
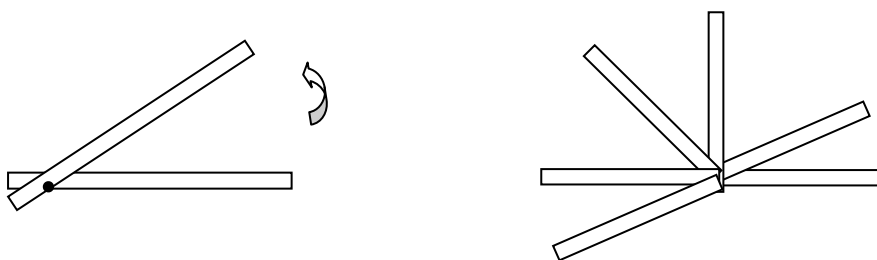


Photo 3

La séance se termine par un travail « papier-crayon » de reproduction et de comparaison d'angles pendant lequel les élèves mettent en œuvre divers procédés : calque, gabarit et utilisation d'une fausse équerre formée de deux étroites bandes de carton articulées à l'aide d'une attache parisienne.

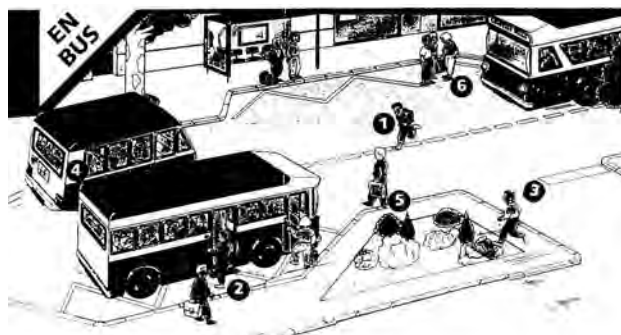


Lors de l'introduction de cet instrument, le maître engage une discussion avec les élèves sur ce qui se passe lorsqu'on écarte les branches, en particulier au-delà de l'angle plat. L'existence de deux angles, l'un saillant l'autre rentrant, est reconnue. Il apparaît aux élèves qu'il est nécessaire de marquer les angles graphiquement « pour montrer celui qui nous intéresse ». Pendant la réalisation et la correction des exercices, le problème de longueur des côtés dessinés est discuté à plusieurs reprises (« Les traits doivent-ils avoir la même longueur que sur le calque ? », « Est-ce que je peux prolonger le trait au-delà du gabarit ? »...). Les échanges entre élèves montrent qu'ils se réfèrent spontanément à la situation physique en évoquant la lumière qui continue tout droit.

III – LA SEQUENCE CHAMP VISUEL

Cette séquence a été mise en œuvre dans deux classes de CE2 et deux classes de CM1.

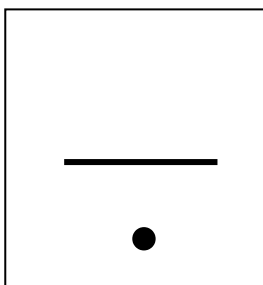
III – 1 Situation déclenchante



Document 7

Le maître part d'un dessin (document 7) qui représente une sortie d'école : un autobus à l'arrêt, un autre qui arrive, un véhicule qui double l'autobus, des enfants qui s'appêtent à traverser. Il s'agit de dire s'il est prudent de traverser, s'il y a des dangers, d'où proviennent ces dangers. Le but est d'arriver à émettre l'idée que même si le bus est à l'arrêt, il n'est guère prudent de traverser en restant près du bus, car l'enfant peut ne pas voir le véhicule qui double et il peut aussi ne pas être vu de ce véhicule. La question posée est celle des endroits qui sont cachés par le bus depuis le bord de la rue. Le maître explique que cette question ne peut être étudiée directement. Elle sera remplacée par une autre plus commode à étudier, dans laquelle le bus est remplacé par un écran.

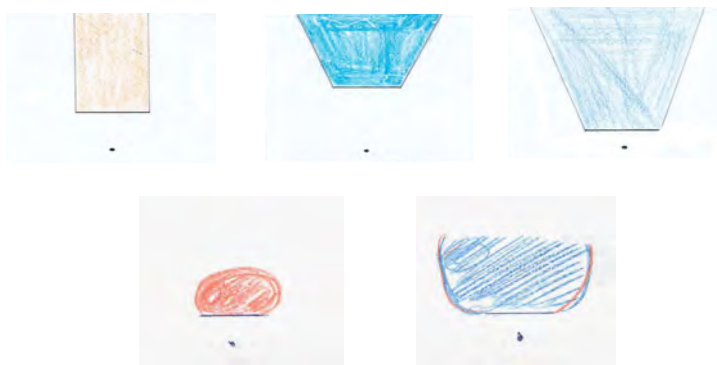
III – 2 Problème à résoudre et émission d'hypothèses



Document 8

Le maître évoque une situation : un enfant est placé devant un écran, dans la cour. Il montre un dessin, explique que c'est une vue de dessus de la situation, que le trait représente l'écran et que le point représente l'enfant (document 8). Il demande aux enfants de colorier la zone qui, d'après eux, est cachée à l'enfant par l'écran.

On obtient en général plusieurs types de réponses (document 9) :



Document 9

- une zone rectangulaire dont deux côtés sont perpendiculaires à l'écran, (22 %)
- une zone trapézoïdale dont les supports des côtés obliques passent par le point représentant l'observateur (38 %), ce qui correspond à la réponse correcte,
- une zone trapézoïdale dont les supports des côtés obliques ne passent pas par le point représentant l'observateur (18 %)
- des réponses « autres », par exemple des zones dont les limites ne sont pas rectilignes (22 %).³

Les différents types de dessins sont affichés et après discussion les élèves et le maître conviennent qu'une expérimentation serait la bienvenue.

III – 3 Expérimentation lors de la deuxième séance.

Dans la cour : un écran, une chaise pour l'observateur, un quart des élèves à côté de lui qui le remplaceront à tour de rôle. Les autres se rassemblent dans la partie cachée et se déplacent à tour de rôle jusqu'aux limites de la zone cachée sous le contrôle de l'élève observateur. Ils posent alors une quille pour repérer leur position à ce moment-là (photo 4).

³ Les pourcentages indiqués sont ceux obtenus dans une des classes de CE2.



Photo 4

On observe les quilles, on remarque qu'elles sont alignées avec les extrémités de l'écran, on le vérifie à l'aide de cordes tendues, puis on observe la forme de la zone cachée : ce n'est pas un rectangle, les cordes ne sont pas parallèles. Si on les fait glisser le long d'elles-mêmes, elles passent par la position de l'observateur. (photo 5).



Photo 5

Le maître demande si d'autres quilles peuvent être placées et où : les élèves cherchent, prolongent les cordes (en fait on utilise des cordes plus longues que les premières restées en place, et d'une autre couleur).



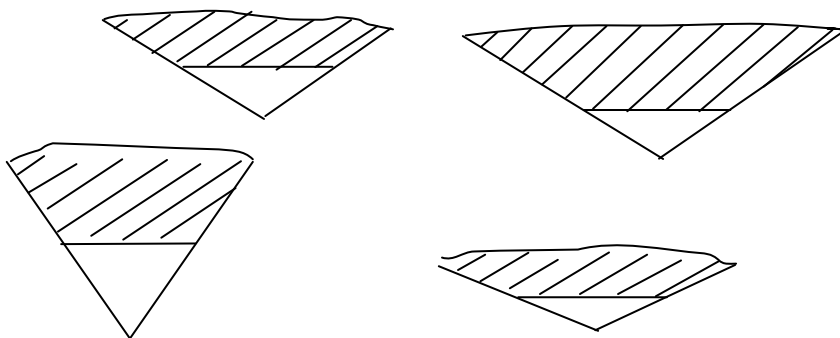
Photo 6

On change (photo 6) ensuite les observateurs et on réalise deux autres expériences avec deux nouvelles séries de cordes, en laissant toujours les autres en place, mais en modifiant cette fois la position de l'observateur sur la « médiatrice » de l'écran. Les élèves constatent que « *les diagonales (s-e les bords rectilignes de la zone) s'écartent plus quand on est plus près de l'écran et se resserrent quand on est plus loin* » et ils concluent que l'espace caché est, suivant la position de l'observateur, plus ou moins grand, c'est-à-dire plus ou moins « large », plus ou moins « ouvert ».

A la suite de cette expérimentation, les élèves dégagent donc les points suivants : les limites de la zone cachée sont portées par des demi-droites, obliques, passant par les bords de l'écran et par l'observateur, et qu'il est loisible de prolonger autant qu'on veut. De retour en classe le maître propose à nouveau de schématiser la série d'expériences. Quatre dessins sont demandés : deux avec des cordes de longueurs différentes pour une même position de l'observateur et deux autres avec des positions différentes de l'observateur.

III – 4 Comparaison des zones cachées

La troisième séance se passe en classe. Le maître affiche des agrandissements des schémas réalisés la fois précédente et demande si la zone cachée est la même partout, ou si elle plus grande ou plus petite et dans quels cas (document 10)



Document 10

Une discussion est engagée à propos des deux premiers schémas. Certains élèves sont sensibles à la longueur des côtés. D'autres disent que c'est sans importance : ils n'ont pas eu le temps de colorier davantage et rappellent qu'on peut prolonger les limites « à l'infini » comme les cordes dans la cour. Le maître distribue alors à chaque élève ces deux premiers schémas, puis leur demande de rechercher une technique permettant de comparer les zones cachées. Dans les classes observées, plusieurs élèves mesurent la longueur des côtés dessinés ou la « largeur » de cette zone à l'endroit où le coloriage s'arrête. Certains autres rallongent les côtés des différentes zones pour qu'ils aient tous la même longueur puis mesurent la distance entre les « extrémités » des côtés. D'autres élèves encore découpent les deux secteurs ou les deux zones et les superposent. Dans le bilan qui suit, les deux zones sont déclarées aussi grandes l'une que l'autre car elles sont superposables exactement.

La même démarche, discussion puis manipulations, est reprise avec les deux autres schémas, conduisant cette fois à déclarer, qu'une zone est plus étroite donc plus petite que l'autre.

La synthèse, en fin de séance, consiste à bien décrire comment la zone cachée est représentée et de quoi elle dépend. Elle est délimitée par le segment représentant l'écran et par des lignes droites, passant par les extrémités du segment-écran et alignées avec le point représentant l'observateur. D'autre part, quand le point-observateur s'approche du segment-écran, les demi-droites s'écartent, la zone s'agrandit, quand ce point s'en éloigne, les demi-droites se resserrent, la zone devient plus petite.

III – 5 Séance de mathématiques

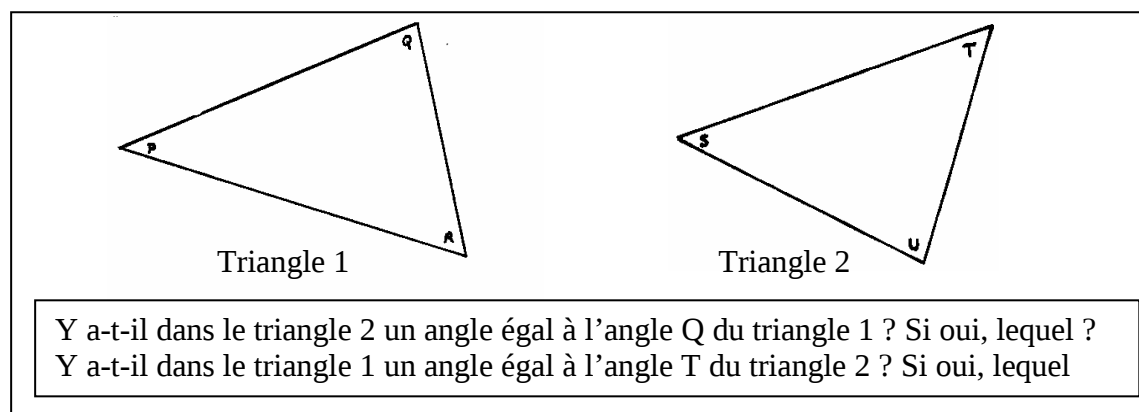
Après un rappel collectif de ce qui a été réalisé depuis le début de la séquence, et des échanges sur les noms que les élèves donneraient à la forme de la zone cachée (« entonnoir », « V », « triangle coupé », ...), le maître introduit le mot angle (déjà connu par l'expression " angle droit ") pour désigner la figure formée par la zone cachée complétée par le triangle dont l'écran est la base et l'observateur le sommet opposé. Un angle est donc la région du plan délimitée par deux demi-droites issues d'un même point, son sommet. Comme pour la zone cachée, ces deux demi-droites peuvent être prolongées à volonté. Il explique que plus les demi-droites sont écartées, plus l'angle est dit grand, plus les demi-droites sont resserrées, plus l'angle est dit petit, par analogie avec le travail sur les zones cachées. Puis comme dans la séance de mathématiques résumée à la fin de la séquence Miroir, les élèves sont amenés à réaliser des travaux pratiques de comparaison, reproduction, construction d'angles.

IV – RESULTATS DES EVALUATIONS

En fin de séquence nous avons proposé aux élèves plusieurs types d'exercices : certains ont pour but de savoir s'ils maîtrisent les notions physiques en jeu, d'autres sont purement mathématiques. Nous ne présentons ici que les résultats de l'épreuve de mathématiques, en les comparant avec ceux obtenus par René BERTHELOT et Marie-Hélène SALIN suite à la séquence du géométriscrable mise en œuvre en CM2. Les exercices, extraits de leurs travaux, ont été choisis pour permettre cette comparaison.

IV – 1 Epreuve de mathématiques

Un premier exercice (document 11) concerne la comparaison d'angles dans des figures :



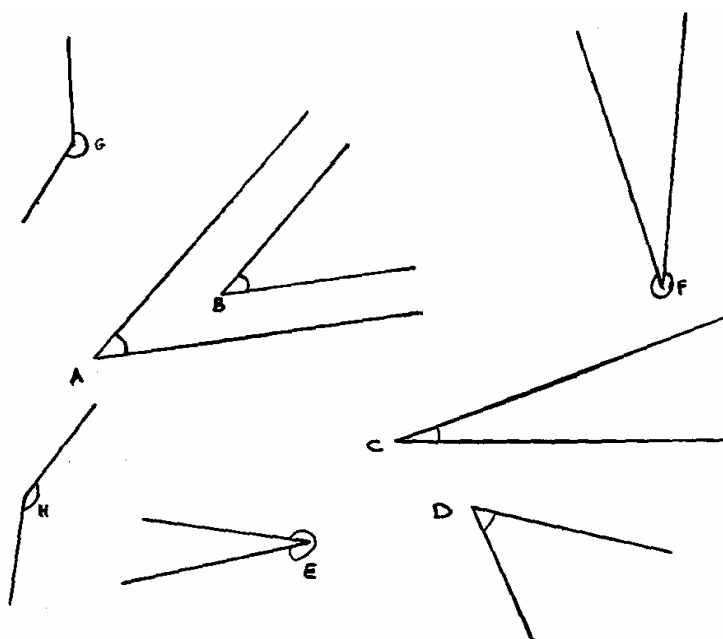
Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous (tableau 1) :

	Champ visuel CE2	Champ visuel CM1	Miroirs CM1	Berthelot et Salin CM2
Pourcentage de bonnes réponses (moyenne des deux item)	57%	69%	75%	85%
Sans prise en compte des erreurs dus au manque de précision	64%	77%	80%	

Tableau 1

Nous obtenons des résultats plus faibles que ceux de Marie-Hélène SALIN et René BERTHELOT, mais nos élèves sont plus jeunes d'un ou deux ans. Le deuxième item est celui qui pose le plus de problème car la réponse attendue est « non », or l'angle R du triangle 1 est très voisin de l'angle T du triangle 2. Cette réponse est donc assez souvent proposée et nous pensons que des manipulations imprécises peuvent être à l'origine de cette erreur. Si nous ne tenons pas compte de ces erreurs d'imprécisions les résultats se rapprochent de ceux obtenus après la séquence du géométriscrable.

Dans un second exercice les élèves doivent comparer des paires d'angles (document 12) :



Sur chaque paire d'angles
écris le nom du plus grand ou alors écris « ils sont égaux ».

A, B :

A, C :

C, D :

G, H :

B, D :

B, C :

C, E :

E, F :

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 2 ci-dessous :

Pourcentage de bonnes réponses	Champ visuel CE2	Champ visuel CM1	Miroirs CM1	Berthelot et Salin CM2
Angles de même nature (A, B, C, D)	52% à 87 %	58% à 88%	61% à 96%	74% à 93%
Angles rentrants-saillants (somme 360°) : EC, GH	40%	46%	65%	27%

Tableau 2

Les résultats obtenus pour ces comparaisons d'angles, lorsqu'il s'agit d'angles de même nature (angles aigus ici), peuvent être analysés comme précédemment : des résultats plus faibles que ceux de Marie-Hélène SALIN et René BERTHELOT, mais avec des élèves plus jeunes. Là encore le « score » le plus faible correspond à des angles très voisins. Pour les angles rentrants-saillants par contre nos résultats sont meilleurs, vraisemblablement grâce à l'utilisation de la fausse équerre et à la discussion qu'elle a permise.

V – PLACE DE LA MODELISATION DANS LES DEUX SEQUENCES

Les séquences présentées sont des tentatives d'implication des élèves dans des démarches de modélisation du réel, à des fins didactiques, ici l'enseignement des angles au cycle 3. Afin de les analyser, nous nous sommes tout d'abord interrogés sur ce qu'est un modèle et sur les divers modèles mobilisés. Puis nous analysons les séquences en terme de modélisation à partir d'un certain nombre de critères (prise en charge des modèles, fonction des modèles, liens entre modèles).

V-1 A quels modèles nous référons-nous ?

Pour les scientifiques, un modèle est un instrument théorique. Ainsi pour ROBARDET et GUILLAUD (1993) un modèle est « *un instrument théorique fonctionnel qui permet les opérations d'interprétation et de prévision sur certaines parties limitées de la réalité expérimentale* ». Cet instrument s'élabore dans le cadre de théories, à partir de faits interprétés, d'hypothèses, etc. et aussi à partir de données empiriques, expérimentales, construites.

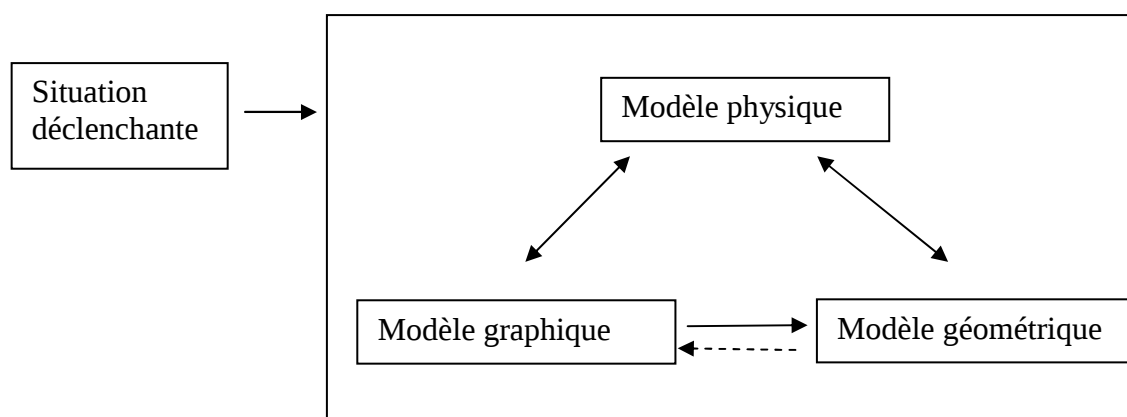
Nous avons cherché à transposer une telle définition pour l'école.

- Un modèle est le produit d'une construction intellectuelle qui se substitue à une réalité jugée trop complexe, inaccessible (trop petite, trop grande, trop éloignée...).
- Quelques indices signalent qu'on est dans un modèle d'une réalité plus complexe : simplification de la réalité, abandon de certaines contraintes, changement de la taille d'espace, utilisation de représentations (dessins, schémas, maquettes,...).
- Un modèle est donc une représentation matérielle et/ou symbolique d'une partie de la réalité mais pas uniquement cela, il doit aussi permettre d'expliquer, expérimenter (faire des hypothèses, les tester), prévoir.

- La pertinence d'un modèle s'évalue dans la plus ou moins grande adéquation des prévisions qu'il permet aux observations directes, et aussi dans l'efficacité de ses explications.

La modélisation réside dans l'élaboration du modèle et dans le va-et-vient entre la réalité et le modèle.

Ainsi, dans nos deux séquences nous sommes partis d'une situation, souvent qualifiée de déclenchante, plutôt complexe et impossible à résoudre telle quelle par les élèves, pour les faire ensuite travailler dans trois types de modèles différents comme l'indique le schéma synthétique ci-dessous. (document 13).



Document 13

- Le premier modèle est un modèle physique⁴. La situation de départ y est présentée de manière simplifiée, expérimentale ; les phénomènes observables sont décrits avec les termes de la physique.
- Le deuxième modèle est un modèle graphique. La situation physique y est représentée, dessinée, schématisée, sur un support papier. Les éléments pertinents sont représentés au moyen de conventions explicitées par des traits, lignes, surfaces, etc.
- Le troisième modèle est un modèle géométrique qui emprunte les mêmes moyens matériels (supports, instruments) que le précédent mais où des savoirs, des techniques, des démarches, des points de vue géométriques sont mobilisés dans l'analyse ou l'exploitation des dessins produits.

Pour détailler l'analyse, nous allons reprendre le déroulement de chaque séquence en explicitant les trois types de modèles en interaction et en indiquant qui prend en charge la modélisation, à quoi servent les modèles (représenter, expliquer, expérimenter, prévoir...) et les liens entre les divers modèles.

⁴ Nous avons été tentés pendant un certain temps de l'appeler « modèle du physicien », à cause de la polysémie de l'adjectif « physique ».

V – 2 Retour sur la situation Miroir

	Modèle physique	Modèle graphique	Modèle géométrique
Description des modèles	Expérience sur table : passage de 3D à 2D, le rayon lumineux est « rendu visible » par sa trace sur la table. Ce qui est en jeu du point de vue de la physique c'est la loi de réflexion de la lumière sur un miroir	Les schéma expérimentaux tracés sur papier. Les traits sont des dessins du miroir, du chemin de la lumière incidente et réfléchi : les élèves se focalisent d'abord sur l'angle entre les rayons.	Sur les dessins les traits deviennent des êtres géométriques et pour certains des demi-droites. La figure peut être analysée avec des points de vue nouveaux, autres que le premier venu à l'idée : égalité des angles d'incidence et de réflexion, présence d'un axe de symétrie.
Prise en charge des modèles	Le maître propose l'expérience sur table qui rend visible le chemin de la lumière, les élèves expérimentent.	Schématisation par les élèves sur demande du maître de l'expérience réalisée.	Par la demande de prévision, le maître amène les élèves à changer de point de vue sur leurs dessins : ils corrigent leurs dessins afin que les rayons soient « penchés pareil ».
Fonction des modèles	Expérimenter en jouant sur la position du miroir et de la lampe. Identifier les variables qui agissent sur le phénomène : les directions relatives du miroir et du faisceau incident	Représenter. Garder en mémoire.	Représenter en termes géométriques Prévoir le chemin de la lumière

Liens entre les différents modèles	Possible retour à la situation initiale de visée, mais ce ne fut pas le cas dans les expérimentations en classe. Dans les autres séances, c'est la situation expérimentale qui sert de référence.	La situation expérimentale est omniprésente dans les discussions : très souvent dans les débats en classe à propos des dessins ou des tâches proposées, les élèves évoquent deux aspects de la situation expérimentale : -le fait que seule la direction de la lumière ou du miroir est importante - le fait que la lumière « continue son chemin ».
------------------------------------	---	--

V – 3 Retour sur la situation Champ visuel

	Modèle physique	Modèle graphique	Modèle géométrique
Description des modèles	Dispositif dans la cour : un observateur, un écran, des plots, des cordes. Du point de vue de la physique est en jeu le phénomène de visée, sa traduction en termes d'alignements prolongeables à volonté (abstraction des limites de la cour).	Les dessins représentant le dispositif de la cour. Pour délimiter la zone cachée, les élèves tracent des lignes droites mais hésitent à les prolonger.	Sur les dessins les lignes droites délimitant la zone cachée acquièrent le statut de demi-droites ; des expressions comme « on peut prolonger plus loin », « c'est infini » sont utilisées par les élèves dans les discussions à propos des dessins.
Prise en charge des modèles	Le maître propose le dispositif, les élèves se l'approprient.	Schématisation par les élèves sur demande du maître (avant/après expérimentation) : pas de difficulté pour les élèves dans la signification des tracés.	Par la recherche de procédés pour comparer la grandeur des zones cachées, le maître amène les élèves à ne plus tenir compte de la longueur des côtés.

Fonction des modèles	Représenter Expliquer Prévoir les positions cachées ou visibles pour l'observateur.		
	Matérialiser Expérimenter : l'alignement des plots limites de la zone, l'effet du rapprochement ou de l'éloignement de l'observateur par rapport à l'écran.	Comparer les zones cachées, mais avec des risques d'erreur dus à la prise en compte d'aspects matériels non pertinents comme la longueur des traits dessinés.	Comparer les zones cachées en prenant en compte uniquement l'ouverture des limites de la zone et non plus la longueur des côtés dessinés.
Liens entre les différents modèles	Possible retour à la situation déclenchante. Pendant l'appropriation du dispositif dans la cour, l'observateur est parfois appelé « chauffeur », mais dans les autres séances, c'est la situation dans la cour qui sert de référence. On peut regretter qu'à la fin il n'y ait pas eu de retour à la situation de départ (sécurité routière).	Très souvent dans les débats en classe à propos des dessins ou des tâches proposées, les élèves évoquent deux aspects de la situation vécue dans la cour : -le fait qu'en rajoutant des cordes, les élèves avaient pu prolonger les premières limites trouvées pour la zone, - la dépendance des limites à l'égard de la distance de l'observateur à l'écran.	

EN GUISE DE CONCLUSION

Nous sommes partis du constat que le travail habituel sur les angles avait du mal à ne pas rester confiné dans l'espace de la feuille de papier, et de l'envie de décroisonner les enseignements scientifiques et mathématiques. Sans prétendre que ce soit le seul moyen de construire le concept d'angle nous pensons que par nos séquences nous avons fait parcourir aux élèves un chemin qui va de leur monde à celui de quelques concepts géométriques, et leurs résultats dans les évaluations sont encourageants.

Ce parcours passe par trois niveaux de modélisation. Ces modélisations sont bien évidemment assistées, doublement. D'une part, la situation initiale est simplifiée, aménagée par le maître. C'est lui qui propose les dispositifs expérimentaux, les tâches à réaliser dans chacun des modèles, organise les échanges entre les élèves, maintient l'orientation du travail, structure et soutient les avancées des pensées des élèves, etc. D'autre part, dans les étapes graphiques et géométriques, le modèle expérimental

physique introduit sert constamment de référence lors des recherches, des mises au point, des discussions, soit de manière spontanée chez les élèves, soit par des évocations suscitées par le maître.

Les maîtres qui ont conduit ces séquences ont tout à fait intégré dans leurs pratiques ces diverses formes d'étayage. Qu'ils en soient ici très sincèrement remerciés⁵.

BIBLIOGRAPHIE

BALDY R. et al., (2005) *Développement cognitif et apprentissages scolaires. L'exemple de l'acquisition du concept d'angle*, RFP, 152, 49-60.

BERTHELOT R., SALIN M.H. (1994-95) Un processus d'enseignement des angles au cycle III, *Grand N*, 56, 69-116.

BERTHELOT R. (2000) *Quelques moyens pour placer l'espace au centre de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire, et pour préparer tant l'enseignement technique de l'espace que l'enseignement mathématique du premier cycle*. In Actes du XXVII^{ème} colloque COPIRELEM, Chamonix, 297-307.

BLOCH I., SALIN M.H. (2003) *Espace et géométrie : géométrie dans le méso-espace à l'école primaire et au début du collège*. In Actes du XXX^{ème} colloque COPIRELEM, Avignon, 293-306.

BROUSSEAU G. (1987) Didactique des mathématiques et questions d'enseignement : propositions pour la géométrie, *Revue Les sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle*, 1-2 97-98, Université de Caen.

CHEVALLARD Y., JULLIEN M. (1990-1991) Autour de l'enseignement de la géométrie au collège. *Petit x*, 27, 41-76.

JASMIN D., MERLE H. & MUNIER V. (2006) Apprendre à se repérer, de la boussole au satellite, collection passerelle, *Hatier, Paris*.

MERLE H. & MUNIER V. (2003) Comment conceptualiser la hauteur du Soleil en tant qu'angle au cycle 3 ? *Aster*, 36, 39-68.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2002) Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. BO hors série n°1 du 14 février 2002.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2002) Documents d'application des programmes de mathématiques, cycle 2.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2002) Documents d'application des programmes de mathématiques, cycle 3.

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE (2007) Mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences ; programmes d'enseignement de l'école primaire, vol 1-a et 1-b. BO hors série n°5 du 12 avril 2007.

⁵ Nous remercions les maîtres de diverses écoles de Montpellier qui ont mis en œuvre les séquences : Dominique Broussal (école Condorcet), Jacques Caylet (école Sibélius), Sarah Linon (école Pottier), Annelise Massouti (école Condorcet), Odile Trocellier (école Daviler), Sylvie Waleckx (école Sibélius).

MUNIER V. & MERLE H. (2004) *De l'utilisation d'un instrument à la maîtrise des concepts en jeu : l'exemple de la boussole à l'école élémentaire*, 449-454, in Actes des XXVes JIES, Chamonix, 30 novembre-4 décembre 2003.

MUNIER V. & MERLE H.. (2007) *Une approche interdisciplinaire mathématiques - physique du concept d'angle à l'école élémentaire*, Recherche en Didactique des Mathématiques, 27/3.

MUNIER V., MERLE H. & DEVICHI C. (2006) *La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel*, Repères IREM, 64, 65-84.

ROBARDET G. & GUILLAUD J.C. (1993) *Eléments d'épistémologie et de didactique des sciences physiques*, publications de l'IUFM de Grenoble.