Atelier B5

LES ENJEUX D'UN ENSEIGNEMENT DU CALCUL MENTAL A L'ECOLE.

Nicolas DE KOCKER

PIUFM, IUFM de Lorraine nicolas.dekocker@lorraine.iufm.fr

Annie GREWIS

PIUFM, IUFM d'Alsace annie.grewis@wanadoo.fr

Claude MAURIN

PIUFM, IUFM d'Aix-Marseille maurindesmaures@wanadoo.fr

Floriane Wozniak

Maître de conférences, IUFM de Lyon LEPS-LIRDHIST Lyon 1¹ floriane.wozniak@lyon.iufm.fr

Résumé

La nécessité – et l'obligation - d'enseigner le calcul mental à l'école a été réaffirmée dans les programmes scolaires mis en application à la rentrée 2002. Un document d'accompagnement lui est spécifiquement consacré. Plus récemment, la publication d'un rapport de l'Académie des Sciences, la parution d'une circulaire (n°2007-051 du 2-3-2007) et, plus généralement, de nombreux débats portant sur le calcul à l'école ont agité la communauté éducative. Le nouveau programme d'enseignement des mathématiques, qui doit entrer en application à la rentrée 2007, prévoit que « le calcul mental doit faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes » aux cycles 2 et 3. Dans un tel contexte, la COPIRELEM s'est proposée de réfléchir aux enjeux de l'enseignement du calcul mental et à sa place dans la formation des professeurs des écoles. Afin d'alimenter la réflexion sur ce sujet d'actualité, deux questions ont été abordées dans l'atelier :

- Quelle formation en PE2 (ou en FC) sur l'enseignement du calcul mental ?
- Quels savoirs enseigner dans le domaine du calcul mental ?

Lyon 1 : Institut de Recherche en Didactique et en Histoire des Sciences et des Techniques (LIRDHIST)

-

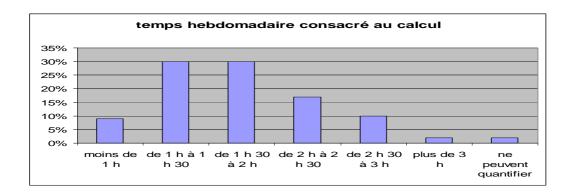
¹ Laboratoire d'études du phénomène scientifique (LEPS)

I – LE GROUPE DE TRAVAIL CALCUL MENTAL DE LA COPIRELEM

I – 1 Des constats partagés

Une récente étude de l'inspection générale avait pour objectif de « cerner la réalité de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire et d'apprécier la mise en place des programmes dans ce domaine ». Dans ce cadre, 120 classes du cycle des approfondissements ont été observées, des entretiens avec les professeurs des écoles menés et des cahiers d'élèves analysés. Le rapport qui a été rédigé, coordonné par Jean-Louis Durpaire, *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*², rend compte de cette étude.

Sans distinction des types de calcul figurant dans le programme de mathématiques, « calcul mental, calcul instrumenté et calcul posé », il est d'abord fait état du temps hebdomadaire que les professeurs déclarent consacrer au calcul en général. Nous reproduisons ci-dessous les résultats de cette enquête :



Prés de 85 % des professeurs déclarent donc consacrer entre 18 et 36 minutes par jour ³ aux activités de calcul en général. En mathématiques, les observations réalisées par l'inspection générale indiquent qu'« une séance sur trois a commencé par un temps de calcul mental alors que cet entraînement devrait être quotidien ». Ainsi, « l'absence de pratique régulière du calcul mental dans un trop grand nombre de classes » est jugée « préoccupante ».

L'inquiétude des auteurs de ce rapport semble par ailleurs confirmée par les résultats en calcul mental des élèves aux évaluations nationales. En effet, aux évaluations⁴ de septembre 2006, par exemple, 48 % des élèves de CE2 interrogés effectuent correctement la soustraction « 40 moins 8 », ce score déjà faible tombe à moins de 38 % lorsqu'il s'agit de calculer « 45 moins 9 ». En 6^e, si la situation s'améliore concernant le

² Rapport 2006-034 disponible sur l'Internet : http://media.education.gouv.fr/file/46/0/3460.pdf

³ Sur la base de 4 jours et demi de classe.

⁴ Le contenu de ces évaluations et leurs résultats sont disponibles sur l'Internet :http://evace26.education.gouv.fr/

calcul d'une différence (les trois quarts des élèves interrogés ont correctement calculé 53-8), le calcul de produits tels que 18×20 et 25×40 mettent les élèves en difficulté puisqu'ils sont respectivement 37 % et 36 % à réussir. On notera enfin aussi seulement 41 % de réussite au calcul « 60 divisé par 4 ».

I – 2 Le groupe de travail Calcul mental de la COPIRELEM⁵

Un document d'accompagnement des programmes en calcul mental⁶ est disponible, il reste relativement méconnu des enseignants, et leur semble, en l'état, difficilement exploitable (malgré une bibliographie conséquente).. De fait, les pratiques de classe se limitent souvent à des séances stéréotypées du type *procédé la Martinière* et constituent des activités d'entraînement ou d'évaluation et non des séances de construction des connaissances.

C'est dans ce contexte que la COPIRELEM prépare actuellement une brochure sur l'enseignement du calcul mental à l'école élémentaire. Cette brochure a pour but d'accompagner les professeurs des écoles dans la prise en charge d'un enseignement du calcul mental. Plusieurs questions se posent alors sur les conditions facilitatrices de l'intégration de telles séances dans les pratiques des professeurs. Une réflexion, toujours en cours, sur son contenu précis nous a conduits à penser qu'il serait nécessaire de clarifier pour chaque niveau d'enseignement :

- les contenus mathématiques à élaborer, en explicitant les compétences à acquérir et les techniques (ou « règles ») que les élèves devraient connaître ;
- les organisations didactiques à mettre en place, en inventoriant les types de séances et les supports envisageables.

Des questions subsistent néanmoins, que nous avons souhaité partager avec les participants de l'atelier, notamment celles concernant l'institutionnalisation des « connaissances » ou « capacités ». Quelle place pour une trace écrite ? Comment pourrait-elle être recueillie, sur quel support, sous quelle forme ? Un « cahier de règles » pourrait-il être construit, avec quelle modalité, pour quel usage ?

Enfin, comment tisser des liens, qui nous paraissent essentiels, avec le calcul posé, le calcul sur les mesures de grandeurs, la résolution de problèmes, etc. ?

On trouve quelques éléments de réponse à ces questions dans le texte du programme d'enseignement des mathématiques paru en avril 2007. Ainsi, au cycle 2, est-il conseillé que « les maîtres alternent les moments d'entraînement et ceux qui permettent de concevoir des méthodes et de comparer leur efficacité » de sorte que « La mise en place de « points d'appui » constitue un objectif important ». Cette idée d'explorer le champ des possibles et d'en dégager la technique jugée la plus performante est d'ailleurs reprise pour le cycle 3 : « le maître prend le temps de comparer avec les élèves diverses

⁵ Les membres de ce groupe, outre les auteurs de cet article, sont : Magali Hersant, Catherine Houdement, Michel Jaffrot, Gaby Le Poche, Pascale Masselot, Louis Roye, Patrick Wieruszewski, Claire Winder, .

⁶ Disponible sur l'Internet : http://www.cndp.fr/archivage/valid/68718/68718-10580-14939.pdf

méthodes, de voir lesquelles sont les plus efficaces et de les analyser en vue de leur systématisation ».

II - CONTENU DE L'ATELIER

II – 1 Une première approche du calcul mental : types de calcul et supports

François Boule définit le calcul mental comme « un calcul sur les nombres plutôt que sur les chiffres »⁷ Plutôt que d'en donner une définition en compréhension, nous allons nous risquer à en proposer une en extension, en revisitant quelques idées communes. Il ne peut être réduit à « un calcul de tête » au regard des programmes (on peut utiliser l'écrit). Nous ne pouvons pas non plus parler de « calcul optimisé » puisque les procédures mises en œuvre pour obtenir un résultat dépendent des connaissances de chacun (il est donc optimisé pour soi). Dans ce contexte, où la part des savoirs personnels mobilisables est importante, il est difficile de parler de « procédures expertes ». Tout au plus, on peut viser à faire évoluer les stratégies utilisées vers plus de rapidité et de fiabilité. Il n'est pas, par ailleurs, uniquement question de calcul sur les nombres, hors de tout contexte de situation, puisqu'il peut concerner la résolution de problèmes.

Finalement nous définirons le calcul mental comme une expression qui permet d'obtenir un résultat par un calcul effectué de tête ou à l'aide de l'écrit, mais qui n'utilise pas systématiquement les algorithmes posés.

Dans le cadre limité de cet atelier, nous avons choisi, comme support de discussion, d'expliciter par des exemples deux types de calcul – le calcul réfléchi et le calcul automatisé – en fonction des moyens mis en œuvre pour les réaliser.

Nous reprenons ici les terminologies, parfois mal définies, utilisées dans les textes institutionnels. (Le calcul mental étant déterminé par les parties grisées)

⁷ BOULE, F. *Performances et démarches de calcul mental au cycle 3*, Thèse, Presses Universitaires du Septentrion, 59654 Villeneuve d'Ascq, 1997

	TYPE DE CALCUL	TYPE DE CALCUL
MOYEN	Calcul réfléchi	Calcul automatisé
Papier/ crayon	Détailler par écrit les différentes étapes d'un calcul réfléchi ou d'un arbre à calcul ex : 35+17 = 30+5+10+7	Effectuer un calcul posé en appliquant une technique opératoire connue.
« De tête »	Effectuer un calcul de tête ex : 11 fois 15	Réciter les tables, avoir recours à des résultats mémorisés
Calculatrice	Utiliser le calcul comme auxiliaire dans la conduite d'une procédure ex : trouver trois entiers consécutifs dont la somme est 72	Utiliser la calculette dans sa fonction classique d'outil de calcul.

Quelques remarques doivent cependant être faites. D'une part, nous avons fait le choix de ne pas aborder dans l'atelier la difficile question du calcul approché qui pourrait faire l'objet, à lui seul, d'un atelier complet. D'autre part, il ne s'agit pas, au travers de ce tableau, de proposer une typologie des types de calcul qui soit exhaustive masquant ainsi la complexité de la tâche «calculer». En effet, il y a bien recours à une multiplicité de types de calcul pour effectuer un calcul donné. Ainsi, par exemple, le calcul réfléchi s'appuie nécessairement sur le calcul mémorisé : il ne peut y avoir de calcul réfléchi sans mise en œuvre de résultats mémorisés. Pour calculer 12×15, on pourra utiliser une technique de calcul réfléchi qui est le recours à la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition $10 \times 15 + 2 \times 15$, puis utiliser les résultats mémorisés de chacun des produits 10×15 et 2×15 avant de les ajouter pour trouver le résultat 150 + 30 = 180. De la même façon, la mise en œuvre des techniques opératoires des opérations posées requiert à la fois du calcul réfléchi et du calcul automatisé. Enfin, le calcul réfléchi repose toujours sur des choix, il est donc nécessaire de développer des savoirs qui permettent de faire ces choix. Aussi, nous reprendrons à notre compte l'amusante formule d'Alain Descaves qui participait à cet atelier : le calcul mental doit être, dans le cadre du calcul réfléchi celui qui « ne prend pas la tête ».

II – 2 La question de la formation en PE2

Comme support à la réflexion sur la formation des professeurs des écoles à l'enseignement du calcul mental, nous avons proposé aux participants une organisation mathématique de la table de Pythagore en conformité avec les programmes d'enseignement des cycles 2 et 3.

Elle repose d'abord sur les faits numériques connus à l'issue du cycle 2, d'autre part sur les propriétés de la multiplication.

À l'issue du cycle 2, le résultat des multiplications par 2, 5 et 10 est connu. Ils sont représentés dans le tableau par « C2 » sur fond gris. Il reste donc 36 cases à remplir dans ce tableau lorsqu'on entre au cycle 3. La commutativité de la multiplication nous conduit à remarquer qu'il ne reste alors qu'à déterminer les 6 résultats sur la diagonale (cases notées D) et les 15 autres résultats notés A :

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2		C2	3		C2		C2	(2	C2	
3		C2	D	A	C2	A	A	A	A	C2
4		C2		D	C2	A	A	A	A	C2
5		C2	C2	C	C2	C2	C2	C2	C2	
6		C2			C2	D	A	A	A	C2
7		(2			(2		D	A	A	C2
8		C2			C2			D	A	C2
9		C2			C2				D	C2
10		C2			C2					C2

Pour compléter la table, nous pouvons utiliser les quadruples ou les « double du double ». On peut ainsi remplir 12 cases supplémentaires représentées dans le tableau par « Q ». En utilisant alors des faits numériques connus et par « proximité » additive, on peut utiliser le fait que « multiplier par 3, c'est multiplier par 2 et ajouter une fois le terme ». Voilà 10 cases supplémentaires remplies, représentées par « T ». En utilisant le fait que « 6 est le double de 3 » ou que « multiplier par 6, c'est multiplier par 5 et ajouter une fois le terme », on peut remplir 8 nouvelles cases, représentées par « S ». Il reste alors 3 cases sur la diagonale et 6 cases pour lesquelles on peut utiliser la commutativité de la multiplication pour 3 d'entre elles.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2		C2	3	Ø	C2	8	2	8	8	C2
3		C2	Т	Q	C2	Т	Т	Т	Т	C2
4		(2	Q	Q	C 2	Q	Q	Q	Q	C2
5		C2	3	8		C2	(2	C2	C 2	C2
6		C2	Т	Q	C2	S	S	S	S	C2
7		C2	Т	Q	C2	S				C2
8		C2	Т	Q	C2	S				C2
9		C2	Т	Q	C2	S				C2
10		C2	Т	Q	C 2	S				C2

Une fois présentée cette organisation mathématique de la table de Pythagore nous avons demandé aux participants de concevoir une (ou plusieurs) séance(s) de formation initiale ou continue qui prendrait appui sur une telle organisation pour travailler sur l'enseignement du calcul mental à l'école. On trouvera en annexe les 7 affiches qui ont ainsi été produites.

III - DEBAT

Dans la deuxième partie de l'atelier, les débats entre les participants ont été riches, constructifs et respectueux des points de vue de chacun. Il est impossible de les retranscrire dans leur intégralité, mais quelques idées peuvent en être extraites.

III – 1 A propos de la table de Pythagore :

Elle ne se construit pas en une seule séance, la progression n'est pas linéaire, on n'écrit pas forcément les produits par 3 après la ligne des produits par 2. Il faut installer tout un environnement de faits numériques avant d'arriver à la table de Pythagore qui apparaît alors comme une organisation et une présentation de résultats préétablis.

La table est une structuration en dimension 2 de certains faits numériques et donc un outil utile, elle a aussi un statut social : elle dit qu'à un moment donné, dans la classe, un travail a été fait et des savoirs ont été construits.

Une fois construite la table pourrait presque être abandonnée, elle n'est pas un but en soi. Il faut la regarder comme un milieu au sens de Brousseau, se poser de nombreuses questions à son propos, chercher à la prolonger, la lire dans tous les sens...

Les organisateurs de l'atelier partagent la plupart de ces propositions, la table de Pythagore et l'organisation mathématique qui lui est associée dans la présentation de l'atelier n'avaient été choisies que comme point d'entrée d'une séance de formation en PE2 et non comme objet d'étude.

III - 2 A propos des points d'appui souhaitables :

Une grande prudence s'est fait jour autour de l'idée de règles. Le danger de scléroser le calcul réfléchi par une liste trop importante de règles à apprendre a été soulevé.

Il ne faut pas vouloir toujours tout reconstruire, il faut aussi mémoriser. La reconstruction de certains résultats ne doit être perçue que comme un moyen de secours en cas de défaillance de la mémoire.

Si on met trop de choses dans un cahier de règles on ne s'en sert plus. Si on note toutes les façons de faire on risque de noyer les élèves. C'est la quantité de calculs que les élèves font en 15 minutes qui importe davantage.

Il convient de déclencher des procédures de calcul sur de petits nombres pour ensuite, s'attarder davantage lorsque les calculs deviennent plus difficiles.

Faire du calcul réfléchi nécessite de faire des choix, si on veut permettre à l'élève de choisir il faut lui enseigner plusieurs procédures pour un même calcul.

La trace écrite à un moment donné est importante parce qu'elle donne du sens et peut rassurer certains élèves, mais il faut penser un cadre d'écrits évolutifs. Il y a des écrits transitoires et des écrits qui doivent rester. Tout le problème est de faire vivre ces écrits dans la classe.

BIBLIOGRAPHIE

BONNET, N. (2003). Multiplication en ZEP, in Concertum tome 1. ARPEME, 227-245.

BOULE, F. (1997). Le calcul mental à l'école. IREM de Bourgogne.

BOULE, F. (1998). Etapes du calcul mental. *Grand N*, 62,15-34, IREM de Grenoble. .

BOULE, F. (2002). Le calcul mental, constructeur et révélateur des représentations numériques à l'école, in *Nombres et calculs à l'école primaire*. IREM de Lille.

BUTLEN, D., PEZARD, M. (1992). Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs : une expérimentation du CP au CM2. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 12(2/3), 319-368.

BUTLEN, D., PEZARD, M. (1999). Pratiques de calcul mental, production collective d'écrits mathématiques et résolution de problèmes numériques à l'EE et au collège, 97-123, in *Actes 26^e colloque COPIRELEM Limoges*.

BUTLEN, D., PEZARD, M. (2000). Calcul mental et résolution de problèmes au début du collège. *Repères IREM* 41, 5-24

BUTLEN, D., PEZARD, M. (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 23(1), 41-79.

Clavié, C., Peltier, M.-L, Auber, P. (2005). Calcul mental au cycle 2 : Des activités pour un entraînement quotidien. Paris : Hatier

CLAVIE, C., PELTIER, M.-L. (2005). Calcul mental au cycle 3 : fiches photocopiables. Paris : Hatier.

LETHIELLEUX, C. (1992). Le calcul mental au cycle des apprentissages fondamentaux (CP/CE1). Paris : Armand Colin, Pratiques Pédagogiques.

LETHIELLEUX, C. (1993). Le calcul mental au cycle des approfondissements (CE2,CM1,CM2). Paris : Armand Colin, Pratiques Pédagogiques.

MINISTERE DE L'ÉDUCATION NATIONALE. (2005). Le calcul mental à l'école primaire. In *Document d'accompagnement des programmes de Mathématiques*. Editions SCEREN-CNDP, 32-43. Disponible sur l'Internet :

http://www.eduscol.education.fr/D0048/calcul_mental.pdf

ANNEXES

Voici les sept affiches – dont la forme a été conservée – produites par les participants à l'atelier.

Affiche 1

- 1) Appropriation des propriétés de la table de Pythagore par les PE2
- jeu de Pythagore
- jeu de coloriage (résultats apparus 1 fois, 2 fois, 3 fois, etc.)

Synthèse

- symétrie → commutativité
- passage d'une colonne à l'autre

d'une ligne à l'autre

- différentes décompositions multiplicatives d'un nombre
- 2) Aides à la construction de la table pour les élèves (travail de recherche par groupes)
- connaissances au cycle 2 ? (le point à partir des programmes)
 - multiplication par 2, par 5, par 10
 - commutativité
- utilisation de ces connaissances pour compléter la table ?
 - multiples de 4
 - multiplication par 3
 - multiplication par 6 ...
- quelles activités avec les élèves pour retrouver certains résultats ?
- 3) Construction par les PE2 d'une séquence (progression, activités, objectifs)

Consigne

1. Vous ne connaissez que les tables de 2 et de 5. Quelles cases de la table de Pythagore pouvez-vous remplir ?

Quelles propriétés utilisez-vous pour compléter la table ?

2. En faisant les calculs les plus simples possibles et en utilisant les faits numériques précédemment construits, quelles cases pouvez-vous encore remplir ?

Explicitez vos calculs.

3. Est-ce que la démarche que vous avez utilisée est transposable avec les élèves ?

Sous quelles conditions?

Comment la transformer pour y parvenir?

Affiche 3

1) Remplir toutes les cases qu'un élève de fin de cycle 2 est sensé connaître.

(Objectif: vérifier la connaissance des programmes par les PE2).

2) Chercher à remplir le maximum de cases restantes à partir des cases déjà remplies et en explicitant la démarche suivie.

<u>modalité</u>: recherche individuelle puis mutualisation par groupes de 3 ou 4 en vue de la fabrication d'une affiche qui répertorie les stratégies suivies.

- 3) Mise en commun : élaboration d'une liste de propriétés mises en évidence.
- 4) Demander de concevoir par groupes des exercices de calcul réfléchi destinés à des élèves de cycle 3 mettant en œuvre ces propriétés.
- 5) Réflexion autour de la conception d'une séance avec leurs élèves ayant pour objectif de faire construire la table à partir des résultats du cycle 2 mémorisés et sans utiliser l'addition itérée.

Objectifs:

- 1) Prendre conscience que l'apprentissage au cycle 3 des tables obéit à des règles algébriques (commutativité, associativité, distributivité) et à des connaissances antérieures (cycle 2).
- 2) Donner des outils aux PE pour élaborer des situations d'apprentissage (en cas d'échec à l'automatisation) relatives au calcul automatisé.

Mise en œuvre :

- (A) poser deux questions :
- 1) Quels sont les 3 « calculs » parmi la table de Pythagore que vous connaissez le moins ?
 - 2) Quels sont les plus simples pour vous et pourquoi ?

Mise en commun

- Bilan des réponses : premières visualisations sur la table avec couleurs
- Pourquoi ces résultats ?
- 1) appui sur des connaissances antérieures (cycle 2) : tables 2, 5 et 10.
- 2) procédures mettant en œuvre certaines structures algébriques.

[objectif 1 mis en évidence par la grille proposée dans cet atelier B5]

- (B) Comment utiliser ces remarques pour une situation en classe?
- travail en groupes avec production d'affiches
- mise en commun et bilan (pour objectif 2)

<u>Remarque</u>: utilisation du vidéoprojecteur ou rétroprojecteur pour les phases d'institutionnalisation faîtes au fur et à mesure.

<u>Pour NOUS</u> : la table de Pythagore est un OUTIL pour RÉFLÉCHIR pas un OUTIL pour MÉMORISER.
Questions préalables pour NOUS :
1) À quel « moment » l'introduire ? (exigible du cycle 2)
2) Quelle est la « fonction » de cette table ?
Quelle(s) ÉVOLUTION(S) ?
3) Qu'est-ce qu'on peut tirer (de la table) pour QUESTIONNER les NOMBRES et les propriétés de structure ? 4)
<u>Quelques pistes</u> (en vrac):
* dans la table, combien de produits distincts pour obtenir n (dans la table) et m ($\underline{\text{non}}$ dans la table)
* « dépasser » la table, notion de multiples et diviseurs
* jouer : trouver des activités
\ast « s'interroger » sur la place de la table dans la problématique de la <u>PROGRESSION</u> (dans tous les domaines).

Objectifs

- * utilisation des programmes
- * émergence des propriétés arithmétiques
- * construction d'une programmation pour le cycle 3

Support: grille vierge, à compléter

Déroulement

- 1) Individuellement, construire la table de Pythagore en indiquant :
 - l'ordre de remplissage
 - les cases obtenues par mémorisation
 - les procédures employées pour les autres (dans chaque case)
- 2) Confrontation de quelques productions. Débat.

Place de la mémorisation et de la construction d'un résultat.

- 3) Construire une programmation de l'apprentissage des résultats de la table au cycle 3.
- 4) synthèse

Affiche 7

Le patchwork

Objectif: Construire des faits multiplicatifs à partir de faits supposés connus en fin de cycle 2.

<u>Tâches</u>:

- Trouver le nombre de carreaux de grilles rectangulaires
- Expliciter les procédures qui peuvent être mises en œuvre par des élèves de CE2.

(Bonus) • Analyser le choix des grilles proposées

Organisation:

- * classe de 24-8 groupes de 3
- * 2 groupes ont le même lot de grilles
- * 3 grilles par groupe

Choix de grilles:

Groupe 1

Calculer: 5×7 « connu »

 7×6

 7×7

→Distribution des grilles associées

Groupe 2

Calculer: 2 × 7 « connu »

 7×4

 8×7

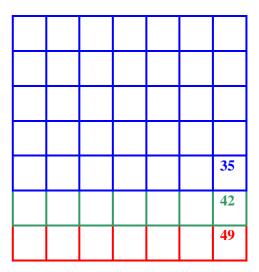
→Distribution des grilles associées

5×7 est supposé connu (7 fois 5)

 7×6 c'est 6 fois 7 donc 5 fois 7 plus 1 fois 7

5 fois 7 c'est 5×7

Écrire le résultat dans la case en bas à droite



Commentaires des animateurs de l'atelier : la séance présentée sur cette affiche 7 s'inspire d'une séance d'enseignement décrite dans la brochure de la COPIRELEM *Élém Math 2*