

APPRENTISSAGE DES SOLIDES AU CYCLE 3: PROPOSITION ET ANALYSE DE SITUATIONS PLACE DANS LA FORMATION

Jacques DOUAIRE

PIUFM IUFM de Versailles
Equipe ERMEL, INRP
Jacques.Douaire@wanadoo.fr

Fabien EMPRIN

PIUFM, IUFM Champagne Ardenne
Equipe ERMEL
Fabien.emprin@univ-reims.fr

Claude RAJAIN

PIUFM, IUFM Champagne Ardenne
Equipe ERMEL, INRP
Claude.rajain@wanadoo.fr

Résumé

Cet atelier présente des travaux sur les solides et les relations d'incidence issus de la recherche « Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3 » menée par l'équipe ERMEL de l'INRP. La question de l'appropriation par les enseignants, des problématiques et des situations est aussi abordée.

Ces dernières années, l'équipe ERMEL (INRP), formée par des Professeurs d'IUFM et des Maîtres-Formateurs de huit académies a travaillé sur les questions posées par les apprentissages géométriques au cycle 3 de l'école primaire dans le cadre de deux recherches successives : « Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3 » (1998/2001), puis « Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3 » (2001/2004). D'autres recherches récentes, auxquelles ont participé certains des membres de l'équipe, ont eu pour buts, pour l'une, d'explicitier les questions posées par la gestion des mises en commun par les enseignants débutants, et, pour l'autre, de comparer le rôle de l'argumentation dans différentes disciplines à l'école et au collège

Nous proposons pour cet atelier une réflexion et des échanges sur des travaux menés dans les classes et en formation sur le thème des solides. Nous avons choisi de privilégier ce domaine pour cet atelier, d'une part car deux d'entre nous, Fabien Emprin et Claude Rajain y ont plus particulièrement travaillé, et d'autre part, car ces questions n'avaient pas été abordées par notre équipe dans les précédents colloques de la COPIRELEM.

Cet atelier se compose de trois moments centrés sur :

- les problématiques de la recherche ;
- des questions spécifiques sur l'apprentissage des solides ;
- une analyse d'actions de formation initiale et continue.

I – PRESENTATION DE LA RECHERCHE

I – 1 Questions à l'origine de la recherche

L'enseignement de la géométrie au cycle 3 pose la question de son articulation d'une part avec les connaissances spatiales acquises antérieurement et d'autre part avec la construction progressive d'une géométrie déductive au collège. Aussi plusieurs interrogations sont à l'origine de notre recherche :

- Pour chaque concept (objet ou relation), quels aspects peuvent être abordés et quelles propriétés peuvent être institutionnalisées ? Qu'est-ce qui relève de chacun des niveaux du cycle ?
- Quelle place donner à la résolution de problèmes dans ces apprentissages, dans la mesure où nous constatons que la géométrie enseignée se réduisait parfois au vocabulaire et aux tracés ?
- Comment introduire l'usage d'un instrument de géométrie (équerre,...) ? Quand recourir à tel ou tel vocabulaire géométrique ?
- A quel type de validation les élèves du cycle 3 peuvent-ils accéder ? Les méthodes de validation des productions des élèves pouvant évoluer de la vérification pratique (superposition de figures...), au recours à la mesure, mais aussi à l'élaboration de raisonnements basés sur des propriétés mathématiques.

I – 2 Objet de la recherche

L'objet de la recherche était double :

- Analyser les compétences des élèves et conduire des investigations plus précises sur le rôle de l'utilisation de l'argumentation dans la construction des connaissances.
- Élaborer des dispositifs d'enseignement pour l'ensemble du cycle 3 prenant en compte ces connaissances initiales, spatiales ou géométriques, ainsi que les significations des concepts, et recourant à la résolution de problèmes.

I – 3 Éléments de méthodologie

Élaborer des réponses à ces questions nous a conduit à :

- Analyser le savoir géométrique, en particulier les significations des différentes notions (objets, relations et leurs propriétés) et les problèmes susceptibles de développer l'apprentissage de ces notions, en nous appuyant sur des travaux existants.

- Repérer les connaissances initiales des élèves.
- Organiser l'enseignement sur l'ensemble du cycle en privilégiant pour les deux premières années du cycle, l'étude des objets géométriques à partir de celle des relations.
- Élaborer des situations didactiques et les expérimenter dans de nombreuses classes de différentes académies et de divers milieux sociaux. Ces expérimentations qui se sont déroulées sur plusieurs années ont conduit à des modifications des situations (et des abandons...) liées aux résultats obtenus et aux questions émergentes.
- Rédaction de ces propositions pour les enseignants et les formateurs.

I – 4 Articulations avec les connaissances spatiales des élèves

Les connaissances spatiales concernent l'espace sensible ; elles permettent à l'enfant de maîtriser ses rapports usuels avec cet espace, rapports qui sont contrôlés par la perception. Liées à l'expérience, elles s'acquièrent à l'école depuis la maternelle (repérage, positions relatives d'objets, parcours...), mais aussi pour certaines d'entre elles en dehors de tout enseignement. Les connaissances géométriques portent sur des objets idéaux, mais qui ont des représentations dans l'environnement familier des élèves. La géométrie entretient donc des liens complexes avec l'espace physique qui nous entoure. Ce double aspect de la géométrie : modélisation de l'espace sensible et théorie mathématique composée d'un ensemble d'énoncés, est présent dans la géométrie enseignée au cycle 3 : les élèves peuvent élaborer ou utiliser des modélisations de situations spatiales à l'aide de dessins ou de tracés, cette modélisation pouvant ou non s'appuyer sur des relations géométriques. Cet espace sensible étant analysable en différents espaces : le micro-espace, le méso-espace, le macro-espace¹.

En outre, quand des objets théoriques sont représentés par l'élève sur sa feuille de papier, ou quand il schématise des objets du monde sensible, l'élève travaille dans un domaine bien particulier, que nous appelons le domaine spatio-graphique. Il s'agit d'un espace que l'élève contrôle, en partie du moins, par la perception et qui est constitué à la fois d'un ensemble d'objets spatiaux, d'un ensemble de représentations d'objets de l'espace sensible et d'un ensemble de représentations des objets théoriques. Dans les activités que nous proposons, nous utiliserons le domaine spatio-graphique à la fois comme domaine de représentation d'objets théoriques (sans pour autant vouloir dire que les élèves sont dans la théorie) et comme un domaine de représentations d'objets spatiaux usuels. Dans certains cas, le domaine spatio-graphique pourra être alternativement le « papier-crayon » et l'écran de l'ordinateur (ce dernier pouvant avoir des caractéristiques spécifiques).

Nous proposons un travail effectif dans l'espace sensible qui permet d'y développer des significations importantes des concepts géométriques (par exemple, le contrôle d'un alignement par la visée). Certains problèmes peuvent être résolus par une modélisation sur la feuille de papier, que cette modélisation soit à la charge de l'élève ou fournie par le maître. Les connaissances géométriques sont alors enrichies en devenant des outils

¹ En référence aux travaux de R. Berthelot et M.-H. Salin

nécessaires à la résolution de problèmes spatiaux. Toutefois nous pensons que le recours au méso-espace pour motiver l'étude d'une notion peut générer des procédures qui ne sont pas transférables dans le domaine spatio-graphique. Par conséquent, la modélisation de situations dans le méso-espace ou le macro-espace ne constitue pas pour nous, par principe, un passage obligé : les progressions dans l'étude des connaissances géométriques sont en relation avec les significations des notions étudiées et leur organisation, et pas simplement avec les expériences sensibles potentielles. Des activités sont néanmoins proposées dans l'espace usuel (de la cour ou de la classe) de façon à confronter les élèves avec les connaissances particulières se rapportant à la maîtrise de ces espaces.

I - 5 Objets et relations

Les constituants des savoirs géométriques sont notamment :

I – 5.1 Les objets

Les « objets » : un point, un segment, une droite, un rectangle, un pavé... termes qui peuvent désigner aussi bien des objets théoriques que des objets matériels existant dans l'espace sensible, ou qui peuvent être spécifiques de la théorie (segment) ou de l'espace (trait, bord). Par ailleurs, certains objets (droite) n'ont d'existence que dans la théorie.

Une simple étude d'un objet spatial ne sera pas très riche si les relations entre les éléments le composant ou entre cet objet et d'autres n'interviennent pas dans la résolution de problèmes. Par exemple, un cube peut être étudié du point de vue :

- de ses faces, de ses arêtes, de ses sommets, des relations que ces objets entretiennent entre eux dans le cube
- de ses relations avec d'autres objets, qui ne sont pas des cubes (d'autres polyèdres par rapport à leur nombre de faces), ne sont pas des polyèdres, ou sont d'autres cubes que le cube étudié (comparaison des faces, des arêtes...).

Aussi, nous avons fait le choix d'organiser les apprentissages en entrant par les relations, parce que nous estimons que c'est un moyen d'inciter les élèves à passer :

- du global à l'analytique pour la résolution de problèmes, ce que la simple description des objets perçus n'induit généralement pas ;
- du spatio-graphique au « théorique » parce que l'évidence spatiale est moins présente et que les jugements « théoriques » sont nécessaires.

I – 5.2 Les relations

Ce terme est pris dans son sens habituel en mathématiques et désigne des liens de la théorie pouvant exister entre les objets. Pour chaque relation, nous distinguons plusieurs significations qui peuvent faire appel à des propriétés du domaine théorique. Prenons l'exemple du parallélisme. Deux droites distinctes sont parallèles :

- si elles n'ont pas de point commun (incidence) ;
- si leur écart est constant (distance) ;
- si elles ont la même direction ou si elles ont la même orientation par rapport à une droite donnée (angle) ;

- si elles ont une perpendiculaire commune (perpendicularité) ;
- si l'une est l'image de l'autre par une translation ;
- si elles sont supports de côtés opposés d'un quadrilatère familier...

Nous ne pensons pas qu'il suffise de résoudre des problèmes relevant de chacune des significations d'une relation (et encore moins d'une seule !) pour en garantir l'acquisition. C'est pourquoi il nous a fallu compléter ce travail, en proposant, essentiellement au CM2, des problèmes de synthèse qui sollicitent plusieurs de ces relations ou qui sont relatifs aux propriétés des objets ; mais cet apprentissage suppose aussi de découvrir et de stabiliser, au cours de l'étude d'une relation, un vocabulaire spécifique, des propriétés, des techniques instrumentales, qui sont rencontrés ou institutionnalisés selon les situations.

Si l'ensemble des situations d'apprentissage que nous proposons est organisé autour des relations sur les deux premières années du cycle, cela ne veut pas bien sûr dire que les objets du plan sont oubliés. Les propriétés des objets sont analysées au CE2 et au CM1 dans le cadre du travail sur les relations et ils sont étudiés, pour eux-mêmes, plus systématiquement au CM2. En effet, nous pensons que les différents savoirs concernant les objets et les relations ne peuvent être appris indépendamment les uns des autres

I - 6 La question de la validation

Comme nous l'avons énoncé au début de cet atelier, les « géométries » rencontrées au cycle 3 diffèrent par le type de connaissances mais aussi par les types de validation spécifiques à chacune : la validation pratique (par exemple, plier ou déplacer deux figures pour vérifier qu'elles sont superposables), le recours à des mesures, le recours à des raisonnements et à des propriétés. La simple perception, ou le recours à une validation pratique ne remettent pas toujours en cause des procédures erronées pouvant aboutir à des productions apparemment satisfaisantes ; en effet, les élèves en restent parfois à l'évidence de la perception visuelle ou interprètent des erreurs comme n'étant que des imprécisions de mesure ou de tracé. De plus, une production erronée peut être seulement le résultat de difficultés techniques de tracés malgré un recours explicite à des connaissances appropriées,

Au cycle 3, plusieurs types de preuve vont donc coexister, parfois chez le même élève, en fonction de la situation. L'objectif ne nous semble pas tant d'éliminer les critères liés à la validation pratique que de permettre aux élèves d'appréhender les différences entre ces preuves.

Par ailleurs, les procédures de résolution réellement utilisées sont parfois difficiles à formuler par les élèves car elles s'appuient non seulement sur des techniques, en relation ou non avec des savoirs institutionnalisés dans la classe, mais aussi sur des images mentales, des actions ou des gestes fugaces dont ils n'ont pas toujours conscience. Le passage à une validation fondée sur les propriétés (la réponse à la question « Est-ce que c'est juste et pourquoi ? ») ne peut pas toujours être obtenue par l'explicitation des procédures. Les élèves doivent alors recourir à un discours en partie dégagé de l'action et qui mette en évidence les relations ou les propriétés. C'est alors qu'il nous paraît nécessaire de mettre en place des débats argumentatifs entre les élèves pour discuter de la validité des réponses obtenues en différant la validation pratique.

Il nous paraît donc utile de différer la validation pratique et de commencer la phase de validation par un débat sur les productions. La fonction des « mise en commun » est de permettre aux élèves de formuler leurs résultats, et donc d'en prendre conscience, de préciser, à la demande, les termes employés, mais aussi de critiquer leurs solutions et celles des autres élèves, c'est-à-dire de juger par eux-mêmes de leur validité. La validation qui s'appuie sur l'analyse, permet donc, dans certains cas, de remettre en cause une conception ou une procédure et ainsi de développer ou réinvestir une connaissance ou une procédure.

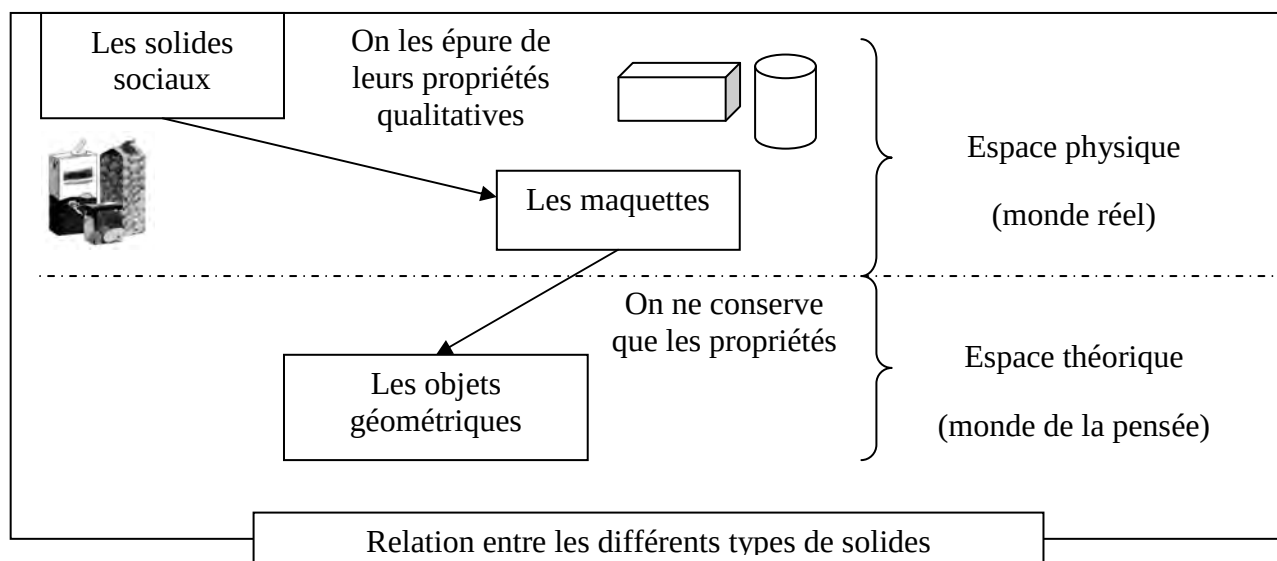
Notre recherche nous a donc conduits à expliciter des questions posées par cette coexistence et à élucider des choix concernant la validation proposée dans les situations didactiques, en particulier relativement aux limites de la validation pratique et aux difficultés liées à la critique des procédures. Nous avons aussi expérimenté des situations rendant possible, voire pour certaines nécessaire, le recours à une validation fondée sur des raisonnements et dégagée de la mesure.

II – APPRENTISSAGE DES SOLIDES AU CYCLE 3, PROPOSITIONS ET ANALYSE DE SITUATIONS.

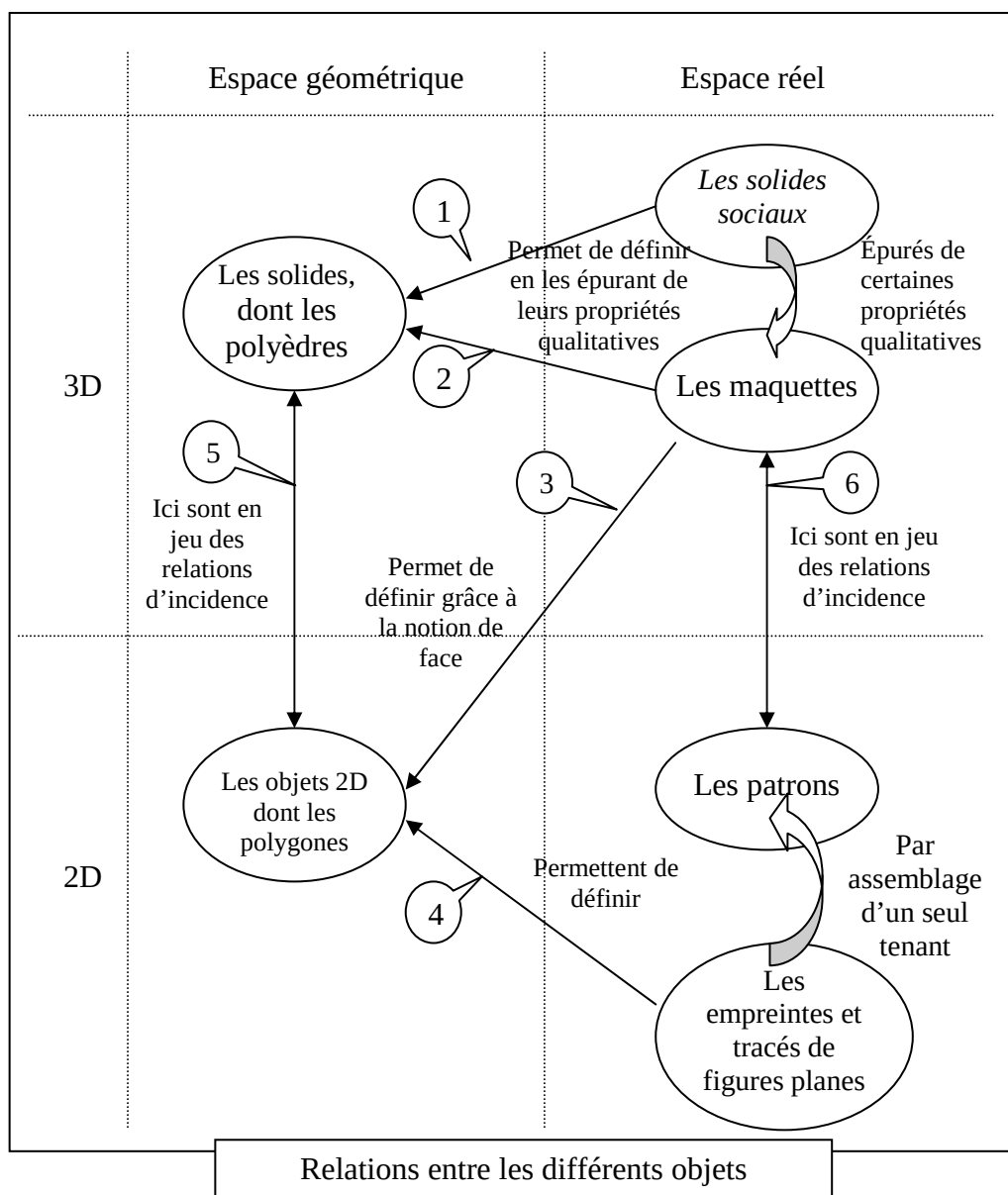
II – 1 Précisions concernant le 3D

Rappelons d'abord quelques termes qui permettent d'identifier les objets sur lesquels les élèves travaillent et les obstacles qui y sont associés.

- Nous parlerons de solides, en conservant le sens physique du terme, pour décrire tous les objets matériels en trois dimensions. On peut en donner la définition suivante : au cours de tous les déplacements, la distance entre deux points quelconques d'un solide est constante ; en fait, il s'agit d'objets matériels rigides. Parmi ces solides, nous distinguerons les solides sociaux et les maquettes.
- Nous parlerons de solides sociaux pour les objets qui existent dans le monde physique environnant : les boîtes, les emballages, les meubles, les constructions, etc...
- Les maquettes peuvent être considérées comme des représentations d'objets mathématiques ou comme un solide social épuré de propriétés qualitatives. Pour élaborer ces objets, on a cherché à éliminer un certain nombre de propriétés, en particulier son usage, son contenu, etc. On demandera aux élèves de faire également abstraction de la matière et de la couleur.
- Les objets mathématiques sont des objets théoriques, ils sont définis comme une portion de l'espace géométrique ; parmi eux, nous trouverons les polyèdres, délimités par des faces polygonales tels le cube, les prismes, les parallélépipèdes, etc.



Le schéma ci-dessous présente les relations entre les différents objets auxquels les élèves sont confrontés. Le commentaire qui suit permet de définir les apprentissages liés au travail sur les objets 3D.



Les relations 1 et 2

Les élèves doivent s'abstraire des propriétés qualitatives des solides sociaux et des maquettes pour considérer les objets géométriques comme un ensemble de propriétés.

Par exemple, l'élève doit être capable de désigner par le terme « cube » tous les solides qui ont six faces carrées.

Ici, interviennent des propriétés « numériques », telles que le nombre de faces, de sommets, d'arêtes (d'ailleurs régies par la relation d'Euler $s + f - a = 2$ avec s nombre de sommets, f de faces et a nombre d'arêtes).

L'élève doit être capable de caractériser les solides aux moyens de ces propriétés numériques et de la nature des faces.

Les relations 3 et 4

Il s'agit de définir les polygones comme faces des polyèdres.

Cette approche a plusieurs avantages :

- on diminue l'émergence des phénomènes liés à la présentation exclusive dans la feuille de papier, telle que la reconnaissance de figures par leur aspect dans une certaine position.
- dans cette approche, la figure plane n'est pas vue comme un ensemble de traits. En effet, la face du polyèdre a une frontière sans épaisseur, on se rapproche de la notion de ligne d'épaisseur nulle (une dimension). Il peut y avoir deux types d'empreintes, permettant de faire le lien avec les polygones : celle qui est obtenue en imprimant de la pâte ou du sable et celle obtenue par le tracé du contour.

Les relations 5 et 6

Les relations d'incidence sont, d'une part, les relations métriques entre les différentes faces du solide et, d'autre part, les degrés des sommets (nombre d'arêtes jointes par un sommet). Pour accoler deux faces, les côtés concernés doivent être de même longueur.

L'élève doit être capable d'identifier les faces accolées dans un solide et de déterminer que pour cela les côtés concernés sont nécessairement de même longueur.

Pour réaliser un patron, l'élève peut plier et déplier mentalement le solide (effectuer des rotations axiales dans l'espace « en acte », c'est-à-dire sans l'interpréter comme tel mathématiquement) ou encore mettre en œuvre les relations d'incidence de façon théorique.

Le travail sur les solides s'appuie donc principalement sur le travail autour de l'approche des solides par leurs propriétés mathématiques et sur les relations d'incidence, donc de la notion de patron. L'approche des polyèdres par les polygones intervient dans le travail sur les patrons sans être un axe spécifique de notre travail.

Parallèlement à cette analyse sur les relations entre objets se pose également le problème de la représentation des objets.

C'est grâce aux procédures employées par les élèves que nous allons déceler si les représentations qu'ils ont des objets sont de l'ordre du spatial (carré comme ensemble de « traits ») ou de l'ordre du géométrique (carré comme ensemble des propriétés qui le définissent). Par exemple, si un élève utilise les propriétés d'une figure pour résoudre un problème lorsque la situation n'incite pas à y faire appel, on peut penser que l'élève voit cet objet par ses propriétés géométriques.

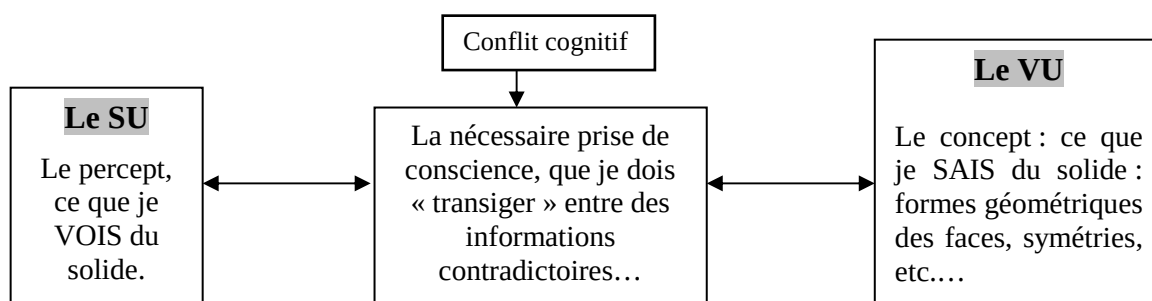
II – 2 Nos idées forces au sujet du contenu :

- Les relations « numériques » servent de passage entre les objets spatiaux et les objets idéaux.
- Le vocabulaire n'est pas une priorité, mais un outil à la communication.
- La représentation n'est pas une priorité, mais il est possible de la mettre à l'œuvre dans des situations de communication.

- Les maquettes permettent la construction « d'images mentales ».
- Le travail sur les patrons permet de proposer des problèmes intéressants (minima de papier).

II - 3 Nos idées-forces au sujet des situations:

- L'approche des concepts d'objets mathématiques en épurant les objets physiques de leurs propriétés qualitatives.
- Le travail sur les relations d'incidences et la notion de patron.
- Une approche de la représentation plane des objets 3D par la prise en charge du conflit entre le « VU » et le « SU ».(nous nous appuyons sur les travaux de F. Colmez et B. Parzysz qui proposent une analyse en fonction de deux pôles antagonistes: le « VU » et le « SU ». Le schéma ci-dessous est sensé la résumer)

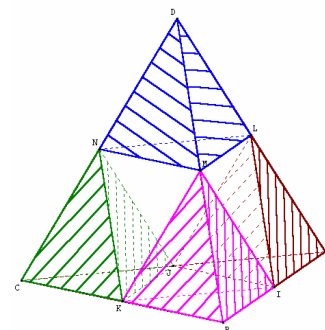
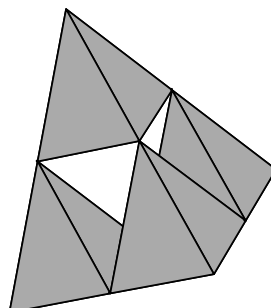


Trois types de situations:

- Des situations d'action pour résoudre des problèmes spatiaux.
- Des situations de communication ou de description.
- Des problèmes ouverts...

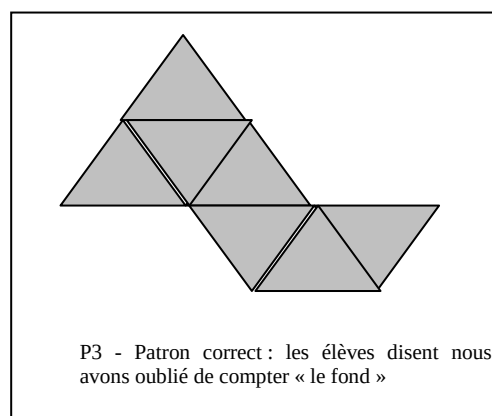
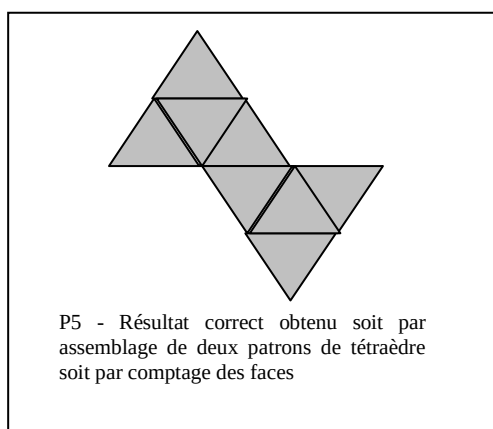
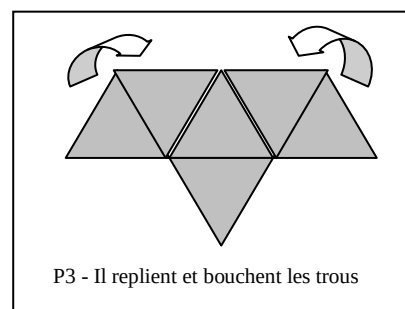
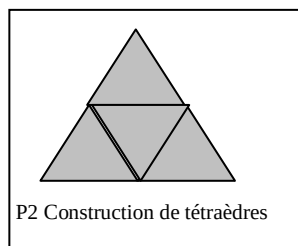
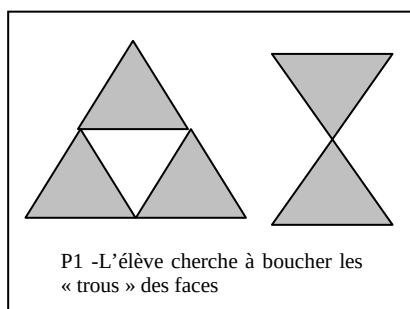
II - 4 Un exemple : « le grand tétra »

Problème : « Quatre tétraèdres posés l'un sur l'autre par les pointes, forment un grand tétraèdre avec un « trou » de forme octaédrique (cf. représentations 3D ci-contre). Il s'agit de construire le patron de ce solide « virtuel » afin de boucher le « trou ».



La situation se déroule en 3 temps :

- Les élèves font un schéma du patron qu'ils souhaitent réaliser.
- La mise en commun sert à débattre de la validité des schémas proposés.
- Les élèves recopient au propre leur patron avec un gabarit et bouchent le trou.



La spécificité de la situation :

- Situation de synthèse autour du concept de patron,
- Mise en commun préalable à la validation,
- Utilisation du schéma pour augmenter les possibles et limiter le temps de construction.

II - 5 Les autres situations:

Devinez le solide (CE2) : Trouver un solide dans un lot ; c'est une situation de communication.

Habiller le solide (CE2) : C'est trouver les bonnes faces d'un solide ; c'est également une situation de communication.

Construire un solide (CE2) : Déterminer les bonnes faces dans un catalogue afin de construire un solide identique ; c'est encore une situation de communication,

Représenter le solide 1 (CE2) : Dessiner un solide pour le reconnaître dans un lot.

Assemblons les faces (CM1) : Construire un solide à partir d'une représentation plane. Aborder la notion de patron.

Patrons de solides (CM1) : Chercher le maximum de patrons du cube.

Cube tronqué (CM1) : A partir d'un solide non-usuel, communiquer la procédure de construction à partir d'un schéma.

Boucher le trou 1 (CM1) : Trouver le solide qui bouche un trou. Faire le schéma du patron (pyramide).

Patron de pavé (CM2): Reproduire un pavé non accessible directement à l'identique.

Boucher le trou 2 (CM2): C'est l'exemple « Grand Tétra » décrit ci-dessus.

Représenter un solide 2 (CM2): C'est une situation de communication. Il s'agit de faire le schéma d'un solide afin qu'un autre puisse le construire avec un matériel donné (cette situation est sensée commencer à gérer le conflit décrit par le schéma du paragraphe II-1).

III – REFLEXION SUR L'UTILISATION DES SITUATIONS EN FORMATION

Le champ de l'analyse des formations est encore assez peu exploré, ainsi l'enjeu de cette partie est de mener une première réflexion sur l'utilisation en formation de la programmation ERMEL concernant les objets 3D. Cette réflexion est empirique et doit servir de point de départ. Nous commençons par un exemple de situation basée sur l'homologie puis nous analysons les travaux soumis par des stagiaires pour la validation de leur formation.

III – 1 Un exemple de formation par homologie – la situation « communiquer le solide »

Nous analysons en particulier le premier module de formation des PE2 du centre IUFM de Châlons en Champagne. L'exemple choisi ici est une base pour la discussion. L'analyse qui en est faite est principalement empirique, elle n'est pas issue de travaux de recherche (en particulier, elle ne se situe pas dans le cadre du travail de l'équipe ERMEL) et doit être considérée comme une expérience de formateurs. Ainsi l'enjeu n'est ni de proposer un modèle ni même de tirer des généralités de cette expérience.

En 2006-2007, le premier module de formation en didactique des mathématiques à l'IUFM de Champagne Ardenne a pour objectif de travailler sur la situation d'apprentissage. Le ou les thèmes sur lesquels portent ce module ont été laissés au choix des formateurs de chaque centre. L'évolution de la formation des PE2 et en particulier le Stage Filé (SF) ont amené les formateurs du centre de Châlons en Champagne à choisir de faire porter ce premier module sur la géométrie. En effet, la répartition des différentes disciplines d'enseignement entre stagiaire et directeur déchargé amène les stagiaires à enseigner principalement la géométrie durant ce SF. Le fait que le centre IUFM concerné n'ait que deux classes de PE2 en formation exclut un regroupement des stagiaires par cycle, le module n'est donc pas attaché à un cycle. Enfin le choix de commencer par le travail sur le 3D est guidé par deux idées : la première est pragmatique et stratégique : plus les stagiaires sont formés tôt dans l'année plus ils ont de temps pour fabriquer et récolter le matériel nécessaire au travail dans l'espace et pour mettre en œuvre cette partie du programme souvent reléguée à la fin de l'année ; la seconde est plus didactique et liée au travail de l'équipe ERMEL, c'est l'idée que le travail sur le 2D découle du travail sur le 3D, qu'il est plus simple de passer du solide à la face du solide et enfin à la figure plane. Enfin, les formateurs ont choisi d'aborder la situation d'apprentissage en commençant par les situations de communication au sens de Brousseau (1987). Ce type de situation est apparu comme plus propice à une réflexion sur les situations d'apprentissage que les autres types de situations (action ou validation). Les caractéristiques des situations de communication semblent moins subtiles à appréhender que les autres types de situations problèmes. Il semble aux

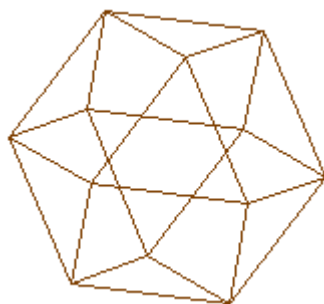
formateurs que l'a-didacticité y est plus facile à percevoir (sans pour autant que nous puissions argumenter cette idée ou l'étayer par des références théoriques).

La situation de formation proposée est une situation d'homologie au sens de Houdement et Kuzniak (1996), Kuzniak (1994). Nous explicitons le processus de formation au stagiaire en développant l'idée de situations « pas de côté ». Nous les invitons à vivre une situation en tant qu'élève, c'est-à-dire à faire un pas de côté par rapport à leur statut d'enseignant. La situation peut être plus ou moins adaptée de la situation réelle se trouvant dans le travail du groupe ERMEL. Le cas échéant, la situation est une transposition de la situation « communiquer le solide » (ERMEL - 2006). Une fois le travail réalisé, les stagiaires font à nouveau un pas de côté pour revenir en position d'enseignants et analysent la situation qu'ils ont vécue, les procédures qu'ils ont mises en œuvre. Le travail se termine par l'analyse de la situation en terme d'enjeu didactique, de compétences travaillées et de type de situations d'apprentissage. Elle peut alors déboucher sur la construction de situations pour les élèves. Dans l'exemple que nous présentons, les concepts didactiques en jeu sont principalement l'opposition entre le VU et le SU tiré des travaux de Colmez et Parzysz (1993).

La situation proposée aux stagiaires en position d'élèves est la suivante : un stagiaire est derrière le tableau avec une vue en perspective d'un solide (il s'agit d'un solide archimédien obtenu par troncature du cube : le cuboctaèdre - voir dessin 1). Ce solide est choisi suffisamment complexe pour que les stagiaires n'en connaissent ni le nom, ni les caractéristiques. Les autres stagiaires sont répartis en groupes de quatre. Dans chaque groupe, deux stagiaires ont le matériel « solide avec paille »² de Fernand Nathan et deux autres ont le matériel « Plot »³ de l'AMPEP d'Orléans-Tours. Les groupes doivent poser des questions fermées au stagiaire de façon à pouvoir construire le solide avec le matériel donné. Afin de mettre un enjeu supplémentaire et de limiter le nombre de questions, une contrainte supplémentaire est ajoutée : Les stagiaires ont 30 points au départ. Une question fermée coûte 1 point, une question numérique 3 points, une demande de validation 5 points, une question à laquelle il n'est pas possible de répondre soit par « oui » ou « non » ou par un nombre coûte 5 points. Il faut alors réaliser le solide en conservant le maximum de points. Les questions sont posées par écrit pour garder une trace de l'activité des stagiaires.

² Le matériel est constitué de pailles de différentes longueurs qui sont reliables par des sommets de différentes puissances (2, 3, 4 et 5).

³ Ce matériel est constitué de faces en cartons. Les formes présentes sont un carré, un rectangle constitué de deux carrés, un triangle équilatéral de même côté que le carré, un pentagone régulier également de même côté. Ces faces ont des bords qui permettent de les attacher par un élastique. Les polyèdres dans l'espace; les dossiers du PLOT. MARS 1987. PLOT APMEP d'Orléans-Tours.



Dessin 1 : la représentation en perspective fournie au stagiaire

III – 2 Quels enjeux pour la situation de formation proposée ?

Lors des mises en œuvre de cette situation, il apparaît invariablement des erreurs dans l'appréhension de la perspective par le stagiaire derrière le tableau. Il n'envisage pas que lorsqu'il voit un rectangle sur sa feuille, il peut s'agir d'un carré dans l'espace. Il en est de même pour les triangles isocèles dessinés qui peuvent être en fait des triangles équilatéraux dans l'espace. Alors qu'avec le matériel Fernand Nathan il est possible de construire un solide avec des rectangles et des triangles isocèles, cela est impossible avec le matériel plot. Les stagiaires sont donc confrontés à une impossibilité de construction et à un blocage de la situation. Cela amène l'émetteur à modifier des réponses. Cette situation met donc en lumière l'opposition entre le VU et le SU. Le stagiaire voit que ce sont des rectangles mais sa connaissance des solides et de la perspective doit l'amener à identifier que ce peut être la représentation en perspective de carrés dans l'espace. Au travers de cette situation, les stagiaires sont amenés à réfléchir à la notion de situation de communication, au rôle des variables didactiques (ici principalement le choix du solide pour l'émetteur et la façon dont il y accède, celui du matériel pour le récepteur et le type de communication).

Cette situation peut être considérée comme un peu « brutale » dans le sens où elle met les stagiaires en difficulté, certains peuvent même penser qu'il s'agit d'un « piège ». Certains formateurs peuvent craindre que cette situation ait des effets pervers en laissant penser aux futurs enseignants que puisque eux-mêmes ont eu des difficultés, la situation est impossible à mener avec des élèves. Ces questions font apparaître un des biais de la situation d'homologie en elle-même : quand les compétences des stagiaires sont assez proches de celles des élèves (c'est le cas pour les TICE), il risque d'y avoir confusion entre les savoirs professionnels qui sont l'enjeu de la formation et les savoirs d'enseignement. Le stagiaire, ayant à gérer en même temps les deux types d'apprentissages, n'arrive pas à prendre suffisamment de distance pour analyser le processus d'enseignement-apprentissage. Dans l'exemple que nous exposons, il ne s'agit pas d'une situation à destination des élèves, elle est transposée pour les enseignants, ce qui permet de mener une réflexion, a posteriori, sur les choix de variables pour les situations d'enseignement. La situation débouche d'ailleurs sur une production par les stagiaires d'un tableau de présentation des choix possibles dans les variables de situations de communication que nous avons intitulé mille milliards de situations en faisant référence au grand nombre de possibilités de situations différentes qu'il fait apparaître. Nous donnons deux exemples de productions des stagiaires en annexe 1 (pour des stagiaires de formation continue) et 2 (pour des PE2).

Une fois le tableau construit, les stagiaires analysent la situation tirée de ERMEL nommée « communiquer le solide ». Nous nous appuyons sur des travaux d'élèves que les stagiaires classent par type de stratégie de gestion de l'opposition VU – SU : les patrons, les vues (une ou plusieurs), les parties cachées assumées et les associations de plusieurs représentations incluant par exemple le détail du matériel

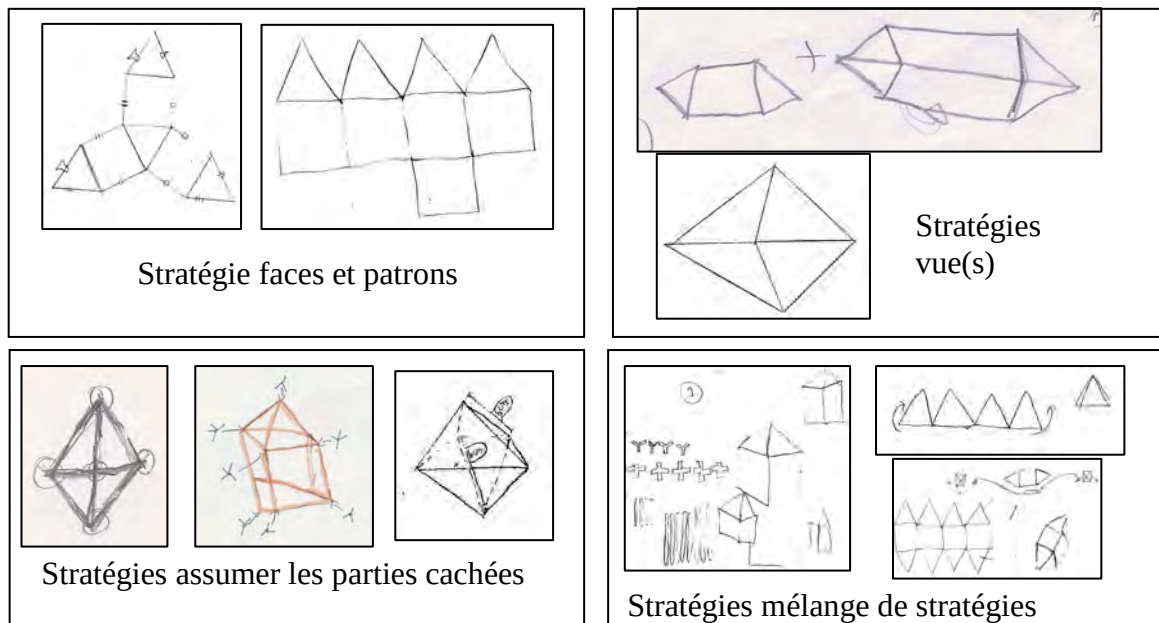


Schéma 1 : classification des stratégies de gestion de l'opposition VU – SU

Il s'agit à présent d'ébaucher une analyse de l'impact de cette formation sur les pratiques des stagiaires.

III – 3 Le travail sur le 3D dans les travaux des stagiaires

Il apparaît dans les discussions avec les stagiaires, en particulier dans le cadre des séances d'aide à la préparation des stages et dans celles d'analyse de pratique que ces derniers mettent en œuvre des situations de communication autour des solides. Les demandes de prêt de solides en témoignent également. Néanmoins, ces séances ont été assez peu utilisées comme support à la validation des compétences professionnelles et déposées dans le Carnet de Bord Informatisé (voir Communication de Lagrange et Emprin dans ces mêmes actes). Il y a 7 dépôts sur une cinquantaine environ qui concernent le 3D. Quatre travaux relèvent de l'utilisation de la grille des variables des situations de communication : deux sur le jeu du portrait en CE1 (poser des questions à un groupe d'élèves qui voient un solide de façon à le retrouver parmi un lot) et deux sur des activités de communication de solide en GS et en CP (communiquer un solide que l'on a touché dans un sac opaque de façon à ce que les autres élèves le reconnaissent parmi un lot). Deux autres travaux révèlent des difficultés à prendre du recul par rapport à l'ouvrage ERMEL. Le premier travail porte sur les patrons et le second sur une progression autour du 3D. Dans ces deux cas, les stagiaires exposent ce qui se trouve dans l'ouvrage ERMEL et éprouvent des difficultés à argumenter ces choix. Enfin un travail sur une évaluation sur les « solides » en cycle 3 est proposé. Le support, uniquement 2D, est relativement classique, les questions du formateur appelé à évaluer les compétences professionnelles montre que le stagiaire n'a pas proposé de lien entre le dispositif d'évaluation et les compétences qu'il pourrait évaluer.

PERSPECTIVES

La recherche actuelle conduite par l'équipe ERMEL porte sur deux objets en relation : les apprentissages géométriques au cycle 2, dans la continuité des problématiques et résultats de la recherche précédente menée au cycle 3 et l'analyse des apports de dispositifs s'appuyant sur des outils informatiques (logiciels de géométrie dynamique en particulier) dans les apprentissages géométriques au cycle 2 et au cycle 3.

En ce qui concerne la formation des enseignants, les travaux proposés à l'évaluation par les stagiaires sont en décalage avec notre ressenti d'une assez importante utilisation des situations de communication de solides en classe. Dans les validations, le domaine numérique est majoritairement traité. Il est difficile d'émettre des hypothèses basées sur un constat aussi limité, ainsi nous présentons quelques questions. La démarche d'homologie est-elle, comme certains le supposent, mal adaptée et induit-elle des craintes ? En particulier, le manque d'expertise souligné par la situation de formation les amène-t-ils à proposer des validations sur des domaines plus sécurisants ? L'appropriation des situations de communication est-elle malgré tout réelle pour les stagiaires ? Cela sous-entendrait que l'enjeu de la validation de l'année et la titularisation qui en découle conduisent à des stratégies de repli vers des domaines plus sécurisants mais que, toutefois, les situations de formation ont un réel impact sur les pratiques professionnelles des stagiaires. Enfin, quels dispositifs permettraient une meilleure prise de distance avec les dispositifs proposés par l'équipe ERMEL ? Nous n'avons que peu exploré le travail d'analyse de pratiques issu des travaux de Altet (2000) et Perrenoud (2002) (2003) ainsi que celui sur la formation de praticiens réflexifs en référence aux travaux de Schön (1994). Ces pistes restent donc à explorer.

ANNEXE 1 -

JEU SUR LES VARIABLES DIDACTIQUES DANS LES SITUATIONS DE COMMUNICATION DE GEOMETRIE

Stage FC

Variables de départ				type de communication		variables d'arrivée	validation
Objet choisi	Par qui est-il choisi?	Manière de prendre l'information	prise d'information	vecteur de communication	Retro control	Type de production	
<i>Les solides sont sociaux CII</i>	Maître	TOUCHER	Voir pendant la description	MIMER	oui	Réaliser un patron	Par reprise des critères.
des maquettes	élève	Voir Dessin	Ne pas voir pendant la description	Dessiner	non	Choisir parmi un lot de patrons plusieurs choix possibles	Comparaison avec le modèle.
3 vues (dessin industriel) + tard		Voir Solide	un référent qui va prendre des informations	Construire		Dessiner	
des représentations Schéma		mesurer	une personne qui décrit pour tous : l'enseignant	MODELER		Réaliser partir d'un patron (carton ou papier)	
des représentations Perspective			une personne qui décrit pour tous : un élève	Patrons		Réaliser : Fernand Nathan Travail la notion d'arête et de puissance de sommet	
Taille de l'objet, matière				Mécanos		Réaliser : Plot, Clix et Polydron Travail sur la nature des faces et les relations entre les faces	
				Assembler des solides		REALISER : MODELER	
				Questions fermées			

EN MAJUSCULE : PLUTOT C2 MAIS RIEN N'EMPECHE DE LE FAIRE EN C3 SURTOUT AU CE2

 En grisé : a priori non pris en charge par l'école élémentaire

XXXIV^e COLLOQUE COPIRELEM

DES PROFESSEURS ET DES FORMATEURS DE MATHEMATIQUES

CHARGES DE LA FORMATION DES MAITRES

ANNEXE 2

Tableau de synthèse : les variables didactiques des situations de communication

Groupe PE2 –B2 2006-2007

Objet	Emetteur			Vecteur	Rétroaction	Temps	Récepteur		Validation
	Nombre	Modalité	Prise d'informations				Nombre	action	
<u>3D</u> • sociaux • complexes • maquettes • déformables <u>dessin</u> • perspectives • vues <u>Description</u> • Écrite • orale	• seul • à 2	• choix • ou non	• vue + toucher • vue • toucher	- Parler → - Mimer → - Questions fermée - Chaîne ← - Dessin → → → - Mots limités - Ecrire → - Limiter questions (nb, points) → ← - Modelage ↔	• oui • non	• limité • non	• seul • plusieurs	• dessine • modèle • construit • (légo, clixi, plot...) • programme de construction • choisir dans un lot	• émetteur • enseignant • comparaison • prise d'informations

BIBLIOGRAPHIE

Altet M., 2000, L'analyse de pratiques : une démarche de formation professionnalisante ?, *Recherche et Formation*, n° 35, pp. 25-41

Agaut Henri-Claude., 1998, *Problèmes et milieux a-didactiques, pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier -crayon et Cabri-géomètre* Thèse, Université Joseph Fourier (Grenoble-I).

Brousseau G., 1987, « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol 7 / 2, La Pensée Sauvage.

Colmez F. et Parzysz B., 1993, Le VU et le SU dans l'évolution de dessins de pyramides du CE2 à la seconde, in *Espaces graphiques et graphismes d'espace, Recherche en Didactique des Mathématiques*, coordonné par Annie BESSOT et Pierre VERILLON, La Pensée Sauvage.

Equipe ERMEL, 2006, *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3* (609 p. Hatier).

Houdement C. et Kuzniak A., 1996, Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 16/3, La Pensée Sauvage.

Kuzniak A., 1994, Paradigmes et espaces de travail géométriques, Thèse de doctorat, Université Paris VII - Denis Diderot.

Parzysz B., 1989, Le vu et le su , *Bulletin APMEP*, n°364.

Perrenoud P., 2002, Adosser la pratique réflexive aux sciences sociales, condition de la professionnalisation, *Conférence d'ouverture École d'été des IUFM du Pôle Grand Est* Arras, 3-5 juillet 2002, Accessible en ligne : http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/textes.html lien vérifié le 07/09/07

Perrenoud P., 2003, L'analyse de pratiques en questions, *In Cahiers Pédagogiques*, n° 416, Accessible en ligne : http://www.unige.ch/fapse/SSE/teachers/perrenoud/php_main/textes.html lien vérifié le 07/09/07

Porcheron J.-L., 2005, Comparaison d'objets géométriques au cycle 3 de l'école élémentaire, *Repères IREM* n°58.

Schön D.-A., 1994, *le praticien réflexif*, traduit par Heynemand J. et Gagnon D les éditions logique. traduit de «the reflexive practitioner», (1983), basic book inc. U.S.A.