

'PROBLEMES POUR CHERCHER', QUELLE CONTRIBUTION A LA MODELISATION?

Catherine HOUEMENT

MC, IUFM de Haute-Normandie

DIDIREM Paris 7

catherine.houdement@rouen.iufm.fr

Résumé

Les programmes de 2002 mettent en avant les problèmes, notamment ceux dits « pour chercher » (MEN 2005). Le rapport IGEN 2006 rapporte que lors des séances de résolution de 'problèmes pour chercher', les problèmes choisis et les pratiques de classe sont très variées et d'impacts potentiels auprès des élèves très différents.

Ce texte pose des jalons pour une harmonisation des intentions d'apprentissage liées aux séances de résolution de 'problèmes pour chercher' et des critères de choix de ces problèmes.

Les programmes de 2002 mettent en avant les problèmes, notamment ceux dits « pour chercher » (MEN 2005). Certains comprennent cela comme une invitation à faire des « rallyes », à lancer des « défis », à introduire de l'extraordinaire dans la classe de mathématiques par exemple par le biais d'énigmes récoltées sans analyse critique (et parfois même sans intention mathématique) dans maint ouvrage ou sur maint site. Quand la séance fait partie de l'ordinaire de la classe, elle est parfois ponctuelle, sans véritable enjeu, comme le montre notamment le rapport de l'Inspection Générale (IGEN 2006).

Les interprétations des 'problèmes pour chercher' posent donc question : elles semblent faire la part trop faible à des apprentissages mathématiques.

C'est cette interrogation qui a suscité cet atelier, se limitant volontairement **aux problèmes numériques ou à traitement numérique**.

Les intentions du travail commun étaient donc de :

- faire prendre conscience aux formateurs de nos conceptions différentes des 'problèmes dits pour chercher';
- harmoniser ces conceptions notamment sur le point suivant : les 'problèmes pour chercher' sont des prétextes à mettre en jeu des connaissances mathématiques et contribuent à augmenter la culture mathématique de nos élèves ; à ce titre (réinvestir des connaissances mathématiques), les 'problèmes pour chercher' ont une place dans l'enseignement des mathématiques ; restent à déterminer leur spécificité et leurs apports ;
- poser les premiers éléments d'une organisation de ces problèmes (voire une praxéologie au sens de Chevallard) notamment en cherchant à regrouper les problèmes par type, à pointer les 'techniques' dont ils pourraient relever ; à préciser le discours à tenir sur ces techniques.

Remarquons cependant le caractère paradoxal de cette entreprise : il est d'usage de construire une technique pour d'un type de tâches routinier ; de quelle routinisation pourrait il s'agir concernant les problèmes pour chercher ? Nous verrons plus loin notre proposition : elle a à voir avec des types de raisonnement. Et quid de la technologie, discours sur la technique ? Nous faisons l'hypothèse que la technologie en jeu ne

fournirait pas là la justification mathématique de la technique, mais plutôt le mode d'emploi de la technique (technologie pratique versus technologie théorique).

Ce texte reprend et enrichit une partie de la présentation, en y intégrant des apports des participants.

I – MOTIVER ET SITUER LA REFLEXION.

I – 1 Un objet déjà ancien dans les programmes

Les 'problèmes pour chercher' ont une place particulière dans l'enseignement français : valorisés dès les années 1980 sous le nom de *problèmes ouverts* (voire *situations-problèmes*¹), ils ont donné lieu à de multiples expérimentations dans les IREM, en particulier celui de Lyon (ARSAC 1988), se sont poursuivies notamment par les *narrations de recherche* (par exemple BONAFA ET AL. 2002), analysant le travail de l'élève du côté du processus de recherche plus que du côté de la réponse au problème, avec comme objectif annoncé de développer des « attitudes »..... L'équipe ERMEL de l'INRP a produit un certain nombre d'écrits sur ce type de problèmes, soit intégrés dans des aides pédagogiques numériques par niveau d'école primaire (ERMEL post 1991), soit plus spécifiques visant un travail des élèves sur l'argumentation (ERMEL 1999).

À l'école primaire, ils existent dans les programmes depuis 1985 mais sans nom particulier... Les programmes 2002 leur donnent un nom : *Problèmes pour chercher* et leur consacre un chapitre spécifique des *Documents d'accompagnement* (2005, pages 7 à 14) qui précise l'objectif spécifique des séances qui leur sont liées, par rapport aux autres séances qui font intervenir des problèmes : « *problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général pour ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte* » (MEN 2005 page 7). Les Programmes 2002 distinguent trois autres types de problèmes selon la fonction qu'ils ont dans le projet du professeur : construire des nouvelles connaissances (exigibles en fin de cycle), les exercer et les réinvestir, mobiliser plusieurs connaissances déjà travaillées (problèmes plus complexes).

Cette explicitation nouvelle des *Problèmes pour chercher* interpelle différents acteurs (professeurs d'école, inspecteurs, formateurs...) ou collaborateurs plus occasionnels (didacticiens, mathématiciens) de l'enseignement primaire qui en questionnent les différentes interprétations (transpositions) et s'interrogent sur la légitimité de cet objet d'enseignement dans les programmes de mathématiques.

Certaines questions restent cruciales : quelle place, quelle fonction ont de tels problèmes (de telles séances autour de problèmes) dans l'institution école ? Qu'apprennent-ils ? Comment doit-on les organiser pour qu'ils apprennent des 'choses' aux élèves ? Quelles sont ces 'choses' ? Quel est le rôle du professeur dans cet apprentissage ?

I – 2 Un rapide regard sur les pratiques

Les sources de problèmes qui se disent « pour chercher » ou que les professeurs utilisent comme tels abondent, notamment sur la toile, sous la rubrique Défis mathématiques, Rallyes. Les dispositifs, organisant un jour par an des compétitions entre équipes

¹ Nous n'en dirons pas plus sur la signification de ces deux expressions : elles ont eu des sens très différents depuis 1980. C'est d'ailleurs sans doute à cause de son ambiguïté que l'expression 'situation-problème' a disparu de tous les programmes de mathématiques.

d'élèves de classes différentes participent pour les professeurs au traitement de cet objet du programme (et parfois se résument à cela).

Un rapport de l'Inspection Générale de juin 2006 fait état d'ailleurs des dérives que suscite le traitement en classe de cet objet.

Il souligne fort justement la maladresse de l'expression 'problème pour chercher' qui produit un effet de brouillage, rendant cette expression synonyme de problèmes pour lesquelles la résolution n'est pas automatique, sans nécessairement y intégrer une part de connaissances mathématiques. Dans cet esprit, il conseille, pour les problèmes en général, une typologie en quatre parties : « *Problèmes à une opération, avec étapes intermédiaires explicites, avec étapes intermédiaires trouvées par l'élève, plus complexes.* ». On sait les limites d'un tel classement : par exemple Vergnaud (VERGNAUD 1990) a montré qu'à contexte identique, des problèmes ternaires (deux nombres donnés, un troisième à trouver) relevant de la même opération et des mêmes nombres, ne présentaient pas tous la même facilité de raisonnement

Le rapport souligne l'inadaptation de la gestion de classe associée à un tel objet d'enseignement. Les professeurs restent démunis face aux questions pratiques suivantes : comment exploiter de façon constructive les erreurs des élèves, relativiser des procédures lourdes, valoriser des procédures efficaces, conclure effectivement la séance dans un cadre mathématique ?

Le rapport s'interroge finalement sur les objectifs de la présence d'un tel objet d'enseignement dans les programmes de mathématiques du primaire.

I – 3 Construire une typologie ?

L'intention déclarée des programmes 2002 avec l'expression 'problèmes pour chercher' correspond à une exploitation spécifique de problèmes pour lesquels les élèves n'ont pas a priori une procédure automatique disponible : « *développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter* » (Documents d'application des programmes Mathématiques 2002, cycle 3, page 7). On peut d'abord constater qu'il ne s'agit pas uniquement de chercher... Ces compétences doivent être à l'oeuvre quelle que soit l'activité mathématique pratiquée par l'élève. Mais il est vrai que l'injonction (présente dans les programmes depuis 1985) de faire passer tous les enseignements de mathématiques par le filtre des problèmes est encore très mal comprise.

Il est donc nécessaire de préciser les choses et les raisons des choses... : en chercher les motivations, construire des éléments de typologie....

I – 4 Quelle motivation pour ces problèmes ?

Les problèmes pour chercher sont souvent justifiés par le fait de permettre à l'élève de mener lui-même une partie de l'activité mathématique réelle du mathématicien, celle qui consiste à tâtonner, chercher, recommencer pour avancer, sans viser l'acquisition d'une connaissance notionnelle à plus ou moins long terme, ce dont se chargent les problèmes spécifiquement pensés à ces fins et dont l'idéal théorique est les situations didactiques de la Théorie des Situations. En quelque sorte ils offriraient une liberté et une gratuité que Glaeser (GLAESER1976) avait déjà pointées.

Mais justement cette liberté et cette gratuité n'est-elle pas antinomique de l'avancée des apprentissages, qui suppose qu'un savoir doit émerger explicitement (grâce à l'institutionnalisation du professeur) des situations étudiées ? Cela pose la question de l'existence dans les mathématiques des connaissances qu'il ne serait pas possible d'institutionnaliser, mais qu'il faut cependant avoir pour faire des mathématiques, et donc qu'il ne serait peut-être possible que d'apprendre par frayage, comme le souligne la production d'un des groupes de participants à l'atelier ²

En effet ces 'problèmes pour chercher' (tels qu'ils sont ordinairement proposés, isolés, avec une question déjà donnée) n'ont pas de statut stricto sensu dans les mathématiques : non pas que les mathématiciens n'en rencontrent pas, mais s'ils les rencontrent, c'est plus pour atteindre des éléments de réponse que (au moins dans un premier temps) pour analyser le processus de recherche. Actuellement les 'problèmes pour chercher' tel que décrits dans les DA 2005 restent un 'objet d'enseignement' aux contours flous.

Pourtant dans d'autres pays, ils sont revendiqués y compris par des didacticiens justement parce qu'ils motivent, de façon externe, les apprentissages mathématiques. DaPonte dans un article à paraître sur la Résolution de Problèmes au Portugal dans la revue *Zentral Blatt der Mathematik* insiste sur le côté effectivement formateur des 'problèmes pour chercher', notamment pour la participation des élèves (et donc comme une raison d'apprendre des mathématiques) et le développement de compétences transversales (capacités d'expression, d'échange, de collaboration). Il modère cependant leur impact pour mettre en réseau des connaissances, sauf pour les élèves forts.

En résumé, il pourrait, semble-t-il, s'installer un certain accord sur les **motivations externes** (aux mathématiques) des problèmes pour chercher.

- Donner un meilleur aperçu des positions respectives du professeur et des élèves vis-à-vis des apprentissages :
 - préciser un aspect du métier d'élève, pas seulement exécuteur, mais aussi contrôleur et initiateur ; on sait que cette conception du métier d'élève (agir, essayer, se tromper, contrôler) n'est pas dominante, notamment en cycle 3 ;
 - aider aussi le professeur à être d'abord un accompagnateur dans la recherche de la vérité (de la réponse exacte), pas uniquement celui qui sanctionne la réponse ou révèle la solution.
- Initier des démarches collaboratives moyennant des dispositifs adaptés : par exemples les rallyes mathématiques des origines se contentaient de faire travailler en équipes les élèves sur une liste de problèmes déterminée ; la modification qui consiste à doter chaque problème d'un quota de points qui affecte positivement le total du groupe en cas de réussite et négativement en cas d'échec, amène les élèves à changer leur rapport à la réponse (dont le groupe doit être sûr qu'elle est correcte) et à mobiliser l'équipe pour contrôler les raisonnements produits. Bien entendu ces dispositifs de rallyes gagnent à être accompagnés de séances plus ordinaires autour de tels problèmes.

² Un groupe de recherche à l'IUFM de Haute Normandie travaille sur ce thème autour de C.Castela (*Enjeux cachés d'apprentissage*).

Ces motivations externes ne sont pas négligeables, mais qu'en est-il des **motivations internes** aux mathématiques ? Moyennant l'hypothèse de travail raisonnable « pour qu'il y ait apprentissage, il est nécessaire qu'il n'y ait pas seulement des tâches isolées », quelle progression prévoir, quels problèmes choisir ? Et bien sur, quelles séances mener autour de ces problèmes ?³

II – QUELQUES HYPOTHESES DE TRAVAIL

S'intéresser à un objet d'enseignement amène d'abord à questionner sa légitimité a priori. Sans rentrer dans une recension des divers travaux qui se sont intéressés à la question, un consensus existe sur le fait que les problèmes ont globalement deux fonctions dans l'enseignement : contribuer à construire des connaissances mathématiques dans une dynamique connaissances-savoirs, fonction particulièrement pointée par les approches didactiques (BROUSSEAU 1990, BRUN et CONNE 1992, DOUADY 1986) et faire fréquenter une partie de l'activité du mathématicien, chercher, valider, fonction mise en avant par des mathématiciens (GLAESER 1976) épistémologues et des praticiens chercheurs (IREM de Lyon dès 1988).

Je souhaiterais compléter par deux apports. Julo (1995, 2002) insiste particulièrement sur le rôle que jouerait la mémoire des problèmes résolus dans la résolution de nouveaux problèmes. Il fait l'hypothèse qu'il existe trois types de structures en mémoire, qu'il appelle schémas. Les schémas de type 'cas' seraient formés des traces sémantiques en mémoire de problèmes particuliers ; la théorie des situations, par les situations fondamentales, viserait une installation de tels problèmes, en contrôlant la qualité de leur adaptation au savoir visé. Les schémas de type 'regroupement' fonctionneraient avec des critères de surface et de nature pragmatique (par exemple les problèmes d'achats dépenses). Enfin le troisième type, les schémas de type 'abstrait', s'appuierait sur des analogies structurales (analogie relationnelle au sens de Vergnaud 1990 ou procédure de résolution ou outil de modélisation).

Sous ces hypothèses, les 'problèmes pour chercher' contribueraient à enrichir les schémas du premier type (par l'expérience de construction d'un raisonnement non automatique) et du troisième type. Mais comment déclencher la possibilité d'une mémorisation organisée de tels problèmes réussis ? Peut-être par une rencontre organisée avec de tels problèmes selon certains critères (ce que nous envisagerons par la suite). En l'état actuel des connaissances, nous ne pourrions aller plus loin, les recherches restent ouvertes.

Le second apport de type réflexif concerne la problématique des enjeux cachés d'apprentissage développée à l'IUFM de Haute Normandie autour de C. Castela. Prenant appui sur la croyance partagée et ressentie par des praticiens chercheurs (IREM, INRP, mais pas seulement) des bénéfices pour les élèves de séances bien pensées de 'problèmes pour chercher', réfléchir aux types de connaissances effectives déclenchées par de telles séances et lister les conditions de ces déclenchements pourrait mettre à jour des connaissances cachées, non simplement institutionnalisables⁴, que possèderaient certains élèves et pas d'autres, et qui seraient très utiles pour les apprentissages mathématiques ordinaires. Autrement dit on expliciterait ainsi la niche didactique des 'problèmes pour chercher'. Là encore les recherches restent ouvertes.

³ Mais cette dernière question sera à peine traitée ici.

⁴ non référencées ni à des technologies, ni à des théories (au sens de Chevallard).

III – VERS DES ELEMENTS D'ANALYSE DES PROBLEMES

III – 1 Les travaux du groupe

Pour permettre un travail commun, j'ai choisi de livrer à la sagacité de mes collègues une liste fort importante de problèmes numériques pour le cycle 3 (cf. annexe 1), récoltés dans différentes ressources (cf. annexe 2) du professeur (manuels scolaires, aides pédagogiques, site Internet...) sous les rubriques 'problèmes pour chercher', 'problèmes complexes', défis, rallyes... et de les laisser échanger sur les questions suivantes :

Quel(s) argument(s) pour choisir ou rejeter tel problème (sous-entendu comme 'problème pour chercher'?)

Quel(s) fil(s) conducteur(s) pour une idée de progression?

La tâche était certes importante, le but était de faire émerger des questions cruciales comme le manque d'accord existant déjà dans la communauté des formateurs, qui pouvait laisser préjuger des variations d'interprétation dans le milieu des acteurs (professeurs et inspecteurs). Il s'agissait de souligner le caractère sensible de cet objet d'enseignement et l'effort de clarification auquel nous devons nous atteler.

Les productions en annexe montrent l'étendue des préoccupations : coller aux injonctions des programmes, s'interroger sur les savoirs potentiels accessibles, réfléchir aux critères de sélection de ces problèmes (du point de vue mathématique, du point de vue élèves), repenser la typologie proposée : problèmes complexes, problèmes pour chercher.

Pour information, une brochure de l'IREM de Nantes (HERSANT 2006) propose une grille d'analyse des 'problèmes de recherche' (plus exactement de séquences de problèmes pour chercher) qui regroupe ces différentes préoccupations : liaison avec les apprentissages mathématiques, compétences méthodologiques visées, compétences méthodologiques potentiellement accessibles par la mise en œuvre proposée.

III – 2 Éléments d'analyse a priori des problèmes pour cycle 3

Notre analyse repose sur l'analyse de la tâche d'un élève de la deuxième moitié du cycle 3, de façon à rendre a priori disponibles des connaissances sur les quatre opérations.

Le problème 1 est un problème non immédiat : il faut savoir reconstituer, en sélectionnant des informations, un sous problème à traitement immédiat (350 kg pour 25 tables). C'est un problème de réinvestissement (de connaissances sur la division), à une solution, qui demandera un temps de recherche aux élèves, pour déduire la première réponse (poids de la table). Il est souvent qualifié de problème complexe.

Le problème 2 est, dans la version du manuel, supporté par un dessin, ce qui peut rendre la représentation du problème (au sens de JULO 1995, 2002) plus facile. Il a une seule solution, est résoluble par essais successifs sur la valeur de la zone. Il met en jeu des connaissances arithmétiques simples.

Le problème 3 est aussi supporté par un dessin. Une démarche par essais peut s'avérer complexe. Par contre une déduction des jeux de Jo et Léa permet d'avancer sur la valeur de la zone B, comme dans le problème 1. Cette déduction peut être facilitée par les trois

dessins des parties sur la cible. Le problème 3 met en jeu des connaissances arithmétiques simples.

Le problème 4 nécessite des essais limités par des déductions par exemple sur la parité... Il met en jeu des connaissances sur la numération.

Le problème 5 est un problème presque immédiat (déduction immédiate relevant de la division).

Compte tenu des différents types de déduction que nous rencontrons, essayons de les indexer ainsi : D1 déduction immédiate, D2 déduction après juxtaposition de plusieurs informations, D3 déduction après combinaison de plusieurs informations. Ainsi nous nous trouvons face aux raisonnements suivantes : pb 1 D2 ; pb2 E (essais) ; pb 3 D3 ; pb 4 E (+D3) ; pb 5 D1 .

Nous pouvons ainsi regrouper plusieurs problèmes selon les raisonnements, ce qui ne présage pas de la difficulté des reformulations... (cf. pb 12 :).

D1	D2	D3	essais	Essais+D
5 - 11	1- 7	3- 10- 12- 13- 14-17- 18- 20	2- 12- 15- 16	4- 6-

Remarquons

- que certains problèmes se résolvent quasi aussi économiquement par déduction ou essais : cependant un des buts (cachés en primaire ??) est d'activer les résolutions par déduction, souvent plus directes ;
- que d'autres problèmes engagent l'élève à mener une véritable expérience : par exemple les problèmes 8 ; 15 ; 16 ; 21 ; 22 ; 23 ; on peut considérer la résolution par essais comme une démarche expérimentale, avec tous ses critères de qualité ;
- que tous les problèmes qui évoquent un certain réel mettent en jeu des connaissances extra-mathématiques qui peuvent être sophistiquées : connaissance du fonctionnement d'un calendrier pour le pb 9 ; vocabulaire lié à l'aviation commerciale pour le pb 17...

III – MOTIVATIONS INTERNES AUX MATHEMATIQUES

L'étude précédente peut nous faire avancer sur des raisons d'être de problèmes non immédiats, notamment en pointant certaines ressemblances qui permettraient d'organiser ces listes de problèmes pour une progression. Cette progression ne prend pas en compte ici les gestions associées : type de consigne, support, variantes et variables, travail individuel ou en groupe, temps de recherche, de synthèse, conclusion, éléments à institutionnaliser.

III – 1 Connaissances mathématiques en jeu

Les problèmes complexes et 'pour chercher' doivent d'abord permettre de **réinvestir** de façon non immédiate **des connaissances mathématiques** en cours d'apprentissage. Les

problèmes retenus ont donc d'abord une fonction de réinvestissement. Les pb 1, 5, 6, 7 et 11 sont d'abord des problèmes multiplicatifs, le pb 6 nécessite une connaissance des fractions. Attention cela ne signifie pas que l'outil le plus général pour résoudre le problème soit un savoir visé du niveau de classe où se donne le problème : le pb 16 relève d'un système de deux équations à deux inconnues, mais il est résoluble par une démarche expérimentale arithmétique.

III – 2 Le rapport aux raisonnements

Les différentes formes de raisonnement

Nous prenons comme synonyme de *raisonnement*, comme ERMEL 1999, toute suite organisée d'inférences conduisant à une conclusion ; l'inférence consistant en la production d'informations nouvelles à partir d'informations déjà là dans le texte et de connaissances avérées en mémoire.

A. Weil-Barais (WEIL-BARAIS 1993, p.526) recense plusieurs formes de raisonnement. Elle qualifie les uns de non canoniques (ils ne suivent pas des règles bien définies), tels le raisonnement par analogie (une conclusion est tirée par ressemblance, il s'agit souvent d'un raisonnement heuristique), le raisonnement en contexte (une sorte de reconnaissance de forme qu'appliqueraient les experts) ; elle insiste aussi sur les liens étroits entre raisonnement et processus de sémiotisation, qui est à l'œuvre dans les mathématiques, sous l'égide de règles bien établies. Nous y ajoutons le raisonnement par induction où il s'agit de tirer une loi générale de l'examen de cas particuliers. Il nous semble trouver dans cette approche bon nombre d'analogies avec la mémoire des problèmes sous forme de schémas de problèmes, pointée par Julo (JULO 2002).

Weil-Barais distingue deux types de raisonnements canoniques : le raisonnement déductif et le raisonnement expérimental ou raisonnement par test d'hypothèses.

Le raisonnement déductif est directement associé aux mathématiques (comme moyen et comme but), notamment sous les formes diverses que sont l'implication logique (contraposée et contre-exemple), le raisonnement par l'absurde, le raisonnement par disjonction des cas, le raisonnement par récurrence⁵.

Le raisonnement expérimental est un raisonnement conditionnel à trois aspects : énoncé des hypothèses, recherche d'informations pour mettre à l'épreuve les hypothèses, traitement des informations.

J'y ajoute une autre forme de raisonnement canonique : celui pris en charge par les règles de fonctionnement des écritures mathématiques (ici les écritures arithmétiques voire algébriques) : par exemple $45 \times 32 = 1440$ nous permet de savoir que $4500 \times 320 = 1440000$. Je place ce raisonnement dans les raisonnements déductifs.

Quels raisonnements pour l'école ?

La résolution de problèmes devrait être une occasion de **rencontrer des modes de raisonnement** différents pour ouvrir une palette de possibles : déduction simple mais aussi plus complexe, puissance des écritures arithmétiques voire algébriques, raisonnement expérimental y compris dans les mathématiques.

Dans les propositions de problèmes dits complexes, on trouve souvent des problèmes déductifs (D2 D3). La complexité du traitement (donc le temps de recherche) peut aussi être liée au nombre d'informations : il est alors nécessaire de savoir trouver parmi toutes

⁵ Ce qui ne signifie pas que toutes ces formes soient exploitables à l'école.

ces informations celles susceptibles par déduction de produire une réponse permettant d'avancer dans le problème. Ce qui est en jeu est alors la capacité simultanée à planifier (construire les questions intermédiaires) et à mobiliser la déduction ad hoc (qui se réduit souvent à une opération).

Mais les élèves d'école primaire peuvent ne pas mettre en œuvre de raisonnement déductif pourtant efficace, notamment par manque de connaissances et/ou de système symbolique efficace : les problèmes 2, 15 et 16 en sont des exemples. Là le raisonnement expérimental (ou par test d'hypothèses) peut leur permettre d'avancer. On sait bien que dans les problèmes additifs de type recherche de l'état initial d'un problème de type état-transformation-état, les élèves simulent l'action, testent des valeurs pour l'état initial, bien avant d'appliquer à l'état final la transformation inverse (mi CE2) (FAYOL 1990, p. 160).

À tout niveau d'enseignement donné, la rencontre avec deux types nécessaires de problèmes semble nécessaire : avec ceux prétexte à un raisonnement déductif ET avec ceux qui nécessiteraient un autre raisonnement, un test d'hypothèses. Bien entendu souvent ces types de raisonnement se croisent...

III – 3 Le rapport au vrai et au faux

La résolution de tels problèmes doit engager les élèves dans un rapport à la vérité. Se pose donc légitimement la question de la validation de chacun de ces problèmes : peut-on institutionnaliser des éléments de validation de façon à conduire l'élève à prendre en charge lui-même la validation de sa réponse, ou du moins à en contrôler certains éléments ?

H.Péault (PEAULT 1992) avait déjà examiné cette question des différents types de validation, notamment pour enrichir la liste des problèmes qu'il proposait dans les rallyes mathématiques du Maine et Loire. Nous partons de sa typologie pour dégager cinq niveaux de validation que nous avons codés.

- La réponse est validable quasi immédiatement par un calcul élémentaire (reconstitution de calculs) **I**
- La réponse est à confronter à chaque élément du problème (déduction logique) **D** ou chaque contrainte (problème à plusieurs contraintes, figure avec telles caractéristiques) **C**
- Dans le cas d'une recherche exhaustive : il faut vérifier que la méthode permet de tout parcourir **E**

Quand il n'est pas possible de mettre en œuvre une validation du type de celles qui précèdent, deux cas sont à envisager :

- il faut alors argumenter, prouver en référence au problème, **sur le plan mathématique P** : il s'agit de construire une preuve ; par exemple la recherche de trois nombres qui se suivent pour une somme fixée (pb 15) est I-validable, mais le problème retourné (BLOCH 2005), la recherche des nombres qui possèdent une telle décomposition nécessite une P-validation ;
- il faut argumenter, prouver en référence au problème **sur le plan du réel R** ou en faisant appel à des connaissances non stricto sensu à l'intérieur des mathématiques : le pb 9 relève de ce cas puisqu'il nécessite des connaissances sur les calendriers et peut être validé par un document.

Ce qui donne, pour illustrer cette grille avec notre liste de problèmes.

I	D ou C	E	P	R
15-17	1- 2 -3- 4- 5- 6- 7 -10- 11 - 12- 14- 16- 20- 21- 22	2- 16 pour unicité 21 pour multiplicité	15- 22	8- 9-24 13 -17 19 -18-19

Intéressons nous aux validations « non simples » : **P** et **R**

- La validation de type **P** est un des enjeux de la liaison école-collège : elle correspond à l'intégration systématique d'arguments textuels strictement mathématiques dans le raisonnement.

Par exemple si on propose de répartir 45 jetons dans deux boîtes vertes et quatre boîtes rouges comme dans le problème 21, le fait de ne trouver aucune réponse ne peut pas clore le problème : encore faut-il transformer ce fait en la certitude qu'il n'existe aucune solution, notamment par des considérations de parité. Idem pour le problème 15, quand il est retourné. Ainsi par certains problèmes dont il est possible de modifier les variables pour conduire à des nombres de solutions différents (une solution, aucune ou plusieurs), les élèves peuvent être engagés vers des types de validation différents, en particulier vers la construction d'une preuve élaborée.

Le problème 22 est particulièrement décrit dans ERMEL 1999, avec toutes ses variantes pour construire littéralement des théorèmes arithmétiques faisant avancer vers la réponse.

On voit là tout l'intérêt de tels problèmes... mais la gestion du groupe classe reste encore la partie immergée (et elle le restera dans ce texte).

- La référence à la réalité (validation **R**) peut être plus ou moins forte. Par exemple le problème 17 nécessite de savoir s'il est d'usage que d'autres personnes que commandant de bord et copilote soient assis dans le cockpit ; le problème 18 nécessite de porter sur la plaque les bonnes dimensions, etc.

La référence à la réalité est très plus forte dans le problème 8. Elle est aussi à l'œuvre dans le problème 24, mais ce problème ne fait pas fonctionner de contenu mathématique du cycle 3. Un tel problème devrait rester anecdotique.

Le problème 13 relève d'une démarche expérimentale au cycle 3 et doit être aussi contrôlé par la réalité évoquée ; mais ce problème n'est pas très intéressant pour le cycle 3 dans la mesure où les erreurs (mauvais film des transvasements) ne permettent pas d'avancer vers la solution.

Les quatre premières vérifications sont à mettre en parallèle avec ce que d'aucuns ont appelé **contrôle syntaxique** (organisation mathématique des informations) et la dernière R avec **contrôle sémantique** (confrontation au réel, irréfutabilité du domaine d'expérience).

Ainsi le problème 19, malgré une forme simple et une solution intuitive, nécessite une validation complexe sur les plans sémantique et syntaxique (deux fonctions linéaires en

jeu pour modéliser remplissage et vidage). Cette validation n'est pas accessible à des élèves de cycle 3.

Le problème 9 fait appel à des connaissances sur le fonctionnement du calendrier. L'étude lors de la recherche d'un calendrier (d'une autre année) peut contribuer à mobiliser ou construire ces connaissances.

IV LA QUESTION DE LA MODELISATION

Dans ce paragraphe, je m'intéresse à la question de la modélisation vue sous l'angle de la fabrication de modèles ou la mobilisation de modèles. Que retenir comme définition de modèle ?

Pour ce faire je m'inspirerai de Fischbein (FISCHBEIN 1989) qui définit l'intérêt des modèles pour le raisonnement. Je me limiterai aux modèles externes (non seulement mentaux) explicites.

Un modèle serait d'abord un artefact, un signe (ou des signes), un écrit susceptible de rapprocher la situation de départ du but et portant un caractère génératif : dans ce cadre, les dessins figuratifs, supports possibles de raisonnement des jeunes élèves, seraient des pré-modèles (par leur absence de caractère génératif) ; les dessins épurés peuvent déjà être des modèles ; une écriture arithmétique est un modèle issu des mathématiques. Pour qu'un dessin devienne modèle, il est nécessaire qu'ils aient des vertus génératives.

Cette question du potentiel génératif d'un dessin est d'importance à l'école : l'enfant de CP perd beaucoup de temps à dessiner le personnage du problème avec tous ses attributs, il doit apprendre à n'en garder que les éléments liés à la question posée pour lui conférer un pouvoir génératif. Un des apprentissages de cycle 2 concernant cet aspect de la modélisation est celui d'une transformation (épuration) raisonnée du dessin en un schéma fonctionnel pour raisonner. Cet apprentissage n'est pas terminé au cycle 3 : des élèves devant dessiner des cubes colorés dans une phase heuristique s'appliquent à colorier, alors que d'autres symbolisent la couleur par une croix (dans Exemple de mise en place d'un problème pour chercher : le pavé bicolore HERSANT 2006 p.51).

Plus tard avec l'enrichissement du répertoire didactique, un modèle peut être un réseau de connaissances mathématiques (par exemple modèle additif, multiplicatif, modèle de la proportionnalité....) qu'il s'agit alors de mobiliser avec son domaine de validité.

Dans cet article, je laisse de côté la question de la genèse chez l'apprenant des modèles mathématiques (dans le domaine numérique les quatre opérations et la proportionnalité) émergeant d'un équilibre entre problèmes à résoudre, invariants opératoires et éléments sémiotiques (langage, écritures mathématiques) (VERGNAUD 1990). Je ne m'intéresse qu'à leur réinvestissement dans des problèmes.

« Petite modélisation »

Un des critères de choix des problèmes pour chercher (ou complexes) et indirectement une façon de les regrouper pourrait être leur potentialité de création de types de modèles.

- Prenons l'exemple du problème 16, une histoire de poules et de lapins (PLUVINAGE 2007- non publié), trois types de raisonnement peuvent lui être associés : un raisonnement algébrique supporté par la traduction du problème en système de deux équations à deux inconnues (non disponible en fin de primaire), un raisonnement arithmétique par test d'hypothèses, une mise en schéma de type une tête par un rond et une patte par un trait : le dessin de toutes les têtes suivi d'une distribution raisonnée des pattes (par exemple 2 pattes par tête d'abord, puis une nouvelle distribution de 2 pattes supplémentaires jusqu'à épuisement) donne la réponse : ce dernier dessin serait un modèle au sens où nous l'avons défini plus haut. Bien entendu le modèle ne sera construit comme génératif que si l'élève a l'occasion de rencontrer plusieurs fois ce type de problèmes (système de 2 équations à 2 inconnues potentiellement lié à un tel schéma).
- De même les problèmes 20 et 23 peuvent s'appuyer sur trois types de raisonnements : algébrique, arithmétique par test d'hypothèses et géométrique par l'utilisation de segments mesurés.

Il nous semble intéressant, grâce à des rencontres régulières avec des problèmes pour chercher relevant de schémas voisins, de mettre les élèves en face de raisonnements potentiellement liés à des « démarches modélisantes » (PLUVINAGE 2007 non publié).

« Grande modélisation »

Un autre type de problèmes est étudié dans des équipes de recherche : les *situations recherche* du projet *Maths à modeler* (par exemple GODOT 2006) dont nous rappelons certains caractéristiques : point de départ facilement compréhensible par l'élève, situation non formalisée en termes mathématiques (« *c'est la situation qui amène l'élève au cœur des mathématiques* ») ; méthodes de résolution non désignées ; une, plusieurs ou aucune solution.

Ces caractéristiques-là sont déjà celles de bon nombre de problèmes pour chercher (par exemple le problème 21 selon le nombre de jetons et la série de boîtes peut avoir plusieurs ou aucune solution). La spécificité des *situations recherche* réside dans le fait que les *variables de recherche*, qui définissent les sous-problèmes liés à la question initiale et peuvent donner lieu à des tâches très différentes, ne sont pas fixées au préalable. Certaines situations sont fondées par un jeu avec un support matériel qui joue alors le rôle d'une aide à la formulation d'hypothèses et leur validation.

Ces dispositifs présentent de grandes potentialités, ils permettent notamment de modéliser différents aspects d'un jeu pour mieux y jouer ou hiérarchiser sa complexité. Ils demandent cependant une bonne maîtrise mathématique et didactique de la part de l'enseignant qui les installe dans sa classe : dans les travaux cités, c'est d'ailleurs toujours un « matheux » qui gère la séance.

Domaine de validité d'un modèle

Mais on peut aussi s'interroger sur l'apprentissage d'un sens critique du modèle. Est-il licite d'appliquer tel modèle intuitivement mobilisé ? Quelle sensibilité au contexte développer ? Quel contrôle par le réel (sémantique) mettre en place ?

Prenons l'exemple classique suivant : « 38 personnes décident de partir en voiture ; une voiture peut transporter 5 personnes ; de combien de voitures ont-elles besoin ? ». Il est

usuel que les élèves donnent comme réponse le quotient par défaut. C'est un des rares exemples dans les habitudes françaises où l'élève est amené à questionner la pertinence d'un modèle (celui du quotient par défaut). Verschaeffel qualifie cet énoncé de *problematic item* (**Pi**) par rapport au suivant : « nombre de sachets pleins si on empaquette 38 objets par paquets de 5 » qu'il qualifie de *standard item* (**Si**).

Verschaeffel (par exemple VERSCHAEFFEL 2000) étudie parallèlement les réussites à des *standard items* **Si** (validations sémantique et syntaxique en correspondance) et aux *problematic items* **Pi** (problèmes dont la validation sémantique invalide le modèle intuitif) de même contexte, tels que :

- Peter organise une fête. Il invite tous ses amis : 8 garçons et 4 filles. Combien d'amis invite-t-il ? **Si**
- Charles a 5 amis et Georges a 6 amis. Ils décident d'organiser une fête à deux et d'inviter tous leurs amis. Combien d'amis invitent-ils ? **Pi**
- Paul a acheté 5 planches de 2 m de long chacune. Combien peut-il faire de planches de 1m ? **Si**
- Paul a acheté 4 planches de 2,5 m de long. Combien peut-il faire de planches de 1m ? **Pi**
- Chris a fait une ballade à pied : 8 km ce matin et 15 km cet après-midi. Quelle distance a-t-il parcourue ? **Si**
- Léo et Alice vont à la même école. Léo habite à 17 km de l'école et Alice à 8 km de l'école. À quelle distance habitent-ils l'un de l'autre ? **Pi**

Il montre la difficulté qu'ont les sujets à bloquer pour les **Pi** l'utilisation du modèle intuitif. Verschaeffel parle même à ce sujet d'un phénomène de *suspension de sens commun*⁶, résistant même aux mises en garde.

Pourtant la culture citoyenne devrait comporter aussi cette capacité à choisir ou rejeter tel modèle pour tel problème et contrôler certes syntaxiquement mais aussi sémantiquement les problèmes. Dans l'usage français, seule la validation syntaxique est prise en compte. Il nous faudrait aussi prendre en compte la dimension sémantique, de façon non anecdotique⁷, dans nos enseignements.

CONCLUSION

Notre ambition était de chercher des motivations internes pour les 'problèmes pour chercher'. Nous avons en réalité étudié les problèmes autres que ceux qui engagent vers de nouvelles connaissances (problèmes d'introduction) ou les entraînent et les exercent (problèmes d'application ou exercices) et essayé de poser les jalons d'une organisation de ces problèmes.

Tout problème donné à l'école doit engager des connaissances mathématiques, soit parce qu'elles seront sous peu pointées comme savoirs (Conne) et exercées, soit parce qu'elles sont supposées déjà là, suite au processus d'enseignement. Les problèmes dont il est question dans cette étude sont du second type.

⁶ Voir dans ces mêmes actes la communication de C.Lemonidis.

⁷ On sait que le faire de façon anecdotique conduit à une rupture du contrat tacitement passé avec les élèves et reste peu significatif et peu efficace.

Par exemple, en CP, un problème de commande de gommettes conditionnées par bandes de 5 gommettes pour « habiller » une fleur est déjà légitime dans la mesure où il réinvestit le nombre : il apprend aussi à distinguer les grandeurs des nombres qui les mesurent (2 bandes, c'est aussi 10 gommettes alors que 2 n'est pas 5) et contribue à l'apprentissage de la numération décimale (2 dizaines, c'est aussi 20). Il peut faire entrer dans *une démarche modélisante* en apprenant à faire des dessins épurés. Bien sûr il est nécessaire que les professeurs des écoles aient bien été informés de ces objectifs afin qu'ils l'exploitent dans ce sens.

Il nous semble important que l'élève rencontre des problèmes dans lesquels il va avoir l'occasion de réinvestir des connaissances supposées déjà là, lors de raisonnements plus complexes qu'inférer une seule déduction : combiner plusieurs déductions, combiner des informations aboutissant à des déductions licites, construire des démarches expérimentales. Ces catégories de raisonnements pourraient être une façon de décrire problèmes complexes et problèmes pour chercher.

Il nous semble important que l'élève soit confronté à l'importance des validations dans les mathématiques et à des validations diverses, notamment celles qui l'engageront dans une dynamique de preuve.

Enfin dans la perspective du socle commun scientifique, il nous semblerait raisonnable d'intégrer, aussi dans les mathématiques du cycle 3, des problèmes propices à un démarche modélisante et des problèmes 'réalistes' pour former les élèves à un apprentissage critique de la modélisation.

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC, G., GERMAIN, G., & MANTE, M. (1988). *Problème ouvert et situation problème*. Lyon: IREM de Lyon.

BONAFA F., CHEVALIER A., COMBES M.C. et alii. (2002) *Les narrations de recherche de l'école primaire au lycée*. IREM de Montpellier.

BROUSSEAU G. (1970-1990, édition 1998) *Théorie de situations didactiques*. 25-43. Grenoble : La Pensée Sauvage

BLOCH I. (2005) Dimension adidactique et connaissance nécessaire. Un exemple de « retournement » d'une situation. *Sur la théorie de situations didactiques*. 143-152. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHAPPAZ J., MICHON F. (2003) Il était une fois la boîte du pâtissier. *Grand N* n°72. 19-32.

CHARNAY R. (2006) Rallyes mathématiques : quel intérêt ? *Grand N* 78. 53-62.

CONNE F. et BRUN J. (1992) Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 12/2-3. 221-270.

COPPE S., HOUEMENT C. (2002) Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école primaire. *Grand N* 69. 53-63.

DOUADY R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 7/2. 5-32.

DUPUIS C., GRUGNETTI L. (2003) Le nez de Pinocchio, un problème de mathématiques «inverse». *Grand N* 72. 33-40.

- ERMEL (1977 à 1982). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire (CP au CM2)*. Paris : Hatier.
- ERMEL (post 1991). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes (CP au CM2)*. Paris : Hatier.
- ERMEL (1999) *Vrai ? Faux ?... On en débat*. Paris : INRP
- FAYOL (1990) *L'enfant et le nombre*. Lausanne : Delachaux et Niestlé.
- GLAESER, G. (1976). *Le livre du problème. Pédagogie de l'exercice et du problème*. Paris : Editions CEDIC (second edition).
- GODOT K. (2006) La roue aux couleurs : une situation recherche pour apprendre à chercher dès le cycle 3. *Grand N* **78**. 31-52
- GR IREM ELEM BESANÇON (2005) La conduite en classe d'une situation de recherche : un exercice périlleux. *Grand N* **76**. 65-74.
- GRAND N (2003) N°spécial *Points de départ*. IREM de Grenoble.
- GUEUDET G., LE POCHÉ G. (2006) Séquences de résolution de problèmes complexes. *Grand N* **77**. 35-54. Hersant M. (dir) 2006 *Des problèmes pour chercher à l'école primaire*. IUFM des Pays de la Loire et IREM de Nantes.
- HERSANT M. dir (2006) *des problèmes pour chercher à l'école primaire*. IREM des Pays de Loire.
- HOUEMENT C. (1998) Le choix des problèmes pour la résolution de problèmes. *Grand N* **63**. 59-77.
- HOUEMENT C. (2003) La résolution de problèmes en question. *Grand N* **71**. 7-23
- IGEN MENESR (juin 2006) *L'enseignement des mathématiques au cycle 3 de l'école primaire*. En ligne sur <http://www.education.gouv.fr/cid4172/l-enseignement-des-mathematiques-au-cycle-3-de-l-ecole-primaire.html>
- JULO J. (1995) *Représentation de problèmes et réussite en mathématiques*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes
- JULO J. (2002) Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N* **69**. 31-52.
- LEPINE L. (1996) Tout problème ouvert n'engage pas nécessairement une bonne recherche. *Grand N* **60**. 43-55
- MEN (2005) Les problèmes pour chercher. *Documents d'accompagnement Mathématiques*. SCEREN CNDP
- PEAULT H. (1992) Vers une pratique collective des mathématiques. *Grand N* **51**. 5-65.
- THOMAS Y. (...) Gommelettes et étiquettes, des problèmes pour chercher. *Grand N* (à paraître)
- TOUSSAINT N., FROMENTIN J. (2006) *Fichier Evariste Ecole*. Brochure APMEP **175**
- VERSCHAFFEL L., GREER B. & DE CORTE E. (2000) *Making sense of word problems*. Lisse (Netherlands) : Swets & Zeitlinger Publishers.
- VERGNAUD, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10/2.3, 133-170.
- WEIL-BARAIS A. (1993) *L'homme cognitif*. Paris : PUF

ANNEXE 1 : LISTE DES PROBLEMES CYCLE 3 ÉTUDIÉS

- 1) Le mobilier de l'école. Une entreprise a expédié trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école. Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises. Le second contient 25 tables. Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires. Combien pèse une chaise, une table, une armoire ?
- 2) Luc et Marc lancent chacun trois fléchettes dans une cible (dessin cible à deux zones). Luc met deux flèches au centre et une dans la couronne, il obtient 22 points. Marc obtient 17 points avec une fléchette au centre et deux dans la couronne. Quelles sont les valeurs des zones ?
- 3) Jo, Léa et Toto ont lancé des flèches sur la même cible (dessin de trois fois la même cible à trois zones : A centre puis couronne B puis couronne C) : Jo : 33 points 2A, 5C // Léa : 39 points 2A, 1B, 5C // Toto : 18 points 2B, 2C. Nombre de points que chaque zone permet de marquer.
- 4) Deux lettres différentes représentent deux chiffres différents. S vaut 2, il n'y a pas de 9, M est plus grand que T : MOI + TOI = NOUS (en colonne).
- 5) Neuf chercheurs dont le chef se répartissent 180g, le chef prenant une double part. Combien de grammes d'or recevra le chef ?
- 6) Dimitri, Thierry, Oscar comptent leurs billes à la fin de la partie. Sandrine en a presque 100. Oscar en a le quart de Sandrine. Thierry en a le tiers d'Oscar. Et Dimitri en a la moitié de Thierry. Combien en ont-ils à eux quatre ?
- 7) Paul a pesé ensemble deux dictionnaires identiques et trois livres de mathématiques eux aussi identiques. La balance marque 3 kg 300 g. Valérie lui a pesé cinq livres de mathématiques identiques à ceux de Paul. La balance marque 1 kg 500g. Quel est le poids d'un dictionnaire ?
- 8) Un sac contient 12 bonbons rouges et 8 bonbons verts. Mais ces bonbons sont enveloppés d'un papier doré si bien qu'on ne peut pas voir leur couleur en les prenant. Combien de bonbons Laurent Outan doit-il prendre au minimum pour être sûr d'en avoir deux de la même couleur ? De couleurs différentes ?
- 9) Nous sommes lundi 11 juin 2007. Dans 70 jours, nous serons le ?
- 10) Dans la tirelire de Juan, il n'y a que des pièces de 10 centimes, de 20 centimes et de 50 centimes. Il y a autant de pièces de chaque sorte ; en tout cela représente 8 €. Combien de pièces de chaque sorte ?
- 11) Pour un malabar et un croissant Fatma a payé 1 € 5 c. Pour deux croissants, Lucas a payé 1 € 60 c. Trouve combien coûte un malabar.
- 12) 1 sucette et 2 petites brioches coûtent 2 €. 5 sucettes et 2 petites brioches coûtent 4 €. Quel est le prix d'une sucette ? Quel est le prix d'une petite brioche ?
- 13) Lucie veut prendre 4 litres d'eau dans un récipient. Elle en possède que deux pots, l'un pouvant contenir 3 litres, l'autre pouvant contenir 5 litres. En utilisant seulement ces deux pots, explique comment elle peut mesurer 4 litres.
- 14) Dans la classe du Cours Moyen de Werner, tout le monde est sportif ! Lorsqu'on demande « qui fait de l'athlétisme ? », 16 mains se lèvent ; à la question « Qui fait du basket ? », 10 mains se lèvent. Chaque élève a levé la main au moins une fois, et quatre élèves ont levé la main deux fois. Combien la classe compte-t-elle d'élèves ?
- 15) Trouve trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 48 ; 87 ; 120 ; 97 ; 612... (99, 3429, 56) ET Donne des nombres qui sont la somme de trois nombres entiers consécutifs et des nombres qui ne peuvent pas être la somme de trois nombres entiers consécutifs. Justifie ta réponse.

16) Combien y a-t-il de poules et de lapins dans votre ferme ? Tu vas le trouver toi-même : lorsque je rassemble toutes les poules et les lapins de la ferme, il y a en tout 25 têtes et 64 pattes.

17) Un avion gigantesque contient 150 places assises en première classe, 400 en seconde et 4 dans le cockpit. L'équipage qui doit rester assis au décollage et à l'atterrissage, est composé d'un commandant de bord, un copilote, 8 hôtesses et 6 stewards. Combien l'avion peut-il prendre de passagers ?

18) Sur une plaque de carton rectangulaire de 8 cm sur 11 cm.

Kid a dessiné des vignettes rectangulaires toutes identiques.

Sur ce schéma on indique comment il s'y est pris.

Calcule les dimensions d'une vignette.



19) Antoine ouvre à fond le robinet et remplit la baignoire en 3 minutes. Bain pris, il la vide en 6 minutes. Cléopâtre fait alors couler son bain, mais elle laisse la vidange ouverte. Au bout de combien de temps la baignoire commence à déborder ?

20) Deux fûts contiennent ensemble 2800 litres de cidre. On a tiré 300 litres de l'un et 100 litres de l'autre. Il reste alors la même quantité dans chaque fût. Quelle est la contenance de chaque fût ?

21) Tu disposes de deux boîtes vertes, trois boîtes rouges et 50 jetons. Il faut mettre les 50 jetons dans les boîtes ; aucune boîte ne doit être vide et il doit y avoir le même nombre de jetons dans les boîtes de la même couleur.

22) Pour le nombre 10, quel est le plus grand produit possible des termes d'une de ses décompositions additives ? Même question pour le nombre 14.

23) Le pépiniériste a vendu ce matin ce matin 420 arbres ; des poiriers, des cerisiers, et des pommiers. Il a vendu 45 poiriers de plus que de cerisiers ; 30 pommiers de plus que de cerisiers. Combien d'arbres de chaque espèce a-t-il vendus ?

24) Je dois scier un petit tronc d'arbre en six morceaux. Il me faut une minute pour le scier en deux morceaux. . Combien de temps pour le scier en six morceaux ?

ANNEXE 2 : REFERENCES DE LA LISTE DE PROBLEMES

ERMEL (post 1995) Apprentissages mathématiques et résolution de problèmes CE2, CM1, CM2. Hatier

Toussaint N., Fromentin J. (2006) *Fichier Evariste Ecole*. APMEP n°175

(1995) *Les récréations mathématiques d'Evariste et de Sophie*. Editions Pôles

Revue **Grand N** IREM de Grenoble.

Cap maths CE2 (2002) *Cap maths* CM1 (2003) *Cap maths* CM2 (2004) Editions Hatier

Euromaths CE2 (2003) *Euro Maths* CM1 (2006) *Euro Maths* CM2 (2006) Editions Hatier

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ERMEL CM2 et Grand N 77	Euro CM1 p198	Cap CM1 p194	Evariste 61	Evariste 98	Evariste 62	Cap CM1 p194	Evariste 54	ERMEL CM t 1 1981 p44	Cap CM1 p178	Cap CM1 p178	Cap CM2 p100

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Grand N 60 p44	Récré p19	Euro CM1 p161 CM2 p194	Cap CM1 p113	Récré p44	Euro CM2 p161	Récré p45	Euro CM2 p121	Euro CM1 p198	ERMEL CM1 p 74	Euro CM2 p31	Evariste 59

ANNEXE 3 : PRODUCTIONS DES PARTICIPANTS

Groupe 1

Le problème pour chercher...

- Pourquoi on le donne ?
 - o Qu'est ce qu'on fait travailler ?
 - o Qu'est ce qu'on apprend ?
 - Construire une représentation du problème.
 - Construire une stratégie de résolution.
 - Rédiger et/ ou communiquer la (les) solution(s).

Groupe 2

→ Reprise des programmes

L'élève ne dispose pas de technique (solution) éprouvée et plusieurs démarches sont possibles.

En quelque sorte l'objet de savoir en jeu n'a pas été institutionnalisé (et ne fait donc pas partie de la culture de la classe).

→ l'objectif : « l'activité de recherche » ; le présupposé : « on apprend à chercher par frayage ».

Groupe 3

3 critères possibles pour retenir un problème :

- plusieurs approches possibles (tâtonnement, logique...) ;
- TENTATION : une solution qui se révèle fausse ;
- existence ou non de plusieurs solutions (0,1...).

→ conscience des connaissances et méthodes en jeu (pour le prof et pour les élèves) ?

→ problème de la constitution d'une mémoire des problèmes ?

Groupe 4

- Le texte est limpide et incitatif.
- Chaque élève doit être persuadé qu'il peut trouver (s'il cherche).
- Le problème doit être résistant aux premières tentatives amorcées.
- L'activité de recherche est nécessaire et la solution doit avoir une portée large (ne pas s'appuyer uniquement sur une astuce).

Groupe 5

Question 1

Est-ce qu'un problème dont la résolution « experte » est la résolution d'un système linéaire d'équations doit être systématiquement considéré comme étant un problème pour chercher ?

Question 2

Le problème pour chercher est-il nécessairement un problème nécessitant de faire des essais ?

Question 3

Le problème pour chercher est-il nécessairement un problème qui nécessite une représentation ?

Groupe 6

Des points de vue différents dans le groupe

Point de vue n°1 : certains problèmes (ex le n°1) de la liste donnée, bien que très difficile pour les élèves, ne nous semblent pas relever de la rubrique « problèmes pour chercher » des DA 2005 car ils correspondent à l'application d'une notion tout à fait travaillée (la division) : c'est un problème de réinvestissement.

Point de vue n°2 : le problème n°1 est un « problème pour chercher » complexe.

Le problème 22 paraît (à la majorité des participants du groupe) un problème pour chercher.