

MATHÉMATIQUES ET MULTIÂGE

Marie-Pierre Galisson

Maître de conférences, centre IUFM d'Arras
DIDIREM
mpgalisson@aol.com

Résumé

Quelles mathématiques fait-on vivre dans une école qui fonctionne en multi-âge ? Comment y apprend-on les mathématiques ? Comment y enseigne-t-on les mathématiques quand on décide de faire de l'hétérogénéité des âges et des compétences un levier d'apprentissage ?

Ces questions définissent, depuis septembre 2005, les axes de travail d'un groupe Recherche- Action-Formation mis en place dans le Val d'Oise. Le projet est né du besoin d'interroger les pratiques pédagogiques qui prévalent en regroupement multiâge pour analyser leurs effets sur les apprentissages mathématiques des élèves. Rappelons que ces activités s'organisent sous forme de « rituels », de « démarches d'auto-socio construction des savoirs (GFEN), d'ateliers de résolution de problèmes et de travail d'entraînement et de systématisation. Ces activités sont pensées dans le cadre d'une pédagogie interactive fondée sur les échanges entre élèves, un étayage par les « plus compétents ».

Nous présentons quelques aspects du cheminement réflexif de l'équipe et quelques éléments révélateurs de la dynamique impulsée : nous mettons ainsi en évidence l'influence de l'organisation pédagogique sur les situations d'apprentissage et les questions que soulève l'analyse *a posteriori* de quelques-unes de ces situations.

Notre cadre d'analyse se propose de prendre appui sur les apports de « l'auto-évaluation régulatrice » (CRESAS) et sur les apports de la didactique des mathématiques (conditions et contraintes déterminées au niveau de la pédagogie et de l'école, caractéristiques et co-détermination des organisations mathématiques et didactiques qui en résultent).

Cet exposé a pour objectif de dresser un premier état des lieux d'une expérimentation qui a débuté il y a deux ans.

Ce travail, qui s'inscrit officiellement depuis cette année dans le cadre d'une recherche-action du PAF de Versailles, mobilise l'ensemble des écoles « multiâge » d'un réseau départemental (Val d'Oise) ; il concerne l'école ouverte des Bourseaux (Saint-Ouen L'Aumône –antenne de Cergy), l'école Van Gogh (Montigny –antenne d'Argenteuil), les écoles Kergomard (Sarcelles) et Jean-Baptiste Clément (Montmagny) –antenne de Sarcelles).

Je n'évoquerai que le travail engagé pour le cycle 3 avec l'équipe de l'école Kergomard et ne présenterai donc qu'une facette de l'étude : j'ai fait le choix de suivre l'équipe avec laquelle une réflexion commune avait déjà été amorcée.

La problématique de la recherche action, à savoir, questionner les pratiques pédagogiques qui prévalent en regroupement multiâge pour analyser leurs effets sur les apprentissages mathématiques des élèves, nous renvoie, en termes mathématiques et didactiques, aux questions suivantes :

Quelles mathématiques fait-on vivre dans une école qui fonctionne en multi-âge ? Comment y apprend-on les mathématiques ? Comment y enseigne-t-on les mathématiques quand on décide de faire de l'hétérogénéité des âges et des compétences un levier d'apprentissage ?

En quoi, les conditions et les contraintes que peut générer le fonctionnement en regroupement multi-âge peuvent-elles permettre de porter un regard différent sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans la classe ?

Mais qu'entendre par multi-âge ?

I – UNE ORGANISATION PÉDAGOGIQUE EN MULTIÂGE

I – 1 Une conception pédagogique et politique

Dans le Val d'Oise, le multi-âge porte l'héritage d' « un projet d'école » qui s'est réalisé aux Bourseaux dans les années 80. Le multi-âge emprunte ses principes aux divers courants de l'Ecole Nouvelle et s'appuie sur des recherches conduites par Legrand et Foucambert, dans les années 70, sur les cycles et les cycles multi-âge.

Je retiendrais deux caractérisations du multi-âge « regroupement d'élèves d'âges différents » proposées par P. Clerc¹ :

Un groupe institutionnel : Le groupe multi-âge est un groupe qui a du pouvoir : celui du savoir, de la loi, de la force. C'est parce qu'il est riche de puissance, qu'il pousse l'enfant à valoriser le sens de la prise de parole. C'est un aspect dynamique qui force chaque enfant à se situer et à accéder à une autonomie, à une connaissance de soi, réfléchie.

Un groupe d'apprentissage : Le groupe multi-âge est un groupe institutionnellement mis en place pour accéder au savoir. L'aide y joue un rôle important ; elle est stimulante car elle s'accouple avec la quête du savoir et le temps modelé au rythme de l'enfant : chacun peut gérer son rapport au savoir sereinement, avec une hâte mesurée, avec l'espoir. On se sent fort, parce qu'aidé et non jugé.

Cette conception pédagogique substitue donc à tout principe de concurrence, de compétition individuelle et aux contraintes temporelles d'une progression calquée sur le cours d'une année, des principes qui reposent sur la coopération, sur le développement d'une autonomie qui se construit dans la durée et dans une communauté fondée sur des différences qui évoluent aussi au cours du temps.

D'un point de vue pragmatique, chaque année le groupe classe se renouvelle : en cycle 3, tandis qu'un tiers des élèves rejoint le collège, la classe accueille les sortants de cycle 2 déjà un peu connus ; ils ont participé à des activités avec le cycle 3.

Conception innovante ? Pour reprendre les termes de De Peretti (psycho-sociologue) lors de son allocution pour les 25 ans des Bourseaux, elle est ancrée dans l'histoire de l'enseignement ; elle emprunte certains de ses traits à la méthode mutuelle (qui permet sous la Restauration d'éradiquer la méthode individuelle). Pour pallier à l'insuffisance de maîtres formés et au grand nombre d'élèves, le maître instruisait préalablement les élèves plus compétents et les désignait pour enseigner à des groupes d'enfants moins avancés. Madame Guizot, en 1816, caractérisait ainsi cet enseignement : « *L'enseignement mutuel est le régime*

¹ Clerc P. (1993), Le multi-âge, Nathan.

constitutionnel introduit dans l'éducation : c'est la Charte qui assure à l'enfant la part de sa volonté dans la loi à laquelle il obéit ». Les détracteurs de la méthode (tant sur le plan politique que sur le plan pédagogique) obtiendront toutefois sa disparition au profit de la méthode simultanée (des maîtres plus nombreux, bien formés, vecteur de la politique officielle grâce aux écoles normales (instrument de l'Etat) nouvellement créées).

Actuellement, cette conception peut s'inscrire en toute légitimité dans le cadre pédagogique préconisé par la loi d'orientation de 1989, cadre à nouveau ratifié par les programmes de 1995 et 2002 : « *L'indispensable cohérence des apprentissages met en évidence l'importance, dans le premier degré du maître polyvalent, responsable de la progression globale des élèves ; parallèlement, la prise en compte de la diversité des élèves peut justifier la mise en œuvre de différents modes d'organisation de la classe* »² ; « *La nécessité de prendre en compte la diversité des élèves s'impose aujourd'hui avec acuité. Elle implique deux questions importantes : celle de l'évaluation des élèves et celle de la différenciation des modalités d'apprentissage. [...] La différenciation est souvent pensée au travers de la mise en place d'activités différentes pour des groupes d'élèves dont les performances ont été repérées comme elle-même différentes. Sans renoncer à ce type de différenciation, il convient d'en relativiser l'usage dans la mesure où il risque de conduire à un éclatement du groupe classe. La différenciation peut être pensée différemment, en proposant les mêmes tâches à tous [...]* »³. Nous pouvons préciser : à travers la possibilité de démarches différentes et la confrontation collective de celles-ci ; le jeu sur les variables didactiques de la situation, le support, les outils ...

S'il n'y a pas réelle innovation, s'il peut y avoir compatibilité avec la pédagogie officielle, ce qui fonde la pertinence du modèle dynamique repose sur les hypothèses élaborées par les chercheurs du CRESAS⁴ :

On n'apprend pas tout seul : Les interactions sociales jouent un rôle majeur dans le processus de construction des savoirs et des savoir-faire des enfants ; la diversité des enfants peut être une richesse à condition que les enseignants organisent le milieu de vie des enfants et adoptent une approche pédagogique pertinente. Dans ce cas, l'hétérogénéité des élèves peut être un levier d'apprentissage.

On n'enseigne pas tout seul : L'approche pédagogique susceptible de favoriser l'engagement de tous les élèves dans les processus d'apprentissage se caractérise brièvement ainsi : les enseignants qui se réclament de cette approche ont pour objectif principal le désir de donner aux élèves le goût d'apprendre, de leur faire prendre conscience qu'ils construisent des connaissances pour réussir à l'école ; ces enseignants doivent s'investir encore dans un travail d'expérimentation méthodique (faire des hypothèses, concevoir des situations, les ajuster après expérimentation avec les élèves) ; ils travaillent en équipe, conçoivent et confrontent ensemble situations et progression. Cette approche est désignée sous les termes d'« une pédagogie interactive ».

² Extrait des programmes de 1995

³ Extrait du document d'application du programme de mathématiques 2002

⁴ Cresas (2001), *On n'enseigne pas tout seul à la crèche, à l'école, au collège et au lycée*, Paris, INRP, (Platone F. & Hardy M. coordonnateurs).

Cette conception pédagogique détermine à priori les rôles que vont tenir les élèves et les maîtres dans les situations d'enseignement/apprentissage, en l'occurrence mathématique.

En adoptant l'approche écologique de Chevallard⁵, localement, on peut penser qu'au sein d'un réseau d'écoles, un certain niveau pédagogique détermine des conditions et des contraintes qui peuvent modifier des organisations mathématiques et didactiques officielles et, à fortiori, les « topos » de l'élève et du maître.

I – 2 Quelques caractéristiques des mathématiques en multiâge : des maths autrement (le cas particulier du cycle 3)

Y a-t-il une possible différence d'appréciation entre l'enseignant qui s'interroge sur « Qu'est-ce que faire des mathématiques à l'école ? » en ouvrant les programmes ou les documents d'application et d'accompagnement et l'enseignant en multiâge qui se questionne sur « Quelles mathématiques faire vivre dans cette organisation pédagogique ? ».

Le modèle épistémologique des mathématiques primaires auquel renvoient les deux questions est bien commun : il s'agit bien pour les deux enseignants de faire vivre des organisations mathématiques conformes au programme, organisations qui se réfèrent à un modèle épistémologique où se conjuguent dimension expérimentale, dimension pratique et dimension éducative.

Les contraintes qui pèsent au niveau de l'école primaire, propédeutique au collège, et qui se traduisent au travers de la définition des compétences de fin de cycle et de l'existence des évaluations nationales déterminent le socle officiel des tâches que devront savoir exécuter les élèves et des techniques qu'ils devront maîtriser.

Seuls certains des enjeux des mathématiques primaires qui n'ont d'ailleurs guère varié au cours du temps, peuvent être plus particulièrement privilégiés dans cette approche pédagogique. Ainsi que l'écrit D. Butlen⁶ : « [...] *l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire ne se réduit pas à la transmission de notions mathématiques ou de savoir-faire liés à ces notions mais prend en compte des préoccupations plus générales qui dépassent largement le domaine strictement disciplinaire [...]. L'enseignement des mathématiques vise des enjeux généraux et transversaux qui replacent celui-ci dans l'objectif plus général d'éducation du futur citoyen* ».

Si ce n'est en accordant une part privilégiée à l'éducation du futur citoyen, les mathématiques en multiâge construites par un élève de fin de cycle s'inscrivent *a priori* fidèlement dans une culture partagée officielle.

C'est en posant la question seconde « Qu'est-ce que mettre en place une activité mathématique ? » que se révèle non pas le rejet de l'ensemble des dispositifs didactiques

⁵ Chevallard Y. (2001), Organiser l'étude. Ecologie et régulation, in *Actes de la 11^{ème} école de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage.

⁶ D. Butlen, (2004), Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). Vol.1, Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII. (p.19)

préconisés par les concepteurs des programmes, mais l'influence déterminante d'une conception pédagogique sur des types d'organisations didactiques.

Deux conceptions spirales de la progression dans le savoir se distinguent dès lors :

La première, officielle, peut s'envisager comme un processus dans lequel l'élève rencontre, puis retrouve des situations problématiques dans lesquelles il ébauche, puis consolide ses savoirs, dans lequel encore il aborde des problèmes nouveaux qui lui permettront à nouveau d'approcher et de construire des concepts plus complexes. L'introduction des fractions et nombres décimaux, en termes de nouveaux nombres en CM1, peut ainsi s'expliquer par le fait que l'élève a acquis dès lors une connaissance des entiers naturels et de la numération suffisante pour lui permettre d'appréhender quelque peu ce qui est novateur d'un point de vue topologique et algébrique chez les rationnels ; l'introduction de la proportionnalité en milieu de cycle peut se justifier de même par le fait que l'élève familiarisé avec un grand nombre de situations relevant du champ des structures multiplicatives (ne requérant que la multiplication ou la division), habile à identifier les relations arithmétiques entre les nombres, est désormais capable de mettre en œuvre des raisonnements arithmétiques plus complexes.

Le parti pris des pédagogues qui se réclament du multiâge est autre en termes de rapport au temps de l'apprentissage : si, conformément à l'esprit du GFEN et sans rupture notable avec l'esprit des programmes, les mathématiques primaires doivent être envisagées comme une architecture de savoirs qui impose en termes de démarche d'apprentissage « une approche cohérente des fondements conceptuels de ses contenus » (O. Bassis) et par suite une approche fondée sur l'auto-socio-construction des savoirs, il n'y a aucune raison d'organiser la rencontre avec certaines notions à un moment déterminé d'une progression « cumulative ». Les contenus liés aux pratiques sociales (propices à la résolution de problèmes) ou à des pratiques de classe pourront être introduits dans des situations accessibles à tous, quelles que soient leurs connaissances. Le problème du mathématicien d'école en multiâge est de faire vivre ces notions dans une situation, en faisant en sorte de dévoluer cette situation à l'ensemble du groupe classe hétérogène.

Se posent *a priori* quelques questions :

Par exemple, en dehors de la conception d'une situation adéquate, se pose encore la question de la nature de la méthode : ne s'apparente-t-elle pas à une méthode concentrée, méthode qui en privilégiant le travail des techniques et des problèmes type, s'est vue disqualifiée dès que l'obligation de l'instruction et l'allongement de la scolarité ont pris effet ?

La question de l'introduction des nombres décimaux peut illustrer la diversité des points de vue actuels des pédagogues multiâge eux-mêmes.

Pour certains, la familiarité des élèves avec certains nombres à virgule peut légitimer une première approche voisine de celle préconisée par les programmes de 1945. Mais savoir appliquer des techniques sur les nombres à virgule (en utilisant leur parenté avec les nombres concrets et ses connaissances du système métrique) peut-il rendre compte du fait qu'une approche conceptuelle pertinente des nombres décimaux a pu opérer ? La fidélité à une démarche d'auto-socio-construction impose donc de faire vivre dans la classe des situations dans lesquelles le concept de nombre décimal libère le nombre à virgule de ses liens avec les « nombres concrets », avec le système métrique : dans ce cas, cette démarche ne sera que seconde...

Pour d'autres, la démarche d'auto-socio-construction proposée par O. Bassis⁷ qui commence par la comparaison de longueurs dont il faudra coder les mesures en base trois et s'achève sur l'introduction du système décimal semble pouvoir s'inscrire dans le cadre temporel comme une étape première.

Pour d'autres encore, c'est la progression officielle (relayée par les activités proposées par « Cap maths, CM1 »⁸) qu'il faut tenter d'inscrire cet apprentissage dans une programmation spiralaire sur l'ensemble du cycle : la trame des situations visitées puis revisitées devra être adaptée à des niveaux de conceptualisation différenciés.

La question d'une approche conceptuelle cohérente (et non seulement pratique et utilitaire) des notions est au cœur du problème ; le socle d'une première culture mathématique ne peut être envisagé comme un agrégat d'outils adaptés à des problèmes type mais non nécessairement adaptables à des situations plus ouvertes. Le mathématicien d'école en multiâge s'assujettit à la contrainte de proposer à chaque élève des tâches communes à tous, qui permettront à chacun, non pas seulement d'imiter, mémoriser ou imposer mais encore de chercher, confronter et construire son savoir.

Pour mieux expliquer ce parti pris, à savoir une programmation sur trois années, tâchons de comprendre comment une organisation pédagogique en multiâge détermine de manière « originale » les structures didactiques relatives aux mathématiques et leur mise en réseau.

Les programmes et documents d'application et d'accompagnement nous renseignent sur les différentes phases et la diversification des modes d'organisation qui règlent la mise en œuvre des séances d'enseignement ; si l'on se réfère au modèle descriptif des organisations didactiques en termes de moments de l'étude (Chevallard⁹), on peut ainsi obtenir le tableau ci-dessous :

Phases	Modes d'organisation	Fonctions	Structures	Fonctions didactiques (moments)
Présentation de la tâche	Groupe classe	Appropriation du problème		Appropriation du problème
Phase de recherche	Individuel	Entrer dans le problème et élaborer ses premières idées sur la résolution	Activités d'étude et de recherche	Première rencontre avec la tâche
	Groupe ou atelier	Confronter les idées et favoriser l'intérêt pour la		Exploration de la tâche et émergence de la technique

⁷ Bassis O. (2003) Concepts clés et situations-problèmes en mathématiques, numération, opérations, nombres décimaux et proportionnalité, Hachette Education

⁸ Charnay R. (2005) Hatier

⁹ Chevallard Y. (2001), Organiser l'étude. Ecologie et régulation, in *Actes de la 11^{ème} école de didactique des mathématiques*, La Pensée Sauvage.

		tâche proposée		
Phase de mise en commun, débat	Groupe classe	Confrontation, argumentation		Construction du bloc technologico-théorique
Synthèse	Groupe classe		Synthèse	Institutionnalisation
Phase d'entraînement, de répétition	individuel		Exercices et problèmes	Travail de la technique
Phase d'évaluation	individuel	Contrôler le niveau de progression individuel (par rapport à une performance « moyenne »).	Contrôle	Evaluation
Phase de recherche ou de rédaction	individuel	Remobiliser de façon autonome des connaissances.	Activité d'étude et de recherche	Rencontre avec une tâche Exploration de la tâche et mise en œuvre d'une technique
Phase d'aide personnalisée	Petit groupe dont les performances ont été repérées	Effectuer une tâche commune avec des aides ou une procédure moins experte Travailler des techniques en lien avec leur compréhension.	Dispositif d'aide personnalisée	

Cette grille nous renseigne donc sur les dispositifs didactiques et leurs fonctions : il est aisé d'apprécier l'importance accordée à ces dernières. La fonction déterminante de la résolution de problèmes (seul et en groupes), les activités d'entraînement individuelles, une évaluation qui doit permettre de réguler le temps de l'apprentissage en aménageant des temps de différenciation et des travaux personnels, rendent compte d'un ensemble d'activités qui doit guider le maître quand il devra concevoir ses séances de mathématiques et plus largement sa programmation sur l'année ou le cycle. Cette grille permet aussi d'identifier les types de tâches qui spécifient l'activité de l'élève et celle du maître.

En multiâge, les modes d'organisation vont être assujettis à des contraintes spécifiques. L'organisation pédagogique générale est régie selon des règles qui régissent l'organisation temporelle et matérielle de la classe et les organisations didactiques désignées comme des mises en système d'activités spécifiques à un domaine d'apprentissage.

La classe dispose d'un espace « regroupement collectif » où le maître prend place côte à côte avec les élèves et d'un espace permettant le travail en petits groupes (assemblages de tables permettant de réunir 3 à 5 élèves).

Dans un cadre temporel s'inscrivent : le lundi matin, le moment de la réunion coopérative ; chaque matin les « quoi de neuf ? » ou les rituels ; chaque jeudi après-midi l'évaluation des contrats qui conduit, le vendredi matin, chaque enfant à s'auto-évaluer et à passer (s'il est prêt) la ceinture de la couleur qui révèle son niveau d'expertise. Les dispositifs didactiques se déclinaient jusqu'à présent, sous forme de rituels, de démarches d'auto-socio-construction du savoir, d'ateliers de résolutions de problèmes, de travail d'entraînement et de systématisation à partir de fichiers ou de fiche-contrat. Ce mode de fonctionnement vient de faire l'objet d'une nouvelle réflexion.

Le choix d'un système commun de dispositifs didactiques, élaboré par l'ensemble des équipes lors d'un stage GRAP en mars dernier, s'est porté sur le système suivant :

Un système d'activités : tous les ingrédients suivants doivent s'intégrer dans le système d'activités mathématiques :

- *Rituels (mathématiques) : C'est, indépendamment des enjeux de socialisation, une gymnastique collective et répétitive visant à développer des automatismes par imprégnation (langage, stratégies, justification).*
- *Jeux mathématiques et ateliers libres.*
- *Démarche exploratoire ou projet : [la démarche exploratoire], c'est la mise en place d'une situation de recherche, à partir de situations concrètes, sur laquelle se fonde la construction des apprentissages à partir des interactions et des coopérations entre les élèves ayant des compétences différentes. La situation proposée par l'enseignant ou par l'équipe doit être accessible à tous les enfants et doit pouvoir être résolue par l'utilisation de différentes procédures allant de la plus simple à la plus experte. [...]*
- *Démarches dirigées : postérieurement à la démarche exploratoire ou dans le cadre des nécessités d'un projet, des démarches dirigées, plus ciblées, peuvent être mises en œuvre (par exemple pour contraindre, en raison des variables didactiques choisies, à utiliser des procédures expertes en lien avec les compétences de fin de cycle).*
- *Entraînement/ Contrats/ Fichiers.*
- *Evaluation*

En utilisant le modèle utilisé précédemment, nous pouvons décrire brièvement le lien entre ces activités et des structures didactiques :

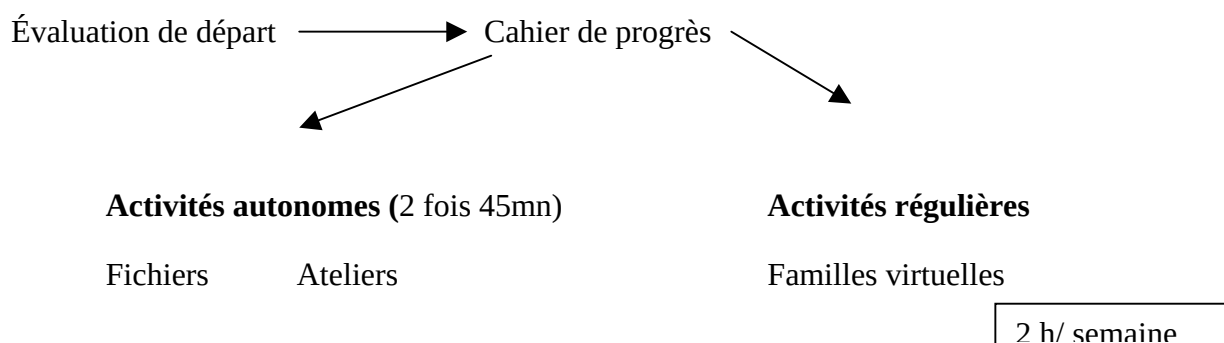
Types d'activités	Mode d'organisation	Structures	Fonctions didactiques
Rituels (calcul mental et réfléchi, jeux, défi logique)	Collectif	Exercices ou problèmes (oraux)	Travail de la technique par adaptation ou imitation
Jeux mathématiques/ ateliers libres	Collectif et en groupes	Exercices ou problèmes (oraux)	Travail de la technique par adaptation ou imitation
Démarche exploratoire ou projet	Individuel Groupes hétérogènes Collectif	Activités d'étude et de recherche	Rencontre (première ou non) avec la tâche Exploration de la tâche et émergence ou travail de techniques en

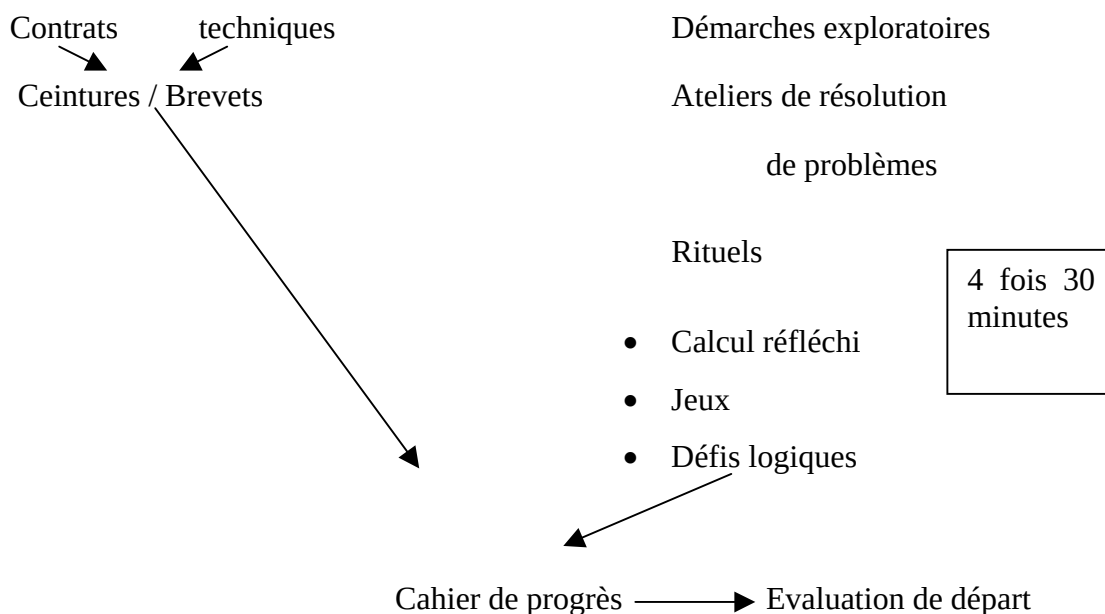
			coopération Construction éventuelle de blocs technologico- théoriques différenciés
Démarche dirigée	En coopération ou en autonomie (étayage du maître)	Exercices ou problèmes ciblés	Travail de techniques
Entraînement / contrats / fichier	En coopération ou en autonomie (étayage du maître)	Exercices techniques	Travail de techniques Auto-évaluation
Évaluation	Individuel	Contrôle	Auto-évaluation (retour au cahier de progrès) Évaluation en lien avec les exigences officielles.

Si l'on peut établir de nombreux parallèles avec l'organisation officielle, ce qui peut rendre spécifique cette interprétation du cadre officiel se révèle *a priori* à travers les tâches dévolues à l'élève. Les tâches coopératives sont explicitement désignées, le travail en autonomie clairement signalé. La configuration organique n'est pas sans évoquer une continuité avec celle du cycle 1 ; un mode d'apprentissage par familiarisation, ou imitation apparaît comme licite sur l'ensemble des cycles ; la configuration sous-tend que les élèves eux-mêmes disposent de l'initiative de gérer un certain nombre de tâches (en autonomie). Enfin, il convient de souligner l'importance octroyée aux dispositifs collectifs censés susciter l'investissement des élèves pour faire des mathématiques autrement.

L'évaluation occupe elle aussi une fonction spécifique : elle est pour l'élève un outil d'appréciation de ses progrès (par rapport à lui-même), elle lui permet de se situer par rapport au groupe et elle est pour le maître un moyen d'établir un contrat avec l'élève.

D'une certaine façon, ces dispositifs peuvent sembler conçus pour articuler deux logiques interdépendantes : une logique des apprentissages et une logique de socialisation. Comment ces dispositifs s'inscrivent-ils dans le temps de la classe et peuvent-ils régler le processus d'étude des élèves ? La réponse réside dans la « mise en système » de ces activités. La « mise en système des activités mathématiques » rend compte des relations entre ces diverses structures et règle le processus d'étude de l'élève ; celle présentée ci-dessous est celle déterminée par l'équipe cycle 3 de Kergomard.





Dans l'organisation institutionnelle et temporelle d'une semaine, l'élève rencontre des tâches qui relèvent d'une « routine » favorisant d'abord, en terme de durée, des activités où peuvent se confronter, se mutualiser des compétences diverses, incluant par ailleurs des activités où, en autonomie, il peut prendre la mesure de ce qu'il a appris et de ce qu'il doit encore travailler.

Si ces quelques éléments nous informent sur les tâches « génériques » qui incombent à l'élève, comment précisément se déclinent les tâches du maître ?

Lors du stage GRAP, cette question a conduit à l'élaboration d'une grille qui peut permettre d'identifier la posture du maître pendant une activité particulière : la démarche exploratoire. Nous donnons celle-ci en annexe 1.

Le descriptif des tâches du maître met spécifiquement en évidence l'action de celui-ci dans les phases de dévolution, de mise en commun et d'institutionnalisation. Le retrait du maître pendant la phase d'étude et de recherche, ou du moins l'absence d'une nécessité de réguler, de relancer l'activité mathématique du groupe, renvoie au fait que la situation proposée a été conçue de façon conforme aux enjeux de l'apprentissage. L'accompagnement du maître a pour fonction essentielle une prise d'information sur le cheminement des élèves et sur les productions qui lui permettront de mettre en place la synthèse. Les interactions maître-élèves de la mise en commun sont envisagées comme un outil pour établir une synthèse co-construite. On peut sans doute identifier l'influence d'une réflexion conduite précédemment dans le domaine de la maîtrise de la langue : les apports du maître se réduiraient à la mise en place d'un vocabulaire mathématique adéquat... (du moins dans les moments de synthèse). On peut aussi identifier une réflexion à poursuivre concernant *a priori* les règles du jeu relatives à la légitimité des traces de l'affiche du groupe et l'élaboration d'une synthèse différenciée en fonction d'un degré variable de conceptualisation.

Nous disposons, à partir de ces éléments, d'une certaine image des mathématiques qui peuvent vivre en multiâge, des mathématiques censées prendre en compte deux logiques, celle

de l'apprentissage et celle de la socialisation, et du cadre d'une organisation didactique « générique » déterminée par une organisation pédagogique.

Qu'en est-il dans la réalité de la classe ?

II – LE PROJET KERGOMARD

II – 1 Le contexte.

L'école Kergomard est située en REP (réseau d'éducation prioritaire) ; elle regroupe des élèves d'origine sociale différentes (plutôt défavorisées dans le sens que lui octroient certains sociologues) et d'ethnies tout aussi diverses.

Les équipes enseignantes des divers cycles comprennent à la fois des professeurs expérimentés et des professeurs plus jeunes. Toutes les équipes fonctionnent en multiâge ; l'équipe cycle 3 que j'ai plus particulièrement accompagnée comprend 5 enseignants et un collègue poste E. L'un des cinq enseignants (nouveau titulaire, l'an dernier) nous a quittés et a été remplacé par une nouvelle collègue, elle aussi nouvelle titulaire.

Le projet lancé à la rentrée scolaire 2004-2005 par le groupe de travail cycle 3 (sous la tutelle de la circonscription) avait pour objectif (sur le long terme) de concevoir une mallette « les maths en cycle 3 ».

La réflexion initiale des enseignants de l'équipe cycle 3 avait donné lieu à l'élaboration d'un cadre de réflexion dont nous donnons ci-après copie en annexe 2. Ce cadre de réflexion explicite tout à la fois les références théoriques et les objectifs concrets en jeu, à savoir la conception d'un ensemble de jeux, de fichiers, de séances permettant la programmation d'un apprentissage spiralaire de l'ensemble des compétences devant être acquises en fin de cycle 3. J'ai donc été invitée à accompagner ce projet : institutionnellement, cinq réunions de travail en 2004-2005 avaient été prévues pour faire avancer le projet. Ma méconnaissance du multiâge m'a conduit à suivre les enseignants dans les classes, tout d'abord pour comprendre ce qui s'y passait, puis pour y observer les activités expérimentées. Cette année, le groupe a été reconduit, tout comme les réunions de travail « institutionnelles » ; des observations de classes et des réunions informelles m'ont permis de suivre le projet.

En terme de besoins exprimés, la demande initiale me concernant portait plus particulièrement sur l'élaboration d'une programmation spiralaire : le concept n'est pas nouveau. La collection de manuels « Vivre les mathématiques » (Ed. A. Colin-Bourrelle) entre 1985 et 1990, publiée avec la caution de l'Inspecteur Général Louis Corrieu préconisait et mettait *a priori* en œuvre une démarche d'apprentissage censée organiser « *une approche spiralaire des notions, une pédagogie en étoile permettant de varier les approches, une construction spiralaire favorisant à la fois les révisions systématiques et les enrichissements progressifs* » ; certes, mais comment envisager dans l'immédiateté et sans connaître le multiâge une telle programmation ?

Le principe d'une telle programmation reste au cœur du projet de l'école : mais ce sont sur les conditions et les contraintes qui permettraient de faire faire des maths à tous les élèves, que nous avons finalement porté notre réflexion. La démarche exploratoire, en quelque sorte, a

consisté à expérimenter des dispositifs (des activités) en s'appuyant sur certains des axes présentés dans le cadre de réflexion.

Brièvement, le contenu des cinq réunions de travail résume les pistes un peu éclatées qui ont été suivies :

La première a abouti d'une part à la constitution d'une bibliographie susceptible d'ancrer certaines notions dans leur contexte historique (en lien avec les numérations anciennes et les décimaux ...), d'une bibliographie plus didactique (comprenant notamment « Calcul mental, calcul rapide »¹⁰) et l'ouvrage « Dur d'enseigner en ZEP »¹¹, et, d'autre part, à la recherche de jeux (APMEP, commerce, ...) afin d'en définir les objectifs en termes d'apprentissage, d'entraînement.

La seconde réunion a eu pour objet la présentation de la démarche d'apprentissage autonome proposée à l'élève notamment à travers l'« Atelier de regard sur Soi » (dispositif d'auto-évaluation et négociation d'un contrat) et l'usage des fichiers (réalisation du contrat). Des actions ont été programmées : élaboration d'énigmes mathématiques, conception de situations problèmes permettant aux élèves de s'approprier la signification des pratiques sociales et de travailler en acte sur les notions de grandeurs.

La troisième réunion a permis le compte rendu des actions : une énigme rédigée sous la conduite du collègue poste E, « le 100 a disparu de la file numérique » (dictée à l'adulte) ; les familles virtuelles ou « Comment les diverses pratiques quotidiennes d'une famille inventée par un groupe d'enfants sollicitent les savoirs et savoir-faire mathématiques » ; la poursuite du travail sur « voyage au cœur des numérations anciennes ».

La quatrième séance a été l'occasion de soulever le questionnement sur la conception des situations, la fonction du maître...

La dernière a permis tout d'abord de décider la reconduction du travail et d'axer plus précisément la réflexion sur un questionnement des pratiques expérimentées à partir de leurs effets sur l'apprentissage des élèves (projet du réseau multiâge). Nous avons donc cherché à décrire et caractériser les démarches des élèves et celles du maître dans des « séances liées à la maîtrise des concepts », séances où se succèdent recherche individuelle, coopération en petits groupes hétérogènes et mise en commun collective.

C'est sur cet axe que je développerai la réflexion menée.

II – 2. Cadre d'analyse et méthodologie.

Des hypothèses pédagogiques préalables dans ce contexte particulier.

Les choix pédagogiques conditionnent un type d'organisation didactique propice aux apprentissages de tous, ensemble.

¹⁰ Butlen&Pézard, IREM Paris VII

¹¹ Peltier-Barbier (dir), La Pensée Sauvage, 2004

Le projet d'enseignement et d'apprentissage d'un savoir mathématique s'inscrit dans le cadre d'une organisation pédagogique qui libère l'enseignant d'un certain nombre de contraintes liées à la gestion de la relation pédagogique. Pratiquement cela se traduit ainsi :

En réunissant une communauté d'enfants, des petits « commençants » et des plus grands « peu ou prou initiés », autour du même projet d'apprentissage, une « dynamique de groupe » se met en place qui permet d'écarter un certain nombre de conflits : ce fonctionnement permet, non pas d'éluder les difficultés dues parfois à des rapports conflictuels entre élèves, parfois encore à des problèmes comportementaux individuels, mais du moins de préserver la qualité d'un temps d'apprentissage pour tous, d'un temps du savoir.

Par ailleurs, la structuration des moments d'études entre « rituels », « démarches d'auto-socio-construction des savoirs » redéfinies en termes de « démarches exploratoires », ateliers de résolution de problèmes, activités de systématisation ou de consolidation (fichiers), semble pertinente pour mettre en place une programmation de l'apprentissage qui prenne en compte « le cheminement cognitif de l'élève » (Butlen¹², p.7). Elle balise ce que les enseignants de l'école désignent sous les termes de « parcours autonome de l'élève » qui conduit ce dernier à s'évaluer, à renseigner son cahier de progrès pour identifier ce qu'il doit travailler puis à passer la « ceinture » qui atteste de son apprentissage. Le cahier de progrès s'inspire de la grille des compétences exigibles en fin de cycle.

Nous ne focaliserons pas ici notre réflexion sur un parcours autonome de l'élève mais sur les situations situées en amont, dans un espace-temps partagé par le groupe classe.

Des outils pour décrire et analyser.

Les outils d'analyse doivent donc nous permettre de décrire d'une part, les conditions et les contraintes qui déterminent l'activité mathématique des élèves et d'autre part, d'apprécier leurs effets sur les apprentissages. Ils relèvent pour les premiers du cadre anthropologique, il s'agit de décrire et analyser des organisations mathématiques et didactiques, les conditions et contraintes pédagogiques qui influent sur leur codétermination, et pour les seconds, d'une approche que j'ai essayé d'emprunter aux chercheurs du CRESAS et d'adapter, à savoir la méthode d'« auto-évaluation régulatrice », méthode censée permettre la régulation des actions du maître pour favoriser l'apprentissage. Cette méthode peut faciliter la compréhension et l'analyse de ces actions pour l'observateur.

Le choix des situations par les enseignants, à savoir « les maths qu'il faut faire vivre » peut très clairement être analysé en termes d'orientation et de types d'apprentissages (tels que le propose le canevas d'étude élaboré par la COPIRELEM).

CANEVAS D'ETUDE (COPIRELEM Strasbourg 2005)

Orientations	Types d'apprentissages
--------------	------------------------

¹² D. Butlen, (2004), Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). Vol.1, Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII.

1) Rationalité et Raisonnement.	Apprentissage de raisonnement ; Apprentissage de modèle ; Apprentissage de méthodes.
2) Culture.	Apprentissage de référents culturels mathématiques ; Acquisition d'une culture commune ; Développement du plaisir de chercher, de la capacité à produire des efforts.
3) Intégration sociale et formation du citoyen.	Apprentissage de l'argumentation avec des pairs ; Développement de l'esprit critique et apprentissage au discernement ; Développement de compétences ouvrant des perspectives d'avenir ; Construction d'outils ; Acquisition de méthodes pragmatiques.

Un sujet ou un thème d'étude est en quelque sorte contraint (dans la conception pédagogique adoptée) de répondre à plusieurs orientations et de conjuguer de fait plusieurs types d'apprentissage (notamment liés aux compétences transversales); ces déterminations jouent par ailleurs sur le type d'organisation didactique qui va dès lors pouvoir être mis en place : les fonctions qu'elles caractérisent induisent les dispositifs didactiques.

Dans le déroulement de la séance, de nouvelles conditions (les procédures effectives des élèves, les interactions sociales entre ceux-ci) peuvent générer des modifications (immédiates ou à venir) des organisations en place.

La méthodologie

Certaines des activités expérimentées actuellement ne font l'objet que d'un bref descriptif. Les séances présentées ont fait l'objet d'une observation extérieure ou faiblement participante. Il n'y a pas eu de vidéo ; des enregistrements (mise en commun au tableau, échanges verbaux dans des petits groupes) ont été tentés mais n'ont pas été d'une grande utilité ; les analyses reposent sur mes notes et des échanges avec le maître en fin de séance ; on ne peut parler de réelle co-analyse.

Dans ces séances, j'ai essayé de reconstituer quelques moments d'études, de m'attacher aux comportements et aux procédures d'élèves particuliers.

II – 3. Quelques activités « nouvelles » et quelques séances analysées.

Les problèmes familiers et quotidiens

Dans le domaine de la résolution de problèmes, la question des problèmes quotidiens et familiers a conduit à l'élaboration d'un projet non sans traits communs avec un « projet d'étude et de recherche » tel que le conçoit Y. Chevallard¹³. Conçue dans la perspective de développer la rationalité, l'éducation du futur citoyen et son intégration sociale, la situation proposée a aussi pour objectif la maîtrise d'une mathématique liée aux pratiques sociales recouvrant l'ensemble du programme. Le projet des familles virtuelles, mis en place par l'équipe depuis l'an dernier, est un projet conduit sur une année : un groupe hétérogène de trois ou quatre enfants invente une famille (père, mère, enfants, animaux domestiques, description physique, âge, professions et salaires des parents, lieux d'habitation, loisirs). Cette famille va gérer un budget (dépense alimentaire mensuelle (après élaboration de menus), impôts sur le revenu, inscription à des clubs sportifs, voyage et location de vacances), elle va déménager et concevoir le plan d'une maison ... Les élèves travaillent de façon coopérative : enquêtes, recherche de documents (la déclaration d'impôt est une photocopie donnée par le maître). Ils résolvent les problèmes qui résultent de ces situations. Ce contexte virtuel suscite un intérêt tout à la fois mathématique et social : se confrontent par exemple des points de vue très distincts entre des élèves qui ont choisi des familles emblématiques d'une catégorie socio-professionnelle moyenne et ceux qui ont jeté leur dévolu sur des familles prototypiques des VIP. Les enjeux sont à la fois mathématiques (ordre de grandeur des nombres exprimant les salaires, relations arithmétiques entre ces nombres) et sociologiques (salaires moyens, catégorie socio-professionnelle).

Les jeux.

Dans le domaine des jeux, l'expérimentation de certains jeux introduits, par exemple Le Pythagore (ERMEL et APMEP), le PLIX (APMEP), le MATHADOR¹⁴, a nécessité d'introduire une grille d'analyse fortement inspirée par celle proposée dans « Jeux 6 » de l'APMEP.

Le tableau synoptique a été complété par les rubriques variables didactiques, variantes envisagées.

La grille comprend donc :

Nom du jeu : Pythagore ; **Domaine** : numérique ; **Notions** : tables de multiplication ; **Niveau** : CE2 ; **Matériel** : photocopie ; **Pratique et Nature** : entraînement en groupe ; **Variables** : limitation des tables à 6, 7 ; tableau à compléter en partie ; **Variantes** : en individuel, tableau à achever. Ce travail est encore à faire, notamment pour le MATHADOR.

¹³ Chevallard Y. (2004), La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire : transposition didactique et nouvelle épistémologie scolaire (3^{ème} université d'été Animath, Saint Flour)

¹⁴ Concepteur : E. Trouillot. <http://www.mathador.fr>

Une séance de résolution de problèmes.

Les objectifs envisagés : Éveiller la vigilance des élèves sur les mots inducteurs d'un énoncé de problèmes ; identifier et discuter en groupe hétérogène des expressions qui permettent de se représenter le problème et d'identifier l'opération à effectuer.

La résolution des problèmes à proprement parler ne fait pas partie des tâches prescrites *a priori*.

La situation est orientée vers le raisonnement, l'intégration sociale et la formation du citoyen ; il s'agit d'apprendre à raisonner, voire d'acquérir des modèles ; il faut encore apprendre à argumenter avec des pairs et construire des outils de compréhension.

L'organisation pédagogique et didactique :

En regroupement collectif, la tâche va être motivée par le maître. Le thème du problème précédent « La tirelire » (d'après ERMEL) a suscité des difficultés comme le relèvent les élèves : ils n'ont pas réussi à tenir compte de deux contraintes (une somme d'argent fixée, un nombre de pièces déterminé). Un des obstacles apparaît comme lié à une mauvaise représentation du problème liée à la non prise en compte de toutes les données dans un problème de recherche. Un travail sur la lecture fine d'un énoncé apparaît donc comme une première remédiation à ces obstacles.

Les feuilles de problèmes sont distribuées :

Problème 1- Yann a 15 billes. Pendant la récréation, il joue contre Nassim. Il perd 5 billes. Combien de billes lui reste-t-il ?
Problème 2- Yann a 25 billes. Il les partage équitablement entre ses 5 meilleurs copains. Combien de billes donne-t-il à chaque copain ?
Problème 3- Yann a 58 billes. Il donne 35 billes à son petit frère. Combien de billes lui reste-t-il maintenant ?
Problème 4- Yann a 64 billes. Il les partage équitablement entre ses 7 meilleurs copains. Combien de billes donne-t-il à chaque copain ?
Problème 5- La mère de Yann a acheté 5 filets de billes. Dans chaque filet, il y a 15 billes. Combien de billes a-t-elle acheté ?
Problème 6- Yann a déjà 30 billes. Sa mère lui achète un filet de 50 billes. Combien de billes a-t-il maintenant ?
Problème 7- Pour l'anniversaire de Yann, sa mère a acheté 18 petits gâteaux. Malheureusement il y a 24 invités. Combien lui manque-t-il de gâteaux ?
Problème 8- Pendant la récréation, Yann a joué contre Théo. Il a perdu 5 billes. Puis il a joué contre Nassim. Il a alors gagné 8 billes. Au départ il avait 56 billes. Combien de billes a-t-il maintenant ?
Problème 9- La mère de Yann lui a donné 15€ pour son anniversaire. Il achète un livre à 4 €50 et une bande dessinée à 8 €99. Combien lui reste-t-il d'argent après ses courses ?

La phase qui suit porte sur l'énonciation et l'explicitation de la consigne, des tâches prescrites :

« Ce que je vais vous demander à chacun, individuellement, tout seul, c'est d'abord de bien lire, vous intéresser aux problèmes, ensuite d'essayer de comprendre ce qu'on vous demande pour ensuite mettre à côté de chaque problème ce qu'il va falloir faire, une addition, une soustraction ou encore une division pour réussir à résoudre ».

Un élève réagit : « Maître, c'est obligé ! ». Il intervient deux autres fois, le maître précise qu'il ne donne pas le choix.

Une dizaine de minutes se sont écoulées. La phase d'étude et de recherche commence ; les élèves sont regroupés par tablées « hétérogènes » : à chaque table, vont travailler ensemble des élèves de 1^{ère}, 2^{ème} et 3^{ème} année. Cette étape va durer une petite demi-heure. Les élèves sont actifs ; nombre d'entre eux ont cependant réinterprété la tâche : ils résolvent les problèmes oralement (seule apparaît une réponse chiffrée) ou en s'appuyant sur des procédures écrites (peu lisibles, car le support n'est pas prévu pour).

Le maître a pris la décision, dans l'action, de modifier la tâche ou du moins d'en proposer une nouvelle : *(le maître prend en compte la démarche naturelle des élèves (ils veulent trouver la solution, résoudre les problèmes) ou perçoit que pour certains élèves « savoir comment on peut faire » ne peut être explicité qu'après avoir fait).*

« Bien, tout le monde va écouter. Ce que je vais vous demander maintenant, c'est de les résoudre [les problèmes]. Faites les opérations et trouvez le résultat ».

Les échanges oraux sont nombreux : confrontation des résultats, en cas de désaccord reformulation de l'énoncé (les élèves qui expliquent s'appuient sur la signification de mots inducteurs, « perdre » par exemple) et discussion des procédures.

Avant que ne survienne la phase de synthèse, des affiches sont distribuées (une par groupe). Il s'agit de classer les problèmes en fonction des opérations utilisées : le maître explique et exemplifie. Les confrontations sont nombreuses dans les groupes, activées par les relances du maître. Cette étape dure une petite dizaine de minutes.

La synthèse : le maître a reproduit la grille de classification au tableau.

« Stop, on arrête tout ». Le calme se fait ; le maître reprend : « Il y en a un qui va lire le problème ; on regarde s'il y avait plusieurs solutions. Ensuite on notera dans le tableau ».

Successivement les problèmes sont lus ; les opérations, identifiées comme permettant de résoudre le problème, sont justifiées par les élèves qui, pour certains, s'appuient sur une reformulation de l'énoncé.

Le tableau complété révèle finalement pour les élèves la multiplicité des procédures envisageables et des opérations possibles pour résoudre les problèmes.

Nous pouvons émettre une hypothèse sur l'évolution de l'organisation mathématique mise en place : la tâche qui sollicitait la lecture, la compréhension, l'interprétation et la structuration des données du problème, la mise en évidence des mots inducteurs lors des échanges (les valeurs des données numériques ne contribuant qu'à mieux se représenter le problème) change de nature parce que le maître, en regard de ce que font les élèves, doit réguler ses actions. La tâche se transforme en une résolution de problèmes, qui cette fois, pilotée par les variables numériques des données, va permettre l'émergence d'une multiplicité de procédures et donc conduire à une synthèse un peu différente.

En utilisant la typologie des problèmes de Vergnaud, une analyse en termes de « nature du problème », « opération », « mots qui aident à comprendre » permettait de générer la synthèse. Mais qu'ont fait les élèves ?

Quelques procédures et formulations d'élèves :

La phase de recherche individuelle, qui naturellement porte sur les premiers problèmes, conduit les enfants à procéder oralement pour résoudre les problèmes : calcul mental, voire décomptage 15, 14, ...11, 10.

Un certain nombre d'élèves font appel à leurs connaissances en calcul mental ou réfléchi pour résoudre ces problèmes.

Quelques exemples :

Une élève qui ne maîtrise sans doute pas, par cœur, la table de 7 s'empare d'une table pour obtenir le quotient entier de 64 par 7. Elle a déterminé de tête le quotient de 25 par 5. Les décompositions additives de nombres inférieurs ou égaux à 50, 24, 15 sont aussi utilisées. D'autres procédures, surcomptage pour aller de 18 à 24, de 35 à 58, décomptage pour retirer 5 à 56 sont présentes. L'absence de place pour poser des opérations peut peut-être faire croire aux élèves que les résolutions se font de tête ?

La confrontation des résultats dans les groupes conduit à des reformulations : celui qui a su faire (ou du moins qui a trouvé une réponse) interprète l'énoncé en plaçant celui qui ne sait pas en position de sujet du problème : « tu perds... ». Le message semble convaincre pour résoudre...

La mise en commun va donc consister à établir la pertinence de plusieurs procédures qui n'utilisent pas les mêmes opérations et leurs liens : soustraction et addition à trous, multiplication et addition itérée, division et multiplication à trous. Les interventions du maître sont dans cette phase déterminantes.

Quelques exemples :

Problème n°4 :

M : « tu as fait quoi ? » ... « une division, c'est le mot que tu as dit ? »

E : « j'ai cherché dans la table de 7 »

M : « tu as fait quoi ? »... « qui a fait une multiplication ? » des doigts se lèvent.

Problème n°5 :

E : « j'ai fait une addition »

E' : « j'ai fait 15 fois 5 ».

M : « qui a fait autrement ? »

E : « j'ai fait une addition $15 + 15...$

M : « 15 fois 5 c'est la même chose, c'est 5 fois le nombre 15 ».

Conclusion :

Chaque élève, quel que soit son « niveau d'expertise », a donc pu participer à cette mise en commun, puisque chacun a pris conscience qu'une procédure connue pouvait s'avérer performante.

La synthèse écrite ne peut mettre en évidence la priorité des facteurs liés au lexique des énoncés dans la représentation du problème et le choix de l'opération pertinente (toutefois, oralement, les élèves s'appuient sur le sens des mots ; « perdre ou gagner » sont associés à retirer ou ajouter, mais le « chaque » du problème 5 est aussi lié à une addition). Pour les élèves, la synthèse commune met en exergue la diversité des procédures envisageables pour résoudre le problème, une fois celui-ci compris.

Pour le maître qui a observé le travail des élèves, la synthèse révèle encore les outils dont se sont emparés les élèves pour construire du sens : le calcul mental et le calcul réfléchi permettent d'une part de favoriser la représentation du problème et les liens entre soustraction et addition à trous, addition itérée et multiplication, division et multiplication à trous. Elle révèle encore les capacités de certains pour passer de procédures s'appuyant sur ces calculs vers les techniques opératoires « usuelles ».

Synthèse évaluative, elle permet donc d'envisager des prolongements différenciés en fonction des besoins des élèves.

L'organisation didactique mise en œuvre (AER, institutionnalisation) met en évidence la fonction majeure de ce que font effectivement (individuellement et en collaboration) les élèves ; le moment fort est la mise en commun. La fonction du maître révèle aussi l'importance des actions de régulation décidées en regard du cheminement des élèves et, lors de la synthèse, la complexité d'adapter dans l'immédiateté une synthèse même commune ayant du sens pour tous les élèves. Si dans un premier temps, elle permet d'établir un état des lieux de procédures possibles, dans un temps différé, à l'appui des procédures convoquées par certains élèves, elle peut permettre d'institutionnaliser les procédures attendues selon les compétences des élèves. Il s'agit donc de mettre en place une synthèse en deux temps.

D'autres situations observées mettent en évidence les questions que soulève la co-construction d'une synthèse collective mais aussi différenciée en fonction des compétences des élèves.

Une séance intitulée « les familles géométriques » porte sur la construction d'un jeu.

Elle se situe dans le prolongement de situations dans lesquelles les élèves ont été amenés à élaborer des classifications de configurations géométriques. La démarche mise en œuvre dans cet « avant » emprunte à celle proposée par O. Bassis¹⁵ dans le chapitre « des polygones aux carrés ».

Les objectifs de la séance : Associer une figure géométrique à sa désignation, à sa famille (selon un classement travaillé préalablement), en tenant compte de ses propriétés et non pas seulement d'une simple perception visuelle. Appréhender la notion de propriétés communes.

¹⁵ O. Bassis, (2004), Concepts clés et situations problèmes en mathématiques, géométrie, mesures et processus cognitifs, Hachette Education

En termes d'orientations, la situation est censée développer la rationalité et le raisonnement, l'intégration sociale du citoyen ; les apprentissages portent sur le raisonnement, l'argumentation.

L'organisation mathématique proposée met en jeu un grand nombre de tâches pratiques, logiques et géométriques : répartir équitablement des vignettes, faire des classements, apparier en utilisant des connaissances géométriques, valider. Ces tâches coopératives requièrent des techniques induites initialement mais non explicites (classification) ou encore à construire (décodage des propriétés, liens des propriétés et des figures, codage des angles). Lors de cette activité d'étude et de recherche des élèves en petits groupes, les actions de régulation et d'étayage du maître jouent un rôle essentiel sur l'avancée du travail de groupe. Cette situation de construction du jeu semble caractéristique d'une phase de synthèse prise en charge (en partie seulement) par les élèves. Les élèves sont appelés à remobiliser des connaissances précédemment abordées, à les reformuler et à constituer ce qui est finalement la trace écrite d'une leçon.

Ce premier jeu peut constituer une sorte de première phase de « cours » permettant aux élèves de se l'approprier par routine (tant que le jeu ne devient pas obsolète).

La réalisation du jeu présente donc l'intérêt suivant : les élèves construisent leur synthèse et ils montrent leurs connaissances et leurs besoins. Cette réalisation révèle aussi la nécessité d'une synthèse que n'avaient pas réellement pu s'approprier les élèves dans les séances antérieures. C'est aussi un outil pour s'informer sur les connaissances des élèves (les élèves n'utilisent pas tous les mêmes critères de reconnaissance des figures) et réguler les situations d'apprentissage à venir.

Des jeux coopératifs sont aussi expérimentés.

Deux séances ont été observées, l'une en cycle 3, l'autre en cycle 2 ; les supports respectifs sont le « Mathador classique » et le « Mathador junior ».

Matériel et organisation pédagogique :

Les supports comprennent respectivement des pistes de 63 cases et 28 cases. Les cases désignent, soit les signes des opérations usuelles (les 4, voire deux opérations à prendre en compte pour le jeu classique, seulement les trois premières opérations à l'exclusion de la division dans le jeu junior), soit un point d'interrogation correspondant à une carte énigme. Dans le jeu classique, trois cases 99 peuvent permettre un arrêt de jeu : il s'agit de « faire 99 ». En dehors d'un dé bleu classique qui permet le déplacement de 4 pions sur les pistes, les joueurs disposent de deux dés rouges à dix faces dans la version traditionnelle, le premier désignant les nombres de 0 à 9, l'autre les multiples de 10 (de 0 à 90) ; dans la version junior, au dé des multiples est substitué un dé classique qui désigne le chiffre des dizaines (1 à 6). Cinq autres dés blancs multifaces (polyèdres de Platon) vont permettre à l'aide d'une (ou des)

opération(s) fixée(s) d'atteindre ou d'approcher le nombre donné : un dé tétraèdre à 4 faces (1 à 4) ; dé cubique (1 à 6) ; dé dodécaèdre (1 à 12) ; dé icosaèdre (1 à 20). Le lancer des cinq dés fixe les nombres qui doivent permettre « le compte est bon ».

La tâche des joueurs consiste donc à organiser une suite d'opérations comprenant au moins une fois l'opération fixée (ou les deux opérations) à l'aide des nombres qui ne peuvent être utilisés qu'une fois, ou de résoudre une énigme. Est « Mathador » celui qui trouve le nombre cible en utilisant tous les nombres. Les énigmes du jeu classique peuvent être brièvement classées en petits problèmes de logique (sollicitant compétences spatiales et langagières), problèmes de proportionnalité, problèmes de dénombrement, problèmes de recherche (système de deux équations à deux inconnues, partages inégaux, mobilisant des raisonnements arithmétiques, essais-erreurs, double fausse supposition...). Dans le jeu junior, les problèmes relèvent de la logique, du champ des structures additives et multiplicatives.

Les jeux révèlent donc un grand nombre de variables de contrôle qui peuvent permettre au maître (en les adaptant) d'octroyer au jeu le statut d'une activité d'entraînement, de réinvestissement, tant en calcul qu'en résolution de problèmes.

Les deux classes ne disposent que d'un jeu pour tous : celui-ci est donc fixé au mur de façon à permettre à l'ensemble des élèves de suivre le jeu. Les élèves sont regroupés en équipes hétérogènes, de façon à ce que les équipes jouent les unes contre les autres. Les dés sont jetés par un membre de l'équipe : les nombres, les opérations, ou l'énigme sont écrits au tableau par le maître qui est aussi le maître du temps. En effet, le travail de groupe s'articule en trois temps en cycle 3 (3 fois la durée d'une minute, correspondant à l'écoulement du sablier). Le premier temps est un temps de recherche individuelle sur le cahier du jour ; le second temps est un temps de confrontation et d'échange sur les procédures ; le troisième temps correspond au temps d'élaboration de la procédure commune, qui devra pouvoir être communiquée par l'un quelconque des membres de l'équipe. En cycle 2, le jeu se joue en 2 temps : recherche individuelle, arrêt, nouvelle recherche individuelle.

En cycle 3, l'un des membres de l'équipe « gagnante » ou la plus proche du résultat expose sa procédure au tableau ; en cycle 2, la procédure est verbalisée par un élève, le maître, sous la dictée, la retranscrit en langage arithmétique.

Ce jeu peut s'inscrire dans les trois orientations, il peut développer le plaisir de chercher, de raisonner, il favorise l'apprentissage de méthodes.

Les fonctions de ces jeux coïncident, en effet, avec les attributs que D. Butlen octroie au calcul mental :

« Les activités de calcul mental sont à notre avis des moments privilégiés pour travailler sur les nombres et sur les techniques opératoires. En effet, l'élève devant par souci d'économie mettre à distance les algorithmes écrits, est amené à adapter ses stratégies en fonction des nombres intervenant dans les calculs ; il a la possibilité d'explorer et de mobiliser diverses propriétés des nombres et des opérations »¹⁶.

¹⁶ D. Butlen, (2004), Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). Vol.1, Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII. (page 52)

Ici, les jeux proposés en favorisant de plus les tâches coopératives peuvent donc permettre de croiser enjeux d'apprentissage et enjeux de socialisation ; les premières expérimentations mettent cependant en évidence l'influence des actions du maître pour institutionnaliser des procédures qui ne peuvent, dans l'immédiateté, être appropriées par les élèves (fixation sur des procédures routinières). Qu'il s'agisse en amont d'anticiper sur les tâches et les techniques qui seront accessibles aux élèves (l'anticipation d'une synthèse différenciée), ou qu'il s'agisse, dans l'action, de réguler, d'institutionnaliser des procédures (la synthèse à réaliser), les gestes du maître sont essentiels pour baliser ensuite le parcours autonome de l'élève. Le travail d'analyse de ces jeux est actuellement en cours.

III – CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Les mathématiques qui doivent être enseignées en multiâge sont dans les principes celles qui existent dans les programmes officiels. En multiâge, en REP, le pari soutenu est qu'elles doivent satisfaire à deux logiques indissociables, une logique d'apprentissage et une logique de socialisation.

Ces principes déterminent des dispositifs didactiques qui, en favorisant la coopération, l'émulation, l'imitation, une régulation du maître dans l'action et la recherche, somme toute modeste, doivent permettre à l'élève de définir son parcours autonome d'apprentissage. C'est en grande partie à l'élève, après qu'il s'est investi dans une action coopérative, de définir avec l'aide du maître l'ensemble des tâches et techniques qu'il devra travailler.

La mise en place de ces dispositifs reposant sur la coopération exige par conséquent, de la part du maître, une analyse approfondie des tâches possibles, non seulement une anticipation de l'activité potentielle des élèves, fonction de leur niveau de conceptualisation mais aussi la capacité à évaluer au plus près le cheminement d'un élève particulier.

La méthode en multiâge conjugue finalement les méthodes mutuelle (activités d'études et de recherche), simultanée (dévolution, mise en commun et synthèse) et individuelle (guidage individualisé)¹⁷.

Si le moment de mise en commun, naturalisée dans le cadre de l'organisation pédagogique, apparaît comme mobilisateur et unificateur, sa structuration en un système d'institutionnalisations différenciées se révèle autrement plus complexe. C'est la question de cette structuration qui est au cœur de la problématique d'une possible programmation spiralaire : l'une des conditions qui apparaît essentielle pour organiser cette structuration dépend étroitement de l'analyse « auto-évalué-régulatrice » que celui-ci peut opérer dans la

¹⁷ La méthode mutuelle a été introduite sous la Restauration par les mouvements philanthropiques pour pallier aux insuffisances de la méthode individuelle pratiquée dans les petites écoles de l'Ancien Régime (le maître n'enseignait qu'à un élève à la fois, les autres élèves devaient attendre ; cet enseignement s'avérait inadapté à des enfants nombreux, peu assidus et d'âges divers). La méthode mutuelle repose sur le principe suivant : un élève plus avancé reçoit un enseignement du maître et le dispense ensuite à ses pairs (le maître peut ainsi gérer l'enseignement d'un plus grand nombre d'élèves, tout en différenciant des « niveaux »). La méthode simultanée, empruntée aux frères des Ecoles Chrétiennes est sécularisée par Guizot (Monarchie de Juillet) : le maître dispense un enseignement commun à des élèves réunis selon leur niveau de compétences : une classe où chacun doit acquérir les mêmes connaissances.

phase d'action et de recherche. La capacité du maître à identifier les procédures de chaque élève, l'évolution de ces procédures au cours du travail coopératif impose des dispositifs d'investigation et de réflexion qui n'ont pas encore pu être mis en place.

Si l'objectif du projet réside dans l'évaluation et le développement d'organisations mathématiques et didactiques pertinentes en fonctionnement multiâge, les étapes d'observation et d'analyse nécessitent la constitution d'une réelle communauté de recherche, des appuis institutionnels et les moyens que cela entraîne.

Dans cette perspective, c'est avec l'ensemble des membres de l'équipe qu'une analyse « auto-évalué-régulatrice » doit pouvoir être menée dans une classe même ou à partir d'une vidéo, et dans un second temps, conduire à se questionner sur l'organisation qui a été mise en place.

Le travail engagé et qui était sans doute nécessaire dans une première étape peut, nous semble-t-il, permettre d'identifier certains phénomènes. Il y a eu co-apprentissage au sens entendu par Jaworski¹⁸ : l'ensemble des acteurs impliqués dans la recherche, -praticiens qui se questionnent sur leurs pratiques et l'observateur extérieur-, ont appris sur les mondes des uns et des autres. Il reste encore à établir que ces pratiques d'investigation et de questionnement jouent un rôle déterminant sur l'apprentissage des élèves. Comment réellement questionner les remarques d'un observateur « extérieur » quand celles-ci n'ont pas été partagées ?

Rendre compte précisément des mathématiques enseignées et apprises par les élèves en multiâge et des développements envisageables doit donc nous renvoyer à un autre modèle de recherche-action. Un certain nombre de conditions sont réalisées :

- une communauté d'enseignants qui ont le souci de s'interroger sur ce qu'ils proposent aux élèves ;
- un projet de transformation des pratiques qui doit conduire à l'amélioration de l'apprentissage des élèves ;
- des outils d'analyse qui tout à la fois peuvent questionner les pratiques et les réguler.

Il convient donc de mettre en place ces outils, non plus seulement dans l'espace privé de la classe, mais dans un espace, qui, dans la durée, réunisse l'ensemble des membres d'une communauté ouverte à des chercheurs extérieurs.

Il semble pertinent de penser que, dans ce contexte pédagogique français, le modèle de « formation interactive » qui s'apparente au courant dit « *d'analyse de pratique professionnelle, en privilégiant, dans une perspective constructiviste et interactionniste, la dimension du collectif et de l'expérimentation* », qui vise « *à engager les professionnels en équipe dans une dynamique de découverte et de transformation pédagogique et institutionnelle centrée sur la conduite d'apprentissage des élèves* »¹⁹ puisse ouvrir des perspectives pour mieux comprendre et développer l'apprentissage des mathématiques en multiâge.

¹⁸ Jaworski B. (2003), Research practice into/influencing mathematics teaching an learning development : towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. E.S.m. 54: 249-282

¹⁹ Hugon&Hardy, (2005), Susciter des dynamiques de découverte et de changement, *Recherche et formation*, INRP

BIBLIOGRAPHIE

BASSIS O. (2003) Concepts clés et situations-problèmes en mathématiques, numération, opérations, nombres décimaux et proportionnalité, *Hachette Education*.

BUTLEN D. (2004) Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs d'école. (Note de synthèse). Vol.1, *Université de Paris 8, Ed. IREM, Université Paris VII*.

CLERC P. (1993), Le multiâge, *Nathan*.

CRESAS (2001), *On n'enseigne pas tout seul à la crèche, à l'école, au collège et au lycée*, Paris, INRP, (Platone F. & Hardy M. coordonnateurs)

CHEVALLARD Y., (2001), *Organiser l'étude. Ecologie et régulation*, in Actes de la 11^{ème} école de didactique des mathématiques, La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD Y., (2004), *La place des mathématiques vivantes dans l'enseignement secondaire : Transposition didactique des mathématiques et nouvelle épistémologie scolaire*, 3^{ème} Université d'été Animath, 22-27 août 2004, www.animath.fr/UE/UE04/chevallard.pdf

HUGON&HARDY, (2005), *Susciter des dynamiques de découverte et de changement*, *Recherche et formation*, INRP

JAWORSKI B. (2003), Research practice into/influencing mathematics teaching and learning development : towards a theoretical framework based on co-learning partnerships. E.S.M. 54: 249-282

ANNEXE 1 : LA DEMARCHE EXPLORATOIRE

Les étapes successives peuvent s'inscrire dans l'ordre suivant (plusieurs séances peuvent être nécessaires pour une même étape, sachant en revanche qu'il ne faut pas être trop long) :

Etapas de la démarche	Rôle de l'enseignant
1. Recherche individuelle	• il prépare le matériel nécessaire à la mise en œuvre de la démarche • il explicite l'organisation des différents temps de la séance • il permet l'appropriation des consignes • il s'assure de la compréhension et de la mise au travail de tous les enfants
2. Confrontation et mise en commun en petits groupes pour produire une affiche commune au groupe ; l'affiche présente les stratégies mathématiquement acceptables et justifiées <i>Ce moment de travail en petit groupe a fait l'objet d'un débat au sein du groupe : il conviendra d'approfondir la réflexion à son propos, notamment sur la méthodologie à mettre en œuvre par le maître et par les élèves.</i>	• Il observe et écoute l'argumentation des enfants • Plusieurs accompagnements sont possibles. Selon ses objectifs, l'enseignant peut décider de suivre successivement l'ensemble des groupes (notamment pour favoriser les relances) ou se concentrer sur un seul groupe (éventuellement deux) pour une observation plus fine ou s'il y a des problèmes spécifiques entre les membres d'un groupe particulier. • Avant la fin de la séance, le maître demande aux groupes de vérifier que les deux conditions de validation sont respectées : stratégie acceptable ; justification. <i>Selon le cas, le maître intervient auprès d'un groupe ou renvoie cette phase à l'étape 3 (ou à une séance intermédiaire).</i>
3. Analyse collective des affiches produites par les petits groupes • lister les procédures sans classement • comparer et classer les procédures selon leur efficacité en fonction de la situation explorée ➤ Cette classification est formalisée par écrit (tableau, affiche), puis le cas échéant, mise	• Il amène les élèves à valider l'adéquation entre le travail demandé et le résultat visible sur l'affiche • Il amène les élèves à expliciter les difficultés du groupe, le cas échéant • Il a pensé à la synthèse, mais il la construit avec les enfants <i>en leur apportant le vocabulaire mathématique approprié si</i>

au propre par l'enseignant sous forme de synthèse écrite (affiche collective et/ou documents individuels à coller ou glisser dans un porte -vues) ➤ Pour les collègues de cycle 1, c'est prioritairement la « trace » (l'affiche même élaborée lors de la séance d'analyse) qui doit être le document final.	<i>nécessaire</i>
4. Relecture collective de la synthèse • Proposition de transfert sur des travaux correspondant à chaque niveau de la synthèse : les élèves choisissent leur niveau d'exercice d'application et, selon les cas, le maître les aide, les pousse à tenter une stratégie plus « experte » ou les ramène à ce qu'ils peuvent maîtriser	• L'enseignant s'assure de la bonne compréhension de l'outil de synthèse – et notamment de la re/connaissance du vocabulaire mathématique spécifique qui aura été apporté.

ANNEXE 2 : LA MALLETTE KERGOMARD

