

QUELQUES ENJEUX DIDACTIQUES DE LA PRISE EN COMPTE DE LA DIMENSION EXPERIMENTALE EN MATHEMATIQUES À L'ECOLE ELEMENTAIRE.

LE CAS DE LA MESURE DES GRANDEURS

Viviane DURAND-GUERRIER

Maître de conférences,

IUFM de Lyon,

LIRDHIST¹ et IREM, Université Claude Bernard Lyon1

vdurand@univ-lyon1.fr

Résumé

Cet article se propose, au travers de l'enseignement des grandeurs à l'école élémentaire, de poser la question de la nature et des modalités d'élaboration des objets mathématiques et de leurs propriétés en lien avec les objets sensibles d'une part, avec les objets déjà naturalisés d'autre part. Cette question est étroitement liée à celle des enjeux épistémologiques et didactiques de la prise en compte de la dimension expérimentale des mathématiques.

En s'appuyant sur les programmes de 2002 dans lesquels apparaît explicitement la notion de grandeur et sur les documents d'accompagnement qui insistent sur la nécessité de travailler les notions de grandeur avant celle de la mesure, l'article développe trois exemples proposés en formation initiale et/ou continue.

Introduction

L'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire pose selon moi de manière fondamentale et incontournable la question de la nature et des modalités d'élaboration des objets mathématiques et de leurs propriétés en lien avec les objets sensibles d'une part, avec les objets déjà naturalisés d'autre part. Je m'attacherai à montrer, sur le cas du concept de grandeur, que cette question est étroitement liée à celle des enjeux épistémologiques et didactiques de la prise en compte de la dimension expérimentale en mathématique.

1. Les relations entre objets, grandeurs, mesures et nombres

1.1. Les grandeurs à l'école élémentaire dans les programmes de 2002

Lors de la mise en place des nouveaux programmes de l'école primaire en 2002, une modification importante est apparue avec l'introduction de la notion de grandeur qui n'apparaissait pas en tant que telle dans les programmes de 1995.

¹ Laboratoire de Recherche en Didactique et en Histoire des Sciences et Techniques

Ainsi pour le cycle des apprentissages fondamentaux, on trouvait une rubrique « Mesure », indiquant que les élèves devaient commencer à maîtriser les mesures de longueur et de masse, tandis que dans les programmes de l'école élémentaire de 2002, pour le cycle 2, on trouve une entrée « Grandeurs et mesures », dans laquelle on peut lire :

« Au cycle 2, sur la base des premières expériences fournies par l'école maternelle, les élèves étudient les notions de longueurs et de masse. Ils commencent à appréhender la notion de volume par le biais de la contenance de certains récipients. Ils apprennent à repérer le temps et commencent à distinguer dates et durées, grâce aux calendriers et aux montres. Les concepts de grandeurs et de mesure prennent du sens à travers des problèmes liés à des situations vécues par des enfants : comparaison directe ou indirecte d'objets (relativement à une grandeur : longueur, masse, contenance), mesurage à l'aide d'un étalon. C'est l'occasion de renforcer et de relier entre elles les connaissances numériques et géométriques, ainsi que celles acquises dans le domaine « découvrir le monde ». Les objets mesurés doivent être de nature et de dimensions variées, le choix de l'instrument approprié constituant un objectif important. Les instruments utilisés peuvent être soit « inventés » pour répondre aux problèmes posés (par exemple, recours à la ficelle pour obtenir la longueur d'un objet courbe...), soit être des instruments usuels : mètre ruban ou mètre de couturière, double décimètre, balance et masses marquées. » (MEN, 2004, p.103)

La suite du texte reprend presque à l'identique ce qui relevait de la rubrique « Mesure » dans les programmes précédents. On retrouve une situation analogue au cycle 3 où là encore dans les anciens programmes, on avait une entrée « Mesure », remplacée également dans les programmes de 2002 par l'entrée « Grandeurs et mesure ». En introduction, on peut lire

« L'essentiel des activités concerne la résolution de problèmes « concrets », réels ou évoqués, en utilisant des procédés directs, des instruments de mesure, des estimations ou des informations données avec les unités usuelles. Les activités scientifiques et technologiques fournissent un champ d'application privilégié pour ce domaine. » (MEN, 2004, p. 227).

Concernant les aires, qui comme dans les anciens programmes sont introduites au cycle 3, on peut lire, ce qui est nouveau par rapport aux anciens programmes.

« La notion d'aire est mise en place, notamment, par des activités de classement et de rangement de surfaces qui précèdent les activités de mesurage avec une unité choisie. L'étude des aires se prolonge au collège. » (ibid. p. 227)

On retrouve par ailleurs pour les aires les compétences déclinées dans les anciens programmes.

On peut remarquer que concernant les angles, le texte des programmes est resté sensiblement le même : « comparaison de deux angles ; reproduction d'un angle donné ». En effet, bien que les angles apparaissent dans la rubrique « Mesure », la mesure des angles n'était pas au programme, l'étude de l'utilisation du rapporteur en particulier étant renvoyé au collège, ce qui est toujours le cas.

L'importance de travailler la grandeur avant la mesure est développée et explicitée dans le document d'accompagnement des programmes intitulé « Grandeurs et mesure à l'école élémentaire ».²

On sait que les intentions des auteurs des programmes ont parfois du mal à se traduire dans les pratiques. Comme j'ai eu maintes de fois l'occasion de le constater tant en formation initiale que continue, pour de nombreux professeurs, il est difficile de concevoir la grandeur sans la mesure. Il y a donc un enjeu fort, au niveau de la formation des maîtres, à rendre sensible cette distinction introduite clairement dans les programmes et de montrer ce qu'elle apporte en termes de gain conceptuel. Je présente ci-dessous des éléments du module « Grandeurs et mesure » que je propose en formation initiale ou continue depuis la rentrée 2002 à l'IUFM de Lyon, en m'appuyant principalement sur Brousseau (2001).

1.2. Objets, grandeurs, mesures et nombres

Selon d'Alembert, la grandeur est la qualité de ce qui est susceptible d'être grand ou petit. Dans un point de vue plus moderne, on peut considérer que la grandeur est un type de variable que l'on peut attribuer à certains objets, et qui permet des comparaisons suivant un ordre total: étant donnés deux objets, on peut toujours les comparer du point de vue de la grandeur choisie. On peut associer une ou plusieurs grandeurs à une catégorie d'objets indépendamment de toute unité : la longueur, l'aire, le volume, la contenance, la masse, la durée... La notion de grandeur est liée à la mise en place d'un protocole expérimental qui permet des comparaisons lorsque les contrôles sensoriels, en particulier perceptifs (mais pas seulement, que l'on pense à la masse qui met en jeu des contrôles kinesthésiques), ne suffisent pas. Ce protocole doit être en accord avec les résultats obtenus par le contrôle sensoriel lorsque celui-ci fournit des informations non ambiguës. De ce fait, la première rencontre avec

² Disponible en ligne sur le site d'Eduscol : <http://eduscol.education.fr/D0048/primacc.htm>

la notion de grandeur passe par la manipulation d'objets sensibles et l'élaboration de protocoles permettant les comparaisons, directes ou indirectes. Ceci est explicité également dans le document d'accompagnement des programmes, déjà cité, dans le paragraphe intitulé : « les grandeurs avant leur mesure ». On peut y lire en particulier :

« Les premières activités visent à construire chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne. Le concept s'acquiert progressivement en résolvant des problèmes de comparaison, posés à partir de situations vécues par les élèves, suivi de moment d'institutionnalisation par le maître ».(p. 3)

Ceci suppose une anticipation, une mise à l'épreuve avec les objets, des ajustements éventuels, et des retours vers les objets, ce qui est tout à fait caractéristique de la démarche expérimentale (Dias & Durand-Guerrier, 2005). Dans ce processus dynamique, la notion de mesure intervient lorsque l'on fait le choix d'un étalon, c'est-à-dire d'une mesure unitaire de référence ; on va pouvoir alors, sous certaines conditions, attribuer un nombre qui sera la mesure de la grandeur pour l'unité choisie et faire des comparaisons indirectes³. On passe alors progressivement d'un point de vue qualitatif (d'Alembert) à un point de vue quantitatif.

La notion de grandeur intervient dans de très nombreux domaines de l'activité humaine, tant relevant des activités scientifiques que technologiques, que dans le champ des sciences humaines et sociales. Dans les activités technologiques, le choix d'une ou plusieurs grandeurs pour caractériser un objet, le reproduire, l'agrandir, ou l'ajuster avec d'autres objets est tout à fait fondamental. Dans ce contexte, les choix des outils et instruments et de leurs usages pour mener à bien ces activités sont tout à fait cruciaux. Il semble donc essentiel qu'à un moment donné du cursus de la scolarité obligatoire, les élèves aient rencontré des situations nécessitant de faire de tels choix. Dans les activités scientifiques, en particulier en physique, les grandeurs jouent un rôle fondamental dans l'étude des phénomènes physiques et dans les applications qui en découlent. Une des difficultés rencontrées en physique tient au fait que pour de nombreuses grandeurs physiques, il n'y a pas d'accès sensoriel direct permettant de faire des comparaisons avant la mesure, et les protocoles expérimentaux mis en place conduisent en général directement à des mesures (par exemple, pour comparer l'intensité d'un courant, on note la déviation d'une aiguille dans un ampèremètre qui est un appareil gradué), si bien que les grandeurs physiques peuvent apparaître comme indissolublement liées à leur

³ On demande en outre aux mesures d'être additives, ce qui suppose que l'on puisse définir la somme des grandeurs : par exemple, pour la longueur des segments, la mise bout à bout.

mesure. De ce point de vue, on peut faire l'hypothèse que c'est à travers un travail sur les grandeurs géométriques que peut en effet commencer à se construire le concept de grandeur indépendamment de la mesure, et qu'il s'agit là d'un enjeu tout à fait fondamental pour l'école élémentaire. Toutefois, et suivant en cela Brousseau (2001), le premier exemple que je donne en formation pour expliciter la distinction entre *objets*, *grandeurs*, *mesure et nombre* n'est pas un exemple géométrique.

II. Trois exemples pour la formation

II.1 Un premier exemple très élémentaire : le cardinal d'une collection

Pour illustrer, en formation, ce qu'est une grandeur et les relations entre objets, grandeurs, mesures et nombre, je m'appuie sur l'exemple du cardinal d'une collection, présenté dans Brousseau (2001)⁴.

Dans le cadre de la formation initiale, cet exemple a l'avantage d'avoir été travaillé auparavant dans le domaine de la numération, sous un autre point de vue, et a priori il est également familier aux enseignants en poste. Dans cet exemple, les objets que l'on considère sont les collections finies. La grandeur associée est la taille de la collection. Dans certains cas, en fonction de l'organisation spatiale de la collection, et / ou de la nature, de la taille ou de la forme des objets, matériels ou non, qui composent les collections, on peut comparer à vue la taille de deux collections : il y a plus ou moins ou autant d'objet dans les deux collections que l'on compare. Sinon, la comparaison peut se faire par la mise en place d'un protocole expérimental permettant de réaliser une correspondance terme à terme. On est bien là dans la grandeur (la taille d'une collection) avant sa mesure, avec une comparaison suivant un ordre total. La mesure est alors le dénombrement associé à la structure numérique des entiers. On retrouve, sous ce point de vue, la nécessité de coordonner les aspects ordinaux et cardinaux mobilisés dans le schème du dénombrement, qui requiert en outre une organisation spatiale⁵. Une fois la technique du dénombrement acquise, elle permet de comparer la taille de deux collections sans faire appel à la correspondance terme à terme, celle-ci pouvant permettre de valider en retour les comparaisons faites par dénombrement ; il faut noter aussi que la mise en correspondance terme à terme entre les objets et les désignations de ces objets est au cœur même du schème du dénombrement comme le rappelle Gérard Vergnaud:

⁴ Voir aussi Brousseau, Montréal, juin 1997, texte disponible à math.unipa.it/~grim/mesure.pdf

⁵ Ceci renvoie en particulier au travail sur l'énumération de Briand (1999), repris par l'équipe Démathé de l'INRP.

« Dans le cas du dénombrement, on peut identifier aisément deux idées mathématiques indispensable au fonctionnement du schème : celle de bijection, et celle de cardinal, sans lesquelles en effet, il ne peut pas y avoir de conduite de dénombrement possible » (Vergnaud, 1991, p. 139).

Ce double mouvement entre élaboration du schème du dénombrement et travail sur les collections est également à l'œuvre dans la construction des opérations : le travail sur les collections permet de fonder les opérations sur les nombres entiers, puis en retour de valider les résultats des opérations conduites dans le domaine numérique. En effet, l'addition correspond à la réunion de deux collections disjointes ; la soustraction à l'action de retirer une sous collection d'une collection initiale, ou à l'action de compléter une collection initiale pour obtenir une collection équipotente à une collection donnée ; la multiplication correspond à la réunion de plusieurs collections disjointes de même cardinal. Il faut noter que dans ce cas, le nombre de collections équipotentes joue le rôle d'un scalaire⁶. Ceci est tout à fait essentiel, car ici le produit ne modifie la nature de la grandeur (la taille de la collection), contrairement à ce qui se passe lorsque l'on multiplie des mesures de longueurs entre elles, ce qui donne un résultat homogène à une aire. Enfin, comme c'était le cas pour la soustraction, deux actions distinctes permettent de rendre compte de l'opération de division : la première correspond à l'action de retirer d'une collection donnée plusieurs sous collections de même cardinal autant de fois qu'il est possible ; tandis que la seconde correspond à l'action de fabriquer un nombre donné de sous collections équipotentes ayant le plus grand cardinal possible à partir d'une collection donnée ; dans les deux cas, les éléments non utilisés correspondent au reste. Pour éviter toute confusion, je tiens à préciser que dire que ces actions *fondent* les opérations correspondantes ne signifie nullement qu'elles suffisent pour *élaborer conceptuellement* les opérations. Ce que je veux dire, c'est que les allers et retours entre les actions et les opérations mathématiques favorisent l'élaboration conceptuelle dans la mesure où elle permettent de comprendre pourquoi et comment les choix théoriques faits pour les opérations permettent d'agir efficacement dans le monde sensible.

11.2. Un exemple fondamental : le concept de longueur

⁶ Une conséquence de ceci est que la commutativité de la multiplication n'est pas inscrite naturellement dans le type d'action qui la fonde, contrairement à ce qui se passe pour l'addition. Cette difficulté est bien connue des enseignants.

En dehors de l'exemple précédent, la première grandeur rencontrée à l'école est la longueur. Les auteurs du document d'accompagnement de programmes déjà cités attirent l'attention sur les questions de vocabulaire dans le paragraphe 3 « Le vocabulaire des grandeurs ». Concernant le concept de longueur, on peut lire :

« Les mots du domaine des longueurs sont assez nombreux. Sans chercher à être exhaustifs, citons *hauteur* d'un monument, d'un arbre (par contre la *hauteur du soleil* est un angle...) ; *altitude* d'un sommet, d'un avion en vol ; *dénivelé* d'une route, *profondeur* d'une piscine, d'un placard ; *taille* d'une personne ; *tour* de cou ; *tour* de taille ; *distance* entre deux lieux, entre deux points ; largeur d'un fleuve, d'un rectangle ; *périmètre* d'un polygone ; *circonférence* d'un cercle. Il est important pour l'élève, que tous ces mots, utilisés dans des contextes différents, se réfèrent au même concept, appelé en mathématiques *longueur*. » (ibid. p.3)

Concernant le vocabulaire, on peut ajouter que le mot *longueur* est utilisé dans le langage courant et en mathématiques dans un sens plus restrictif que celui définit ci-dessus ; ainsi on parle de la *longueur* de l'intestin, ou de la *longueur* d'un chemin, ou d'un itinéraire ; de la *longueur* d'un tuyau ; d'une pièce de tissu : de la *longueur* d'un texte, d'un programme etc... On parle aussi de la *longueur* d'un rectangle, qui n'est évidemment pas son *périmètre* ; de la *longueur* d'un arc de cercle, ou d'un arc de courbe.

On parle aussi naturellement de la *longueur* d'un segment, qui joue évidemment le premier rôle dans cette affaire. En effet, pour *comparer des longueurs avant la mesure*, le protocole expérimental standard consiste à se ramener à *des segments parallèles* que l'on sait dans de très nombreux cas comparer à vue. Et pour mesurer des longueurs, on va utiliser le plus souvent une règle graduée, c'est-à-dire un support pour un segment gradué. Ceci montre clairement que si l'on introduit le concept de longueur uniquement par le biais de la comparaison de segments, on ne pourra pas construire de manière idoine ce concept. Comme nous l'avons vu plus haut, la grandeur est associée à un protocole expérimental permettant les comparaisons et c'est en élaborant de tels protocoles dans des situations finalisées lorsque les contrôles sensoriels ne suffisent pas que le concept de longueur va peu à peu prendre sens. Par exemple, pour comparer avec précision la taille de deux enfants lorsqu'on ne peut pas le faire à vue, on respecte un protocole bien établi : talons au sol collés contre le support, dos droit collé au support, regard droit devant et barre rigide horizontale posée sur le sommet du crâne, marque sur le support (ou lecture si le support est gradué, ce qui donne alors la mesure). De même, les protocoles pour déterminer l'envergure d'un oiseau ou le garrot d'un cheval sont

très précis et codifiés. Pour comparer la longueur de deux tuyaux enroulés côte à côte lorsque la perception ne suffit pas, on peut les dérouler pour une comparaison directe.

En outre, d'une manière générale, un même objet peut se voir attribuer plusieurs grandeurs relevant du concept de longueur. Pour un être humain, en lien avec les vêtements : *tour de cou ; tour de taille ; tour de poitrine ; longueur des bras ; largeur des épaules etc...* Pour un cylindre : *diamètre du cercle de base ; circonférence de ce cercle ; hauteur du cylindre ; périmètre de la surface latérale ; etc....* Pour une figure géométrique plane, on peut s'intéresser aux longueurs permettant de le caractériser, à une isométrie près. Par exemple, pour un triangle, les longueurs des trois côtés ; pour un parallélogramme, les longueurs des quatre côtés et d'une diagonale ... On peut se poser le même type de question pour un solide. Au cycle 3, la confection d'un patron permet également de travailler sur les comparaisons de longueurs. Dans la plupart des cas, on peut organiser les situations d'apprentissage pour qu'elles favorisent les allers et retours entre anticipation et mise à l'épreuve avec les objets sensibles, qui sont caractéristiques de la dimension expérimentale des mathématiques (Dias & Durand-Guerrier, 2005). Les situations de communications favorisent quand à elles l'émergence de la nécessité du choix d'un étalon commun et de la mesure pour les comparaison indirectes.

II.3 Une situation de formation : le volume du cylindre

Parmi les grandeurs que l'on peut introduire précocement à l'école primaire, se trouve la notion de contenance, qui apparaît dans les programmes dès l'école maternelle dans la rubrique « Découverte des formes et des grandeurs » (MEN, 2002, p.130). L'une des raisons qui permet cette approche précoce tient à ce que l'on dispose de protocoles expérimentaux permettant de comparer des contenances faciles à mettre en place. La situation que je présente ci-dessous est adaptée de Cerquetti-Aberkane (1999), et venant après l'exemple de la taille d'une collection, elle fournit un exemple qui peut être adapté pour des élèves du cycle 3. Le problème est connu sous le nom de Problème de Galilée, et aurait été posé par des paysans qui cherchaient à savoir comment fabriquer un sac à partir d'une pièce de tissu rectangulaire pour que la quantité de grain contenue soit la plus grande.

En formation, je pose le problème sous la forme suivante :

Étant donné un rectangle non carré, on peut fabriquer deux cylindres dont ce rectangle constitue la surface latérale. Quelle est selon vous la bonne réponse ?

- (1) *Les deux cylindres ont le même volume*
- (2) *Le cylindre le plus haut a le plus grand volume*
- (3) *Le cylindre le plus haut a le plus petit volume*
- (4) *On ne peut pas savoir*

Je demande dans un premier temps aux participants de répondre à cette question sans faire de calcul. Ils peuvent par contre prendre une feuille rectangulaire et la manipuler. En général, la réponse n°1 est majoritaire ; il y a un nombre significatif de réponses n°4, et quelques réponses n°3. Comme souvent dans les situations de ce type, la réponse n°1 est très résistante chez ceux qui l'ont fournie spontanément. Ils ne voient pas comment il pourrait en être autrement. Pour la réponse n° 3, on peut rencontrer le type d'argument suivant (avant tout calcul écrit) : la longueur du côté utilisé pour faire le cercle de base (L) contribue au volume par son carré, tandis que l'autre dimension (L') contribue pour elle-même. Donc, le volume le plus grand est obtenu lorsque la dimension la plus grande est utilisée pour faire le cercle de base.

Le calcul littéral des deux volumes permet d'établir que si on appelle k le rapport entre la longueur (L) et la largeur (ℓ) ($L = k \ell$, $k > 1$), le rapport des volumes obtenus en choisissant respectivement L comme hauteur (V_L) et ℓ comme hauteur (V_ℓ) est égal à $1/k$. Ce calcul permet de travailler sur les relations entre les grandeurs. On utilise en particulier la relation entre la circonférence $\mathcal{C}$ du cercle et l'aire $\mathcal{A}$ du disque correspondant ($\mathcal{C}^2 = 4\pi\mathcal{A}$), qui surprend toujours beaucoup les participants. Le calcul permet également de voir, au sens propre du terme, que le rapport des volumes ne dépend que du rapport des mesures des côtés du rectangle non carré utilisé.

Une fois ceci établi, les participants proposent facilement un protocole expérimental qui permette de trancher sans faire de calcul. On peut en effet fabriquer deux cylindres avec deux rectangles en carton superposables ; découper les bases, dans une autre pièce de carton, pour qu'elles s'ajustent et assembler les deux parties de façon étanche (par exemple avec du scotch). Remplir alors l'un des cylindres à ras bord avec du sable (ou de la farine). Vider le contenu dans l'autre cylindre. La réalisation effective du protocole (que nous ne faisons pas) permet d'éliminer les réponses (1) et (2) comprises comme des réponses générales. Il reste alors les réponses (3) et (4). Si lors de la réalisation effective du protocole des rectangles de

dimensions différentes ont été utilisés (par exemple, en donnant des rectangles de dimension différentes dans chaque groupe), on peut faire la conjecture (3). En choisissant en outre une mesure étalon et des valeurs adaptées pour les mesures des rectangles, on peut mettre en évidence expérimentalement la relation de proportionnalité inverse. Ceci montre que la situation peut-être adaptée avec des élèves de cycle 3, ce qu'atteste également l'article de Cerquetti-Aberkane (1999), que je donne à lire aux participants, même si on ne peut pas aller, à ce niveau-là, jusqu'à une résolution mathématique complète du problème.

CONCLUSION

Se donner comme ambition de faire construire la notion de grandeur à l'école élémentaire met en lumière la nécessité de la prise en compte de la dimension expérimentale des mathématiques dans leur apprentissage. Un des bénéfices attendu pour les élèves est le fait de pouvoir éprouver les relations dialectiques qu'entretiennent les nombres avec les objets du monde dans un va et vient entre situations mettant en jeu les grandeurs avant la mesure ; élaboration d'une mesure adaptée et pouvoir prédictif, en retour, des résultats des calculs numériques. Ceci rend justice à la nécessité d'une dialectique du sens et des techniques dans l'apprentissage des mathématiques, dont l'apprentissage de la division est un exemple particulièrement éclairant⁷. Ceci met également en lumière le défi que représente, pour un enseignant polyvalent l'enseignement des mathématiques⁸. La formation doit absolument permettre aux futurs enseignants de l'école primaire de faire ce travail de retour sur les savoirs fondamentaux et, pour un nombre non négligeable d'entre eux, de se réconcilier par là même avec une discipline dont les aspects formels avaient pu les détourner à un certain moment de leur cursus scolaire ou universitaire.

Références

- BROUSSEAU, G.(2001) Les grandeurs dans la scolarité obligatoire, *Actes de la XIème école d'été de Didactique des Mathématiques*, la Pensée Sauvage.
- CERQUETTI-ABERKANE F. (1999), Introduction à une démarche scientifique en primaire à partir du problème de Galilée, *Repères* 35, p. 5-12.
- DOUADY, R., (1987) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol. 7.2

⁷ Ceci renvoie également à la dialectique outil /objet (Douady, 1987)

⁸ Sur ce défi à relever, voir aussi Durand-Guerrier (2004)

DIAS, T. & DURAND-GUERRIER, V. Expérimenter pour apprendre en mathématiques, Repères *Irem*, n°60.

DURAND-GUERRIER, V. (2004) Enseigner les mathématiques à l'école primaire. Un défi à relever, *La Gazette du mathématicien*.

VERGNAUD, G. (1991) La théorie des champs conceptuels, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 10/2.3, 133-170.