APPROCHE DIDACTIQUE DES DIFFERENCIATIONS DANS LES APPRENTISSAGES SCOLAIRES DES MATHEMATIQUES

Etude de cas : enseignement autour des pourcentages dans une classe de CM2

Lalina COULANGE
Maître de Conférences, IUFM DE CRETEIL
DIDIREM, Université Paris 7
lalina.coulange@gmail.com

Résumé
Cette communication s'appuie sur des recherches engagées au sein du réseau d'équipes de recherche : RESEIDA (recherches sur la socialisation, l'enseignement, les inégalités et les différenciations dans les apprentissages) piloté par E. Bautier et J-Y. Rochex. Une partie des chercheurs regroupés dans ce réseau s'investit actuellement dans la mise en œuvre d'un projet de recherche commun, autour de l'articulation CM2-Sixième. Dans ce contexte, nous avons participé au recueil de données dans une classe de CM2 en ZEP (en 2004-2005), et à l'analyse conjointe du corpus ainsi constitué. C'est une partie de ce travail que nous présentons dans ce texte. Nous développons dans un premier temps, quelques pistes théoriques issues de la didactique des mathématiques qui nous semblent pertinentes pour approcher les processus différenciateurs dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans un contexte de « classe ordinaire ». Nous croisons à l'occasion ce « point de vue didactique » avec des perspectives issues de la sociologie de l'éducation qui ont largement nourri notre réflexion.
Puis nous présentons l'analyse d'épisodes relatifs à l'enseignement des pourcentages au sein de la classe de CM2 observée, qui illustrent des éléments de notre questionnement actuel sur les processus différenciateurs dans les apprentissages scolaires des mathématiques.

Je travaille depuis quelques années au sein du réseau RESEIDA, piloté par E. Bautier et J-Y. Rochex, créé à l'initiative de l'équipe ESCOL de l'Université Paris 8. Ce réseau regroupe une trentaine de chercheurs en psychologie et sociologie de l'éducation, et en didactique des disciplines, autour d'un thème central : l'étude des processus différenciateurs dans les apprentissages scolaires. Après un travail de mise en commun des problématiques, des points de vue théoriques ou des résultats autour de cette thématique, le réseau s'investit depuis peu dans plusieurs travaux de recherche communs. Ma communication vise à présenter des éléments de la recherche sur laquelle je me suis engagée plus personnellement dans ce cadre. A travers cette présentation, j'espère pointer les questions que je me pose actuellement autour de la différenciation dans l'apprentissage des mathématiques à l'école, en tant que chercheure en didactique des mathématiques.

I – DIFFERENCIATION DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHEMATIQUES

Le mot différenciation est assez polysémique dans les discours habituels sur l'enseignement. Pour ne pas prêter à confusion, précisons qu'il ne s'agit pas d'étudier des pratiques enseignantes de pédagogie différenciée. Notre objet de recherche est plutôt en lien avec la production d'inégalités scolaires dans un contexte de pratiques enseignantes plutôt « ordinaires ». Un des thèmes de la dernière école d'été de recherche en didactique des mathématiques avait pour intitulé : *hétérogénéités et différenciations.* En tant que responsables scientifiques de ce thème, C. Margolinas et moi-même avons été amenées à préciser ce que nous entendions par différenciation, je cite :

Les enfants viennent à l'école porteurs de leur appartenance sociale et culturelle, de leur histoire personnelle. (…) La façon dont ils investissent une position d'élève hérite de ces différences, ce qui fait de la classe un lieu hétérogène (…). La différenciation peut être considérée comme le processus qui reproduit, atténue ou accentue les différences entre les élèves dans le contexte scolaire. (Coulange et Margolinas, 2005).

Vue sous cet angle, la question de la différenciation est encore émergente dans le champ de la didactique des mathématiques. Jusqu'à ces dernières années, les recherches dans ce domaine ont essentiellement considéré l'élève *générique* en situation. Il s'agit maintenant d'interroger les différences entre élèves et la production de ces différences d'un point de vue didactique.

I – 1 Du point de vue sociologique

Encore récente en didactique des mathématiques, cette question est pourtant loin d'être nouvelle en sociologie de l'éducation. Notamment, l'équipe ESCOL s'intéresse depuis longtemps à la construction des inégalités scolaires d'un point de vue sociologique. Rapidement, les chercheurs de cette équipe ont conduit différents travaux visant à comprendre la genèse de ces inégalités dans le cadre de la classe.

Une partie de ces recherches a permis de mettre à jour des éléments du contexte du travail des enseignants et des élèves, susceptibles d'éclairer certains processus de différenciations. Suivant les travaux de cette équipe, les *doxas* actuelles[1] (discours et conceptions dominantes sur l'enseignement) favoriseraient l'émergence de formes d'enseignement multipliant les zones implicites, ou de pédagogies de plus en plus « invisibles »[2], qui contribueraient fortement aux inégalités scolaires.

Dès lors, de plus en plus, l'élève serait amené à mobiliser de lui-même de « l'au-delà » de la tâche qu'il a à accomplir, pour s'engager dans l'activité intellectuelle visée. Empruntant la notion de genres premier et second de discours à Bakhtine, Bautier (2005) considère que l'on demanderait de plus en plus à l'élève de contribuer à la *secondarisation* de son activité, c'est-à-dire à la transformation de ses expériences vécues, contextualisées, en objets de savoir porteurs de signification dans un champ

[1] qui peuvent être considérées comme « pseudo-constructivistes », comme des dérives du constructivisme ou du socio-constructivisme : survalorisant la mise en activité des élèves, la compréhension de savoirs versus l'automatisation de techniques, etc.

[2] Bernstein Basil, *Classes et pédagogies : visibles et invisibles*, OCDE, 1975.

scientifique donné (Bautier 2005). Ce qui sous-entend que sont laissées à la charge de ce même élève, de nombreuses opérations relatives à la décontextualisation-recontextualisation des connaissances en cours d'acquisition, et à la reconfiguration des savoirs en jeu.

Les exemples de « malentendus socio-cognitifs » qui peuvent en résulter, donnés par Bonnery (2004), sont très parlants[3] : l'enseignant et l'élève croient se comprendre, alors que l'élève travaille « à côté » de ce qui fait pour l'enseignant l'enjeu cognitif des tâches. Ce qui conduit à distinguer le métier d'élève (l'élève se « met en règle » vis-à-vis de l'enseignant en effectuant les tâches prescrites), du travail d'apprenant (l'élève se saisit des enjeux cognitifs des tâches).

I – 2 Du point de vue didactique

Si la question de la différenciation nous semble être encore émergente dans le champ de la didactique des mathématiques, il n'existe pas moins quelques travaux assez anciens, centrés sur l'apprentissage des élèves en difficulté, qui rejoignent parfois les travaux en sociologie de l'éducation évoqués ci-dessus (Brousseau 1986, Perrin 1993). Par exemple, les recherches de M-J. Perrin mettent en avant les processus de dévolution et d'institutionnalisation comme particulièrement délicats pour ce profil d'élèves : l'auteur souligne leurs difficultés à s'engager dans l'activité intellectuelle visée, et à décontextualiser les connaissances acquises au cours d'une situation de classe donnée.

Mais depuis peu, une problématique de la différenciation d'un point de vue didactique se dessine plus nettement. Je vais citer quelques auteurs qui s'engagent dans cette voie.

S'appuyant sur un modèle qui décompose la situation de l'élève (et de l'enseignant) en plusieurs niveaux, C. Margolinas (2004) met en avant la possibilité de bifurcations dans le cadre d'une situation ordinaire d'enseignement des mathématiques. Ces bifurcations correspondent à différents cheminements[4] possibles d'élèves au sein d'une même situation didactique, qui renvoient à différentes possibilités, voire à l'impossibilité d'apprentissages correspondant ou non à ceux visés par l'enseignant. Certains élèves investissent-ils de façon récurrente des branches marginales de situations d'enseignement, potentiellement « faibles » en apprentissages mathématiques ? En quoi, ces phénomènes, s'ils se répètent, participent-ils à la genèse d'inégalités scolaires ? Quels sont les déterminants didactiques, ou autres, susceptibles d'expliquer ces récurrences chez seulement certains élèves ?

Pour traiter de la question de la différenciation, C. Castela (2005) se réfère en partie aux travaux de C. Margolinas. Elle repère tout d'abord des phénomènes silencieux d'apprentissage à travers l'étude d'un curriculum praxique (l'ensemble des tâches mathématiques rencontrées par un élève dans son parcours scolaire), comportant des savoirs mathématiques « cachés ». Cela peut, selon elle, donner lieu à des

---

[3] Si l'on insiste sur la dimension socio-cognitive de ces malentendus, c'est parce que ce type d'incompréhension résulte de modes de pensée différents de différents groupes sociaux.

[4] Remarquons que ces bifurcations peuvent être rapprochées de ce que A. Robert (2005) sous-entend par activité *a minima* et *a maxima* d'élèves pour une tâche donnée, ou par trajectoires d'élèves au sein d'une situation de classe.

différenciations dans les apprentissages : des bifurcations pouvant s'opérer soit au sein des situations de classe, soit *à partir* de ces situations, dans des positions *autodidactes* locale et globale d'élèves. C. Castela utilise dès lors la distinction faite par De Certeau (1980) entre stratégie et tactique pour étudier ces nouvelles positions d'élèves en fonction de leurs rapports aux situations d'enseignement : un élève ayant un rapport tactique à une situation aurait une activité « orientée strictement vers la réalisation de la tâche telle qu'elle lui est imposée dans son unicité », tandis qu'un élève ayant un rapport stratégique se placerait « d'emblée dans une visée généralisatrice et anticipatrice, intégrant la situation dans une série potentielle » (Castela 2005). Bien qu'outillé différemment, ce point de vue me semble également se rapprocher de celui des sociologues de l'éducation : l'élève qui aurait un rapport stratégique à une situation d'enseignement, ne pourrait-il pas être considéré comme ayant un rapport d'emblée « second » aux objets de cette situation ?

Mon propre point de vue théorique sur la question de la différenciation scolaire s'inspire directement des travaux que je viens de citer. Suivant Margolinas (2004) et Castela (2005), je distingue également plusieurs niveaux d'activité pour l'élève, qui peuvent être schématisés de la manière suivante :

Niveaux surdidactiques	E3 E-écolier
	E2 E-autodidacte global
	E1 E-autodidacte local
Niveau didactique	**E0 E-élève**
Niveaux adidactiques	E-1 E-résolveur de problèmes
	E-2 E-agissant
	E-3 E-objectif

Figure 1 : Les niveaux de l'activité de l'élève

Commentons brièvement ce schéma.

Les niveaux « inférieurs » (adidactiques et didactique) caractérisent l'activité de l'élève, *relativement à une situation d'enseignement* donnée :
- en posture d'E-objectif, l'élève interagit de façon très élémentaire avec les éléments « matériels » de la situation. Cela correspond par exemple à sa première interprétation d'une consigne ou d'un problème.
- la position d'E-agissant qui résulte de la précédente, correspond à ses premières actions, aux procédures de base que l'élève met éventuellement en jeu pour « agir » au sein de la situation.
- en position de E-résolveur de problèmes, s'appuyant sur ses premières actions, l'élève tente de mettre en œuvre une procédure adaptée pour résoudre le problème posé. S'il y a apprentissage d'une nouvelle connaissance, c'est à ce niveau que cela se produit.
- Le niveau didactique est le niveau des interactions publiques et collectives entre l'Elève et le Professeur. Cela peut correspondre à une phase d'institutionnalisation des savoirs correspondants aux connaissances acquises au niveau précédent.

Les niveaux « supérieurs » (surdidactiques) caractérisent l'activité de l'élève, *relativement à plusieurs situations d'enseignement* :
- En position d'autodidacte local comme global, l'élève s'appuie sur différentes situations didactiques, pour effectuer différentes décontextualisations, des mises en relations de savoirs anciens et nouveaux, etc.

C'est l'échelle de temps et le niveau de décontextualisation des savoirs qui permettent de distinguer les deux positions : l'autodidacte local s'appuyant sur des situations d'enseignement relativement récentes, tandis que l'autodidacte global s'inscrit dans un projet à plus long terme (Castela 2005).
- A ces deux niveaux surdidactiques, j'ajoute celui d'*écolier*, pour décrire la posture encore plus générale de l'élève par rapport aux savoirs scolaires (en mathématiques ou ailleurs), voire à l'école. Cette position serait en quelque sorte celle longuement étudiée au travers de bilans de savoirs et d'entretiens d'élèves, dans l'ouvrage *Ecole et savoir dans les banlieues … et ailleurs* de Charlot, Bautier et Rochex (1992).

La question de la dynamique entre ces différents niveaux d'activité, est une question complexe, que je préfère laisser de côté dans ce texte. On en verra néanmoins quelques aspects au travers de l'étude de cas que je vais développer ci-après.

II – ETUDE DE CAS : ENSEIGNEMENT DES POURCENTAGES EN CM2

II – 1 Contexte et éléments méthodologiques de la recherche

Les chercheurs du réseau RESEIDA s'engagent depuis deux ans, dans des recherches communes autour de la question de la différenciation, dans différents lieux (régions parisienne, clermontoise, marseillaise, lyonnaise, etc.), à différents niveaux (CM2-Sixième, Grande Section-CP).

Je participe activement à la recherche engagée au niveau du CM2 dans la région parisienne. Deux classes de CM2 de deux écoles différentes classées en REP et accueillant un public assez hétérogène (appartenant à des catégories socio-professionnelles variées) ont été observées régulièrement tout au long de l'année scolaire 2004-2005. Au sein de chacune de ces classes, deux cohortes d'élèves ont été suivies : des enfants aux profils socio-cognitifs variés (en échec global ou électif, ou à l'opposé, faisant montre de connaissances avancées, etc.) sélectionnés sur la base conjointe d'évaluations (inspirées des évaluations nationales d'entrée en sixième) en français et en mathématiques en début d'année, et de nos premières observations au sein des classes.

Nous avons décidé de suivre ces élèves au fil de l'enseignement de plusieurs disciplines dont le français et les mathématiques. A cet effet, nous avons choisi des sujets et des thèmes d'étude qui nous paraissaient sensibles dans l'articulation CM2-Sixième ; par exemple en mathématiques : la résolution de problèmes du champ multiplicatif et la géométrie plane (figures géométriques, perpendicularité et parallélisme).

Les données recueillies au sein de ces deux classes de CM2 et relatives aux deux cohortes d'élèves sont de nature diverse. Nous disposons à la fois de données sur les pratiques des enseignantes[5] titulaires en charge des classes (au travers de brefs entretiens, d'informations sur leurs ressources documentaires, etc.), de films numériques d'un nombre important de séances (autour des thèmes choisis dans les différentes disciplines), de travaux d'élèves (cahiers d'élèves de la cohorte, productions de tous les élèves de la classe pour certaines activités), et d'entretiens d'enfants.

II – 2 A propos de la classe de CM2

Nous évoquerons l'analyse de données ne concernant qu'une des deux classes de CM2 de la région parisienne : la classe que j'ai moi-même observée à plusieurs reprises, et sous la responsabilité d'une enseignante que nous nommerons Emilie par la suite.

Quelques caractéristiques des pratiques de l'enseignante

Cette enseignante fait montre d'une bienveillance apparente envers les élèves de sa classe : elle déclare à plusieurs reprises vouloir venir en aide aux élèves en difficulté, renverser la hiérarchie visible entre les enfants en début d'année, mettre l'accent sur le « vivre ensemble », etc. Elle survalorise l'activité de *tous* les élèves. Ses pratiques présentent par ailleurs des caractéristiques « *pseudo-constructivistes* ». Elle prête une importance particulière aux activités visant à introduire de nouvelles notions mathématiques (présentant souvent un caractère concret ou pseudo-concret[6]), pour « donner du sens » aux connaissances visées. A l'inverse, la place qu'elle accorde aux moments d'institutionnalisation des savoirs reste assez restreinte (ces moments s'articulant d'ailleurs souvent difficilement aux apprentissages censés les précéder), et elle dévalorise les phases de réinvestissement ou de travail un peu systématique des techniques, etc. Je qualifierais également sa pédagogie *d'innovante.* Cela est révélé par le choix diversifié des supports qu'elle emploie : contenus récents issus de stages de formations continues, recherches personnelles sur internet ou dans différents ouvrages, etc.

Quelques caractéristiques de postures d'écoliers

Je vais évoquer quelques élèves appartenant à la cohorte[7], qui ont fait l'objet d'un suivi tout au long de l'année. Afin de les positionner dans les analyses qui vont suivre, il est important de donner quelques caractéristiques de leurs postures d'écoliers[8] :

- Milan est un des deux meilleurs élèves de la classe, avec un bon niveau dans toutes les disciplines. C'est un élève à l'attitude sérieuse, mais dont la participation dans la classe a évolué tout au long de l'année, en devenant moins enthousiaste au fil du temps.

---

[5] Enseignantes qui ont bien sûr accepté de contribuer à cette recherche en accueillant des observateurs tout au long de l'année dans leur classe, ce dont nous les remercions vivement.

[6] qui se résume à l'évocation d'un contexte réel, comme dans l'exemple qui va suivre.

[7] Ces élèves ont tous reçu un avis positif concernant leur passage en sixième en fin d'année.

[8] Les prénoms des élèves ont été modifiés avec le souci de conserver les indications culturelles et sociales véhiculées.

- Jérémie est un élève de niveau moyen en français et en mathématiques. C'est un élève à l'attitude sérieuse mais assez effacé.
- Nabil est un élève au niveau inégal, que ce soit en mathématiques ou en français. Son attitude est souvent perturbatrice, mais aussi parfois « surinvestie », c'est-à-dire avec une participation quasi-excessive pendant certaines séances.
- Soumaya est une élève en difficulté en mathématiques. Pendant les séances de mathématiques, son attitude a visiblement évolué tout au long de l'année : passant d'anxieuse, presque « cachée » (elle compte sur ses doigts sous la table ou pleure quand elle est interrogée) à en demande perpétuelle d'aides de la part de l'enseignante.
- Judith est une élève en difficulté en français et en mathématiques, à l'attitude passive et effacée.

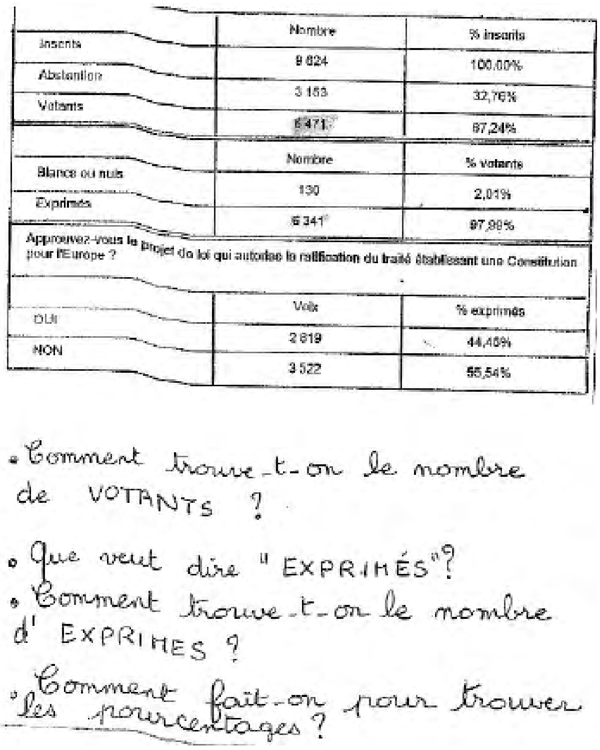
A propos des données filmiques : « les élections et les pourcentages »

Les séances qui font l'objet de mes analyses se sont déroulées en fin d'année scolaire : il s'agit de deux séances d'environ une heure, filmées ; l'une d'elles date du 31 mai 2005, la deuxième du 2 juin 2005. Ces deux séances correspondent à une activité qui vise à introduire les pourcentages. Cette activité est prévue par l'enseignante à la suite des élections nationales sur le référendum relatif à la constitution européenne : « suite aux résultats des élections ce week-end, je me suis dit que c'était l'occasion de voir les pourcentages ».

II – 3 Analyse de la première séance

II-3.1 Analyse détaillée du déroulement de la séance

Le document qui a servi de support à la première séance est le suivant.



	Nombre	% inscrits
Inscrits	9 624	100,00%
Abstention	3 153	32,76%
Votants	6 471	67,24%

	Nombre	% votants
Blancs ou nuls	130	2,01%
Exprimés	6 341	97,99%

Approuvez-vous le projet de loi qui autorise la ratification du traité établissant une Constitution pour l'Europe ?

	Voix	% exprimés
OUI	2 819	44,46%
NON	3 522	55,54%

- Comment trouve-t-on le nombre de VOTANTS ?
- Que veut dire " EXPRIMÉS " ?
- Comment trouve-t-on le nombre d' EXPRIMES ?
- Comment fait-on pour trouver les pourcentages ?

Figure 2 : document élève - première séance « pourcentages et élections »

Dans ce document, apparaissent : un tableau de résultats des élections au sein de la commune de l'école, une série de questions auxquelles les élèves auront à répondre pendant la séance en s'appuyant sur ce tableau.

L'enseignante distribue le document à chacun de ses élèves qui sont répartis dans différents groupes de 4 à 5 élèves. Dans un premier temps, lors d'une phase collective de presque 10 minutes, elle demande aux élèves de prendre connaissance du document, de lire à voix haute les questions posées et de le commenter. C'est l'occasion pour Emilie de revenir sur du vocabulaire spécifique des élections : dépouillement, votes exprimés, blancs, etc. susceptible d'entraver la compréhension des élèves dans la lecture du tableau. De fait, ce début de séance semble plutôt relatif à des contenus d'éducation civique qu'à des contenus mathématiques. Au cours de cette première phase, néanmoins, elle interroge la classe sur « ce que l'on voit dans la colonne de droite dans le tableau ». « Des *pourcentages* », « des pour cent », « sur cent » répondent les élèves. Emilie reprend l'intervention d'un élève pour préciser : « c'est sur 100 personnes ; s'il y a 2 pour cent, ça veut dire 2 personnes sur 100 ». Cependant, au travers de cet échange, peu d'élèves semblent saisir la signification d'un pourcentage. A la suite de son intervention, un élève intervient spontanément pour faire le parallèle avec la densité de population, en parlant du nombre d'habitants par km^2 : « c'est pareil que 3 habitants par km^2 », affirmation réfutée par Emilie, sans explication particulière.

Après une phase de travail autour des deux premières questions au sein des groupes et un moment de synthèse collective (d'une durée totale de 22 minutes), à sa demande, les élèves s'engagent dans la recherche d'une réponse à la question écrite : *Comment fait-on pour trouver les pourcentages ?* Emilie reformule cette question à l'oral, en la contextualisant, et en explicitant qu'il s'agit de trouver une méthode de calcul : *« Vous allez essayer de voir comment on a fait pour calculer les pourcentages d'abstention et de votants ».*

Cela donne lieu à une première bifurcation massive de la situation par rapport aux prévisions de l'enseignante et à son projet d'enseignement. La quasi-totalité des élèves de la classe constate que la somme des deux pourcentages évoqués est égale à 100% et propose de retrancher l'un ou l'autre à 100%. Plusieurs éléments expliquent cette bifurcation. D'une part, la tâche mathématique prévue par l'enseignante (« découvrir » la formule du pourcentage à partir du tableau de la figure 2) est très difficile à accomplir, à moins de connaître déjà la formule en question, et de savoir l'appliquer dans un contexte non trivial (identifier les différentes variables en jeu pour instancier la formule, opérer sur des nombres relativement grands) : rien n'indique aux élèves à partir de quelles données numériques il s'agit de calculer les pourcentages évoqués[9]. D'autre part, deux des questions précédentes (*Comment trouve-t-on le nombre d'exprimés ?* et *Comment trouve-t-on le nombre de votants ?*) les ont conduits à effectuer des différences au sein d'une seule colonne. Conformément à un contrat didactique local, croyant répondre aux attentes de l'enseignante, les élèves ont pensé qu'il s'agissait de faire de même pour calculer les pourcentages.

---

[9] Un tableau incomplet avec les cases correspondant aux pourcentages à compléter, après avoir introduit la formule, correspondrait à une tâche plus classique. C'est d'ailleurs ce que cette maîtresse va envisager pour la suite de l'activité. L'enseignante a-t-elle cru qu'un tableau « complété » faciliterait la tâche aux élèves, et pouvait du coup, être utilisé pour introduire la méthode de calcul d'un pourcentage ?

Au bout de 9 minutes, voyant que cela ne se déroule pas comme elle l'avait prévu, Après avoir interpellé Nabil (« tu poses ton stylo et tu écoutes »), elle s'adresse à toute la classe au tableau, pour délimiter la tâche initiale :

Ne travaillez par sur cette colonne ! (dit-elle en pointant la colonne % inscrits de la figure 2 sur l'affiche au tableau) Cette colonne, il faut trouver… donc c'est ces nombres-là qu'on a (dit-elle en pointant la colonne « Nombre » de la figure 2 sur l'affiche au tableau) il faut qu'on trouve, on ne les avait pas… donc la question est comment je fais pour trouver ce nombre là et ce nombre là qui est dans la colonne des pourcentages. Et ne dites pas c'est difficile, vous avez une calculatrice, essayez de faire des calculs. Allez-y !

Les élèves en position d'acteurs, font dès lors, des tentatives de calculs tous azimuts avec les nombres du tableau (en respectant pour la plupart la consigne « utiliser les données de la colonne de gauche »). Mais là encore, la tâche mathématique qu'elle donne à accomplir paraît impossible. La combinatoire des opérations possibles sur les données numériques offre un grand nombre de possibilités, que les élèves explorent de façon aléatoire, sans pouvoir jamais atteindre le résultat recherché (et pour cause !).

Devant le caractère infructueux de leurs recherches, des élèves commencent à se décourager et à se dissiper : notamment, Nabil se fait interpeller très sèchement à plusieurs reprises. Au bout de 12 minutes, Emilie intervient à nouveau publiquement :

C'est peut-être un peu difficile, mais vous aviez la calculatrice, vous auriez pu vous amuser à chercher à faire des opérations, pour trouver le nombre. Il y avait pas 36 opérations à faire, pour trouver le 32,76. Donc avec ces deux nombres-là, donc 9624 inscrits et le nombre 3153 d'abstentions (elle inscrit les deux nombres au tableau). Il y a une opération à faire… une et une deuxième, mais vous allez voir apparaître ce nombre-là sur la calculatrice, enfin ces chiffres là dans l'ordre… la virgule ne sera peut-être pas là… mais (… elle interpelle Nabil qui ne suit pas…) Seulement avec ces deux nombres-là, essayez de voir apparaître ces chiffres 3, 2, 7, 6, avec la calculatrice, alors allez-y, essayez de manipuler[10].

Cette fois, l'enseignante transforme nettement la tâche initiale, en précisant les données numériques du tableau sur lesquelles opérer pour trouver comment calculer le pourcentage d'abstentions. Elle demande aux élèves de trouver « quelle opération » permet de trouver le résultat « avec ces deux nombres-là » : 3153 et 9624, qu'elle recopie au tableau. Affirmant tout d'abord « il y a une seule opération à faire », elle se reprend immédiatement, en se rendant visiblement compte de son erreur : « une opération à faire, une et une deuxième », « Seulement avec ces deux nombres-là, essayez de voir apparaître ces chiffres 3, 2, 7, 6, avec la calculatrice ». Cette intervention de l'enseignante représente une réduction importante de l'incertitude autour de la tâche à accomplir. Pourtant, les élèves ne trouvent pas immédiatement. En effet, le calcul attendu par Emilie, la division de 3153 par 9624, ne leur paraît certainement pas envisageable : la division avec un dividende plus petit que le diviseur n'ayant sans doute pas été rencontrée auparavant.

[10] l'utilisation du verbe « manipuler » est assez révélatrice ici : cela illustre à quel point une doxa correspondant à une dérive « pseudo-constructiviste » imprègne les pratiques et le discours de cette enseignante.

Deux minutes plus tard, l'enseignante déconcertée étaye encore davantage, allant quasiment jusqu'à l'effet Topaze :[11] « on a fait le moins, on a fait le plus… qu'est ce qui reste ? (plusieurs élèves : fois, divisé…) multiplier, diviser, alors, allez-y ! ».

Au bout de 5 minutes, Jérémie finit par trouver l'opération *magique* : « j'ai fait la division inverse », dit-il avec enthousiasme à la maîtresse à qui il montre le résultat sur sa calculatrice. Après avoir vérifié son calcul, Emilie l'envoie au tableau écrire l'opération « 3153 : 9624 » qu'elle commente : « ah c'est plus petit, c'est ça qui vous gêne ! » et le résultat « 0,3276 ».

Elle reprend la main pour donner du sens au calcul de Jérémie par rapport au contexte :

Essayez (les élèves essaient sur la calculatrice : « ah ouais… »), regardez ce que je fais comme opération. Ça veut dire que je fais 3153, j'ai 3153 personnes qui se sont abstenues sur… quand on dit « sur », c'est une division, je divise…3153, je vais le diviser par le nombre de gens inscrits. Ça va me donner « 0,3276 », et après, je le multiplie par quoi pour avoir le pourcentage ? (les élèves « par 100 ») Par 100, ça (en pointant 0,3276), c'est pour une seule personne. Si vous voulez, j'ai divisé le nombre d'abstentions par le nombre de votants, combien de pour cent… et je multiplie par 100 pour voir sur 100 et ça me donne 32,76.

L'enseignante écrit au tableau :

Il y a 3153 abstentions sur 9624 inscrits. Je fais l'opération (3153 : 9624) $\times$ 100

$$\frac{3153}{9624} \times 100 = 32,76\%$$

Elle demande ensuite aux élèves de trouver, sur la base de cet exemple, comment calculer le pourcentage de votants : « qui me dit comment je fais pour trouver 62, 24… ». Soumaya essaie d'intervenir à plusieurs reprises, mais c'est finalement sa voisine qui est interrogée :

Elève : En fait, on avait 6… le nombre de votants et on l'a divisé par le nombre d'inscrits 9624. Emilie : Et ça donne quoi ? / Elève : 67,24 / Emilie : ah… non, 0,6724 et après qu'est ce qu'on fait ? Je multiplie par 100…

La séance se conclut ici : les élèves recopient ce qui est indiqué au tableau.

II-3.2 Synthèse du point de vue des élèves

L'ensemble de cette séance de « pseudo-découverte » comporte *a priori* un faible potentiel adidactique relativement aux savoirs visés autour des pourcentages.

Les redéfinitions successives de la tâche initiale à accomplir (découvrir la méthode de calcul du pourcentage), la réduction progressive de l'incertitude pour les élèves, au travers des différentes interventions de l'enseignante, appauvrissent le milieu adidactique de la situation, à un point tel que l'on peut supposer la quasi-nullité d'apprentissages mathématiques autour des pourcentages, avant l'épisode final.

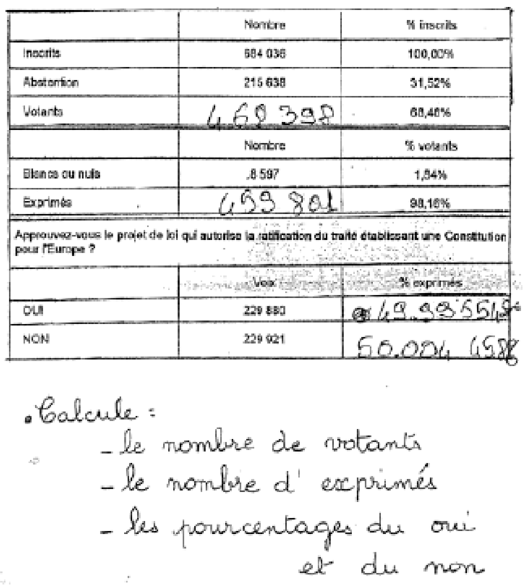
[11] On entend par *effet Topaze*, le fait que l'enseignante réduise l'incertitude autour de la tâche à accomplir, à tel point que celle-ci n'ait finalement plus aucune signification par rapport à la connaissance visée (Brousseau 1986).

Et pourtant, de nombreux élèves semblent se prêter au drôle de jeu que leur suggère la maîtresse. On voit une majorité d'élèves, notamment parmi les plus en difficulté ou de niveau moyen, montrer de l'enthousiasme dans la recherche aléatoire de « l'opération magique[12] : Jérémie est très fier d'avoir trouvé le calcul attendu, Soumaya participe activement à plusieurs reprises… A l'opposé, Nabil se désintéresse rapidement de la situation et se fait tancer à plusieurs reprises par la maîtresse. Plus étonnant, Milan semble lui aussi assez peu attentif, ce qui lui vaut d'ailleurs quelques remontrances de la part de la maîtresse (« tu n'essaies pas… », « écoute… », etc.).

Les apprentissages au sortir de cette première séance sur les pourcentages, sont certes potentiellement faibles : c'est sans doute d'ailleurs dans les 10 dernières minutes de la séance, que ceux-ci sont susceptibles de se produire ! Mais ces apprentissages sont également sans doute très différents d'un élève à l'autre. En situation didactique, en prenant appui sur la synthèse orale d'Emilie, sur les calculs écrits au tableau et sur l'exploitation de la formule dans un deuxième exemple, les élèves ont pu retenir des éléments très divers, relatifs au calcul des pourcentages : « il faut diviser », « il faut diviser le plus petit par le plus grand », « il faut diviser puis multiplier par 100 », « il faut diviser le plus petit par le plus grand, puis multiplier par 100 », etc.
Il faut attendre la deuxième séance pour en savoir plus quant à la nature des connaissances éventuellement acquises par les élèves.

II – 4 Analyse d'épisodes de la deuxième séance

Le document qui a servi de support à la deuxième séance est le suivant :



	Nombre	% inscrits
Inscrits	684 036	100,00%
Abstention	215 638	31,52%
Votants	468 398	68,48%
	Nombre	% votants
Blancs ou nuls	8 597	1,84%
Exprimés	459 801	98,16%
Approuvez-vous le projet de loi qui autorise la ratification du traité établissant une Constitution pour l'Europe ?		
	Voix	% exprimés
OUI	229 880	49,99554
NON	229 921	50,004 458

• Calcule :
- le nombre de votants
- le nombre d'exprimés
- les pourcentages du oui et du non

Figure 3 : document élève – deuxième séance « pourcentages et élections »

[12] cette opération n'ayant a priori aucune signification particulière pour les élèves : elle semble en quelque sorte « tirée du chapeau ». Ce qui m'a fait surnommer cette séance « mathémagie »…

Ce deuxième document correspond à un tableau à compléter, organisé de la même façon que celui de la séance précédente, comportant les résultats des élections non plus de la commune, mais du département.

Si l'on considère les connaissances à mobiliser autour des pourcentages pour compléter les cases correspondantes (*pourcentages du oui,* et *du non*) dans ce tableau, le saut de complexité entre la première situation et la deuxième situation paraît conséquent. Les nombres mis en jeu sont nettement plus grands : on passe des milliers aux centaines de mille. Plus encore, les variables intervenant dans l'application de la formule ne sont pas les mêmes : il faut donc les identifier en identifiant la partie et le tout à considérer (le nombre de *oui* et le nombre d'*exprimés*[13]) en décontextualisant fortement les deux exemples précédents. Par ailleurs, ces calculs de pourcentages ne sont pas sans soulever des problèmes d'approximation (éludés lors de la première séance) : les divisions indiquées ne tombant pas juste.

Nous n'analysons ici que quelques épisodes révélateurs de processus de différenciation à l'œuvre, pour quelques-uns des élèves.

Alors que tous les autres élèves se sont répartis en binômes (à la demande de la maîtresse : « vous pouvez vous mettre par deux, avec qui vous voulez »), Milan travaille seul et complète l'ensemble du tableau (y compris les pourcentages du oui ou du non), en 5 minutes à peine avec l'aide de sa calculatrice. Quand je lui demande, à chaud, avant la récréation, s'il a travaillé à la maison entre la première et la deuxième séance, il m'affirme, je cite : « *avoir relu l'exercice parce qu'il n'était pas sûr d'avoir tout bien compris en classe, comment on calcule les pourcentages*[14] *».* Si l'on en croit ses propos, on peut faire l'hypothèse que cet élève développe un fort rapport stratégique aux tâches données à accomplir en classe : adoptant de lui-même[15] une position d'autodidacte local par rapport à la situation didactique correspondant à la séance précédente, il aurait opéré les décontextualisations nécessaires pour calculer quasi-immédiatement les pourcentages demandés.

S'ils ont rapidement réussi à répondre aux deux premières questions concernant les nombres de votants et d'exprimés, la plupart des élèves dont Jérémie et Nabil, ont eu plus de difficultés à calculer les « pourcentages du oui et du non ». Ils se sont engouffrés, dans un premier temps, dans des stratégies erronées, inspirées de la première séance (par exemple diviser le nombre de oui par le nombre d'inscrits). Suite à de nombreuses aides individuelles de la part de la maîtresse qui circule dans les rangs, ils finissent par trouver la bonne méthode de calcul.

Soumaya et Judith, réunies dans un binôme, sont en difficulté dès la première question : « calcule le nombre de votants ». Au bout de 5 minutes, Soumaya interpelle Emilie :

[13] qui n'apparaît pas dans la même zone du tableau que les nombres et les pourcentages des oui et des non. Un indice textuel (l'intitulé « % inscrits » de la colonne de droite) peut cependant aider les élèves à comprendre que c'est bien le nombre d'inscrits, qui fait d'ailleurs l'objet de la question précédente qui est à prendre en considération.

[14] A la question : « tout seul ou avec tes parents ? », il répond aussitôt : « tout seul ».

[15] sans injonction de la part de la maîtresse dans ce sens : à ma connaissance, Emilie n'a pas demandé à ses élèves de revoir la fiche sur les pourcentages pour la deuxième séance.

« Maîtresse, on n'a rien compris. ». A la grande surprise de l'enseignante, la première opération que l'élève propose de faire pour trouver le nombre de votants est une division ! Qui plus est, Judith, interrogée par la maîtresse, approuve ce choix. Suivant un effet de contrat didactique, les deux élèves cherchent visiblement à réinvestir l'opération « magique » de la séance précédente. L'enseignante, déconcertée, les désavoue : « il ne faut pas faire n'importe quelle opération ! Il faut réfléchir un peu… ». A travers l'évocation d'une situation concrète de vote au sein de la classe (« rappelez-vous, quand on a fait des élections dans la classe…), elle arrive à leur faire trouver la solution.
Un peu plus tard, pour le calcul des pourcentages, Soumaya arrivera à faire le calcul attendu, mais après une prise d'indices importante auprès du binôme voisin et une demande de confirmation de ces informations auprès de la maîtresse (« il faut diviser par le nombre d'exprimés ? »). En position d'actrice dans la situation, sa posture contraste néanmoins avec celle de Judith qui se contente visiblement de recopier sur sa feuille les résultats des calculs de Soumaya sur la calculatrice.

Les cheminements des élèves liés aux apprentissages mathématiques semblent encore une fois pouvoir différer fortement d'un élève à l'autre au travers de cette séance : l'activité de Judith et de Soumaya semble contraster fortement avec celle de Milan. En ce qui concerne les autres élèves, nous n'avons pas de données filmiques suffisamment « focalisées », qui nous permettraient d'en dire plus. Cependant, au vu de quelques interactions vidéoscopées, l'hétérogénéité initiale des élèves est susceptible d'être accentuée par la nature diverse des contenus des aides apportées par l'enseignante, et leur fréquence variée d'un binôme d'élèves à un autre.

CONCLUSIONS

Précisons tout d'abord que les séances, qui ont fait l'objet de cette présentation, sont assez révélatrices des pratiques de cette enseignante (le lecteur se reportera au début du II), mais peut-être également d'un nombre non négligeable de professeurs des écoles : d'autres études de cas (présentées dans le cadre du réseau RESEIDA) présentent des points communs. Notamment, nombreux sont les enseignants qui élaborent et mettent en œuvre des situations de « pseudo-découverte », qui s'étirent dans le temps, et qui aboutissent rarement à autre chose qu'à la « vérité révélée » plus ou moins directement par l'enseignant.

Différents éléments de nos analyses permettent pourtant de pointer le potentiel a-didactique faible associé à ce type de situations d'enseignement : les apprentissages mathématiques visés paraissent difficilement pouvoir émerger de la plupart des interactions des élèves avec le milieu de ces situations.

Mais de fait, ces situations d'enseignement se traduisent plutôt par une différenciation forte des apprentissages des élèves. Si l'on considère les extrêmes de ce processus de différenciation, certains élèves développant un rapport stratégique aux situations scolaires, arrivent d'eux-mêmes, à partir d'un nombre restreint de tâches, à opérer des opérations de décontextualisation, recontextualisation des savoirs en jeu. Tandis que d'autres restent dans un réinvestissement immédiat de ce qui a été fait ou vu auparavant, sans même parfois se soucier du caractère inopportun de leurs actions dans un nouveau contexte : pour ces élèves, les malentendus à l'œuvre sont nombreux, parfois révélés, mais le plus souvent masqués par les interactions avec l'enseignant quand celles-ci permettent finalement aux élèves d'accomplir les tâches prescrites.

Cependant, il ne faut pas entrer trop rapidement dans une lecture trop pessimiste ou fataliste de nos analyses.

Notamment, pour certains des élèves pour qui la différenciation se fait de façon récurrente « vers le bas », il faudrait peut-être reconsidérer une partie des effets potentiels de telles situations d'enseignement sur un temps plus conséquent. Les situations de « pseudo-découverte », du type de la première séance autour des pourcentages et des élections, ne permettent-elles pas au final d'engager massivement les élèves dans la relation didactique ? Et en cela de maintenir un certain équilibre du système, qui suivant Bonnéry (2004) permet à certains élèves en difficulté de réinvestir le *métier d'élève* en mathématiques ? Et cela ne peut-il pas avoir un effet sur leur *travail d'apprenant*, dans d'autres situations d'enseignement, à plus long terme ?

BIBLIOGRAPHIE

BAUTIER E., ROCHEX J-Y. (2004), Activité conjointe ne signifie pas significations partagées, in C. Moro, et R. Rickenmann, *Situations éducatives et significations*, Raisons éducatives, De Boeck, Bruxelles.

BAUTIER E. (2005), Formes et activités scolaires, secondarisation, reconfiguration, in N. Ramognino, P. Vergès (eds), *Le français, hier et aujourd'hui. Politiques de la langue et apprentissages scolaires.* Etudes offertes à V. Isambert-Jamati, Publications de l'Université de Provence.

CHARLOT B., BAUTIER E. et ROCHEX J-Y., *Ecole et savoir dans les banlieues et ailleurs*, Paris, Armand Colin, 1992.

BONNERY S. (2004), Construction des inégalités scolaires dans la confrontation des élèves à l'École, in Perrin M-J. et Matheron Y. (éds.), *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*, IREM de Paris et ARDM, 261-294.

BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7, n° 2, pp. 33–116, Editions La Pensée Sauvage.

BROUSSEAU G. et WARFIELD V. (2002), *Le cas de Gael*, Les cahiers du laboratoire Leibniz n°55.

CASTELA C. (2005), Approche didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes, *Actes de la 13ème école d'été de recherche en didactique des mathématiques*.

COULANGE L., MARGOLINAS C. (2005), *Introduction au thème scientifique hétérogénéités et différenciations de la 13ème école d'été de didactique des mathématiques.*

DE CERTEAU M. (1980), *L'invention du quotidien. 1.Arts de faire*. Paris : Gallimard, Folio Essais n° 146, 1990 ; rééd. 2002.

MARGOLINAS (2004), *Points de vue de l'élève et du professeur, essai de développement de la théorie des situations didactiques,* Note de synthèse, Habilitation à diriger des recherches en sciences de l'éducation, Université de Provence.

PERRIN M-J. (1993), Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des « classes faibles », *RDM* vol.13 n°1-2, 5-118, La Pensée Sauvage.