

« JOUER AVEC LES FRACTIONS ? JOUER EN FORMATION ! »

Joële TREMEJE

PIUFM, IUFM de Nice
j.tremeje@wanadoo.fr

Henry DAVIO

PEMF, École Marie Curie - Draguignan
henri.davio@cegetel.net

Denise ROSSO

PEMF, École Marie Curie - Draguignan
Denise.rosso@club-internet.fr

Claire WINDER

PIUFM, IUFM de Nice
Claire.winder@free.fr

Résumé

Chaque année, dans les évaluations nationales d'entrée en sixième, nous retrouvons fréquemment l'erreur $\frac{13}{10} = 13,10$. Pour tenter de remédier à cette situation, le groupe IREM premier degré de Draguignan (IUFM de Nice) a créé un jeu (au sens de G. Brougère), évolutif et s'insérant dans la progression sur les fractions et décimaux d'ERMEL. Selon R. Douady et M.J. Perrin-Glorian « une seule situation ne suffit pas pour construire un concept. » Ce jeu permet donc de manipuler, du CM1 à la sixième, les fractions simples puis les fractions décimales dans le cadre de la mesure des aires.

I – POINT DE DEPART

Ce sont des erreurs d'élèves repérées dans les évaluations nationales d'entrée en 6^{ème} qui sont à l'origine de notre travail.

Chaque année, dans les exercices destinés à évaluer la compétence « passer, pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fraction décimale) à une écriture à virgule (et réciproquement) », nous retrouvons fréquemment l'égalité $\frac{13}{10} = 13,10$.

Pour tenter de remédier à cette situation, nous avons donc cherché à améliorer les dispositifs utilisés dans les classes.

Pour cela nous avons procédé à une sorte d'état des lieux dans le domaine de la connaissance des fractions et des nombres décimaux, en veillant à considérer les aspects didactique et pédagogique des activités existantes.

II – NOTRE DEMARCHE

II – 1 Les instructions officielles

Les programmes 2002 de l'école primaire définissent ainsi les objectifs à atteindre en fin de cycle 3 dans ce domaine sensible.

« Au cycle 3, mise en place d'une première maîtrise des fractions et des nombres décimaux : compréhension de leurs écritures, mise en relation des écritures à virgule avec des sommes de fractions décimales.

Les fractions sont essentiellement introduites, au cycle 3, pour donner du sens aux nombres décimaux. »

Les documents d'application des programmes donnent un exemple en commentaires :

$$2,58 = \frac{258}{100} = 2 + \frac{58}{100} = 2 + \frac{5}{10} + \frac{8}{100}$$

De plus ils précisent que « outre les fractions décimales, les fractions utilisées ont un dénominateur compris entre 2 et 5 (ou des puissances de ces nombres comme 4, 8, 16, 9, 25)

➤ *Nous avons alors convenu de définir **trois « familles »** de fractions sur lesquelles nous allions travailler :*

- les fractions du type $\frac{a}{2^n}$ comme $\frac{3}{2}, \frac{1}{4}, \frac{6}{8}, \dots$

- les fractions du type $\frac{a}{3^n}$ comme $\frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \dots$

- les fractions décimales.

Par ailleurs il est précisé dans le document d'accompagnement intitulé « articulation école collège » que « la fraction est introduite en référence au partage d'une unité, le dénominateur indiquant la nature du partage et le numérateur le nombre de parts considérées ($\frac{3}{4}$ lu « trois quarts » et compris comme trois fois un quart). On parle alors de « vision a-bièmes » de la fraction. Toujours selon ce document, « au collège, notamment en sixième, où la notion de quotient occupe une place centrale, la signification de l'écriture fractionnaire est étendue à la fraction considérée comme quotient : $\frac{3}{4}$ est conçue comme le nombre quotient de 3 par 4, nombre par lequel il faut multiplier 4 pour obtenir 3. »

➤ *Bien que certains travaux récents préconisent une présentation des fractions comme quotients dès l'école primaire, nous avons fait le choix de les aborder selon la « vision a-bièmes. »*

II – 2 L'aspect didactique

Dès 1997, dans les ouvrages parus chez Hatier sous le titre « *Apprentissages numériques et résolution de problèmes* », les membres de l'équipe ERMEL avaient choisi d'introduire les

fractions (simples puis décimales) selon la « vision a-bièmes », dans le cadre de la mesure¹, pour présenter ensuite les nombres décimaux comme codage d'une fraction décimale.

Ainsi, dans les premières activités proposées, en CM1, les fractions permettent de pallier l'insuffisance des entiers pour résoudre des problèmes de mesure de longueurs. Elles sont ensuite utilisées pour repérer des points sur la demi-droite graduée. C'est seulement au CM2, alors que l'écriture décimale a déjà été présentée aux élèves, que les fractions sont présentées dans le cadre de la mesure des aires à travers une activité intitulée « *Ça n'a pas l'aire juste* ». Cette activité se décompose en deux parties reposant sur deux problèmes différents. Dans la première, il s'agit de trouver des manières de partager un rectangle en 2 ou 4 parties de même aire (le partage est à faire). Dans la seconde, un partage est donné et il s'agit de prouver s'il est composé de parties égales ou non.

➤ *Il apparaît donc que la progression proposée par ERMEL accorde une faible place au travail **dans le cadre de la mesure des aires** ; c'est pourquoi nous avons souhaité créer une activité qui se situe dans ce cadre-là.*

II – 3. L'aspect pédagogique

Ce sont encore les documents d'application des programmes 2002 qui ont contribué à définir nos pistes de travail. La place de la manipulation dans le travail mathématique, y est très bien définie : « Le travail mathématique est évidemment un travail de l'esprit. Mais celui-ci, en particulier à l'école élémentaire, s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou des expériences ... » ; « Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation qui constitue l'activité mathématique mais les questions qu'elle suggère. »

➤ *Bien que les travaux existants (la mesure des bandes dans ERMEL) accordent une place importante à la manipulation, nous avons jugé pertinent de proposer également, dans le nouveau cadre abordé, une **activité manipulatoire**.*

➤ *Pour éviter le risque que la multiplication des situations ne vienne altérer la motivation des élèves, nous avons toutefois imaginé une entrée différente, en créant **un jeu**.*

III – LE « CAHIER DES CHARGES »

Les programmes de l'école élémentaire 2002 précisent que « la résolution de problèmes est au centre des apprentissages » et que « les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues »... entre autres ... « de jeux. » Nous sommes ainsi assurés de la place du jeu dans les apprentissages.

Pour établir le « cahier des charges » du futur jeu nous nous sommes alors appuyés sur les travaux de Gilles Brougère² : après avoir énoncé les traits caractéristiques du jeu, il cite quatre raisons spécifiques de l'utiliser à l'école.

¹ Les travaux de recherche de l'équipe de l'IREM de Rennes ont mis en évidence deux cadres d'introduction des fractions : le « cadre partage » et le « cadre mesure ». Ces deux cadres sont présents quel que soit le choix du sens privilégié lors de l'introduction du concept de fraction (vision a-bièmes ou vision a : b)

² Voir [1] et [5]

III –1 Les traits caractéristiques du jeu

Selon Gilles Brougère, cinq critères permettent d'analyser les situations concrètes pour déterminer en quoi elles relèvent ou non du jeu. Nous reprenons ces critères pour mieux expliciter notre démarche.

- 1^{er} critère : la présence du second degré

« Le jeu est une mutation de sens, de la réalité : les choses y deviennent autres... Une simple histoire permet une mise en scène qui peut installer un jeu, espace spécifique où les activités vont avoir une autre valeur. »

➤ *C'est sur cette « autre valeur » que nous misons lorsque nous choisissons le jeu comme « entrée différente », évitant ainsi le risque qu'une simple multiplication des situations d'apprentissage ne vienne altérer la motivation des élèves.*

- 2^{ème} critère : la décision du joueur

Pour qu'il y ait vraiment communication et interprétation, il faut qu'il y ait « décision de la part des joueurs, décision d'entrer dans le jeu mais aussi de le construire suivant des modalités particulières [...] Le jeu apparaît comme une succession de décisions du joueur [...] La décision peut résulter d'une élaboration collective qui suppose négociation et parfois acceptation de la décision de l'autre, ce qui est encore décidé. »

➤ *Le jeu consistant à placer des pièces sur un plateau en fonction du tirage de dés, le choix des pièces est laissé au libre arbitre de chaque joueur.*

➤ *D'autre part, dès les premières expérimentations, nous avons pu constater que les diverses interprétations possibles de la règle amenaient, au sein des groupes, des discussions qui aboutissaient nécessairement à un accord dont dépendait la suite de la partie.*

- 3^{ème} critère : la règle

« Il n'y a pas de jeu sans règle. Mais il faut bien voir que la règle n'est pas la loi ni même la règle sociale qui s'impose de l'extérieur. Une règle de jeu n'a de valeur que si elle est acceptée par les joueurs et ne vaut que pendant le jeu. Elle peut être transformée par accord des joueurs. »

➤ *Les simulations de jeu réalisées en amont des expérimentations avec les élèves n'ont pas suffi à imaginer toutes les situations possibles auxquelles ceux-ci seraient confrontés. C'est ainsi qu'ils ont choisi de résoudre certains « problèmes » (moyens possibles de bloquer l'adversaire...) en aménageant la règle.*

- 4^{ème} critère : l'incertitude

« Le jeu n'attache pas une importance excessive aux résultats. L'activité ludique se caractérise par une articulation très lâche entre la fin et les moyens. Ce qui ne veut pas dire que les enfants ne tendent pas vers un but quand ils jouent et qu'ils ne mettent pas certains moyens en œuvre pour l'atteindre mais il est fréquent qu'ils modifient leurs objectifs en cours de partie pour s'adapter à de nouveaux moyens et vice versa. »

➤ *Les différents essais de stratégie imaginés par les élèves montrent bien que, même si le but de chacun est de gagner, la prise de risque fait partie intégrante du processus de jeu. Ainsi des modifications d'objectifs (« avancer » dans le jeu ou bloquer l'adversaire) sont apparues en cours de partie.*

➤ *On a pu également constater une forme d'entraide entre deux équipes adverses, le plaisir de « bien jouer » occultant l'intérêt personnel...*

- 5^{ème} critère : la frivolité

« Dans le jeu, la gravité des conséquences que comportent les erreurs ou les échecs se trouve atténuée. Au fond, le jeu est une activité très sérieuse, mais qui n'a pas de conséquences frustrantes pour l'enfant. Il s'agit en un mot d'une activité entreprise pour elle-même et non pas pour autrui [...] Si le jeu permet d'expérimenter, et peut-être d'apprendre, c'est parce qu'il s'oppose au sérieux, parce qu'il est du côté du frivole, du futile. Et en conséquence, on peut lui trouver un sérieux dérivé, au second degré, mais qui doit rester caché à l'enfant au risque de détruire la valeur de son jeu. Mais là se trouve le paradoxe : le sérieux risque de chasser la frivolité du jeu et en conséquence son intérêt spécifique. »

Ainsi « les caractéristiques de l'activité ludique en font une activité paradoxale par rapport aux objectifs éducatifs : à travers la liberté du joueur et l'incertitude quant au résultat, le jeu est une activité qui n'a pas de conséquences directes. »

➤ *C'est en veillant à respecter ce dernier critère que nous avons conduit notre recherche, en essayant d'éviter de tomber dans le piège de l'activité mathématique déguisée qui ne nous aurait pas permis d'atteindre le but que nous nous étions fixé. L'engouement certain rencontré chez les élèves lors d'une première vague d'expérimentations a été un indice révélateur.*

III –2 Quatre raisons spécifiques d'utiliser le jeu

En outre, Gilles Brougère développe quatre raisons spécifiques d'utiliser le jeu tout en insistant sur la nécessité pour l'enseignant de se donner les moyens d'observer les joueurs afin de ne pas courir le risque de perdre une grande partie du potentiel du jeu³.

- Le jeu permet l'implication du joueur :

« L'enfant étant dans une situation de maîtrise des décisions (cela suppose que ce soit un véritable jeu), il est impliqué par l'activité dans son déroulement et non pas motivé par un attrait extérieur. En effet « celui qui apprend c'est celui qui agit, ce n'est pas celui qui regarde et qui attend que le temps passe. » [...] Il n'a peut-être pas appris beaucoup, mais le peu de choses qui ont pu se passer, il en a bien été l'acteur, il n'a pas été que le spectateur passif. C'est important, à condition, là encore de pouvoir observer. »

➤ *En remplissant ces conditions notre jeu souscrit à la théorie constructiviste du savoir. Au cours de nos différentes expérimentations, nous avons veillé à noter les réactions de chacun pour mieux en mesurer l'impact sur les élèves en termes d'acquisition de compétences contextualisées. Trois modes d'observation ont été utilisés : présence d'un adulte - témoin, enregistrement vidéo, et « feuille de score. »*

- Le jeu est un lieu où l'enfant décide :

« Si l'enfant a l'initiative, il va chercher l'excitation, il va donc chercher à résoudre de nouveaux problèmes, mais pas des problèmes insurmontables parce que ce n'est pas « marrant » [...] Il peut y avoir de nombreuses contraintes qu'on impose à l'enfant sans s'en rendre compte, qui

³ Voir dans [5] les notes prises lors de la conférence prononcée par Gilles Brougère « Quelles utilisations faire du jeu pour développer les compétences et mettre l'enfant en situation de réussite ? » (Maison de l'Éducation ; Lille ; 1994)

limitent considérablement cette prise d'initiative, sans qu'il y ait forcément beaucoup de raisons pour cela. »

➤ *Le choix de la règle du jeu a ainsi fait l'objet de nombreuses modifications pour éviter les contraintes inutiles.*

- Le jeu permet de faire quelque chose que l'on ne peut pas faire sinon de façon fictive :

« L'enfant est dans une situation où il peut essayer quelque chose, sans risque. Il peut affronter une situation avec la relation à la règle, la relation à la contrainte et la relation à l'autre. »

➤ *C'est la raison pour laquelle notre choix s'est porté sur un jeu, dont la trace écrite (« feuille de score ») est volontairement limitée.*

- Le jeu est un lieu de la gestion de la communication :

« La façon dont les enfants gèrent les situations ludiques est intéressante, cela suppose toute une communication complexe pour que l'activité soit prise pour quelque chose qui n'est justement pas vrai. Il faut organiser la communication, il faut communiquer, on ne peut pas jouer sans communiquer... Or la maîtrise de la communication est [...] la base de tout apprentissage. »

➤ *L'organisation par équipes de deux vise à favoriser cette communication. Nous avons également pu constater au cours de nos expérimentations que cet aspect fait partie intégrante du jeu !*

IV – LE JEU DES FRACTIONS

Il s'agit d'un jeu évolutif permettant aux élèves de fréquenter soit des fractions simples usuelles (sixièmes, huitièmes mais aussi tiers, quarts, demis), soit des fractions décimales.

IV – 1 La règle du jeu

◇ **Nombre de joueurs** : 2 équipes de 2 joueurs.

◇ **Matériel** : - Un plan de jeu

- Des pièces bicolores

- Des dés de couleurs différentes avec des fractions : un dé rouge, un dé vert, un dé jaune, un dé bleu. Les dés sont fournis au début de chaque partie par l'enseignant.

En ce qui concerne le matériel, il est variable suivant le type de fraction étudiée (voir annexes I, II, III). Les modalités d'utilisation (le choix des dés) vont permettre également de définir des niveaux de jeu :

Niveau 1 : dé rouge + dé vert

Niveau 2 : dé rouge + dé jaune

Niveau 3 : dé rouge + dé vert + dé jaune

Niveau 4 : dé rouge + dé bleu

Niveau 5 : dé rouge + dé vert + dé bleu

Niveau 6 : dé rouge + dé bleu + dé jaune

◇ **Principe du jeu :** Recouvrir, sur le plan de jeu, la plus grande surface avec le moins de pièces possibles de sa couleur.

◇ **Règle du jeu :**

- Une partie se joue en trois manches.
- *Début de la partie :* Chaque joueur (ou équipe) lance le dé rouge. Celui qui obtient la plus grande fraction commence et choisit sa couleur.
- A tour de rôle, chaque joueur (ou équipe) lance les dés.

En fonction du tirage, il doit poser sur le plan de jeu le moins possible de pièces de sa couleur.

Toute pièce posée ne peut être déplacée.

• Une manche s'achève dès qu'un joueur (ou une équipe) obtient un tirage suffisant pour finir de remplir le plan de jeu (même si le total des dés est supérieur à ce qui reste à recouvrir).

Chacun marque alors son score.

- Si le vainqueur de la manche a posé moins de pièces que l'adversaire, il a un bonus de 1 point
- Le vainqueur de la partie est celui qui a totalisé le plus de points à la fin des trois manches.

◇ **Comptage des points :** voir annexes I, II et III

IV – 2 Objectifs visés

◇ **Objectif principal :**

Savoir décomposer une fraction décimale sous forme de la somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un.

◇ **Compétences spécifiques travaillées par niveau :**

* Niveau 1 :

- savoir calculer la somme de fractions de même dénominateur
- extraire la partie entière et la partie fractionnaire d'une fraction supérieure à un

* Niveaux 2 à 6:

- utiliser des fractions équivalentes
- savoir calculer la somme de fractions de même dénominateur
- extraire la partie entière et la partie fractionnaire d'une fraction supérieure à un

IV – 3 Trois variantes du jeu

Ce sont les trois « familles » de fractions définies dans le paragraphe I qui ont conditionné le choix des divers supports proposés aux élèves. Ainsi nous avons utilisé dans une première vague d'expérimentations, pour chacune des « familles », des supports de jeu avec des formes géométriques permettant de créer des images mentales chez les élèves : octogones pour les fractions du type $\frac{a}{2^n}$, hexagones pour les fractions du type $\frac{a}{3^n}$ et décagones pour les fractions décimales. Bien que la règle du jeu soit la même pour les différentes versions, des documents spécifiques, présentant le matériel utilisé dans chaque cas, ont été créés. Un exemple de règle du jeu proposée aux élèves est donné en annexe IV.

Cependant, en ce qui concerne le(s) plan(s) de jeu, il n'est pas forcément pertinent de choisir des formes spécifiques à certaines fractions (hexagones pour sixièmes et tiers, octogones pour huitièmes et quarts...) Ne risque-t-on pas de tomber sur une représentation prototypique de la fraction qui risquerait de faire obstacle à l'apprentissage visé ? Dans ce cas, l'utilisation de plusieurs formes (par exemple octogone et rectangle pour travailler la « famille » des huitièmes) et/ou de pièces représentant diverses fractions de ces formes ne permettrait-elle pas d'éviter cet écueil ? Nous pensons que si l'image mentale créée par le dispositif présenté en atelier peut être une aide pour certains élèves en début d'apprentissage, il serait pertinent de proposer des supports diversifiés dès les premières mises en œuvre.

IV – 3 Une proposition de progression

Après une première vague d'expérimentations en CM1, CM2 et 6°, qui nous a amenés à certains aménagements du dispositif proposé, nous nous proposons de poursuivre notre travail en testant la progression suivante :

Niveau	Type de situation	Situation	Objectifs
CM1	Apprentissage	<i>Introduction des fractions simples dans le contexte des mesures de longueurs selon la progression proposée par ERMEL</i>	<i>Utiliser des fractions simples (du type $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ...) et des écritures additives pour exprimer des mesures de longueurs obtenues en reportant une bande unité</i> - <i>Utiliser les notations et le vocabulaire associé</i> - <i>Concevoir qu'une mesure peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi :</i> ▪ <i>des équivalences entre fractions</i> ▪ <i>des décompositions faisant apparaître la partie entière</i> ▪ <i>des résultats d'additions simples</i>
	Apprentissage / Réinvestissement	Notre jeu (version octogones) Travail par groupes homogènes de 4 avec différenciation par les contraintes de la tâche : 1) en fonction du support (plan de jeu) - octogones réguliers (images mentales facilitantes pour les fractions du type $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$) - rectangles découpés en 8 parts égales 2) en fonction des dés - fractions de même dénominateur - fractions de dénominateurs différents	- Utiliser des fractions inférieures et supérieures à 1 - Effectuer des calculs avec des fractions - Écrire une fraction sous la forme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1 - Utiliser des fractions équivalentes

Fin CM1 / CM2	Réinvestissement :	Notre jeu (version décagones) Même démarche qu'avec la version précédente	- Mêmes objectifs qu'avec la version octogones (manipulation des fractions décimales en vue de donner du sens à l'écriture décimale d'un nombre) - utilisation de l'écriture décimale (lors de la notation des scores)
	Consolidation	Notre jeu (version hexagones) Même démarche qu'avec la version précédente	- Mêmes objectifs qu'avec la version octogones
Fin CM2	Entraînement	Notre jeu (version décagones) <u>Travail par groupes de hasard</u>	- Mêmes objectifs qu'avec la version octogones (manipulation des fractions décimales en vue de donner du sens à l'écriture décimale d'un nombre) - utilisation de l'écriture décimale (lors de la notation des scores)
Début 6 ^{ème}	Remédiation	Notre jeu (version décagones) <u>Travail par groupes de niveau</u>	-Mêmes objectifs qu'avec la version octogones (manipulation des fractions décimales en vue de donner du sens à l'écriture décimale d'un nombre) - utilisation de l'écriture décimale (lors de la notation des scores)

V – DES PROPOSITIONS ISSUES DU DEBAT EN ATELIER

Au cours de l'atelier, nous avons exposé notre démarche ainsi que les différentes versions de ce jeu. Puis les participants ont été invités à y jouer pour mieux en démontrer les mécanismes et émettre des propositions de mises en œuvre.

V – 1 Le déroulement de l'atelier

Les participants de l'atelier, groupés par quatre, ont été confrontés à l'une des versions du jeu avec une « règle du jeu » épurée, où n'apparaissaient ni les objectifs du jeu, ni les compétences mobilisées. Les détails concernant les six niveaux de jeu prévus ne figuraient pas non plus sur le document fourni.

Chaque groupe disposait d'une grille d'analyse (voir annexe V), qui permettait ainsi de mieux cibler les différents aspects à considérer lors de l'analyse, à savoir l'aspect didactique et pédagogique, l'aspect matériel et bien sûr l'aspect ludique. Cette grille d'analyse a été fortement inspirée des travaux que Jeanne Bolon avait menés dans le cadre d'une étude sur les jeux mathématiques, et affinée à la lumière des recherches de Gilles Brougère.

Les grilles complétées dans les différents groupes ont été soumises à la lecture de chacun par le biais d'un affichage. A travers les trois aspects étudiés, les diverses remarques ont permis de nourrir le débat entre les participants de l'atelier.

V – 2 Les points de discussion

Le débat s'est centré sur les quatre questions suivantes.

V – 2.1 La question de la stratégie

Selon Daniel Djament, professeur de mathématiques à l'IUFM de Créteil, qui s'exprime dans le JDI de mai 2005, « entendre un enfant dire : « si tu joues ici, alors moi je joue là et tu as perdu », ce que l'on ne peut pas entendre dans un jeu de hasard, est un grand plaisir pour un enseignant qui voit là se mettre en place un processus d'argumentation, voire de raisonnement. » Il est donc naturel que la question de la stratégie ait fait l'objet de nombreuses discussions entre les participants de l'atelier.

Si l'on s'en tient à l'objectif poursuivi, on pourrait considérer que, dans le jeu des fractions, la stratégie gagnante consiste pour le joueur, à choisir le minimum de pièces à poser sur le plateau en fonction du tirage des dés. Toutefois, si la stratégie se limite à cela, le jeu prend plutôt l'allure d'un exercice mathématique, et surtout dès que la stratégie dite « gagnante » est connue des élèves, le jeu se révèle n'être plus qu'un jeu de hasard.

Le problème du blocage de l'adversaire a fait l'objet de discussions. Tout naturellement, la question de l'éparpillement des pièces pour obliger celui-ci à utiliser davantage de pièces pour remplir le plan de jeu, s'est posée, et a entraîné des questions quant à l'adéquation du jeu à l'objectif, à savoir amener l'élève à décomposer une fraction en une somme d'un entier et d'une fraction inférieure à un. Par exemple l'utilisation de deux dés l'un portant des nombres entiers, l'autre des fractions obligerait l'élève à transformer la somme obtenue en fonction des places

disponibles sur le plan de jeu. Dans ce cas toutefois, c'est avant tout l'écriture d'un entier sous forme d'une fraction qui serait travaillée plutôt que l'équivalence $\frac{a}{b} = n + \frac{c}{b}$ avec $\frac{c}{b} < 1$.

L'utilisation d'un plateau de jeu par équipe, à compléter en fonction d'un même tirage permettrait de limiter la part de hasard. On pourrait également remplacer les dés par des cartes que l'élève devrait choisir ...

V – 2.2 La place de la manipulation

Dans l'exposé de notre démarche, il apparaît clairement qu'une de nos pistes de travail consistait à trouver une activité de type manipulatoire. Mais comment dépasser le stade de la manipulation ?

Nous considérons qu'une première réponse se situe du côté du maître. Un moment essentiel est en effet le temps post-jeu ou rétroaction : lorsque les joueurs évoquent leur activité ludique (difficultés, observations, stratégies...) Cette régulation débouche sur l'utilisation de mémoires de jeu. Ainsi ce temps de travail participe à un apprentissage où notions, représentations et procédures sont résumées. La rétroaction peut alors donner accès à nouveau au jeu et déboucher également sur des prises de décisions concernant des variantes de règles permettant des essais stratégiques.

Dans le JDI de mai 2005, Gilles Brougère rappelle que deux choix se présentent à l'enseignant quant à l'utilisation des jeux en classe : « L'un formel qui donne un aspect tout à fait scolaire au jeu en faisant entrer de force des apprentissages au risque de faire disparaître le critère de frivolité, le second choix, plus informel inscrit le jeu en tant que tel dans la classe, sans mesurer ni évaluer précisément les apprentissages propres éventuels. » Dans ce dernier cas, il précise que « le jeu devrait alors être encadré par des moments structurés, dans lesquels on parlera, on fera germer des connaissances, les compétences qui sont apparues dans la phase du jeu. » C'est la démarche que nous avons adoptée au cours de nos expérimentations.

Toutefois, on peut également amener l'élève, au cours des phases de jeu, à conceptualiser sa stratégie et à faire ainsi l'apprentissage de l'abstraction. Pour cela, en nous appuyant sur une des raisons invoquées par Brougère pour utiliser le jeu dans les apprentissages, à savoir le rôle important de la communication, nous avons choisi, lors de nos diverses expérimentations de faire jouer les enfants par équipes de deux joueurs, obligeant ainsi chacun à communiquer son plan à son partenaire. Les participants ont également proposé de modifier l'organisation prévue en intégrant un « marchand » dont la tâche consisterait à donner au joueur les pièces demandées.

V – 2.3 Le mode de validation

Comme dans toute situation de jeu, le but poursuivi par chacun est de gagner. On peut donc penser à une surveillance mutuelle des joueurs qui tient lieu de validation.

Dans un premier temps toutefois, lors de nos expérimentations, nous avons tenté de faire utiliser par les élèves, des feuilles de jeu qui permettaient d'obtenir une trace des différentes étapes de la partie. Chaque tirage devait être noté ainsi que les pièces choisies. Mais nous avons constaté très rapidement que cette tâche alourdissait le dispositif et finissait par le rendre inefficace. L'un des traits caractéristiques du jeu, à savoir la frivolité, disparaissait tout simplement. Les feuilles de scores utilisées par les élèves ont donc été conçues pour que n'apparaissent que les scores des différentes manches qui composent la partie, les bonus éventuels et le score total.

V – 2.4 La pertinence des supports

Nous avons déjà évoqué, lors de la discussion sur le type de jeu (stratégie ou hasard) la possibilité de modifier le matériel mis à disposition des élèves.

Il avait été proposé de faire jouer chaque équipe sur son propre plateau pour limiter les effets du hasard dû au tirage des dés.

Outre le fait d'intervenir sur le niveau de stratégie du jeu, la proposition de remplacer les dés par des cartes que l'on peut choisir en fonction des possibilités fournies par le plan de jeu, permettrait d'accroître le nombre d'écritures numériques obtenues lors d'une même partie. De plus les cartes utilisées par chaque joueur pourraient être stockées et servir ainsi de mémoire de jeu, permettant de contribuer à la validation de la partie par les pairs ou /et le maître

VI – CONCLUSION PROVISOIRE

En ce qui concerne le jeu lui-même, les différentes variantes proposées peuvent constituer un point de départ pour jouer avec les enfants quitte à utiliser les phases de rétroaction pour déboucher sur des prises de décisions concernant des modifications de la règle permettant des essais stratégiques.

Les premières expérimentations qui ont permis d'aboutir à la règle du jeu donnée aux élèves (voir un exemple en annexe IV), et utilisant les différents supports présentés dans l'atelier (voir annexes I, II et III) nous ont déjà amenés aux conclusions suivantes :

En ce qui concerne l'effet du jeu pour l'élève :

- Le jeu a permis aux élèves de réellement s'appropriier le problème, donnant ainsi plus de sens à l'apprentissage.
- Le jeu a favorisé les interactions entre élèves (organisation par équipes de deux)
- Le jeu a permis aux élèves de s'entraîner et de consolider leurs connaissances d'une manière agréable.

En ce qui concerne l'effet du jeu pour l'enseignant :

- Le jeu lui a donné rapidement des indications sur les connaissances des élèves : connaissances acquises, connaissances en cours d'acquisition.
- Le jeu a servi de support aux médiations de l'enseignant.

Comme le soulignent R. Douady et M.J. Perrin-Glorian⁴, les concepts se construisent à l'occasion d'actions, mais une seule situation ne suffit pas pour construire un concept, des situations de renforcement permettant d'acquérir la familiarité souhaitée.

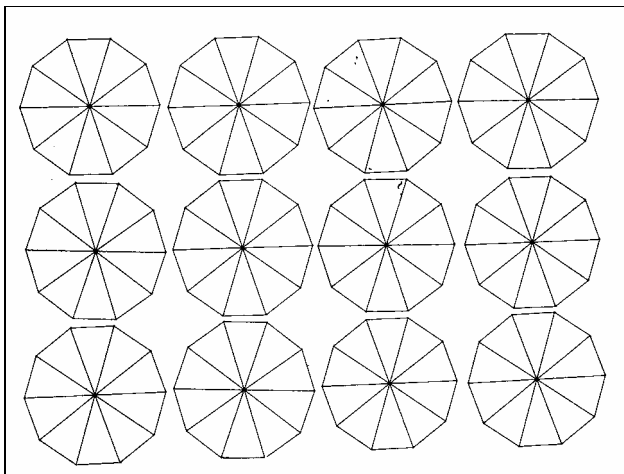
⁴ Voir [9]

Ainsi, en s'inscrivant dans la progression proposée par ERMEL, le jeu des fractions « dans tous ses états » peut s'avérer être un outil supplémentaire pour les enseignants dans le domaine de l'apprentissage des fractions et des nombres décimaux.

ANNEXE I : LE JEU DES DECAGONES

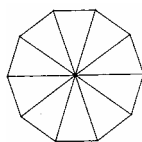
◇ Matériel:

- Le plan de jeu



- Les pièces bicolores :

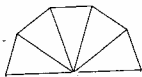
* 12 pièces « 1 »



* 12 pièces « $\frac{2}{10}$ »



* 10 pièces « $\frac{5}{10}$ »



* 16 pièces « $\frac{1}{10}$ »



- Les dés avec des fractions :

* Un dé rouge avec les faces : $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{10}$

* Un dé vert avec deux faces $\frac{7}{10}$, deux faces $\frac{8}{10}$, deux faces $\frac{9}{10}$

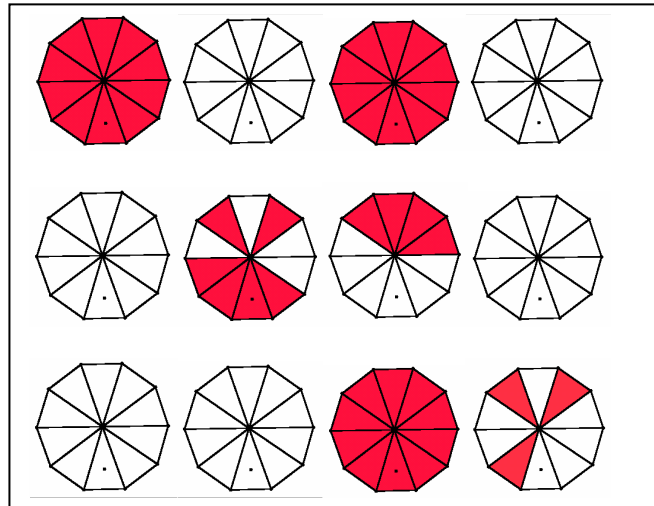
* Un dé jaune avec deux faces $\frac{1}{2}$, deux faces $\frac{2}{2}$, deux faces $\frac{3}{2}$

* Un dé bleu avec deux faces $\frac{3}{5}$, deux faces $\frac{4}{5}$, deux faces $\frac{5}{5}$

◇ **Exemple de comptage des points** : Une figure entière vaut 1 point

Nombre de points de
l'équipe rouge :

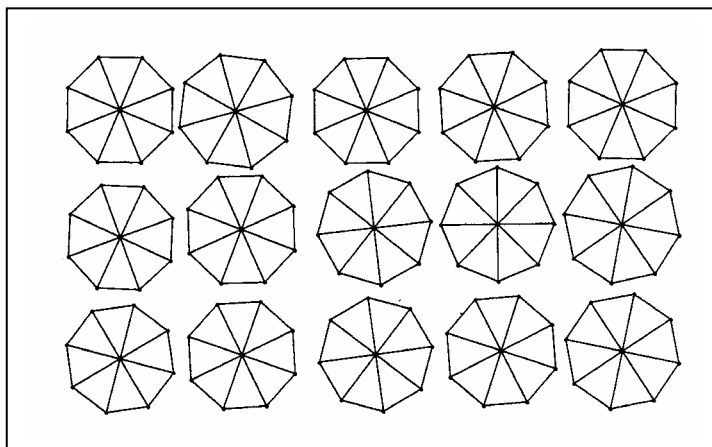
$$4 + \frac{3}{10}$$



ANNEXE II : LE JEU DES OCTOGONES

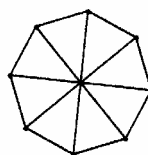
◇ Matériel:

- Un plan de jeu

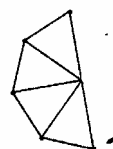


- Des pièces bicolores :

*16 pièces « 1 »



* 8 pièces « $\frac{1}{2}$ »



* 16 pièces « $\frac{1}{4}$ »



* 24 pièces « $\frac{1}{8}$ »



- Des dés avec des fractions :

* Un dé rouge avec les faces : $\frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{4}{8}, \frac{6}{8}, \frac{8}{8}, \frac{10}{8}$

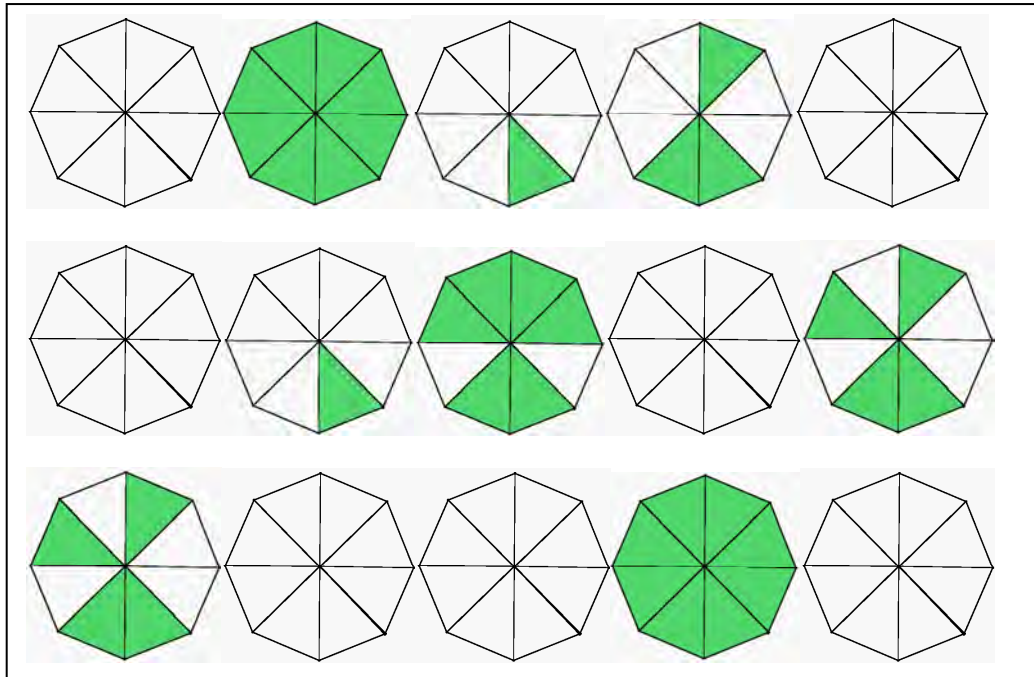
* Un dé vert avec deux faces $\frac{5}{8}$, deux faces $\frac{6}{8}$, deux faces $\frac{7}{8}$

* Un dé jaune avec deux faces $\frac{1}{2}$, deux faces $\frac{2}{2}$, deux faces $\frac{3}{2}$

* Un dé bleu avec les faces $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{4}$

◇ **Comptage des points** : Une figure entière vaut 1 point

Exemple :



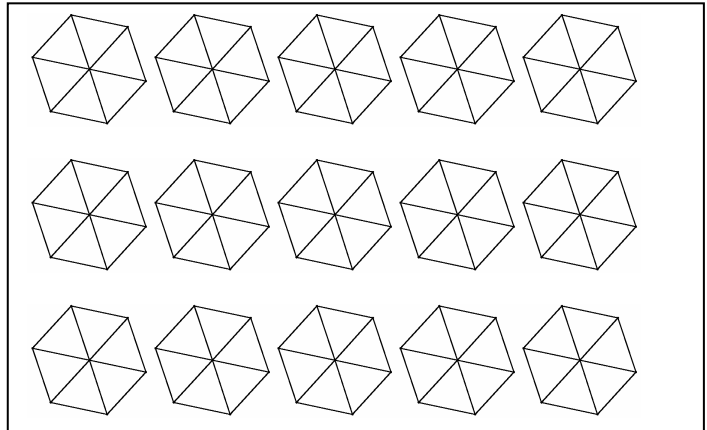
Nombre de points
de l'équipe verte :

$$4 + \frac{3}{8}$$

ANNEXE III : LE JEU DES HEXAGONES

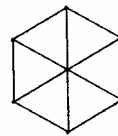
◇ Matériel:

- Un plan de jeu

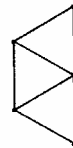


- Des pièces bicolores :

*15 pièces « 1 »



* 8 pièces « $\frac{1}{2}$ »



* 12 pièces « $\frac{1}{3}$ »



* 18 pièces « $\frac{1}{6}$ »



- Des dés avec des fractions :

* Un dé rouge avec les faces : $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{6}{6}$

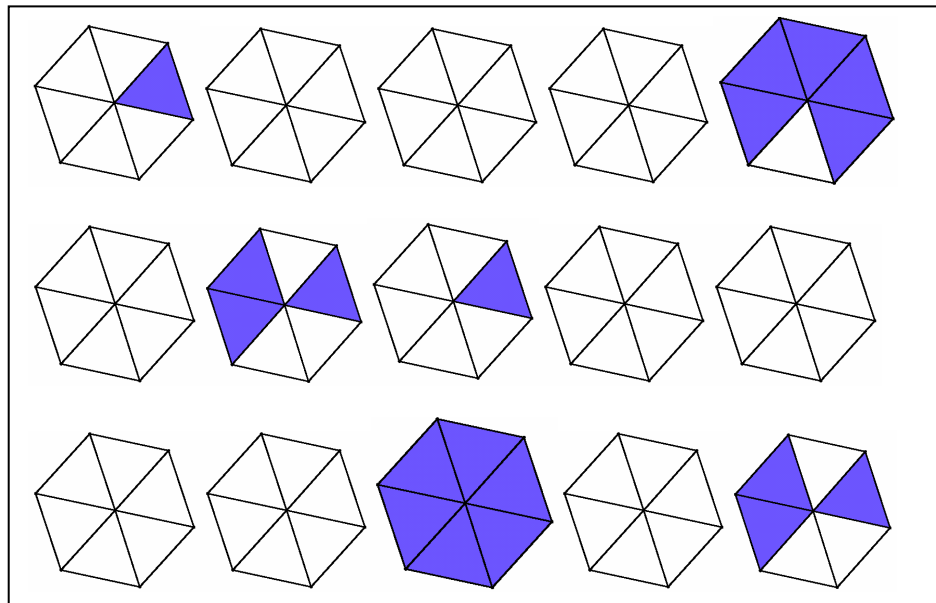
* Un dé vert avec deux faces $\frac{4}{6}$, deux faces $\frac{5}{6}$, deux faces $\frac{6}{6}$

* Un dé jaune avec deux faces $\frac{1}{2}$, deux faces $\frac{2}{2}$, deux faces $\frac{3}{2}$

* Un dé bleu avec les faces $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{6}{3}$

◇ **Comptage des points** : Une figure entière vaut 1 point

Exemple :



*Nombre de points de
l'équipe bleue :*

$$3 + \frac{1}{6}$$

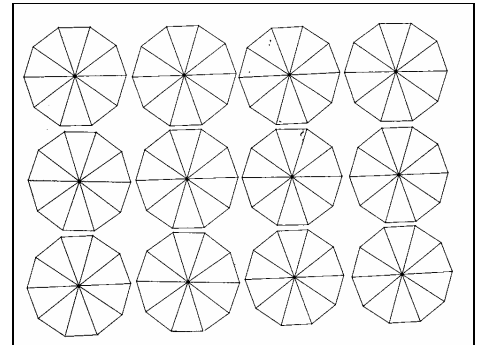
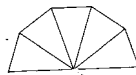
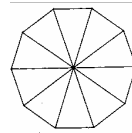
ANNEXE IV : UNE DES REGLES PROPOSÉES AUX ÉLÈVES

Le jeu des décagones

◇ **Nombre de joueurs** : 2 (ou 2 équipes)

◇ **Matériel**:

- un plan de jeu
- des pièces bicolores :
- des dés de couleur



◇ **Principe du jeu** :

Recouvrir le plan de jeu avec des pièces de deux couleurs (rouge ou blanche suivant le joueur), en fonction des tirages des dés.

◇ **Règle du jeu** :

- Une partie se joue en trois manches.
- Début de la partie

Chaque joueur (ou équipe) lance le dé rouge. Celui qui obtient la plus grande fraction commence et choisit sa couleur.

- A tour de rôle, chaque joueur (ou équipe) lance les dés.

En fonction du tirage, il doit poser sur le plan de jeu le moins possible de pièces de sa couleur.

Toute pièce posée ne peut être déplacée.

• Une manche s'achève dès qu'un joueur (ou une équipe) obtient un tirage suffisant pour finir de recouvrir le plan de jeu (même si le total des dés est supérieur à ce qui reste à recouvrir).

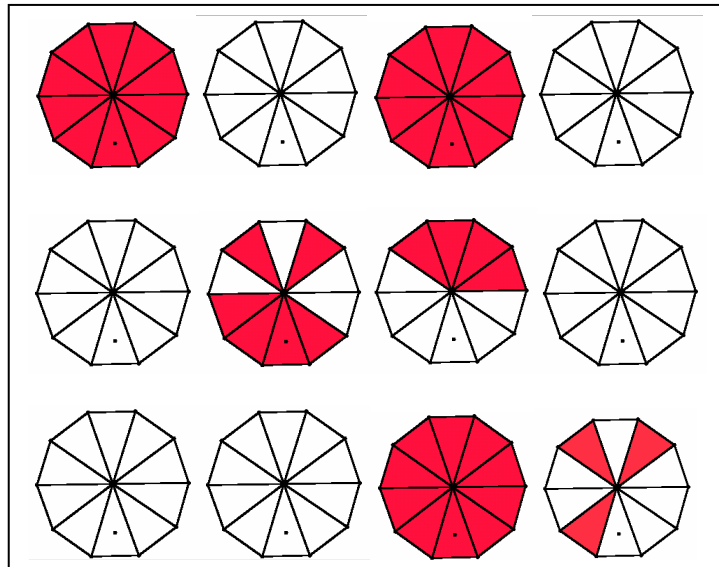
Chacun marque alors son score.

• Si le vainqueur de la manche a posé moins de pièces que l'adversaire, il a un bonus de 1 point.

• Le vainqueur de la partie est celui qui a totalisé le plus de points à la fin des trois manches.

◇ **Comptage des points** : Une figure entière vaut 1 point

Exemple :



Nombre de points de

l'équipe rouge :

$$4 + \frac{3}{10}$$

ANNEXE V : LA GRILLE D'ANALYSE

ANALYSE DU JEU DES FRACTIONS

Version du jeu (octogones/hexagones/décagones) :

Aspect ludique

But du jeu pour l'élève

Type de jeu (hasard ou stratégie)

Remarque(s) et appréciation (sur une échelle de 1 à 5)

Aspect didactique et pédagogique

Objectif(s) du jeu visé(s) par le maître

Compétence(s) travaillée(s)

Pré-requis nécessaire(s)

Procédures attendues

Le jeu interrompu, est-ce possible ?	
Évaluation à proposer	
Place du jeu dans la progression sur les fractions et décimaux	
<i>Aspects matériels</i>	
Le contenu de la règle du jeu est-il accessible aux élèves ?	
La règle du jeu facilite-t-elle l'appropriation du jeu ?	
Les choix concernant le support (plateau, pièces, dés) sont-ils pertinents ?	
Remarque(s) et appréciation (sur une échelle de 1 à 5)	

BIBLIOGRAPHIE (TITRE 2)

- [1] BROUGERE G. (1995) *Jeu et éducation*, L'Harmattan.
- [2] BROUSSEAU G. (juin 1986) *Le jeu et l'enseignement des mathématiques*, [allocution au 59^{ème} congrès AGIEM], Bordeaux, doc. ronéo, 11 pages
- [3] ERMEL/INRP (1997) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM1*, Hatier Pédagogie.
- [4] ERMEL/INRP (1999) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CM2*, Hatier Pédagogie.
- [5] ROYE L. & MAURIN C. (2002) *Le jeu au service des apprentissages*, 214-224 in Actes du XXIX^e colloque COPIRELEM, La Roche-sur-Yon, IREM des Pays de Loire.
- [6] RODRIGUEZ A. (oct. 1993) *Mathématiques : jouez le jeu*, 49-63, JDI.
- [7] PETIT S. (2005) *Entretien avec Gilles Brougère*, 18-19, JDI n°9
- [8] BOLON J. (1993) *Comment analyser un jeu mathématique*, 77-79 in Carnets de route de la COPIRELEM, CONCERTUM Tome 1