PLUTOT MATHEMATICIEN… QUE… MATHEMATIRIEN

Claudine Plourdeau
IUFM de Caen
plourdo.clo@caramail.com

L'atelier s'est appuyé sur une recherche-action du Groupe Didactique de l'IREM de Basse-Normandie menée dans des classes de collège et qui débouche aussi sur un travail en formation continue sur la liaison CM2-6èmes. Cette recherche-action est centrée sur le rôle du langage et des écrits dans la construction des apprentissages mathématiques à partir de la résolution de problèmes : pour permettre au mieux aux élèves de faire des mathématiques et de les aimer, il faut les mettre en situation d'actions, de productions, d'échanges et de débats et partir de leurs productions pour qu'ils puissent construire leurs connaissances. Le langage passe par des écrits intermédiaires qui sont une mémoire du chemin d'apprentissage parcouru par l'apprenant.
Au cours de l'atelier, les participants ont eu l'occasion de prendre connaissance, d'expérimenter et de questionner diverses modalités d'enseignement autour de ces hypothèses qui visent à rendre les élèves « mathématiciens », constructeurs de leurs connaissances.

Exploitations possibles
La démarche présentée et les diverses modalités pour mettre des élèves de cycle 3 et de collège en situation d'actions, d'échanges, de débats et de productions d'écrits en mathématiques (productions écrites dans le cadre de résolution de problèmes, anecdotes et mémoires de classe) peuvent servir de référence et d'éléments de réflexion pour les professeurs.
Les productions d'élèves rapportées permettront d'amorcer un questionnement sur les enjeux d'apprentissage dans le domaine des nombres et de la résolution de problèmes à l'école et au collège et en géométrie au collège.

Type de contenu
Présentation argumentée de modalités d'enseignement et de productions d'élèves.

Mots-clé
Productions d'écrits, anecdotes et mémoires de classe, résolution de problèmes, travaux numériques, géométrie, CM2-6$^{\text{ème}}$.

I - ATTENTES ET QUESTIONNEMENTS À PRIORI DES PARTICIPANTS

Comme il me semble important de découvrir les attentes et questionnements des participants, l'atelier commence donc par « une stratégie des petits papiers » qui les interroge sur leur motivation pour cet atelier ; en ressortent les mots clés ou idées force suivants :

Liaison CM2/6è à améliorer - motivation – idées d'activités- français/maths, bien

Mathématicien – Je rentre dans le monde des mathématiciens - mathématirien ?

Liaison CM2/6è indispensable et insuffisante !surtout en maths vu les difficultés des expressions des enfants.- toute idée et échanges bons à prendre.

Point de départ Langage – écrit – CM2/6è – Formation continue- cycle 3des élèves - Le titre – le débat – des écrits en mathématiques.

…..ou les attentes et questionnement suivants :

Comment construire des écrits tenant compte réellement des élèves pour leur faire construire leurs savoirs ?

Participation ou non des profs de français aux productions d'écrits mathématiques en $6^{ème}$ Intérêt des profs de maths de 6è pour le travail proposé ? Mutualisation – pratique différente. Réflexion collective – pistes d'actions de recherche à mettre en place avec des collègues de cycle 3 dès la rentrée.

Aider les enfants qui bloquent et qui ont du mal en math. Echanges – Comparaison de références théoriques.

II – UNE MISE EN SITUATION DE PRODUCTION DES PARTICIPANTS SUR DES PROBLEMES DIVERS

Dans toutes ces mises en situation, j'ai fonctionné avec les participants de l'atelier comme avec mes élèves en classe.

II – 1 Problème 1: (réf : Feuilles à problèmes n°4 Lyon)

Trouver le plus petit nombre entier de dix-neuf chiffres dont la somme des chiffres est égale à 85.

L'énoncé est donné oralement pour la phase de dévolution du problème ; toute proposition doit être argumentée et on ne doit supprimer aucune trace de recherche. Chacun cherche individuellement, puis vient montrer sa solution « à la maîtresse » qui annote la production sans jugement sur le principe de l'entretien d'explicitation : ceci consiste à questionner pour faire avancer la recherche sans donner la solution. Quand la solution proposée est la bonne, elle propose alors une nouvelle question de réinvestissement et gère ainsi l'hétérogénéité du groupe pour cette recherche.

Ce problème est donné en classe de collège à des élèves de n'importe quel niveau afin de développer chez eux un comportement de recherche. Les savoirs en jeu sont simples : langage de base sur l'addition et numération de position. Quel que soit le niveau de l'élève concerné, un élève trouve toujours la solution dans les trois minutes qui suivent et pas forcément les élèves les plus forts en math !

Pour recentrer le groupe sur la gestion de cette activité et le rôle du maître à travers ses annotations pour faire avancer l'élève dans sa recherche, un document d'élève est projeté : la production de Charlène (voir page suivante).

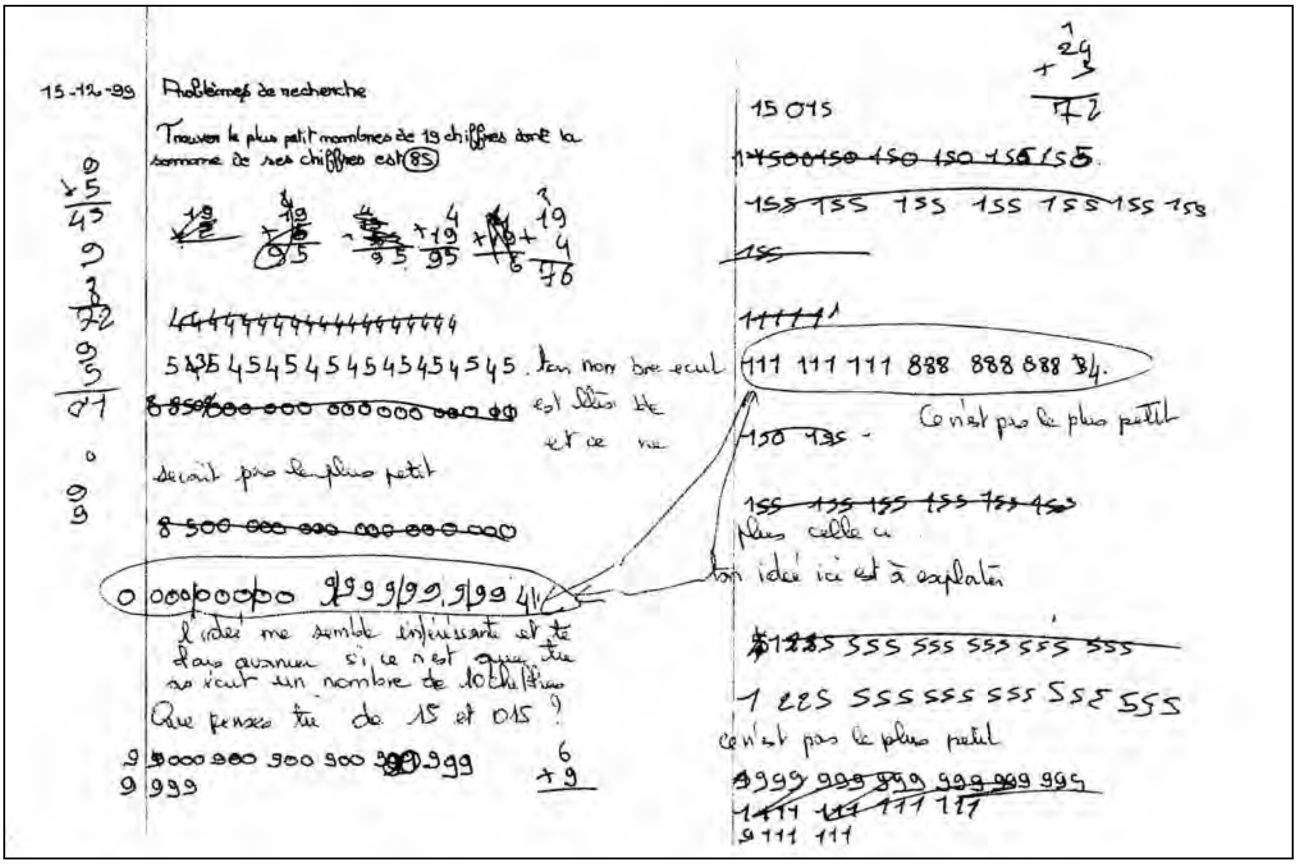
Un débat est alors engagé dans le groupe sur l'écriture réduite des nombres, à l'occasion de la donnée **«** 19 chiffres **»** de l'énoncé suite à une production du groupe du genre : « 0000000009999999994 » annotée **:** « tu as écrit un nombre de 10 chiffres ; que penses tu de 15 et de 015 ?écris ce nombre de façon lisible ».

D'où une nouvelle proposition **: «** 9/000/900/900/900/900/999 »

Mais ce nombre proposé n'est pas le plus petit et la somme de ses chiffres ne fait pas 85.

….On est dans un travail sur la production d'écrits que chaque élève ou intervenant ose produire, sur l'importance de l'erreur dans la régulation de l'apprentissage, sur la gestion de l'hétérogénéité du groupe classe par des annotations individualisées, … en fait les annotations sont un nouveau contrat !

Un document d'élève**, la production de Charlène :**



Dans un premier essai, Charlène prend en compte les deux contraintes (19 chiffres et somme égale à 85) mais suivant sa représentation que tous les chiffres sont identiques, avec un ajustement pour que la somme soit égale à 85 :

II – 2 Problème 2: Un jour de visite à Marrakech…

Il se met à pleuvoir … le guide nous propose alors un cinéma. A l'entrée, il négocie pour son groupe de 20 personnes 20 euros sachant qu'une femme paie 3 euros, un homme 2 euros et un enfant 50 centimes d'euros. Sa proposition est acceptée.

Quelle est alors la constitution du groupe ?

II – 2.1 différentes procédures

Dans un tour de table, chacun explicite sa procédure **:**

Pas envie de faire une mise en équation, j'ai joué le jeu de la recherche.

J'ai pris le plus grand nombre de femmes possibles : 6 3×6=18 restent alors 2 enfants, ce qui ne fait pas assez de personnes, d'où diminution du nombre de femmes.

J'ai joué le jeu de la recherche : 20 femmes trop cher, 20 enfants pas assez cher, pris au milieu, 10 enfants.

Procédure par essais -erreurs.
Recherche par tâtonnement jusqu'à arriver : 1H 6 F, 1H 5 F 6E …
Par tâtonnement…En partant de10 enfants…
Pas envie de tâtonner, j'ai cherché un truc sur équation à trois inconnues

Nombres d'enfants doit être pair, entier et positif : Essais 2^E, 4^E, 6^E… jusqu'à trouver une solution plausible

Le guide se compte-t-il dans les 20 ? Annotation 'A ton avis ?' C'est la phase de dévolution du problème indispensable ! Décision : le guide ne va pas au cinéma, le nombre d'enfants doit être pair et les femmes ne vont pas beaucoup au cinéma à Marrakech ! Moyenne d'un euro par personne, donc de nombreux enfants.

Essais successifs en faisant varier le nombre d'hommes pour arriver à 20€ : 1H 1F donc 30^E trop de personnes, - Essai sans femmes : 5H 20^E trop personnes.

7H 14^E trop de personnes, 6H 16E pas assez de personnes, donc il y a forcément des femmes.
- En fait, à Marrakech les 20 euros c'est un prix de gros pour les groupes.

II – 2.2 Bilan

La production est tributaire du champ de connaissances de celui qui cherche le problème (ici de la connaissance ou pas du contexte social à Marrakech). Moins l'énoncé est précis, plus l'échange sera riche après et les productions variées.

Soit le problème est pris comme un problème mathématique, soit comme un problème de la vie quotidienne: suivant les représentations de l’enfant, l’énoncé est différemment interprété. On peut accepter plusieurs problèmes. Qu’évalue-t-on alors? La recherche argumentée :comme dans des activités de narration de recherche, ce n’est pas tant la solution qui importe, mais le fait de rendre compte de toutes les démarches mentales explicitées qui réfutent ou valident la solution proposée. Ces différentes productions nous permettent de lire des stratégies de résolution de ce problème: ici, c’est une procédure par essai erreur qui l’emporte.

II – 3 Problème 3 : Quelle histoire de frigidaire !

On veut mettre un chameau dans un frigidaire en trois gestes. Comment faire ? Et maintenant, on veut mettre un éléphant dans ce frigidaire en quatre gestes. Alors, comment faire ?

II – 3.1 Les propositions des participants

1/ on ne met pas un chameau dans un frigo !

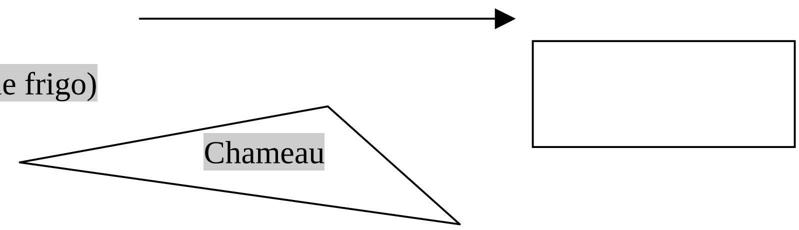
Il est trop grand pour mettre dans le frigo !

Il va avoir froid dans le frigo !

Ouvrir le frigo, y mettre le chameau, fermer le frigo. Et c’est tout simple !

Chameau

(Trois traits autour sont le frigo)



Dessin chameau, flèche, dessin frigo

2/ ouvrir le frigo, enlever le chameau, y mettre l’éléphant, fermer le frigo (variante : pousser le chameau)

II – 3.2 Analyse du groupe

On repère l’acceptation de se mettre en situation aberrante, voire une imagination fantaisiste, mais surtout l’entrée dans un contrat : le contrat didactique sous-jacent, même si la question 1) n’est pas bien comprise, on répond correctement à la question 2) !

II – 4 conclusion

Dans la recherche de ces trois problèmes, une prise de conscience de l’implicite voire même souvent de l’inconscient permet d’analyser les démarches mentales de l’élève. Le rôle du formateur ou du professeur est d'aider à rendre conscient tous les processus cognitifs pendant l'apprentissage vers une formalisation des savoirs à construire.

III – PRÉSENTATION DE DIFFÉRENTS TYPES D'ECRITS EXPÉRIMENTÉS DANS LA RECHERCHE-ACTION

Dans cette partie, je vais présenter différents types d'écrits qui jouent un rôle essentiel dans l'apprentissage : des anecdotes et mémoires de classe, un document de modélisation dont certains de ces écrits se transforment en fiche outil pour apprendre.

III – 1 – *Les anecdotes et mémoires de classe*

A l'occasion de situations d'apprentissage, de résolutions de problèmes ou de séances de remédiation…l'anecdote de classe est une opportunité « à ne pas rater » pour ces élèves – là ! C'est un écrit court et circonstanciel qui souligne un événement significatif de classe, un dysfonctionnement, une représentation erronée, une conjecture erronée …et qui devient objet de débat, de validation ou de réfutation en grand groupe.

Les mémoires de classe sont les traces des processus cognitifs des élèves qui les aident à dépasser les obstacles rencontrés. Les élèves échangent dans leur propre langage (langage maternel), confrontent des points de vue, travaillent sur leurs réponses erronées… pour faire évoluer leurs représentations ….c'est à dire : apprendre !

Ce sont donc des mémoires de phases où ils conjecturent, réfutent, argumentent leurs procédures ou celles des copains. Dans cette démarche, l'erreur est constitutive de la connaissance dans un apprentissage de type constructiviste.

Tous ces écrits sont des productions d'élèves notées lors de la correction d'exercices au tableau : les élèves écrivent sur leur cahier de recherche les propositions de la classe sans déformer les « dire » ; on passe « du dit à l'écrit » qui devient l'affaire de tous ; ces écrits sont alors analysés collectivement et quand la production le mérite, ils deviennent un objet d'apprentissage pour tous. Dans ce cas, l'objet d'apprentissage visé ou inattendu mais qui s'en dégage constitue alors le titre de la fiche inscrit en fin d'élaboration du document seulement. Si cet apprentissage permis n'est pas l'objet d'un chapitre du manuel de math et s'il souligne un obstacle qui peut bloquer un certain nombre d'élèves, alors ces écrits sont tapés au traitement de texte par le professeur ou un élève pour être collés dans le cahier de cours et jouer leur rôle dans l'histoire d'apprentissage de ces élèves là !

Ces écrits nous renseignent alors sur l'état de connaissance des élèves ; ils nous permettent ainsi de décider pour eux de nouvelles activités y compris l'élaboration de nouveaux écrits tels que « les fiches – outil » ou analyse de tâche, ce que je ne peux développer davantage ici. (Cf: BERNARD MONTI- CLAUDINE PLOURDEAU (2003) *Opérations mentales en résolution de problèmes*, Repères pour agir .Scéren.)

III – 2 – Des exemples d'anecdotes de classe

III – 2.1 L'anecdote Arthur

A l'occasion d'activités sur les différentes écritures d'un nombre (en $6^{ème}$)

Arthur propose :

« Les quotients des divisions par 3 ont toujours une écriture décimale illimitée ? » Simon rétorque :

« C'est faux car 3/3=1 ou 6/3=2

Arthur fait une conjecture, Simon la réfute.

Quelle opportunité pour définir dès la classe de $6^{ème}$ ce que l'on appelle un « contre exemple »

III– 2.2 L'anecdote Karim

A l'occasion d'un exercice sur les décimaux… Comment gérer les zéros ? Comment gérer la virgule ?

Calculer: 63 x 41 = 2583, puis calculer sans poser d'opération 0,0063 x 4,1 =

Karim propose : 0,0063 x 4,1 = **0,2583**

La classe lui dit que c'est faux, qu'il faut 5chiffres après la virgule. Nouvelle proposition de Karim **0,25830**

Le professeur : Quelle différence entre 0,2583 et

0, 25830 ? Karim choisit de poser l'opération :

0,25830-0,2583 = 0,00000 et Karim conclut : **ils sont égaux**

III – 2.3 L'anecdote Patrice

…à l'occasion d'une situation de proportionnalité…On cherche un opérateur commun à multiplier pour passer de la ligne 1 à la ligne 2

Patrice dit : « Pour passer de 1 à 0,5 on ne peut pas multiplier parce que ça va agrandir le nombre : il faut diviser »
Le professeur propose : 1 x 0,5

Les élèves répondent : 1 x 0,5 = **0,5**
Patrice dit : « Ah oui ! »

Et on conclut :

Multiplier ne sert pas seulement à agrandir.

Si on multiplie des dimensions par un nombre plus petit que 1, on les réduit.

Calculer : 1,25 x 1,5 = 4,895 3,25 x 0,8 = 2,6 3,25 x 0,2 = 0,65

Patrice et d'autres élèves dans la classe n'ont pas détruit cette représentation à l'occasion du puzzle (de Brousseau) en 6ème, situation d'agrandissement - réduction.

L'anecdote constitue « un document –mémoire » qui permet aux autres élèves de se positionner suivant leur état de connaissance.

III – 3 Des exemples de mémoires de classe

III –3.1 Raisonner par l'absurde

…à l'occasion de l'exercice suivant (Triangle 6ème – Hatier):

La taille est-elle proportionnelle à l'âge ?

Age d'Eric (en années)	**10**	**30**
Sa taille (en cm)	**130**	**?**

Benjamin propose : 1,83m qu'il justifie ainsi : *« Comme son âge, sa taille va un peu augmenter »*

Ismaël : 3,90m. La prof lui demande alors combien va-t-il mesurer à 90 ans ?

Là, seulement il réagit en ajoutant que c'est impossible ! On en déduit que la taille n'est pas proportionnelle à l'âge et chaque élève est invité à regarder sa courbe de croissance dans son carnet de santé.

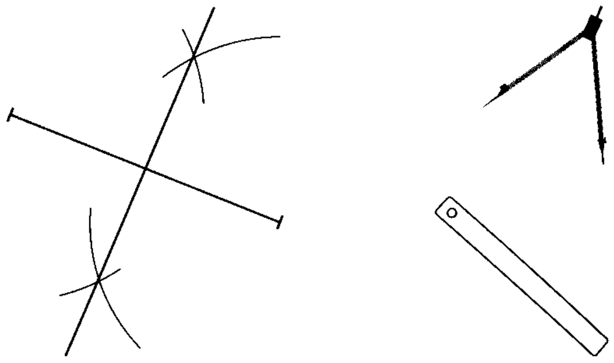
Ismaël « dans son monde » ne réfléchit pas à la situation proposée et applique son savoir sur la proportionnalité. En insistant pour le faire réagir sur son résultat, il le reconnaît absurde : C'est donc que la supposition de départ n'est pas vraie !

C'est l'amorce d'un raisonnement par l'absurde, procédure de raisonnement qui n'est pas vraiment objet d'apprentissage au collège mais qui, à mon avis, doit être exploitée quand l'occasion se présente et elle devient alors le nouvel objectif d'apprentissage de cette fiche.

III –3.2 Apprendre … à justifier une conjecture

A l'occasion du n°26 p 211(Triangle-6ème Hatier) mémoire de classe **6èmes D**

Enoncé : Tracer la médiatrice du segment [MN] ; placer un point P sur cette médiatrice. Quelle est la nature du triangle MNP ? Justifier la réponse.

 **L'élève complète la figure.**	**!**	**Si la construction est faite au compas** **→ pas de codage**

Conjecture : **Marc (× 2) : équilatéral (cas particulier)**

à vue d'œil, le triangle MNP est
- **Julien →ça dépend de la position du point P**
- **Lucas(et tous les autres) → isocèle.**

Mais pourquoi ?

Justification : **chez les 5èmes D**

On se réfère à l'énoncé **→** **On récite le savoir adapté pour justifier la conjecture.**	**1** **car on sait que (d) est la médiatrice de [MN]** **2** **Valentine : la médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment. d'où PM = PN** **3** **Puisque PM = PN, le triangle MNP est donc isocèle en P.**	**→ pourquoi dis tu cela ?** **et alors ?** **On applique le savoir à l'exercice dans les noms de la figure.**

Justification: **chez les 5èmes C**

Thomas raconte le savoir sur la médiatrice d'un segment, il pourrait le réciter. →	**Ismaël : parce qu'il a 2 côtés égaux** → **Cindy : parce que [PM] et [PN] sont de même longueur c.a.d.* PM= PN** **Thomas : Comme le point P est placé sur la médiatrice de [MN], le point P est situé à égale distance de M et de N** **La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points équidistants des extrémités de ce segment.**	**Pourquoi dis tu cela ?** **pourquoi dis tu cela ?** **et alors ?**

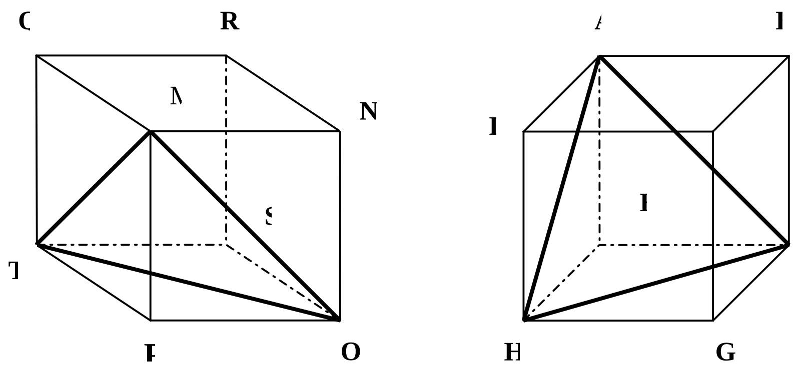
c.a.d* : c'est à dire

Pour répondre à une question posée par l'un des participants, ce premier document manuscrit devient un document pour tous au traitement de texte dès que l'objectif d'apprentissage se dégage de l'écrit lors du débat en grand groupe classe et détermine alors l'intitulé de cette fiche pour tous : « apprendre à justifier une conjecture ».

En effet, dans cette mémoire de classe, on trouve déjà les trois parties d'un pas de démonstration, objet d'apprentissage en 5èmes. Cette fiche sera donc à conserver et à placer dans le classeur de math de 5ème en début d'année où elle va jouer un rôle dans la progressivité des apprentissages ;Mais en même temps, ce document témoin prouve à l'élève qu'il sait déjà rédiger un pas de démonstration. Aussi, ces mémoires montrent aux élèves qu'une conjecture se valide par un savoir mathématique construit qu'il va falloir apprendre.

III –3.3 Qui a raison : Claude ou Dominique ? Mémoire de classe

Dominique dit : « Le triangle AHF et le tringle MOT sont identiques ». Claude dit : « Les triangles AHF et MOT sont différents
(Enseigner la géométrie dans l'espace au collège. REPÈRES 33)

Elise **Cindy** **Amandine** **Nicolas** **Frédéric** **Stéphanie**	 **C'est Claude qui a raison : les triangles sont différents car j'ai vérifié avec une règle graduée la longueur des côtés.** **C'est Dominique qui a raison car le triangle AHF est isocèle, il est donc différent du triangle MOT qui est quelconque ; j'ai mesuré avec la règle.**
Estelle **+ tous les autres**	C'est Dominique qui a raison parce que si on bouge le cube de gauche, on peut arriver à retrouver le même triangle que AHF. → **Moi je dis qu'ils sont identiques car si on met le cube à contre sens …. ils sont identiques.** → **Ils sont identiques car ce sont les mêmes cubes, mais on ne les regarde pas du même côté.** → **ils sont identiques car de [TO] à M et de [HF] à A, il y a la même distance.** **→… … car la diagonale [TO] est comme la diagonale [HF] et que M n'est pas dans le même sens que le point A. on croit que ce n'est pas la même chose mais si le point M était à la même place que le point R, ce serait exactement la même chose.** **… … car on ne voit pas les triangles de la même face.**

Il est intéressant de lire les manipulations mentales des élèves à travers leurs réponses et une certaine maîtrise de la notion de distance de deux points ou d'un point à une droite, sans passer sous silence l'obstacle de la représentation d'un objet de l'espace dans le plan.

III – 3.4 La feuille A4

Feuille A 4 : 21 × 29,7 cm

1) On veut fabriquer des chtoungs de 3 cm de largeur pour les élèves de 6èmes de l'an prochain. On décidera leur longueur plus tard.

Combien peut-on faire de bandes pour les fabriquer dans la largeur ?

2) et si on choisit des chtoungs de 1,5 cm de largeur ?

Combien peut-on alors en faire ?

3) Déterminons maintenant leur longueur ;

Si on veut 2 chtoungs dans une bande ?

L 1 =

Si on veut 3 chtoungs dans une bande ?

L 2 =

Si on veut 5 chtoungs dans une bande ?

L 3 =

Si on veut 7chtoungs dans une bande ?

L 4 =

Cette activité préparée pour l'apprentissage de la division par un nombre décimal en 6èmes est la suite d'une situation d'apprentissage sur les fractions dans laquelle « un chtoung » dans une classe et « un touf » dans l'autre, est une bande témoin, nommée par les élèves pour estimer une longueur.

Les marges de côté représentent des bandes de 3cm ou 1,5cm de l'activité « Chtoung » qui ont impulsé chez certains élèves une procédure géométrique.

Cette situation a produit les deux mémoires de classe suivantes :

Mémoire de classe **6èmes D**

1)Kilian (× 8) : 21 ÷ 3 = 7 bandes
Marc (× 2) : 3 × … = 21 . Il fait une multiplication à trous.

Valentine (× 6) : à partir d'une construction géométrique, elle fait une graduation d'un segment de 21 cm, tous les trois centimètres.

Elle cherche « combien de fois elle trouve 3cm dans 21 cm »

Julien fait aussi une construction géométrique et reporte sur son segment gradué tous les multiples de 3 de 0 à 21 cm.

2) Lucie (× 11) : 21 : 1,5 = 14 je l'ai fait à la calculatrice car on ne sait pas encore diviser un nombre entier par un nombre à virgule.

Julien : « moi je sais, mon père m'appris » ?

$$\begin{array}{r|l} 21,0 & 1,5 \\ \hline \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|l} 210 & 15 \\ \hline \end{array}$$

Marc : on sait que 1,5 est la moitié de 3, donc dans une bande de 3 cm, on a 2 bandes de 1,5 cm d'où dans 7 bandes de 3 cm, on a 2 × 7 = 14 bandes de 1,5 cm. Alors, comment faire ?

21 : 1,5 peut s'écrire $\dfrac{21}{1,5} = \dfrac{21 \times 10}{1,5 \times 10} = \boxed{\dfrac{210}{15}}$

↓ ↓

écriture fractionnaire **fraction**

On sait faire la division d'un nombre entier par un nombre décimal devient…. la division d'un nombre entier par un nombre entier.

* (×8) signifie que 8 élèves ont procédé comme Kilian. Chaque élève doit se positionner dans ces écrits et s'il a procédé comme Valentine, il surligne au fluo jaune le prénom « Valentine » pour reconnaître sa

démarche dans cet écrit.

Mémoire de classe 6èmes C

1) Thomas (?) : « Qu'est-ce qui fait 21 dans la table de 3 ? »

En fait il propose : 3 × … = 21. Il fait une multiplication à

Trou et en même temps il pose $\begin{array}{r|l} 21 & 3 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$

c.a.d 21 : 3 = 7 bandes de 3cm de largeur.

cette première question ne fait pas l'objet d'autres ***propositions*****.**

1) *Plusieurs proposent :* On peut faire 14 chtoungs de 1,5cm dans la largeur de la feuille A4.

le prof : pourquoi ?

Clémence : car on a 7 bandes de 3cm de largeur et dans

une bande de 3cm, on en fait 2 de 1,5cm.

Stéphanie : 21 : 1,5 = 14 bandes à la calculette

Alors, comment faire ?

21 : 1,5 peut s'écrire $\frac{21}{1,5} = \frac{21 \times 10}{1,5 \times 10} = \boxed{\frac{210}{15}}$

↓ ↓

écriture fractionnaire fraction

ici, on divise un nombre entier par un nombre décimal

(on ne sait pas faire, on cherche alors à partir de ce que

l'on a appris* sur les fractions : trouver une fraction

égale en multipliant numérateur et dénominateur par

un même nombre.

		c.a.d* : c'est à dire * **les élèves l'ont formalisé dans l'activité sur les fractions**

Un élément de réponse aux questions posées en début d'atelier….

Chez les 6èmes D, on peut retrouver la démarche d'apprentissage de la division par multiplications successives soit dans la multiplication à trou de Marc ou dans la construction géométrique de Julien qui reporte sur son segment gradué tous les multiples de 3. Aussi, il est intéressant de repérer que la construction géométrique de Valentine permet de construire le langage de la disposition pratique de la division d'un entier par un entier.

Quant à Marc, il fait fonctionner ses savoirs sur la proportionnalité qu'il maîtrise de l'école élémentaire ou 14 élèves comme Clémence en 6èmeC.

Dans un souci gérer la progressivité des apprentissages et d'adapter la rédaction des solutions aux nouveaux savoirs…. Deux mois plus tard… on complète la mémoire de classe chez les 6èmes D comme chez les 6èmes C de la façon suivante :

***Liaison avec ce que l'on fait sur la proportionnalité (le 23/05/06)**

nombre de bandes de 3cm	**1**	**7**
nombre de bandes de 1,5cm	**2**	**14**

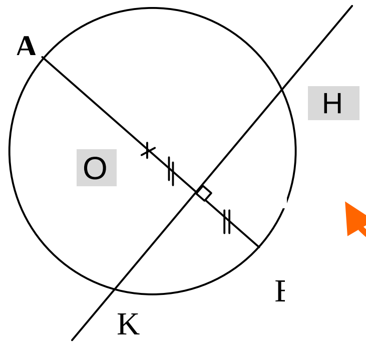
Savoir décider un tracé annexe … en 6$^{\text{èmes}}$ **mémoire de classe**

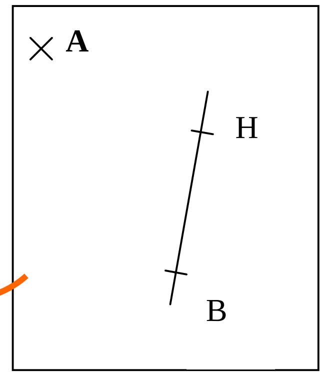
Savoir prolonger des tracés

Figure

Savoir de base

… **à l'occasion du n°4 p 134 TRIANGLE – HATIER**





Enoncé : Tracer un cercle de centre O. Tracer un diamètre [AB] de ce cercle .Placer I, milieu du segment [OB]. Tracer la droite perpendiculaire à (OB)et passant par I, elle coupe le cercle en H et K. Tracer la droite perpendiculaire à (BH) et passant par A.

On demande de tracer la perpendiculaire à la droite (BH) qui passe par le point A.

6 élèves bloquent. Pourquoi ?

… parce que la droite (BH) n'est pas tracée et qu'ils doivent décider seuls ce tracé annexe (= tracé nécessaire pour continuer la figure, mais qui n'a pas été commandé)

***2$^{\text{ème}}$ blocage** chez Manuella au tableau **:**

Elle connaît **le savoir de base = Tracer une perpendiculaire à une droite passant par un point donné…….**

… mais elle ne sait pas le faire sur cette figure (plus complexe) car elle n'a pas tracé un trait suffisamment long pour représenter la droite (BH)

III– 4- un document de modélisation

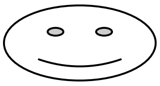
Ce document s'inscrit dans une progression pour construire un savoir sur la division d'un nombre par un nombre décimal et renforce ainsi le rôle de la situation « feuille A4 », celui de situation référence d'apprentissage que les élèves peuvent revivre mentalement

Feuille A 4 : $21 \times 29{,}7$ cm

1) On veut fabriquer des chtoungs de 3 cm de largeur pour les élèves de 6èmes de l'an prochain.

On décidera leur longueur plus tard.

Combien peut-on faire de bandes pour les fabriquer dans la largeur ?

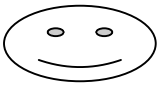


Savoir en jeu :

Diviser un nombre entier par un entier

⇒ On fait une division euclidienne

2) et si on choisit des chtoungs de 1,5 cm de largeur ? Combien peut-on alors en faire ?



Savoir en jeu :

Diviser un nombre entier par un nombre à virgule

En passant par l'écriture d'une fraction égale,

, *cela revient* à diviser un nombre entier par un nombre entier.

⇒ On fait encore une division euclidienne

3) Déterminons maintenant leur longueur ;

Si on veut 2 chtoungs dans une bande ?

L 2 = 29,7 : 2

diviser un nombre décimal par un entier

⇒ nécessité d'introduire la notion d'arrondi

Si on veut 3 chtoungs dans une bande ?

L 3=

Si on veut 5 chtoungs dans une bande ?

L 5 =

Difficile à construire de façon précise encore

⇒ nécessité d'introduire la notion d'arrondi ou de troncature

Si on veut 7chtoungs dans une bande ?

L 7=

⇒ permet de découvrir un quotient décimal à écriture illimitée

IV – QUELQUES QUESTIONS ET DES REFERENCES

IV– 1 – Quelles questions ?

Il me semble intéressant de récapituler les questions des participants de l'atelier concernant l'intégration de ces écrits et leur rôle dans nos séquences d'enseignement.

Est-ce nécessaire que ces écrits soient au traitement de texte ?

Pourquoi des enfants ne sont-ils pas bons en math ?

Je n'ai pas compris ce que tu fais de ce document ; est-ce que tu mets un titre tout de suite ?

Le « chtoung » ne va-t-il pas prendre le pas sur la fraction ?

IV – 2 – Quelques derniers éléments de réponse

Le chtoung, au contraire, devient un élément indispensable de manipulation mentale pour permettre à certains élèves le temps d'apprentissage nécessaire pour construire le concept de fraction.

On reprend ce que Marc a proposé… c'est l'histoire des savoirs qui continue.

Quand les élèves bloquent, c'est que le savoir à construire présente un obstacle pour eux qui va alors devenir »objectif- obstacle ou objet d'enseignement qui va donner son titre au document en traitement de texte et qui va prendre place dans le cahier de cours.

IV – 3– Quelques références

… « Selon Vygotsky (1978), le développement cognitif et métacognitif est un processus graduel d'intériorisation et de personnalisation grâce aux interactions sociales. En effet, la progression de l'élève est basée sur un processus d'intériorisation où des démarches de régulation activées, au départ, par un guide, sont intégrées au fonctionnement autonome de l'élève. Par ailleurs, le processus d'extériorisation de ses stratégies d'action et de ses tentatives de régulation par des échanges avec autrui, est considéré comme essentiel au développement de la métacognition. »…

Louise Lafortune, Suzanne Jacob, Danièle Hébert : *Pour guider la métacognition : Collection Education intervention*

… et comme le disent Jean-Charles Chabanne et Dominique Bucheton dans

« PARLER ET ECRIRE
POUR PENSER ?
APPRENDRE
ET SE CONSTRUIRE » L'écrit et l'oral réflexifs Education et formation, puf

p10 « … « Réfléchir » la parole des autres, c'est donc d'abord la reformuler. »

p15 « … c'est la place laissée dans les séquences aux échanges entre les élèves, comme si l'appropriation des discours scolaires gagnait à passer par le travail collectif de reformulation et de négociation qui s'effectue alors « dans la langue des élèves », par leurs propres moyens langagiers … »

Alors, on comprend qu'ainsi, l'élève devient :

« Plutôt mathématicien … que mathématirien

… et … le prof, pourquoi pas…

« mathémagicien ? » (Soufflé par André Deledicq

dans une dédicace, lors d'une rencontre à Caen)

« Merci André, je n'y avais pas pensé ! » Claudine

BIBLIOGRAPHIE

JEAN-CHARLES CHABANNE, DOMINIQUE BUCHERON. (2002) ***Parler et écrire pour penser , apprendre et se construire : Education et formation Puf*.**

IREM DE LYON, La feuille à problèmes. (juin1994), n°62 p 67.

LOUISE LAFORTUNE, SUZANNE JACOB, DANIELE HEBERT ***Pour guider la métacognition : Collection Education intervention***

BERNARD MONTI-CLAUDINE PLOURDEAU (2003) ***Opérations mentales en résolution de problèmes*, Repères pour agir .Scéren.**

ALAIN TARISSON. (1993) Pensée mathématique et gestion mentale, ***Paris, Bayard éditions.***

***Enseigner la géométrie dans l'espace au collège*. REPÈRES 33.**